

Maestría en Ingeniería Civil

**Metodología para Estimación de la Distribución de Carga Entre los
Pilotes y la Placa en una Placa Piloteada**

Carlos Alfonso Cuadro Causil

Bogotá D.C., 6 de Abril de 2020



**Metodología para Estimación de la Distribución de Carga Entre los
Pilotes y la Placa en una Placa Pilotada**

**Tesis para optar al título de magíster en Ingeniería Civil, con énfasis en
Geotecnia**

Carlos Eduardo Rodríguez Pineda

Director

Bogotá D.C., 6 de Abril de 2020



La tesis de maestría titulada “Metodología para Estimación de la Distribución de Carga Entre los Pilotes y la Placa en una Placa Piloteada”, presentada por Carlos Alfonso Cuadro Causil, cumple con los requisitos establecidos para optar al título de Magíster en Ingeniería Civil con énfasis en Geotecnia.

Carlos Eduardo Rodríguez Pineda
Director de la tesis

Fabián Rene Álvarez Sierra
Jurado

Lina Ximena Garzón Ávila
Jurado

Bogotá, D.C., 6 de abril de 2020

Dedicatoria

Le dedico este trabajo a dos personas que me han inspirado enormemente y han puesto su grano de arena en mí. Su paso por este mundo no ha sido en vano, su legado me ha levantado cuando lo necesito, me han inspirado con sus acciones, sus logros, sus hechos y su modelo de vida. Su perseverancia, mejora continua y reinención me animan para lograr mis objetivos sea este u otro. Hago esto como un homenaje a lo que fueron en vida y al vacío que dejaron al mundo con su partida Ana Carmela y Lulio Alberto.

También, se lo dedico a mi abuela, quién siempre quiso verme trabajando en temas geotécnicos como mi abuelo, ella se imaginaba viéndome con tamices, cazuelas y demás, aunque yo no tuviera ni idea ni interés tema a esa edad.

Agradecimientos

Quiero agradecer a Dios por haberme entregado la sabiduría para afrontar este reto.

Quiero agradecer a La Tsita y La Luchy por haber entregado parte de su tiempo por alentarme y acompañarme en esta travesía. Y vendrán otras...

Agradezco enormemente a mi amigo Wilmar por todos sus consejos, directrices, asesorías, inspiración y demás que me entregó en los estudios de mi anterior maestría (Mastic) y que por dejar los agradecimientos para último momento nunca los incluí en el documento (más vale tarde que nunca). Viejo Wilmar, gracias, amigo, por ayudarme a ser mejor investigador, mejor ingeniero y mejor persona.

A mis padres y mi hermano por alentarme a seguir adelante, por recordarme de dónde vengo, por ayudarme a llegar para donde voy.

Agradezco al Ingeniero Carlos por orientarme en mi perfilamiento profesional, por formarme como geotecnista, por inspirarme académicamente y por entregarme tantas y valiosas herramientas de análisis e investigación. ¡Gracias Ingeniero!

Le agradezco a Wendy, Fadul, Carolina y Vanessa por colaborarme en la primera fase de corridas (1620) del software y a Paola por participar de la segunda fase (3240). Muchachos: ¡sí se puede!

Resumen

En la presente investigación se realizaron 3240 modelaciones de placas piloteadas mediante el método de Elementos Finitos con el fin de encontrar una herramienta que permitiera estimar la relación de distribución de carga entre placa y pilotes. Para dichas modelaciones se utilizaron tres magnitudes cargas: 100, 150 y 200 kPa, tres diámetros de pilotes: 0.6, 0.8 y 1.0 m, seis longitudes de pilotes: 10, 20, 30, 40, 50 y 60 m, cuatro espesores de placa: 0.5, 1.0, 1.5 y 2.0 m, tres resistencias de concreto: 21, 24 y 28MPa y cinco separaciones de pilotes: 1.5, 3.0, 4.0, 5.0 y 6.0 m (centro a centro). Para analizar los resultados se utilizaron técnicas estadísticas, como resultado se obtuvo una regresión lineal multivariable con error estándar del 3.5%. Se concluyó que la herramienta era eficaz y tenía alto nivel de significancia.

Índice General

Introducción	12
1 Marco Teórico.....	15
1.1 Antecedentes del Problema	15
1.2 Antecedentes de Investigación	15
1.3 Metodologías de Diseño.....	18
1.3.1 <i>Análisis Elástico - Pilotes Rígidos.....</i>	<i>18</i>
1.3.2 <i>Análisis de Sistema Flexible de Placa Piloteada.....</i>	<i>19</i>
1.3.3 <i>Análisis Aproximado de Sistema de Placa Piloteada.....</i>	<i>25</i>
1.3.4 <i>Análisis 3D del Sistema Placa Piloteada</i>	<i>29</i>
1.4 Marco Conceptual	32
1.4.1 <i>Comportamiento de la Relación de Distribución de Carga</i>	<i>33</i>
1.4.2 <i>Modelación Método de Elementos Finitos</i>	<i>34</i>
1.5 Caracterización Interface Suelo Pilote	37
1.6 Casos de Estudio	38
1.6.1 <i>Hyde Park Cavalry Barracks</i>	<i>38</i>
1.6.2 <i>Biblioteca de Alejandría Egipto</i>	<i>49</i>
2 Materiales y Métodos	53
2.1 Fase 1: Modelación	54
2.1.1 <i>Revisión Bibliográfica.....</i>	<i>54</i>
2.1.2 <i>Software de Elementos Finitos</i>	<i>54</i>
2.1.3 <i>Carga Transmitida al Suelo</i>	<i>55</i>
2.1.4 <i>Propiedades del Suelo</i>	<i>56</i>
2.1.5 <i>Propiedades de los Pilotes</i>	<i>61</i>
2.1.6 <i>Propiedades de la Placa.....</i>	<i>61</i>
2.1.7 <i>Propiedades de la Interface Suelo-Pilote</i>	<i>62</i>
2.1.8 <i>Diseño Experimental</i>	<i>62</i>
2.1.9 <i>Ingreso de Datos a Software</i>	<i>64</i>
2.2 Fase 2: Criterios	70
2.3 Fase 3: Metodología.....	70
3 Resultados y Análisis de Resultados	73
3.1 Longitud de los Pilotes.....	73
3.2 Separación de los Pilotes.....	77
3.3 Espesor y Flexibilidad de la Placa.....	80
3.4 relación Longitud Diámetro de Pilotes.....	83
3.5 Relación Separación Diámetro de Pilotes	85
3.6 Fuerza Axial en los Pilotes.....	90
3.7 Densidad de Pilotes en la Placa.....	95
3.8 Análisis Estadístico de los Datos	98
4 Discusión.....	109
4.1 Relación de Distribución de Carga.....	109
5 Conclusiones.....	119
5.1 Metodología Estimación de la Distribución de Carga.....	123
6 Referencias	124

Índice de Figuras

Figura 1. Comparación Pilotes Simple y Grupo de Pilotes (KoIZUMI & ITo, 1967).....	16
Figura 2. Influencia de un pedazo de losa sobre un único pilote (Davis & Poulos, 1972).....	18
Figura 3. Factor de Interacción Unidades de Placa Piloteada (Davis & Poulos, 1972).....	19
Figura 4. Factor de Interacción Unidades de Placa Piloteada, (Davis & Poulos, 1972).....	19
Figura 5. Interacciones entre el pilote y la superficie (S. J. Hain & Lee, 1978).....	20
Figura 6. Interacción Pilote-Pilote (S. J. Hain & Lee, 1978).....	20
Figura 7. Grupo de Pilotes Rígidos Asetamientos Inmediatos (S. J. Hain & Lee, 1978).....	21
Figura 8. α_p pilotes en un grupo de 8^2 para una placa piloteada $L/d=25$ (S. J. Hain & Lee, 1978).....	22
Figura 9. α_p pilotes en un grupo de 8^2 para una placa piloteada $K_p=10^3$, $\nu=0.5$ (S. J. Hain & Lee, 1978).....	22
Figura 10. Máximo desplazamiento Placa Piloteada $L/d=25$, $\nu=0.5$ (S. J. Hain & Lee, 1978).....	23
Figura 11. Máximo asentamiento inmediato Placa Piloteada $K_p=103$, $\nu=0.5$ (S. J. Hain & Lee, 1978).....	23
Figura 12. Máximo asentamiento inmediato Placa Piloteada $K_p=103$, $\nu=0.5$ (S. J. Hain & Lee, 1978).....	24
Figura 13. Máximo Momento Flector Placa Piloteada (S. J. Hain & Lee, 1978).....	24
Figura 14. Placa en un Suelo Estratificado (Ta & Small, 1997).....	25
Figura 15. Representación Analítica del Problema de Placa Piloteada.....	26
Figura 16. Factor de Influencia (Ta & Small, 1997).....	27
Figura 17. Desplazamiento Vertical Sección A A' (Ta & Small, 1997).....	27
Figura 18. Geometría de un Cuarto de Placa Piloteada (Ta & Small, 1997).....	28
Figura 19. Porcentaje de Carga Soportada por Pilotes y Placa (Ta & Small, 1997).....	28
Figura 20. Elementos Shell Planos (Jeong & Cho, 2014).....	29
Figura 21. Modelación de un Elemento Pilote (Jeong & Cho, 2014).....	29
Figura 22. Interacción Estructuras-Suelo en Placa Piloteada (Jeong & Cho, 2014).....	30
Figura 23. Interacción Placa, Pilotes y Suelo en el Análisis 3D (Jeong & Cho, 2014).....	30
Figura 24. Modelación del Sistema de PlacaPiloteada (Jeong & Cho, 2014).....	31
Figura 25. Modelación en EF del Suelo-Pilote y Placa-Superestructura (Das et al., 2016).....	31
Figura 26. Momento Flectores, (a) Plaxis 3D, (b) SAP 2000 (Nguyen et al., 2013).....	32
Figura 27. Interacción en una placa piloteada (Nguyen et al., 2013).....	33
Figura 28. Típica Malla de EF (JinHyung Lee et al., 2010).....	34
Figura 29. Relación de Distribución de Carga vs Carga (Cho et al., 2012).....	35
Figura 30. Malla EF de Placa Piloteada (Bourgeois et al., 2012).....	36
Figura 31. Fuerza Axial Pilotes en Placas Piloteadas (Bourgeois et al., 2012).....	36
Figura 32. Hyde Park Cavalry Barracks, Vista Oeste a Este (Hooper, 1973).....	39
Figura 33. Hyde Park Cavalry Barracks - Datos del Suelo (Hooper, 1973).....	40
Figura 34. Hyde Park Cavalry Barracks - Plano Sótano Torre (Hooper, 1973).....	41
Figura 35. Hyde Park Cavalry Barracks – Sección A A (Hooper, 1973).....	41
Figura 36. Hyde Park Cavalry Barracks – Plano Superestructura Típica (Hooper, 1973).....	42
Figura 37. Hyde Park Cavalry Barracks – Celda de 6MN de carga (Hooper, 1973).....	42
Figura 38. Etapas de construcción y peso del edificio en la interface de la placa piloteada (Hooper, 1973).....	44
Figura 39. Desplazamientos medidos y calculados placa piloteada (Hooper, 1973).....	44
Figura 40. Axisimétrico FEM Sistema de Placa Piloteada (Hooper, 1973).....	45
Figura 41. Fundación en Placa Piloteada para el Hyde Park (S. J. Hain & Lee, 1978).....	46
Figura 42. Distribución del Peso del Edificio en la Interface Suelo-Placa (Hooper, 1973).....	46
Figura 43. Carga en Pilotes Medida Vs Predicha (S. J. Hain & Lee, 1978; Hooper, 1973).....	46
Figura 44. Asentamiento Medido Vs Predicho (S. J. Hain & Lee, 1978; Hooper, 1973).....	47
Figura 45. Plano del Hyde Park Mostrando un Cuarto de la Placa (Small & Liu, 2008).....	47
Figura 46. Malla de Elementos Finitos del Hyde Park (Small & Liu, 2008).....	48
Figura 47. Carga total Vs tiempo Hyde Park Cavalry Barracks (Small & Liu, 2008).....	48
Figura 48. Asentamiento Medido y Computado, Hyde Park (Small & Liu, 2008).....	48
Figura 49. (a) Arquitectónico (b) Fundaciones (M. Hamza & M. Ghoneim, 2000).....	49
Figura 50. Pilotes Biblioteca de Alejandría (M. Hamza & M. Ghoneim, 2000).....	51
Figura 51. Celdas Biblioteca de Alejandría (M. Hamza & M. Ghoneim, 2000).....	51
Figura 52. Modelación FEM Biblioteca de Alejandría (M. Hamza & M. Ghoneim, 2000).....	52
Figura 53. Flujograma de la metodología.....	53
Figura 54. Planta geología en superficie Sondeo SL4-30 (Empresa Metro Bogotá, 2014).....	57

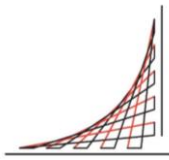


Figura 55. Reporte Parámetros de Resistencia al Corte Ensayo Triaxial Sondeo SL4-30	58
Figura 56. Parámetros de Elasticidad Ensayo Triaxial Sondeo SL4-30 Punto 1.....	59
Figura 57. Parámetros de Elasticidad Ensayo Triaxial Sondeo SL4-30 Punto 2.....	60
Figura 58. Parámetros de Elasticidad Ensayo Triaxial Sondeo SL4-30 Punto 3.....	60
Figura 59. Diseño Experimental – Valores Variables.....	63
Figura 60. Condiciones Generales – Restricciones en Borde.....	65
Figura 61. Malla Elementos Finitos – Vista General	65
Figura 62. Malla Elementos Finitos – Detalle.....	66
Figura 63. Fuerza Axial – Modelo 3D – D = 0.8 m – S = 1.5m.....	67
Figura 64. Fuerza Axial – Plano Cartesiano – D = 0.8 m – S = 1.5 m.....	67
Figura 65. Fuerza Axial – Modelo 3D – D = 0.8 m – S = 4.0 m.....	68
Figura 66. Fuerza Axial – Plano Cartesiano – D = 0.8 m – S = 4.0 m.....	68
Figura 67. Fuerza Axial – Modelo 3D – D = 0.8 m – S = 6.0 m.....	69
Figura 68. Fuerza Axial – Plano Cartesiano – D = 0.8 m – S = 6.0 m.....	69
Figura 69. Fuerza Axial – Salida Numérica.....	70
Figura 70. Resumen General Resultados Geometría versus α_p	73
Figura 71. Resumen General Resultados Geometría versus Asentamiento Inmediato Promedio	74
Figura 72. Longitud Pilotes versus Relación de Distribución de Carga [Espesor Placa]	74
Figura 73. Longitud Pilotes versus Relación de Distribución de Carga [Diámetro de Pilotes].....	75
Figura 74. Longitud Pilotes versus Relación de Distribución de Carga [Krs]	76
Figura 75. Longitud Pilotes versus Relación de Distribución de Carga [Carga].....	76
Figura 76. Longitud de los Pilotes versus Diferencia de Fuerza Axial [Epr].....	77
Figura 77. Separación de Pilotes versus α_p [L].....	78
Figura 78. Separación de Pilotes versus Fuerza Axial [Epr].....	79
Figura 79. Separación de Pilotes Vs Fuerza Axial [D]	79
Figura 80. Separación de Pilotes Vs Asentamiento Promedio [L]	80
Figura 81. Krs Vs α_p [q,E].....	81
Figura 82. Krs versus α_p [Ag/Ar]	82
Figura 83. Krs versus α_p [Bg/Br].....	82
Figura 84. Krs versus α_p [L].....	82
Figura 85. L/D versus α_p [Krs].....	84
Figura 86. L/D versus α_p [e].....	85
Figura 87. Curva Maestra Relación de Distribución de Carga (α_p).....	86
Figura 88 Curva Maestra α_p [Krs].....	87
Figura 89. Curva Maestra α_p [# Pilotes].....	87
Figura 90. Curva Maestra α_p [Pil/m ²].....	88
Figura 91. Curva Maestra α_p [D].....	88
Figura 92. Curva Maestra α_p [Pil/m ² ,D].....	89
Figura 93. Curva Maestra Asentamiento Promedio [Pil/m ² ,D].....	89
Figura 94. Relación s/D Vs α_p [L].....	90
Figura 95. s/D Vs Fuerza Axial [Krs].....	91
Figura 96. s/D Vs Fuerza Axial [e].....	91
Figura 97. s/D Vs Fuerza Axial [L]	92
Figura 98. s/D Vs Fuerza Axial Vs α_p	92
Figura 99. s/D Vs Diferencia Fuerza Axial [D]	93
Figura 100. s/D Vs Diferencia Fuerza Axial Vs α_p [D].....	94
Figura 101. Separación Vs Diferencia Fuerza Axial [L].....	94
Figura 102. Longitud de los Pilotes Vs Diferencia de Fuerza Axial [e]	95
Figura 103. Densidad de Pilotes Vs Fuerza Axial	96
Figura 104. Densidad de Pilotes Vs Diferencia de Fuerza Axial	97
Figura 105. Densidad de Pilotes Vs α_p [D]	97
Figura 106. Base de Datos – Cabeza Valores	98
Figura 107. Base de Datos – Descripción Estadística.....	98
Figura 108. Base de Datos – Histogramas Variables de Entrada.....	98
Figura 109. Base de Datos – Histograma Relación de Distribución de Carga.....	99
Figura 110. Base de Datos – Matriz de Correlaciones.....	100

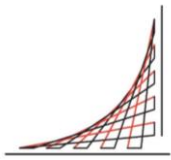


Figura 111. Modelo 1 RLM – Línea de Código.....	101
Figura 112. Modelo 1 RLM – Resumen	101
Figura 113. Modelo 2 RLM – Coeficientes	102
Figura 114. Modelo 2 RLM –Resumen y Significancia	103
Figura 115. Modelo 5 RLM – Código Transformación Boxcox.....	104
Figura 116. Modelo 6 RLM – Resumen Variables Transformación Boxcox.....	104
Figura 117. Modelo 7 RLM – Resumen y Significancia	106
Figura 118. Modelo 7 RLM – Residuos Vs Ajustados	107
Figura 119. Coeficientes Estandarizados Predicción Relación de Distribución de Carga	107
Figura 120. α_r Placas Pequeñas (de Sanctis Luca et al., s. f.)	110
Figura 121. α_r - Placas Pequeñas (de Sanctis Luca et al., s. f.).....	110
Figura 122. α_p Vs s/D Modif. Yamashita (Yamashita, 2012).....	112
Figura 123. α_p Vs s/D [L] Modif. Yamashita (Yamashita, 2012).....	113
Figura 124. Carga Soportada Placa Vs s/D Mandolini Modif. (ICSMGE, 2005).....	114
Figura 125. Carga Soportada Placa Vs s/D Mandolini Modif. (Mandolini et al., 2013).....	114
Figura 126. α_p Calculado Modif. (Cho et al., 2012).....	116
Figura 127. α_p Calculado Modificado (Elwakil & Azzam, 2016)	117
Figura 128. s/D Vs α_p Modificado [Bg/Br] (Mali & Singh, 2018).....	118

Índice de Tablas

Tabla 1. Estructuras Sobre Cimentaciones Profundas (Cooke, 1986).....	38
Tabla 2. Cargas Medidas en Pilotes y Presiones Medidas en la Placa (Hooper, 1973).....	43
Tabla 3. Desplazamientos Medidos en la Fundación (mm)(Hooper, 1973).....	43
Tabla 4. Datos Geotécnicos Biblioteca de Alejandría, (M. Hamza & M. Ghoneim, 2000).	50
Tabla 5. Resumen Parámetros Elásticos del Suelo	61
Tabla 6. Caracterización Geométrica, Mecánica y Geotécnica de la Interface	62
Tabla 7. Densidad de Pilotes Modelados.	96
Tabla 8. Peso Ponderado Interacción Variables.....	108
Tabla 9. Resumen Propiedades Materiales Cho et al (Cho et al., 2012).....	115
Tabla 10. Resumen Resultados Cho et al (Cho et al., 2012).....	115
Tabla 11. Resumen Propiedades Materiales Elwakil (Elwakil & Azzam, 2016).....	116
Tabla 12. Resumen Propiedades del Suelo (Mali & Singh, 2018).....	117
Tabla 13. Resumen Configuración Geométrica (Mali & Singh, 2018).....	118
Tabla 14. Ejemplo Aleatorio Aplicación Regresión Lineal Multivariable.....	121

Introducción

En Colombia, la demanda por el uso del suelo y el precio de la tierra es cada vez más alto. Crecer inmobiliariamente en altura con el fin de acortar distancias de recorrido urbanas y optimizar las áreas disponibles para la construcción se convierten casi que en un imperativo. En ciudades como Bogotá con suelos arcillosos y blandos y un alto costo de la tierra, las placas piloteadas entregan una solución de ingeniería para fundaciones de edificios altos cimentados sobre suelos blandos como es nuestro caso.

Los sistemas de placas piloteadas son una solución intermedia entre cimentaciones superficiales y las cimentaciones profundas, lo que hace que pertenezcan al campo de estudio de la Ingeniería Geotécnica, por lo tanto, tienen total relevancia dentro de la disciplina y dentro de la Maestría que nos acata. Cabe acotar que el sistema de placas piloteadas, en magnitud y complejidad, son superiores a los dos sistemas convencionales (cimentación superficial y cimentación profunda).

Al entrar en funcionamiento una placa piloteada, los pilotes soportan una parte de la carga y la placa el complemento. La parte de la carga que se distribuye en los pilotes se denomina Relación de Distribución de la Carga (α).

Dentro de la práctica de la ingeniería geotécnica, en Colombia, no se sigue una metodología para estimar la distribución de cargas entre pilotes y placa en una placa piloteada. En el diseño cotidiano de estos sistemas por parte de los consultores colombianos, las cargas asignadas para cada uno de estos elementos son asumidas por el diseñador sin mediar una metodología, cálculo o soporte, ya sea técnico o teórico de la decisión. Esto ocasiona que las cargas asignadas a cada uno de estos elementos sean asumidas de acuerdo con el criterio del diseñador, quien, algunas veces y sin ningún soporte técnico, las estima bajo una metodología que tenga en cuenta la interacción de los elementos.

Como resultado, se tienen estructuras con elementos que, por lo general, están sobredimensionados. Si se puede conocer la relación de distribución de carga, se podrían diseñar por separado con sus respectivos factores de seguridad tanto placa como pilotes (de Sanctis Luca et al., s. f.), la aplicación de este simple criterio permite una reducción sustancial en el número de pilotes (Russo, 1998; Viggiani, 2001) y que lógicamente podrían ser optimizados.

En una placa piloteada, distribuir racionalmente la carga entre pilotes y placa ayudaría a la optimización de la fundación requerida. La optimización de los elementos de cimentación, desde el punto de vista económico y financiero, es una necesidad continua tanto para el Estado como para los constructores e inversionistas, respectivamente. En consecuencia, si se satisface esta necesidad, se

volverían viables (y hasta rentables) muchos proyectos de ingeniería de proyección social o financiera. Esta necesidad de optimización debe ser resuelta por la Ingeniería Geotécnica.

De acuerdo con lo anterior, existe la necesidad de conocer la distribución de cargas entre estos dos elementos dentro del sistema de placa piloteada, teniendo en cuenta su interacción con el suelo. Siendo estos tres componentes (suelo, placa y pilotes) los considerados dentro de los análisis del problema y convirtiéndolo por su naturaleza en un problema de análisis geotécnico.

Lo que llevaría a la siguiente pregunta de investigación ¿Qué variables gobiernan la distribución de cargas entre los pilotes y la placa en una placa piloteada y en qué medida lo hacen?

Para resolver este problema, sería necesario conocer en detalle la interacción entre el suelo, los pilotes y la placa (los tres componentes del problema). Esto implica la cuantificación de los aportes en capacidad de carga de los elementos estructurales, basados en la geometría, cantidad, separación y propiedades mecánicas de los mismos.

Este problema puede ser resuelto por el método de elementos finitos, el método aproximado (Nguyen et al., 2013; Randolph, 1983, 1992), el método de Hain y Lee (S. J. Hain & Lee, 1978; Nguyen et al., 2013), basado en elementos finitos y el método de Reul y Randolph (Nguyen et al., 2013; Reul & Randolph, 2004). Se supone que el método de los elementos finitos permite conocer la interacción entre los tres componentes simultáneamente, por eso, dentro de esta investigación, se escogió este como herramienta de análisis.

Este trabajo aporta criterios y herramientas para la determinación de la distribución de carga entre la placa y los pilotes. A través de la aplicación de estos criterios sería posible optimizar las dimensiones de los dos elementos estructurales mencionados anteriormente.

El objetivo general es *Proponer una metodología de cálculo que permita definir cómo se distribuye la carga entre los pilotes y la placa en una placa piloteada, basado en un estudio de caso en la ciudad de Bogotá*. Para lograr esto se han propuesto los siguientes objetivos específicos: 1. Establecer la influencia de las diferentes variables en la distribución de carga entre pilotes y placa. 2. Definir criterios de diseño geotécnico de placas piloteadas. 3. Establecer una metodología que permita determinar la distribución de carga entre pilotes y placa. 4. Contrastar los resultados de distribución de la carga entre pilotes y placa para cada una de las combinaciones aplicadas.

El presente documento inicialmente entrega un marco teórico que muestra los antecedentes del problema, los antecedentes de investigación, diversas metodologías de diseño, un marco conceptual y algunos casos de estudio, luego pasa a la parte de materiales y métodos. En este segundo capítulo se consignan los detalles de las modelaciones ejecutadas, los criterios empleados y la metodología finalmente aplicada para lograr el objetivo general.

Seguido se entregan los resultados de las modelaciones ejecutadas, discriminándolos por cada una de las variables correspondientes a: configuración de los pilotes, configuración de la placa y propiedades mecánicas de los materiales empleados. Luego se realiza una discusión con los autores más relevantes en el tema, encontrando similitudes y diferencias en los resultados y finalmente se discriminan las conclusiones de la investigación.

1 Marco Teórico

1.1 Antecedentes del Problema

Para B. El-Garhy, los diseños comunes en placas piloteadas están basados en la suposición que la carga total de la superestructura es soportada por los pilotes, ignorando la contribución de la placa; esto resulta en una estimación conservativa del comportamiento de la fundación (El-Garhy et al., 2013).

Lee amplía esta afirmación indicando que, para diseño, dos condiciones extremas pueden ser asumidas: (1) Las cargas impuestas sobre la fundación son soportadas únicamente por los pilotes, como la aproximación en un diseño convencional de un pilote, sin considerar la capacidad de carga de la placa; y (2) La fundación es diseñada como una cimentación superficial con un margen de seguridad suficiente, mientras los pilotes son considerados como reductores de asentamientos. Ambas condiciones (1) y (2) resultan en un diseño conservador de fundaciones. (Junhwan Lee et al., 2014)

1.2 Antecedentes de Investigación

La publicación más antigua sobre investigaciones relacionadas directamente con el Sistema de PlacaPiloteada se refiere al documento de KolzuMI e Ito de 1967, en la publicación se describen los resultados de pruebas de carga sobre pilotes, grupos de pilotes, e interacción Placa-Pilote. Dentro del documento se analiza la capacidad de carga y los asentamientos de los diferentes sistemas. (KoIzUMI & ITo, 1967).

En el documento de KolzuMI e Ito de 1967 se analizó el efecto de grupo de los pilotes incluida la placa, los resultados se presentan a continuación en la Figura 1.

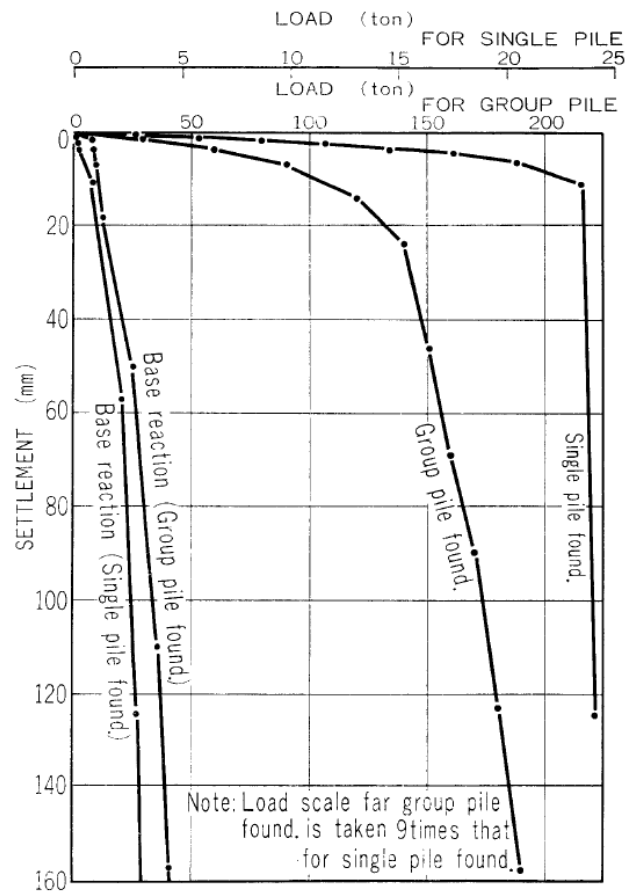


Figura 1. Comparación Pilotes Simple y Grupo de Pilotes (KoIzUMI & ITo, 1967)

Otro documento muy importante dentro del tema específico es aportado por Davis y Poulos en el año 1972, en el cual propone un método para analizar los sistemas de placa piloteada y la determinación del número requerido de pilotes para reducir los asentamientos hasta un valor admisible (Davis & Poulos, 1972), lógicamente esta publicación está soportada en otras teorías tales como consolidación tridimensional, teoría elástica, teoría plástica, etc; pero fue la única encontrada dentro de esta investigación que se relacione directamente con el tema del presente documento.

Los métodos de diseño inicialmente estuvieron basados en la suposición de que toda la carga era tomada por los pilotes y la placa era ignorada (Ta & Small, 1997). La complejidad general de este tipo de fundaciones consiste en que aumentan los numerosos problemas de diseño, la mayoría de los cuales están relacionados con el cálculo de la distribución de carga aplicada entre los pilotes y la base de la placa. Esta distribución de cargas dentro del sistema de placa piloteada dependerá de muchos factores como la rigidez y la forma en planta de la placa de fundación; el espesor y propiedades de

deformación del suelo. Para complicar aún más la problemática, la carga compartida entre pilotes y placa cambiará con el tiempo a causa de la consolidación del suelo (Hooper, 1973).

Los estudios de Cooke en 1981 y en 1986 (Cooke, 1986; Cooke et al., 1981) sobre edificios altos en Londres y pruebas de laboratorio, demostraron que la placa puede tomar hasta el 30% de la carga total del edificio; luego entonces, el análisis de los sistemas de placa piloteada deben tener en cuenta todas las interacciones entre el suelo, los pilotes y la placa.

Una reciente investigación de Raucci (2016) sobre el comportamiento del sistema de Placa Piloteada en suelos piroclásticos realizada en una localidad de la municipalidad de Caivano, al norte de la provincia de Nápoles, concluyó que el mecanismo de distribución de cargas entre los pilotes y la placa depende de la etapa de carga en que se encuentre el sistema; en una etapa inicial la carga es principalmente absorbida por los pilotes más rígidos que están en el suelo circundante. Sólo cuando la capacidad de carga del grupo de pilotes está completamente movilizadas, la placa empieza a transferir carga directamente al suelo (Giretti, 2010; Raucci et al., 2016).

Los análisis de los sistemas de placapiloteada consideran el sistema como un plato elástico soportado sobre un grupo de pilotes compresibles a fricción, y el suelo de soporte es representado como un material elástico homogéneo o no (S. J. Hain & Lee, 1978).

Un extenso y detallado recuento sobre el análisis y desempeño de los sistemas de Placa Piloteada y los antecedentes investigativos al respecto realizados desde el año 1953 con Meyerhorf, enumerando más de 30 referencias de más de 35 autores es entregada por Lee (1993) (I. K. Lee, 1993).

Para Zhuang el Sistema de Placa Piloteada puede ser apropiado y eficiente para la fundación de edificios de múltiples pisos, construidos en un rango de suelos con un tipo y condición específica. Para calcular los momentos de flexión en la placa, los diseñadores necesitan basarse en la distribución de cargas entre los pilotes. Algunas veces se asume que la carga total estructural es soportada por los pilotes y cada pilote soporta la misma carga (Zhuang & Lee, 1994).

Desde el punto de vista de capacidad portante los sistemas de placas funcionan cumplen con los requerimientos solicitados; al momento de ser necesario controlar asentamientos, este sistema se ve en desventaja. De aquí surge la necesidad de combinar el sistema de placa con el sistema de pilotes, haciendo que los pilotes cumplan con el control de asentamientos y permitan darle viabilidad a proyectos que no pueden pagar sistemas de pilotes.

La mayoría de ingenieros de fundaciones han reconocido ampliamente que el uso de pilotes en conjunto con una placa es una forma de reducir los asentamientos totales de la placa, esta técnica es suficientemente adecuada con respecto a la capacidad de carga y relativamente pocos pilotes deberían ser requeridos para reducir los asentamientos a límites aceptables (S. J. Hain & Lee, 1978).

1.3 Metodologías de Diseño

1.3.1 Análisis Elástico - Pilotes Rígidos

Un método básico de análisis fue propuesto por Poulos (Poulos, 1968a), en ese método se analizó el efecto de grupo de pilotes con respecto a uno único. Para el caso de de placas piloteadas la unidad básica sería un único pilote con su pedazo de losa pegada en el extremo superior y esta misma descansando sobre la superficie del suelo; inicialmente para el análisis en general de los sistemas de placas piloteadas, la interacción entre la dupla placa-pilote es considerada como punto de partida.

Dentro de los análisis, tanto los pilotes con su pedazo de placa son considerados como rígidos, embebidos en una masa seminfinita; y para simplificar, el pedazo de placa es asumido como circular. El análisis de un único pilote con su pedazo de placa fue realizado por Poulos (Poulos, 1968b), este encontró que como unidad, el pedazo de placa encima del pilote tiene una influencia leve en la reducción de asentamientos, a menos que el pilote sea relativamente corto o el pedazo de placa relativamente grande. Este análisis se presenta a continuación en la Figura 2.

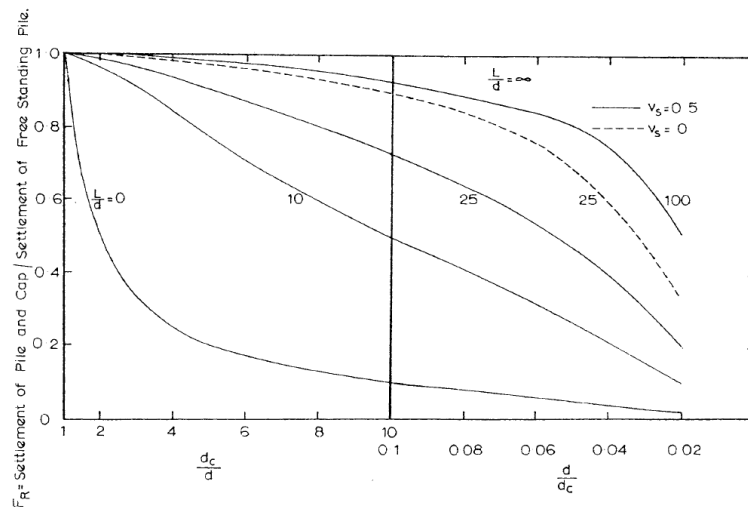


Figura 2. Influencia de un pedazo de losa sobre un único pilote (Davis & Poulos, 1972)

L: Longitud del pilote d_c : Diámetro de la capa (pedazo de losa) d: Diámetro del pilote. v_s : Desplazamiento vertical del pilote (y el suelo)

Extrapolando estas teorías hacia un sistema de placa piloteada, a continuación en la Figura 3 y la Figura 4 se muestran las curvas usadas para analizar el sistema de placa piloteada, esta vez considerando muchos pilotes interactuando y cada uno equivaliendo a un valor d_c/d tal que pueda ocupar la típica porción de espacio dentro de un grupo de pilotes.

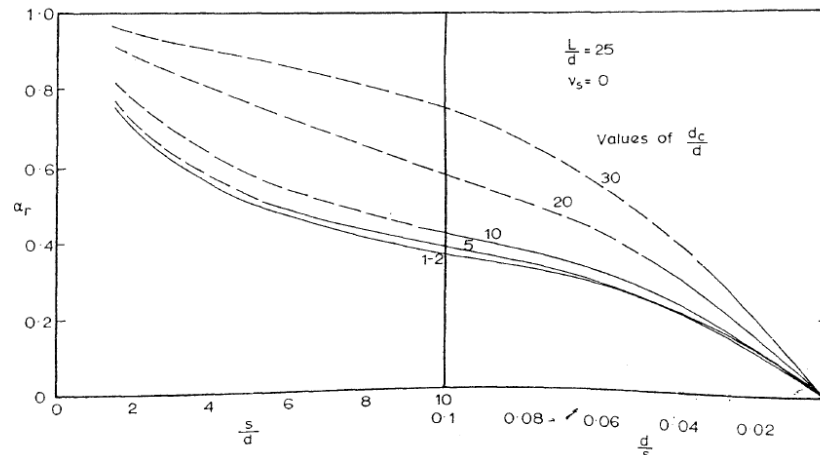


Figura 3. Factor de Interacción Unidades de Placa Piloteada (Davis & Poulos, 1972)

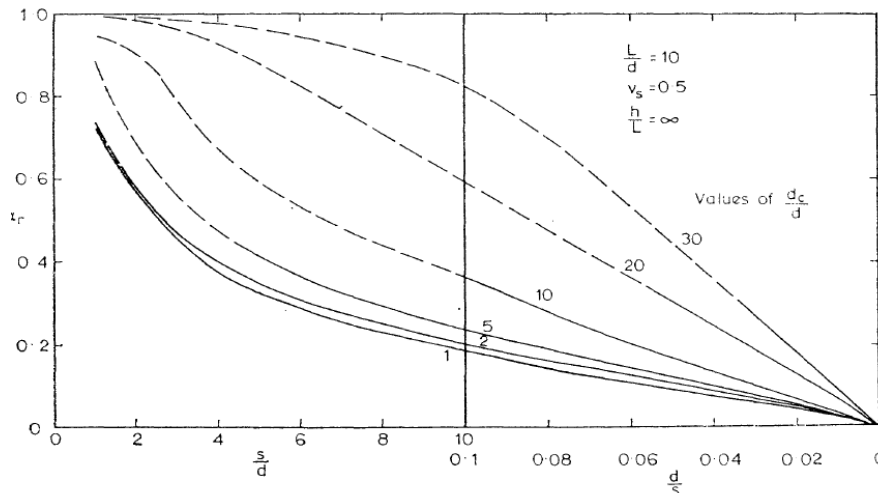


Figura 4. Factor de Interacción Unidades de Placa Piloteada, (Davis & Poulos, 1972)

1.3.2 Análisis de Sistema Flexible de Placa Piloteada

Este método de análisis considera una variable de rigidez de la placa de cualquier geometría soportada por un grupo aleatorio de pilotes idénticos y una masa de suelo idealizada como un elástico continuo. La placa está compuesta de un plate curvado rectangular de elementos finitos (S. J. Hain et al., 1976) y el sistema grupo de pilotes-suelo de soporte es modelado por la ecuación de Mindlin para una masa homogénea de suelo (S. J. Hain & Lee, 1978).

El análisis de un pilote continuamente reforzado, aparte del análisis del simple pilote, se requiere la consideración de cuatro interacciones entre el pilote y/o la superficie del continuo. La Figura 5 muestra esas cuatro interacciones (S. J. Hain & Lee, 1978).

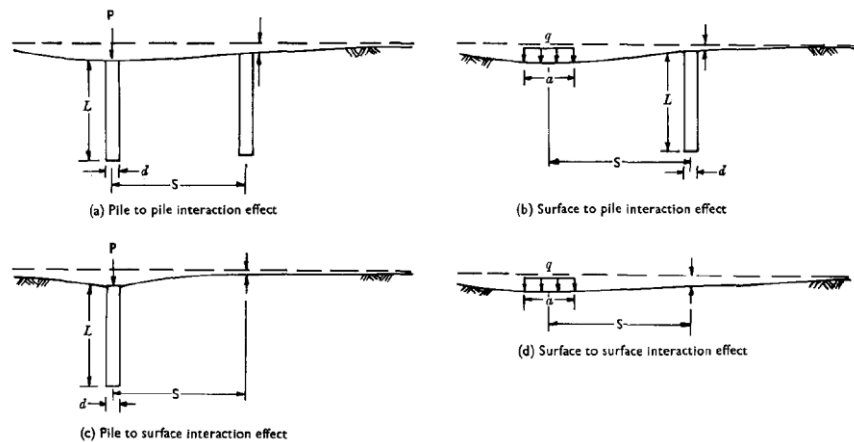


Figura 5. Interacciones entre el pilote y la superficie (S. J. Hain & Lee, 1978)

Para el caso de la interacción pilote-pilote en un suelo homogéneo y NO homogéneo, los factores de interacción en un suelo profundo son los presentados en la Figura 6.

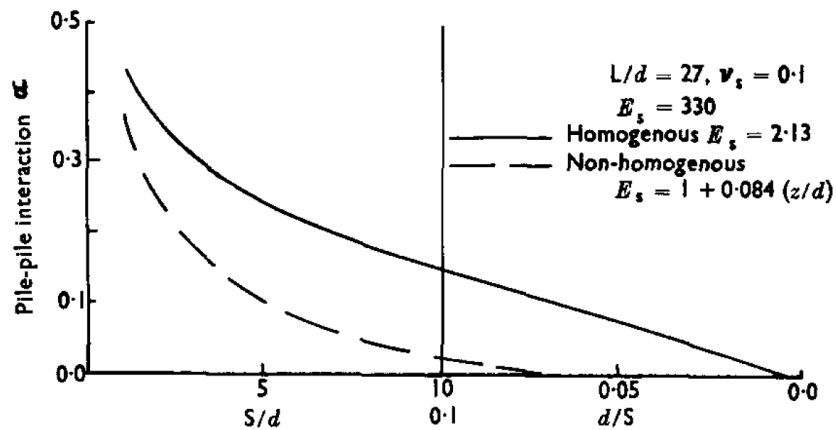


Figura 6. Interacción Pilote-Pilote (S. J. Hain & Lee, 1978)

Para satisfacer la compatibilidad y las condiciones de equilibrio entre el sistema suelo-pilote y la placa, un sistema de ecuaciones de rigideces representando el soporte-placa suelo-grupo de pilotes esto debe ser formulado. Para hacerlo, es conveniente realizar dos suposiciones, primero que las fuerzas verticales solo son transmitidas de la placa a la cabeza de los pilotes y segundo que cada pilote ocupa la totalidad del área de presión constante alrededor de un nodo particular (S. J. Hain & Lee, 1978).

El comportamiento de este sistema placa-soporte suelo-grupo de pilotes dependerá de las rigideces relativas de los componentes. Así, es conveniente introducir dos parámetros característicos de la

rigidez relativa, la rigidez relativa de la placa-suelo de soporte K_r y la rigidez relativa del pilote-suelo de soporte K_p (S. J. Hain & Lee, 1978):

Caso 1: Placa Rígida-Pilotes Incompresibles

Para ilustrar el efecto cuantitativo de un grupo de pilotes en el asentamiento de una placa, se hace referencia al análisis de un cuadrado, una placa rígida larga y un sistema de pilotes incompresibles. La Figura 7 muestra el efecto del número de pilotes en los asentamientos inmediatos.

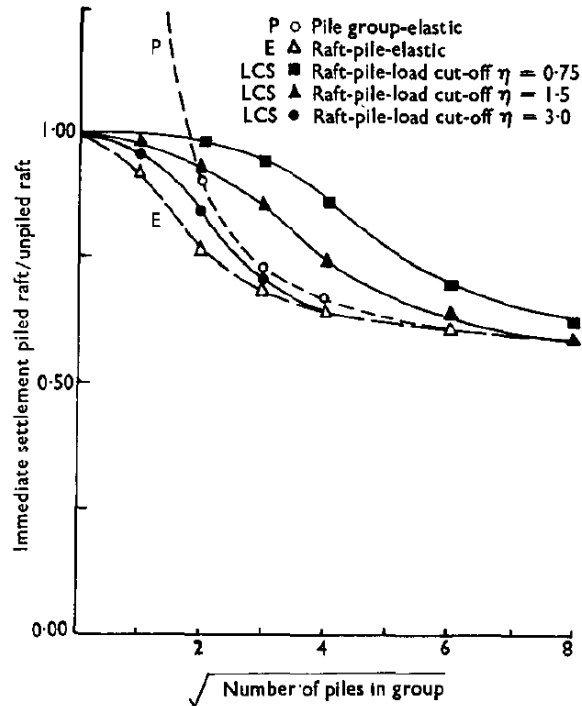


Figura 7. Grupo de Pilotes Rígidos Asetamientos Inmediatos (S. J. Hain & Lee, 1978)

Caso 2: Placa Flexible-Pilotes Incompresibles

La efectividad de un grupo de pilotes específico en la reducción del asentamiento de la placa se disminuye con el incremento de la compresibilidad del pilote. Este hecho es ilustrado en las figuras Figura 8 a Figura 13 para el análisis elástico de un grupo de pilotes de 8×8 . En la Figura 8 se evidencia que la relación de distribución de carga disminuye cuando la compresibilidad del suelo incrementa. Un decrecimiento en la longitud de los pilotes tiene un efecto similar, como es ilustrado en las curvas presentadas en la Figura 9.

La Figura 10 y la Figura 11 muestran la influencia en la flexibilidad de la placa, longitud del pilote y la compresibilidad para el máximo asentamiento de una placa flexible en un grupo de pilotes de 8×8 . Para suelos blandos la resistencia típica de los pilotes es del orden de 2000 así que el uso del grupo de pilotes con una relación L/d de 25 reduce los asentamientos aproximadamente un 10%. También

existe una reducción similar para suelos rígidos, pero los asentamientos decrecen mucho más a medida que aumenta la longitud de los pilotes.

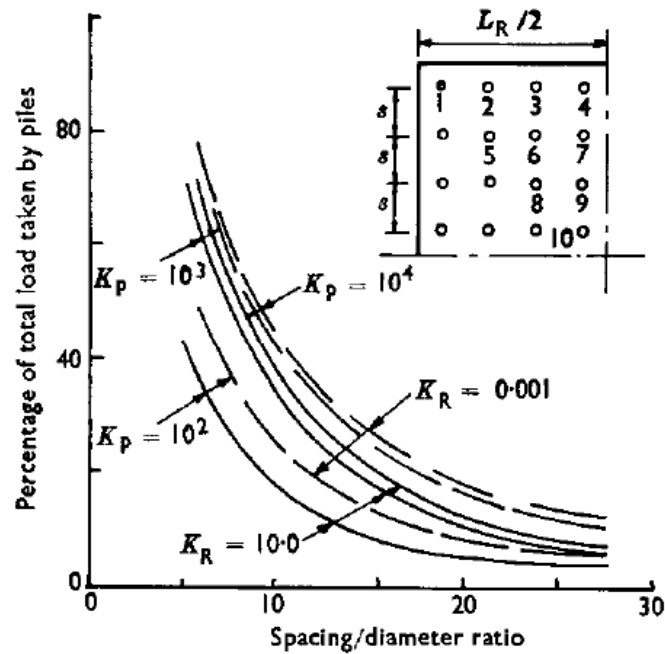


Figura 8. α p pilotes en un grupo de 8^2 para una placa piloteada $L/d=25$ (S. J. Hain & Lee, 1978)

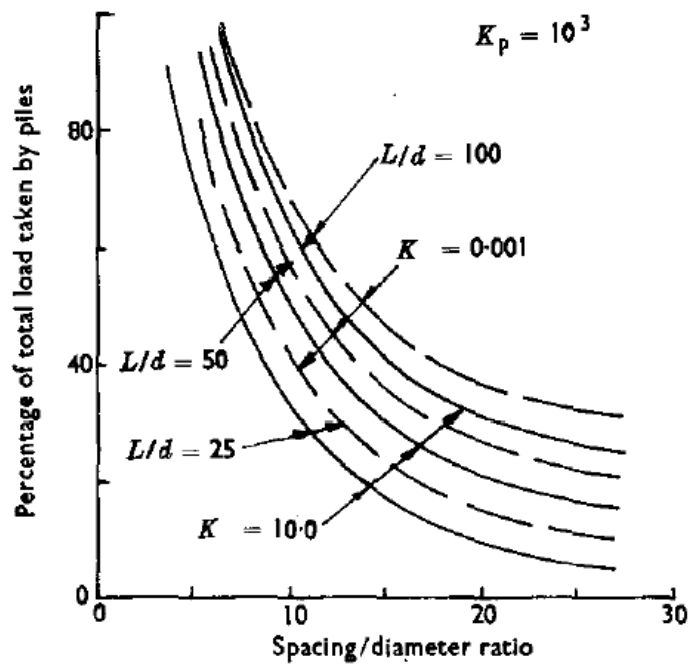


Figura 9. α p pilotes en un grupo de 8^2 para una placa piloteada $K_p=10^3$, $\nu=0.5$ (S. J. Hain & Lee, 1978)

Los asentamientos diferenciales son presentados en la Figura 12 como una función de la flexibilidad de la placa y un resumen de los momentos flectores se presentan en la Figura 13, esas curvas muestran el rango del espectro de momentos flectores con respecto a las diferentes longitudes de pilotes.

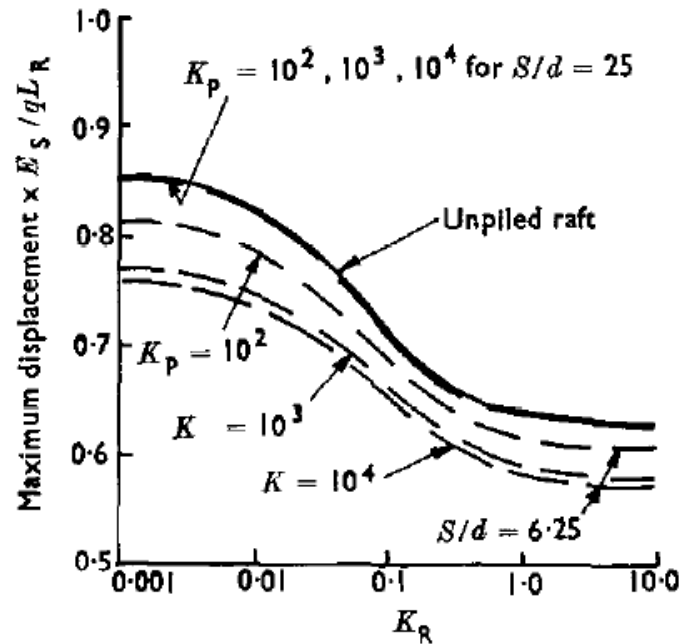


Figura 10. Máximo desplazamiento Placa Piloteada $L/d=25$, $\nu=0.5$ (S. J. Hain & Lee, 1978)

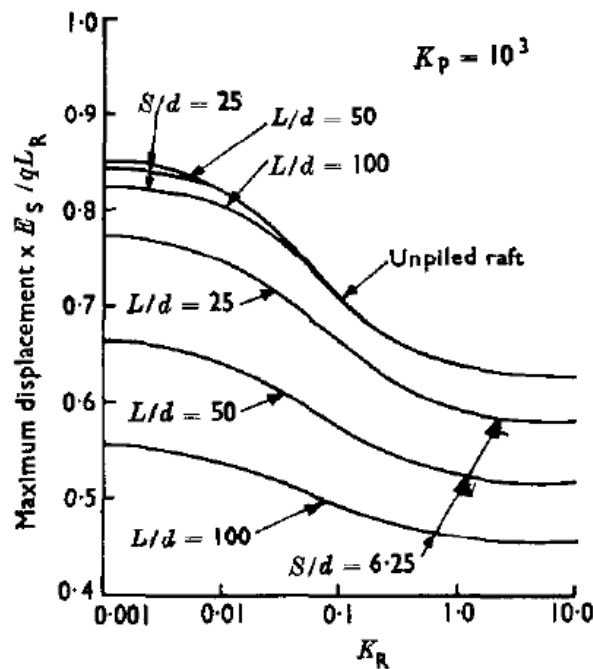


Figura 11. Máximo asentamiento inmediato Placa Piloteada $K_p=10^3$, $\nu=0.5$ (S. J. Hain & Lee, 1978)

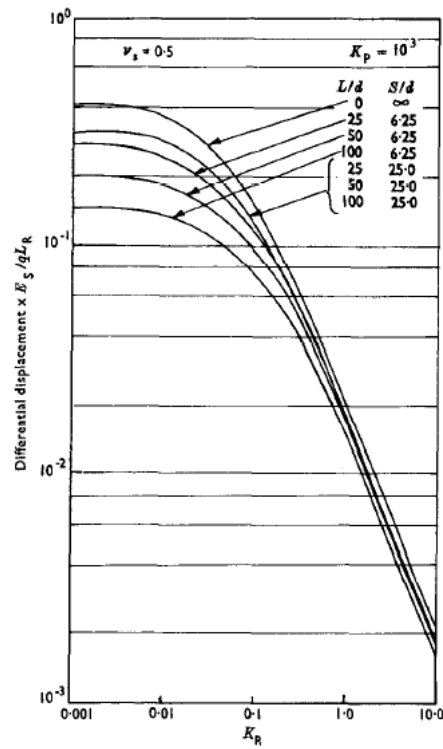


Figura 12. Máximo asentamiento inmediato Placa Piloteada $K_p=103$, $\nu=0.5$ (S. J. Hain & Lee, 1978)

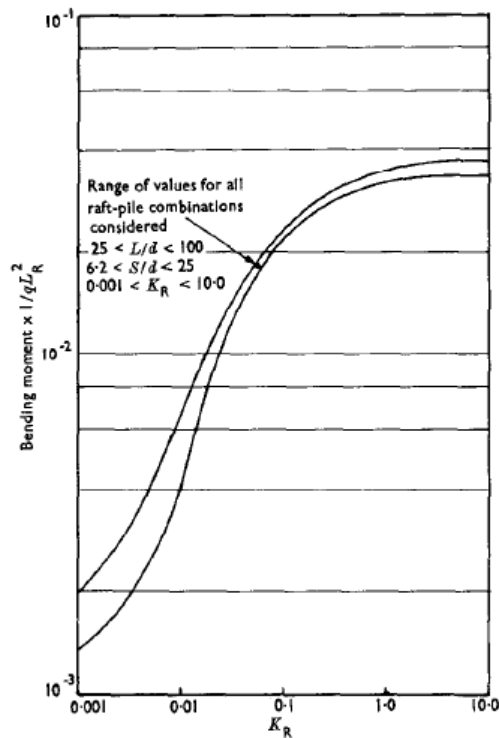


Figura 13. Máximo Momento Flector Placa Piloteada (S. J. Hain & Lee, 1978)

Finalmente se puede indicar que la flexibilidad de la placa tiene un mayor efecto en los momentos inducidos en una placa como fue ilustrado por las soluciones de interacciones para una placa sin pilotes (Stephen J. Hain et al., 1985) y se podría anticipar que una tendencia similar será observada en el sistema de placa piloteada (S. J. Hain & Lee, 1978).

1.3.3 Análisis Aproximado de Sistema de Placa Piloteada

En el siguiente análisis, la carga vertical se considera que actúa solo encima de la placa o el sistema de placa piloteada. La carga puede ser uniformemente distribuida o concentra; mientras que el suelo puede ser un material uniforme o no uniforme. Se asume que los pilotes tienen una sección transversal circular de diámetro d y longitud l (Ta & Small, 1997).

El comportamiento de la placa es analizado usando el método de elementos finitos tal y como fue descrito por Bogner (Bogner et al., 1966). La placa es dividida en un número de elementos rectangulares como lo muestra la Figura 14.

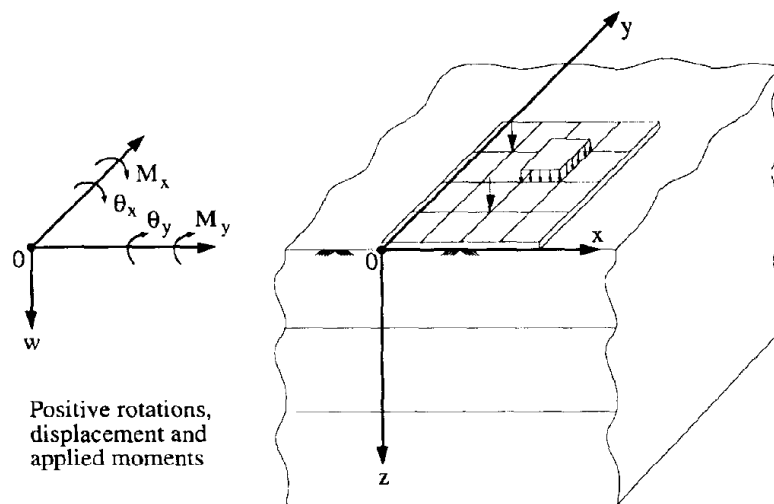


Figura 14. Placa en un Suelo Estratificado (Ta & Small, 1997)

En el análisis del sistema de Placa Piloteada el pilote es dividido en un número de elementos lineales (Figura 15).

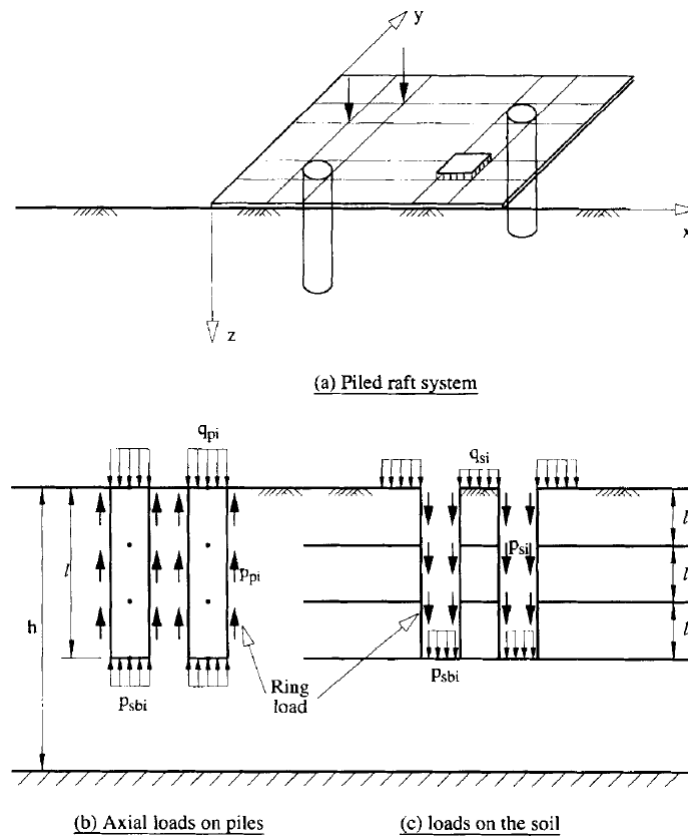


Figura 15. Representación Analítica del Problema de Placa Piloteada

La utilidad de este método fue demostrada mediante la comparación con modelos de elementos finitos, sin embargo, en la actualidad la eficiencia computacional permite la utilización directa de los métodos de elementos finitos.

A continuación en la Figura 16, la Figura 17 la Figura 18 y la Figura 19 se presentan los resultados comparativos del método aproximado vs método de elementos finitos para diferentes parámetros y variables.

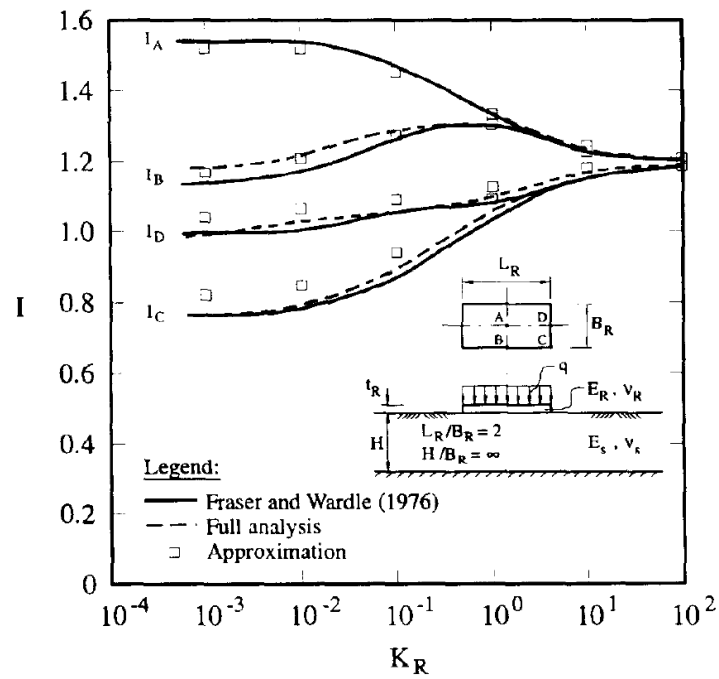


Figura 16. Factor de Influencia (Ta & Small, 1997)

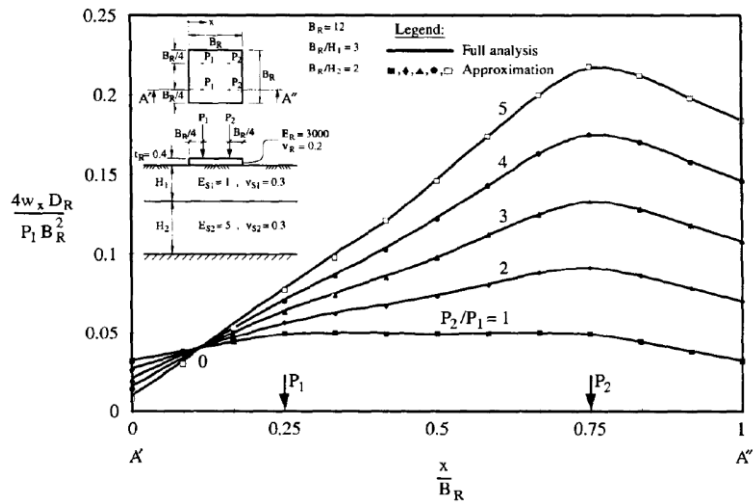
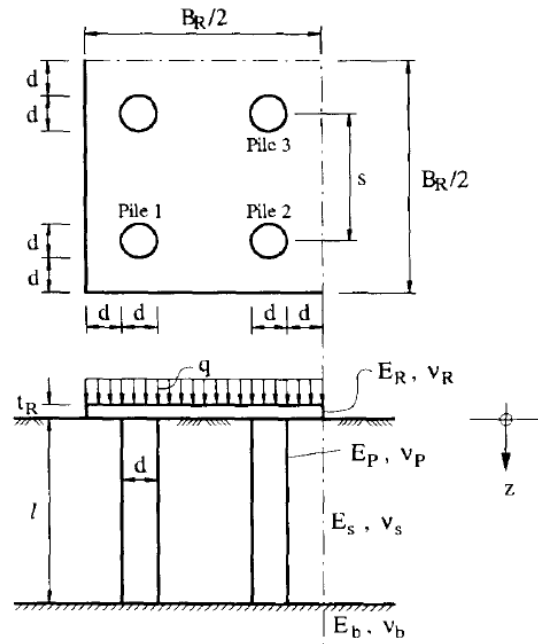


Figura 17. Desplazamiento Vertical Sección A A' (Ta & Small, 1997)



$$\begin{aligned}
 l/d &= 30, \quad t_R/d = 0.5, \quad B_R/d = 16, \quad s/d = 4 \\
 E_R/E_S &= E_P/E_S = 2000, \quad \nu_R = \nu_P = 0.2, \quad \nu_S = \nu_b = 0.499
 \end{aligned}$$

Figura 18. Geometría de un Cuarto de Placa Piloteada (Ta & Small, 1997)

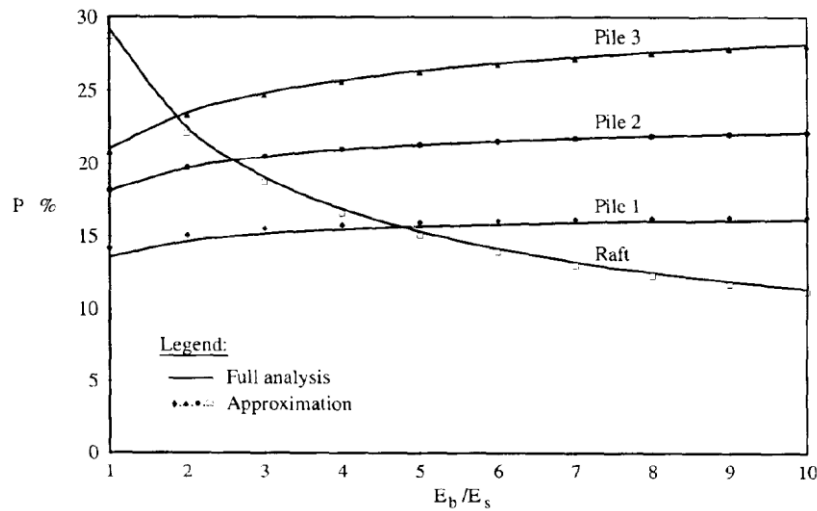


Figura 19. Porcentaje de Carga Soportada por Pilotes y Placa (Ta & Small, 1997)

1.3.4 Análisis 3D del Sistema Placa Piloteada

En este tipo de análisis la placa puede ser tomada como un elemento plano tipo membrana, plate o flat-shell, a continuación se presenta un esquema del funcionamiento de los tres tipos de comportamientos mencionados anteriormente en la Figura 20.

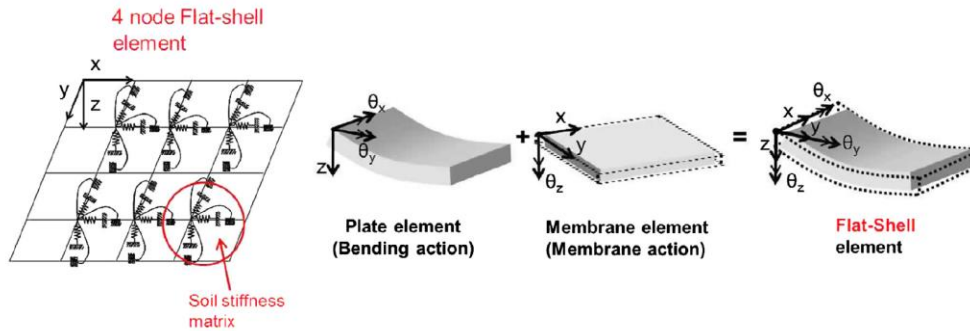


Figura 20. Elementos Shell Planos (Jeong & Cho, 2014)

Para el caso de los pilotes la modelación se realiza ya se con un solo pilote como elemento o el grupo de pilotes. En ambos casos los elementos modelados corresponden al presentado en la Figura 21.

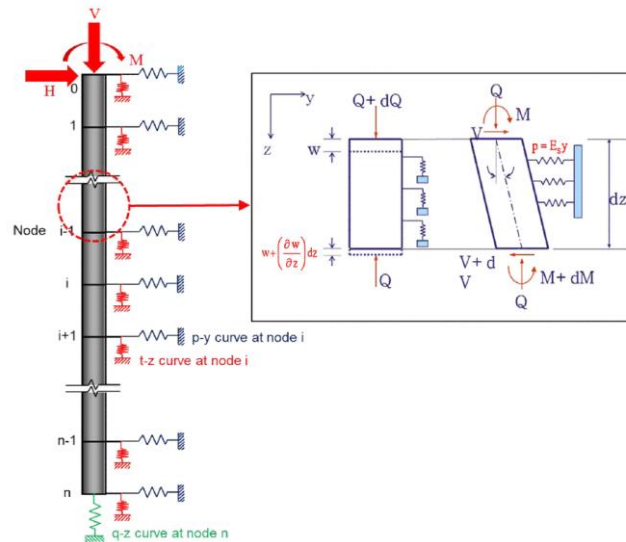


Figura 21. Modelación de un Elemento Pilote (Jeong & Cho, 2014)

La interacción entre los elementos estructurales (placa y pilote) y el suelo también son modeladas; y se presentan a continuación en la Figura 22 y la Figura 23.

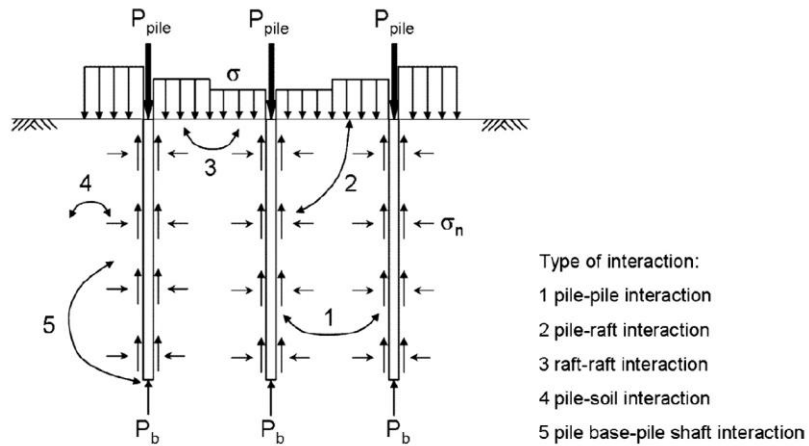


Figura 22. Interacción Estructuras-Suelo en Placa Piloteada (Jeong & Cho, 2014)

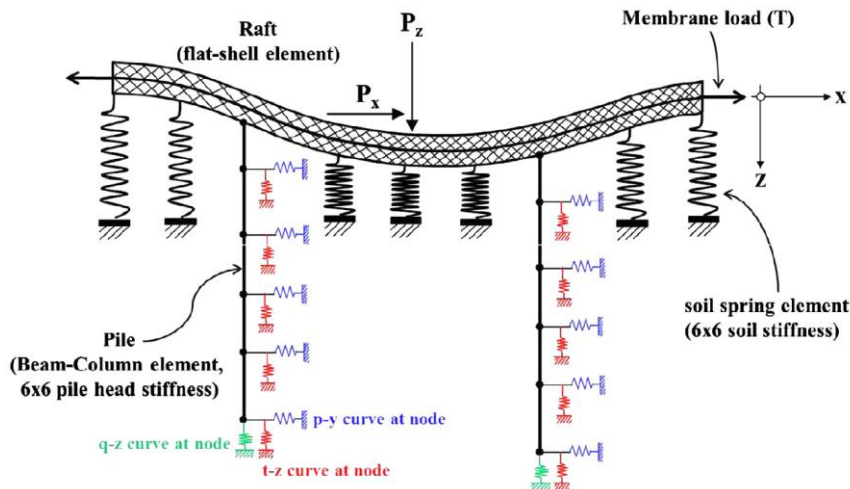


Figura 23. Interacción Placa, Pilotes y Suelo en el Análisis 3D (Jeong & Cho, 2014)

La modelación completa de la estructura contempla momentos en las dos direcciones y la interacción de todos los elementos. Esto se aprecia a continuación en la Figura 24.

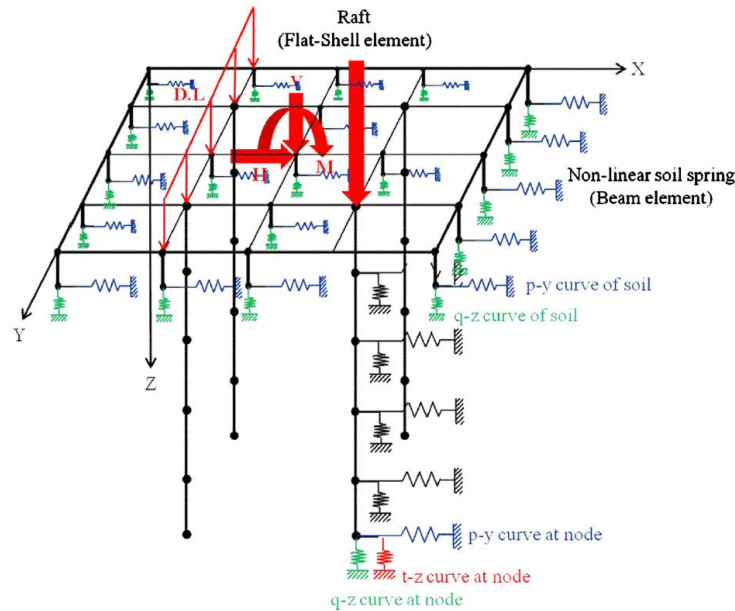


Figura 24. Modelación del Sistema de PlacaPiloteada (Jeong & Cho, 2014)

Para el caso en que se desee realizar una modelación bajo cargas sísmicas de un sistema de Placa Piloteada, Das et al recientemente (2016) publicaron un modelo que cumple con el objetivo, este modelo se presenta a continuación en la Figura 25.

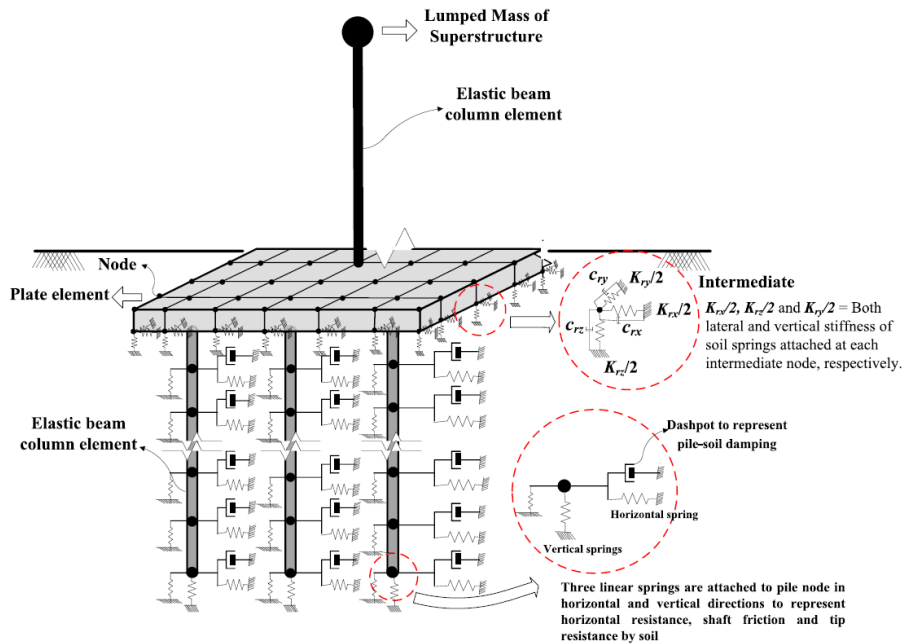


Figura 25. Modelación en EF del Suelo-Pilote y Placa-Superestructura (Das et al., 2016)

Las salidas típicas de la distribución total de momentos flectores se presenta a continuación en la Figura 26 para dos softwares.

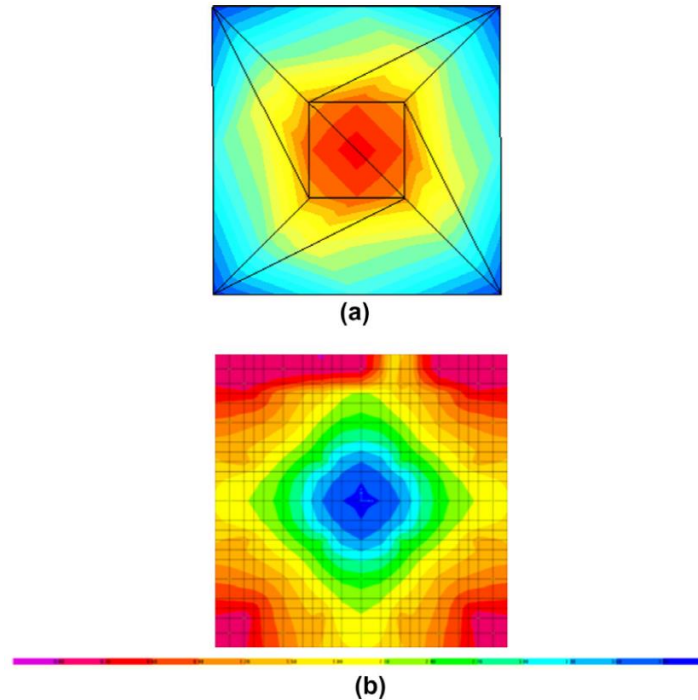


Figura 26. Momento Flectores, (a) Plaxis 3D, (b) SAP 2000 (Nguyen et al., 2013)

1.4 Marco Conceptual

El comportamiento de una placa piloteada está influenciado por las interacciones entre los pilotes, la placa y el suelo. Consecuentemente, varios factores de interacción han sido ampliamente adoptados para la predicción de la respuesta de una placa piloteada. En realidad, hay dos interacciones básicas (Figura 27): (a) la interacción pilote-suelo-pilote y (b) la interacción pilote-suelo-placa.

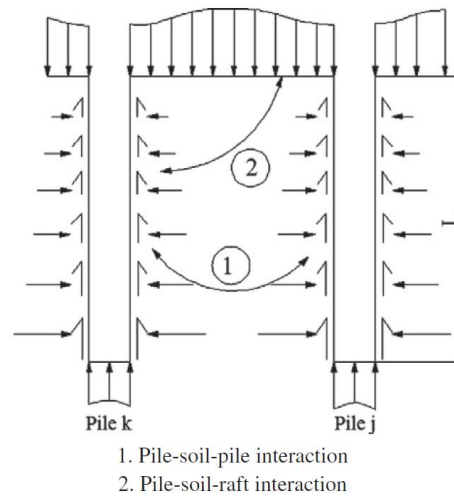


Figura 27. Interacción en una placa piloteada (Nguyen et al., 2013)

La interacción pilote-suelo-pilote es definida como el asentamiento adicional de un pilote causado por un pilote adyacente cargado. Por su parte, la interacción pilote-suelo-placa se entiende como la superposición de los campos de desplazamiento de una placa causado por un pilote soportando la placa. Ambos conceptos son importantes en el análisis geotécnico, ya que la interacción pilote-suelo-pilote es una consideración importante en el análisis de grupos de pilotes y placas piloteadas y la interacción pilote-suelo-placa es necesaria para el análisis de placas piloteadas (Nguyen et al., 2013).

1.4.1 Comportamiento de la Relación de Distribución de Carga

La relación de distribución de la carga es la parte de la carga transmitida por la superestructura que es soportada por los pilotes en una placa piloteada, esta relación es el factor determinante para el diseño de los componentes en una placa piloteada, dado que ambos, placa y pilotes, contribuyen en el soporte de sus cargas (Junhwan Lee et al., 2015). La evaluación de la relación de distribución de la carga es importante para la optimización en el diseño de placas piloteadas dado que a partir de la determinación de esta es posible conocer la cantidad de carga soportada por placa y pilotes dentro del sistema. Por otra parte, la relación de distribución de la carga disminuye en la medida en que los asentamientos incrementen.

Para pilotes excavados y pilotes hincados, los valores de la relación de distribución de la carga presentan una variación no lineal con el incremento de los asentamientos (Park et al., 2016).

Diversos investigadores están de acuerdo con que la relación de distribución decrece marcadamente con el rango de asentamientos iniciales. Luego continua decreciendo moderadamente a medida que incrementan los asentamientos futuros (Junhwan Lee et al., 2014, 2015; Park et al., 2016). Es decir, el mecanismo de distribución de la carga entre los pilotes y la placa depende de la etapa de carga (Raucci et al., 2016).

1.4.2 Modelación Método de Elementos Finitos

El comportamiento de una placa piloteada puede ser investigado mediante la utilización de un software de análisis numérico en 3D. Para el caso de las modelaciones en elementos finitos, se utiliza una malla típica donde el pilote pegado a la placa y embebido en el suelo (Figura 28).

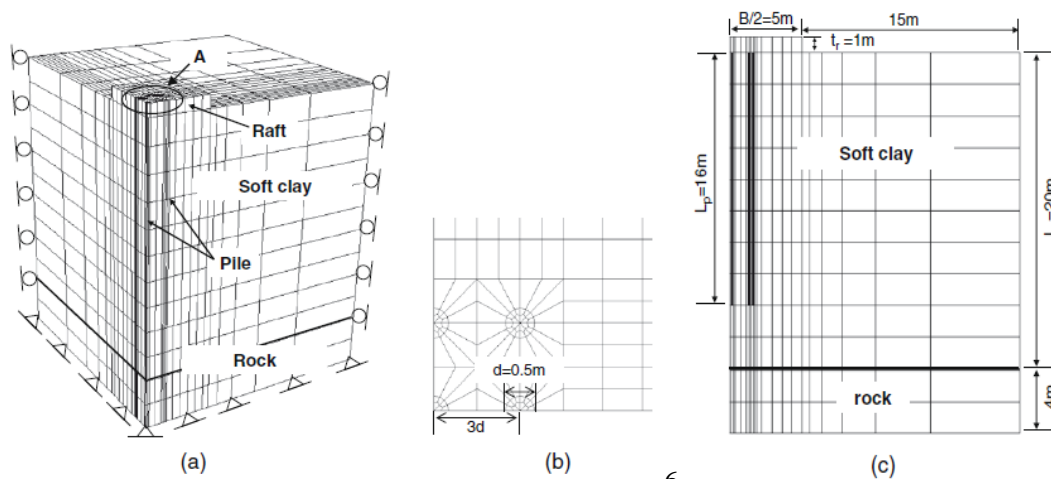


Figura 28. Típica Malla de EF (JinHyung Lee et al., 2010)

En la investigación de Lee et al. (2010), los pilotes fueron tomados de 0.5 m de diámetro (D) y 16 m de longitud (L_p). Allí se consideró una placa cuadrada con ancho (B) de 10 m (espesor de 1 m); la cabeza del pilote fue conectada a la rigidez de la placa. Dada la simetría, sólo un cuarto de la malla fue modelado con elementos finitos. El contacto entre el suelo y los pilotes fue descrito como habilitado para deslizarse. La interface placa-suelo fue considerada como lisa sólo con contacto. Una malla relativamente fina fue utilizada cerca de la interface pilote-suelo y placa-suelo mientras que una malla gruesa fue utilizada más lejos del pilote y de la placa. Como conclusión encontraron que la relación de distribución de carga no sólo dependía de la configuración de los pilotes sino también del nivel y tipo de carga (JinHyung Lee et al., 2010). Los arreglos utilizados fueron de 3 por 3 ($n = 9$), 4 por 4 ($n = 16$) y 5 por 5 ($n = 25$) y coinciden con los de otros autores (Bourgeois et al., 2012; Cho

et al., 2012; JinHyung Lee et al., 2010). En la investigación de Cho se encontró que la relación de distribución de carga variaba con el incremento de la carga aplicada, tal y como se presenta en la Figura 29.

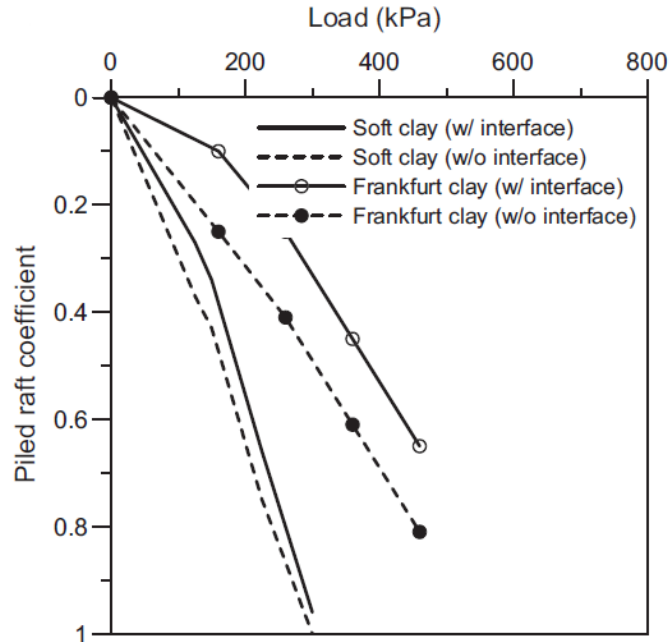


Figura 29. Relación de Distribución de Carga vs Carga (Cho et al., 2012)

Una investigación similar fue ejecutada por Bourgeois et al en la cual también se modelaron arreglos de 3 por 3 ($n = 9$), 4 por 4 ($n = 16$) y 5 por 5 ($n = 25$)(Bourgeois et al., 2012). En la Figura 30 se presenta, detalladamente, la modelación del sistema en donde se presentan las dos fases. En esta investigación se encontró que existe una influencia de la posición del pilote bajo la placa, donde se analizó la fuerza axial soportada por pilotes localizados en el centro y la esquina de la placa. Encontraron que la distribución de la fuerza axial no es uniforme, para pilotes cortos la existe una pequeña diferencia entre los localizados en la esquina y el centro. Esta diferencia se va acrecentando para pilotes largos y con mayor densidad dentro de la placa. Tal y como se presenta a continuación en la Figura 31.

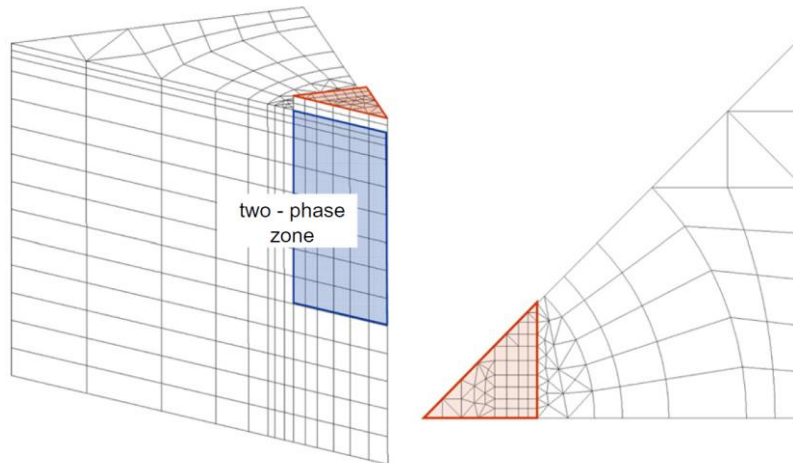


Figura 30. Malla EF de Placa Piloteada (Bourgeois et al., 2012)

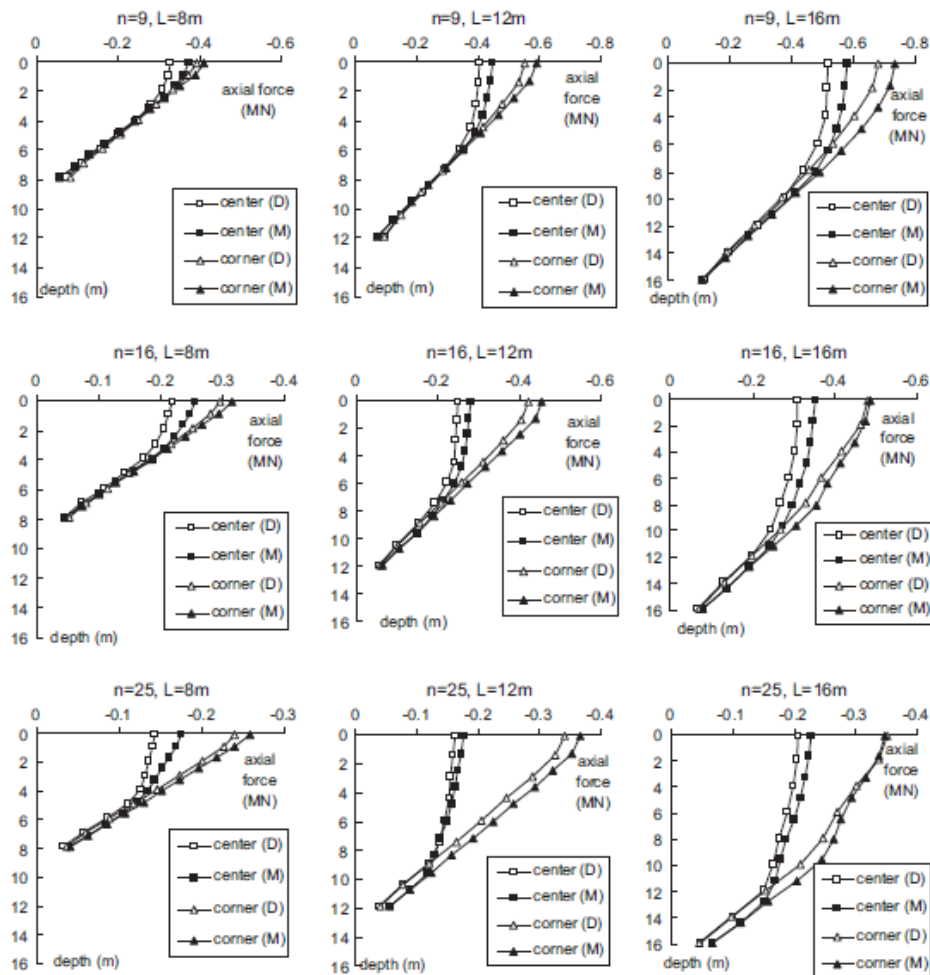


Figura 31. Fuerza Axial Pilotes en Placas Piloteadas (Bourgeois et al., 2012)

Para el caso del trabajo de JinHyung, se concluyó que el tipo de carga (uniforme o puntual) tiene una influencia en la distribución de la carga sobre los pilotes, de acuerdo a su posición dentro de la placa piloteada. Adicionalmente la distribución de carga entre pilotes se ve afectada por la distribución de los mismos, su posición y el tipo de cargas. También concluyó que la relación de distribución de carga no solo es altamente dependiente de la configuración de los pilotes sino del nivel y tipo de carga aplicada, finalizó indicando que generalmente la relación de distribución de carga decrece con el aumento de la carga.

En general, la mayoría de los autores coinciden en obtener resultados a partir de la variación de características de la fundación, tales como diámetro, longitud, número, posición y separación de los pilotes, tipos de carga, refinado de la malla y condiciones de la interface.

1.5 Caracterización Interface Suelo Pilote

El método de elementos finitos exige caracterizar mecánicamente la unión de dos materiales diferentes, para este caso: el concreto y los pilotes; esto debido a que el comportamiento varía dependiendo de las propiedades de los materiales. A continuación se presenta la fundamentación teórica necesaria para los cálculos realizados y los valores ingresados en los modelos de elementos finitos.

La rigidez normal no drenada (K_n) (Ecuación 1) y la rigidez de corte no drenada (K_s) (Ecuación 2) fueron parámetros estimados durante la ejecución del ensayo triaxial antes mencionado.

$$K_n = 10 * ((K_u + 4G_u/3)/\Delta z_{min}) \quad \text{Ecuación 1}$$

Donde:

K_u : Módulo Bulk NO Drenado del Suelo

G_u : Módulo de Corte NO Drenado del Suelo

Δz_{min} : ancho más pequeño de una zona adyacente en la dirección normal.

$$K_s = ((K_u + 4G_u/3)/\Delta z_{min}) \quad \text{Ecuación 2}$$

Donde:

K_u : Módulo bulk no drenado del suelo

G_u : Módulo de corte no drenado del suelo

Δz_{min} : ancho más pequeño de una zona adyacente en la dirección normal.

1.6 Casos de Estudio

La mayoría de los casos de estudio han demostrado que la placa puede transmitir parte de la carga aplicada directamente al suelo de soporte y es claro que cada pilote en el grupo, por lo general no compartirá la misma carga.

Como casos históricos, a continuación en la Tabla 1 se presenta un inventario realizado por Butler en 1975 y las principales estructuras construidas en esa época bajo el sistema de placa piloteada.

Tabla 1. Estructuras Sobre Cimentaciones Profundas (Cooke, 1986)

Site and reference	Type of foundation	Point on Fig. 15	Dimensions: m			Breadth B of equivalent square raft: m	Net pressure: kN/m^2	Observed primary settlement ρ_c : mm
			Breadth	Length	Depth			
Hurley Road, Lambeth (Morton & Au, 1975)	Large diameter belled piles	10	17	26	19	20.8	190	25
Grantham Road, Lambeth (Morton & Au, 1975)	Large diameter belled piles	11	17	26	19	20.8	190	36
Addiscombe Road, Croydon (Morton & Au, 1975)	Basement raft	12	33.5 dia		11	27.8	226	53
Cambridge Road, Waltham (Morton & Au, 1975)	Piled raft	13	16	31	16	21.7	194	31
Guy's Hospital, Southwark (Mould, 1975)	Piled basement raft	14	30	30	24.5	30.0	260	25
Shell Centre, Lambeth (Green & Cocksedge, 1975)	Piled basement raft	15	55	105	37	74.3	122	59
New Zealand House, Westminster (Green & Cocksedge, 1975)	Piled basement raft	16	44	44	28	44.0	5	44
Commercial Union Building, City of London (Green & Cocksedge, 1975)	Piled basement raft	17	33	42	43	37.1	—	40
Chimney, Didcot (Hyde & Leach, 1975)	Piled raft	18	36 dia.		18	29.9	155	50
Cooling tower, Didcot (Hyde & Leach, 1975)	Piled raft	19	91 dia.		21	75.5	17.5	21
Cooling tower, Didcot (Hyde & Leach, 1975)	Piled raft	20	91 dia.		21	75.5	17.5	25
Cooling tower, Didcot (Hyde & Leach, 1975)	Piled raft	21	91 dia.		21	75.5	17.5	38
Barracks, Hyde Park, London (Hooper, 1973)	Piled basement raft	22	25	25	34	25.0	196	22
Tower block, Barbican, London (Butler, 1975)	Piled raft	23	30	30	20	30.0	390	33
Sugar silo, Norfolk (Parker & Bayliss, 1971)	Piled raft	24	19.5	88	11	36.3	290	134
Sugar silo, Essex (Parker & Bayliss, 1971)	Piled raft	25	21	21	29	21.0	340	21
Windmill Court, Kilburn (Greenfield, 1971)	Bored piles	26	17	47	18	26.5	160	38
Britannic House, City of London (Butler, 1975)	Basement raft	27	26.8	64	17.5	39.7	100	60
Tower block, Barbican, London (Butler, 1975)	Piled raft	28	20	34	20	25.6	580	34
Apartment block, Rotterdam (Joustra <i>et al.</i> , 1977)	Piled raft	29	25	47	19	33.5	245	32
National Westminster Bank Tower, City of London (Hooper, 1979)	Piled basement raft	30	54 dia.		41	44.8	340	40
Dashwood House, City of London (Green & Hight, 1976)	Piled basement raft	31	32.6	33.8	22.5	33.2	145	33
Stonebridge Park, Wembley (Cooke <i>et al.</i> , 1981)	Piled raft	32	19	43	15.5	27.2	140	16

1.6.1 Hyde Park Cavalry Barracks

Un análisis detallado de este caso de estudio lo presentó Hooper en 1973, usando un análisis de elementos finitos axisimétricos para predecir los asentamientos y los valores de cargas para compararlos medidas de campo tomadas por un periodo de seis años (S. J. Hain & Lee, 1978). Luego Hain y Lee en 1978 retomaron el caso añadiendo otros cálculos.

Este edificio posee 31 pisos, 90m de altura, con dos sótanos que suman 8.8m bajo el nivel del suelo y una fundación compuesta de pilotes de 0.91m de diámetro y 24.8m de longitud, arreglados simétricamente y cubiertos por una placa de 1.5m de espesor en contacto con una gruesa capa de Arcilla de Londres; durante la construcción de su cimentación en el verano de 1967 fueron instaladas celdas de carga en tres de los pilotes y tres celdas de presión fueron instaladas para medir la presión de contacto en la interface placa-suelo (Hooper, 1973; Small & Liu, 2008).

Una fotografía del edificio mirando en sentido oeste a este se presenta en la Figura 32.



Figura 32. Hyde Park Cavalry Barracks, Vista Oeste a Este (Hooper, 1973)

Las perforaciones durante la investigación del sitio revelaron la siguiente sucesión: 0-8m relleno, seguido por una capa gruesa de Arcilla de Londres. El nivel freático fue encontrado a 4.0m bajo la superficie. A una distancia de 370m al sur de la torre, fue encontrado un espesor de Arcilla de Londres de 57.6m, seguido por 21.3m de estratos de la formación Woolwich and Reading, 2.1m de las Arenas Thanet, 0.9m de gravas pedernales y entonces la Creta (Chalk) (Hooper, 1973).

Adicionalmente fueron aplicados ensayos de cono de penetración cada 1.2m, a continuación en la Figura 33 se presenta el resumen de los datos encontrados en el suelo de fundación, entre los cuales se presentan la resistencia al corte, características de consolidación, valores de C_u , C_v , m_v , w , etc. Un plano del sótano de la torre es mostrado en la Figura 34, y una sección transversal en la Figura 35 (Hooper, 1973).

La placa tiene un espesor de 1.52m y su base está a 8.8m bajo el nivel de la superficie del suelo. El área plana de la placa que está en contacto con la arcilla es de 618m². La placa está conectada con 51 pilotes de concreto idénticos y simétricamente arreglados como lo presenta la Figura 35.

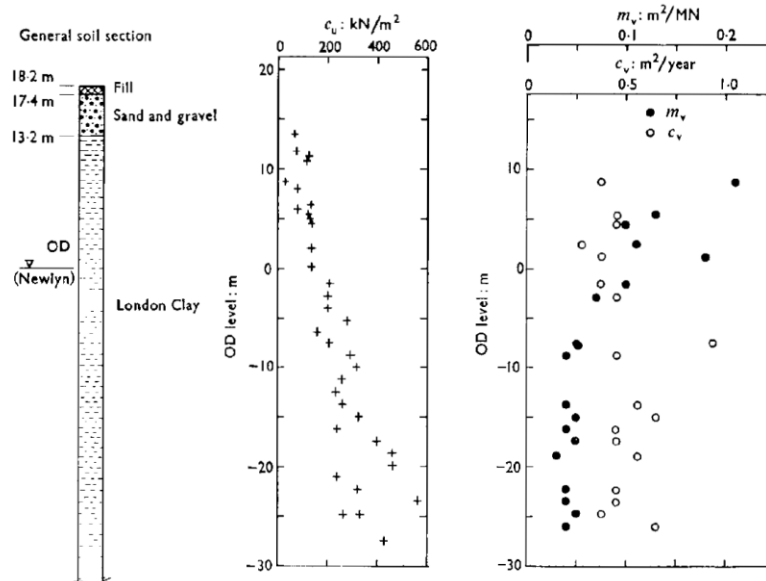


Figura 33. Hyde Park Cavalry Barracks - Datos del Suelo (Hooper, 1973)

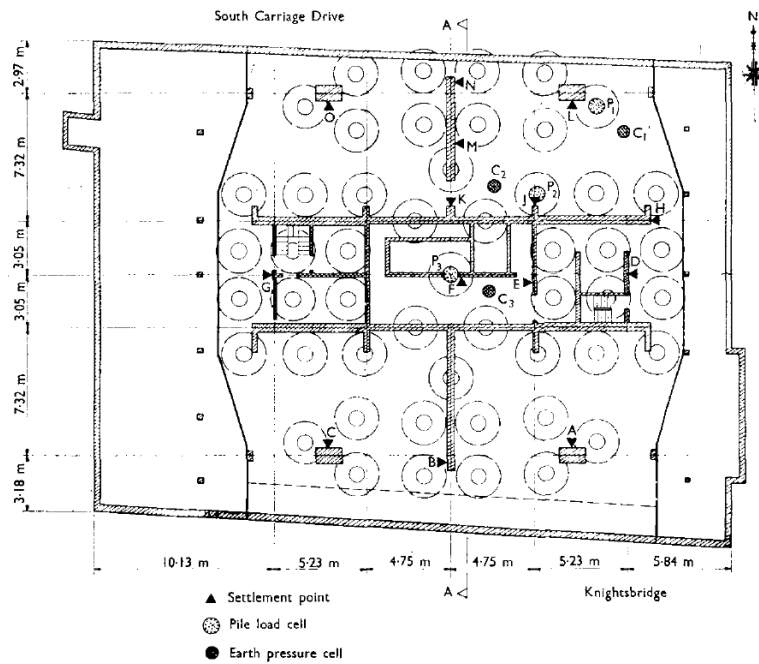


Figura 34. Hyde Park Cavalry Barracks - Plano Sótano Torre (Hooper, 1973)

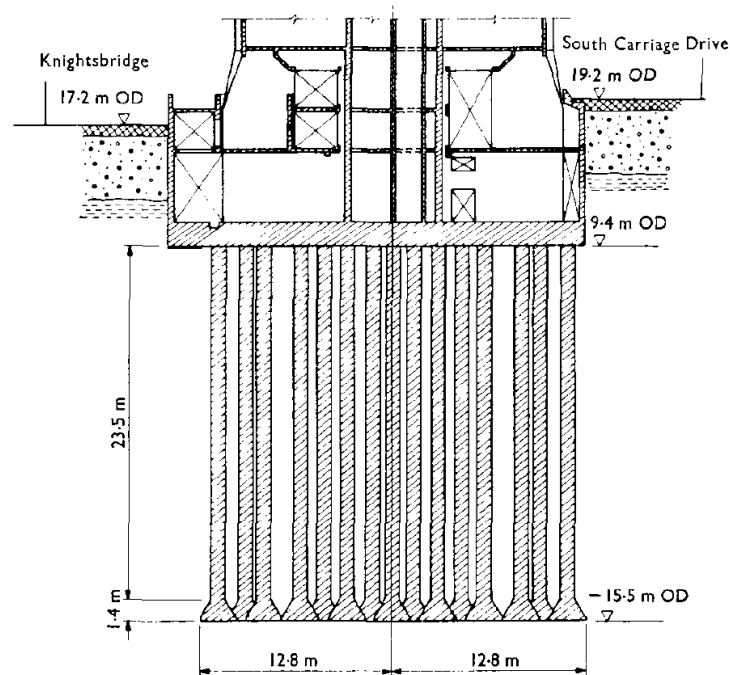


Figura 35. Hyde Park Cavalry Barracks – Sección A A (Hooper, 1973)

Tal y como lo muestra la anterior figura, los pilotes son acampanados, pasando de 0.91m a 2.44m (Hooper, 1973). Un detalle del plano típico de la superestructura se presenta en la Figura 36.

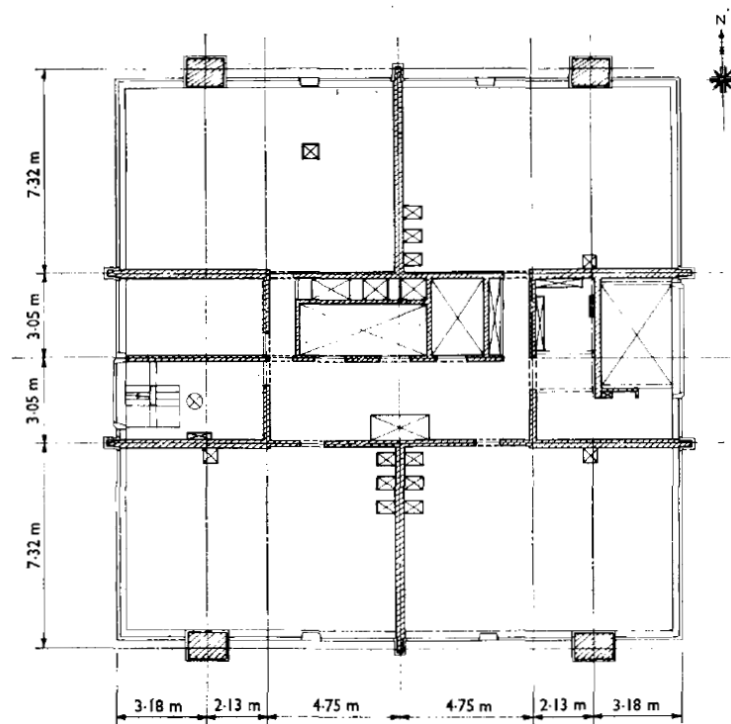


Figura 36. Hyde Park Cavalry Barracks – Plano Superestructura Típica (Hooper, 1973)
 Para medir la carga sobre los pilotes y las presiones sobre la placa se instalaron medidores fotoelásticos como base de la instrumentación usada (Hooper, 1973). A continuación en la Figura 37 se presenta la celda de carga utilizada durante su ensamblaje.

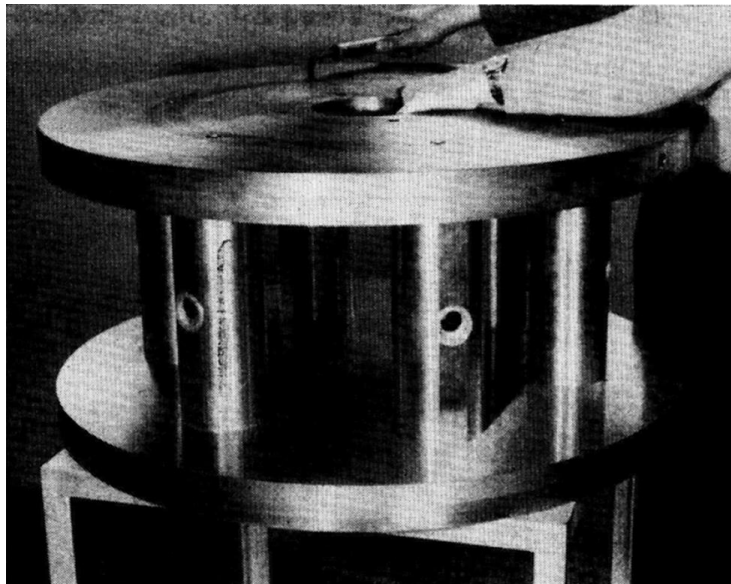


Figura 37. Hyde Park Cavalry Barracks – Celda de 6MN de carga (Hooper, 1973)

Las medidas realizadas en cada uno de los tres pilotes y la placa se presentan a continuación en la Tabla 2.

Tabla 2. Cargas Medidas en Pilotes y Presiones Medidas en la Placa (Hooper, 1973)

Date	Time, months	Pile load, kN			Contact pressure, kN/m ²		
		P ₁	P ₂	P ₃	C ₁	C ₂	C ₃
17 May, 1967	0	—	0	0	—	0	0
11 July, 1967	1.8	0	150	0	0	45	43
3 August, 1967	2.5	150	200	50	68	69	47
28 September, 1967	4.4	150	200	20	99	78	56
1 December, 1967	6.5	—	100	—	107	78	49
2 February, 1968	8.5	20	300	400	123	93	61
5 April, 1968	10.6	350	400	1270	140	105	78
7 June, 1968	12.7	950	750	1990	148	112	88
2 August, 1968	14.5	1270	1400	2630	157	113	94
9 September, 1968	15.7	1750	1740	3060	161	128	101
12 December, 1968	18.8	1920	1990	3330	166	—	101
12 June, 1969	24.8	2510	2540	3430	173	130	105
15 September, 1970	39.9	2790	2680	3410	—	136	109
2 May, 1973	71.5	3030	2860	—	—	124	102

Los desplazamientos medidos son listados en la Tabla 3, las lecturas fueron tomadas desde el 17 de mayo de 1967. Los errores son pequeños y normales, se encuentran en un rango de 0.5 y 1.0mm y fueron distribuidos en cada sondeo.

Tabla 3. Desplazamientos Medidos en la Fundación (mm)(Hooper, 1973)

Date	Time, months	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L	M	N	O
24 October, 1967	5.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28 November, 1967	6.4	0.1	0.2	0.5	0.3	—	0	0.3	0.2	0.5	0.3	—	—	0	-0.9
6 February, 1968	8.6	-0.2	-0.4	-0.5	0.7	-0.3	0.1	-0.5	-0.7	0.1	0.4	0.2	-1.1	-0.6	-1.6
11 April, 1968	10.8	4.5	2.6	3.4	3.4	3.7	4.1	4.7	3.2	4.1	4.4	3.1	—	1.8	1.7
19 June, 1968	13.1	—	5.0	6.2	7.9	7.7	7.9	7.4	7.0	7.8	7.4	—	—	6.5	5.1
19 August, 1968	15.1	8.0	8.2	8.2	10.8	9.6	10.2	9.3	8.5	10.3	9.9	7.5	8.9	9.0	7.1
12 June, 1969	24.8	11.9	10.9	10.7	14.4	14.5	13.9	13.9	14.2	15.0	14.2	—	12.2	—	13.0
23 September, 1969	28.2	12.8	13.0	12.8	15.0	15.9	16.1	15.4	14.2	16.0	15.7	12.2	14.9	14.0	13.8
6 May, 1970	33.6	—	—	13.5	15.5	17.6	17.1	16.5	—	16.2	—	—	—	13.5	13.5
14 September, 1971	51.9	13.7	13.3	14.0	16.4	18.3	18.8	17.4	15.1	17.2	17.8	10.6	14.8	14.9	13.5
23 August, 1972	63.2	15.3	14.1	15.2	17.5	19.8	20.9	17.7	16.2	18.7	18.8	11.4	15.6	15.4	14.7
26 April, 1973	71.3	16.1	14.4	15.5	18.4	20.7	21.2	17.6	17.0	19.7	18.7	12.1	16.6	16.7	14.6

Al revisar la Tabla 3 encontramos que la mayoría de las mediciones realizadas el 6 de febrero de 1968 a los 8.6 meses de iniciada la construcción tienen valores de desplazamientos negativos, es decir, el suelo se está levantando. Al ahondar en los registros se encuentra que para esa fecha se estaba construyendo el tercer piso del edificio, tal y como se presenta a continuación en la Figura 38. Una representación gráfica de los asentamientos medidos y calculados se presenta en la Figura 39, en ella es más evidente el levantamiento de la estructura en la fecha mencionada.

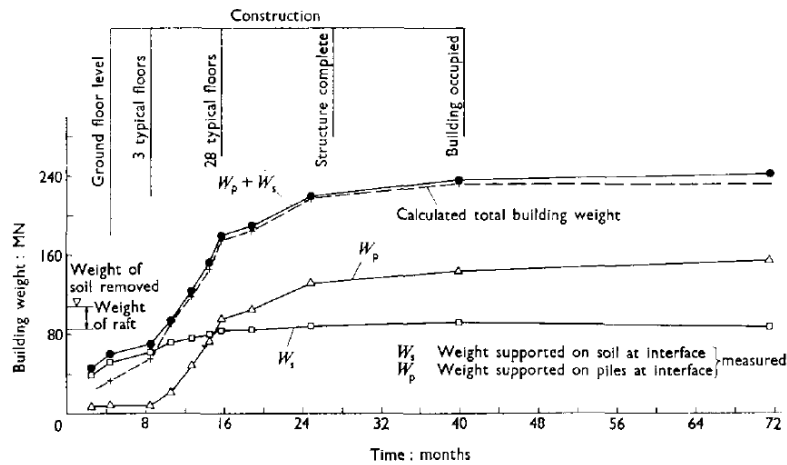


Figura 38. Etapas de construcción y peso del edificio en la interface de la placa piloteada (Hooper, 1973)

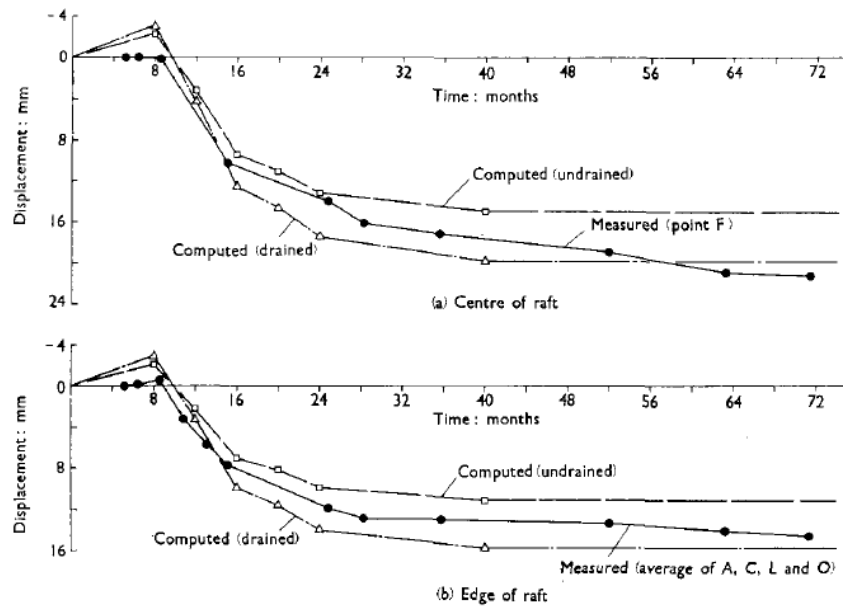


Figura 39. Desplazamientos medidos y calculados placa piloteada (Hooper, 1973)

El autor explica el desplazamiento negativo en sus análisis de resultados, indicando que durante las primeras etapas de construcción la fundación estuvo sujeta a fuerzas de rebote como resultado de la excavación del suelo.

Buscando una alternativa aproximada, una solución al problema fue utilizar el método de elementos finitos. Esto a fin de interpretar la naturaleza tridimensional del problema, se asumió una simetría

axial del problema. El modelo axisimétrico utilizado en el análisis por el método de elementos finitos del sistema de placa piloteada es presentado en la Figura 40 (Hooper, 1973).

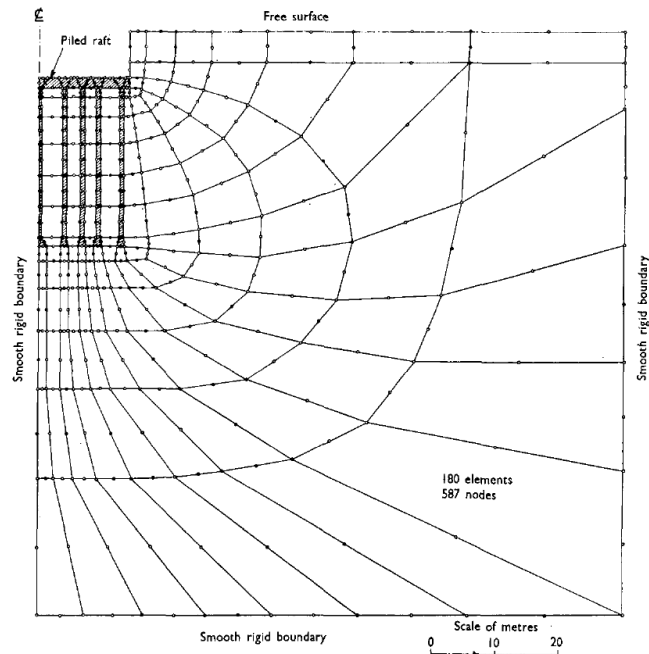


Figura 40. Axisimétrico FEM Sistema de Placa Piloteada (Hooper, 1973)

En su investigación Hain y Lee retoman el trabajo lo observado por Hooper, en la Figura 41 muestra el plano de un cuarto de la placa con las posiciones de los pilotes y los contornos de los elementos plate.

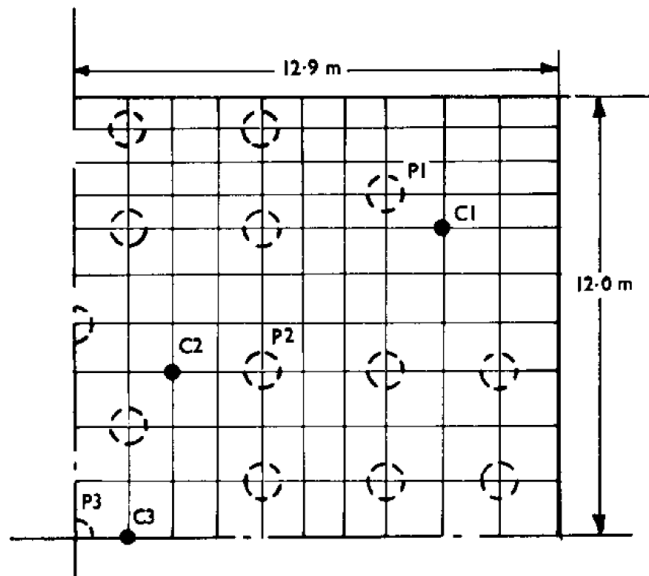


Figura 41. Fundación en Placa Piloteada para el Hyde Park (S. J. Hain & Lee, 1978)

Las cargas aplicadas del edificio las reportó Hooper y se presentan a continuación en la Figura 42.

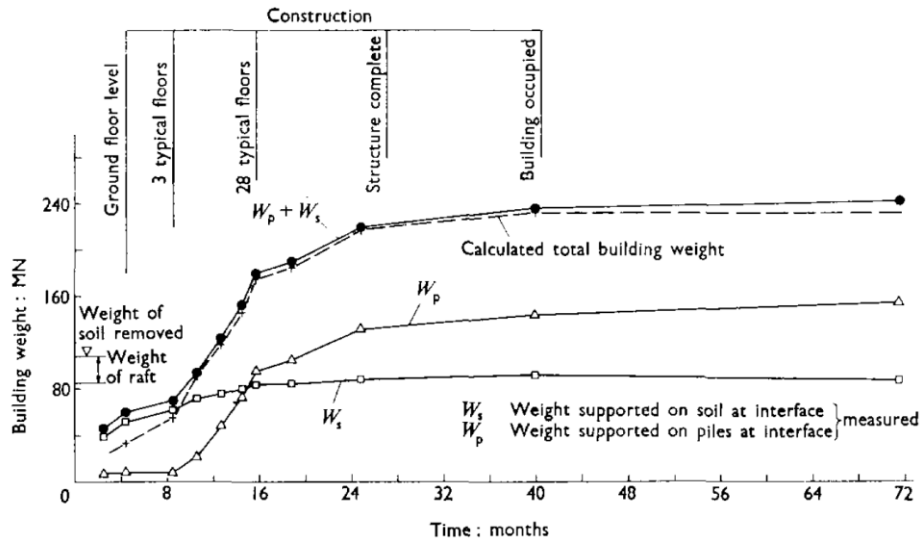


Figura 42. Distribución del Peso del Edificio en la Interface Suelo-Placa (Hooper, 1973)

Para comparación de las cargas medidas y calculadas como una función del tiempo para dos de los pilotes instrumentados, P1 y P3, se presenta la Figura 43. La comparación de los asentamientos se presenta en la Figura 44, allí se observan los medidos y los calculados.

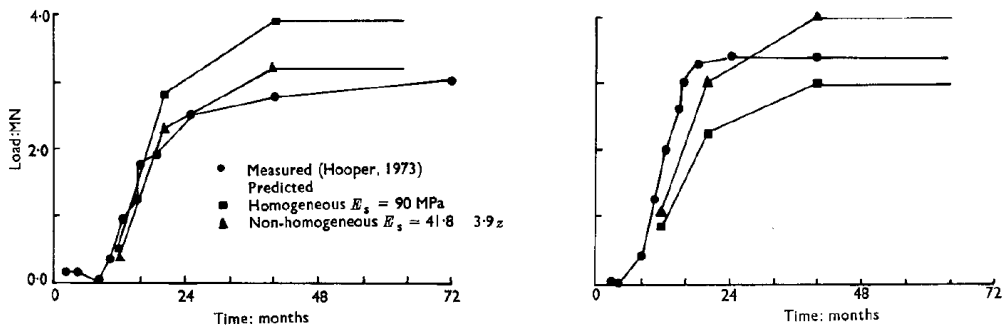


Figura 43. Carga en Pilotes Medida Vs Predicha (S. J. Hain & Lee, 1978; Hooper, 1973)

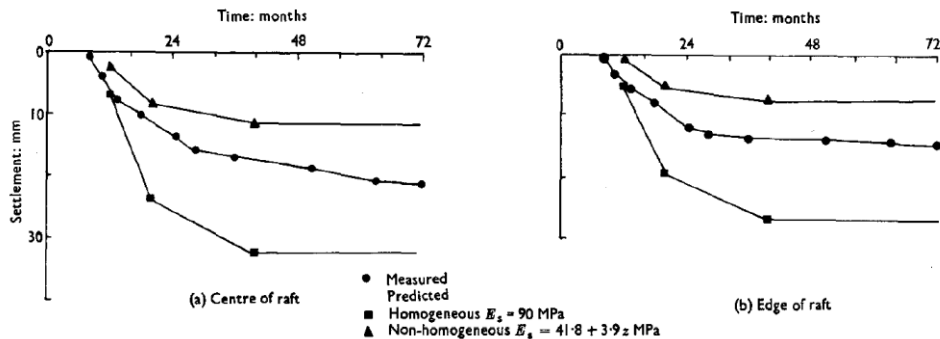


Figura 44. Asentamiento Medido Vs Predicho (S. J. Hain & Lee, 1978; Hooper, 1973)

La distribución de cargas entre los pilotes y la placa en cualquier etapa de la construcción depende de la rata de la fuerza de rebote de la carga estructural vertical. Para la estructura completa, la rata fue de 0.3, y basados en las mediciones de campo las proporciones estimadas de la carga total soportada por los pilotes y la placa al final de la construcción son de 60% y 40% respectivamente (Hooper, 1973).

En una investigación posterior Small y Liu (2008), también se estudió este caso, el plano presentado para el estudio se muestra a continuación en la Figura 45.

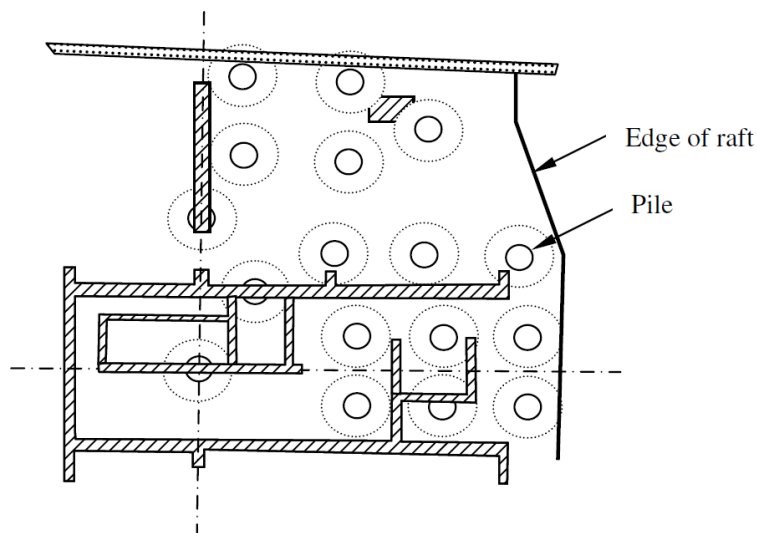


Figura 45. Plano del Hyde Park Mostrando un Cuarto de la Placa (Small & Liu, 2008)

En la modelación de elementos infinitos un cuarto del problema fue dividido en 20 nodos isoparamétricos de elementos finitos, con el módulo asignado a los elementos de acuerdo a la profundidad del elemento, para así poder simular el incremento del módulo efectivo con la profundidad. Elementos infinitos fueron utilizados alrededor de los ejes de la malla para salvar memoria y tiempo computacional (Small & Liu, 2008).

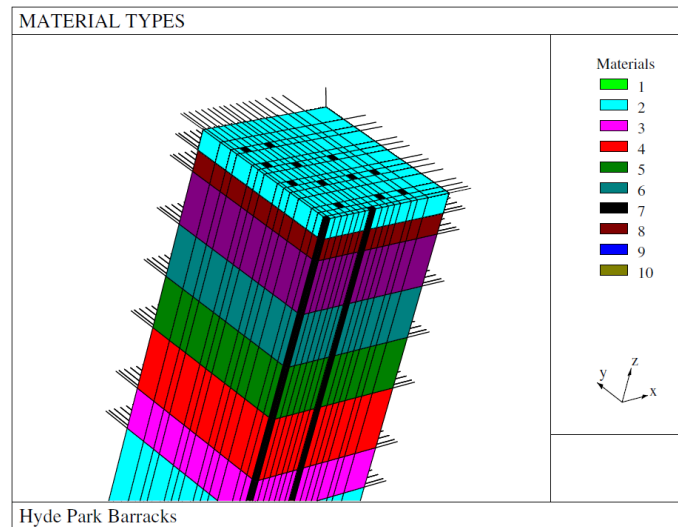


Figura 46. Malla de Elementos Finitos del Hyde Park (Small & Liu, 2008)

La carga aplicada al edificio en función del tiempo se presenta en la Figura 47, y los asentamientos calculados en el punto central de la placa con respecto al tiempo son entregados en la Figura 48.

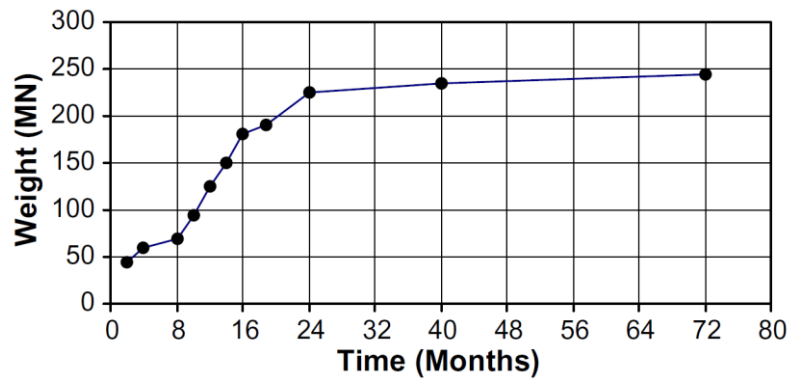


Figura 47. Carga total Vs tiempo Hyde Park Cavalry Barracks (Small & Liu, 2008)

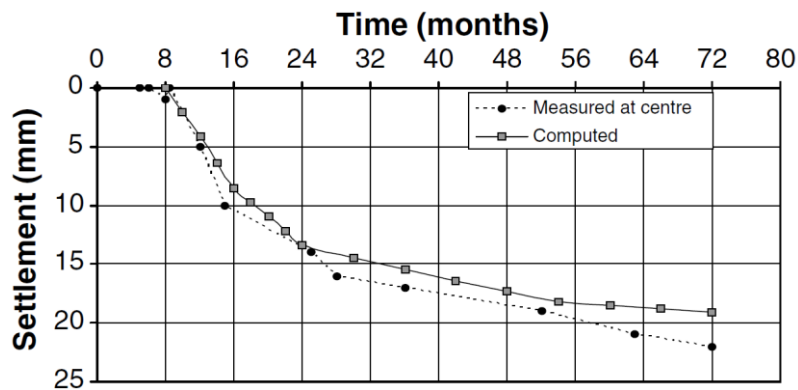


Figura 48. Asentamiento Medido y Computado, Hyde Park (Small & Liu, 2008)

Según Small y Liu (2008), en la investigación del profesor Hooper (1973) se usó un análisis axi-simétrico para predecir el comportamiento de la placa, pero no consideró la consolidación.

1.6.2 Biblioteca de Alejandría Egipto

La Biblioteca de Alejandría fue por muchos siglos el centro cultural del mundo occidental, esta fue construida por los herederos de Alejandro Magno hace algunos 2400 años y luego destruida (M. Hamza & M. Ghoneim, 2000).

El nuevo complejo está localizado casi en el mismo lugar que su antecesor. La estructura tiene alrededor de 160m de diámetro y tiene 10 pisos, 4 de los cuales están bajo la tierra y bajo el nivel freático. El nivel freático está 0.8m por encima del nivel del mar y está 11m encima del nivel de la losa del sótano (M. Hamza & M. Ghoneim, 2000).

Una sección longitudinal del edificio de la biblioteca se presenta a continuación en la Figura 49.

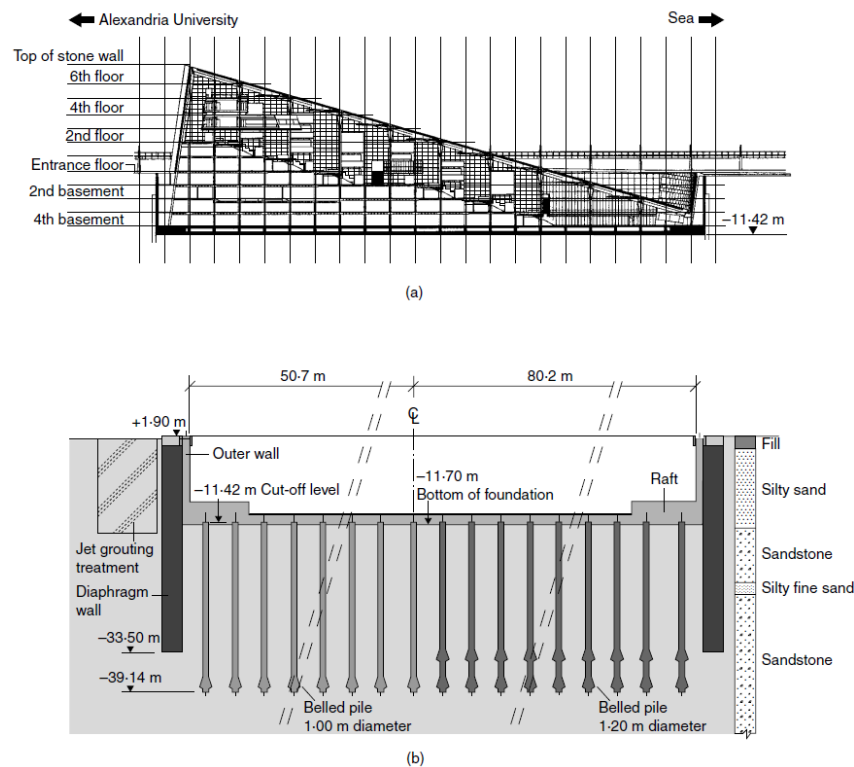


Figura 49. (a) Arquitectónico (b) Fundaciones (M. Hamza & M. Ghoneim, 2000)

La información geotecnia del suelo demostró la existencia de variabilidad sustancial en el sitio, los valores aproximados de los parámetros encontrados junto con su elevación se presentan a continuación en la Tabla 4.

Tabla 4. Datos Geotécnicos Biblioteca de Alejandría, (M. Hamza & M. Ghoneim, 2000).

Elevation (m)	Soil type	γ (t/m ³)	ϕ (degree)	c (kPa)	E (MPa)	K_a	k (MN/m ³)	ν
1.5 to 0	Fill	1.60	25	15	5	0.41	–	0.25
0 to -12.5	Silty sand	1.75	31	–	50	0.32	6.25	0.25
-12.5 to -19.5	Sandstone	1.78	30	300	100	0.33	12.50	0.20
-19.5 to -24.0	Silty fine sand	1.75	31	–	50	0.32	6.25	0.25
-24.0 to -44.5	Sandstone	1.78	30	300	100	0.33	12.50	0.20

Las fundaciones de la Nueva Biblioteca de Alejandría consisten en una placa de concreto reforzado sobre pilotes. Debido a la forma de la biblioteca, severas fuerzas excéntricas de gravedad han sido transmitidas a la fundación. La excentricidad de las cargas incrementa cuando se analiza el edificio bajo combinaciones de cargas las cuales incluyen viento, sismo y rebote. La placa de fundación fue diseñada para transmitir las cargas de todos los componentes de los elementos estructurales de la superestructura de la biblioteca a los pilotes; esas cargas varían considerablemente desde altas cargas de compresión hasta altas cargas a tensión.

Debido a la forma asimétrica de la superestructura interna, las variaciones ocurren en la intensidad de la carga aplicada sobre la placa piloteada. Una alta intensidad de cargas muertas se emplaza en el sur del sitio, dando como resultado que los pilotes trabajen a compresión. En la sección norte del sitio, pilotes a tensión son necesarios para controlar el arrancamiento creado por las presiones de agua como resultado de cargas muertas mínimas y la excavación ejecutada. En el área central del sitio, los pilotes están a tensión y a compresión dependiendo de las condiciones de carga. Todos los pilotes están construidos hasta la arenisca (M. Hamza & M. Ghoneim, 2000).

El espesor de esa parte de la losa que soporta los pilotes bajo compresión o compresión-tensión es de 1275mm, para reducir la cantidad de tensión en los pilotes; carga muerta adicional ha sido incorporada dentro de la estructura incrementando el espesor de 1275mm a 2400mm (M. Hamza & M. Ghoneim, 2000).

A continuación en la Figura 50 se muestra la distribución de los tipos de pilotes dentro de la placa y en la Figura 51 la distribución de las células de pilotes dentro de la misma.

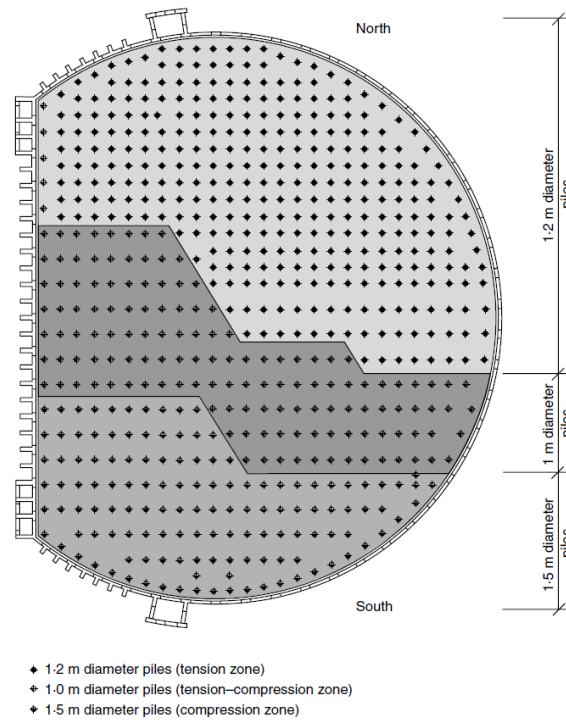


Figura 50. Pilotes Biblioteca de Alejandría (M. Hamza & M. Ghoneim, 2000)

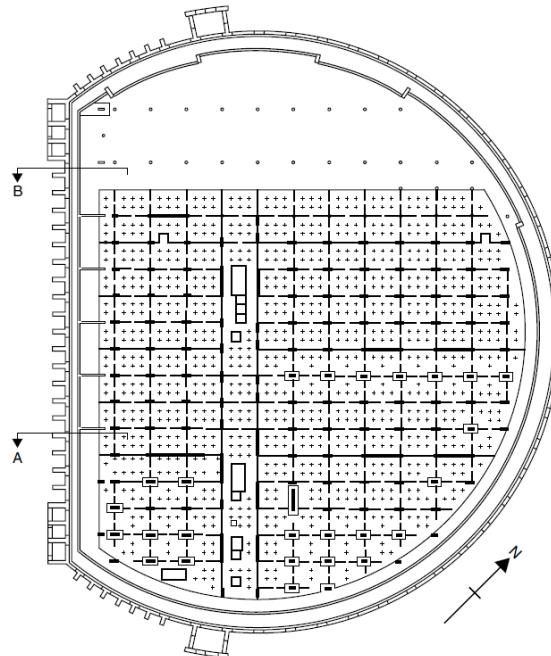


Figura 51. Celdas Biblioteca de Alejandría (M. Hamza & M. Ghoneim, 2000)

La superestructura, la placa y los pilotes fueron modelados como partes de un sistema continuo. El software SAP90 fue utilizado para el análisis de la placa. El modelo tridimensional de elementos

finitos contenía 20.500 nodos y 29.700 elementos. Los pilotes fueron modelados considerando resortes de una sola dimensión. La rigidez de los pilotes variaba dependiendo del diámetro del pilote dependiendo si estaba a tensión o a compresión. La Figura 52 muestra el modelo de elementos finitos usado para analizar la superestructura y placa de la biblioteca .

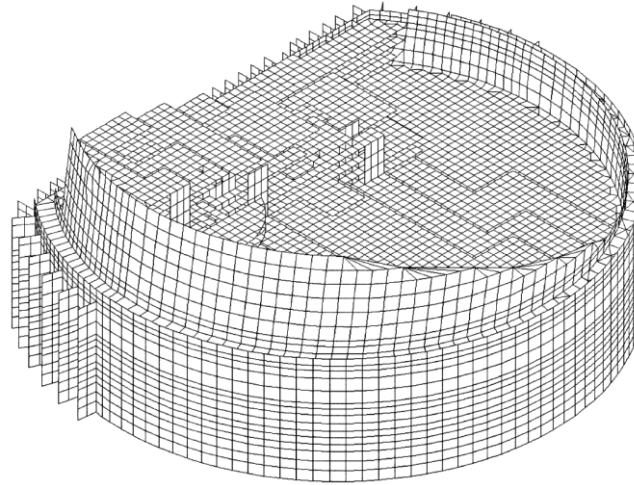


Figura 52. Modelación FEM Biblioteca de Alejandría (M. Hamza & M. Ghoneim, 2000)

2 Materiales y Métodos

Para cumplir con los objetivos del proyecto, se propuso una investigación tipo experimental. La metodología se separó en tres fases claramente definidas y denominadas, en su orden, así:

- **Fase 1:** Modelación.
- **Fase 2:** Criterios.
- **Fase 3:** Metodología.

La metodología de esta investigación comprendió desde la revisión bibliográfica de los temas correspondientes al problema de investigación, la recolección de información de parámetros, la escogencia de parámetros, las modelaciones, el análisis de los resultados, la propuesta metodológica y, finalmente, el contraste de los resultados. Un flujograma de la metodología propuesta se muestra en la Figura 53.

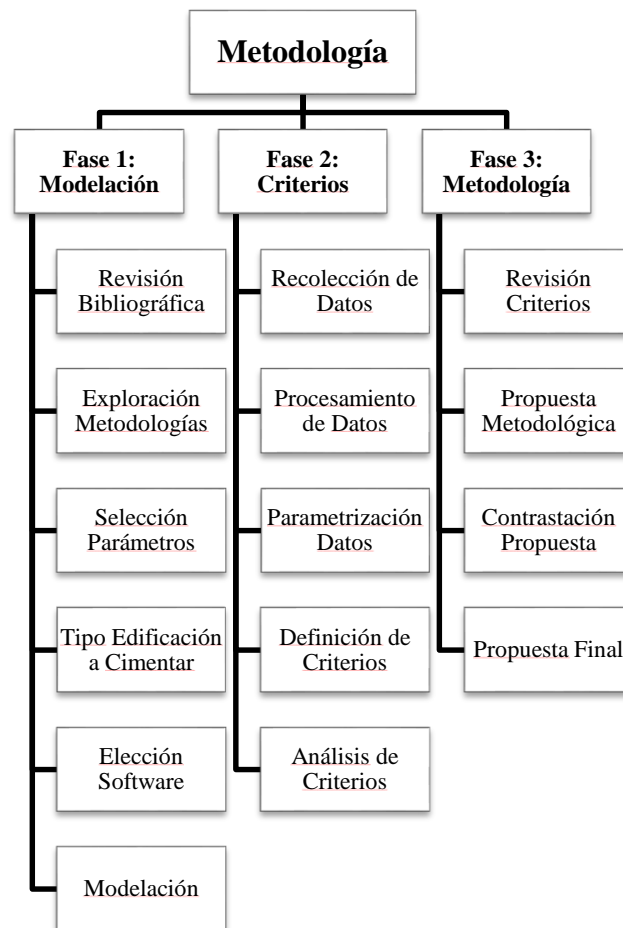


Figura 53. Flujograma de la metodología

La muestra a estudiar corresponde a los resultados de las modelaciones a realizar en cuanto a cargas transmitidas a los pilotes y características (geométricas y mecánicas) de los componentes de la modelación (suelo, placa y pilotes). Todo esto de acuerdo con el diseño experimental.

2.1 Fase 1: Modelación

Dentro de esta fase, se realizó una revisión bibliográfica. Adicionalmente, se exploraron metodologías de modelación de placas piloteadas y se seleccionarán unos parámetros del suelo para diseño. Luego, se decidió el tipo y magnitud de edificación a cimentar. Por último, se realizaron modelación con el software RStudio (versión 1.2.5033, RStudio Inc, Boston, MA, USA) para el análisis de datos.

2.1.1 Revisión Bibliográfica

Inicialmente se realizó una revisión bibliográfica extensa que comprendía el estado del arte en el tema de placa piloteada y correspondiente a artículos científicos y libros de las bases de datos científicas con mayor impacto en la ingeniería civil, entre ellas ScienceDirect, Scopus y Web of Science. Dentro de esta revisión se incluyeron tesis de grado de la Escuela Colombiana de Ingeniería y de las principales universidades del país. Los resultados de esta revisión fueron consignados en el capítulo de Marco Teórico.

2.1.2 Software de Elementos Finitos

Teniendo en cuenta las siguientes condiciones, se escogió el software de **RS3 de Rocscience** para elementos finitos como herramienta para la investigación:

1. La licencia del Software está disponible en la institución.
2. El problema a estudiar es geotécnico al igual que el software
3. Los recursos para el proyecto son limitados
4. Se desea realizar un estudio de caso.
5. Es un trabajo de grado para maestría
6. Las teorías abarcadas dentro de la temática del proponente a lo largo del desarrollo de su postgrado son afines al software.
7. La disponibilidad de tiempo computacional.

El software tiene las siguientes características que lo hacen atractivo para ejecutar el proyecto

1. Es un programa de análisis en elementos finitos de estructuras geotécnicas en 3D para aplicaciones civiles
2. El software ofrece una amplia flexibilidad para aspectos de modelaciones con respecto a cargas y etapas.
3. Tiene modelos para materiales como Mohr Coulomb, Hoek Brown, Cam Clay y Drucker-Prager.
4. Es especializado en estructuras geotécnicas como anclajes, pilotes, vigas y placas.
5. Incluye análisis del nivel freático entre otros.

En lo que se refiere específicamente a las características y limitaciones del software con respecto al problema geotécnico estudiado se encontró lo siguiente: el software es descrito dentro de la página web del desarrollador como un programa de análisis de elementos finitos en 3D para modelación de taludes, túneles y diseño de soportes, excavaciones profundas y en superficie, diseño de fundaciones, rellenos, consolidación, flujo subterráneo, etc. Sin embargo, al revisar en detalle dentro de la misma página, para lo correspondiente a análisis de asentamientos dependientes del tiempo y análisis de consolidación se recomienda la utilización de otro software de la misma casa denominado 'Settle'.

En la presente investigación se le prestó mayor énfasis en la respuesta drenada de la placa piloteada instalada sobre la arcilla blanda; de tal manera que la capa de suelo ideal tuviera condiciones de nivel freático sobre la misma arcilla asumiendo una distribución de presión hidrostática. Por lo anteriormente expresado, dentro de la presente investigación, no se tuvo en cuenta este análisis (Consolidación). Por lo anterior, para efectos de simplificar el proceso de análisis, se actuó de manera similar a Cho donde los efectos de la consolidación fueron omitidos (Cho et al., 2012).

2.1.3 Carga Transmitida al Suelo

El tipo de edificación fueron torres equivalentes a 10, 15 y 20 pisos típicas construida en la ciudad de Bogotá sin sótanos; para efectos de modelaciones esta edificación será convertida en una carga vertical de 100, 150 y 200kPa basados en los requerimientos de la Norma Sismo Resistente Colombiana del 2010, donde la carga por piso es aproximadamente de 10kPa. Esta consideración implica que no se tienen en cuenta los momentos ni las cargas horizontales, sólo la carga vertical.

2.1.4 Propiedades del Suelo

El tipo de suelo se escogió dependiendo de la información de exploraciones y ensayos de laboratorio ejecutados en suelo Bogotano; para esto se revisó en detalle la base de datos proporcionada por el Instituto de Desarrollo Urbano (IDU) en el marco de los Estudios y Diseños realizados por la Alcaldía Mayor de la ciudad para la primera línea de Metro de Bogotá (PLMB) dentro del Tramo IV. De esta base de datos se conoce que contiene en detalle la información necesaria.

El Tramo IV de la PLMB se encuentra localizado al norte de la ciudad, inicia en la Plaza de Lourdes y termina en la Calle 127, la geología indica que se encuentra dentro de depósitos de terrazas aluviales. De manera preliminar la Información Geotécnica PLMB Tramo IV indica que en “la zona comprendida entre los PP.KK. 1+200 –hasta final de tramo, encontramos en superficie un nivel (20-30m) de arcillas/limos de origen lacustre (con pequeñas intercalaciones de niveles arenosos y gravosos formando paleocanales) y que puntualmente puede llegar a tener un espesor en torno a los 50 m. Bajo estos materiales aparecen niveles arenosos y gravosos con intercalaciones de arcilla, en general procedentes de las laderas y más evolucionados que los del inicio del tramo y cuyo origen parece ser de conos de deyección” (Empresa Metro Bogotá, 2014). Para efectos de las modelaciones en la presente investigación, se simplificó a un solo estrato de arcilla de características homogéneas. La presente metodología utilizó la información de estos sondeos, pruebas de campo y ensayos de laboratorio; ellos corresponden a exploraciones con profundidades mayores a 30 metros que incluyen pruebas de clasificación, ensayos triaxiales, caracterización dinámica, medición de niveles freáticos y ensayos de corte directo.

La localización dentro del Tramo IV de una exploración con las características solicitadas anteriormente se presenta a continuación en la Figura 54.

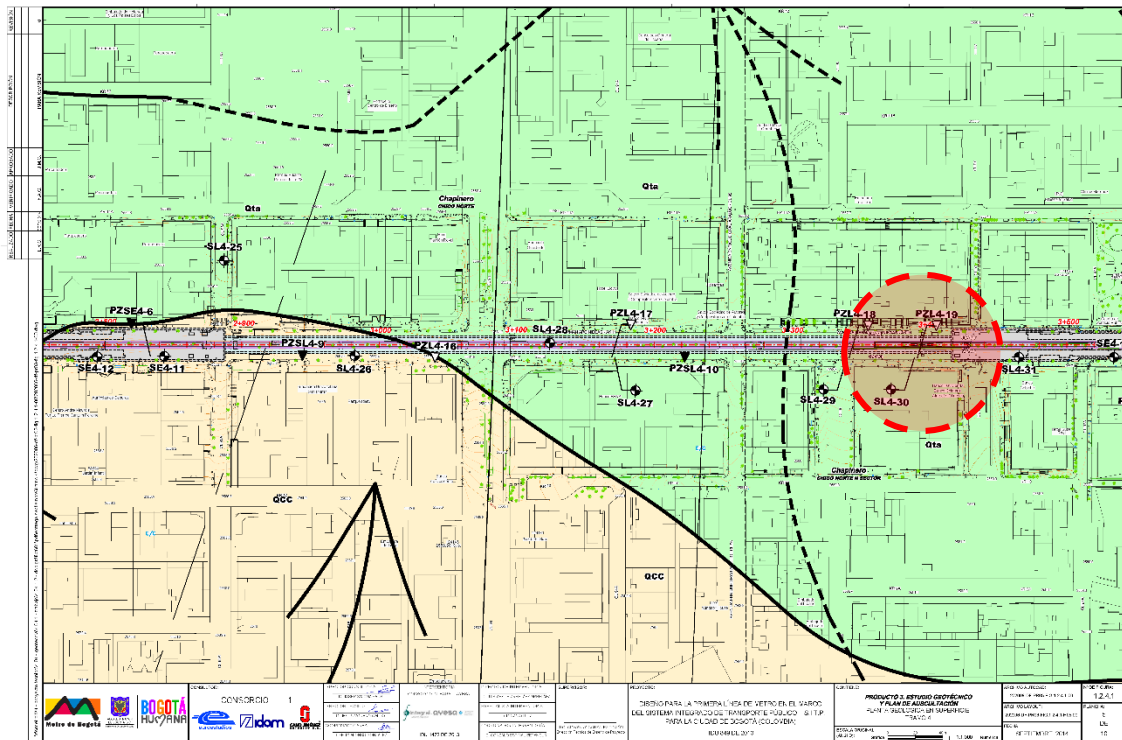


Figura 54. Planta geología en superficie Sondeo SL4-30 (Empresa Metro Bogotá, 2014)

Teniendo en cuenta la homogeneidad de los materiales cohesivos presentes, la cantidad, densidad y el amplio espectro que presentan los ensayos ejecutados, se propone la utilización del Sondeo SL4-30 localizado en la abscisa PK: 3+389 como el perfil del suelo para el estudio de caso a realizar en este proyecto de investigación.

Dentro de los ensayos ejecutados en el sondeo antes mencionado se encontró un ensayo triaxial, el cual fue utilizado para extraer los parámetros de resistencia al corte del criterio de falla Mohr Coulomb a emplear dentro de las modelaciones y cuyos valores en parámetros efectivos son, Cohesión efectiva: 66.55kPa, Ángulo de Fricción Efectiva: 12.7°. El peso unitario promedio encontrado para el material corresponde a 16.65kN/m³. A continuación en la Figura 55 se presenta el reporte del ensayo de laboratorio ejecutado. De manera general se observa en el ensayo que las trayectorias de esfuerzos son las típicas, estando una de ellas ligeramente por encima de las otras. Por otra parte se anota que dos de las probetas registran humedad inicial mayor que la humedad final. Los esfuerzos de confinamiento se consideran apropiados dada la localización de la cimentación.

El nivel freático fue detectado a 10.5m de la superficie, por lo que se toma en esta localización en todas las modelaciones.

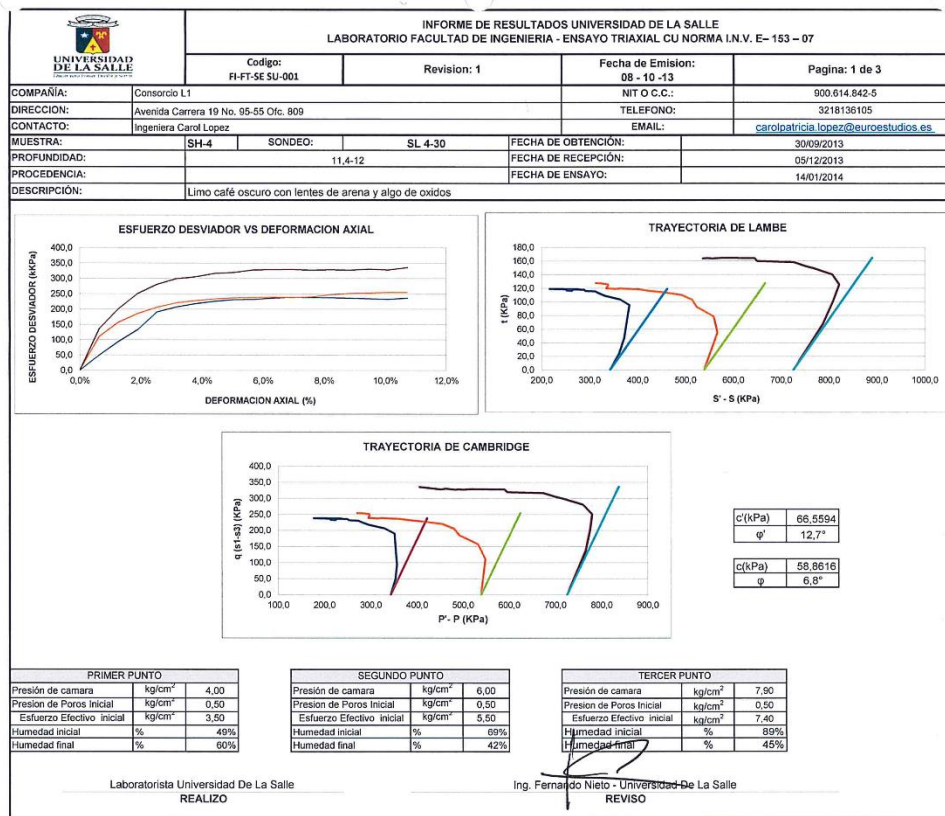


Figura 55. Reporte Parámetros de Resistencia al Corte Ensayo Triaxial Sondeo SL4-30

Teniendo en cuenta que el ensayo triaxial ejecutado corresponde a consolidado no drenado (CU) se tomaron valores teóricos para la relación de Poisson no drenada (ν) de 0.49 y para condición drenada (ν) de 0.35.

A partir de las mediciones del esfuerzo desviador (q) y la deformación axial fueron calculados los módulos no drenados (E_u) en el rango elástico de las tres muestras ensayadas con la Ecuación 3.

$$E_u = q/\epsilon_a \quad \text{Ecuación 3}$$

Donde:

E_u : Módulo Elástico NO Drenado del Suelo

q : Esfuerzo Desviador

ϵ_a : Deformación Axial

El módulo bulk no Drenado (K_u) y el módulo de corte no drenado (G_u) también corresponden a estimaciones realizadas durante la ejecución del ensayo triaxial y se calcularon en el mismo rango elástico con las expresiones que se presentan a continuación en la Ecuación 4 y la Ecuación 5.

$$K_u \text{ (kPa)} = E_u / (3 * (1 - 2 * \mu))$$

Ecuación 4

Donde:

K_u : Módulo Bulk NO Drenado del Suelo

E_u : Módulo Elástico NO Drenado del Suelo

μ : Relación de Poisson NO Drenada del Suelo

$$G_u \text{ (kPa)} = E_u / (2(1 + \mu))$$

Ecuación 5

Donde:

G_u : Módulo de Corte NO Drenado del Suelo

E_u : Módulo Elástico NO Drenado del Suelo

μ : Relación de Poisson NO Drenada del Suelo

Los resultados de los ensayos de laboratorio, que fueron usados como insumos de las anteriores estimaciones, se presentan a continuación en la Figura 56, Figura 57 y Figura 58, para los Puntos 1, 2 y 3 del ensayo triaxial respectivamente.

UNIVERSIDAD DE LA SALLE		INFORME DE RESULTADOS UNIVERSIDAD DE LA SALLE LABORATORIO FACULTAD DE INGENIERIA									
Codigo: FT-SE SU-001		Revisión: 1	Fecha de Emisión: 08-10-13	Pagina: 3 de 3							
COMPANIA:		Consortio L1		NIT O.C.C.:		900.614.842-5					
DIRECCION:		Avenida Carrera 19 No. 95-55 Ofc. 809		TELEFONO:		3218136105					
CONTACTO:		Ingeniera Carol Lopez		EMAIL:		carolpatricia.lopez@euroestudios.es					
MUESTRA:		SH-4	SONDEO:	SL 4-30	FECHA DE OBTENCION:		30/09/2013				
PROFUNDIDAD:		11,4-12		FECHA DE RECEPCION:		05/12/2013					
PROCEDENCIA:				FECHA DE ENSAYO:		14/01/2014					
DESCRIPCION: Limo café oscuro con lentes de arena y algo de oxidos											
Presión de cámara		kg/cm ²	4,00								
Contrapresión		kg/cm ²	0,50								
Esfuerzo de Confinamiento		kg/cm ²	3,50								
PRIMER PUNTO											
Tiempo	Deformación	Presión de poros	Area corregida.	Esfuerzo	p	p'	q	s	t	s'	
Minutos	%	kPa	m ²	kPa	kPa	kPa	kPa	kPa	kPa	kPa	
0,000	0%	49,035	0,001	0,000	343,245	343,245	0,000	343,245	0,000	343,245	
3,987	1%	54,919	0,001	49,549	359,761	353,877	49,549	368,019	24,774	362,135	
7,750	1%	66,688	0,001	94,307	374,681	357,028	94,307	390,398	47,153	372,746	
11,800	2%	82,379	0,001	133,665	387,800	354,456	133,665	410,078	66,833	376,734	
15,467	3%	103,954	0,001	190,308	406,681	351,762	190,308	438,399	95,154	383,480	
19,250	3%	131,414	0,001	206,799	412,165	326,786	206,799	446,024	103,379	364,246	
23,117	4%	168,680	0,001	217,573	416,709	296,124	217,573	452,032	108,787	332,386	
27,200	4%	186,333	0,001	225,543	418,426	281,128	225,543	456,016	112,771	318,718	
30,950	5%	196,140	0,001	230,721	420,152	273,047	230,721	458,005	115,960	311,500	
34,717	6%	215,754	0,001	231,836	420,524	253,805	231,836	459,163	115,918	292,444	
38,617	6%	221,638	0,001	235,547	421,761	246,158	235,547	461,019	117,774	288,415	
47,617	7%	294,210	0,001	237,881	422,539	177,364	237,881	462,185	118,940	217,010	
50,283	8%	235,368	0,001	237,231	422,322	235,989	237,231	461,860	118,615	275,527	
54,533	9%	245,175	0,001	235,999	421,778	225,638	235,999	461,044	117,799	264,904	
59,250	10%	256,943	0,001	233,575	421,103	213,195	233,575	460,032	116,787	252,124	
62,750	10%	245,175	0,001	232,335	420,600	224,550	232,335	459,412	116,167	263,272	
66,183	11%	254,982	0,001	235,718	421,818	215,871	235,718	461,104	117,859	255,157	
70,200	11%	256,943	0,001	236,540	422,092	214,183	236,540	461,515	118,270	253,607	
74,250	12%	259,886	0,001	236,709	422,148	211,298	236,709	461,600	118,355	250,749	
78,050	13%	263,808	0,001	236,361	422,032	207,259	236,361	461,425	118,180	246,652	
89,033	14%	263,808	0,001	232,823	420,853	206,079	232,823	459,557	116,412	244,883	
96,733	15%	263,808	0,001	225,237	418,324	203,551	225,237	455,864	112,619	241,090	
104,367	16%	274,596	0,001	224,232	417,989	192,428	224,232	455,361	112,116	229,800	
112,567	16%	273,615	0,001	226,625	418,787	194,207	226,625	456,558	113,313	231,977	
120,283	19%	274,596	0,001	227,703	419,146	193,585	227,703	457,096	113,851	231,535	
128,283	20%	289,307	0,001	228,396	418,710	178,439	228,396	458,443	113,198	218,172	

Figura 56. Parámetros de Elasticidad Ensayo Triaxial Sondeo SL4-30 Punto 1

INFORME DE RESULTADOS UNIVERSIDAD DE LA SALLE LABORATORIO FACULTAD DE INGENIERIA										
Codigo: FT-SE SU-001		Fi:	Revision: 1			Fecha de Emision: 08-10-13	Pagina: 3 de 3			
COMPANIA: Consorcio L1			NIT O C.C.: 900.614.842-5							
DIRECCION: Avenida Carrera 19 No. 95-55 Ofc. 809			TELEFONO: 3218136105							
CONTACTO: Ingeniera Carol Lopez			EMAIL: carolpatricia.lopez@euroestudios.es							
MUESTRA: SH-4		SONDEO: SL 4-30		FECHA DE OBTENCION: 30/09/2013						
PROFUNDIDAD: 11,4-12		FECHA DE RECEPCION: 05/12/2013								
PROCEDENCIA:		FECHA DE ENSAYO: 14/01/2014								
DESCRIPCION: Limo café oscuro con lentes de arena y algo de oxidos										
Presión de cámara		kg/cm ²	6,00							
Contrapresión		kg/cm ²	0,50							
Esfuerzo de Confinamiento		kg/cm ²	5,50							
SEGUNDO PUNTO										
Tiempo	Deformación	Presión de poros	Area corregida.	Esfuerzo	p	p'	q	s	t	s'
Minutos	%	kPa	m ²	kPa	kPa	kPa	kPa	kPa	kPa	kPa
0.000	0.00%	49.035	0.00099	0.000	539.385	539.385	0.000	539.385	0.000	539.385
4.100	0.63%	76.495	0.00100	110.449	576.201	548.742	110.449	594.610	55.225	567.150
7.867	1.26%	107.877	0.00101	156.981	591.712	532.870	156.981	617.875	78.490	559.033
11.933	1.89%	156.912	0.00101	184.964	601.040	493.163	184.964	631.887	92.482	523.990
15.833	2.53%	176.526	0.00102	205.716	607.957	480.466	205.716	642.243	102.856	514.752
19.783	3.16%	205.947	0.00103	220.054	612.736	455.624	220.054	649.412	110.027	492.500
23.817	3.79%	245.175	0.00103	227.418	615.191	419.051	227.418	653.094	113.709	456.954
27.753	4.42%	284.403	0.00104	232.650	616.935	381.567	232.650	655.710	116.325	420.342
31.583	5.05%	304.017	0.00105	236.457	618.204	353.222	236.457	657.613	118.228	402.631
35.483	5.68%	323.631	0.00105	237.539	618.688	343.969	237.539	658.154	118.769	383.558
39.400	6.31%	343.245	0.00106	238.585	618.913	324.703	238.585	658.677	119.292	364.467
43.767	6.94%	353.052	0.00107	237.832	618.596	314.579	237.832	658.201	118.816	354.184
47.117	7.58%	372.666	0.00108	239.271	619.142	295.511	239.271	659.020	119.635	335.389
51.000	8.21%	372.666	0.00108	246.677	621.611	297.980	246.677	662.723	123.338	339.092
54.917	8.84%	374.627	0.00109	250.752	622.989	297.377	250.752	664.761	125.376	339.169
58.783	9.47%	382.473	0.00110	252.200	623.452	290.014	252.200	665.485	126.100	332.047
62.850	10.10%	392.280	0.00111	254.236	624.130	280.885	254.236	666.503	127.118	323.258
66.933	10.73%	402.087	0.00111	254.334	624.163	271.111	254.334	666.552	127.167	313.500
74.667	11.98%	402.087	0.00113	255.071	624.409	271.357	255.071	666.920	127.535	313.898
78.667	12.63%	404.048	0.00114	255.700	624.618	269.605	255.700	667.235	127.860	312.221
78981.567	13.89%	404.048	0.00115	255.639	624.598	269.585	255.639	667.205	127.820	312.191
0.333	15.15%	411.894	0.00117	254.278	624.144	261.285	254.278	668.524	127.139	303.665
102.883	16.41%	421.701	0.00119	252.847	623.667	251.001	252.847	665.808	126.423	293.142
109.817	17.68%	421.701	0.00121	252.502	623.552	250.886	252.502	665.636	126.251	292.970
117.850	18.94%	431.508	0.00123	252.051	623.402	240.929	252.051	665.410	126.025	282.937

Figura 57. Parámetros de Elasticidad Ensayo Triaxial Sondeo SL4-30 Punto 2

INFORME DE RESULTADOS UNIVERSIDAD DE LA SALLE LABORATORIO FACULTAD DE INGENIERIA										
Codigo: FT-SE SU-001		Fi:	Revision: 1			Fecha de Emision: 08-10-13	Pagina: 3 de 3			
COMPANIA: Consorcio L1			NIT O C.C.: 900.614.842-5							
DIRECCION: Avenida Carrera 19 No. 95-55 Ofc. 809			TELEFONO: 3218136105							
CONTACTO: Ingeniera Carol Lopez			EMAIL: carolpatricia.lopez@euroestudios.es							
MUESTRA: SH-4		SONDEO: SL 4-30		FECHA DE OBTENCION: 30/09/2013						
PROFUNDIDAD: 11,4-12		FECHA DE RECEPCION: 05/12/2013								
PROCEDENCIA:		FECHA DE ENSAYO: 14/01/2014								
DESCRIPCION: Limo café oscuro con lentes de arena y algo de oxidos										
Presión de cámara		kg/cm ²	7,90							
Contrapresión		kg/cm ²	0,50							
Esfuerzo de Confinamiento		kg/cm ²	7,40							
TERCER PUNTO										
Tiempo	Deformación	Presión de poros	Area corregida.	Esfuerzo	p	p'	q	s	t	s'
Minutos	%	kPa	m ²	kPa	kPa	kPa	kPa	kPa	kPa	kPa
0.000	0.00%	49.035	0.001	0.000	725.718	725.718	0.000	725.718	0.000	725.718
4.200	0.06%	54.919	0.001	136.628	771.261	785.377	136.628	794.032	68.314	788.148
7.733	0.11%	66.689	0.001	200.870	792.876	776.022	200.870	828.153	100.435	808.500
11.700	0.19%	78.456	0.001	250.513	809.222	779.801	250.513	850.976	125.257	821.554
15.783	0.25%	107.877	0.001	280.356	819.170	760.328	280.356	865.896	140.178	807.054
19.900	0.32%	156.912	0.001	298.920	825.358	717.481	298.920	875.178	149.460	767.301
23.500	0.38%	176.526	0.001	305.070	827.408	699.917	305.070	878.253	152.535	750.762
27.417	0.44%	205.947	0.001	316.478	831.211	674.299	316.478	883.957	158.239	727.045
31.350	0.51%	284.403	0.001	319.716	832.290	596.922	319.716	885.576	159.858	650.208
35.267	0.57%	294.210	0.001	328.176	835.110	589.935	328.176	889.806	164.088	644.631
39.183	0.63%	362.859	0.001	328.607	835.254	521.430	328.607	890.022	164.304	576.198
42.950	0.69%	362.859	0.001	329.004	835.389	521.562	329.004	890.220	164.502	576.396
46.683	0.76%	382.473	0.001	327.419	834.858	501.420	327.419	889.428	163.710	555.990
50.683	0.82%	392.280	0.001	328.402	835.185	491.940	328.402	889.919	164.201	546.674
54.533	0.88%	402.087	0.001	327.422	834.859	481.807	327.422	889.429	163.711	536.377
58.367	0.95%	421.701	0.001	330.234	835.796	463.130	330.234	890.835	165.117	518.169
62.267	1.01%	431.608	0.001	327.931	835.028	452.555	327.931	889.683	163.955	507.210
66.483	1.07%	480.543	0.001	335.646	837.600	406.092	335.646	893.541	167.823	462.033
70.200	1.14%	490.350	0.001	339.490	838.881	397.656	339.490	895.463	169.745	454.148
77.583	1.26%	519.771	0.001	338.330	838.495	367.759	338.330	894.883	169.165	424.147
85.833	1.39%	556.999	0.001	338.272	838.475	328.511	338.272	894.854	169.136	384.890
93.767	1.52%	578.613	0.001	333.310	836.821	307.243	333.310	892.373	166.655	362.795
109.200	1.77%	588.420	0.001	333.782	836.979	297.984	333.782	892.609	166.891	353.224

Figura 58. Parámetros de Elasticidad Ensayo Triaxial Sondeo SL4-30 Punto 3

Para el caso de los Módulos Drenados, se aplicaron las mismas ecuaciones presentadas anteriormente. Teniendo en cuenta que la relación de Poisson cambia, dada la condición de drenaje, se utiliza la relación de Poisson drenada. Los resultados para los cálculos en ambos casos se presentan a continuación en la Tabla 5.

Tabla 5. Resumen Parámetros Elásticos del Suelo

Parámetro	ν	E (kPa)	K (kPa)	G (kPa)
No Drenado	0.49	9462	568	3175
Drenado	0.35	8573	10513	3175

El modelo constitutivo utilizado fue el Mohr Coulomb dado que tiene una amplia aceptación y se contaba con la información necesaria para realizar las modelaciones.

2.1.5 Propiedades de los Pilotes

Para las modelaciones se utilizaron pilotes circulares de 0.6, 0.8 y 1.0 m de diámetro, así como también 10, 20, 30, 40, 50 y 60 m de longitud. El peso unitario empleado para estos elementos estructurales fue de 24 kN/m³ y la Relación de Poisson de 0.2. El área e inercia fueron las correspondientes a la geometría de un pilote circular. Para el cálculo del Módulo de Young, se empleó la Ecuación 6, la cual es recomendada en la Norma Sismo Resistente Colombiana del 2010.

$$E = 3900\sqrt{f'c} \quad \text{Ecuación 6}$$

Donde:

E: Módulo de Young del Concreto

f'c: Resistencia a la Compresión a 28 días

2.1.6 Propiedades de la Placa

Para las modelaciones, se utilizaron placas cuadradas de 20 m de largo y 20 m de ancho, así como también 0.5, 1.0, 1.5 y 2.0m de espesor. El peso unitario empleado para estos elementos estructurales fue de 24 kN/m³ y la Relación de Poisson de 0.2. El área e inercia fueron las correspondientes a la geometría de la placa. Para el cálculo del Módulo de Young, se empleó la Ecuación 6.

2.1.7 Propiedades de la Interface Suelo-Pilote

La superficie sobre la cual se unen los dos materiales recibe el nombre de interface; en este caso interface suelo-pilote. A continuación, se presentan los resultados de la caracterización de dicha interface.

Los resultados de los ensayos de laboratorio para compresión inconfiada (q_u) en muestras del sondeo estudiado (SL4-30) y sondeos adyacentes arrojaron valores entre los 280 y 320 kPa, por lo que puede inferirse una Cohesión No Drenada (C_u) en el suelo de 150kPa aproximadamente, razón por la cual se adoptó este mismo valor (150 kPa).

Así las cosas, los valores de caracterización geométrica, mecánica y geotécnica a ingresar dentro del software se resumen en la Tabla 6.

Tabla 6. Caracterización Geométrica, Mecánica y Geotécnica de la Interface

D	A	P	Ks	Kn	Base Normal	Base Normal	Cohesión	Fricción
(m)	(m²)	(m)	(kPa/m)	(kPa/m)	Stiffness	Resistance	(kN/m)	(°)
					(kN/m)	(kN)		
0.6	0.28	1.88	14747	147469	41696	382	77.8	10.16
0.8	0.50	2.51	14747	147469	74126	679	103.7	10.16
1	0.79	3.14	14747	147469	115822	1060	129.6	10.16

D: Diámetro, *A*: Área, *P*: Perímetro, *Kn*: Rigidez Normal, *Ks*: Rigidez de Corte.

2.1.8 Diseño Experimental

El experimento se realizó combinando los valores las variables conocidas que gobiernan el diseño: diámetro de pilotes, longitud de pilotes, espesor de la placa, separación de pilotes (eje a eje), resistencia a la compresión del concreto y la carga del edificio.

Para tener un mayor entendimiento de la continuidad del comportamiento de las placas piloteadas, las modelaciones se realizaron variando las dimensiones y parámetros de los elementos estructurales/geotécnicos involucrados dentro de la modelación. Los extremos constructivos y/o comerciales empleados dentro de las modelaciones se presentan a continuación.

Un extremo consistió en utilizar dimensiones que son geoméricamente posibles, pero de difícil construcción, las cuales corresponden a grupos de pilotes con poca separación ($s = 1.5D$). En este extremo también se encuentran longitudes de pilotes consideradas comercialmente extensas y poco usuales localmente para este tipo de edificios ($L = 60m$). En el otro extremo, se encuentran los considerados económicamente inviables, donde se encuentran separaciones centro a centro de pilotes

que constructivamente no son usuales ($s = 10D$) localmente. También se encuentran longitudes de pilotes que no tendrían sentido o calificados como cortos ($L = 10m$) dadas las cargas que transmitiría la estructura.

Los anteriores extremos fueron tenidos en cuenta para conocimiento de todo el espectro de comportamiento mecánico de la interacción suelo estructura a fin de detectar las variables que gobiernan el sistema. A continuación, en la Figura 59 se resumen los valores adoptados de cada uno de estas.

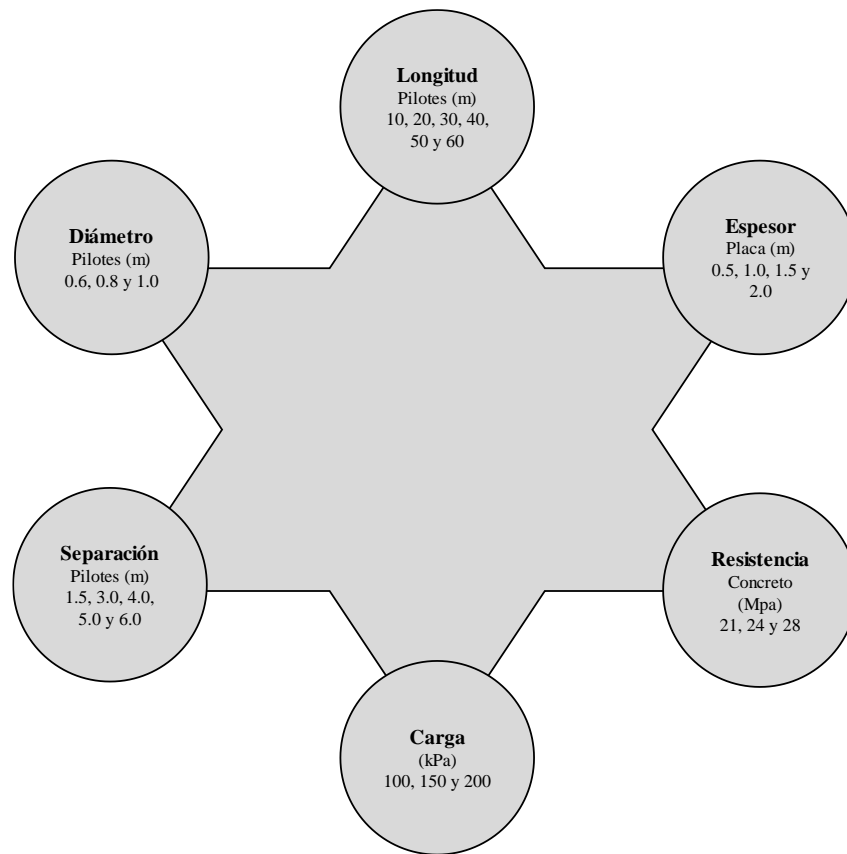


Figura 59. Diseño Experimental – Valores Variables

Luego de calcular las combinaciones posibles entre los valores de las variables se obtiene un total de 3240, el cual representa el número de corridas a realizar durante la etapa de modelaciones y al mismo tiempo el tamaño de la muestra.

2.1.9 Ingreso de Datos a Software

A partir del modelo escogido, de los parámetros de referencia obtenidos en la revisión de base de datos del IDU y de los valores de las variables definidas en el Modelo Experimental, se procedió a iniciar las modelaciones con el software. El número total de modelaciones dadas las combinaciones de las variables escogidas se presenta en el diseño experimental. A continuación, se presenta el paso a paso de ingreso de las variables al software.

Inicialmente, debe establecerse la configuración del proyecto, donde se definen, entre otras, las unidades (Sistema Internacional), etapas (inicial y carga), análisis de esfuerzos (fuerza absoluta y energía), opciones y tipo de solución (inacoplada) y condiciones de nivel freático (nivel freático, peso unitario: 9.81 kN/m^3). Las demás pestañas presentadas en el software no fueron utilizadas porque no fue necesario.

A nivel de geometría del modelo se tomó un cubo de 200 m por 200 m por 100 m y las dimensiones de la placa cuadrada (20 m por 20 m).

Luego se ingresaron los parámetros del suelo, cuyos cálculos fueron presentados con anterioridad.

En lo que respecta a la placa, se solicitan para modelación propiedades mecánicas y geométricas para cuatro espesores (0.5, 1.0, 1.5 y 2.0 m) y tres tipos de concreto (21, 24 y 28 Mpa). Para el caso de los pilotes, fueron ingresados tres diámetros (0.6, 0.8 y 1.0 m) y tres tipos de concretos (21, 24 y 28 Mpa), para un total de nueve combinaciones.

El caso del presente proyecto es el de un grupo de pilotes. Por tanto, se hizo necesario organizar un patrón que generara las respectivas separaciones centro a centro entre los pilotes, las cuales fueron con espaciamientos primarios y secundarios de 1.5, 3.0, 4.0, 5.0 y 6.0m. Los ingresos de valores de las cargas verticales corresponden a 100, 150 y 200 kPa.

Las condiciones de borde utilizadas para la totalidad de las modelaciones se exhiben en la Figura 60.

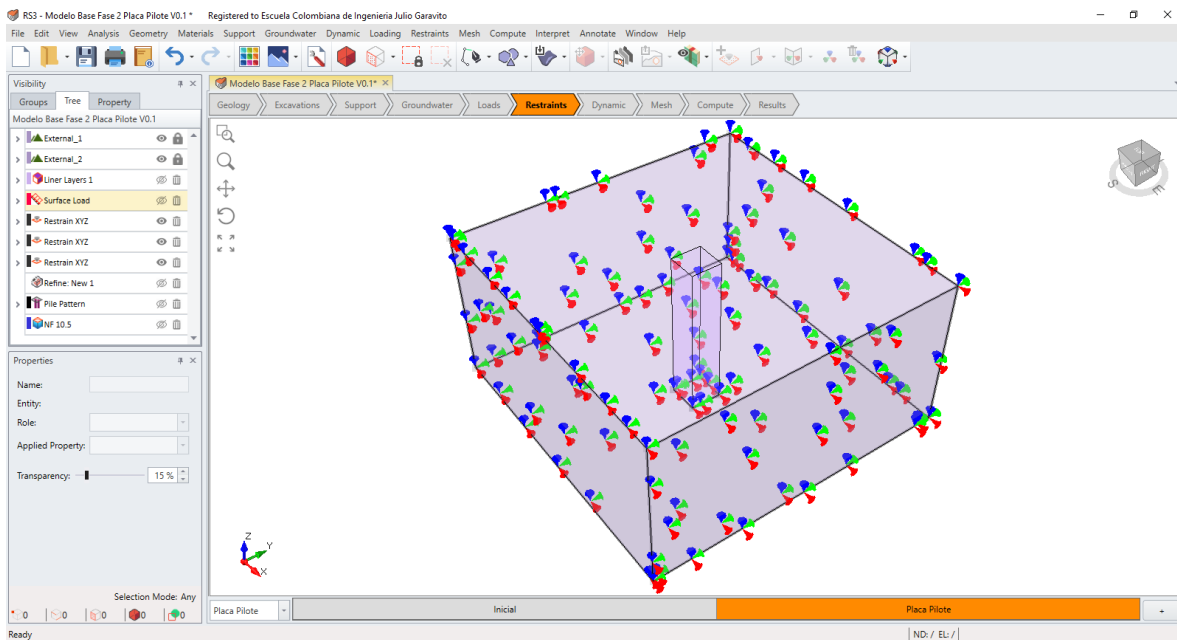


Figura 60. Condiciones Generales – Restricciones en Borde

La malla de elementos finitos generada se presenta en la Figura 61 y un detalle de esta se entrega en la Figura 62. Como se puede apreciar, se refinó la malla en la parte del modelo que contendrá los pilotes, a fin de obtener resultados con mayor precisión en ese espacio.

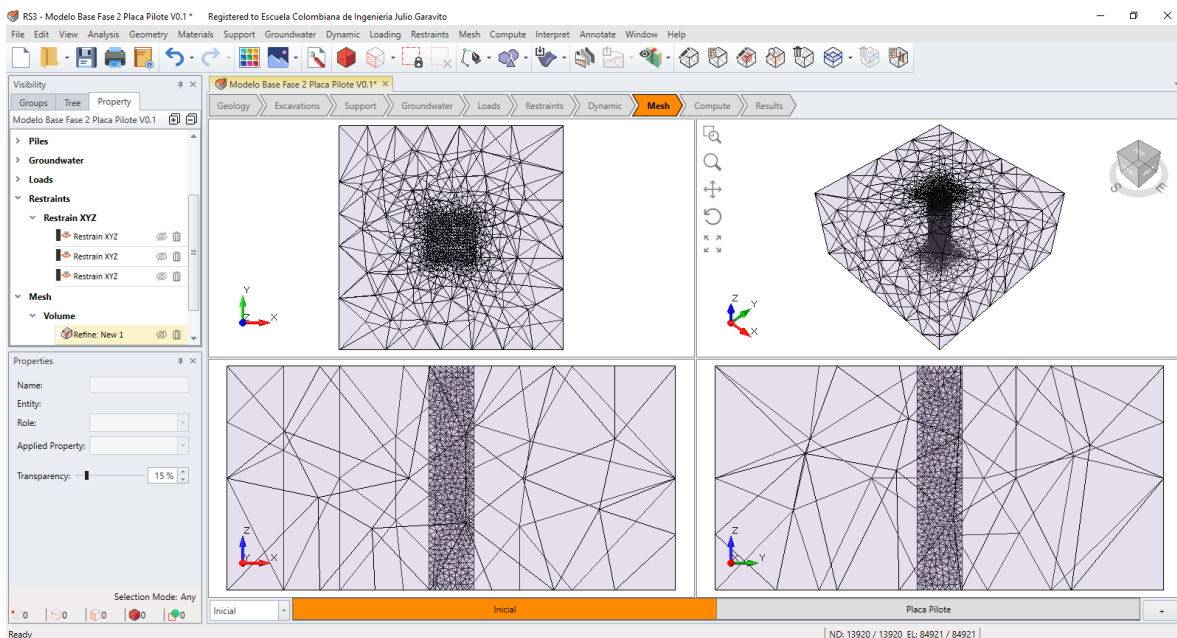


Figura 61. Malla Elementos Finitos – Vista General

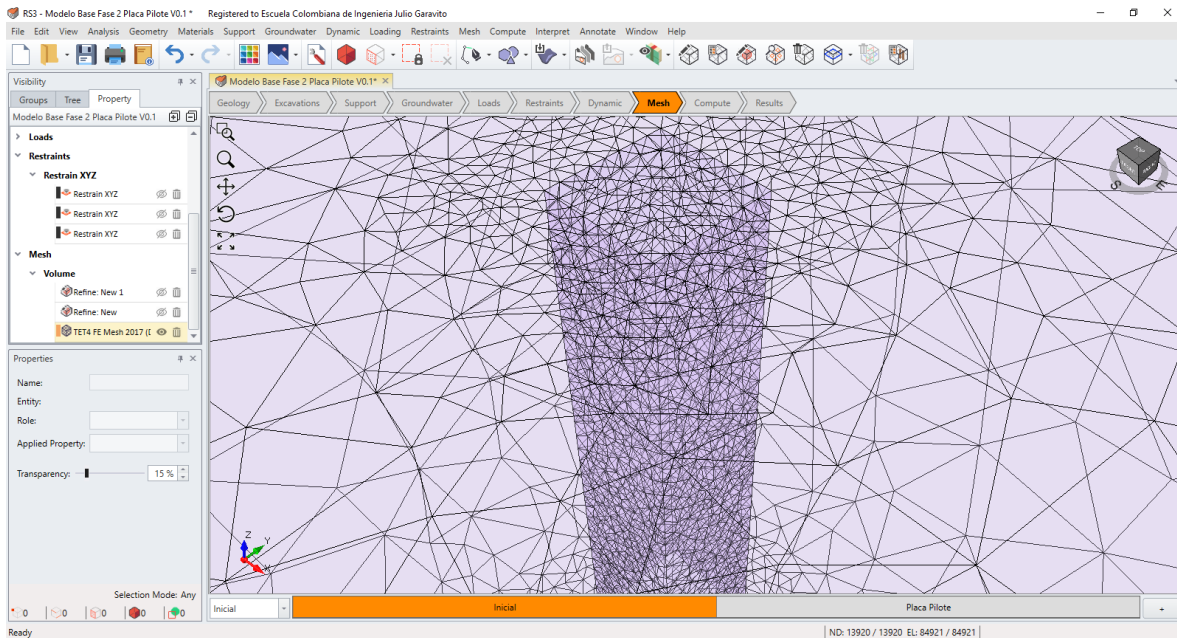


Figura 62. Malla Elementos Finitos – Detalle

Teniendo lista toda la información de entrada, se procede a realizar la corrida que, lógicamente, entregará unas salidas, las cuales son ilustradas en las Figura 63 y Figura 64.

En la Figura 63 se exhiben los pilotes dentro del modelo 3D con el espectro de fuerzas axiales a las cuales están sometidos. La tonalidad roja indica valores de esfuerzos negativos, mientras que la tonalidad azul valores positivos muy altos. De acuerdo a lo observado la mayoría de los valores (esfuerzos) son positivos y algunos son negativos. Esto podría deberse a la alta interacción presentada dada la separación a la cual se realizaron las modelaciones (3D).

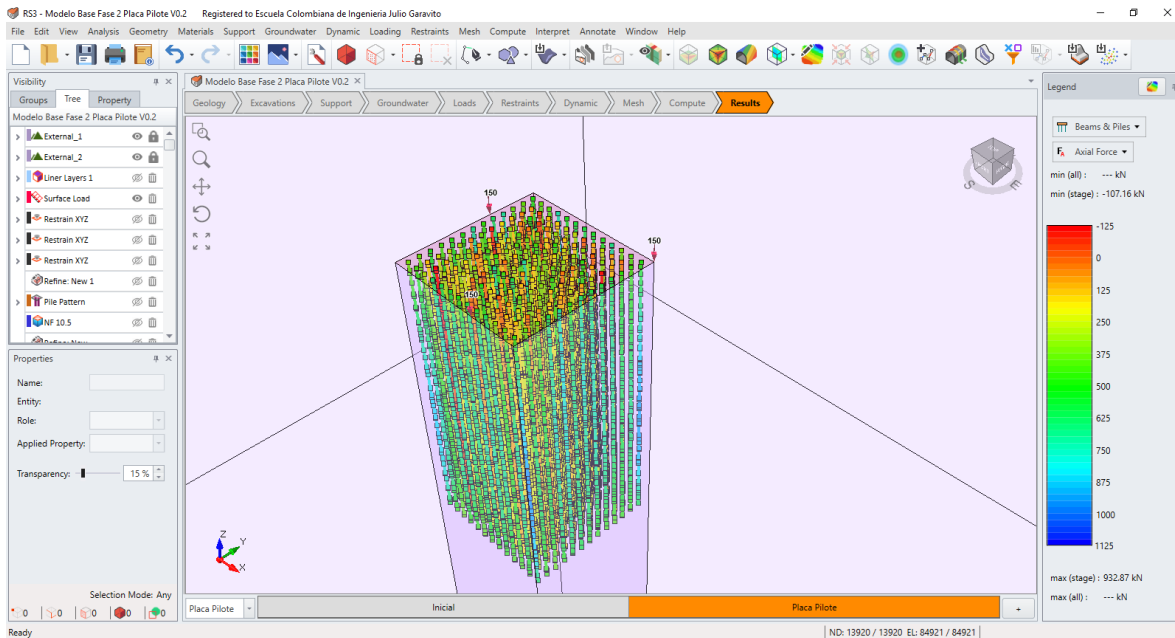


Figura 63. Fuerza Axial – Modelo 3D – $D = 0.8 \text{ m}$ – $S = 1.5 \text{ m}$

En la Figura 64 se presenta la misma información graficada en un plano cartesiano, en esta es posible observar algunos valores cercanos a cero y por debajo del mismo, y la gran mayoría por encima. La distribución de fuerza axial aplicada en cada uno de los pilotes es amplia, es decir, no se encuentra focalizada, por lo que cada pilote tendrá un comportamiento diferente.

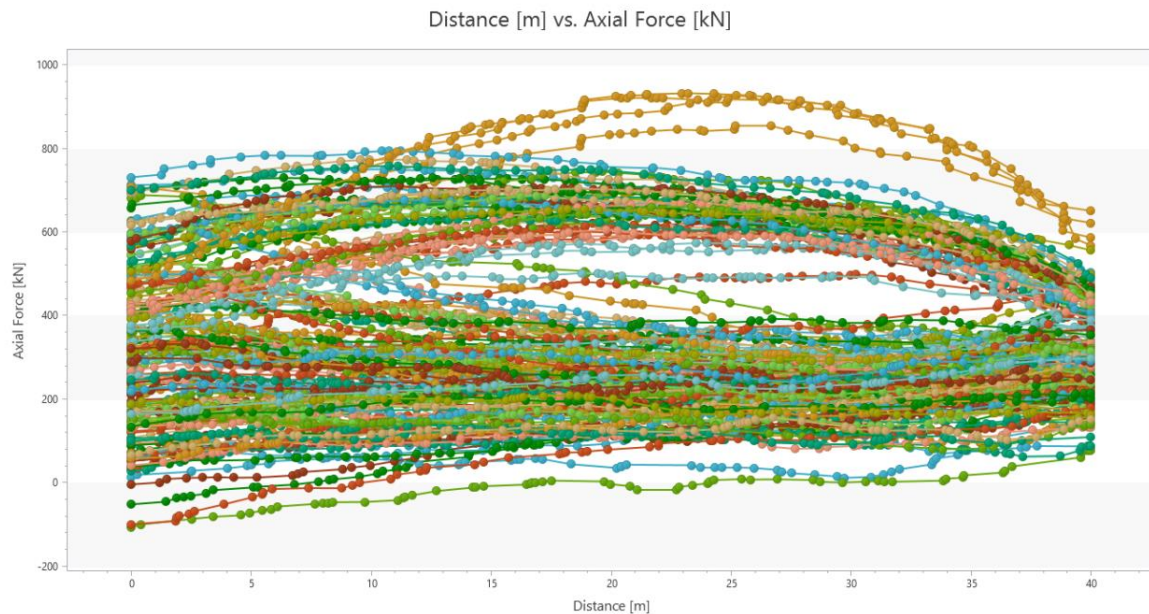


Figura 64. Fuerza Axial – Plano Cartesiano – $D = 0.8 \text{ m}$ – $S = 1.5 \text{ m}$

Como complemento de la diferencia en los resultados hallados, en la Figura 65 y la Figura 66 se presentan los mismos para una separación intermedia (5D). En los resultados de esta separación es posible observar que todos los pilotes se comportan casi de la misma manera, su espectro de fuerza axial es casi el mismo, por lo que la fuerza axial aplicada a cada uno de los pilotes es similar.

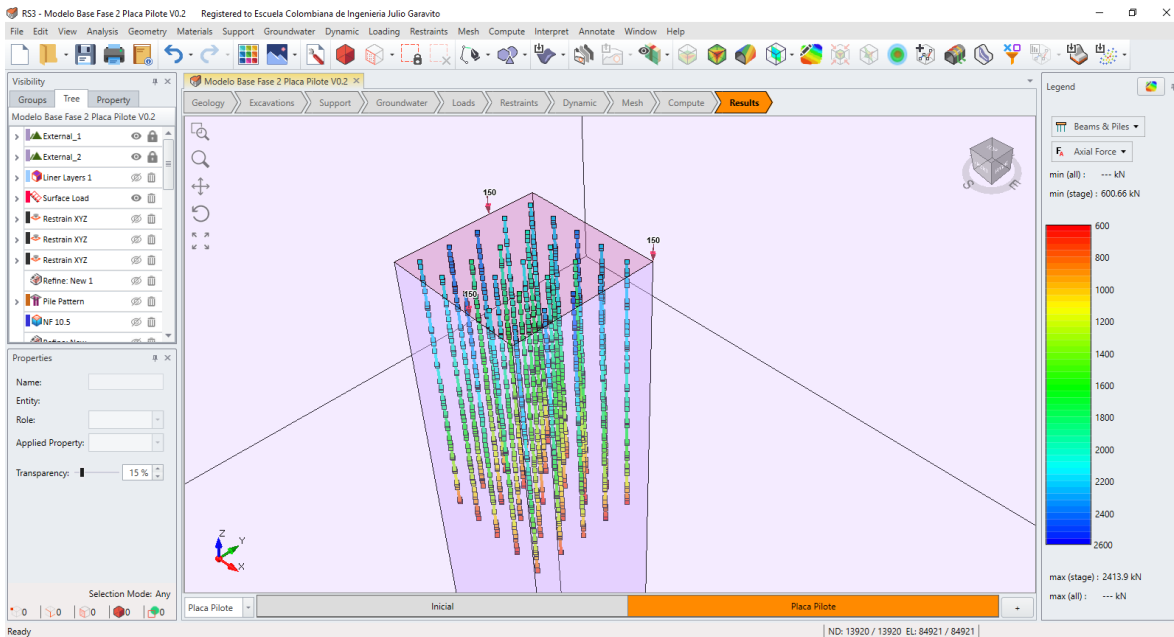


Figura 65. Fuerza Axial – Modelo 3D – $D = 0.8 \text{ m}$ – $S = 4.0 \text{ m}$

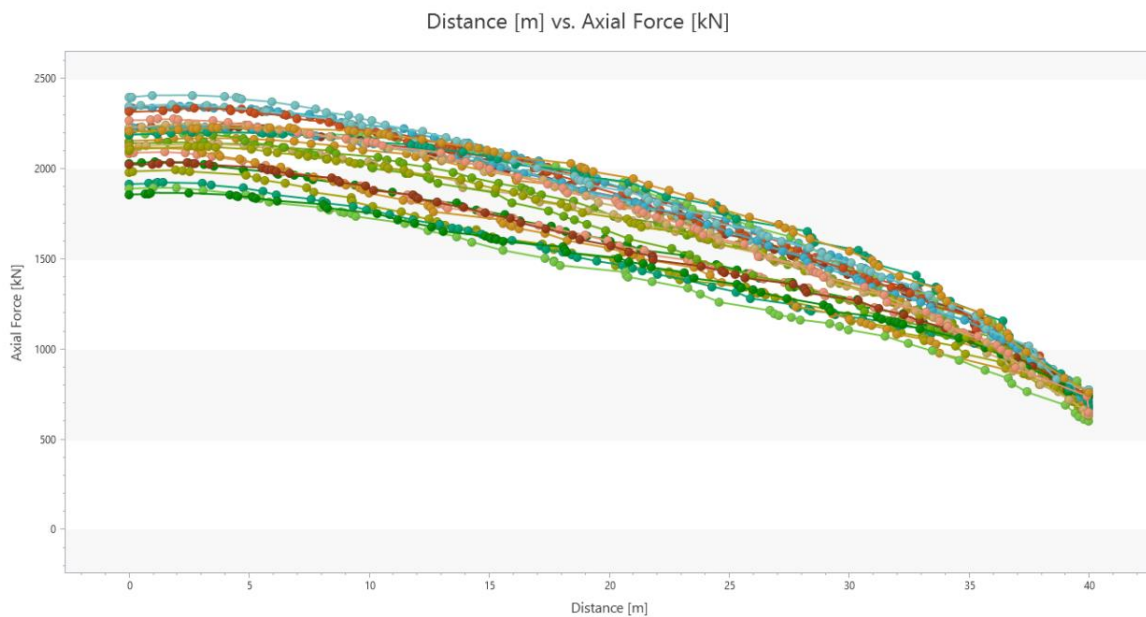


Figura 66. Fuerza Axial – Plano Cartesiano – $D = 0.8 \text{ m}$ – $S = 4.0 \text{ m}$

Finalmente se presenta una separación más amplia ($\sim 7D$) en la Figura 67 y la Figura 68. En estas figuras es posible observar tres tipos de comportamiento a la fuerza axial muy definidos para cada uno de los grupos de pilotes dentro de la modelación, donde la fuerza axial se comporta casi de la misma manera en los tres grupos.

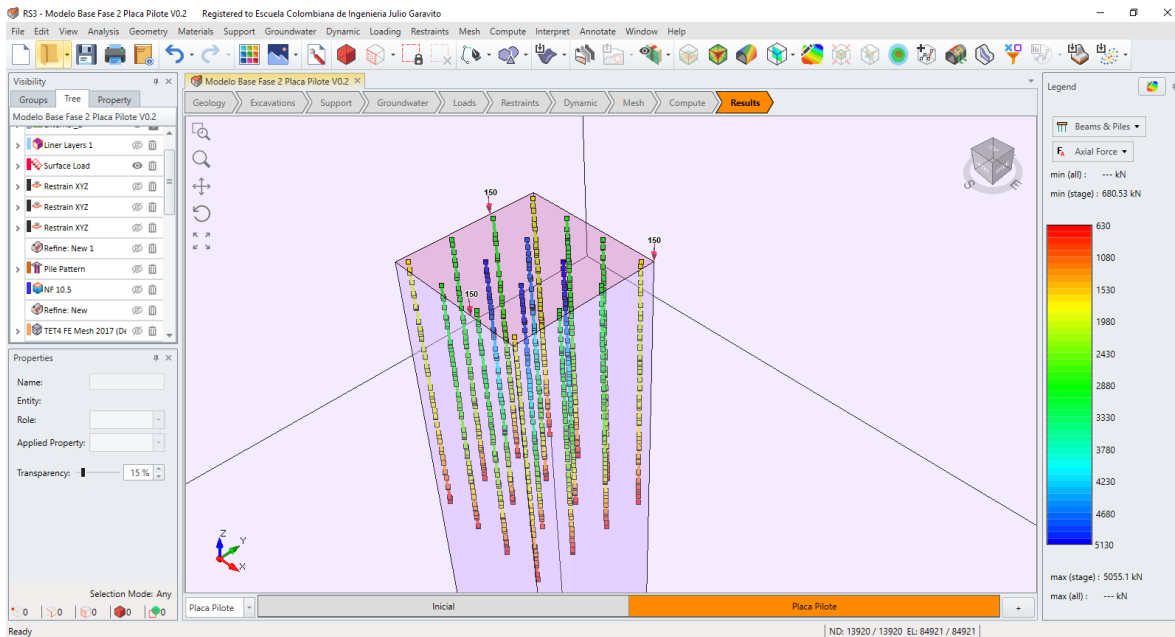


Figura 67. Fuerza Axial – Modelo 3D – $D = 0.8 \text{ m}$ – $S = 6.0 \text{ m}$

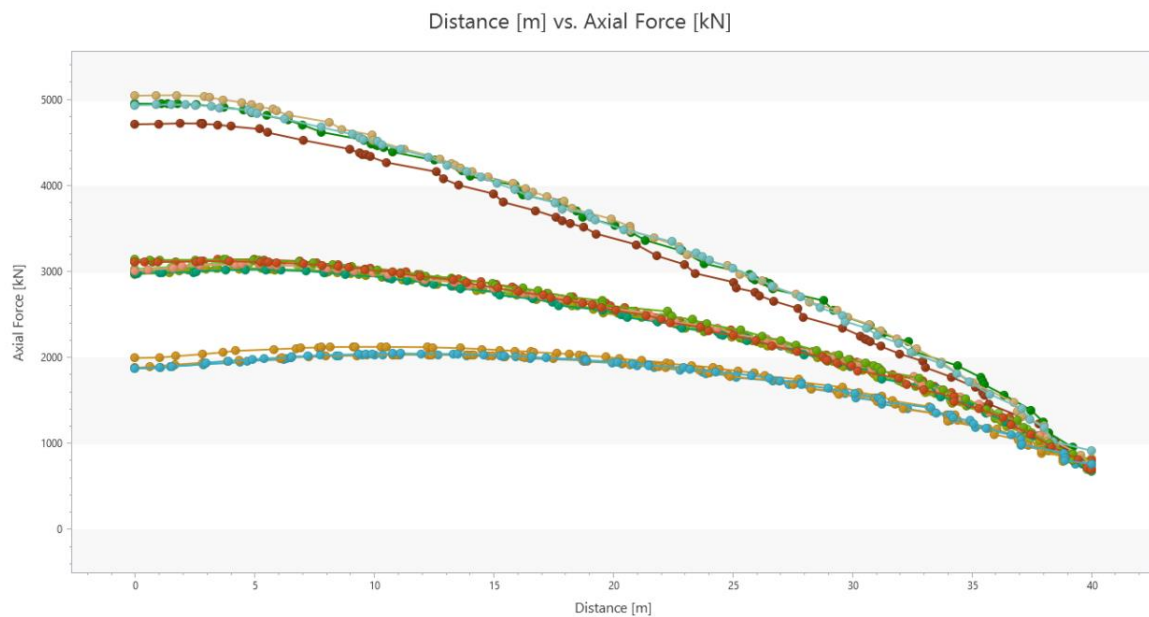


Figura 68. Fuerza Axial – Plano Cartesiano – $D = 0.8 \text{ m}$ – $S = 6.0 \text{ m}$

2.2 Fase 2: Criterios

En esta etapa se buscaron las variables que gobiernan la distribución de cargas entre los pilotes y la placa, a partir de los análisis de los datos procedentes de las modelaciones. Los análisis se realizaron mediante técnicas estadísticas.

Inicialmente, se realizó la recolección de datos, la cual consistió en capturar el valor de la fuerza axial para cada uno de los pilotes analizados en cada uno de los modelos. Los valores de fuerza axial fueron procesados inicialmente en una hoja de cálculo, donde se realizaron las operaciones aritméticas necesarias para formular una metodología consistente con los requerimientos del proyecto. Los criterios fueron definidos y analizados a partir de los resultados de las modelaciones estadísticas realizadas con el software R®.

2.3 Fase 3: Metodología

Habiendo definido y revisados los criterios a utilizar en la metodología, se iniciaron los cálculos tendientes a proponer una metodología de cálculo del proyecto. Inicialmente, se extrajeron de las modelaciones (n=3240), la fuerza axial transmitida por la placa a cada uno de los pilotes del sistema. Un ejemplo que la salida de una de las 3240 corridas se presenta en la Figura 69, en la cual se muestra uno de los pilotes de 10 m de longitud y la fuerza axial localizada en planta (X,Y) y en profundidad (Z).

Pile Pile Pattern Results: Axial Force [kN] - Placa Pilote					
X	Y	Z	Distance [m]		Axial Force [kN]
-9	9	0	0	0	386.051
-9	9	-1.017	1.017484365		387.2885
-9	9	-1.684	1.684237895		389.332
-9	9	-2.821	2.821165009		394.7185
-9	9	-3.673	3.672560453		398.0505
-9	9	-4.222	4.222366934		392.282
-9	9	-5.82	5.820207256		377.803
-9	9	-6.757	6.757318757		361.569
-9	9	-6.949	6.9488469		349.198
-9	9	-7.677	7.677158846		337.011
-9	9	-7.787	7.786903884		329.9825
-9	9	-7.804	7.804178588		326.36
-9	9	-8.153	8.153165453		312.1915
-9	9	-9.146	9.145780995		288.008
-9	9	-9.227	9.226792884		264.7525
-9	9	-10	10		254.197

Figura 69. Fuerza Axial – Salida Numérica

Los datos de todos los pilotes, procedentes de todos los sistemas modelados ($n=3240$), fueron recolectados de manera ordenada a fin de proceder a analizarlos eficientemente. Luego de esto, se procedió a procesar la información obtenida a partir de codificación, tabulación y análisis estadístico de los datos; identificando tendencias y determinando los parámetros que gobiernan la interacción entre pilotes, placa y suelo. Adicionalmente, se realizaron estudios paramétricos y/o normalización de resultados a fin de dejar aún más claras las tendencias detectadas.

Para el conocer la distribución de carga entre placa y pilotes, inicialmente, se calculó la carga total transmitida al suelo, que corresponde al peso propio de los elementos estructurales involucrados (pilotes y placa) más la carga impuesta al sistema (100, 150 y 200kPa). El peso propio de los elementos estructurales se obtuvo, simplemente, calculando el volumen de cada uno de ellos y multiplicándolo por el peso unitario correspondiente. Luego se halló la carga total soportada por los pilotes. Para eso, se tomó la variable de salida del software (la fuerza axial). La carga total soportada por los pilotes se calcula realizando la sumatoria de cargas axiales transmitidas a cada uno de ellos. La relación que existe entre la carga soportada por los pilotes y la carga total impuesta al sistema es lo que se denomina Relación de Distribución de Carga (*ap*). Su determinación es el objetivo principal de esta investigación.

Para revisar las variables que mejor definen el comportamiento de los componentes basado en el análisis experimental; se realizó un gráfico de correlaciones (Figura 110) con los resultados de las 3240 corridas.

La matriz de correlaciones es una herramienta gráfica que permite interpretar las correlaciones existentes entre varias variables simultáneamente, en ella las variables se disponen en filas y columnas, luego se calculan y grafican las correlaciones de las variables estudiadas. Así las cosas, en una celda se presentará la correlación entre las variables correspondientes a la fila y la columna de dicha celda.

Para las modelaciones estadísticas se utilizó el software RStudio®. Las variables a analizar fueron:

- Predictoras:
 - Carga.
 - Espesor.
 - Módulo.
 - Longitud.
 - Diámetro.
 - Separación.
- De Respuesta:

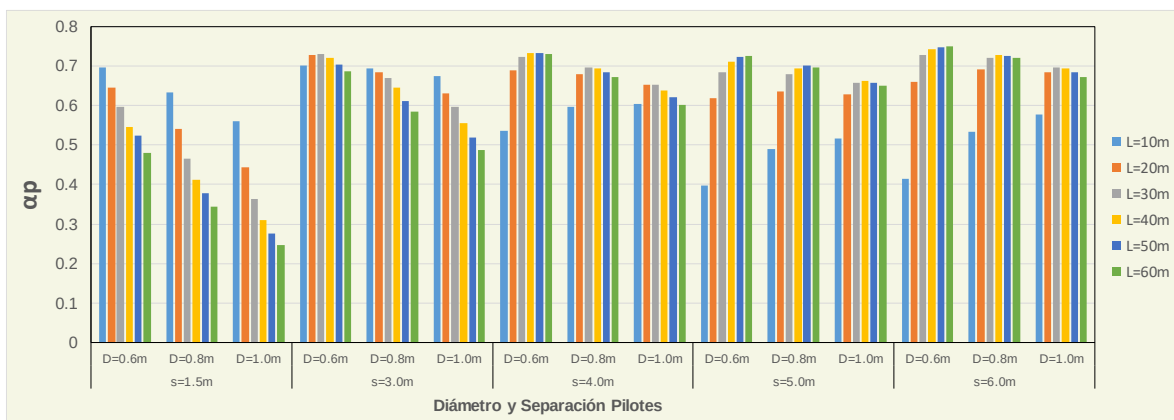
- Relación de Distribución de Carga

Con el software se buscó encontrar un modelo de regresión lineal multivariable que permitiera predecir de manera confiable la Relación de Distribución de Carga entre placa y Pilotes a partir de los resultados de las 3240 corridas realizadas.

3 Resultados y Análisis de Resultados

3.1 Longitud de los Pilotes

Los análisis presentados en este subcapítulo se realizaron con base en las 3240 corridas, es decir, todas las configuraciones geométricas de pilotes, placas y materiales realizadas en esta investigación. El resumen general de los resultados desde el punto de vista geométrico se presentan en la Figura 70, donde se aprecia que, para separaciones menores a 3.0 m, la relación de distribución de carga se hace menor cuando la longitud de los pilotes es mayor. En contraste, para separaciones mayores a 5.0 m esta tendencia se revierte, entregando relaciones de distribución de carga mayores con el aumento del espesor de la placa y de la longitud de los pilotes. Es importante aclarar que en la figura se presentan valores resumidos y que α_p se mueve en un rango entre 0.16 y 0.84.



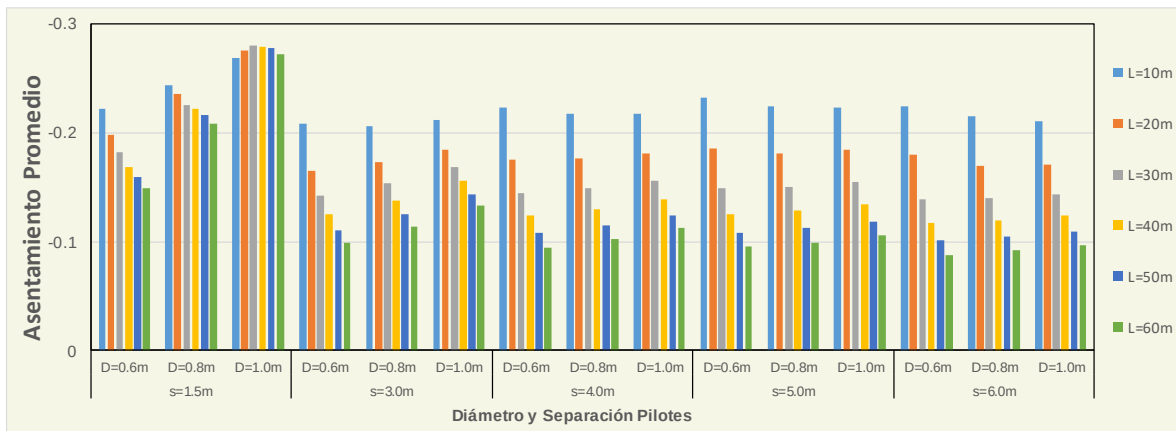
D: Diámetro, L: Longitud, s: Separación. α_p : Relación de distribución de carga.

Figura 70. Resumen General Resultados Geometría versus α_p

En el análisis de resultados se detectó que, a una profundidad de aproximadamente 27.5 m, la Relación de Distribución de Carga pasa de ser mayor en espesores de placas de concreto bajos (0.5m) a ser menor en esos mismos espesores y viceversa. Es decir, los espesores de placa altos (2.0 m) transmiten poca carga a los pilotes cuando estos últimos tienen una longitud menor a 27.5 m. De esto se infiere que cuando esta longitud aumenta, la proporción de carga transmitida a los pilotes pasa a ser mucho mayor y proporcionalmente al espesor de la placa (Ver Figura 72). Es importante aclarar que en la figura se presentan valores promediados por espesor y que α_p se mueve en un rango entre 0.16 y 0.84.

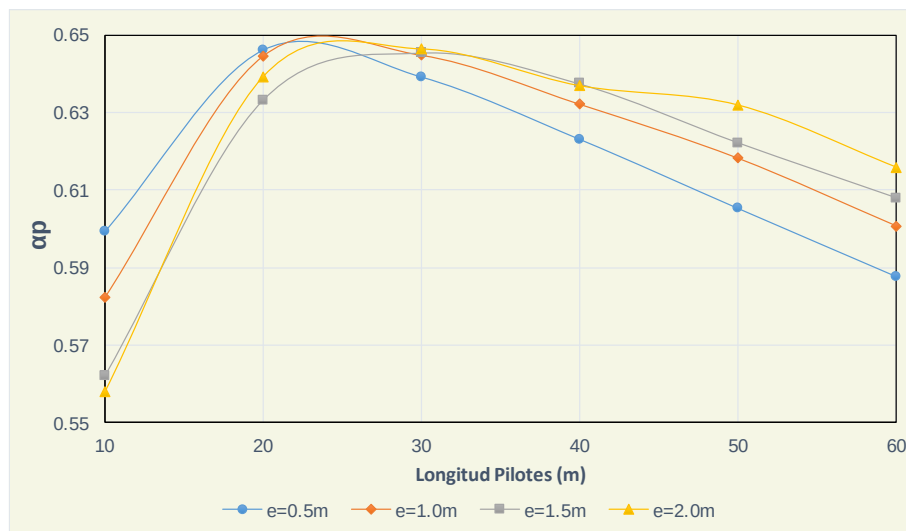
En lo que respecta a los asentamientos inmediatos los resultados para las 3240 modelaciones muestran una variación entre 0.058 y 0.329m. A continuación en la Figura 71 se presentan el comportamiento

general de los mismos. Se encontró que para pequeñas separaciones (1.5m) mayores longitudes de pilotes significan menores asentamientos siempre y cuando el diámetro de los mismos sea bajo ($>0.8m$). Así mismo, en esas pequeñas separaciones los asentamientos son mayores de manera significativa con respecto al resto de separaciones ($>1.5m$). Para el resto de separaciones el comportamiento es homogéneo entre ellas, teniendo los pilotes de mayor longitud menor asentamiento indistintamente del diámetro empleado.



D: Diámetro, L: Longitud, s: Separación.

Figura 71. Resumen General Resultados Geometría versus Asentamiento Inmediato Promedio



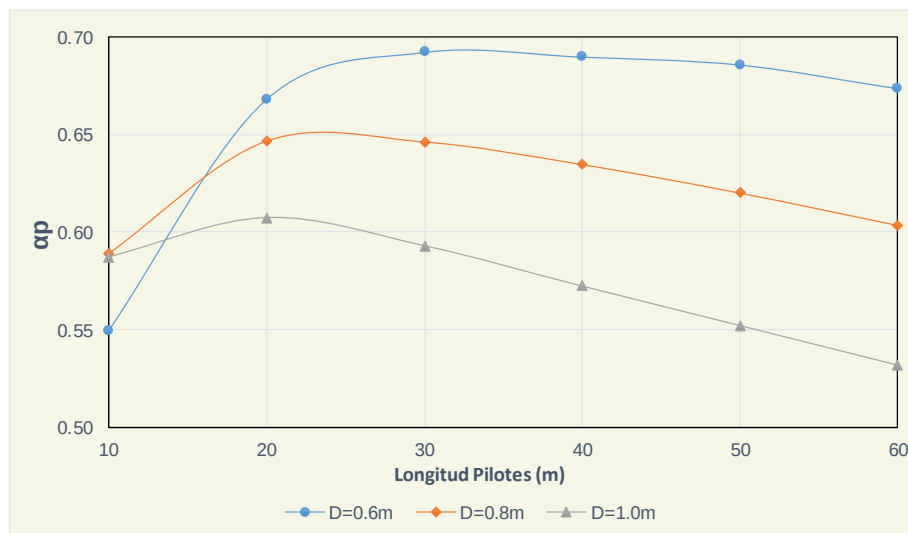
D: Diámetro, L: Longitud, s: Separación, e: Espesor, α_p : Relación de distribución de carga.

Figura 72. Longitud Pilotes versus Relación de Distribución de Carga [Espesor Placa]

Al verificar la influencia de la interacción que existe entre la longitud de pilotes y el diámetro de los mismos con la Relación de Distribución de Carga, se detecta que pilotes de poco diámetro ($D = 0.6$

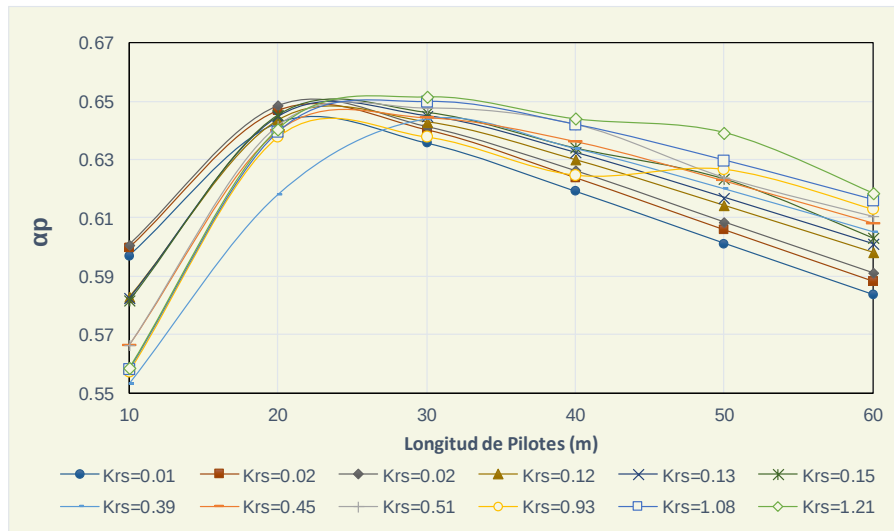
m) transmiten poca cantidad de carga para longitudes menores a 15.0 m. En contraste, para longitudes mayores a 20.0 m es evidente que esos mismos pilotes transmiten mucha más carga que pilotes de gran diámetro ($D = 1.0\text{m}$) (Figura 73). Es importante aclarar que en la figura se presentan valores promediados por diámetro y que α_p se mueve en un rango entre 0.16 y 0.84.

La Figura 74 demuestra que para longitudes de pilotes menores de 23.0 m, las placas con mayor rigidez transmiten menos carga a los pilotes. La rigidez de las placas está dada, en mayor medida, por el espesor de esta. Por tal motivo, el resultado encontrado en esta interacción (longitud de pilotes – flexibilidad) es análogo al encontrado en el análisis de interacción entre longitud de pilotes-espesor de placa mencionado anteriormente. Es importante aclarar que en la figura se presentan valores por coeficiente de flexibilidad y que α_p se mueve en un rango entre 0.16 y 0.84.



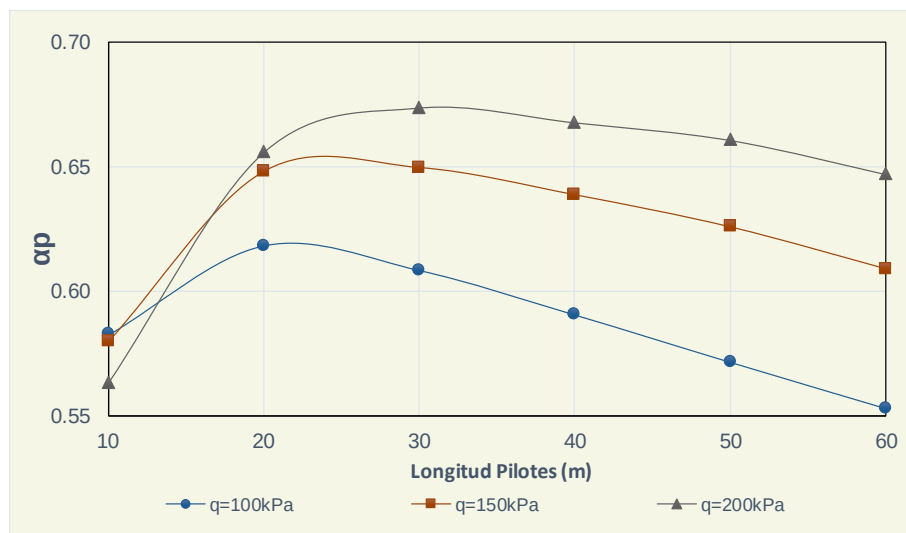
D: Diámetro, α_p : Relación de distribución de carga.

Figura 73. Longitud Pilotes versus Relación de Distribución de Carga [Diámetro de Pilotes]



Krs: Relación de rigidez de la placa, α_p : Relación de distribución de carga.
 Figura 74. Longitud Pilotes versus Relación de Distribución de Carga [Krs]

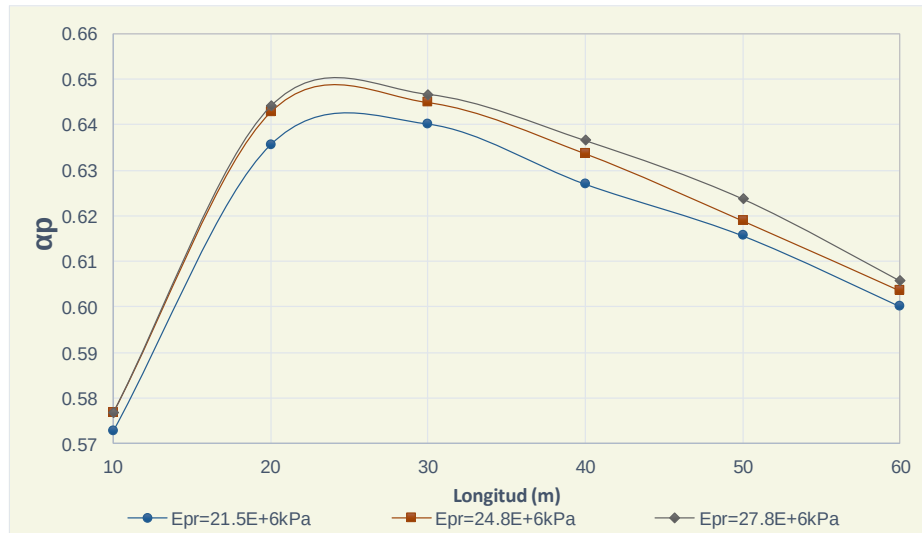
La Figura 75 demuestra un comportamiento similar de la α_p con respecto al aumento de la carga para pilotes de longitud menor a 20.0 m. Luego de lograda esta longitud de cimentación, es evidente que mayores cargas conducen a mayores α_p . Es importante aclarar que en la figura se presentan valores resumidos por carga y que α_p se mueve en un rango entre 0.16 y 0.84.



q: Carga, α_p : Relación de distribución de carga.
 Figura 75. Longitud Pilotes versus Relación de Distribución de Carga [Carga]

Al realizar el análisis anterior, y teniendo en cuenta el módulo del concreto empleado para modelación se observa lo presentado en la Figura 76, la cual muestra como módulos mayores conducen a

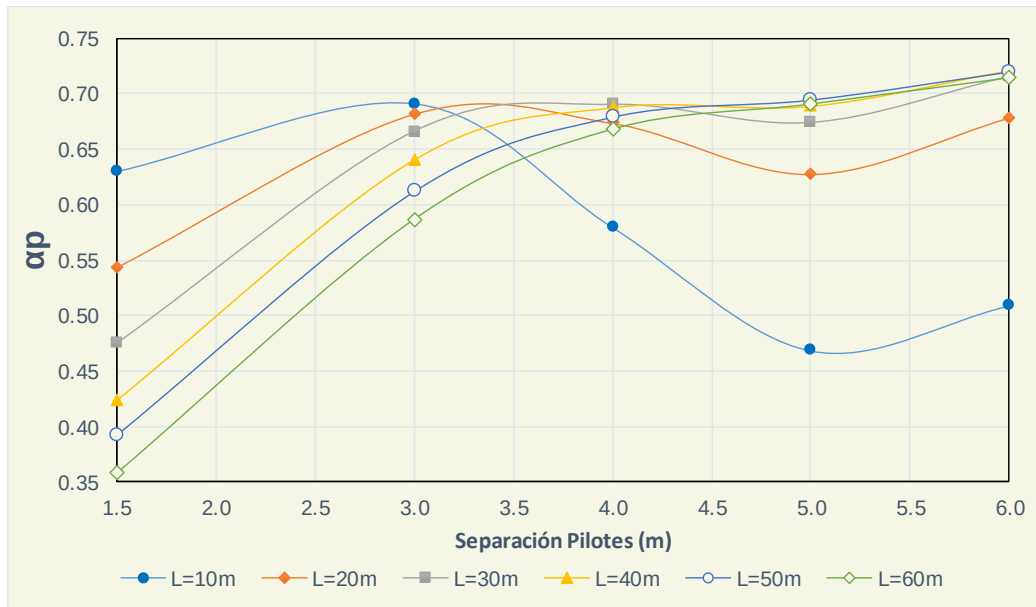
relaciones de distribución de carga mayores. Por tanto, mayor eficiencia en los pilotes. Cabe aclarar que en la figura se presentan valores resumidos del módulo empleado para el concreto y que α_p se mueve en un rango entre 0.16 y 0.84.



Epr: Módulo del concreto, α_p : Relación de distribución de carga.
 Figura 76. Longitud de los Pilotes versus Diferencia de Fuerza Axial [Epr]

3.2 Separación de los Pilotes.

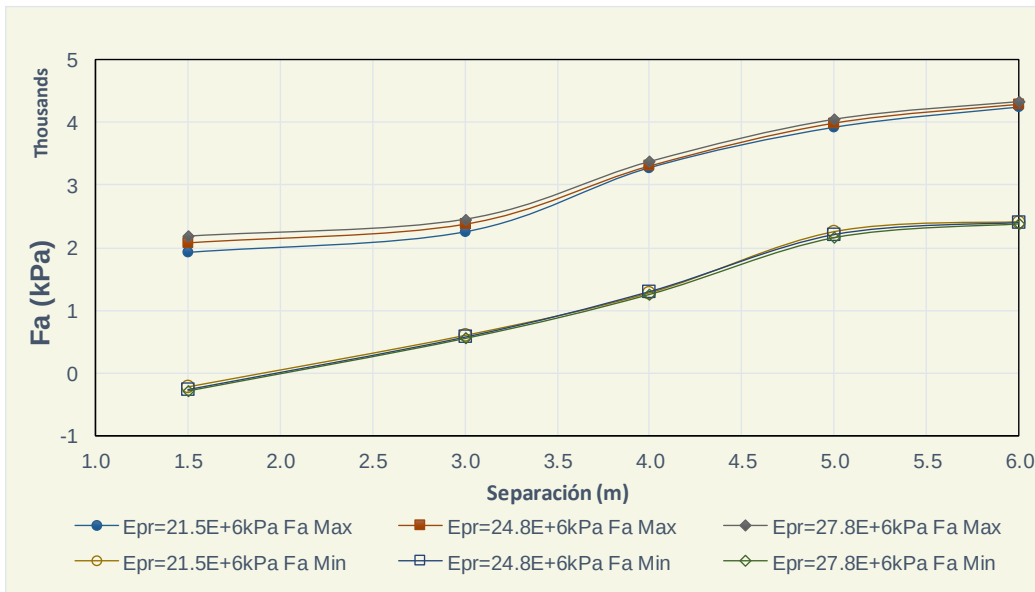
Los análisis presentados en este subcapítulo se realizaron con base en las 3240 corridas, es decir, todas las configuraciones geométricas de pilotes, placas y materiales realizadas en esta investigación. En separaciones menores a tres metros con menores longitudes de pilotes se logran mayores relaciones de distribución de carga, luego de tres metros todas las longitudes tienden a comportarse de la misma manera excepto los pilotes de 10.0 m de longitud, los cuales disminuyen ostensiblemente la relación y los de 20.0 m que la disminuyen de manera significativa. Esto se exhibe en la Figura 77. Es importante aclarar que en la figura se presentan valores resumidos por longitud y que α_p se mueve en un rango entre 0.16 y 0.84.



L: Longitud, α_p : Relación de distribución de carga.
 Figura 77. Separación de Pilotes versus α_p [L]

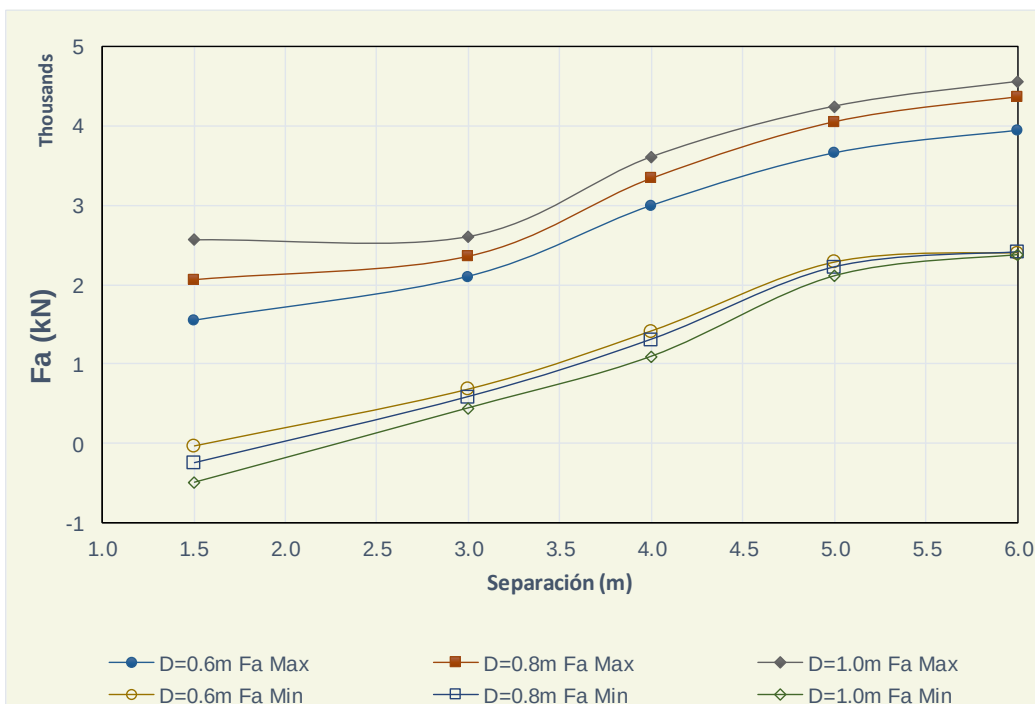
No se observa ningún cambio en la fuerza axial máxima promedio y mínima promedio con respecto al uso de un módulo de concreto u otro. En general, los cambios son poco significativos a pequeñas separaciones en la fuerza axial máxima promedio y nulos o inexistentes en el resto de los casos. Para todos los casos, la fuerza axial aumenta conforme aumenta la separación (Figura 78). Cabe resaltar que en la figura se presentan valores resumidos por módulo del concreto y que α_p está en un rango entre 0.16 y 0.84.

Cuando se realiza el análisis antes mencionado, pero comparándolo con los diámetros de los pilotes, se encuentran variaciones significativas en la fuerza axial promedio máxima; advirtiéndose que, para pilotes de mayor diámetro, la fuerza axial máxima promedio es mayor. Para todos los casos, la fuerza axial aumenta conforme aumenta la separación (Figura 79). Cabe resaltar que en la figura se presentan valores resumidos por diámetro y que α_p está en un rango entre 0.16 y 0.84.



Epr: Módulo del concreto, Fa: Fuerza Axial
 Figura 78. Separación de Pilotes versus Fuerza Axial [Epr]

Los valores de fuerza axial negativa reportados en la Figura 78y la Figura 79 corresponden a modelaciones donde la separación de los pilotes es menor a 3D, donde se ha evidenciado que existe una alta interacción entre los pilotes, por eso, al aumentar la separación este efecto desaparece.



D: Diámetro, Fa: Fuerza Axial, Max: Máxima, Min: Mínima
 Figura 79. Separación de Pilotes Vs Fuerza Axial [D]

El impacto de la separación de los pilotes en el asentamiento es presentado en la Figura 80, se observa que inicialmente a pequeñas separaciones ($<3.0\text{m}$) los asentamientos tienen poca diferencia para diferentes longitudes de pilotes, sin embargo, para valores mayores a esta separación es evidente la diferencia existente entre la aplicación de diferentes longitudes en la placa piloteada. Longitudes mayores conducen a menores asentamientos, sin embargo la eficiencia de la longitud de los pilotes para disminución de asentamientos es menor para mayores longitudes, es decir, el comportamiento no es lineal. Por lo anterior, un aumento en la longitud de los pilotes para control de asentamientos pasándolos de 10 a 20m es más eficiente que el aumento para el mismo propósito de 50 a 60m.

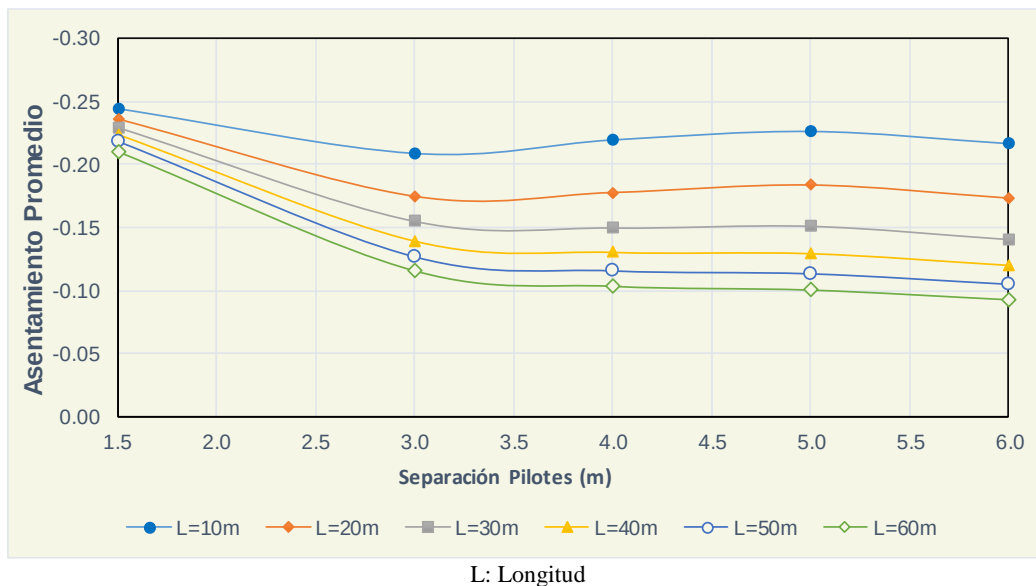
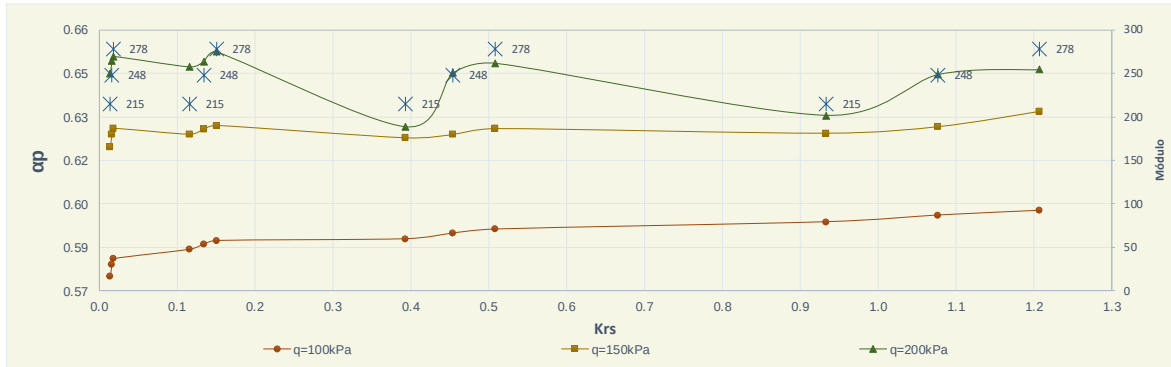


Figura 80. Separación de Pilotes Vs Asentamiento Promedio [L]

3.3 Espesor y Flexibilidad de la Placa

Los análisis presentados en este subcapítulo se realizaron con base en las 3240 corridas, es decir, todas las configuraciones geométricas de pilotes, placas y materiales realizadas en esta investigación. La Figura 81 permite analizar el comportamiento de ap a diferentes cargas, el cual no es lineal, debido a los cambios que se evidencian a $q = 200 \text{ kPa}$. Al mismo tiempo, esta misma figura, al presentar los módulos de los concretos empleados en cada uno de los puntos, permite detectar que mayores módulos se traducen en mayores ap , siendo esto más evidente a mayores cargas. Dicho de otra manera, si se imprime una gran carga y se utiliza un concreto de mayor módulo, se esperan mayores

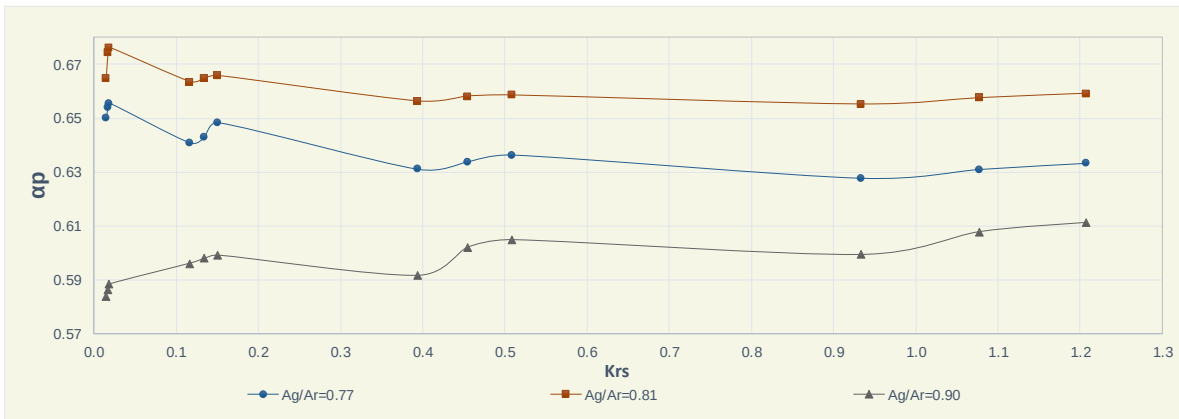
αp . Cabe resaltar que en la figura se presentan valores agrupados por carga y que αp está en un rango entre 0.16 y 0.84.



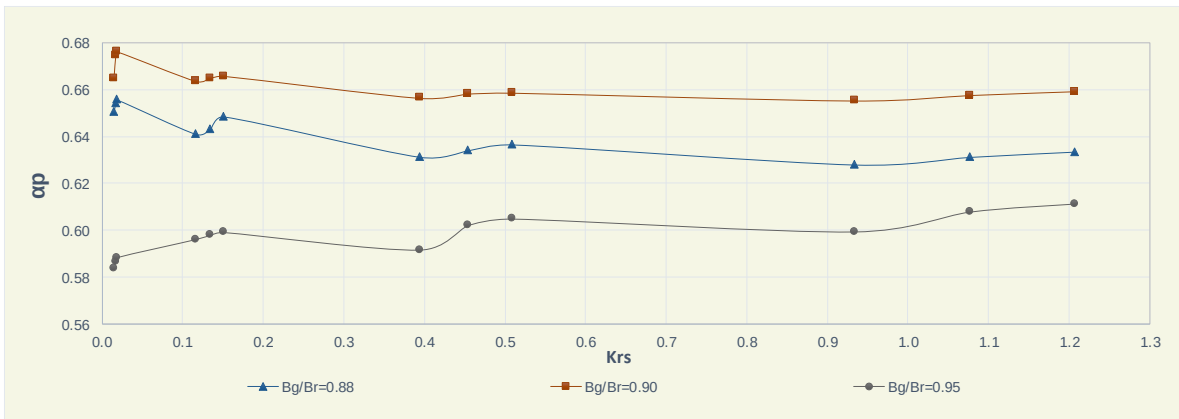
Krs: Relación de rigidez de la placa, αp : Relación de distribución de carga, q: Carga, Epr: Módulo del concreto
 Figura 81. Krs Vs αp [q,E]

Sobre el área del grupo (A_g), la Figura 82 demuestra que tener mayores áreas de grupo de pilotes no necesariamente se traduce en mayores αp . Por lo tanto, instalar mayor número de pilotes o dejar menor distancia de offset entre el borde de la placa y el grupo de pilotes no conduce a mayores αp . Algo similar es observado en la Figura 83, donde se presenta el ancho del grupo de pilotes (B_g). Ambas dimensiones (A_g y B_g) son relacionadas con el Área de la placa (A_r) y el ancho de la misma (B_r) dentro de las figuras antes mencionadas. Debe recordarse que las placas modeladas en este proyecto fueron cuadradas, así que el comportamiento observado era el esperado. Cabe resaltar que en las figuras se presentan valores agrupados y que αp está en un rango entre 0.16 y 0.84.

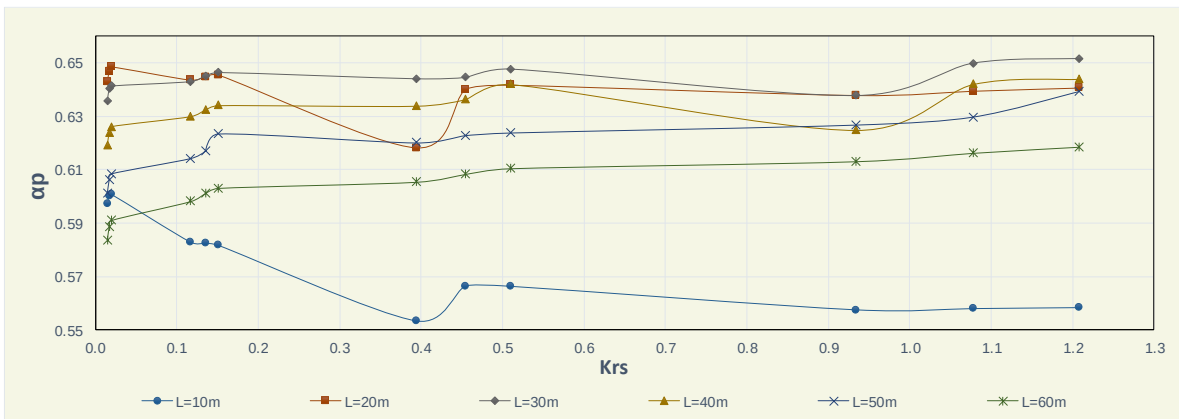
Con respecto a la longitud de los pilotes, se observa que, para $L > 30.0$ m, el comportamiento es casi lineal, donde αp aumenta ligeramente junto con la rigidez de los pilotes. Caso contrario se observa para $L < 30.0$ m, donde αp en vez de aumentar disminuye (Figura 84) esto se complementa con lo observado en la Figura 72.



Ag: Área del grupo, Ar: Área de la placa, α_p : Relación de distribución de carga, Krs : Relación de rigidez de la placa
 Figura 82. Krs versus $\alpha_p[Ag/Ar]$



Bg: Base del grupo, Br: Base de la placa, α_p : Relación de distribución de carga, Krs : Relación de rigidez de la placa
 Figura 83. Krs versus $\alpha_p[Bg/Br]$



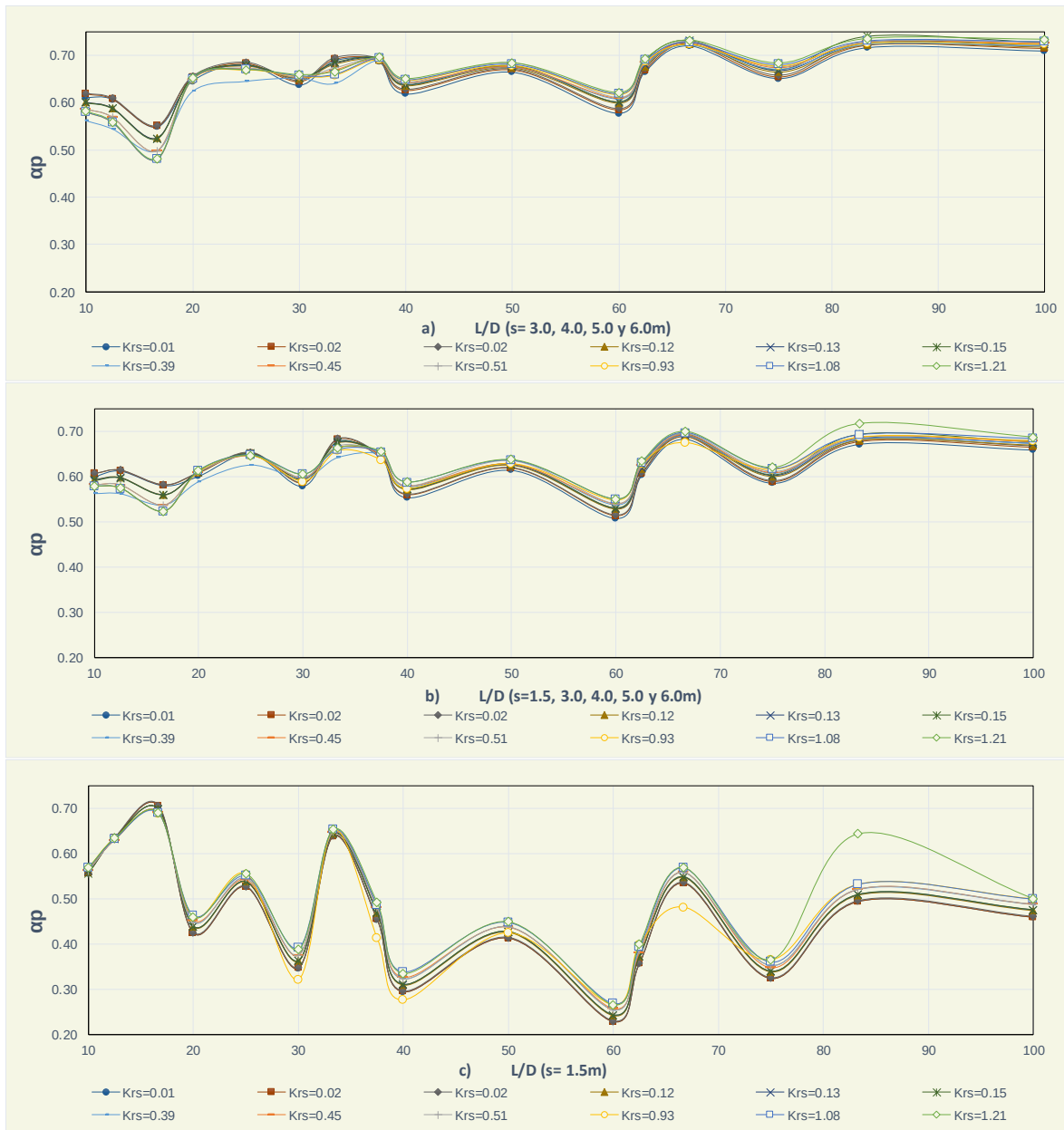
L: Longitud, α_p : Relación de distribución de carga, Krs : Relación de rigidez de la placa
 Figura 84. Krs versus $\alpha_p[L]$

La interacción entre la longitud de pilotes y espesor de la placa genera poca relación de distribución de carga cuando las placas son rígidas y las longitudes de pilotes son inferiores a 27.5m, esto podría

deberse a que placas muy flexibles se reacomodan y logran transmitir gran parte de la carga impuesta, aplicando esto sobre todo para pilotes cortos ($<27.5\text{m}$), cuando esas mismas placas (flexibles) tienen pilotes más largos, la Relación de Distribución de Carga llega su techo, esto podría deberse a que el reacomodamiento sólo produce un aumento transitorio en la Relación de Distribución de Carga; en contraste placas rígidas no se reacomodan y las tensiones en la superficie le impiden transmitir mayor cantidad de carga, esto se ve aminorado con pilotes largos ($>27.5\text{m}$), lo último podría deberse a que con mayores longitudes de pilotes se hace necesario mayor rigidez en el punto de contacto (placa) para transmitir mayor cantidad de carga a los pilotes.

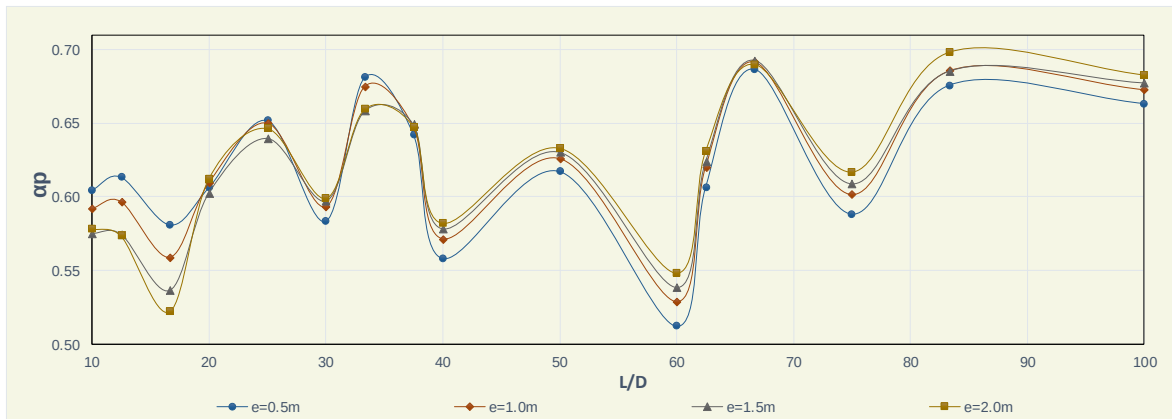
3.4 relación Longitud Diámetro de Pilotes

Los análisis presentados en este subcapítulo se realizaron con base en las 3240 corridas, es decir, todas las configuraciones geométricas de pilotes, placas y materiales realizadas en esta investigación. En la Figura 85, se muestra el comportamiento de αp versus L/D con diferentes Krs , la Figura 85b) contiene todas las separaciones de pilotes (1.5, 3.0, 4.0, 5.0 y 6.0 m), mientras que la Figura 85a excluye la separación de 1.5 m, la cual es considerada constructivamente inviable pero analíticamente posible. A partir del análisis de la Figura 85c, es posible demostrar el efecto e inconveniencia que tienen y generan separaciones tan pequeñas en placas piloteadas, las cuales a pesar de la longitud de los pilotes mantienen bajas αp (Figura 85c). La Figura 85b contiene la separación de 1.5m presenta menores αp que la Figura 85a que la excluye; en contraste la Figura 85c que contiene sólo la separación de 1.5m demuestra ampliamente las muy bajas αp que se obtienen al utilizar esta separación en una placa piloteada.



D: Diámetro, L: Longitud, Krs: Relación de rigidez de la placa, ap : Relación de distribución de carga.
 Figura 85. L/D versus ap [Krs]

En la Figura 86 se presenta ap con respecto a los espesores de placa, en donde no se observa ninguna variación en el comportamiento y se reafirma lo observado y mencionado en el análisis de la Figura 85.

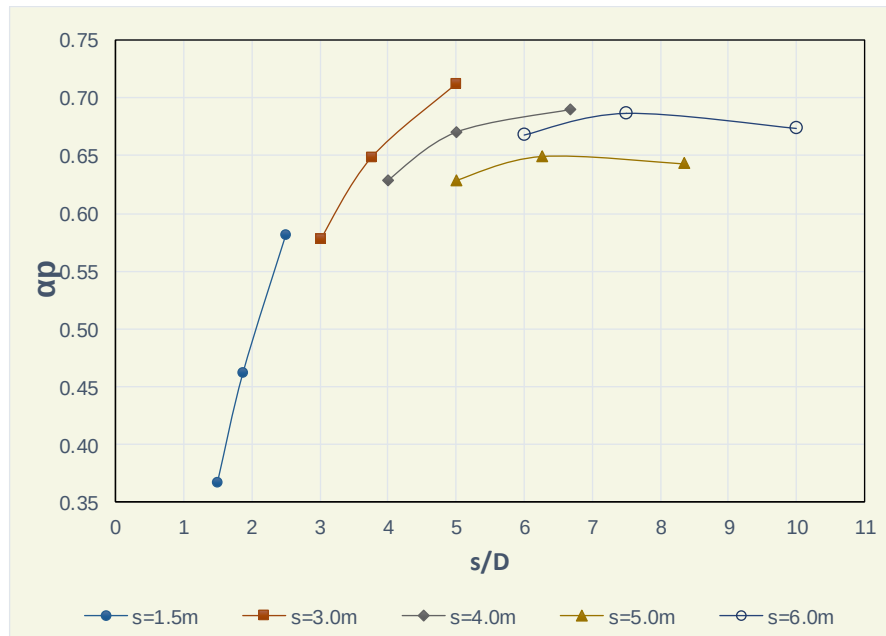


D: Diámetro, L: Longitud, e: Espesor, αp : Relación de distribución de carga.
 Figura 86. L/D versus $\alpha p[e]$

3.5 Relación Separación Diámetro de Pilotes

Los análisis presentados en este subcapítulo se realizaron con base en las 3240 corridas, es decir, todas las configuraciones geométricas de pilotes, placas y materiales realizadas en esta investigación. Esta relación es considerada la más importante de los parámetros que definen la interacción de los tres elementos principales: placa, suelo y pilotes. En la Figura 87, se presenta la que es calificada por el autor como la Curva Maestra de αp , ya que puede predecir dicha variable con gran confiabilidad sólo estableciendo la relación Separación/Diámetro de Pilotes deseado. Así las cosas, usando la Figura 87 se puede ingresar s/D y obtener, de manera inmediata, un valor muy aproximado de αp . Se aclara que este documento presenta herramientas mucho más sofisticadas y precisas en comparación con esta figura para el mismo propósito, pero presenta esta misma a nivel de análisis. Importante es resaltar que en la figura se presentan valores resumidos por separación y que αp está en un rango entre 0.16 y 0.84.

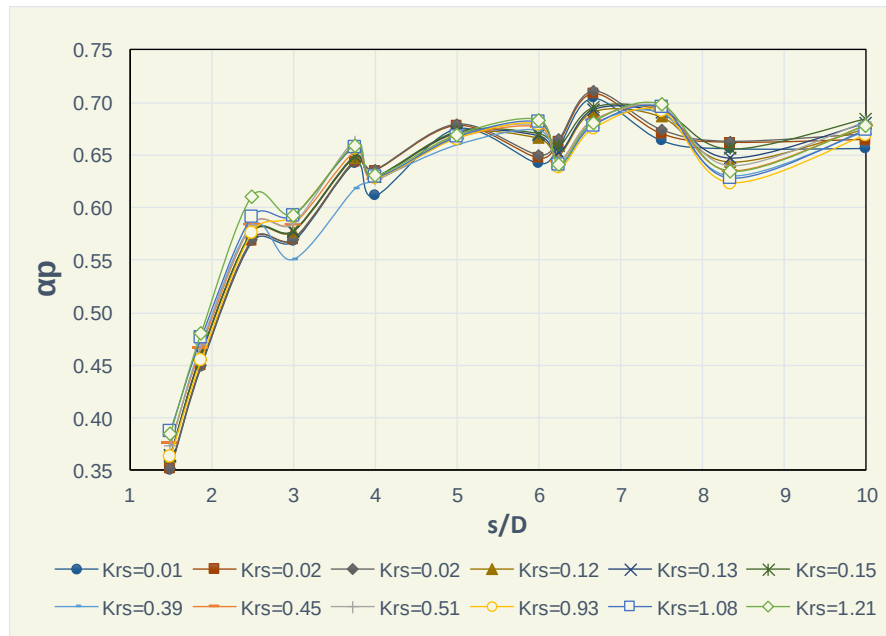
Al revisar en detalle lo presentado en la Figura 87 se nota que a una separación de tres veces el diámetro ($s=3D$) en promedio se logra una relación de distribución de carga de en 0.57, variando entre 0.38 y 0.72, muy por debajo de lo asumido normalmente en Colombia para estos casos (0.70). Por otra parte, es evidente que a cinco veces el diámetro ($s=5D$) se obtiene en promedio el mejor desempeño de los pilotes y por ende del sistema, llegando a una relación de 0.67(en promedio), variando entre 0.43 y 0.76. Para separaciones mayores a 5D se garantizan mejores relaciones de distribución de carga. Este comportamiento se observa de manera similar en la Figura 88, la Figura 89, la Figura 90, la Figura 91 y la Figura 92.



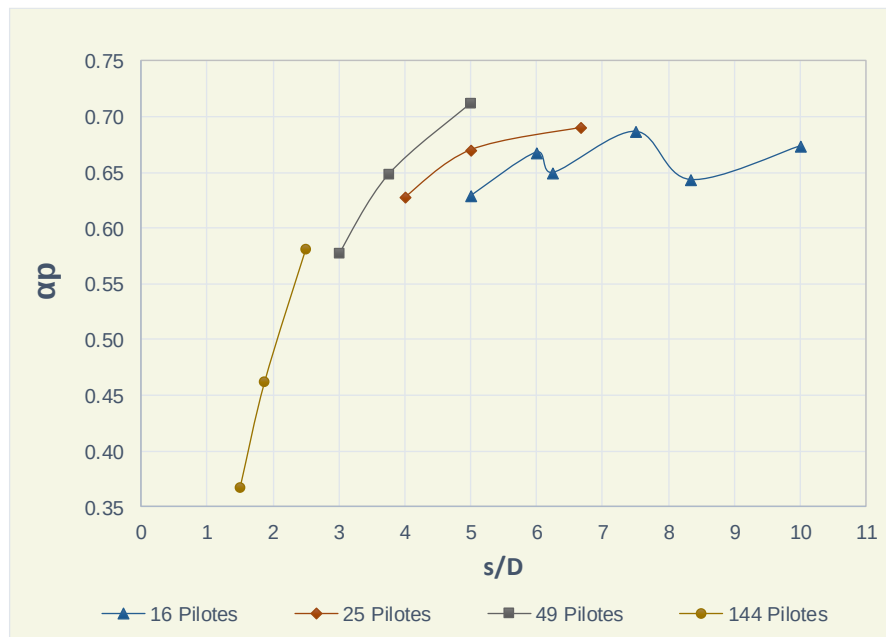
D: Diámetro, s: Separación, ap : Relación de distribución de carga.
 Figura 87. Curva Maestra Relación de Distribución de Carga (ap)

Aunque el análisis estadístico de la base de datos demostró que pueden tenerse ap entre 0.16 y 0.84, la Figura 87 demuestra que, de manera general, las menores ap tienden a estar en 0.35 y las mayores en un techo de 0.70. Adicionalmente, la Figura 87 muestra que existe una gran tendencia a mayores separaciones de conservar la misma ap , siendo esta en ese caso de 0.675, aproximadamente. Así las cosas, dadas todas las combinaciones, existe un gran espectro de respuesta de ap y, aunque depende de muchos factores, estos están gobernados en gran medida por la relación s/D . Las Figuras 88, 89, 90, 91 y 92 demuestran que la tendencia es la misma observada en la Figura 87. Donde en promedio a separaciones menores a $3D$ tienen menor desempeño o relación de distribución de carga menor en comparación a separaciones superiores ($>3D$); siendo constante la separación de $5D$ en la mayoría de los casos como la más óptima.

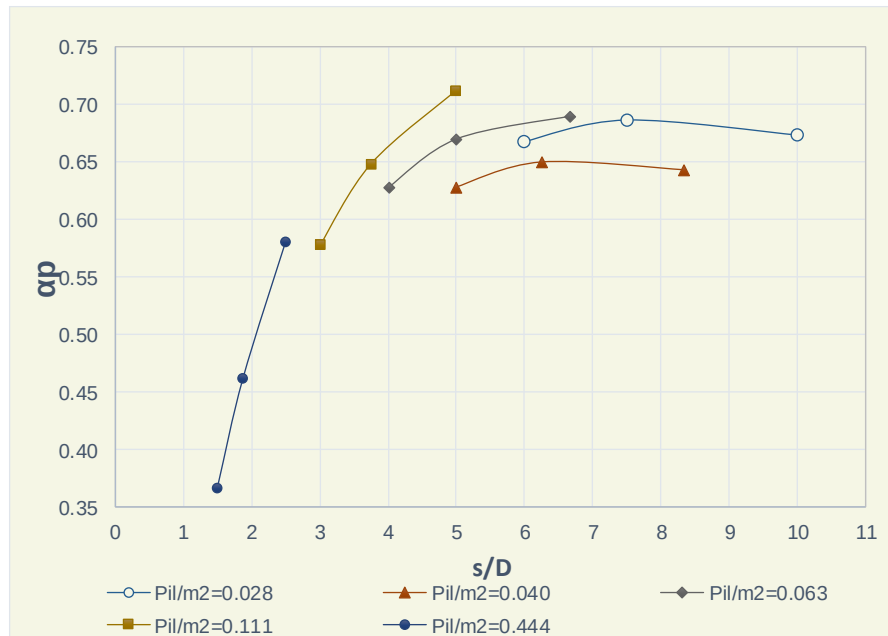
Es evidente que la relación s/D gobierna el sistema y que las figuras complementan las observaciones y análisis realizados en la primera.



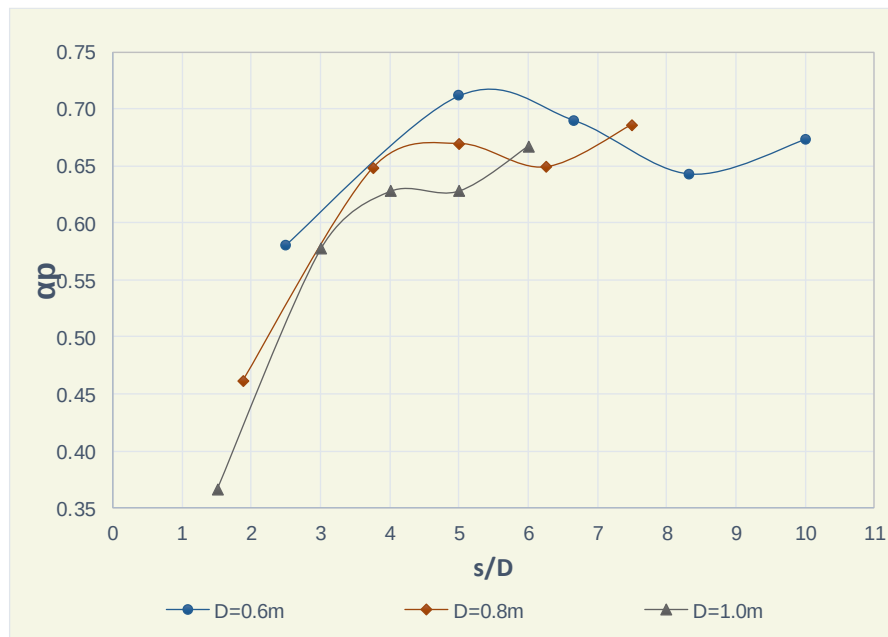
D: Diámetro, s: Separación, α_p : Relación de distribución de carga, Krs: Relación de rigidez de la placa.
 Figura 88 Curva Maestra α_p [Krs]



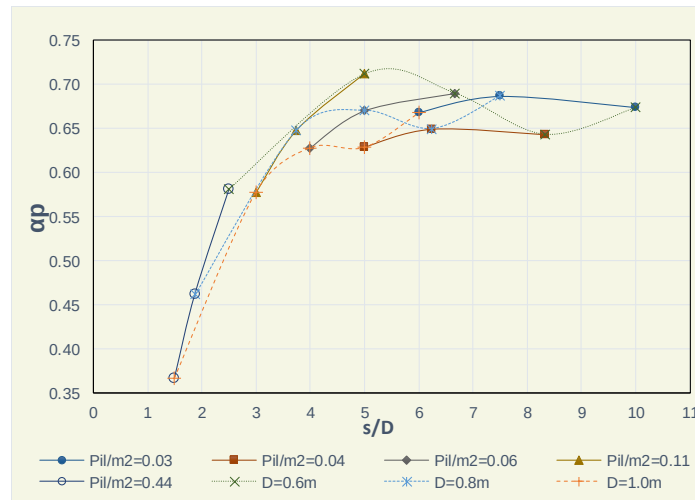
D: Diámetro, s: Separación, α_p : Relación de distribución de carga
 Figura 89. Curva Maestra α_p [# Pilotes]



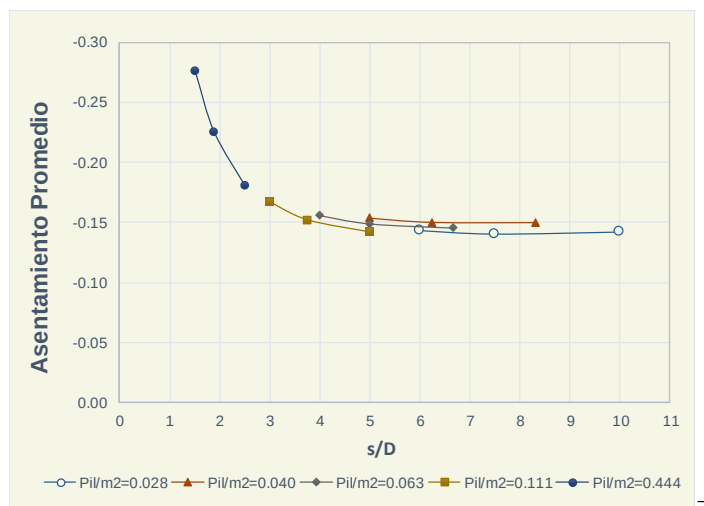
D: Diámetro, s: Separación, Pil/m²: Densidad pilotes por m², ap : Relación de distribución de carga
 Figura 90. Curva Maestra ap [Pil/m²]



D: Diámetro, s: Separación, ap : Relación de distribución de carga
 Figura 91. Curva Maestra ap [D]



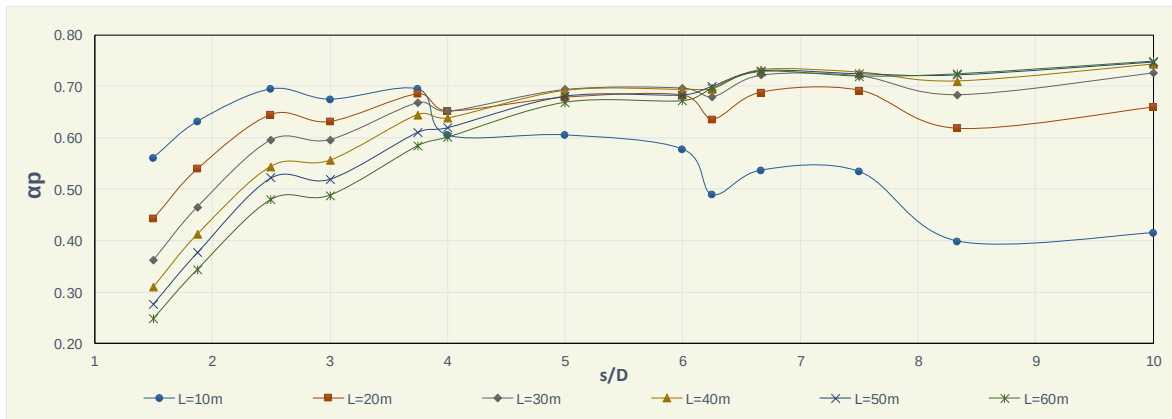
D: Diámetro, s: Separación, Pil/m^2 : Densidad pilotes por m^2 , α_p : Relación de distribución de carga
 Figura 92. Curva Maestra α_p [$Pil/m^2, D$]



D: Diámetro, s: Separación, Pil/m^2 : Densidad pilotes por m^2
 Figura 93. Curva Maestra Asentamiento Promedio [$Pil/m^2, D$]

Al verificar el comportamiento del asentamiento promedio de las 3240 modelaciones con respecto a la densidad de pilotes se encuentra que luego de 4 veces la separación de los pilotes el asentamiento es el mismo indistintamente de la densidad de pilotes dentro de la placa (Figura 71).

La relación s/D muestra un comportamiento similar de los pilotes en todas sus longitudes a partir de una separación de $4D$ a excepción de los denominados pilotes ‘cortos’ ($L < 20.0m$), los cuales se separan significativamente de la curva de comportamiento separación/ α_p . En contraste, para separaciones menores ($s < 4D$) el comportamiento de α_p es diferenciado, dependiente de la longitud del pilote e inversamente proporcional a esta, donde los pilotes con menor longitud reciben mayor distribución de carga; tal y como se observa en la Figura 94.



L: Longitud, D: Diámetro, s: Separación, α_p : Relación de distribución de carga
 Figura 94. Relación s/D Vs α_p [L]

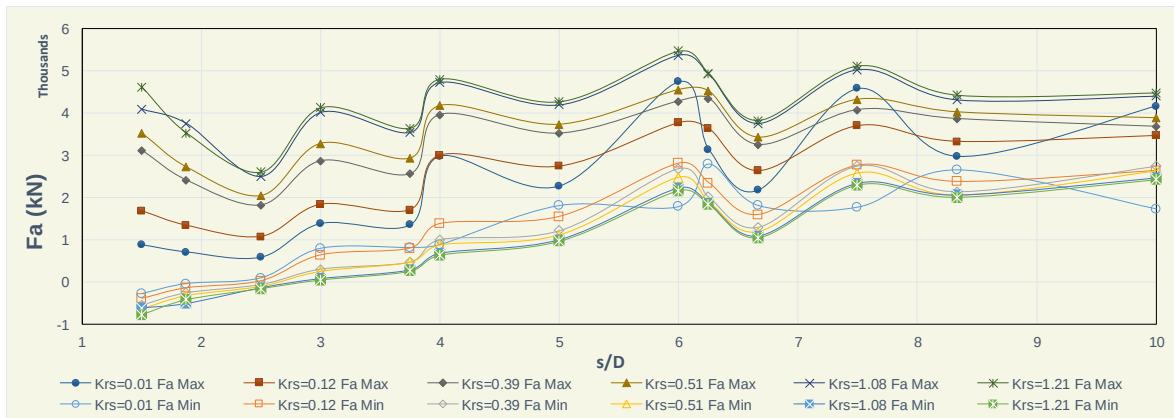
3.6 Fuerza Axial en los Pilotes

Los análisis presentados en este subcapítulo se realizaron con base en las 3240 corridas, es decir, todas las configuraciones geométricas de pilotes, placas y materiales realizadas en esta investigación. Dentro del análisis de los datos, fue detectado que el comportamiento de los pilotes tenía una variación espacial tanto en planta como en profundidad, al compararse con otros autores, de ellos se sobreentendía que la fuerza axial aplicada en los pilotes era homogénea, es decir, era la misma fuerza sin importar la localización espacial del pilote. Por esta razón, se realizó un análisis el comportamiento de esta variable y compararla con las demás medidas.

En la Figura 95 es evidente que existe una gran diferencia entre la fuerza axial mínima promedio y la fuerza axial máxima promedio. Estas diferencias se hacen menores cuando aumenta la separación entre pilotes, esto podría deberse a la poca acción de grupo o interacción existente a poca separación de los pilotes. Adicionalmente se observa en la misma figura que existe una gran dispersión de la fuerza axial máxima promedio a separaciones pequeñas, lo que refuerza la hipótesis de la influencia de la interacción en una diferencia de fuerzas axiales en los pilotes de un mismo sistema. Esta tendencia o análisis se reafirma al observar los resultados presentados en la Figura 96, donde se analizan las mismas variables pero con respecto al espesor de la placa, el cual es insumo fundamental en el cálculo de la flexibilidad del elemento estructural.

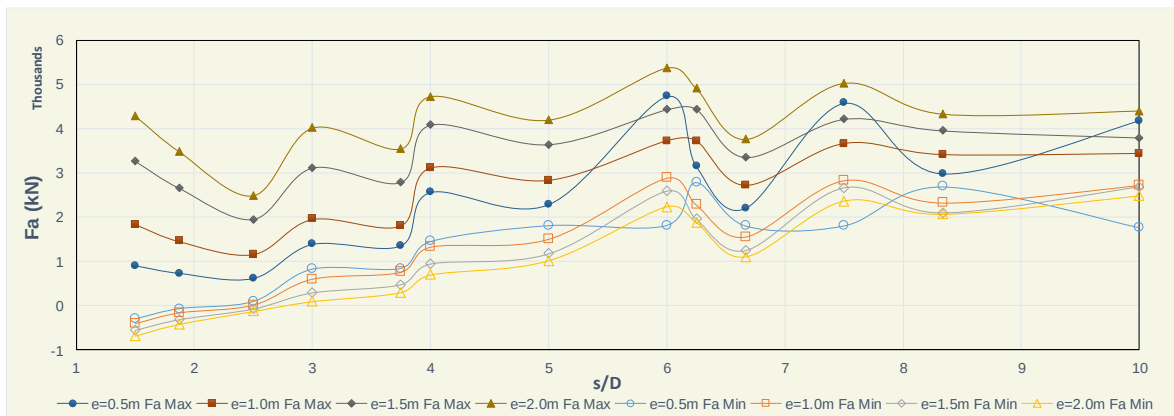
Al analizar las mismas variables (fuerza axial y separación) con respecto a la longitud de los pilotes se encuentra en que existe una marcada diferencia entre la fuerza axial máxima y mínima promedio, estando ambas concentradas en una misma tendencia. Es de anotar una excepción ocurrida para pilotes de longitud 10 y 20m donde la fuerza axial máxima y mínima promedio son más cercanas (poca diferencia) y cuya diferencia de desvanece para separaciones superiores a los 6D. Esto último

podría deberse a que pilotes de corta longitud (>20.0m) toman toda la carga posible y llegan fácilmente a su techo de relación de distribución de carga.

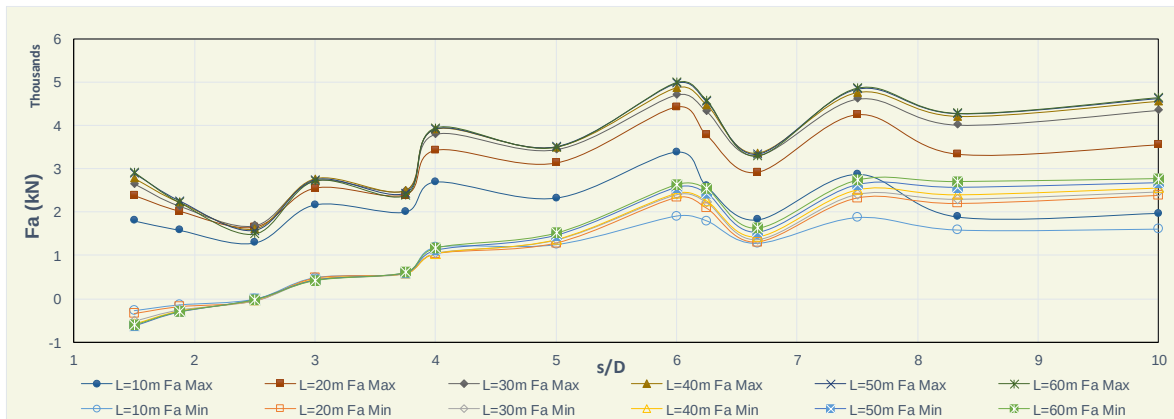


D: Diámetro, s: Separación, Fa: Fuerza Axial, Max: Máxima, Min: Mínima
 Figura 95. s/D Vs Fuerza Axial [Krs]

Los valores de fuerza axial negativa reportados en la Figura 95, la Figura 96, la Figura 97 y la Figura 98 corresponden a modelaciones donde la separación de los pilotes es menor a 3D, donde se ha evidenciado que existe una alta interacción entre los pilotes, por eso, al aumentar la separación este efecto desaparece.

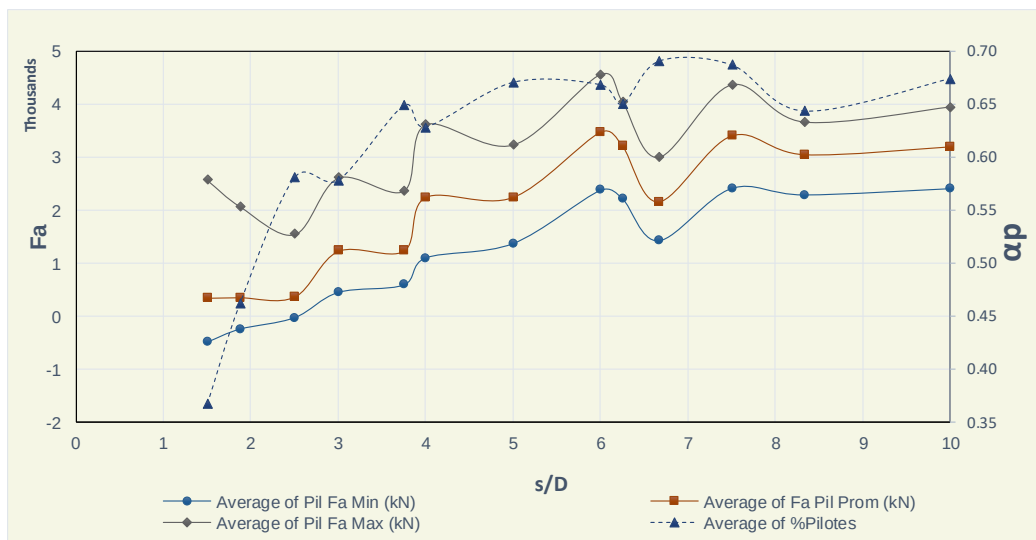


D: Diámetro, s: Separación, Fa: Fuerza Axial, e: Espesor, Max: Máxima, Min: Mínima
 Figura 96. s/D Vs Fuerza Axial [e]

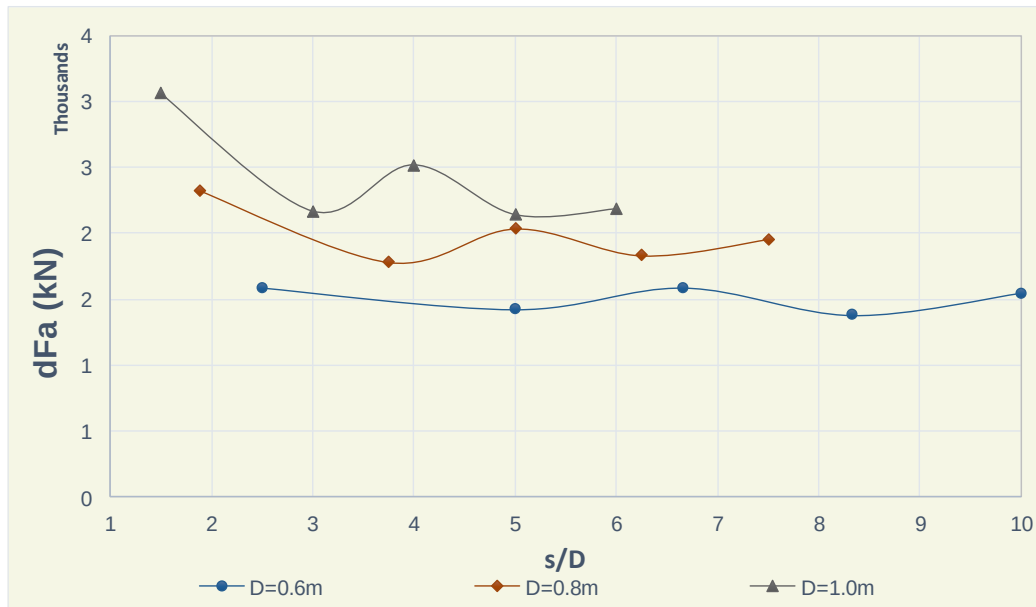


D: Diámetro, s: Separación, Fa: Fuerza Axial, L: Longitud, Max: Máxima, Min: Mínima
 Figura 97. s/D Vs Fuerza Axial [L]

Para estimar una relación entre la distribución de carga y su relación con la fuerza axial promedio se generó la Figura 98, en la cual es evidente que para fuerzas axiales promedio bajas, la relación de distribución de carga es baja. Tanto fuerza axial como relación de distribución de carga aumentan a medida que aumenta la separación entre los pilotes, es decir, separaciones mayores se convierten en mayores fuerzas axiales promedio y mayores relaciones de distribución de carga. En la misma figura se presentan la fuerza axial promedio máxima y la promedio mínima, es evidente que cuando están más separadas ambas fuerzas promedio, la relación de distribución de carga es menor. Importante es resaltar que en la figura se presentan valores resumidos por separación y que α_p está en un rango entre 0.16 y 0.84.



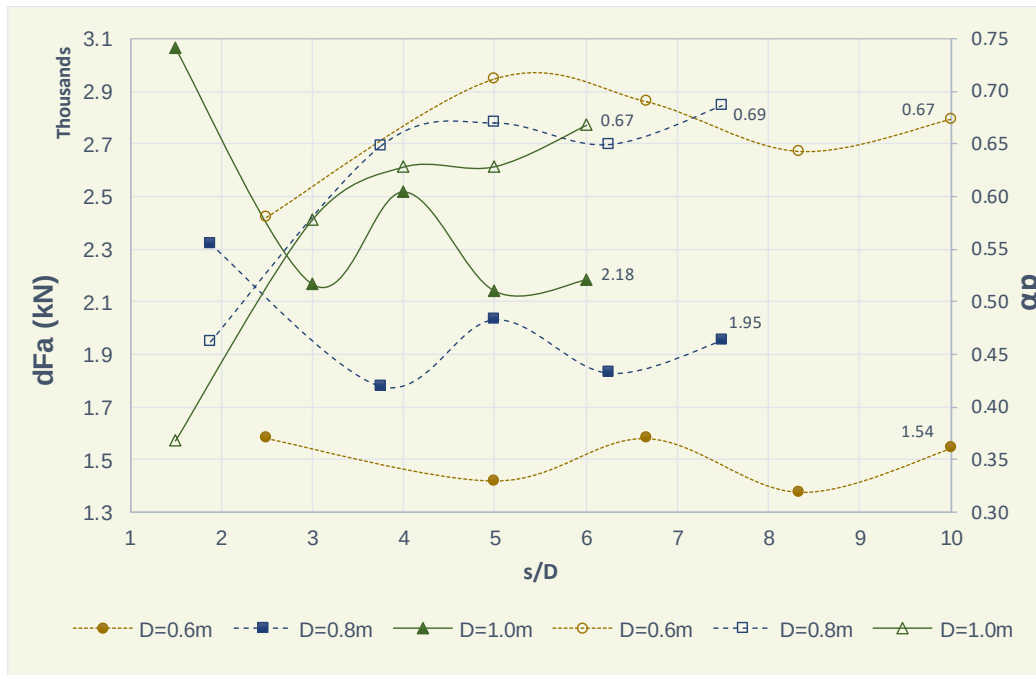
D: Diámetro, s: Separación, Fa: Fuerza Axial, α_p : Relación de distribución de carga, Prom: Promedio
 Figura 98. s/D Vs Fuerza Axial Vs α_p



D: Diámetro, s: Separación, dFa: Diferencia de fuerza axial
 Figura 99. s/D Vs Diferencia Fuerza Axial [D]

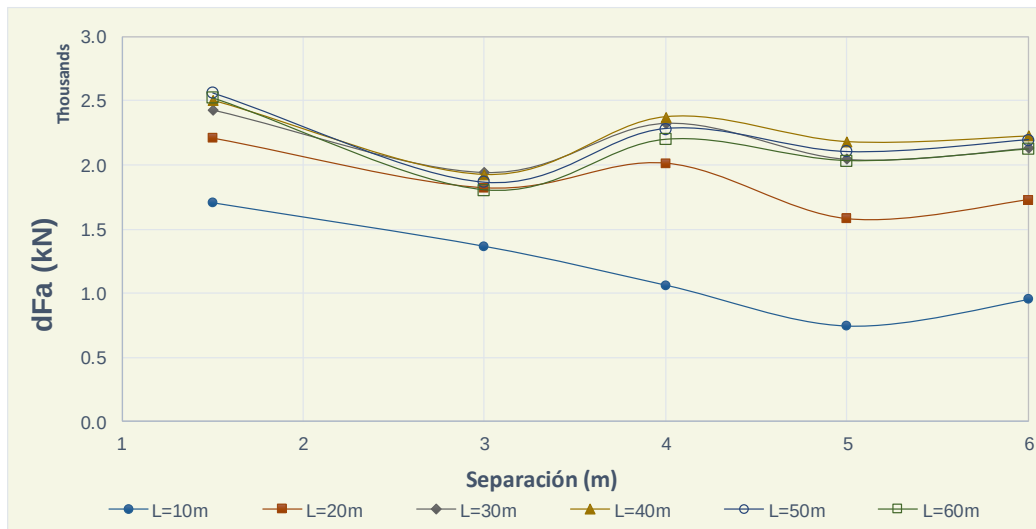
Se analizó el diámetro de los pilotes y su influencia con la fuerza axial, encontrando que pilotes de mayor diámetro conducen a mayor diferencia en fuerzas axiales dentro de los mismos pilotes, extrapolando este se podría decir que pilotes de mayor diámetro significarían menor relación de distribución de carga y por ende serían menos eficientes (Ver Figura 99), al igual que con otras variables analizadas, separaciones pequeñas generan alta interacción entre los elementos y por ende relaciones de distribución de carga bajas.

Un análisis más detallado de la influencia de la fuerza axial en la pérdida de relación de distribución de carga se presenta en la Figura 100 donde se observa que para los tres diámetros analizados, la relación de distribución de carga es menor en la proporción en que la diferencia de fuerza axial es mayor; así mismo las diferencias de fuerza axial son mayores con el aumento del diámetro del pilote; al mismo tiempo para separaciones menores, todos los anteriores indicadores se acentúan. Importante es resaltar que en la figura se presentan valores resumidos por separación y que α_p está en un rango entre 0.16 y 0.84.



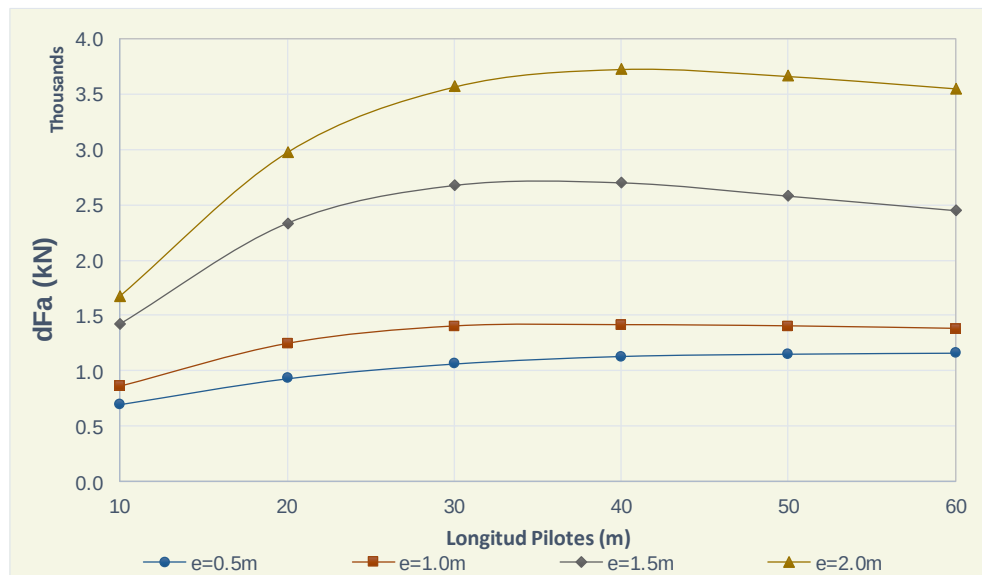
D: Diámetro, s: Separación, dFa: Diferencia de fuerza axial, α_p : Relación de distribución de carga
 Figura 100. s/D Vs Diferencia Fuerza Axial Vs α_p [D]

Para todas las longitudes de pilote existe una diferencia de fuerza axial, la promedio de esta se mantiene en todas las separaciones de pilotes excepto cuando se trata de pilotes cortos (<20.0m), en cuyo caso se ve sustancialmente disminuida, tal y como se observa en la Figura 101. Esto último implicaría una mayor eficiencia en los pilotes ya que como se observó en otros apartes de este análisis, diferencias altas en la fuerza axial se convierten en bajas relaciones de distribución de carga.



dFa: Diferencia de fuerza axial, L: Longitud
 Figura 101. Separación Vs Diferencia Fuerza Axial [L]

En lo que atañe a la relación entre la longitud de los pilotes y la diferencia en la fuerza axial transmitida a los mismos se encuentra la Figura 102, en esta se puede apreciar que para mayores espesores de placa, la diferencia en la fuerza axial promedio transmitida a los pilotes es más alta, lo cual indicaría que placas de gran espesor (rígidas) generan diferencias de fuerza axial y por lo tanto menor relación de distribución de carga conduciendo a una menor eficiencia en los pilotes. Por otra parte, se observa que la tendencia a aumentar la diferencia en la fuerza axial se acrecenta con la longitud de los pilotes hasta llegar a un techo (30.0m) y luego se estabiliza para el resto de longitudes. Esta última apreciación se observó en mayor medida para placas de 1.5 y 2.0m



dFa: Diferencia de fuerza axial, e: Espesor
 Figura 102. Longitud de los Pilotes Vs Diferencia de Fuerza Axial [e]

3.7 Densidad de Pilotes en la Placa

Los análisis presentados en este subcapítulo se realizaron con base en las 3240 corridas, es decir, todas las configuraciones geométricas de pilotes, placas y materiales realizadas en esta investigación.

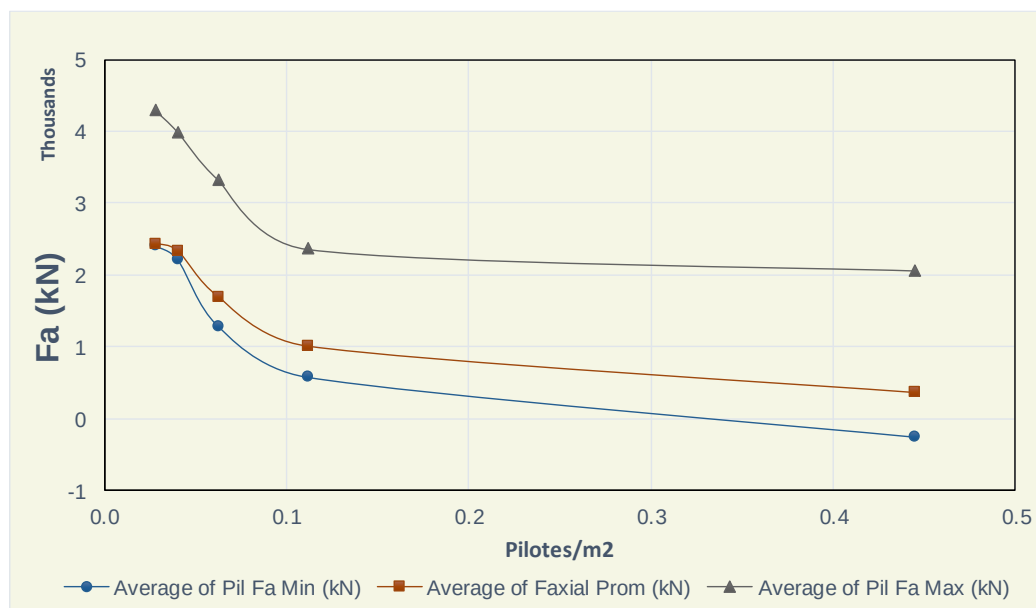
Dentro de la presente investigación se realizaron modelaciones con cantidades diversas de pilotes en el mismo área, a fin de analizar el comportamiento de las diferentes variables con respecto a la densidad de pilotes instalada, se realizaron las siguientes figuras. Es importante recordar que las dimensiones de la placa ensayada corresponden a 20 m por 20 m, la cantidad de pilotes modelados en las diferentes corridas se relacionan a continuación en la Tabla 7.

Tabla 7. Densidad de Pilotes Modelados.

Separación (m)	Cantidad (Pilotes)	Offset (m)	Densidad (Pilotes/ m ²)	Densidad (Pilotes/10 m ²)
15	144	1	0.44	4 Pilotes
30	49	1	0.11	Un Pilote
40	25	2	0.06	>1/2 Pilote
50	16	2.5	0.04	<1/2 Pilote
60	16	1	0.03	1/4 Pilote

La columna Offset se refiere a la separación del grupo de pilotes con respecto al borde de la placa. Se analiza dentro de la tabla una densidad por metro cuadrado y otra por 10 m² a con el propósito de tener una idea de la cantidad de pilotes en dicha área.

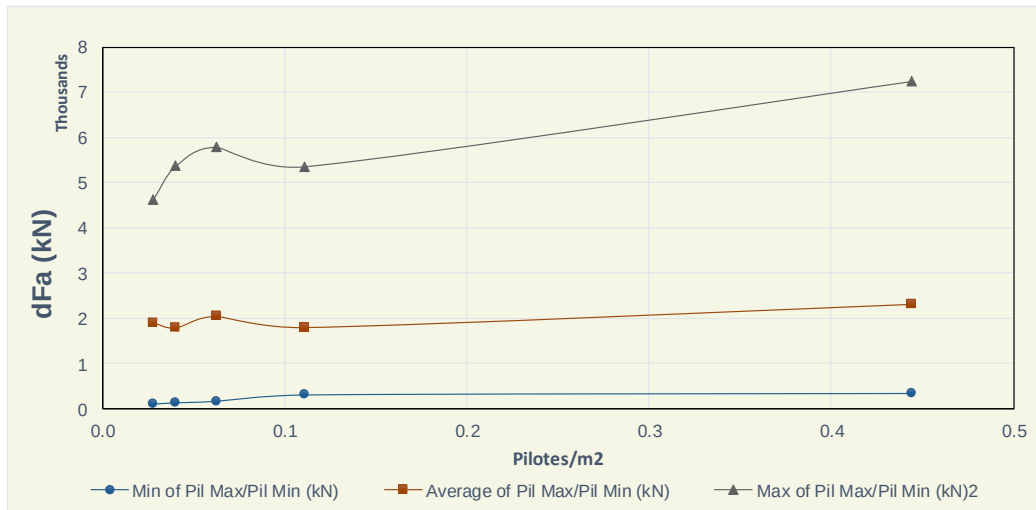
Al analizar la fuerza axial con respecto a la densidad de pilotes en la placa, es evidente que esta disminuye con densidades altas, es decir, donde hay interacción entre pilotes, habrá una baja fuerza axial (Figura 103).



Fa: Fuerza Axial, Max: Máxima, Min: Mínima, Prom: Promedio

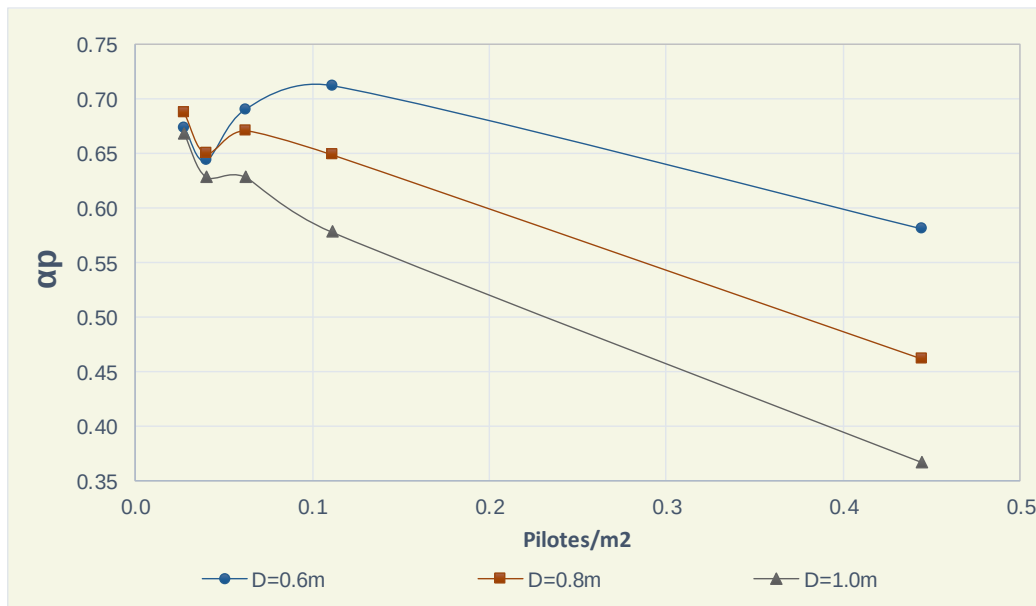
Figura 103. Densidad de Pilotes Vs Fuerza Axial

En lo que respecta a la diferencia de fuerza axial no se aprecia ningún cambio significativo para la promedio y la mínima, sin embargo para la máxima si es evidente que aumenta conforme aumenta la densidad de pilotes en el sistema (Figura 104)



dFa: Diferencia de fuerza axial, Max: Máxima, Min: Mínima, Prom: Promedio
 Figura 104. Densidad de Pilotes Vs Diferencia de Fuerza Axial

El comportamiento de la relación de distribución de carga con respecto a la densidad de pilotes instalados en la placa se encuentra agrupado, para bajas densidades ($<0.07\text{pil}/\text{m}^2$) la relación de distribución de carga es muy similar sin importar el diámetro de los mismos; mientras que para densidades superiores es marcada la diferencia en relación de distribución de carga por diámetros, siendo mayor la relación para pilotes de diámetros menores (Figura 105). Importante es resaltar que en la figura se presentan valores resumidos por diámetro y que α_p está en un rango entre 0.16 y 0.84.



D: Diámetro, α_p : Relación de distribución de carga.
 Figura 105. Densidad de Pilotes Vs $\alpha_p[D]$

3.8 Análisis Estadístico de los Datos

Inicialmente, se ingresaron los datos de las 3240 corridas al software R©. En la Figura 106 se presentan los primeros seis datos. Estos datos tienen la siguiente descripción estadística (Figura 107)

Consecutivo	Carga	esp	Mod	Long	Diam	Sep	X.Pilotes
1	100	1.0	215	30	0.6	1.5	0.5271762
2	100	1.0	215	40	0.6	1.5	0.4754632
3	100	1.0	215	50	0.6	1.5	0.4330470
4	100	1.0	215	60	0.6	1.5	0.3979243
5	100	1.5	215	30	0.6	1.5	0.5408688
6	100	1.5	215	40	0.6	1.5	0.4916809

Figura 106. Base de Datos – Cabeza Valores

Carga	esp	Mod	Long	Diam	Sep	X.Pilotes
Min. :100	Min. :0.500	Min. :215	Min. :10	Min. :0.6	Min. :1.5	Min. :0.1638
1st Qu.:100	1st Qu.:0.875	1st Qu.:215	1st Qu.:20	1st Qu.:0.6	1st Qu.:3.0	1st Qu.:0.5675
Median :150	Median :1.250	Median :248	Median :35	Median :0.8	Median :4.0	Median :0.6608
Mean :150	Mean :1.250	Mean :247	Mean :35	Mean :0.8	Mean :3.9	Mean :0.6190
3rd Qu.:200	3rd Qu.:1.625	3rd Qu.:278	3rd Qu.:50	3rd Qu.:1.0	3rd Qu.:5.0	3rd Qu.:0.7050
Max. :200	Max. :2.000	Max. :278	Max. :60	Max. :1.0	Max. :6.0	Max. :0.8473

Figura 107. Base de Datos – Descripción Estadística

Luego se verificó la distribución de las variables de entrada de las 3240 modelaciones realizadas, esta verificación se presenta en la Figura 108.

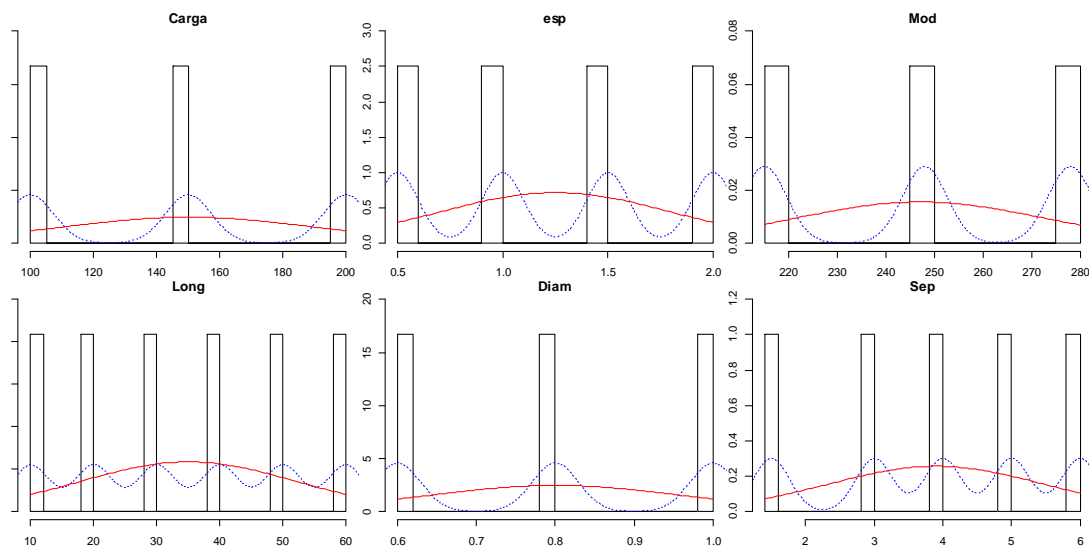


Figura 108. Base de Datos – Histogramas Variables de Entrada.

Seguido se realizó la distribución de frecuencia de la Relación de Distribución de Carga hallada para los resultados de todas las modelaciones (n=3240) realizadas en este proyecto. (Figura 109)

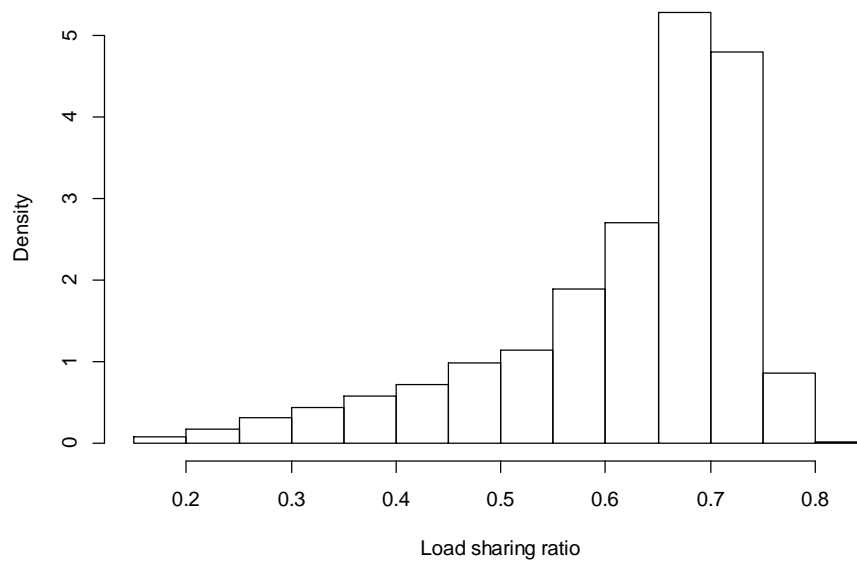


Figura 109. Base de Datos – Histograma Relación de Distribución de Carga.

De acuerdo a la distribución de frecuencia, los datos de Relación de Distribución de Carga se encuentran en una distribución sesgada y hacia la izquierda. Por lo tanto, se presume que pertenecen a una distribución estadística ampliamente caracterizada.

Al revisar la matriz presentada (Figura 110) no existe ninguna correlación entre las variables de entrada incluidas en el modelo (Carga, Espesor de Placa, Módulo, Longitud, Diámetro y Separación); por ejemplo, al cruzar Carga con Espesor la correlación es igual a Cero (Corr.=0) ó en el mejor de los casos al cruzar Módulo con Separación, la correlación es igual a $4.43e-20$, es decir: Cero. Así mismo pasa al cruzar Longitud con Módulo, etc.

Matriz de Correlación

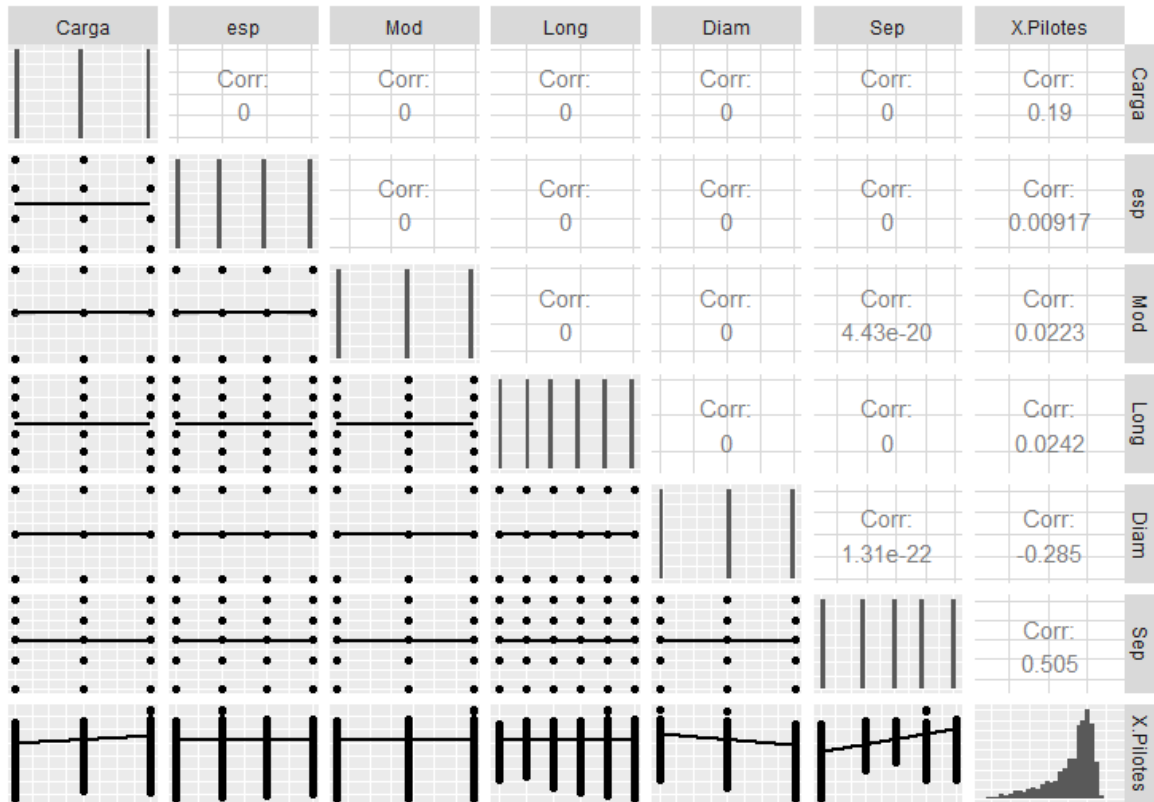


Figura 110. Base de Datos – Matriz de Correlaciones.

Al ser todas las correlaciones igual a cero lo que quiere decir es que ninguna variable de entrada explica a la otra, por lo tanto, no son redundantes y todas ayudan a explicar la variable de salida (Relación de Distribución de Carga).

Por otra parte, al analizar las variables de entrada vs la variable de salida, se puede apreciar que la separación y el diámetro son las que mejor explican la Relación de Distribución de Carga (Corr.= 0.505 y Corr.=-0.285, respectivamente) y, en menor medida, lo hace la Carga (Corr.=0.19). En la siguiente instancia, se encuentran el Módulo del Concreto utilizado (Corr.=0.0223) y la Longitud de los Pilotes (Corr.=0.0242). Por último se encuentra el Espesor de la Placa (Corr.=0.00917).

De lo anterior puede decirse que las variables que mejor definen el comportamiento de los elementos del sistema son la separación de los pilotes y su diámetro. No obstante, no se pueden desechar el resto debido a que contribuyen a la explicación acerca del comportamiento e intervienen en el resultado.

De acuerdo con los resultados de la matriz de correlaciones, la revisión de los criterios mencionada y la experiencia en la definición de los criterios de diseño geotécnicos, se propone realizar una regresión

lineal multivariable como herramienta metodológica que permita predecir el valor de la Relación de Distribución de Carga para una combinación de variables dada.

Seguido se propuso un modelo de regresión lineal multivariable saturado, teniendo en cuenta que este contempla la interacción de todas las variables, para lograr esto, se ingresa la siguiente línea de código dentro del software de estadística (Figura 111)

```
model1 <- lm( X.Pilotes ~ Carga * esp * Mod * Long * Diam * Sep, data = base);model1
```

Figura 111. Modelo 1 RLM – Línea de Código.

Los resultados de la modelación se presenta en la Figura 112.

coefficients:									
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)					
(Intercept)	1.384e+00	3.109e+00	0.445	0.656	esp:Mod:Sep	-1.823e-04	2.176e-03	-0.084	0.933
Carga	-8.481e-04	2.000e-02	-0.042	0.966	Carga:Long:Sep	-1.221e-05	1.222e-04	-0.100	0.920
esp	-2.679e-01	2.271e+00	-0.118	0.906	esp:Long:Sep	-1.876e-03	1.388e-02	-0.135	0.892
Mod	-9.349e-04	1.252e-02	-0.075	0.940	Mod:Long:Sep	-5.844e-06	7.652e-05	-0.076	0.939
Long	-1.796e-02	7.984e-02	-0.225	0.822	Carga:Diam:Sep	-5.670e-04	5.831e-03	-0.097	0.923
Diam	-1.254e+00	3.808e+00	-0.329	0.742	esp:Diam:Sep	-1.243e-01	6.620e-01	-0.188	0.851
Sep	-1.214e-01	7.401e-01	-0.164	0.870	Mod:Diam:Sep	-3.860e-04	3.650e-03	-0.106	0.916
Carga:esp	1.650e-03	1.461e-02	0.113	0.910	Long:Diam:Sep	-3.226e-03	2.327e-02	-0.139	0.890
Carga:Mod	6.512e-06	8.054e-05	0.081	0.936	Carga:esp:Mod:Long	2.459e-07	1.510e-06	0.163	0.871
esp:Mod	9.149e-04	9.143e-03	0.100	0.920	Carga:esp:Mod:Diam	2.003e-05	7.204e-05	0.278	0.781
Carga:Long	8.677e-05	5.136e-04	0.169	0.866	Carga:esp:Long:Diam	1.127e-04	4.594e-04	0.245	0.806
esp:Long	1.025e-02	5.831e-02	0.176	0.861	Carga:Mod:Long:Diam	2.526e-07	2.533e-06	0.100	0.921
Mod:Long	2.528e-05	3.215e-04	0.079	0.937	esp:Mod:Long:Diam	4.666e-05	2.875e-04	0.162	0.871
Carga:Diam	4.542e-03	2.450e-02	0.185	0.853	Carga:esp:Mod:Sep	1.494e-06	1.400e-05	0.107	0.915
esp:Diam	7.365e-01	2.781e+00	0.265	0.791	Carga:esp:Long:Sep	1.531e-05	8.927e-05	0.171	0.864
Mod:Diam	1.736e-03	1.533e-02	0.113	0.910	Carga:Mod:Long:Sep	6.239e-08	4.923e-07	0.127	0.899
Long:Diam	1.001e-02	9.778e-02	0.102	0.918	esp:Mod:Long:Sep	6.348e-06	5.588e-05	0.114	0.910
Carga:Sep	-1.774e-04	4.761e-03	-0.037	0.970	Carga:esp:Diam:Sep	1.057e-03	4.258e-03	0.248	0.804
esp:Sep	3.819e-02	5.405e-01	0.071	0.944	Carga:Mod:Diam:Sep	3.292e-06	2.348e-05	0.140	0.889
Mod:Sep	2.425e-04	2.980e-03	0.081	0.935	esp:Mod:Diam:Sep	4.575e-04	2.666e-03	0.172	0.864
Long:Sep	4.072e-03	1.900e-02	0.214	0.830	Carga:Long:Diam:Sep	1.849e-05	1.497e-04	0.123	0.902
Diam:Sep	2.210e-01	9.064e-01	0.244	0.807	esp:Long:Diam:Sep	2.823e-03	1.700e-02	0.166	0.868
Carga:esp:Mod	-6.763e-06	5.882e-05	-0.115	0.908	Mod:Long:Diam:Sep	6.541e-06	9.372e-05	0.070	0.944
Carga:esp:Long	-7.205e-05	3.751e-04	-0.192	0.848	Carga:esp:Mod:Long:Diam	-3.879e-07	1.850e-06	-0.210	0.834
Carga:Mod:Long	-2.245e-07	2.068e-06	-0.109	0.914	Carga:esp:Mod:Long:Sep	-5.327e-08	3.595e-07	-0.148	0.882
esp:Mod:Long	-2.987e-05	2.348e-04	-0.127	0.899	Carga:esp:Mod:Diam:Sep	-3.914e-06	1.715e-05	-0.228	0.819
Carga:esp:Diam	-5.474e-03	1.789e-02	-0.306	0.760	Carga:esp:Long:Diam:Sep	-2.241e-05	1.093e-04	-0.205	0.838
Carga:Mod:Diam	-1.312e-05	9.864e-05	-0.133	0.894	Carga:Mod:Long:Diam:Sep	-6.686e-08	6.029e-07	-0.111	0.912
esp:Mod:Diam	-2.490e-03	1.120e-02	-0.222	0.824	esp:Mod:Long:Diam:Sep	-8.943e-06	6.844e-05	-0.131	0.896
Carga:Long:Diam	-9.726e-05	6.290e-04	-0.155	0.877	Carga:esp:Mod:Long:Diam:Sep	7.572e-08	4.403e-07	0.172	0.863
esp:Long:Diam	-1.473e-02	7.141e-02	-0.206	0.837					
Mod:Long:Diam	-2.906e-05	3.937e-04	-0.074	0.941	Residual standard error: 0.06411 on 3176 degrees of freedom				
Carga:esp:Sep	-3.660e-04	3.477e-03	-0.105	0.916	Multiple R-squared: 0.7317, Adjusted R-squared: 0.7264				
Carga:Mod:Sep	-1.925e-06	1.917e-05	-0.100	0.920	F-statistic: 137.5 on 63 and 3176 DF, p-value: < 2.2e-16				

Figura 112. Modelo 1 RLM – Resumen

Más de siete términos del modelo no tienen significancia. De esto se infiere que el modelo no es confiable. El coeficiente de determinación (R^2) tuvo un valor de 0.6718; mientras que el p-value: fue menor que $2.2e-16$. Estos valores obtenidos hacen que el modelo no sea confiable (Shapiro y Lillie). Para evitar generar modelos aleatorios y optimizar tiempo y recursos utilizados se utiliza una metodología que propone el mejor modelo posible de acuerdo a diversos criterios. La metodología corresponde al proceso de *Step* dentro del software R®. Este proceso permite encontrar el modelo

que mejor se ajuste a la regresión lineal múltiple (RLM) teniendo en cuenta el Akaike Information Criteria (AIC) (Akaike, 1974). El modelo que obtenga menor AIC será la que mejor represente la distribución de los datos. El modelo encontrado se presenta en la Figura 113.

```
lm(formula = X.Pilotes ~ Carga + esp + Mod + Long + Diam + Sep +
  Carga:esp + Carga:Long + esp:Long + Carga:Diam + esp:Diam +
  Long:Diam + Carga:Sep + esp:Sep + Long:Sep + Diam:Sep + Carga:Long:Diam +
  Carga:esp:Sep + Carga:Long:Sep + Carga:Diam:Sep + Long:Diam:Sep,
  data = base)
```

Coefficients:

(Intercept)	Carga	esp	Mod	Long	Diam	Sep	Carga:esp
1.110e+00	8.988e-04	6.295e-03	1.062e-04	-1.047e-02	-7.731e-01	-6.946e-02	-3.635e-04
Carga:Long	esp:Long	Carga:Diam	esp:Diam	Long:Diam	Carga:Sep	esp:Sep	Long:Sep
2.547e-05	8.741e-04	1.008e-03	3.613e-02	3.856e-04	-6.336e-04	-9.452e-03	2.563e-03
Diam:Sep	Carga:Long:Diam	Carga:esp:Sep	Carga:Long:Sep	Carga:Diam:Sep	Long:Diam:Sep		
1.255e-01	-2.412e-05	4.718e-05	3.762e-06	2.663e-04	-1.242e-03		

Figura 113. Modelo 2 RLM – Coeficientes

```
lm(formula = X.Pilotes ~ Carga + esp + Mod + Long + Diam + Sep +
    Carga:esp + Carga:Long + esp:Long + Carga:Diam + esp:Diam +
    Long:Diam + Carga:Sep + esp:Sep + Long:Sep + Diam:Sep + Carga:Long
    Carga:esp:Sep + Carga:Long:Sep + Carga:Diam:Sep + Long:Diam:Sep,
    data = base)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.289107 -0.049614  0.008938  0.055663  0.112016

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  1.110e+00  8.615e-02  12.890 < 2e-16 ***
Carga        8.988e-04  5.122e-04   1.755  0.07939 .
esp         6.295e-03  2.312e-02   0.272  0.78546
Mod         1.062e-04  4.355e-05   2.437  0.01485 *
Long       -1.047e-02  1.617e-03  -6.477  1.08e-10 ***
Diam       -7.731e-01  9.630e-02  -8.028  1.38e-15 ***
Sep        -6.946e-02  1.752e-02  -3.964  7.54e-05 ***
Carga:esp   -3.635e-04  1.321e-04  -2.753  0.00595 **
Carga:Long  2.547e-05  8.982e-06   2.835  0.00461 **
esp:Long    8.741e-04  1.174e-04   7.448  1.21e-13 ***
Carga:Diam  1.008e-03  5.684e-04   1.774  0.07611 .
esp:Diam    3.613e-02  1.228e-02   2.943  0.00327 **
Long:Diam   3.856e-04  1.830e-03   0.211  0.83310
Carga:Sep  -6.336e-04  1.028e-04  -6.165  7.91e-10 ***
esp:Sep    -9.452e-03  4.887e-03  -1.934  0.05316 .
Long:Sep   2.563e-03  2.606e-04   9.834 < 2e-16 ***
Diam:Sep   1.255e-01  1.900e-02   6.607  4.58e-11 ***
Carga:Long:Diam -2.412e-05  9.842e-06  -2.451  0.01429 *
Carga:esp:Sep  4.718e-05  3.143e-05   1.501  0.13343
Carga:Long:Sep  3.762e-06  1.029e-06   3.656  0.00026 ***
Carga:Diam:Sep  2.663e-04  1.076e-04   2.475  0.01339 *
Long:Diam:Sep -1.242e-03  2.572e-04  -4.829  1.44e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.06378 on 3218 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7309,    Adjusted R-squared:  0.7292
F-statistic: 416.3 on 21 and 3218 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Figura 114. Modelo 2 RLM –Resumen y Significancia

Sólo dos de los términos del modelo no tienen significancia. Por lo tanto, el modelo es más confiable. El R^2 obtenido fue de 0.7105 (mejoró) y el p -value fue menor a $2.2e-16$ (se mantiene). El R^2 es satisfactorio, pero el p -value indica que no se está cumpliendo con este supuesto de normalidad. Con el fin de obtener un mejor valor de p -value, se procede a transformar la variable a predecir mediante la transformación de Boxcox (Box & Cox, 1964). Esto permite saber cuál es el valor de lambda (potencia de la función continua) que transforma la variable para estabilizar la varianza y ganar normalidad. Para lo anterior se utilizó la siguiente línea de código (Figura 115):

```
for (lambda in seq(3.55,5.00,0.01) ) {
  m5<-lm(X.Pilotes**lambda ~ Carga + esp + Mod + Long + Diam + Sep +
  Carga:esp + Carga:Long + esp:Long + Carga:Diam + esp:Diam +
  Long:Diam + Carga:Sep + esp:Sep + Long:Sep + Diam:Sep + Carga:Long:Diam +
  Carga:esp:Sep + Carga:Long:Sep + Carga:Diam:Sep + Long:Diam:Sep,
  data = base)
```

Figura 115. Modelo 5 RLM – Código Transformación Boxcox

Los resultados para cada uno de los valores de transformación lambda se presenta en la Figura 116.

Lambda	R_squared	P_KS	P_Li	Error10	Error5	
1	4.90	0.7201430	0.37473311	0.0530385658	0.0024898848	0.2150638
2	4.91	0.7201304	0.38763834	0.0579406334	0.0021786492	0.2138189
3	4.92	0.7201178	0.39562379	0.0611062013	0.0018674136	0.2113290
4	4.93	0.7201053	0.39961633	0.0627273333	0.0018674136	0.2103953
5	4.94	0.7200928	0.39016583	0.0589315455	0.0018674136	0.2097728
6	4.95	0.7200804	0.38226339	0.0558670814	0.0015561780	0.2079054
7	4.96	0.7200680	0.36973253	0.0512091291	0.0015561780	0.2063492
8	4.97	0.7200557	0.35234328	0.0451463186	0.0015561780	0.2051043
9	4.98	0.7200434	0.33572446	0.0397771631	0.0015561780	0.2038593
10	4.99	0.7200312	0.30405494	0.0306551952	0.0015561780	0.2026144
11	5.00	0.7200190	0.26536728	0.0213998370	0.0015561780	0.2016807
12	5.01	0.7200068	0.26172705	0.0206302491	0.0015561780	0.2004357
13	5.02	0.7199947	0.25089000	0.0184392337	0.0015561780	0.1985683
14	5.03	0.7199826	0.23885170	0.0161777700	0.0015561780	0.1973234
15	5.04	0.7199706	0.23448578	0.0154015759	0.0015561780	0.1960784
16	5.05	0.7199586	0.23448174	0.0154008693	0.0015561780	0.1954560
17	5.06	0.7199466	0.23194748	0.0149609124	0.0015561780	0.1932773
18	5.07	0.7199347	0.23161021	0.0149029439	0.0015561780	0.1926548
19	5.08	0.7199228	0.23476338	0.0154502407	0.0015561780	0.1907874
20	5.09	0.7199110	0.21618761	0.0123964045	0.0015561780	0.1895425
21	5.10	0.7198992	0.20078044	0.0101670822	0.0015561780	0.1889200
22	5.11	0.7198874	0.18736805	0.0084414147	0.0015561780	0.1870526
23	5.12	0.7198757	0.17729042	0.0072716740	0.0015561780	0.1854964
24	5.13	0.7198640	0.15902452	0.0054170576	0.0015561780	0.1848739
25	5.14	0.7198523	0.16953625	0.0064433757	0.0015561780	0.1839402
26	5.15	0.7198406	0.14979440	0.0046045356	0.0015561780	0.1830065
27	5.16	0.7198290	0.13221048	0.0032751560	0.0015561780	0.1817616
28	5.17	0.7198174	0.13973728	0.0038100486	0.0015561780	0.1811391
29	5.18	0.7198059	0.12981696	0.0031154573	0.0015561780	0.1798942
30	5.19	0.7197944	0.12373260	0.0027315258	0.0015561780	0.1780268
31	5.20	0.7197829	0.11316127	0.0021372704	0.0015561780	0.1767818
32	5.21	0.7197714	0.10697206	0.0018305218	0.0015561780	0.1758481
33	5.22	0.7197599	0.10799776	0.0018793180	0.0015561780	0.1755369
34	5.23	0.7197485	0.09847156	0.0014563879	0.0015561780	0.1746032
35	5.24	0.7197371	0.09734620	0.0014108144	0.0015561780	0.1730470
36	5.25	0.7197257	0.08644662	0.0010151006	0.0015561780	0.1714908
37	5.26	0.7197144	0.07829822	0.0007707096	0.0012449424	0.1702459
38	5.27	0.7197031	0.07436904	0.0006676306	0.0006224712	0.1699346
39	5.28	0.7196918	0.07090791	0.0005844258	0.0006224712	0.1680672
40	5.29	0.7196805	0.06021709	0.0003697279	0.0006224712	0.1674448
41	5.30	0.7196692	0.05734015	0.0003222082	0.0006224712	0.1661998
42	5.31	0.7196579	0.05458008	0.0002804464	0.0006224712	0.1649549
43	5.32	0.7196467	0.05194701	0.0002439751	0.0006224712	0.1643324
44	5.33	0.7196355	0.05103297	0.0002320615	0.0006224712	0.1633987
45	5.34	0.7196243	0.04868907	0.0002032216	0.0006224712	0.1621538
46	5.35	0.7196131	0.04464047	0.0001589915	0.0006224712	0.1605976
47	5.36	0.7196020	0.04227457	0.0001362678	0.0006224712	0.1596639
48	5.37	0.7195908	0.04175443	0.0001315689	0.0006224712	0.1593526
49	5.38	0.7195797	0.04243316	0.0001377215	0.0006224712	0.1584189
50	5.39	0.7195686	0.04008994	0.0001172313	0.0006224712	0.1574852
51	5.40	0.7195574	0.03900023	0.0001084104	0.0006224712	0.1568627

Figura 116. Modelo 6 RLM – Resumen Variables Transformación Boxcox

La transformación escogida corresponde a la de la línea 44 (Figura 116), en la cual se cumple el valor del p -value (>0.05) por el test Kolmogorov-Smirnov por Massey (Massey, 1951). Sin embargo, no se cumple según el test Lilliefors (Lilliefors, 1967). Se hace claridad que se escoge este valor de lambda pues es el que representa menor cantidad de residuos por encima del 10% de error, el cual sólo corresponde al 16% de la cantidad total de corridas en cantidad. Es decir, con esta predicción habrá un error mayor al 10% al momento de predecir sólo el 16% de los casos. Adicionalmente, sólo habrá un 5% de error en el 0.06% de los casos; es decir, 6 casos en 10.000 oportunidades. Dentro de esta investigación este margen de error se considera aceptable dentro de la ingeniería geotécnica teniendo en cuenta la simplicidad de la metodología propuesta.

A continuación, se presenta (Ver Figura 117) el resumen de los coeficientes y confiabilidad del modelo escogido ($\lambda = 5.33$).


```
lm(formula = x.Pilotes^5.33 ~ Carga + esp + Mod + Long + Diam +
    Sep + Carga:esp + Carga:Long + esp:Long + Carga:Diam + esp:Diam +
    Long:Diam + Carga:Sep + esp:Sep + Long:Sep + Diam:Sep + Carga:Long:Diam +
    Carga:esp:Sep + Carga:Long:Sep + Carga:Diam:Sep + Long:Diam:Sep,
    data = base)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.098545	-0.022483	-0.000444	0.024033	0.187995

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	2.500e-01	4.755e-02	5.258	1.55e-07	***
Carga	1.750e-03	2.826e-04	6.194	6.63e-10	***
esp	-3.233e-02	1.280e-02	-2.525	0.011609	*
Mod	7.772e-05	2.398e-05	3.241	0.001205	**
Long	-8.543e-03	8.936e-04	-9.560	< 2e-16	***
Diam	-2.945e-01	5.367e-02	-5.486	4.43e-08	***
Sep	-1.671e-02	9.644e-03	-1.732	0.083301	.
Carga:esp	-3.420e-05	7.343e-05	-0.466	0.641416	
Carga:Long	2.330e-06	4.954e-06	0.470	0.638188	
esp:Long	5.072e-04	6.464e-05	7.847	5.79e-15	***
Carga:Diam	-9.408e-04	3.157e-04	-2.980	0.002905	**
esp:Diam	1.784e-02	6.758e-03	2.639	0.008353	**
Long:Diam	7.992e-03	1.014e-03	7.884	4.30e-15	***
Carga:Sep	-5.669e-04	5.662e-05	-10.014	< 2e-16	***
esp:Sep	3.691e-03	2.707e-03	1.364	0.172782	
Long:Sep	1.916e-03	1.437e-04	13.332	< 2e-16	***
Diam:Sep	3.699e-02	1.053e-02	3.512	0.000451	***
Carga:Long:Diam	-2.022e-05	5.427e-06	-3.725	0.000198	***
Carga:esp:Sep	-1.381e-05	1.745e-05	-0.791	0.428805	
Carga:Long:Sep	6.358e-06	5.689e-07	11.175	< 2e-16	***
Carga:Diam:Sep	4.378e-04	5.969e-05	7.335	2.79e-13	***
Long:Diam:Sep	-2.251e-03	1.420e-04	-15.849	< 2e-16	***

Signif. codes:	0 '***'	0.001 '**'	0.01 '*'	0.05 '.'	0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.03494 on 3191 degrees of freedom
 Multiple R-squared: 0.7215, Adjusted R-squared: 0.7196
 F-statistic: 393.6 on 21 and 3191 DF, p-value: < 2.2e-16

Figura 117. Modelo 7 RLM – Resumen y Significancia

Un resumen de los residuos versus los valores ajustados se presenta en la Figura 118.

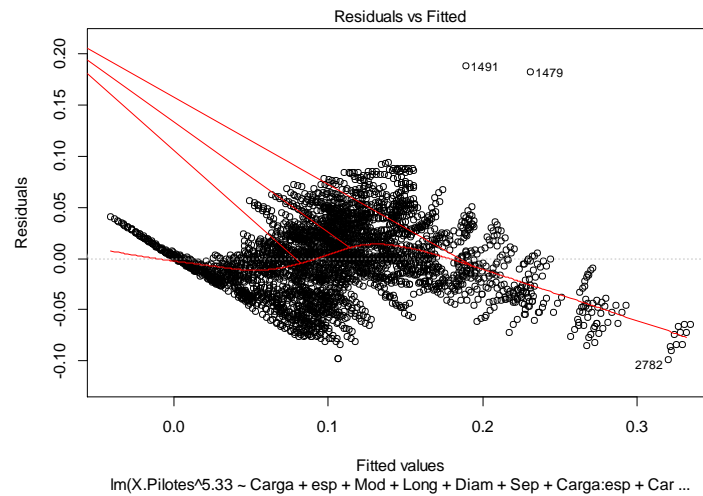


Figura 118. Modelo 7 RLM – Residuos Vs Ajustados

Al analizar los coeficientes del modelo escogido y estandarizarlos se puede determinar los que más aportan en la predicción y por ende los que gobiernan la misma. Esto daría respuesta a la pregunta de investigación la cual se copia a continuación:

“¿Qué variables gobiernan la distribución de cargas entre los pilotes y la placa en una placa piloteada y en qué medida lo hacen?”

A continuación en la Figura 119 se presentan los coeficientes estandarizados plotados en su valor absoluto para efectos de comparación. De acuerdo a la figura, las variables que gobiernan la distribución de carga son la *longitud* de los pilotes, la *carga* aplicada, el *diámetro* y la *separación* de los mismos en su orden.

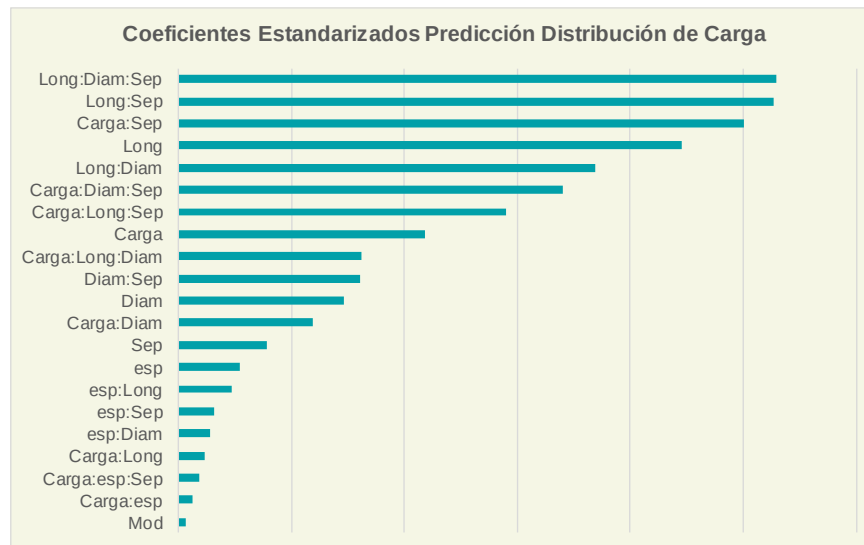


Figura 119. Coeficientes Estandarizados Predicción Relación de Distribución de Carga

En cuanto a la influencia de cada una de ellas, lo cual da respuesta al primer objetivo específico de la investigación (“*Establecer la influencia de las diferentes variables en la distribución de carga entre pilotes y placa.*”) es evidente que lo que más influencia ejerce sobre la Relación de Distribución de Carga es la interacción existente entre la *longitud* y la *separación* de los pilotes, seguido por la interacción entre la *carga* y la *separación*. La medida en que estos influyen sería de un 13 y 12% respectivamente. Los detalles de los coeficientes estandarizados y su peso ponderado se presentan a continuación en la Tabla 8.

Nótese que las cuatro principales variables (Longitud, Carga, Diámetro y Separación) son las que a la final están presente también en las interacciones; incluso, en la interacción que mayor peso tiene en la predicción están presentes tres de las cuatro; la otra (Carga) aunque no aparece si importante anotar que no es tenida en cuenta frecuentemente a la hora de diseñar, por lo que toma relevancia su aparición en este análisis. Las demás variables o interacciones con menor peso también tienen relevancia al momento de predecir la relación con precisión.

Tabla 8. Peso Ponderado Interacción Variables

Variable/Interacción	Peso
Longitud:Diámetro:Separación	12.9%
Longitud:Separación	12.8%
Carga:Separación	12.2%
Longitud	10.9%
Longitud:Diámetro	9.0%
Carga:Diámetro:Separación	8.3%
Carga:Longitud:Separación	7.1%
Carga	5.3%
Carga:Longitud:Diámetro	3.9%
Diámetro:Separación	3.9%
Diámetro	3.6%
Carga:Diámetro	2.9%
Separación	1.9%
Espesor	1.3%
Espesor:Longitud	1.1%
Espesor:Separación	0.8%
Espesor:Diámetro	0.7%
Carga:Longitud	0.6%
Carga:Espesor:Separación	0.4%
Carga:Espesor	0.3%
Módulo	0.2%

4 Discusión

4.1 Relación de Distribución de Carga

Varios autores han reportado las relaciones de distribución de carga que han obtenido en sus investigaciones, las cuales han sido el resultado de mediciones directas en campo o modelaciones realizadas en laboratorio, sean numéricas o con aparatos de simulación. A continuación, se presenta una comparación de los resultados obtenidos en la investigación objeto del presente documento y lo que han reportado otros autores con respecto al mismo tema en condiciones similares, sean geométricas o mecánicas, dejando claridad en cada uno de los casos de las limitaciones en que esos otros autores realizaron sus mediciones; las limitaciones de la presente investigación han sido ampliamente reportadas en el presente documento.

En 1998, Russo y Viggiani (Russo & Viggiani, 1998) propusieron unos lineamientos generales para diseño de placas piloteadas, las particularidades que tenían sus modelaciones es que estaban enfocadas a placas pequeñas y utilizaron como suelo de fundación intercalaciones de arcillas, arenas, limos arcillosos y finalmente arenas y gravas; estas condiciones aunque distan mucho de las ensayadas en la investigación objeto del presente estudio, pueden servir de ejemplo de comparación entre el comportamiento a diferentes condiciones tanto geométricas como mecánicas, las figuras de Russo & Viggiani fueron modificadas luego por De Sanctis et al para una compresión diferente y es la que se presenta a continuación en la Figura 120. En esa figura se presenta la relación entre la carga soportada por la placa (Q_r) con respecto a la carga total aplicada al sistema (Q); y son graficados diferentes relaciones del área del grupo de pilotes (A_g) con respecto al área total de la placa (A).

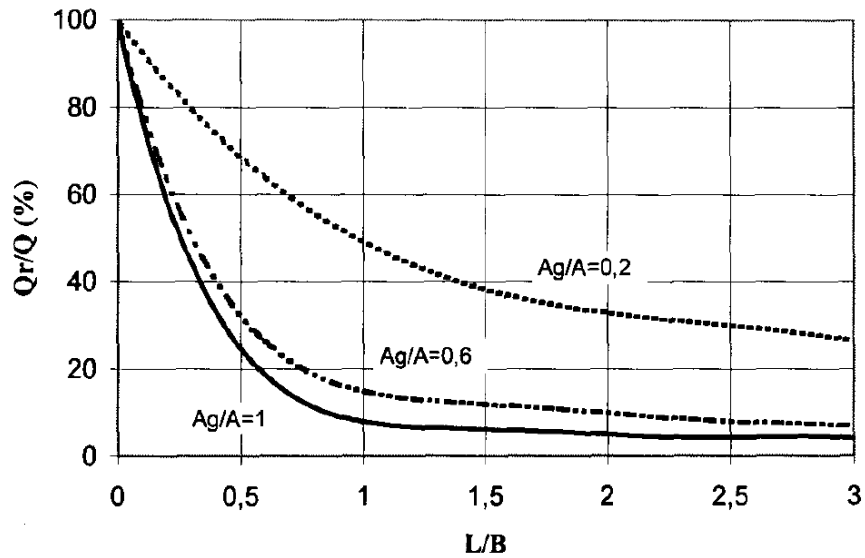


Figura 120. α_r Placas Pequeñas (de Sanctis Luca et al., s. f.)

El dibujo producto de la comparación entre esta investigación y la de Russo y Viggiani se presenta a continuación en la Figura 121.

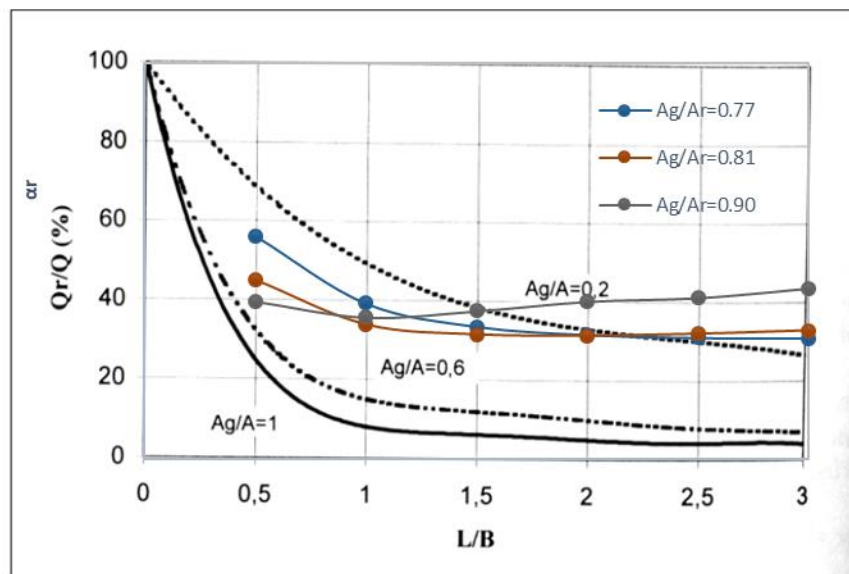


Figura 121. α_r - Placas Pequeñas (de Sanctis Luca et al., s. f.)

Para Mandolini (ICSMGE, 2005), la relación de distribución de carga entre el grupo de pilotes y la placa es una cuantificación fundamental en los métodos de diseño avanzados y los códigos existentes sobre placas piloteadas, esta afirmación es recogida por Yamashita (Yamashita, 2012), quién hizo un

inventario de mediciones en campo indicando que los valores de αp calculados variaban entre 0.43 y 0.93, en contraste en esta investigación esos valores se localizaron entre 0.16 y 0.84.

Yamashita no aclara dentro de su documento la localización de los pilotes en los cuales se hicieron mediciones, ni si se realizaron mediciones en la totalidad de los pilotes, ni si se realizaron correcciones a las mediciones teniendo en cuenta que como se vio en la presente investigación, que, la fuerza axial es diferente según la localización espacial del pilote (Ver Figura 63 a Figura 68); luego entonces si sólo se mide en uno o varios pilotes y no en la totalidad de ellos o no se realiza una corrección a las mediciones, tratar de extrapolar lo medido en un pilote a la totalidad de ellos llevaría implícito un error.

De acuerdo a lo anterior se considera que las lecturas realizadas por Yamashita son antes de corrección por distribución espacial de la fuerza axial, luego entonces los resultados hallados no son del todo comparables con los de esta investigación; sin embargo, a continuación se entrega en la Figura 122 una comparación de los resultados hallados en la presente investigación versus los reportados por Yamashita, las líneas indican el rango de valores obtenidos para cada abscisa.

Con respecto a esta figura, Yamashita indica dentro del texto que la relación ‘aparenta’ decrecer con el aumento de la separación, resultado completamente contrario a lo evidenciado dentro de la presente investigación donde la relación de distribución de carga aumenta de manera sostenida y significativa con la separación de los pilotes (Ver Figura 77, Figura 87 a Figura 94); y no sólo al ser comparada con una de las variables sino con varias de ellas .

Seguido en el texto, Yamashita indica que basado en las mediciones realizadas, se sugiere una separación mayor a $6D$ para que el sistema de placa piloteada trabaje de manera más efectiva, en esta afirmación el autor de la presente investigación muestra total acuerdo con Yamashita, teniendo en cuenta que en ese espaciamiento se demostró que la interacción es mucho menor y los pilotes trabajan efectivamente. Seguido Yamashita afirma que para estas separaciones al menos el 30% de la carga es soportada por la placa, al verificar esta afirmación con lo obtenido en las modelaciones de esta investigación, este resultado contrasta ya que este resultado varía entre el 15 y el 69%.

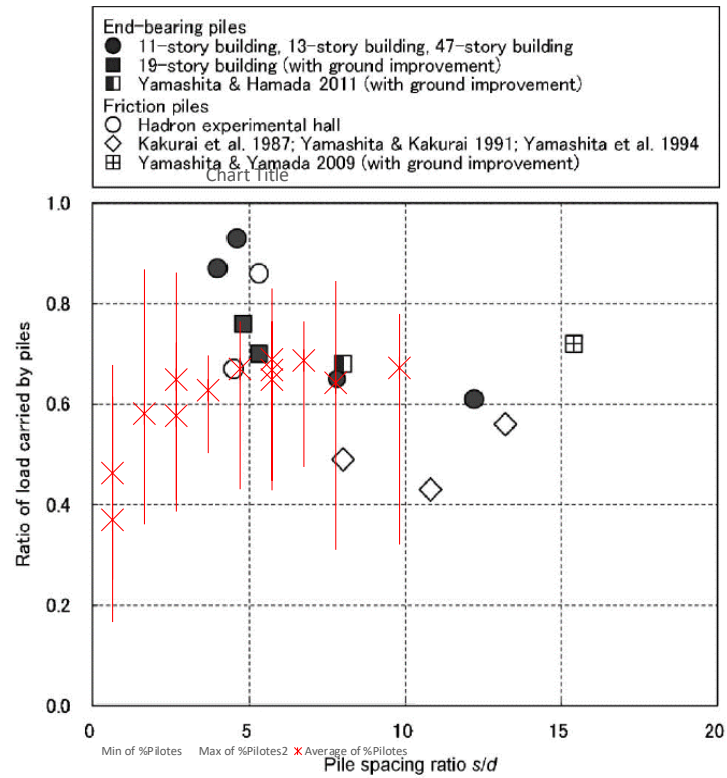


Figura 122. ap Vs s/D Modif. Yamashita (Yamashita, 2012)

Para verificar con mayor detalle la distribución de los datos, a continuación se discrimina el gráfico por longitudes de pilotes en la Figura 123

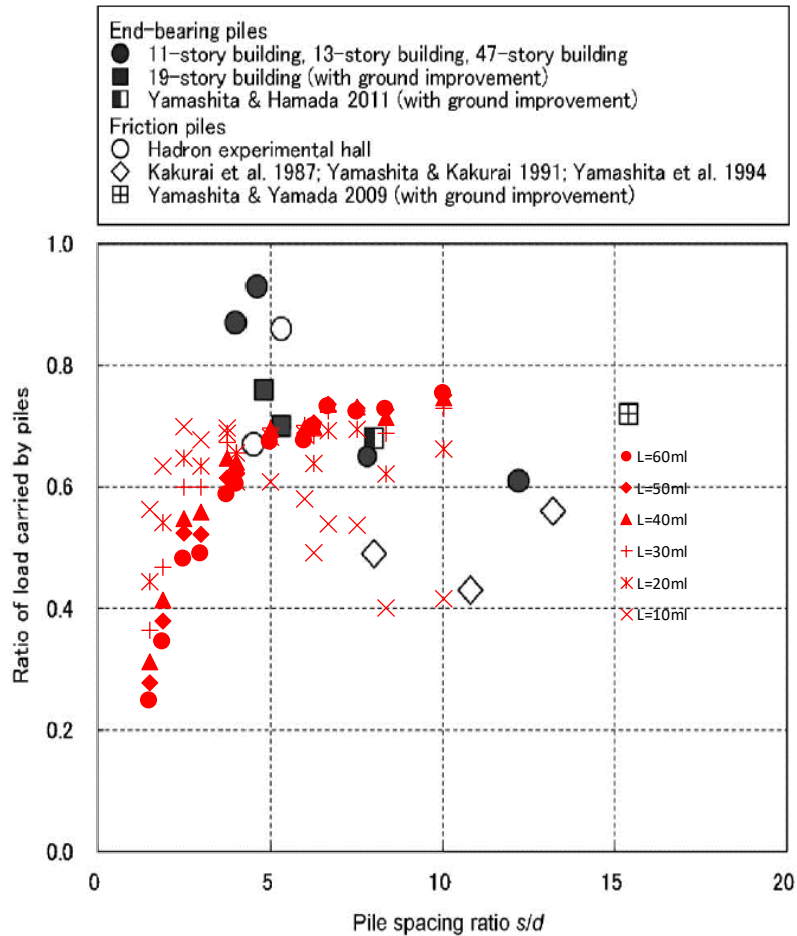


Figura 123. ap Vs s/D [L] Modif. Yamashita (Yamashita, 2012)

Retomando el estudio de Mandolini, en donde se registró la carga soportada por la placa y los pilotes en 22 casos, se debe precisar que algunos de los registros pertenecen a placas que fueron piloteadas sólo en áreas específicas/concentradas, por lo tanto algunos resultados son diferentes a los hallados en la presente investigación; adicional a eso, los resultados reportados por Mandolini obedecen diferentes tipos de suelos, por lo que la dispersión esperada en los resultados por ambas razones debería ser mayor. El contraste de ambos resultados se presenta a continuación en la Figura 124.

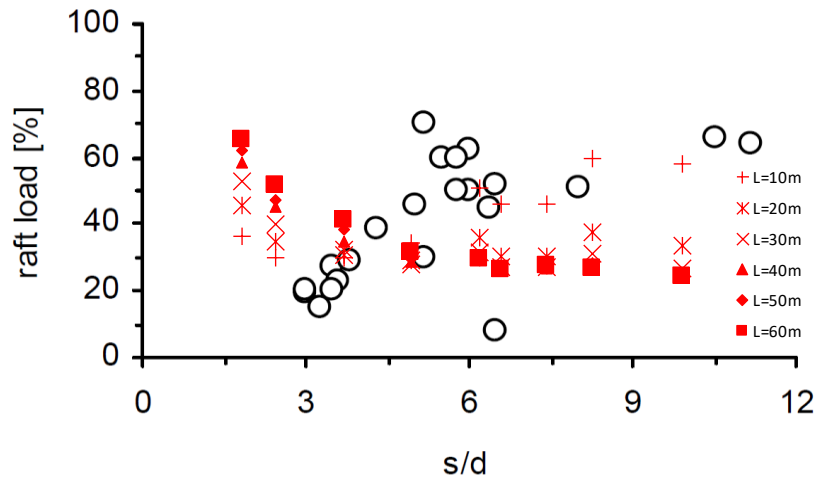


Figura 124. Carga Soportada Placa Vs s/D Mandolini Modif. (ICSMGE, 2005)

Otra investigación de Mandolini donde relaciona la carga soportada por la placa con la separación de los pilotes normalizada al área total del grupo de pilotes se presenta a continuación en la Figura 125. Para realizar los contrastes con las figuras de Mandolini se filtró la información a ingresar en la figura a fin de tener la más parecida geométrica y mecánicamente (Mandolini et al., 2013).

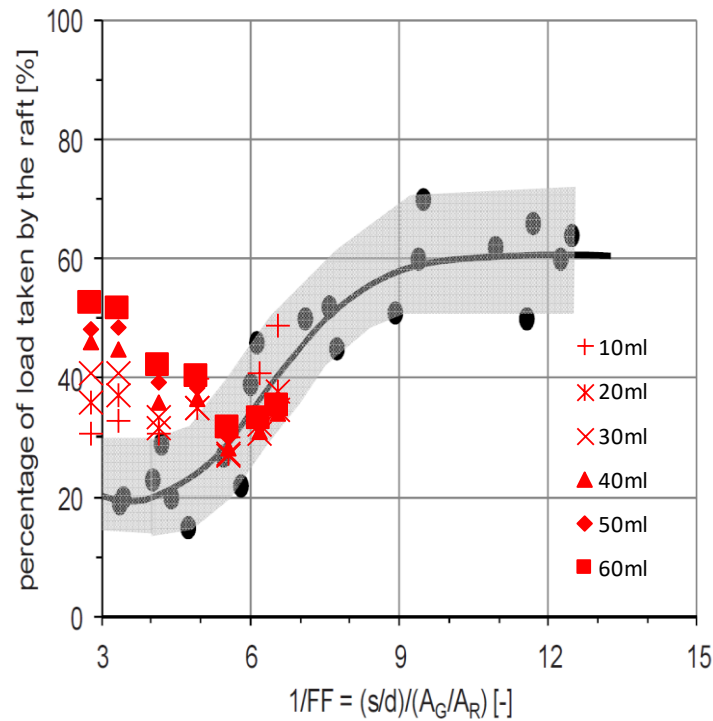


Figura 125. Carga Soportada Placa Vs s/D Mandolini Modif. (Mandolini et al., 2013)

Cho en su investigación del 2012 realizó una comparación entre diversos métodos para estimar α_p , encontrando diversos resultados. Este autor revisó información de mediciones en campo vs modelaciones en software de EF, el resumen de los parámetros empleados en sus modelaciones se presenta a continuación en la Tabla 9 (Cho et al., 2012).

Tabla 9. Resumen Propiedades Materiales Cho et al (Cho et al., 2012)
Material properties used for 3D FE analysis.

	Clay	Sand	Raft	Piles
Young's modulus, E' (Mpa)	47	75	34,000	23,500
Poisson's ratio, ν'	0.15	0.25	0.2	0.2
Total unit weight, γ (kN/m ³)	19	18	15	15
Angle of internal friction, ϕ'	20	32.5	-	-
Cohesion, c' (kPa)	20	0	-	-

El resumen de los resultados encontrados por este mismo autor se presenta a continuación en la Tabla 10.

Tabla 10. Resumen Resultados Cho et al (Cho et al., 2012)
Comparison of the results.

Results	S_{center} (mm)	Piled raft coefficient (α_{pr})
Measured (Sommer, 1991)	124	0.67
Reul and Randolph (2004)	96	0.76
Present study		
(Frankfurt clay) Slip analysis	114	0.65
No-slip analysis	92	0.81
Present study (soft clay) Slip analysis	743*	0.96
No-slip analysis	640*	1.0

S_{center}^* = Max. settlement.

Como se puede observar en ambas tablas, las propiedades de los materiales son disímiles con las utilizadas en la presente investigación. Sin embargo, se realiza un contraste de lo encontrado por Cho y lo encontrado dentro de esta investigación a fin de tener elementos de juicio para realizar futuros análisis. La comparación se presenta en la Figura 126.

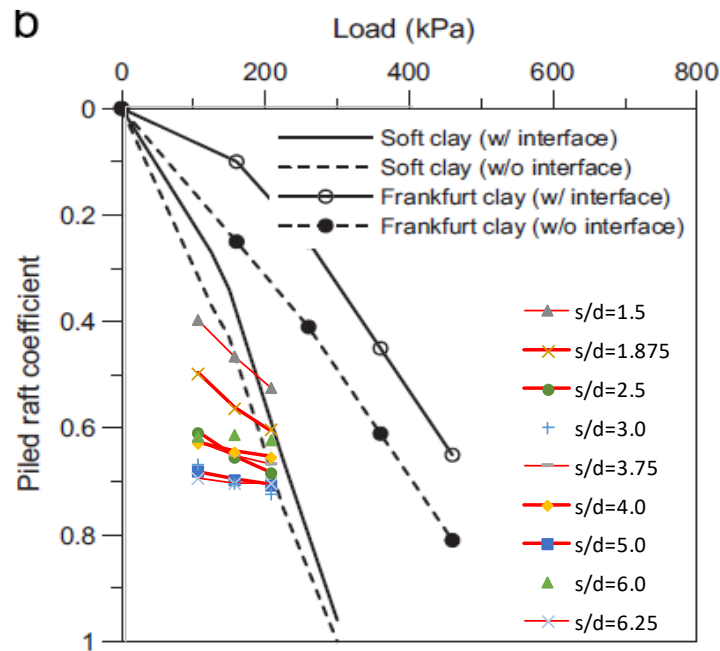


Figura 126. α_p Calculado Modif. (Cho et al., 2012)

Una investigación del 2016 realizada por Elwakil (Elwakil & Azzam, 2016) comparó los resultados de modelaciones de placas piloteadas en arena, si bien es un material con comportamiento completamente diferente a la arcilla como es el caso de la presente investigación, se realiza la comparación como herramienta de observación de estos dos tipos de material ante similares tipos de interacción y de carga. Los datos de entrada utilizados por este autor se presentan a continuación en la Tabla 11.

Tabla 11. Resumen Propiedades Materiales Elwakil (Elwakil & Azzam, 2016)

Table 2 The material parameters used in the finite element analysis.

Parameter	Sand	Footing	Piles
Type of material behavior	Mohr coulomb	Elastic	Elastic
Young's modulus (kN/m ²)	5000	21×10^7	21×10^7
Cohesion	0.0	—	—
Poisson's ratio	0.30	0.25	0.25
Friction angle (ϕ)	35°	—	—
Angle of dilatancy	5°	—	—
Saturated unit weight (kN/m ³)	19.5	—	—
Unsaturated unit weight (kN/m ³)	18	—	—
Axial stiffness EA (kN/m)	—	472,500	$E_{ps} A_{pseq}$
Bending stiffness EI, for footing beam element (kN m ² /m)	—	0.132	$E_{ps} I_{pseq}$

La comparación de los resultados obtenidos por este autor y los encontrados en la presente investigación se relacionan en la Figura 127. Como se puede observar, los materiales y resultados a pesar de ser diferentes, se concentran en el mismo sector de la figura, representando una tendencia clara del comportamiento de α_p .

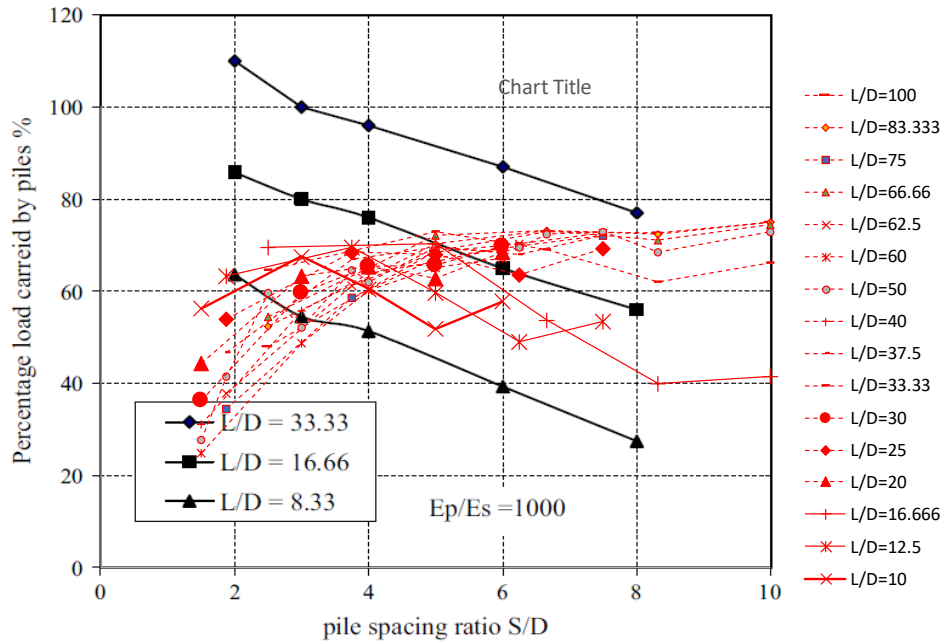


Figura 127. α_p Calculado Modificado (Elwakil & Azzam, 2016)

Recientemente, en 2018 Mali & Singh realizaron un estudio paramétrico mediante análisis por elementos finitos donde condensó varias configuraciones geométricas de placas piloteadas, los parámetros empleados para el suelo se presentan en la Tabla 12 y los parámetros de las configuraciones geométricas en la Tabla 13 (Mali & Singh, 2018).

Tabla 12. Resumen Propiedades del Suelo (Mali & Singh, 2018)
Material properties used in the parametric analysis.

Material	Properties	Unit	Value
Soil	Unsaturated unit weight, γ_{unsat}	kN/m ³	16
	Young's modulus, E_s	MPa	25
	Poisson's ratio, ν_s	-	0.495
	Angle of internal friction, ϕ	°	0
	Undrained cohesion	kPa	80
	Adhesion factor, α	-	0.55
	Raft	Young's modulus, E_r	GPa
Pile	Young's modulus, E_p	GPa	25
	Poisson's ratio, ν_p	-	0.25

Tabla 13. Resumen Configuración Geométrica (Mali & Singh, 2018)
 Geometric configurations of piled-raft model for parametric analysis.

Parameters	Unit	Value
Raft width, B_r	m	45 ^a
Raft width, L_r	m	45 ^a
Raft thickness, t_r	m	1, 2 ^a , 3
Corresponding raft-soil stiffness ratio, K_{rs}	-	0.01, 0.09 ^a , 0.31
Piled group to raft width ratio, B_g/B_r	-	0.2, 0.4, 0.6 ^a , 0.8
Pile length, L_p	m	10, 20, 30 ^a
Pile spacing, S_p	m	4.5 ^a - 36
Pile diameter, d_p	m	0.5, 1.0 ^a , 1.5, 2.0

^a Indicates standard value if not varied.

Los resultados son presentados a continuación en la Figura 128, se aclara que Mali & Singh utilizaron separaciones entre centros de eje de pilotes superiores a 10D (hasta 40D), y que esas configuraciones geométricas son poco usuales en Colombia; y que utilizaron relaciones B_g/B_r menores a 0.8, las cuales tampoco son usuales en este país, dónde se utilizan configuraciones geométricas donde se ocupa toda la placa con pilotes, por lo tanto siempre $B_g/B_r > 0.8$. A pesar de lo anterior, se observa que los resultados reportados por Mali & Singh en los tramos donde se utilizan configuraciones geométricas contrastables, son similares y muy cercanos, por lo tanto se valida lo encontrado en la presente investigación.

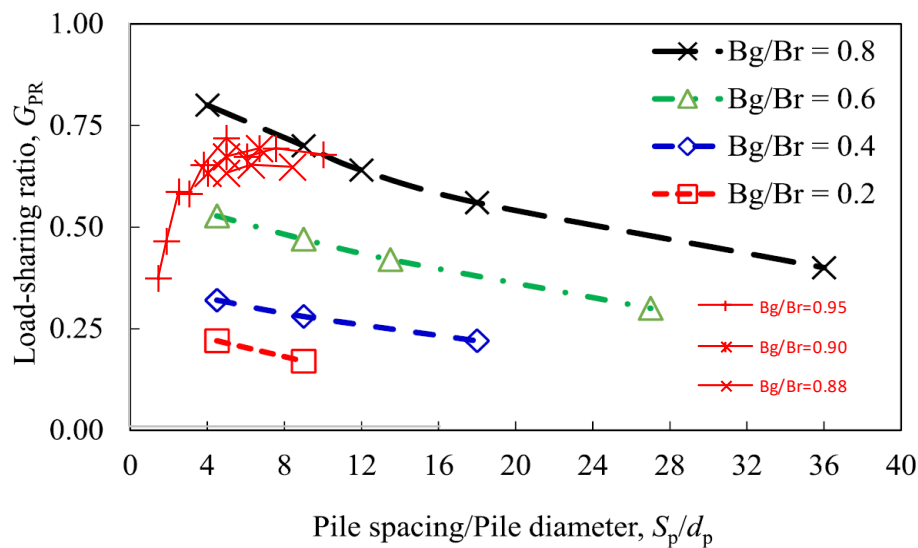


Figura 128. s/D Vs a_p Modificado [B_g/Br] (Mali & Singh, 2018)

5 Conclusiones

Dentro de la investigación fue posible establecer que las variables que más influencia ejerce sobre la Relación de Distribución de Carga son: la interacción existente entre *diámetro* y *separación de pilotes*, le sigue la *longitud de los pilotes* y finalmente la interacción entre *la longitud, el diámetro y la separación de los pilotes*. Las medidas en que lo hacen son 68.8, 9.9 y 6.1%. La *carga*, el *diámetro* de los pilotes y la *separación* de los mismos son las que en menor medida influyen con el 4.6, 3.4 y 1.7% respectivamente. Con este análisis se daría cumplimiento al primer objetivo de la investigación. Los diseños geotécnicos de placas piloteadas deben estar orientados a obtener relaciones de distribución de carga óptimas para que así se obtenga el mayor beneficio de los pilotes. Dados los resultados de esta investigación se proponen como criterio de diseño para placas piloteadas los siguientes, los cuales están enfocados a obtener mayores relaciones; advirtiendo antes que estas recomendaciones pertenecen a la gran generalidad, sin olvidar que existen casos muy específicos donde también se pueden lograr altas relaciones:

1. Como procedimiento general de diseño se propone inicialmente fijar una *separación* de pilotes basado en el *diámetro* de los mismos, luego variar la *longitud* hasta lograr cumplir con la capacidad portante requerida.
2. Las relaciones de distribución de carga más altas (en promedio) se logran a cinco veces el diámetro. A partir de esta separación ($5D$) es posible diseñar estructuralmente un único pilote para toda la estructura dado el comportamiento homogéneo y focalizado de la fuerza axial a lo largo de todos los pilotes de la estructura.
3. Se advierte que separaciones de tres veces el diámetro o menores no son eficientes puesto que se demostró que no poseen en promedio las mejores relaciones de distribución de carga y son propensas a generar altas diferencias en la fuerza axial a lo largo de los pilotes; lo que desemboca en muchos casos fuerzas axiales negativas dada la alta interacción entre los pilotes.
4. Para pilotes de *longitud* menor a 27.5 m se recomienda utilizar placas de menor *espesor* ($e=0.50$ m), mientras que para longitudes mayores de pilotes se recomiendan placas más rígidas ($e=2.0$ m), dado que estas combinaciones de espesores de placa y longitud de pilotes experimentaron en promedio mayores relaciones de distribución de carga dentro de las modelaciones realizadas.
5. Para longitudes de pilotes mayores a 20.0 m se recomienda la utilización de pilotes de poco diámetro ($D = 0.6$ m) por ser más eficientes y económicos.

6. Aumentos en la carga para longitudes de pilotes mayores a 20.0 m conducen a mayor carga sobre los mismos, para longitudes menores no pasa igual.
7. Módulos de concreto altos conducen a relaciones altas, sobre todo cuando la carga aumenta. Para efectos de análisis económicos debe tenerse en cuenta que aunque mejora la relación de distribución de carga, pueden existir estrategias más económicas para lograr mejores resultados.
8. Dejar poco espacio entre el borde de la placa y los pilotes (offset) no conduce a mayores relaciones de distribución de carga.

Se propone una metodología para la estimación de la Relación de Distribución de Carga consistente en la utilización de un modelo de regresión lineal multivariable cuyo error estándar es del 3.4% y el R^2 del 71.96%, lo cual indica que el modelo de regresión es confiable, el resumen del modelo y su significancia se presentan en la Figura 117. A continuación, se presentan varios ejemplos de estimación de relaciones y su comparación con el valor real según modelación de elementos finitos, con esto se daría cumplimiento al objetivo específico número 3.

Se realizó una prueba aleatoria de estimación encontrando los resultados presentados en la Tabla 14, en general la prueba aleatoria muestra gran precisión en la estimación, entregando estimaciones con errores inferiores al 5%.

Al aplicar la metodología propuesta a todas las combinaciones posibles dentro de las modelaciones (3240) se encontró un valor estimado, este valor estimado fue contrastado con los valores medidos. Resultado de contrastar los valores estimados versus los medidos se encontró un error estándar del 3.48%, error que se considera aceptable desde el punto de vista geotécnico y teniendo en cuenta la simplicidad de la metodología propuesta. La Figura 118 presenta los valores de los residuos de las modelaciones ejecutadas. Con el anterior análisis estadístico se da cumplimiento al objetivo específico 4.

El análisis realizado en las 3240 modelaciones tiene las limitaciones propias de cualquier análisis del método de elementos finitos. En particular en este caso, el material fue tomado como homogéneo en toda su extensión, se le asignó el criterio de falla Mohr Coulomb y un modelo constitutivo lineal isotrópico. Debido a que los análisis fueron hechos en condición drenada no se realizó modelación del efecto de la consolidación. La carga aplicada correspondió a una vertical uniformemente distribuida y no se aplicaron cargas horizontales ni momentos a la cimentación modelada. Sólo se tuvo en cuenta una etapa de carga donde se aplica la totalidad de la misma. Con respecto a las condiciones de drenaje, se tomó el nivel freático a una profundidad y a presión hidrostática.

Tabla 14. Ejemplo Aleatorio Aplicación Regresión Lineal Multivariable

Variable	Coef.	Est 1	Est 2	Est 3	Est 4	Est 5	Est 6	Est 7	Est 8	Est 9	Est 10
(Intercept)	2.49E-01										
Carga	1.76E-03	200	150	100	100	100	200	150	100	150	150
esp	-3.24E-02	1	1	2	0.5	0.5	0.5	0.5	2	1	2
Mod	8.11E-05	215	248	248	215	278	278	278	278	215	215
Long	-8.62E-03	30	10	20	50	50	10	20	10	60	30
Diam	-2.95E-01	0.6	1	0.8	1	1	0.6	0.8	1	1	0.6
Sep	-1.66E-02	1.5	1.5	6	3	4	5	6	4	6	4
Carga:esp	-3.91E-05	200	150	200	50	50	100	75	200	150	300
Carga:Long	2.50E-06	6000	1500	2000	5000	5000	2000	3000	1000	9000	4500
esp:Long	5.11E-04	30	10	40	25	25	5	10	20	60	60
Carga:Diam	-9.50E-04	120	150	80	100	100	120	120	100	150	90
esp:Diam	1.84E-02	0.6	1	1.6	0.5	0.5	0.3	0.4	2	1	1.2
Long:Diam	8.09E-03	18	10	16	50	50	6	16	10	60	18
Carga:Sep	-5.70E-04	300	225	600	300	400	1000	900	400	900	600
esp:Sep	3.48E-03	1.5	1.5	12	1.5	2	2.5	3	8	6	8
Long:Sep	1.93E-03	45	15	120	150	200	50	120	40	360	120
Diam:Sep	3.72E-02	0.9	1.5	4.8	3	4	3	4.8	4	6	2.4
Carga:Long:Diam	-2.05E-05	3600	1500	1600	5000	5000	1200	2400	1000	9000	2700
Carga:esp:Sep	-1.18E-05	300	225	1200	150	200	500	450	800	900	1200
Carga:Long:Sep	6.36E-06	9000	2250	12000	15000	20000	10000	18000	4000	54000	18000
Carga:Diam:Sep	4.40E-04	180	225	480	300	400	600	720	400	900	360
Long:Diam:Sep	-2.27E-03	27	15	96	150	200	30	96	40	360	72
Relación Estimada		0.69	0.59	0.66	0.43	0.54	0.62	0.66	0.61	0.70	0.67
Relación Medida		0.65	0.57	0.69	0.42	0.55	0.64	0.68	0.58	0.67	0.71

El modelo de regresión lineal multivariable fue realizado sobre la modelación de un suelo calificado como arcilla blanda de Bogotá, en la cual la cimentación está embebida 100% sobre este material, aplica para los rangos de carga de la investigación (100 a 200kPa), en Colombia las edificaciones residenciales aportan aproximadamente 10kPa por piso, lo que significaría una aplicabilidad para edificaciones entre 10 y 20 pisos, sin embargo, la normativa exige para edificaciones institucionales combinaciones de carga y factores de ponderación más severos, lo que haría que para estas funcione en menor cantidad de pisos (6 y 12). En lo que respecta a los espesores de placa, sólo se recomienda su utilización para el rango indicado, el cual va de 0.5 a 2.0 m, lo cual para el autor es suficientemente amplio de acuerdo a las dimensiones constructivas típicamente dadas en Colombia.

En lo que respecta al módulo del concreto, sólo se ensayaron 3, que son los más usuales en este país y son: 21, 24 y 28MPa; menor módulo que el primero no es recomendado y mayor que el último no es comercial. Las longitudes y diámetros de pilotes corresponden los constructivos comercialmente, donde los primeros van de 0.6, 0.8 y 1.0 m y los segundos de 10, 20, 30, 40, 50 y 60 m. Las separaciones ente pilotes corresponden de eje a eje (centro a centro) y contemplan los siguientes valores: 1.5, 3.0, 4.0, 5.0, t 6.0 m.

5.1 Metodología Estimación de la Distribución de Carga

Se propone la siguiente metodología a fin de estimar la distribución de carga entre placa y pilotes.

1. Inicialmente se deben definir las principales variables de la placa piloteada a diseñar:
 - Carga
 - Espesor de la placa
 - Módulo del concreto utilizado para la placa y pilotes
 - Longitud de los pilotes
 - Diámetro de los pilotes
 - Separación de los pilotes
2. Se debe reemplazar los valores de las variables dentro de la regresión lineal multivariable, la cual se presenta a continuación en la Ecuación 7

Ecuación 7

$$\alpha_{pr}^{5.33} = 0.249 + 0.001763 * q - 0.03242 * e + 0.00008114 * Epr - 0.008622 * Lp - 0.295 * Dp - 0.01656 * s - 0.0000391 * q * e + 0.000002502 * q * Lp + 0.0005113 * e * Lp - 0.0009497 * q * Dp + 0.01844 * e * Dp + 0.008089 * Lp * Dp - 0.0005704 * q * s + 0.003476 * e * s + 0.00193 * Lp * s + 0.03716 * Dp * s - 0.00002048 * q * Lp * Dp - 0.00001178 * q * e * s + 0.000006358 * q * Lp * s + 0.0004398 * q * Dp * s - 0.002269 * Lp * Dp * s$$

Dónde:

q: Carga (kPa)

e: Espesor de la placa (m)

Epr: Módulo concreto placa y pilotes (10*MPa)

Lp: Longitud de los pilotes (m)

Dp: Diámetro de los pilotes (m)

s: Separación de los pilotes (m)

3. Se debe despejar α_{pr} (relación de distribución de carga)
4. Se debe tener en cuenta que α_{pr} está elevado a la 5.33
5. Se aclara que Epr (módulo del concreto) está en MPa y se debe multiplicar por 10
6. El resultado de α_{pr} es el porcentaje de la carga que es transmitido a los pilotes.

6 Referencias

- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, *19*, 716-723. <https://doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705>
- Army, U. S. (1993). Design of pile foundations. *US Army Corps of Engineers*, *1*.
- Bogner, F. K., Fox, R. L., & Schmit, L. A. (1966). The generation of inter-element-compatible stiffness and mass matrices by the use of interpolation formulas (Generation of interelement compatible stiffness and mass matrices by use of interpolation formulas). *1966.*, 397-443.
- Bourgeois, E., de Buhan, P., & Hassen, G. (2012). Settlement analysis of piled-raft foundations by means of a multiphase model accounting for soil-pile interactions. *Computers and Geotechnics*, *46*, 26-38. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2012.05.015>
- Bowles, J. E. (1988). *Foundation analysis and design*. <https://trid.trb.org/view.aspx?id=311245>
- Box, G. E. P., & Cox, D. R. (1964). An Analysis of Transformations. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, *26*(2), 211-252. JSTOR.
- Cho, J., Lee, J.-H., Jeong, S., & Lee, J. (2012). The settlement behavior of piled raft in clay soils. *Ocean Engineering*, *53*, 153-163. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2012.06.003>
- Cooke, R. W. (1986). Piled raft foundations on stiff clays—A contribution to design philosophy. *Geotechnique*, *36*(2), 169-203.
- Cooke, R. W., Sillett, D. F., Bryden Smith, D. W., Smith, D. W. B., & Gooch, M. V. (1981). Some observations of the foundation loading and settlement of a multi-storey building on a piled raft foundation in London Clay. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, *70*(3), 433-460.
- Das, B., Saha, R., & Haldar, S. (2016). Effect of in-situ variability of soil on seismic design of piled raft supported structure incorporating dynamic soil-structure-interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, *84*, 251-268. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2016.02.015>
- Davis, E. H., & Poulos, H. G. (1972). The analysis of pile raft systems. *J. of Aust. Geomech*, *62*(1), 21-27.
- de Sanctis Luca, Mandolini Alessandro, Russo Gianpiero, & Viggiani Carlo. (s. f.). Some Remarks on the Optimum Design of Piled Rafts. *Deep Foundations 2002*, 405-425. [https://doi.org/10.1061/40601\(256\)30](https://doi.org/10.1061/40601(256)30)
- El-Garhy, B., Galil, A. A., Youssef, A.-F., & Raia, M. A. (2013). Behavior of raft on settlement reducing piles: Experimental model study. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, *5*(5), 389-399. <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2013.07.005>

- Elwakil, A. Z., & Azzam, W. R. (2016). Experimental and numerical study of piled raft system. *Alexandria Engineering Journal*, 55(1), 547-560. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2015.10.001>
- Empresa Metro Bogotá. (2014). *Información Geotécnica PLMB Tramo IV*. Instituto de Desarrollo Urbano.
- Giretti, D. (2010). *Modelling of piled raft foundations in sand* [Università degli Studi di Ferrara]. <http://eprints.unife.it/239/>
- Hain, S. J., & Lee, I. K. (1978). The analysis of flexible raft-pile systems. *Geotechnique*, 28(1), 65–83.
- Hain, S. J., Valliappan, S., & Lee, I. K. (1976). Analysis of rafts on non-homogeneous non-linear soil. *Finite Element Methods in Engineering*, University of Adelaide.
- Hain, Stephen J., Lee, I. K., & others. (1985). Rational analysis of raft foundations. *Golden Jubilee of the International Society for Soil Mechanics and Foundation Engineering: Commemorative Volume*, 205.
- Hooper, J. (1973). Observations on the behaviour of a pile-raft foundation on london clay. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 55(4), 855-877. <https://doi.org/10.1680/iicep.1973.4144>
- ICSMGE, T. O. C. of the 16th. (2005). *Proceedings of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering: Geotechnology in Harmony with the Global Environment*. IOS Press. Pag 177
- Jeong, S., & Cho, J. (2014). Proposed nonlinear 3-D analytical method for piled raft foundations. *Computers and Geotechnics*, 59, 112–126.
- KoIZUMI, Y., & ITO, K. (1967). Field tests with regard to pile driving and bearing capacity of piled foundations. *Soils and Foundations*, 7(3), 30–53.
- Lee, I. K. (1993). *Analysis and performance of raft and raft-pile systems*. <http://scholarsmine.mst.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2261&context=icchge>
- Lee, JinHyung, Kim, Y., & Jeong, S. (2010). Three-dimensional analysis of bearing behavior of piled raft on soft clay. *Computers and Geotechnics*, 37(1–2), 103-114. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2009.07.009>
- Lee, Junhwan, Park, D., & Choi, K. (2014). Analysis of load sharing behavior for piled rafts using normalized load response model. *Computers and Geotechnics*, 57, 65-74. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2014.01.003>

- Lee, Junhwan, Park, D., Park, D., & Park, K. (2015). Estimation of load-sharing ratios for piled rafts in sands that includes interaction effects. *Computers and Geotechnics*, *63*, 306-314. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2014.10.014>
- Lilliefors, H. W. (1967). On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown. *Journal of the American statistical Association*, *62*(318), 399-402.
- M. Hamza, & M. Ghoneim. (2000). 15. Piled raft foundation for New Bibliotheca Alexandrina. En *Design applications of raft foundations* (Vol. 1-0, pp. 411-424). Thomas Telford Publishing. <http://www.icevirtuallibrary.com.libweb.lib.utsa.edu/doi/abs/10.1680/daorf.27657.0015>
- Mali, S., & Singh, B. (2018). Behavior of large piled-raft foundation on clay soil. *Ocean Engineering*, *149*, 205-216. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2017.12.029>
- Mandolini, A., Di Laora, R., & Mascarucci, Y. (2013). Rational Design of Piled Raft. *Procedia Engineering*, *57*, 45-52. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.04.008>
- Massey, F. J. (1951). The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit. *Journal of the American Statistical Association*, *46*(253), 68-78. JSTOR. <https://doi.org/10.2307/2280095>
- Murthy, V. N. S. (2007). *Advanced Foundation Engineering*. CBS Publishers & Distributors.
- Nguyen, D. D. C., Jo, S.-B., & Kim, D.-S. (2013). Design method of piled-raft foundations under vertical load considering interaction effects. *Computers and Geotechnics*, *47*, 16-27. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2012.06.007>
- Park, D., Park, D., & Lee, J. (2016). Analyzing load response and load sharing behavior of piled rafts installed with driven piles in sands. *Computers and Geotechnics*, *78*, 62-71. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2016.05.008>
- Poulos, H. G. (1968a). Analysis of the settlement of pile groups. *Geotechnique*, *18*(4), 449-471.
- Poulos, H. G. (1968b). The influence of a rigid pile cap on the settlement behaviour of an axially loaded pile. *CE Trans. Inst. Engrs., Australia, CE10* (2), 206-208.
- Randolph, M. F. (1983). Design of piled foundations. *Cambridge Univ. Eng. Dept.* <http://www.saieg.co.za/uploads/Events/1%20Day%20Course%20Announcement%20-%2016%20March%202016%20-%20%20Mark%20Randolph.pdf>
- Randolph, M. F. (1992). Design methods for pile groups and piled rafts. *XIII ICSMFE*, 61-82.
- Raucci, M., Ramondini, M., & Russo, G. (2016). Behaviour of Piled Raft in Pyroclastic Soil. *Procedia Engineering*, *158*, 218-223. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.432>
- Reul, O., & Randolph, M. F. (2004). Design Strategies for Piled Rafts Subjected to Nonuniform Vertical Loading. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, *130*(1), 1-13. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2004\)130:1\(1\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2004)130:1(1))

- Russo, G. (1998). Numerical analysis of piled rafts. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 22(6), 477-493. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1096-9853\(199806\)22:6<477::AID-NAG931>3.0.CO;2-H](https://doi.org/10.1002/(SICI)1096-9853(199806)22:6<477::AID-NAG931>3.0.CO;2-H)
- Russo, G., & Viggiani, C. (1998). Factors controlling soil-structure interaction for piled rafts. *Darmstadt Geotechnics, Darmstadt Univ. of Technology*, 4, 297–322.
- Small, J. C., & Liu, H. L. S. (2008). Time-settlement behaviour of piled raft foundations using infinite elements. *Computers and Geotechnics*, 35(2), 187-195. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2007.04.004>
- Ta, L. D., & Small, J. C. (1997). An approximation for analysis of raft and piled raft foundations. *Computers and Geotechnics*, 20(2), 105–123.
- Vesic, A. S. (1972). EXPANSION OF CAVITIES IN INFINITE SOIL MASS. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div*, 98(sm3). <https://trid.trb.org/view/125818>
- Viggiani, C. (2001). Analysis and design of piled foundations. *Proceedings*, 47–75. http://associazionegeotecnica.it/sites/default/files/rig/RIG_2001_1_47.pdf
- Yamashita, K. (2012). Field measurements on piled raft foundations in Japan. *Proceedings of IS-Kanazawa*, 79–96.
- Zhuang, G. M., & Lee, I. K. (1994). An elastic analysis of load distribution for raft-pile systems. *Finite Elements in Analysis and Design*, 18(1), 259-272. [https://doi.org/10.1016/0168-874X\(94\)90106-6](https://doi.org/10.1016/0168-874X(94)90106-6)