

ESTUDIO DE UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA UN SISTEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON VENTANAS DE TIEMPO

Autores: Luis Felipe Orduz Vásquez, Karen Daniela Chaparro Vásquez y Juliana Andrea Beltrán Dávila

Correos: luis.orduz@mail.escuelaing.edu.co,
karen.chaparro@mail.escuelaing.edu.co, juliana.beltran@mail.escuelaing.edu.co

Estudiantes de ingeniería industrial, Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito

Resumen:

En el presente artículo se estudia un caso de transporte y ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) en la ciudad de Bogotá. Mediante la solución de este modelo de programación se busca lograr que las cadenas logísticas de textos literarios encargadas de la distribución de literatura en la ciudad obtengan una disminución en los costos de transporte que representan una gran parte del costo logístico total. Además, se busca lograr el cumplimiento de todas las ventanas de tiempo impuestas por los clientes, dado que actualmente el cumplimiento de dichas exigencias es ampliamente valorado por los clientes, teniendo en cuenta, además, las diferentes restricciones que se pueden presentar en un entorno real. Éste es un caso de optimización muy interesante que ha sido ampliamente estudiado en la literatura pero que actualmente cobra más fuerza debido a que en el mundo actual donde la distribución no solo de literatura, sino de diferentes productos o servicios es de vital importancia, se busca reducir estos costos para así lograr maximizar la utilidad de la cadena logística haciendo uso de la toma de decisiones objetivas e imparciales, debido a que la problemática es abordada desde un punto de vista matemático en su totalidad. Este modelo se abordó por medio de formulación algebraica, sin embargo, se logró encontrar una solución factible pero no óptima, mediante el uso de la herramienta computacional GAMS de 64 bits y la formulación de restricciones adicionales a un VRPTW convencional. Finalmente, se encontró que comparando el modelo con las instancias de Solomon C101-25, C102-25, C103-25 se logró una aproximación bastante cercana a la solución óptima, sin embargo, para obtener un resultado más preciso y teniendo en cuenta la literatura estudiada para el desarrollo del modelo se da por hecho que se requiere hacer uso de heurísticas o metaheurísticas que permitan cumplir con las diferentes exigencias que presenta un problema en la vida real. No obstante, dichos resultados pueden variar dependiendo de las diferentes exigencias que se tengan en cuenta al momento de realizar la formulación del modelo y las cuales ofrecen una amplia gama de posibilidades con las que se podría obtener un mejor resultado.

Palabras claves: VRPTW, asignación de vehículos, formulación algebraica, formulación en GAMS, minimizar costos.

INTRODUCCIÓN

Los casos de transporte y enrutamiento de vehículos han sido ampliamente analizados en la literatura debido a que actualmente las ciudades cuentan con sistemas logísticos complejos que requieren estructuración detallada para lograr la optimización ya sea de tiempo o dinero, con el objetivo de reducir los costos de transporte y mejorar el nivel de servicio al cliente ofrecido. Principalmente, el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) que limitan el tiempo de disponibilidad del cliente como una restricción, característica que resulta muy común en situaciones reales y es una variable de suma importancia al momento de calificar el nivel de servicio al cliente. En dichos problemas el objetivo principal es minimizar la distancia total, sin embargo, también se pueden incluir otros objetivos tales como el equilibrio de carga en una flota homogénea. En primer lugar, para evaluar la efectividad el algoritmo se compara con los resultados publicados en la literatura para las instancias de Solomon C101-25, C102-25, C103-25 que se usan como punto de referencia. Luego, se realizaron modificaciones al modelo para lograr una carga equilibrada en el sistema con el objetivo de tener un mejor rendimiento del modelo teniendo en cuenta que se hace uso de una flota homogénea, posteriormente y basados en una investigación exhaustiva de problemáticas similares desarrolladas por otros autores se establece que para llegar a una solución no solo factible sino óptima se debe hacer uso de heurísticas o metaheurísticas, y por consecuencia fijar un punto de partida para la formulación del ejercicio, solucionando dicha formulación por medio de la herramienta computacional GAMS de 64 bits, seguido de su respectivo análisis y recomendaciones.

ANTECEDENTES

Los problemas de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (Vehicle Routing Problem with Time Windows o VRPTW, por sus siglas en inglés) consisten según (Liong & Khairuddin, 2008) en “tratar de optimizar una flota de vehículos (...), y especificar que clientes deben ser atendidos por cada vehículo y en qué orden para minimizar el costo, sujeto a la capacidad del vehículo y restricción de tiempo del servicio” y como menciona (Lepesqueur, 2014) “es posible encontrar ventanas de tiempo rígidas (aquellas que no se pueden incumplir) o ventanas de tiempo suaves (...), las cuales son ventanas que permiten retrasos”, por esto es que actualmente son problemas que han tomado gran importancia en la industria ya que se asemejan a problemas de la vida real y buscan no solo maximizar el nivel de servicio sino disminuir los costos de transporte que representan una parte importante del valor final del producto o servicio, ya que según (Vigo & Toth, 2002) “dicho costo representa entre el 10% y el 20% del costo final de los bienes” y además representa un 35,2% del costo logístico total en la cadena de suministro y un 13,5% de las ventas anuales de una empresa en Colombia.

Actualmente en la literatura existen múltiples variables de estudio de un VRPTW y maneras de abordarlos como: algoritmos genéticos (Dorronsoro, Nebro, Arias, & Alba), redes neuronales (Gomes & Von Zuben, 2002), recocido simulado paralelo (Arbelaitz, Rodriguez, & Zamkola, 2001) y colonias múltiples de hormigas (Gambardella, Taillard, & Aggazi, 1999), entre otros, sin embargo en este artículo se estudia una variante de un Problema de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo que considera el uso de flota homogénea y el equilibrio entre la carga de cada vehículo haciendo uso de las instancias de Solomon que son un valioso recurso y punto de referencia en la validación de métodos heurísticos o metaheurísticos en los VRPTW y que según (Journal of King Saud University, 2010) “respalda a los gerentes en la toma de decisiones con soluciones sólidas que brindan soluciones de alta calidad para aplicaciones importantes en negocios, ingeniería, economía y ciencia en horizontes de tiempo razonables”.

Adicionalmente debido al alcance del estudio, este problema se convierte en un VRPTW multiobjetivo, ya que de esta forma obtiene un enfoque mucho más realista y es por esto que actualmente muchos autores se enfocan en este tipo de problemas como (Baños, Ortega, Gil, Márquez, & Toro, 2013) que utiliza un “algoritmo híbrido basado en Pareto que combina el cálculo evolutivo y el recocido simulado, (...). Los resultados obtenidos al resolver un subconjunto de los problemas de referencia de Solomon muestran el buen desempeño de este enfoque híbrido “ o (Yu, Yao, & Yang, 2010) que compara los resultados de un algoritmo híbrido entre colonia de hormigas y búsqueda tabú con algunas metaheurísticas utilizadas de manera individual y utiliza las instancias de Solomon para comparar la validez de los algoritmos buscando soluciones que minimicen las distancias recorridas y permitan cumplir con las restricciones de tiempo de los diferentes clientes por lo cual para dar solución utiliza el algoritmo de colonia de hormigas para encontrar la solución óptima y para evitar caer en óptimos locales y diversificar se utiliza la búsqueda tabú siendo así el algoritmo híbrido una herramienta efectiva para un VRPTW.

También se encuentran estudios que refieren un VRPTW y un problema de toma de decisiones de inventarios simultáneamente, puesto que en productos que requieran almacenamiento una cosa afecta a la otra, por lo cual según (Liu & Lee, 2011) “se deben considerar juntos como parte fundamental de una cadena de suministro” con el objetivo de lograr una reducción en la cadena de suministro total, y para efectos de este artículo se considera para estudio que además utiliza una flota de vehículos homogénea y penaliza el incumplimiento de las ventanas de tiempo ya que según (Liu & Lee, 2011) “estas restricciones pueden reflejar una situación de un problema de transporte en el mundo real ” como ya se había mencionado anteriormente.

Otro de los objetivos a tener en cuenta como ya se había mencionado anteriormente es el balance de carga de los vehículos, por lo cual (Kritikos & Ioannou, 2010) afirma que “una distribución equilibrada de carga podría garantizar viajes con más tiempo

de servicio al cliente, menos insatisfacción por parte de los conductores y evitaría dependencias de secuencia o retrasos por tiempos muy ajustados” puesto que en un problema de ruteo de vehículos (Keskinturk & Yildirim, 2011) asegura que “la carga de trabajo para un conductor en un recorrido se puede definir en términos de la duración del recorrido o el volumen transportado durante un período de duración del recorrido (...). El objetivo puede ser minimizar la suma de las diferencias entre la carga de trabajo de cada recorrido y la carga de trabajo más pequeña o la diferencia entre la carga de trabajo del recorrido más largo y el del recorrido más corto. Sin embargo, como se muestra en (Halvorsen-Weare & Savelsbergh, 2016) donde utilizan un método exacto para generar cuatro fronteras de Pareto y resolver un problema que busca minimizar la distancia de la ruta y balancear la carga de estas desde diferentes puntos de vista, sin embargo allí se llega a la conclusión que en ocasiones el objetivo de balance de carga puede entrar en conflicto con el objetivo de minimizar la distancia total de viaje, y depende de la persona encargada de tomar las decisiones evaluar que tan alto es el impacto de un objetivo, sobre el otro.

Así finalmente, la solución propuesta pone a consideración objetivos y limitaciones realistas lo cual dio paso a un problema de alta complejidad que, aunque muestra resultados favorables sugiere la utilización de algoritmos híbridos y metaheurísticas, para lograr llegar a una mejor solución.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

A continuación, se muestra la formulación que mejor se ajustó a la problemática de ruteo aplicado a un mercado de textos literarios, como primer paso se escogieron tres instancias de Solomon para apoyar los datos en la heurística modelada, se escogió un modelo base para la solución de un VRPTW al intentar ajustar los resultados se obtuvo la siguiente heurística.

Función objetivo:

El objetivo principal es minimizar la distancia recorrida en el total de las rutas encontradas distribuidas en la menor cantidad de vehículos, minimizando a su vez el costo logístico total y de transporte, esta función objetivo se modela principalmente por los conjuntos, I que nos indica el índice de clientes, un alías denominado J y por último la cantidad de vehículos disponibles siendo K . La primera expresión matemática utilizada (1) relaciona los anteriores conjuntos interactuando con unos parámetros determinados, en este caso tenemos C que depende de I y J haciendo referencia a la distancia euclidiana en función de las coordenadas X y Y de cada cliente. Y por último se tiene la variable binaria que modela los tres conjuntos anteriormente mencionados $X(I, J, K)$ que toma el valor de 1 si el arco I - J pertenece a la ruta del vehículo K y 0 en caso contrario.

$$\text{Min } Z = \sum_{i,j,k \in C(i,j) > 0} X_{ijk} * (C(i,j)) \quad (1)$$

En cuanto a las restricciones que se consideran en este modelo partimos de la afirmación de que a cada cliente se puede llegar una sola vez esta expresión (2) debe realizarse para todo J nuestro conjunto alías de clientes mayores a 1 el cual pertenece al depósito, y se asegura que la suma de nuestra variable binaria debe ser igual a 1 en cada caso siempre y cuando esta ruta exista. Partiendo de que se puede llegar una sola vez a cada cliente, se afirma que solo se puede salir una vez de cada cliente y así se asegura un balance, para ello tenemos la expresión (3).

$$\forall_{j \in \text{ord}(j) > 1}, \sum_{X_{ijk} * (C(i,j))} X_{ijk} = 1 \quad (2)$$

$$\forall_{j \in \text{ord}(j) > 1}, \sum_{X_{jik}=1} X_{jik} = 1 \quad (3)$$

Se realiza un balance con los vehículos que salen y llegan al depósito ya que estos deben ser máximo los disponibles, estas restricciones se modelan por la expresión (4) y (5). Para ello se incluye un nuevo parámetro vehi que hace referencia a la cantidad de vehículos disponibles.

$$\sum_{j,k \in C(i1',j) > 0} X_{i1',jk} \leq \text{vehi} \quad (4)$$

$$\sum_{j,k \in C(j,i1') > 0} X_{ji1',k} \leq \text{vehi} \quad (5)$$

Se sabe que no se puede exceder la capacidad del vehículo expresión (6), para ello tenemos una nueva variable que es la demanda de cada cliente $W(j)$ y la capacidad de cada vehículo q , se realiza para cada vehículo y se verifica que la demanda no exceda la capacidad. Se deriva una restricción (7) de que cada cliente debe ser atendido por un solo vehículo esta expresión se realiza para cada cliente y cada vehículo

$$\forall_k \sum_{i,j \in C(i,j) > 0} X_{ijk} * W(j) \leq q \quad (6)$$

$$\forall_{j,k \in C(i,j) > 0} \sum_{i \in C(i,j) > 0} X_{ijk} = \sum_{i \in C(j,i) > 0} X_{jik} \quad (7)$$

Garantizamos que las ventanas de tiempo se cumplan (8) y (9) donde $e(j)$ es la ventana de tiempo más temprana del cliente j y $l(j)$ es la ventana de tiempo más tarde del cliente j , se asegura que el cliente llegue dentro de esta ventana de tiempo y para ello se tiene la variable $p(j)$ que indica el tiempo en el que se atiende al cliente. Para restringir el tiempo de llegada de cada cliente $p(i)$ se crea la expresión (10), se introduce un nuevo parámetro el tiempo de atención de cada cliente $tat(i)$ y se añade el tiempo que tarda en el recorrer un arco $C(i,j)$, el tiempo de llegada al siguiente cliente debe ser como mínimo la suma de estos parámetros.

$$\text{resultados } \forall_{j \in \text{ord}(j) > 1} e(j) \leq p(j) \quad (8)$$

$$\forall_{j \in \text{ord}(j) > 1} l(j) \geq p(j) \quad (9)$$

$$\forall_{i,j \in (C(i,j) > 0 \text{ and } \text{ord}(j) > 1)} p(i) + tat(i) + C(i,j) \leq p(j) + 10000000 * (1 - \sum_k X_{jik}) \quad (10)$$

Por último, se crean 2 expresiones (11) y (12) para informar la espera que se lleva a cabo entre la ventana más temprana y el tiempo de llegada para atender el cliente, se evalúan estos para tratar de ajustar las esperas y tiempos tardíos que se definen como la diferencia entre el tiempo en el que se está llegando al cliente y la suma de los parámetros base (el tiempo en el que se debe llegar) esto con el fin de que la diferencia sea 0.

$$\forall_{i,j \in (C(i,j) > 0 \text{ and } \text{ord}(j) > 1)} esp(j) \geq e(j) - (p(i) + tat(i) + C(i,j)) - 10000000 * (1 - \sum_k X_{jik}) \quad (11)$$

$$\forall_{i,j \in (C(i,j) > 0 \text{ and } \text{ord}(j) > 1)} tard(j) \geq p(j) - (p(i) + tat(i) + C(i,j)) - 10000000 * (1 - \sum_k X_{jik}) \quad (12)$$

RESULTADOS

A partir del modelo previamente descrito, se realizó la comparación de los resultados arrojados por GAMS, con base a tres instancias (Solomon) de datos donde se tomó como medida la solución de estas instancias para veinticinco clientes, de las instancias se puede identificar que únicamente tenían diferencia en las ventanas de tiempo de cada cliente. Los resultados encontrados a la solución de estas instancias mostraban la solución de un modelo ajustado a lo cual se esperaba llegar.

Para la primera instancia (C101-25), se encontraron los resultados presentados en la ilustración 1, y un resumen de lo alejado que fueron los tiempos de llegada en la tabla 1. Estos resultados fueron muy parecidos con los de la segunda instancia (C102-25), a diferencia del aumento el número de clientes en el que se llega en un tiempo diferente al de la solución, visto en la ilustración 2 como en la tabla 2.

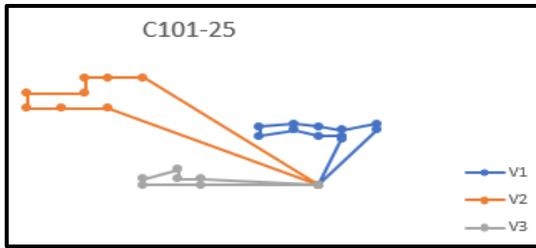


Ilustración 1, Ruta C101

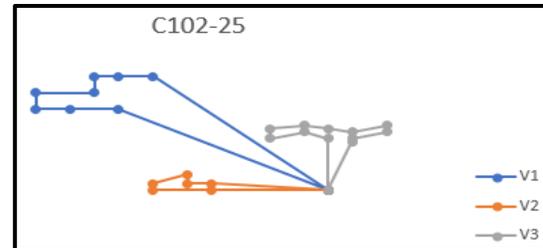


Ilustración 2, Ruta C102

De la asignación de rutas se puede identificar igualdad en la asignación de clientes entre las dos instancias, con la única diferencia que en una de las rutas de la segunda instancia se realiza un recorrido diferente por los clientes.

C101 - 25		
CLIENTE	INTANCIAS	OBTENIDOS
i1	940	967
i12	687	721
i14	594	620
i2	848	870
i21	917	965
i22	825	873
i25	197	224
i4	755	776,389999
i6	662	684,15
i9	570	591,91
PROMEDIO DE ERROR		5%

Tabla 1, Tiempos de Llegada C101

C102 - 25		
CLIENTE	INTANCIAS	OBTENIDOS
i1	913	945,389999
i21	917	1135
i12	687	1107
i22	825	883
i15	407	429
i25	197	224
i2	821	853,389999
i3	1006	1039
i14	594	620
i4	727	759,779999
i8	255	263,389999
i5	1097	1130
i16	502	524
i6	635	667,539999
PROMEDIO DE ERROR		10%

Tabla 2, Tiempos de Llegada C102

Las tablas 1 y 2 presenta los clientes donde se incumple con el tiempo de la solución de la instancia, es importante identificar que la solución encontrada con el modelo a la segunda instancia presenta 9/10 clientes de la primera instancia que evidencian incumplimiento. Además, se presenta el promedio de error de cada instancia con respecto a la solución de la instancia. Ya para la tercera instancia se identificado el fallo de una de las restricciones por lo que se presentan a continuación dos resultados de la misma instancia.

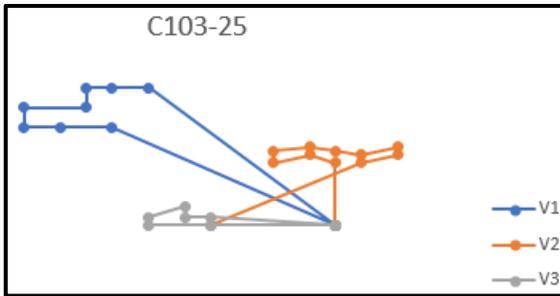


Ilustración 4-Rutas C103

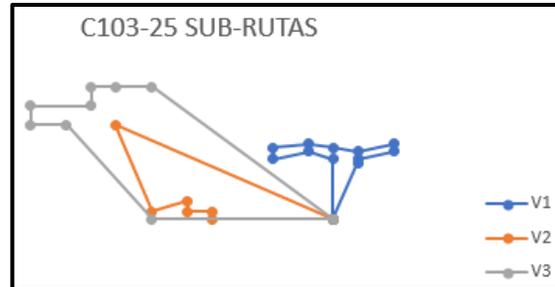


Ilustración 3-Rutas C103 con restricción sub-rutas

Teniendo en cuenta la asignación anterior se puede identificar como cambia la asignación respecto a las dos primeras debido a las ventanas de tiempo de la nueva instancia, de las dos la solución más cercana a la esperada es la que no cuenta con la restricción de sub-rutas. Por otro lado, también se pudo determinar lo alejado de los resultados del modelo cuando contaba con la restricción de sub-rutas teniendo en cuenta el promedio de error en los tiempos de llegada que presenta casi un 20% por en sima del error del modelo sin restricción, todo esto presentado en la tabla3.

C103 - 25				
CLIENTE	INSTANCIA	OBTENIDOS	SUBRUTAS	
i8	255	263,394449	263,394449	
i6	635	667,55283	667,55283	
i4	727	759,788898	759,788898	
i2	821	853,394449	853,394449	
i1	913	945,394449	945,394449	
i3	1006	1039	1039	
i5	1097	1130	1130	
i17	124	124,805843	130,96151	
i18	217	217,805843	223,96151	
i19	312	312,805843	318,96151	
i15	407	429	429	
i16	502	922	922	
i14	594	1014	1014	
i12	687	1107	1107	
i20	10	10	1136	
i24	105	132	15	
i25	197	224	224	
i22	825	883	825	
i21	917	1135	1044	
PROMEDIO DE ERROR		151%	169%	

Tabla 3, tiempos de llegada C103

Finalmente se encontró que el indicador que más afecta el modelo es el tiempo perdido o injustificado para llegar a cada cliente donde en promedio se estuvo 33848% alejado de la solución esperada, también es evidente que el modelo propuesto en lo que tiene que ver con los tiempos de espera presenta una mejora comparada con solución esperada ya que para las dos primeras instancias está logrando reducir el tiempo que tiene que esperar el vehículo para cumplir con las ventanas de tiempo. Pero en el momento de utilizar ventanas de tiempo más amplias se comienza a aumentar el tiempo de espera. Ya finalmente el modelo presentado con respecto al objetivo ha sido aceptable por lo cercano que esta con la solución esperada, todo esto presentado en la tabla 4.

INSTANCIA	OBJETIVO	ESPERA	PERDIDO
C101	0,3%	-6,1%	13437,0%
C102	0,2%	-7,6%	7202,8%
C103	0,2%	24,6%	80904,8%
PROMEDIO	0,2%	3,6%	33848,2%

Tabla 4, Comparación porcentual

CONCLUSIONES

1. Para llegar a una solución óptima que se acerque a un problema de la vida real, es necesario hacer uso no solo de formulación algebraica sino recurrir a heurísticas o metaheurísticas que permitan tener en cuenta una gama más amplia de restricciones como las que tiene actualmente una cadena logística.
2. Al comprobar con varias instancias el modelo pre establecido se descubre que la restricción de sub rutas es innecesaria por esta razón se elimina de las restricciones del modelo, y se concluye que se debe revisar este punto entre las instancias de R comparando los vehículos utilizados y los viajes que se repiten entre ellos.
3. Las instancias C101 y C102, a pesar de no cumplir en su totalidad con los resultados esperados logran llegar a una solución factible dado que están cumpliendo con las rutas y en su mayoría con los tiempos de llegada.

RECOMENDACIONES

1. Para futuros modelos similares se recomienda definir de forma acertada una variable que permita restringir el tiempo perdido para asegurar que sea lo menor posible.
2. Definir variables para identificar el uso de la capacidad de los vehículos.
3. Hacer uso de la literatura existente para seleccionar al menos una metaheurística que permita mejorar la solución encontrada.

REFERENCIAS

- Arbelaitz, Rodriguez, & Zamkola. (2001). Low cost parallel solutions for the VRPTW optimization problem. *Fourth International Conference on Parallel Processing Work-Shops*, (págs. 176-181).
- Baños, R., Ortega, J., Gil, C., Márquez, A., & Toro, F. (2013). A hybrid meta-heuristic for multi-objective vehicle routing problems with time windows. *Elsevier*, 11.
- Dorronsoro, B., Nebro, A., Arias, D., & Alba, E. (s.f.). Un Algoritmo Genético Híbrido Paralelo para Instancias Complejas del Problema VRP.
- Gambardella, Taillard, & Aggazi. (1999). New ideas in optimization., (págs. 73-76).
- Gomes, & Von Zuben. (2002). A neuro-fuzzy approach to the capacitated vehicle routing problem. *Int. Joint Conference on Neural networks*, (págs. 1930-1935).
- Halvorsen-Weare, E., & Savelsbergh, M. (2016). A bi-objective mixed capacitated general routing problem. 29.
- Journal of King Saud University. (2010). Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic and metaheuristic methods. *Science Direct*, 9.
- Keskinturk, T., & Yildirim, M. B. (2011). A genetic algorithm metaheuristic for Baker Distribution Vehicle Routing Problem with Load Balancing. *ResearchGate*, 6.
- Kritikos, M., & Ioannou, G. (2010). The balanced cargo vehicle routing problem with time windows. *Science Direct*, 10.
- Lepesqueur, A. S. (2014). Estudio del problema de ruteo de vehículos con balance de carga: Aplicación de la meta-heurística Búsqueda Tabú. 92.
- Liong, & Khairuddin, O. (2008). Vehicle routing problem: Models and solutions. *ResearchGate*, 15.
- Liu, S.-C., & Lee, W.-T. (2011). A heuristic method for the inventory routing problem with time windows. *Science Direct*, 9.
- Vigo, & Toth. (2002). The Vehicle Routing Problem. United States of America: Society for Industrial and Applied Mathematics. *ResearchGate*.
- Yu, B., Yao, B., & Yang, Z. (2010). A hybrid algorithm for vehicle routing problem with time windows. *Science Direct*, 7.