

AMBIENTE VISUAL PARA EL APRENDIZAJE DE LOS CONCEPTOS BÁSICOS
ASOCIADOS A LA TRIGONOMETRÍA

ÓSCAR ALEJANDRO BELTRÁN DUARTE

ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO
INGENIERÍA DE SISTEMAS
BOGOTÁ D.C.
2016

AMBIENTE VISUAL PARA EL APRENDIZAJE DE LOS CONCEPTOS BÁSICOS
ASOCIADOS A LA TRIGONOMETRÍA

ÓSCAR ALEJANDRO BELTRÁN DUARTE

Proyecto de grado

Director del proyecto
Mag. Raúl Alfredo Chaparro Aguilar

ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO
INGENIERÍA DE SISTEMAS
BOGOTÁ D.C.
2016

NOTAS DE ACEPTACIÓN

El día 01 de diciembre del año 2016, se aprueba la entrega la versión del periodo 2016-2 del proyecto de grado titulado “Ambiente visual para el aprendizaje de los conceptos básicos asociados a la trigonometría” alias “ECITrigo”, estando éste conformado por cuatro módulos:

1. Conceptos
2. Juegos
3. Aplicación
4. Evaluación

de los cuales el primero y el tercero son responsabilidad de Óscar Alejandro Beltrán Duarte, cumpliendo así con parte de los requisitos necesarios para la obtención del título de Ingeniero de Sistemas, en constancia firman:

Dr. Oswaldo Castillo Navetty
Decano Ing. de Sistemas en funciones

Dr. Jorge Villalobos Alvarado
Prof. de Planta Ing. Sistemas y Jurado

Mag. Sandra Isabel Gutiérrez Otálora
Dir^a Dpto. Mat. en funciones y Jurado

Mag. Raúl Alfredo Chaparro Aguilar
Director del proyecto

Bogotá D.C. 12 de diciembre del año 2016

CONTENIDO

LISTAS ESPECIALES (TABLAS)	5
LISTAS ESPECIALES (FIGURAS)	6
LISTA DE ANEXOS	7
GLOSARIO	8
INTRODUCCIÓN	9
INFORMACIÓN GENERAL DEL PROYECTO	9
JUSTIFICACIÓN	10
OBJETIVOS	11
Objetivo General	11
Objetivos Específicos	11
MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE	12
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	14
DESARROLLO DE LA PROPUESTA	15
Cronograma	16
Módulo de Aplicación - 2016-I	18
Módulo de Conceptos - 2016-I	20
Módulo de Conceptos - 2016-2	23
Clausura	31
CONCLUSIONES	32
RECOMENDACIONES	33
BIBLIOGRAFÍA	35
ANEXOS	37

LISTAS ESPECIALES (TABLAS)

Tabla 1. Cronograma General

16

LISTAS ESPECIALES (FIGURAS)

Figura 1. Interacción <i>Águila Pescadora</i>	18
Figura 2. Interacción <i>La Ecuación de la Naturaleza</i>	19
Figura 3. Interacción <i>Construyendo el Puente</i>	20
Figura 4. Interacción <i>Altura de la Pirámide 3D</i>	21
Figura 5. Interacción <i>Altura de la Pirámide 2D</i>	21
Figura 6. Interacción <i>Circunferencia de la Tierra 3D</i>	22
Figura 7. Interacción <i>Circunferencia de la Tierra 2D</i>	23
Figura 8. Pantalla de Bienvenida	24
Figura 9. Menú de Aplicaciones	24
Figura 10. Menú de Juegos	25
Figura 11. Mensaje de <i>Módulo en Construcción</i>	25
Figura 12. Índice Conceptos	27
Figura 13. Denominación de triángulos según sus lados	27
Figura 14. Denominación de triángulos según sus ángulos	27
Figura 15. Razones función <i>Seno</i>	28
Figura 16. Interacción <i>Relaciones Básicas</i>	28
Figura 17. Interacción <i>Identidades Trigonómicas</i>	28
Figura 18. Triángulos semejantes	29
Figura 19. Teorema de Tales	29
Figura 20. Interacción <i>Altura de la Pirámide 2D</i> versión 2016-2	30
Figura 21. Circunferencia unitaria	30
Figura 22. Variable sin aislar	33
Figura 23. Variable aislada usando <i>Module</i>	34

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A - <i>Manual de usuario</i>	37
ANEXO B - <i>Manual de desarrollador</i>	37

GLOSARIO

PISA	acrónimo para <i>Programme for International Student Assessment</i> o en español: “Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes”, es un informe que se basa en el análisis del rendimiento de los estudiantes en una serie de exámenes que abarcan las áreas de Matemáticas, Lectura y Ciencias, estos exámenes se realizan cada tres años en varios países con el fin de determinar la valoración internacional de los alumnos.
OECD	acrónimo para <i>Organisation for Economic Co-operation and Development</i> o en español: “Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico”, es un organismo de cooperación internacional cuyo objetivo es coordinar las políticas económicas y sociales de los estados miembro.
Cuaderno	toda aparición de esta palabra en cursiva <cuaderno> hace referencia a las instancias de trabajo que ofrece <i>Wolfram Mathematica, software</i> usado en este proyecto, para la escritura y ejecución del código de esta plataforma, en inglés se le conoce como <i>notebook</i> y son almacenados en el sistema como archivos con extensión .NB .

INTRODUCCIÓN

La trigonometría viene del griego *trigonon*, que quiere decir triángulo, y *metria*, que quiere decir medición, así pues se puede entender como la ciencia de la medición de triángulo, llevada a cabo al buscar la relación entre la longitud de los lados con los ángulos del mismo.

Usada desde tiempos antiguos, en su forma más pura, en la navegación, la arquitectura, la geografía e incluso la astronomía. Actualmente, con el desarrollo de la tecnología, incluso hay más campos donde su aplicación es esencial, como los videojuegos o la robótica.

Una vez conocida parte de sus aplicaciones se puede entrever la importancia que el estudio de la trigonometría tiene hoy en día, en especial en las carreras de Ingeniería, teniendo esto en mente, al analizar los métodos de enseñanza ocupados para impartir asignaturas relacionadas al tema se puede evidenciar que, en la mayoría de los casos, no va más allá de emplear un libro guía y resolver ejercicios para afianzar conocimientos, cabe aclarar que no se quiere contrariar en ningún momento esta forma de enseñar, simplemente se quiere hacer ver que se puede mejorar y esto es a lo que apunta este proyecto, a hacer más interactivo el aprendizaje de la trigonometría, con ejercicios dinámicos, con aplicaciones en el mundo real y con una base conceptual que le permita al estudiante preguntarse “¿Qué pasa si...?”.

INFORMACIÓN GENERAL DEL PROYECTO

Nombre del proyecto: Ambiente visual para el aprendizaje de los conceptos básicos asociados a la trigonometría.

Director del proyecto: Mag. Raúl Alfredo Chaparro Aguilar.

Estudiantes: Óscar Alejandro Beltrán Duarte.

Grupo de Investigación: Escenarios de aprendizaje y diseño y construcción de software educativo.

Línea de Investigación: Informática, Educación y Conocimiento.

Duración: 2 Semestres.

JUSTIFICACIÓN

En las pruebas PISA realizadas en el año 2012 en el área de Matemáticas, Colombia obtuvo un puntaje promedio de 376, más bajo que el promedio obtenido por los países miembro de la OECD, siendo este 494 puntos, dejando al país en la posición número 62 entre los 65 países participantes, siendo los penúltimos en la región.

Algunos analistas indican que estos resultados son producto de la distintas metodologías empleadas a la hora de enseñar, así pues mientras que en Colombia se premia el memorismo, en países como Corea, puesto 5 en la misma prueba, se busca que los estudiantes apliquen los conceptos científicos en la vida cotidiana y que desarrollen un pensamiento crítico y habilidades de trabajo en equipo.

Con esto en mente se determinó que la experimentación e interacción del estudiante con el objeto de estudio es importante para darle un significado más profundo y realmente apropiarse de los conceptos estudiados, lástimosamente los instrumentos tradicionales para el aprendizaje de las matemáticas, más exactamente el aprendizaje de la trigonometría en el caso de este proyecto, no facilitan esto y para ello se busca ofrecer un complemento a dichos instrumentos por medio de la tecnología.

OBJETIVOS

Objetivo General

Permitir que el estudiante generalice conceptos sobre la trigonometría básica y les dé un significado práctico por medio de un software, con una interfaz altamente visual, interactiva y flexible que motive la experimentación y conjetura sobre el objeto de estudio.

Objetivos Específicos

- Seleccionar un conjunto de temas que consideremos importantes para el aprendizaje de la trigonometría básica.
- Estudiar un lenguaje de programación apropiado para el desarrollo del proyecto.
- Construir un ambiente interactivo en el que se ilustren los conceptos trigonométricos, con una metodología basada en problemas, actividades y juegos relacionados a la temática.
- Alinear el proyecto a la filosofía “Matemáticas en el mundo real”.

MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE

Así como realizar un viaje de intercambio a otro país e interactuar con sus habitantes es bastante útil para afianzar el conocimiento de su idioma y sus costumbres, el experimentar más allá del “aula” con las demás ciencias aprendidas puede ser beneficioso para el estudiante permitiéndole, tal como dice el ¹Magíster Raúl Chaparro, *dar sentido a lo que antes sólo tenía significado*. Por ende se propone la implementación de un complemento a los medios clásicos de enseñanza que haga uso de la masificación tecnológica en la que está inmersa la humanidad, para que por medio de la interacción y la experimentación el estudiante pueda darle *sentido* a lo aprendido.

Bajo esta misma óptica se puede hacer referencia a una gran cantidad de proyectos en distintas áreas del saber, desde geometría hasta música, pasando por programación y matemáticas, algunos de estos son:

GeoGebra

Es software de matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa fácil de usar.

Scratch

Es un lenguaje de programación visual, VPL por sus siglas en inglés (*visual programming language*) con el que se puede crear desde animaciones hasta juegos por medio de una interfaz intuitiva que facilita la comprensión de lo que se está haciendo.

Universe Sandbox

Es tanto un simulador espacial como un simulador gravitacional, que permite ver o bien la interacción gravitacional entre dos objetos en el espacio, la colisión entre dos galaxias y sus efectos o el estallido de una súper nova.

¹ Se hace referencia al Mag. Raúl Alfredo Chaparro Aguilar, director de este proyecto.

MuseScore

Editor de partitura que permite importar, editar y exportar archivos de audio todo esto a través de una interfaz limpia y de fácil uso.

SageMath

Conocido anteriormente como SAGE (*System for Algebra and Geometry Experimentation*) es un *software* de cálculo simbólico (álgebra computacional o computación técnica) que cubre varios aspectos de la matemática como álgebra, combinatorias, análisis numérico y cálculo. A diferencia de *software* como *Wolfram Mathematica* es de código abierto y está escrito en *python* lo que permite realizar modificaciones y mejoras de una manera más asequible.

Dr. Geo

Es un *software* para el diseño y la manipulación de esquemas geométricos que ayuda a los estudiantes a explorar la geometría.

Wolfram Mathematica

Es un *software* de cálculo simbólico que permite la manipulación de diversos objetos matemáticos en un entorno altamente dinámico. Es la herramienta con la que se realiza este proyecto, iniciándose con la versión 10.4 de este producto y cerrando esta etapa del proyecto con la versión 11.0.

Wolfram Mathematica cuenta con un servidor donde almacena una enorme cantidad de demostraciones que personas de todo el mundo han logrado realizar usando esta herramienta, estas demostraciones están divididas en temas y en subtemas para su fácil acceso, pero no necesariamente muestran una coherencia entre ellas. Por eso se busca realizar un gran libro interactivo donde tanto las demostraciones como la teoría sigan un hilo conductor con el único fin de servir de ayuda al estudiante.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Con el visto bueno del director del proyecto, el día 15 de junio del año 2016, se llegó a un consenso con la siguiente lista de criterios de aceptación:

Cumplimiento, responsabilidad y compromiso: Tiene en cuenta la asistencia a las reuniones a las horas pactadas, el estar al día con las actividades propuestas no sólo en el cronograma, también con las asignadas por el director después de cada reunión y el interés que el estudiante demuestre por el proyecto.

Aportes al proyecto: Hace referencia a la comunicación y discusión de ideas que se tengan sobre el proyecto que puedan brindarle nuevas características o solucionar problemas existentes.

Trabajo en equipo: Evalúa las actividades de los estudiantes fuera de las reuniones en aras de complementar y mejorar el proyecto.

Resultados obtenidos: Comprueba el avance de los entregables obtenidos para determinar si cumplen con las condiciones planteadas.

DESARROLLO DE LA PROPUESTA

La propuesta se dividió en cuatro partes, llamadas *módulos*, que funcionan independientemente de las demás pero se complementan entre sí, estos *módulos* son:

1. **Módulo de Conceptos:** Consiste en una serie de capítulos interactivos que contiene los principios que se consideraron básicos de la trigonometría y que no sólo le permite al usuario preguntarse “¿Qué pasa si...?” sino que le da la posibilidad de averiguarlo por medio de una interfaz dinámica.
2. **Módulo de Juegos:** Este módulo tiene un conjunto de juegos que permitirán al usuario afianzar conocimientos sobre trigonometría por medio de ejercicios recreativos interactuando con ambientes altamente visuales.
3. **Módulo de Aplicación:** Permite la experimentación de algunos modelos trigonométricos en abstracciones del mundo real, con lo cual el usuario establecería una relación entre la matemática y la vida, dándole así *sentido*.
4. **Módulo de Evaluación:** Permite evaluar los conocimientos adquiridos mediante cuestionarios autocalificables generados automáticamente y de manera aleatoria.

Con el fin de desarrollar la propuesta en su totalidad se planeó llevar a cabo el siguiente cronograma:

Cronograma

Tabla 1. Cronograma General

Actividad	Periodo: 2016-I <Semana>							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Revisión de conceptos básicos de trigonometría y búsqueda de materiales de apoyo	*							
Familiarización con el entorno de desarrollo	*	*						
Elaboración del estado del arte			*	*	*	*		
Diseño de prototipos para el Módulo de Aplicación		*	*	*				
Abstracción de ejemplos significativos de la aplicación de la trigonometría en el mundo antiguo, base para el Módulo de Conceptos			*	*				
Estructuración y mejoramiento de los módulos					*	*		
Elaboración de la versión inicial de la Cartelera Técnica					*			
Elaboración de la versión final de la Cartelera Técnica						*		
Vitrina Académica							*	
Estado del arte - Revisión							*	
Estado del arte - Entrega final								*

Actividad	Periodo: 2016-2 <Semanas>							
	1 - 2	3 - 4	5 - 6	7 - 8	9 - 10	11- 12	13 - 14	15 - 16
Selección de los temas a tratar y búsqueda de problemas afines	*							
Diseño del prototipo para el Módulo de Conceptos	*	*	*					
Diseño del prototipo para el Módulo de Juegos		*	*	*				
Estructuración y mejoramiento de los módulos				*	*	*		
Preparación para Vitrina Académica							*	
Elaboración de documentos finales del proyecto hasta el estado actual								*
Actividad	Periodo: 2017-1 <Semanas>							
	1 - 2	3 - 4	5 - 6	7 - 8	9 - 10	11- 12	13 - 14	15 - 16
Investigación pertinente sobre la generación automática de formularios	*	*						
Diseño del prototipo para el Módulo de Evaluación		*	*	*				
Preparación y puesta en marcha de las pruebas de campo	*	*	*	*				
Estructuración y mejoramiento de los módulos					*	*		
Preparación para Vitrina Académica							*	
Elaboración de documentos finales								*

Con esto en mente se dio inicio al desarrollo de la propuesta en el periodo intersemestral que comprendió desde junio 1 del 2016 hasta julio 26 del mismo año, en este periodo, debido a la disponibilidad del tiempo al ser PGR1 la única asignatura al verse en ese periodo, se acordó realizar el Módulo de Aplicación, siempre en busca de cumplir la filosofía del proyecto: “Matemáticas en el mundo real”, adicionalmente se realizaron 2 modelados que posteriormente serían parte del Módulo de Conceptos.

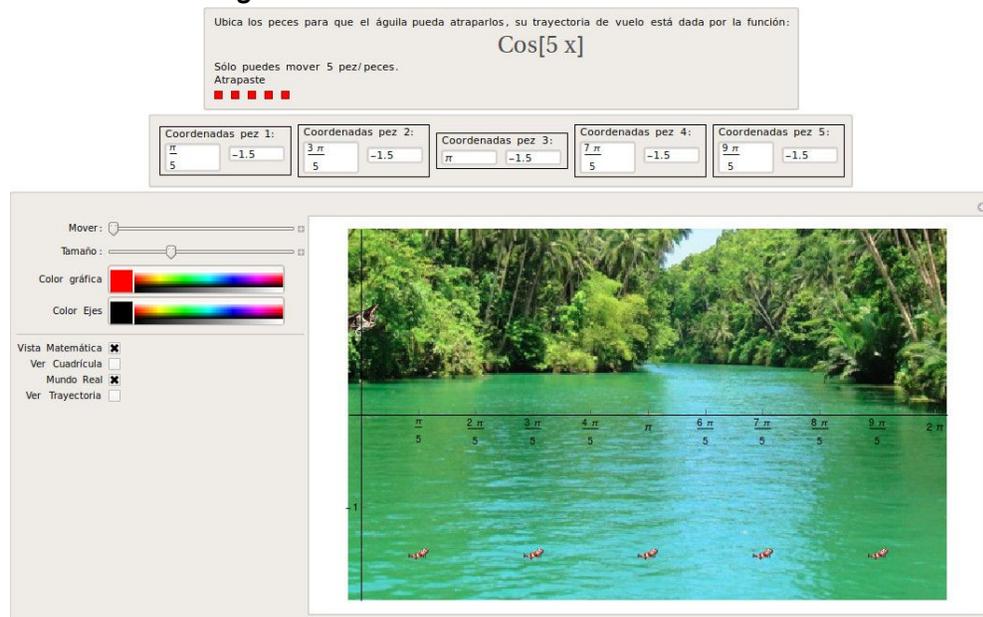
Módulo de Aplicación - 2016-I

Conformada por tres interacciones que buscaron representar en mayor o menor medida cómo se podía ver reflejada la matemática en el mundo real, dichas interacciones fueron:

Águila Pescadora

Basado en el comportamiento sinusoidal que tiene el vuelo del *Pandion haliaetus*, también conocido como águila pescadora o gavilán pescador, a la hora de planear sobre el río en busca de su presa, esta interacción consiste en basarse en la ecuación que rige la trayectoria de vuelo del águila, la cual varía entre $\text{Cos}(x)$ y $\text{Cos}(5x)$, y calcular un punto cualquiera por el cual pase esta trayectoria y mover al pez a dicho punto.

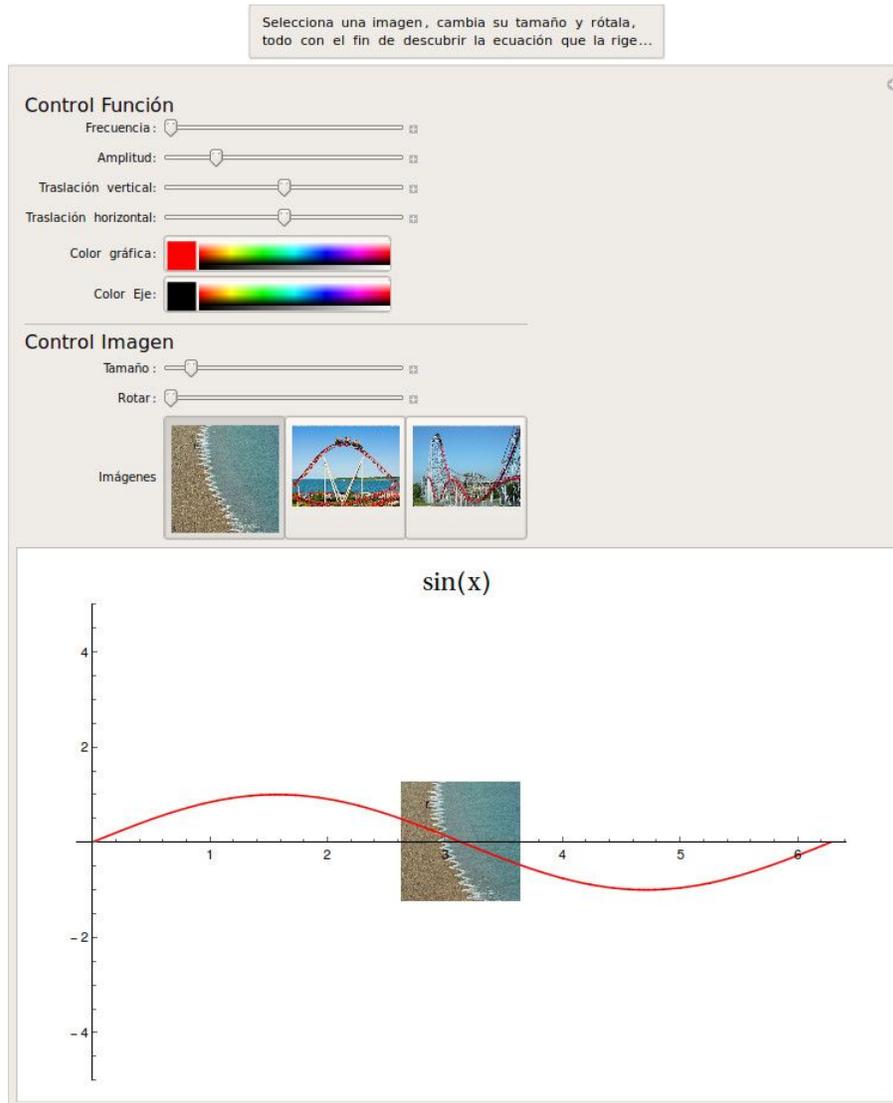
Figura 1. Interacción *Águila Pescadora*



La Ecuación de la Naturaleza

Esta interacción permite manipular una gráfica *Seno* y sobreponerla a una imagen con comportamiento sinusoidal, cuyo tamaño y posición son modificables, con el fin de determinar la ecuación que la rige. También da la posibilidad al estudiante de discernir entre frecuencia, amplitud, y las traslaciones verticales y horizontales.

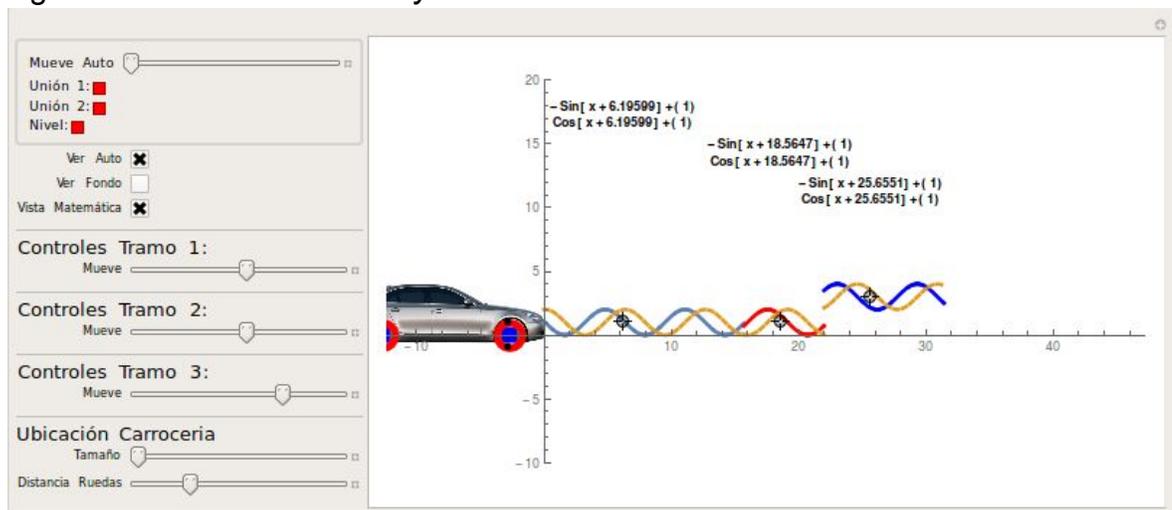
Figura 2. Interacción *La Ecuación de la Naturaleza*



Construyendo el Puente

Permite manipular 3 ecuaciones *Seno* y 3 *Coseno* con el fin de que el estudiante, gráficamente, las junte y pueda determinar la igualdad entre sus ecuaciones, una vez hecho esto, el estudiante podrá mover el vehículo y verá cómo las ruedas del mismo están sincronizadas siguiendo estas ecuaciones.

Figura 3. Interacción *Construyendo el Puente*



Módulo de Conceptos - 2016-I

Conformado por cuatro modelados en total, dos en *3D* y dos en *2D*, estos modelados se realizaron con el fin de representar aplicaciones de la trigonometría que se realizaron en el mundo antiguo.

Altura de la Pirámide

Se realizaron dos modelos, el primero es una gráfica *3D* que representa el escenario planteado por Tales de Mileto para calcular la altura de la pirámide, el segundo es una interacción en *2D* que permite comprobar el ley que dicta que dos triángulos son semejantes entre sí, si y sólo si están en posición de Tales, es decir con sus lados paralelos y encajados en un vértice común.

Figura 4. Interacción *Altura de la Pirámide 3D*

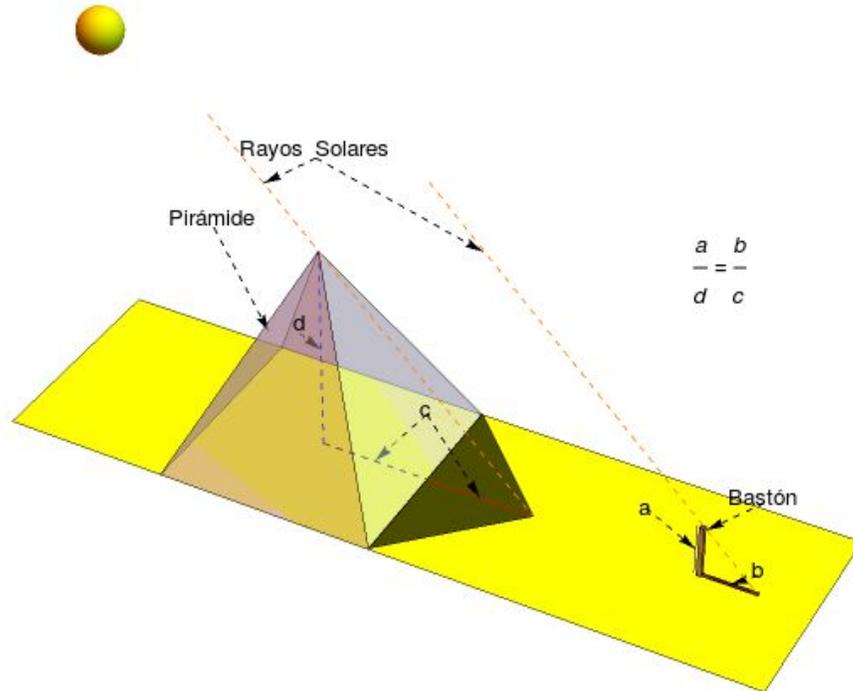
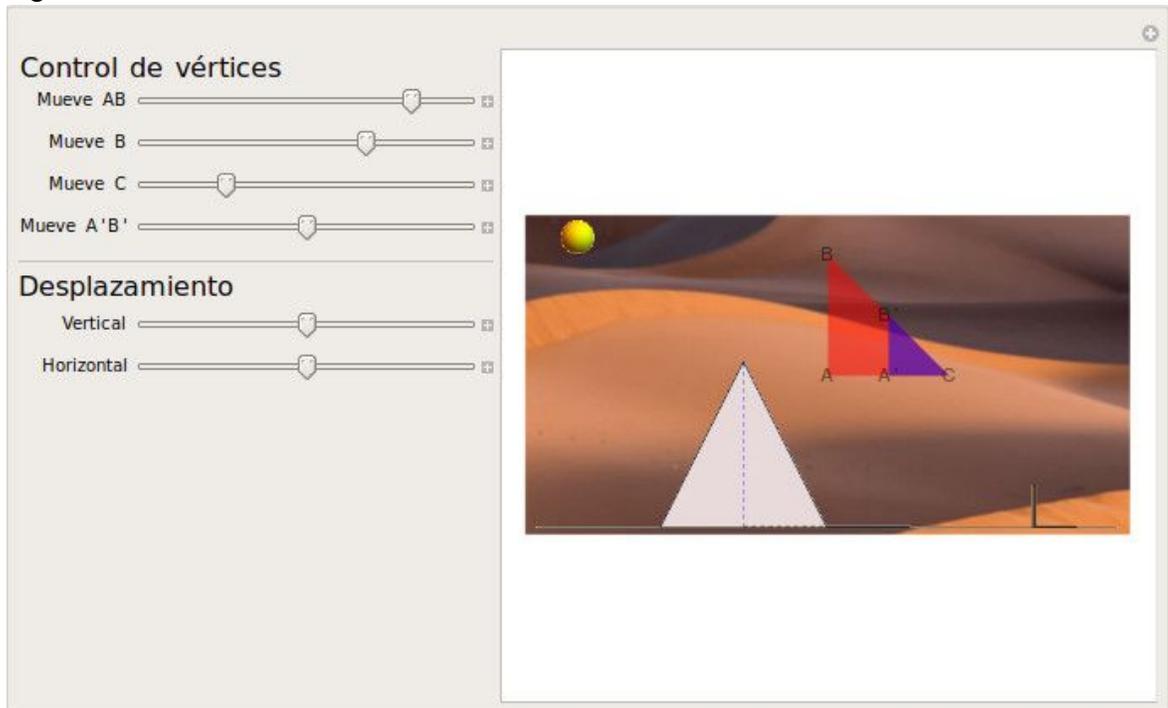


Figura 5. Interacción *Altura de la Pirámide 3D*



Circunferencia de la Tierra

Al igual que antes se realizaron dos modelos, uno 3D donde se representa el escenario planteado por Eratóstenes al calcular el diámetro de la tierra y el segundo es una interacción donde se podrá manipular un triángulo, cuyos ángulos se muestran en el panel superior, con el fin de comprobar que el ángulo de 7° descrito previamente sí está presente en el modelo.

Figura 6. Interacción *Circunferencia de la Tierra 3D*

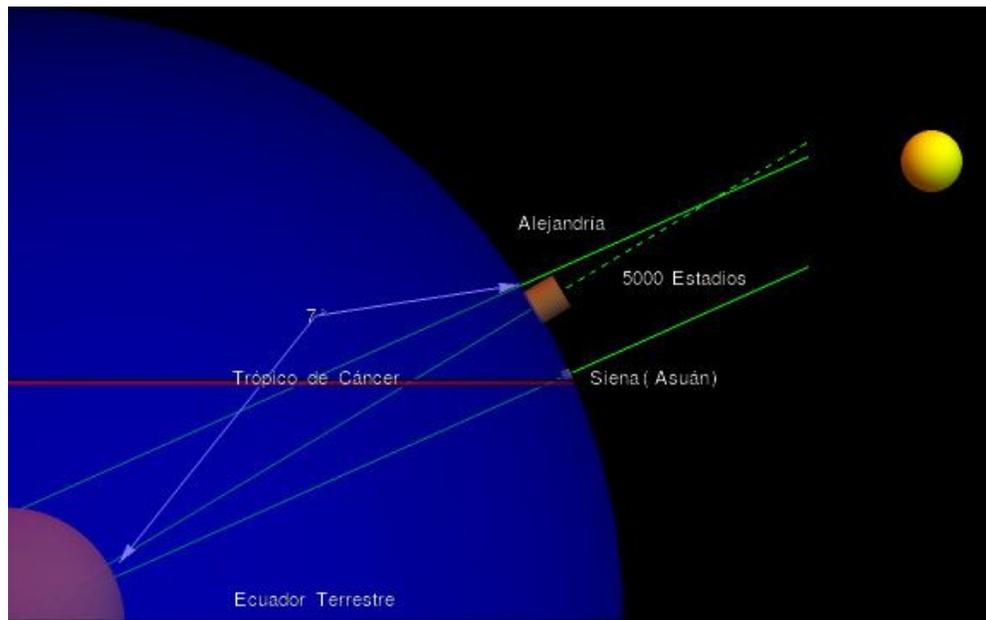
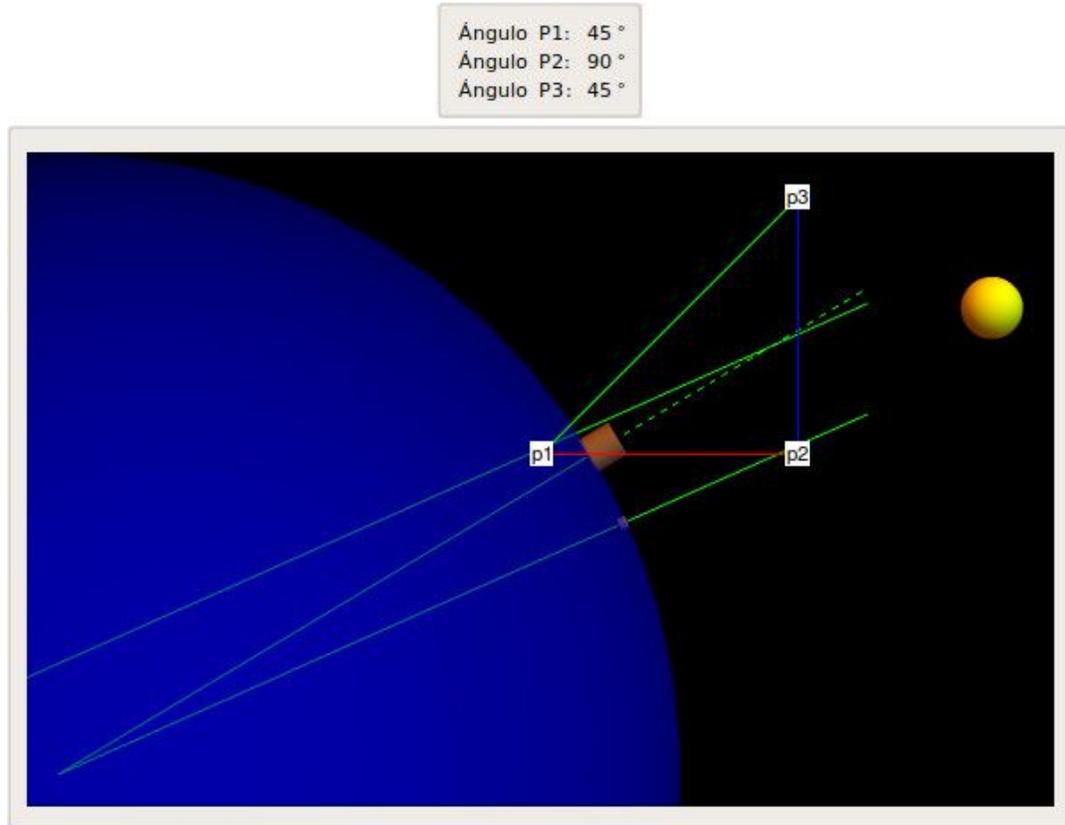


Figura 7. Interacción *Circunferencia de la Tierra 2D*



Módulo de Conceptos - 2016-2

Al finalizar el periodo intersemestral se hizo una pausa para luego reanudar el proyecto en el periodo 2016-2, que comprendió el periodo entre el 8 de agosto de 2016 y el 12 de diciembre del mismo año, en este espacio de tiempo se realizó el trabajo correspondiente a PGR2, adicionalmente se une un nuevo miembro al proyecto, Deivan Anderson Oliva Zambrano, a quien se le encargó la realización del Módulo de Juegos para su PGR1, este *módulo* si bien no será tratado en este documento ni en los manuales adjuntos hará parte de la entrega del producto final en su versión 2016-2.

El trabajo de este periodo inició con una reforma en la estructura del proyecto, producto de algunos comentarios que se recibieron en la Vitrina Académica del periodo intersemestral, dicha reforma consistió en separar los *módulos* en *cuadernos* independientes, adicionalmente se realizó un sistema de navegación,

desde una pantalla de bienvenida, figura 8, y una serie de menús para cada módulo, todos debidamente interconectados, figuras 9 y 10, a excepción del Módulo de Evaluación cuyo desarrollo no ha iniciado al momento de culminar este documento, figura 11.

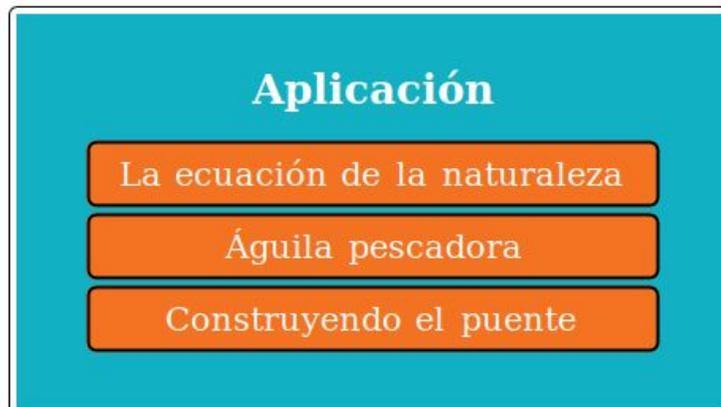
Figura 8. Pantalla de Bienvenida

ECI-Trigo

Bienvenidos



Figura 9. Menú de Aplicaciones



← Volver a menú

Figura 10. Menú de Juegos

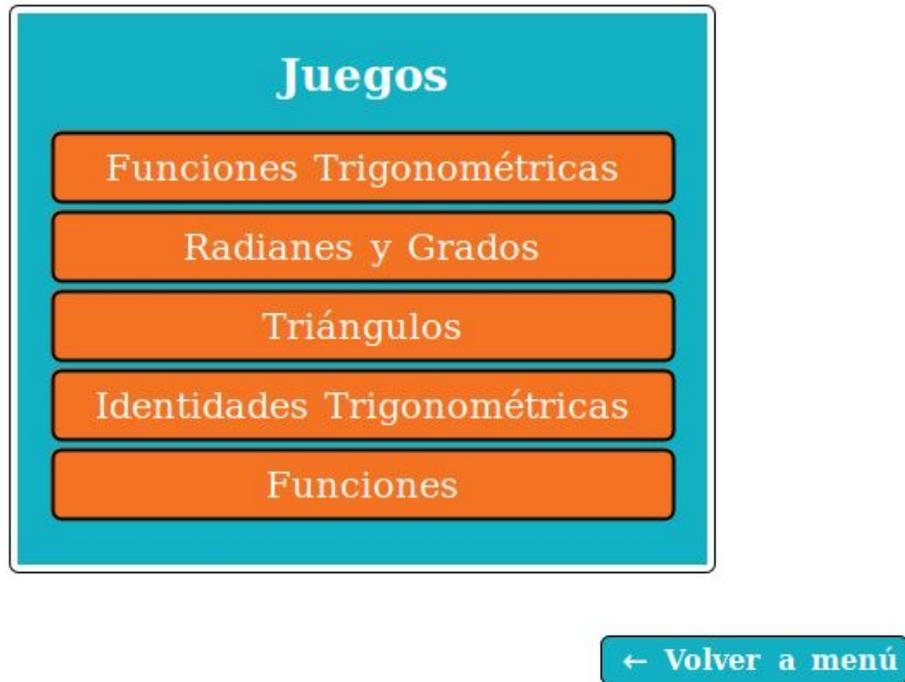


Figura 11. Mensaje de *Módulo en Construcción*



Una vez establecido este esquema, se procedió a realizar el Módulo de Conceptos, para ello se seleccionaron cinco temas que se consideraron esenciales para el aprendizaje de la trigonometría, estos fueron:

- Una introducción a la trigonometría donde se menciona su origen, algunas aplicaciones donde se introdujo la interacción *Circunferencia de la Tierra*, esta vez con soporte teórico adicional, además se presentan los tipos de triángulo según sus lados y sus ángulos y se finaliza con una pequeña explicación de los radianes, figuras 13 y 14.
- Razones trigonométricas, donde se habla de este tema y se introduce las 6 funciones principales, *Seno*, *Coseno*, *Tangente*, *Cosecante*, *Secante* y *Cotangente*, figura 15.
- Identidades trigonométricas, donde se muestran las relaciones básicas, también se menciona el ángulo suma y el ángulo doble, figura 16 y 17.
- Semejanza de triángulos, donde se explica qué es la semejanza, se habla sobre el teorema de Tales y se adicionan las aplicaciones de esto en el mundo real, en este caso, al igual que en el primer tema, se ocupó la interacción *Altura de la Pirámide* con un poco de soporte teórico extra, figuras 18, 19 y 20.
- Se finaliza hablando de la circunferencia unitaria y se realiza una interacción para que los estudiantes interactúen con esta y vean su relación con las razones trigonométricas, figura 21.

Estos temas están debidamente organizados mediante un índice que permite la navegación con los demás módulos, figura 12.

Figura 12. Índice Conceptos

Índice

1. ¿Qué es la trigonometría?
2. Razones trigonométricas
3. Identidades trigonométricas
4. Semejanza de triángulos
5. Circunferencia unitaria

[← Volver a menú](#)

Figura 13. Denominación de triángulos según sus lados



Figura 14. Denominación de triángulos según sus ángulos

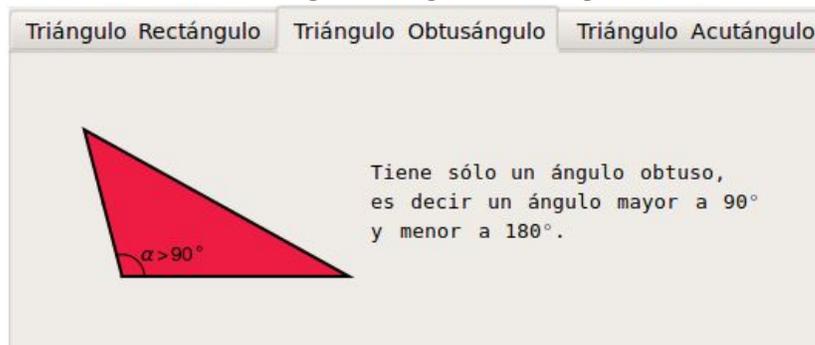
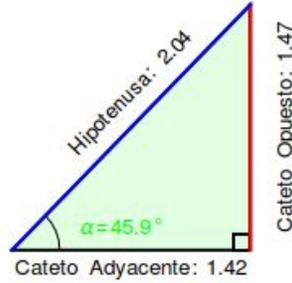


Figura 15. Razones función *Seno*

Cateto Opuesto

Cateto Adyacente



$$\text{sen}(45.9^\circ) = \frac{1.47}{2.04}$$

Figura 16. Interacción *Relaciones Básicas*

Relación pitagórica Identidad de la razón

$$\text{sen}^2(\theta) + \text{cos}^2(\theta) = 1$$

Figura 17. Interacción *Identidades Trigonómicas*

Seno	Identidades					
Coseno	Seno	Coseno	Tangente	Cosecante	Secante	Cotangente
Tangente	$\frac{\text{sec}(\theta)}{\sqrt{\text{sec}^2(\theta) - 1}}$					
Cosecante						
Secante						
Cotangente						

Figura 18. Triángulos semejantes

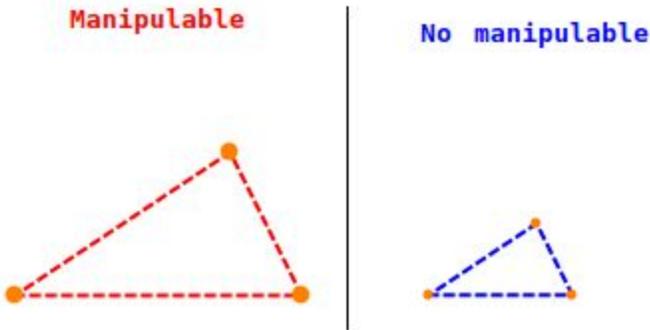


Figura 19. Teorema de Tales

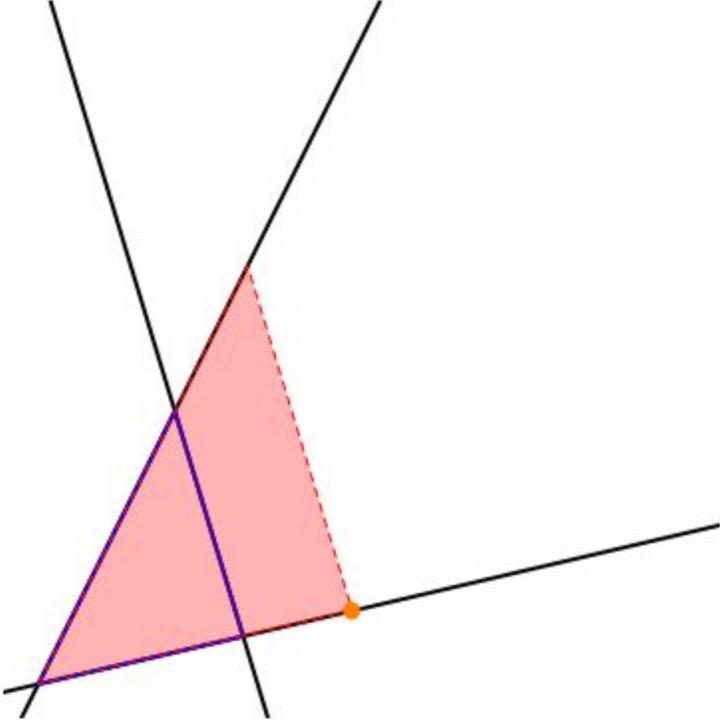
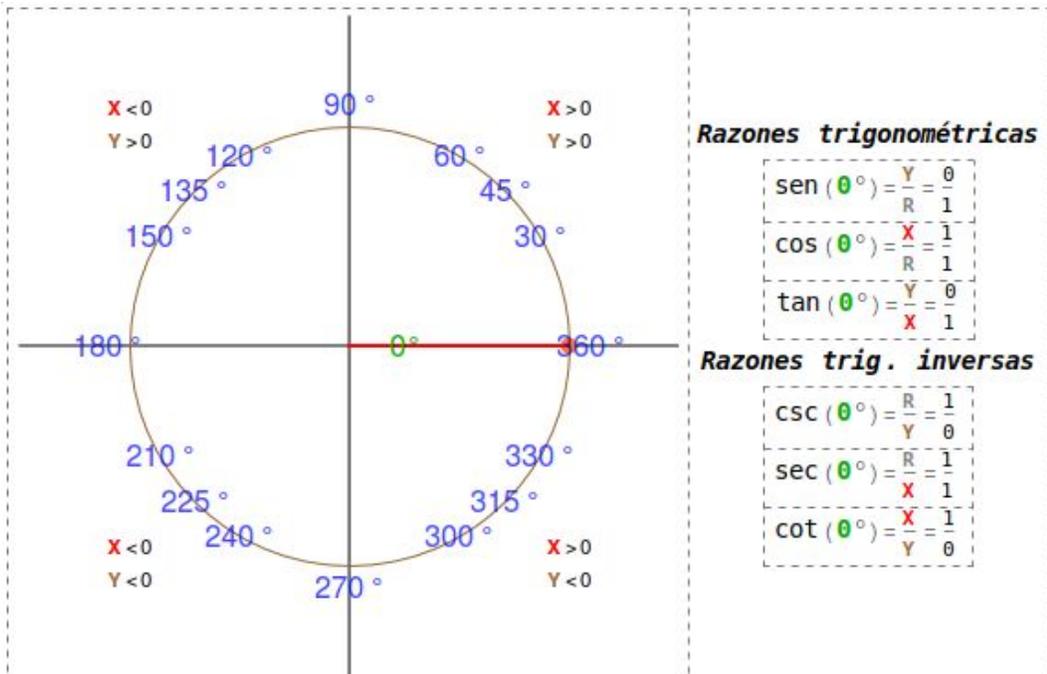


Figura 20. Interacción *Altura de la Pirámide 2D* versión 2016-2



Figura 21. Circunferencia unitaria



Clausura

Esta etapa del proyecto alcanzó rápidamente su final, dejando una serie de productos entregables que se consideran en un estado lo suficientemente avanzado para someterse a la siguiente fase la cual, como indica el cronograma, es la realización de pruebas de campo en aulas para verificar su funcionalidad, recolectar sugerencias y de ser necesario implementar medidas correctivas.

Cabe mencionar que la figura 20 corresponde al nuevo diseño de la interacción *Altura de la Pirámide 2D*, facilitando su manejo, estos cambios se realizaron con el fin de atender otro de los comentarios recibidos que mencionaba que se podría usar esta interacción para que el estudiante ingresara sus propias imágenes e intentara determinar, por ejemplo, la altura de un edificio a partir de su sombra, lastimosamente por limitaciones de tiempo esto junto con otras mejoras al Módulo de Aplicación, no pudieron llevarse a cabo, se espera que la siguiente versión del proyecto las tenga incluidas.

CONCLUSIONES

El uso de Wolfram Mathematica como herramienta base para el desarrollo de este proyecto permitió la fácil incorporación de elementos para la interacción y la experimentación.

Se considera que este ambiente es aplicable a un entorno educativo de nivel bachillerato y de primeros semestres de universidad, la comprobación se realizará con el desarrollo de pruebas de campo posteriores.

Adicionalmente este proyecto sirve de referencia para desarrollos posteriores y se podrá complementar agregando nuevos módulos de aprendizaje que generen una mejor comprensión de las ciencias.

RECOMENDACIONES

Con lo vivenciado en este proyecto, además de las conclusiones se pudo obtener valiosa experiencia en el manejo de *Wolfram Mathematica*, experiencia con la cual se pueden dar esta serie de consejos con toda propiedad, siempre esperando que sean en cierta medida útiles para el lector.

1. Versión del producto

Debido a que *Wolfram Mathematica* es un paquete de *software* que se mantiene en constante actualización es recomendable, si las circunstancias los permiten, tener la última versión de este, debido a que siempre se corrigen errores y puede que se agreguen nuevas funcionalidades o se dé soporte de estas en más plataformas.

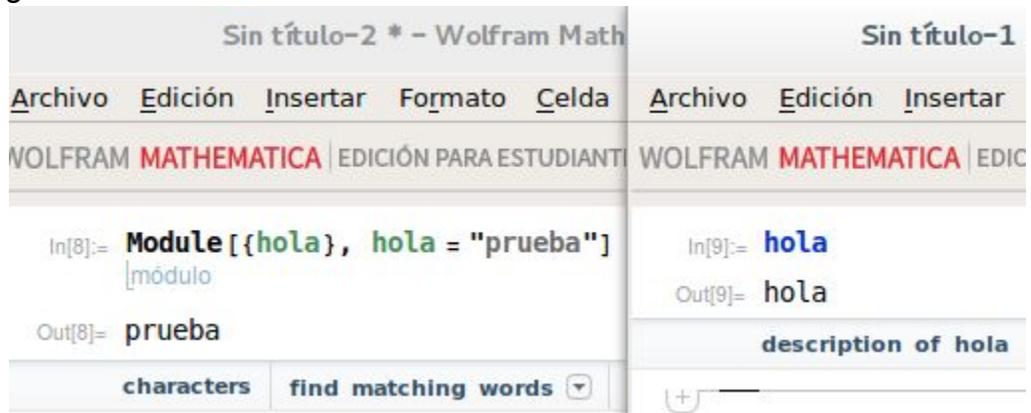
2. Variables aisladas

Ya sea por descuido, similitud en su objetivo o por mera carencia de ideas en algunos casos el desarrollador tendrá problemas al asignar nombres a las variables, si se usa el mismo nombre en dos sitios distintos, ya sea dentro del mismo libro o en otro como se ve en la figura 22, el valor de la variable será accesible o modificable y puede que esa no sea la intención, para solventar esto se sugiere el uso de funciones como *Module* para aislarlas y trabajarlas sólo en un sector del código, como se ve en la figura 23.

Figura 22. Variable sin aislar



Figura 23. Variable aislada usando *Module*



3. Trabajo modular

Este “trabajo modular” no hace referencia a la recomendación anterior, aunque sí la requiere, aquí la recomendación es no trabajar en un único *cuaderno* cuando se quiere hacer desarrollos de mediana/gran extensión, esto puede ser una gran carga para el programa y además será un lío el ubicarse en el código cuando haya que realizar alguna modificación, prueba o simplemente mostrar un resultado en específico.

4. Salvado constante

A pesar de ser algo de sentido común, cuando un desarrollador está inmerso en su proyecto el tiempo se vuelve en ocasiones irrelevante y después de tanto esfuerzo hay pocas cosas más irritantes que perder el trabajo realizado, por eso es altamente recomendable el guardar periódicamente y cada que se vaya a ejecutar una *celda*, ya que un pequeño error podría generar que el *kernel* o el programa se congele, en el primer caso, si se espera el suficiente tiempo el programa responderá solicitando la interrupción del *kernel*, de ser así se podrá guardar el trabajo realizado, pero si es el segundo caso, no importa cuánto se espere la única opción es eliminar los procesos vinculados al programa manualmente.

BIBLIOGRAFÍA

SWOKOWSKI, Earl y COLE, JEFFERY. Álgebra y trigonometría con geometría analítica. Traducido por Jorge Humberto Romo Muñoz. 12° ed. México D.F.: Cengage Learning, 2009. 902 p.

TRIGONOMETRY, Science Daily. [En línea] [citado el 2 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://www.sciencedaily.com/terms/trigonometry.htm>>

Wolfram Mathematica. [En línea] [citado el 30 de noviembre de 2016]. Disponible en Internet: <https://en.wikipedia.org/wiki/Wolfram_Mathematica>

Programme for International Student Assessment. [En línea] [citado el 1 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <https://en.wikipedia.org/wiki/Programme_for_International_Student_Assessment>

Organisation for Economic Co-operation and Development. [En línea] [citado el 1 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <https://en.wikipedia.org/wiki/Organisation_for_Economic_Co-operation_and_Development>

Pisa 2012 results: which country does best at reading, maths and science? [En línea] [citado el 1 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://www.theguardian.com/news/datablog/2013/dec/03/pisa-results-country-best-reading-maths-science>>

Colombia en PISA 2012 - Principales resultados. 2013. [En línea] [citado el 1 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-336001_archivo_pdf.pdf>

GeoGebra. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://www.geogebra.org/about>>

Scratch. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://scratch.mit.edu/about>>

Mathematica de Wolfram. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://www.wolfram.com/mathematica/?source=nav>>

Universe Sandbox. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<http://universesandbox.com>>

MuseScore. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://musescore.org/>>

Yousician. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<http://www.sagemath.org/>>

SageMath. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://www.wolfram.com/mathematica/?source=nav>>

Dr. Geo. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<http://www.drgeo.eu/>>

Mathematica de Wolfram. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://www.wolfram.com/mathematica/?source=nav>>

ANEXOS

ANEXO A - Manual de usuario

Documento adjunto a este llamado *Manual Usuario.pdf*.

ANEXO B - Manual de desarrollador

Documento adjunto a este llamado *Manual Desarrollador.pdf*.