

**Maestría en Ingeniería Civil**

**CARACTERIZACIÓN DE LA VARIABILIDAD ESPACIAL DE LA  
RESISTENCIA AL CORTE NO DRENADO DEL DEPÓSITO  
LACUSTRE “A” UBICADO EN LA ESCUELA COLOMBIANA DE  
INGENIERÍA JULIO GARAVITO.**

**Lina Astrid Díaz Méndez  
Álvaro Manrique Muñoz**

**Bogotá, D.C., Julio 24 de 2020**

**CARACTERIZACIÓN DE LA VARIABILIDAD ESPACIAL DE LA  
RESISTENCIA AL CORTE NO DRENADO DEL DEPÓSITO  
LACUSTRE “A” UBICADO EN LA ESCUELA COLOMBIANA DE  
INGENIERÍA JULIO GARAVITO.**

**Tesis para optar al título de Magíster en Ingeniería Civil, con  
Énfasis en Geotecnia**

**Director  
Lina Ximena Garzón Ávila**

**Bogotá, D.C., Julio 24 de 2020**

La tesis de maestría titulada “Caracterización de la variabilidad espacial de la resistencia al corte no drenado del depósito lacustre A ubicado en la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito.”, presentada por Lina Astrid Díaz Méndez y Álvaro Manrique Muñoz, cumple con los requisitos establecidos para optar al título de Magíster en Ingeniería Civil con Énfasis en Geotecnia.



---

Director de la tesis  
Lina Ximena Garzón Ávila

---

Jurado  
Edgar Rodríguez

---

Jurado  
Ricardo Salazar F.

Bogotá, D.C., Julio 24 de 2020

## DEDICATORIA

A todos aquellos que me cedieron su tiempo para invertirlo en este logro.

En especial a ellas: Mamá, hermanas, sobrinas.

*Lina Astrid Díaz Méndez.*

A mis padres, hermanos y sobrinos, y por supuesto, a mi esposa y a Emilio

*Alvaro Manrique*

## **AGRADECIMIENTOS**

A los profesores de la Maestría en Ingeniería Civil con énfasis en Geotecnia, por compartir su conocimiento para nuestra formación en esta nueva etapa.

A la ingeniera Lina Ximena Garzón, por sus valiosos aportes y tiempo en el desarrollo del presente proyecto.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>1</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
1.1	OBJETIVOS.....	4
	OBJETIVO GENERAL .....	4
	<i>Objetivos específicos</i> .....	4
1.2	ALCANCE .....	5
1.3	GLOSARIO.....	5
1.4	DESARROLLO DEL DOCUMENTO .....	6
<b>2</b>	<b>MARCO REFERENCIAL</b> .....	<b>8</b>
2.1	CARACTERIZACIÓN DE LA VARIABILIDAD ESPACIAL .....	9
2.1.1	<i>VARIABILIDAD INHERENTE</i> .....	12
2.1.2	<i>INCERTIDUMBRE EN LA MEDICIÓN</i> .....	13
2.1.3	<i>INCERTIDUMBRE EN LA TRANSFORMACIÓN</i> .....	13
2.2	EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE .....	14
2.3	TEORÍA DE CAMPOS ALEATORIOS .....	15
2.3.1	<i>HOMOGENEIDAD ESTADÍSTICA O ESTACIONARIEDAD</i> .....	17
2.3.2	<i>PRUEBAS PARA EVALUAR LA HOMOGENEIDAD ESTADÍSTICA</i> .....	17
2.3.3	<i>ELIMINACION DE TENDENCIAS</i> .....	22
2.4	FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN.....	24
2.4.1	<i>MÉTODO DE LOS MOMENTOS</i> .....	25
2.4.2	<i>AJUSTE DE LA FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN</i> .....	26
2.5	BASE TEÓRICA PARA ANÁLISIS PARA LOS DATOS DE LABORATORIO .....	28
2.5.1	<i>ENSAYOS DE LABORATORIO</i> .....	29
2.5.2	<i>ANÁLISIS DESCRIPTIVOS</i> .....	30
2.5.3	<i>DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD TÍPICAS EN GEOTECNIA</i> .....	32
<b>3</b>	<b>OBTENCIÓN DE DATOS</b> .....	<b>37</b>
3.1	CAMPO DE EXPLORACIÓN .....	38
3.2	CONTEXTO GEOLÓGICO DEL CAMPO DE EXPLORACIÓN .....	42
<b>4</b>	<b>ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS</b> .....	<b>46</b>
4.1	METODOLOGÍA DE ANÁLISIS PARA LA ESTIMACIÓN DE LA VARABILIDAD ESPACIAL.....	46
4.2	DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PERFIL DE RESISTENCIA $C_u$ .....	48
4.3	VALIDACIÓN DE HOMOGENEIDAD ESTADÍSTICA POR EL MÉTODO GRÁFICO .....	49
4.4	VALIDACIÓN DE LA HOMOGENEIDAD ESTADÍSTICA POR EL MÉTODO NUMÉRICO .....	64
4.4.1	<i>FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN</i> .....	66
4.4.2	<i>MEDIA Y VARIANZA DE <math>C_u</math></i> .....	72
4.4.3	<i>COMPORTAMIENTO ESTADÍSTICO DE LOS DATOS DE LABORATORIO</i> .....	74
<b>5</b>	<b>DISCUSIÓN DE RESULTADOS</b> .....	<b>87</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSIONES</b> .....	<b>97</b>
<b>7</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	<b>101</b>
	<b>ANEXOS</b>	

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Diferentes estructuras de AutoCorrelación, modificado de Cheng et. al (2018).	11
Figura 2 Fuentes de incertidumbre en geotecnia.	12
Figura 3 Representación de los componentes de la escala de fluctuación.	16
Figura 4 Distribución Uniforme.	33
Figura 5 Distribución normal.	34
Figura 6 Distribución Lognormal.	37
Figura 7 Localización general del campo de exploración ECI	39
Figura 8 Localización información analizada.	41
Figura 9 Caracterización zonas geotécnicas.	43
Figura 10. Unidades geotécnicas depósito Formación Sabana.	45
Figura 11. Procedimiento Metodológico para la caracterización de la variabilidad espacial de Cu.	47
Figura 12. CPTu (20.66m - 30.92m - 42.5m)	49
Figura 13. CPTu 42.5m con franja de valores atípicos eliminados	51
Figura 14. CPTu 30.92m con franja de valores atípicos eliminados	52
Figura 15. CPTu 20.66m con franja de valores atípicos eliminados	53
Figura 16. CPTu 42.5m evaluado entre 3.00m y 4.00m	54
Figura 17. CPTu 42.5m evaluado entre 5m y 7m.	55
Figura 18. CPTu 42.5 con sectores para evaluación.	57
Figura 19. CPTu 42.5m - Sector 1: 7.3m a 9m.	58
Figura 20. CPTu 42.5m - Sector2: 10.98m a 9m.	58
Figura 21. CPTu 42.5m- Sector 3: 18.44m a 19.64m.	59
Figura 22. CPTu 42.5m - Sector 4: 23.76m - 24.98m.	59
Figura 23. CPTu 42.5m- Sector 5: 32.54m a 33.52.	60
Figura 24. CPTu 30.92m con Sectores para evaluación	62
Figura 25. CPTu 20.66m con Sectores para evaluación	63
Figura 26. Verificación estacionariedad CPTu 42.5m - Sector 1	66
Figura 27. Función de Autocorrelación CPTu 42.5m - Sector 1	68
Figura 28. Función de Autocorrelación CPTu 42.5m completo	68
Figura 29. Función de Autocorrelación CPTu 30.92m - Sector 2	69
Figura 30. Función de Autocorrelación CPTu 30.92m completo.	69
Figura 31. Función de Autocorrelación CPTu 20.66m - Sector 1	69
Figura 32. Función de Autocorrelación CPTu 20.66m completo	70
Figura 33. Escala de fluctuación Vs variación de profundidad	71
Figura 34 Compilado de resultados de Laboratorio vs Profundidad	76
Figura 35 Diagramas de dispersión de los datos para la Humedad	77
Figura 36 Diagrama de distribuciones de frecuencias para la humedad	78
Figura 37 Diagramas de dispersión de los datos para el límite líquido.	80
Figura 38 Diagrama de distribuciones de frecuencias para el límite líquido	81
Figura 39 Diagramas de dispersión de los datos para el índice de plasticidad.	82
Figura 40 grafica de normalidad datos para el índice de plasticidad	84
Figura 41 Diagramas de dispersión de los datos para el peso unitario	85
Figura 42 Diagrama de distribuciones de frecuencias para el peso Unitario	86
Figura 43 Modelos AFC CPTu 20.66 m - Sector 2	90
Figura 44 Modelos de autocorrelación CPTu 30.92 m - Sector 2	91
Figura 45 Graficas AFC estudio Murthy	91
Figura 46 Graficas AFC para Arcilla de Keswick - Estudio Murthy	92
Figura 47 ACF CPTu 30.92 Sector 5 presente estudio.	92
Figura 48 ACF Estudio Missouri (Onyejekwe, 2012)	93

**LISTA DE TABLAS**

Tabla 1 Funciones de autocorrelación teóricas utilizadas para determinar la distancia de autocorrelación y la escala de fluctuación  $\delta$ ..... 27

Tabla 2 Sondeos tomados como referencia para análisis Sarmiento y León (2016) ..... 39

Tabla 3 Ensayos de Laboratorio tomados como referencia para análisis Sarmiento y León (2016) ..... 40

Tabla 4 Ensayos de campo tipo cono holandés ..... 40

Tabla 5 Ensayos de Laboratorio ejecutados investigación autores ..... 40

Tabla 6 Piezoconos evaluados edificio Postgrados ..... 41

Tabla 7. CPTu 42.5m sectores en evaluación..... 56

Tabla 8. CPTU 30.92m sectores en evaluación..... 60

Tabla 9. CPTu 20.66m sectores en evaluación..... 61

Tabla 10. Resultados estacionariedad CPTu 42.5m ..... 65

Tabla 11. Resultados estacionariedad CPTu 30.92 m ..... 65

Tabla 12. Resultados estacionariedad CPTu 20.66m ..... 65

Tabla 13. Escala de Fluctuación para CPTu 42.5m ..... 70

Tabla 14. Escala de Fluctuación para CPTu30.92m ..... 70

Tabla 15. Escala de Fluctuación para CPTu20.66m ..... 71

Tabla 16. Media y varianza CPTU 42.5 m..... 72

Tabla 17. Media y varianza de CPTu 30.92 ..... 73

Tabla 18. Media y varianza de CPTu 20.66m ..... 74

Tabla 19 Resultados estadísticos datos de laboratorio ..... 75

Tabla 20 Pruebas de Normalidad datos de humedad ..... 78

Tabla 21 Pruebas de Normalidad datos límite líquido ..... 81

Tabla 22 Pruebas de Normalidad datos índice de plasticidad ..... 83

Tabla 23 Pruebas de Normalidad datos el peso unitario ..... 86

Tabla 24. Discretización de sectores en CPTu 42.5m..... 87

Tabla 25. Discretización de sectores en CPTu 30.92 m..... 88

Tabla 26. Discretización de sectores en CPTu 20.66m..... 88

Tabla 27 Perfiles para valores de laboratorio y tramos homogéneos ..... 89

Tabla 28 Resumen parámetros estadísticos escalas de fluctuación presente estudio en cada CPTu..... 94

Tabla 29 Resumen parámetros estadísticos escalas de fluctuación en conjunto. .... 94

Tabla 30 Valores escala de fluctuación Adelaide, Australia ..... 95

Tabla 31. Valores escala de fluctuación Estudio Murthy, para suelo no cohesivo. .... 96



## 1 INTRODUCCIÓN

La incertidumbre en geotecnia derivada por la variabilidad espacial de las propiedades del suelo, es uno de los principales problemas a los que se enfrenta el ingeniero a la hora de diseñar estructuras en geotécnia. La investigación de la caracterización de los depósitos de suelo empleando enfoques determinísticos subestima esta incertidumbre. Las primeras aproximaciones realizadas en este campo fueron estudiadas por Vanmarcker (1977) citado por (Murthy, 2005), quien analizó la variabilidad del suelo incorporando la estadística espacio- temporal a los análisis geotécnicos.

Una forma de abordar el efecto de la variabilidad espacial del suelo es mediante el uso de la metodología de campos aleatorios, esta consiste en un conjunto de valores que están asociados a un espacio unidimensional o multidimensional (Uzuelli, Lacase, Nadim, & Phoon, 2006). Se dice que los valores en un campo aleatorio generalmente están correlacionados espacialmente si los valores adyacentes de la variable no difieren tanto, como los valores que se encuentran más separados (Uzielli M. , 2008)

Un campo aleatorio se puede describir por su media, varianza (o coeficiente de variación) y escala de fluctuación ( $\delta$ ), siendo esta última la distancia sobre la cual la variable en estudio presenta una fuerte correlación.

Si bien la media y la varianza de los parámetros se determinan fácilmente, la escala de fluctuación es más difícil de calcular, ya que requiere un perfil de suelo bien definido y herramientas estadísticas complejas como las series tiempo y estructuras de correlación espacial.

La variabilidad espacial de las propiedades del suelo medida a partir de la escala de fluctuación es una característica de los depósitos de suelo en la cual se considera que cualquiera sea la propiedad, esta varía espacialmente en las direcciones horizontal y vertical.

De acuerdo con los estudios de (Cheng, Chen, Chen, Chen, & Zhong, 2018) la propiedades físicas y mecánicas pueden verse influenciadas por la variabilidad espacial, incluso en estratos con estructura aparentemente homogénea, afectando entre otras a estabilidad de

un talud y la capacidad portante de una cimentación entre otras.

Según la definición de Onyejekwe (2012) los depósitos de suelos son altamente variables y raramente homogéneos y en general, sus propiedades pueden variar punto a punto debido a la complejidad geológica que domina su ambiente de formación.

Se puede afirmar que la variabilidad de los parámetros geotécnicos es el resultado de la intervención de uno o más mecanismos físicos, químicos y/o ambientales en un depósito de suelo y puede estar asociada a múltiples fuentes de incertidumbre, las tres principales son: la inherente, los errores en las mediciones y la incertidumbre en la transformación. En geotecnia, la inherente se modela como un campo aleatorio que tiene en cuenta el coeficiente de variación y la escala de fluctuación, los errores en la medición está asociada a las procesos en campo y laboratorio, mientras que la incertidumbre en la transformación se genera con la elección de los modelos de análisis que le ingeniero utiliza en el diseño (Phoon & Kulhawy, 1999)

Desde la perspectiva del diseño basado en confiabilidad (RBD), la importancia de la escala de fluctuación se aprecia cuando se incorpora la implementación de promedios espaciales y el cálculo del factor de reducción de la varianza en los factores de reducción de los parámetros de diseño (Ge & Onyejekwe, 2013).

La escala de fluctuación de los parámetros geotécnicos es importante en RBD, se requiere para estimar el efecto de promedio espacial en RBD. El efecto de promedio espacial se refiere al fenómeno por el cual la variabilidad de las propiedades del suelo promediadas sobre un dominio es menor que la de sus propiedades inherentes o puntuales.

Los valores de escala de fluctuación de parámetros geotécnicos presentados por diferentes autores, se basan en datos con condiciones particulares y propias de cada sitio, por lo tanto, existe la necesidad de estimar y conocer los valores de escala de fluctuación locales teniendo en cuenta las características inherentes.

El conocimiento de un campo aleatorio nos permite modelar la variabilidad espacial de una propiedad evaluada, la combinación de esta y la modelación ya sea física o numérica, definirán el efecto de la variabilidad y la respuesta del suelo y su interacción con la

estructura.

La importancia de modelar y evaluar la variabilidad espacial de los parámetros geotécnicos, es cada vez más reconocido en el diseño en geotecnia, especialmente cuando hoy en día la mayoría de los códigos de diseño se soportan en técnicas que tienen en cuenta la incertidumbre y los niveles de confianza (Uzielli M. , 2008).

Históricamente los métodos deterministas han sido la base de todas las ciencias y la geotecnia no ha sido la excepción, esta metodología no tiene en cuenta la heterogeneidad del suelo, por lo tanto los enfoques que tienen en cuenta la incertidumbre resulta ser más convenientes en aras de asegurar la seguridad y la confiabilidad en el diseño (Uzuelli, Lacase, Nadim, & Phoon, 2006). Es claro que el desconocimiento de esta incertidumbre se refleja en estructuras sobredimensionadas o subdimensionadas que en cualquiera de los casos se convierten en costos, o peor aún, en pérdidas de vidas humanas.

En Colombia y específicamente en geotecnia, son pocos los estudios que abordan la variabilidad espacial de la resistencia al corte no drenado medida por su escala de fluctuación, sin embargo, existen estudios que modelan físicamente la incertidumbre como los de Garzón en el año 2014. En agronomía, geología y minería, se aborda la variabilidad utilizando la geoestadística para determinar bien sea la calidad (fertilidad) de los suelos o las reservas en los yacimientos. La combinación de campos aleatorios y la modelación numérica es un área con poca o nula investigación en Colombia, lo anterior abre una puerta para avanzar en el conocimiento y conocer el efecto de la variabilidad espacial en las propiedades del suelo. Teniendo en cuenta lo anterior, cobra especial atención contar con una caracterización de la variabilidad espacial mediante campos aleatorios para un depósito como el Lacustre A, el cual puede presentar espesores hasta 600 metros y sobre el cual se desarrolla urbanísticamente una ciudad como Bogotá.

Estimar la escala de fluctuación para un parámetro de resistencia en un depósito como el lacustre A de la sabana de Bogotá, es de por si toda una incógnita. Estudios realizados en Australia y Missouri tratan con espesores de depósitos que no superan 5 metros y para materiales con particularidades geológicas diferentes. Cobra entonces especial importancia desarrollar una investigación de este tipo, ya que en primer lugar no se tienen antecedentes en Colombia al respecto, y segundo, permitirá conocer cual o cuales pueden

ser los parámetros espaciales, especialmente para las distancias de correlación y escalas de fluctuación para este tipo de depósitos.

El propósito del presente proyecto se enfoca en establecer la variabilidad inherente de la resistencia al corte no drenado ( $C_u$ ) medido con ensayos tipo piezocono (CPTu, SDMT) para la resistencia por punta y su respectiva equivalencia para  $C_u$ , la variabilidad epistémica y de transformación no hacen parte de la presente investigación y en adelante únicamente se hará referencia a la inherente.

En los resultados de la presente investigación se encontró que la escala de fluctuación para la resistencia al corte no drenada ( $C_u$ ) alcanza valores de hasta 67.32mm, a su vez los rangos de valor medio para  $C_u$  oscilan entre 16 KPa a 51 KPa y la varianza oscila entre 0 KPa<sup>2</sup> a 320 KPa<sup>2</sup>.

EL presente estudio estimó la variabilidad espacial de la resistencia al corte no drenada ( $C_u$ ) del depósito lacustre A localizado en la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito haciendo uso de la teoría de campos aleatorios, determinando la media, varianza y escala de fluctuación en los CPTu disponibles, con el propósito de que a futuro se incorpore esta metodología en los diseños basados en confiabilidad.

## 1.1 OBJETIVOS

### **Objetivo general**

Caracterizar la variabilidad espacial de la resistencia al corte no drenado de un campo experimental ubicado en la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, perteneciente al depósito lacustre A.

### **Objetivos específicos**

- Determinar la escala de fluctuación de la resistencia al corte no drenada tomada de ensayos de campo tipo piezocono (CPTu, SCPTu) del depósito lacustre A, localizados y ejecutados en la Escuela Colombiana de Ingeniería, en la ciudad de Bogotá.

- Evaluar el comportamiento estadístico de las propiedades físicas in situ del depósito.
- Proponer una metodología para determinar las características espaciales de un suelo a partir de lecturas obtenidas con el CPTu, caso de estudio.

## 1.2 ALCANCE

El presente proyecto de grado tiene como alcance a estimar la variabilidad espacial de la resistencia al corte no drenada (Cu) del depósito lacustre “A” ubicado en la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, utilizando la teoría de series de análisis en el tiempo y campos aleatorios. Para ello se usaron los datos de los ensayos tipo piezocono de las campañas de exploración realizada por (Sarmiento Teran & León Arias, 2016) para el trabajo de grado de maestría titulado “*Caracterización geotécnica estadística y dinámica a partir de exploración directa, indirecta y ensayos de laboratorio en el sitio de experimentación geotécnica en las Escuela Colombiana de Ingeniería (SEGECI)*”. Adicionalmente, se realizaron ensayos de campo y laboratorio complementarios con los cuales se buscaba ampliar el espectro de información de datos para la caracterización del depósito

La revisión bibliográfica consultada abarca bases de datos de Google Scholar, Springer, además de las bases de datos de las bibliotecas de las universidades Nacional, Pontificia Javeriana y Los Andes, entre otras. Las palabras claves usadas en las búsquedas fueron: variabilidad espacial, teoría de campos aleatorios, escala de fluctuación, caracterización del suelo con CPTU.

## 1.3 GLOSARIO

A continuación, se presenta una breve definición de algunos términos usados recurrentemente en el desarrollo del presente documento y que contribuye a su mejor comprensión:

Escala de fluctuación: Distancia dentro de la cual una propiedad del suelo (cualquiera que sea) presenta una fuerte correlación.

Incertidumbre: Medida del grado de factores intrínsecos y externos que afectan una

medición

Variabilidad inherente del suelo: La variación de propiedades de una ubicación espacial a otra dentro una masa de suelo, debida a las características geológicas de formación de un depósito de suelo.

Variabilidad espacial: Es la variación de las propiedades del suelo en las direcciones horizontal y vertical.

Estacionariedad: o también definida como Homogeneidad estadística se refiere a la característica que exhiben un conjunto de datos cuando la media y la varianza son constantes con la distancia o el tiempo.

Teoría de campos aleatorios: Conjunto de valores que están asociados a un espacio unidimensional o multidimensional

Serie temporal: Es un conjunto de observaciones que se obtiene midiendo una variable única de manera regular a lo largo de un período de tiempo.

Función de Autocorrelación: Es una herramienta de análisis estadístico que nos permite encontrar el nivel de autocorrelación de los datos y en qué rezagos se produce.

#### **1.4 DESARROLLO DEL DOCUMENTO**

Este documento está organizado en cinco capítulos principales. A continuación, se hace un breve contenido de cada uno de estos.

El Capítulo 1, Se presenta una introducción al tema objeto de la tesis, resumiendo las principales teorías y recorrido de lo ejecutado por autores extranjeros y nacionales en diferentes instituciones y centros de investigación, también se mencionan los objetivos y alcance del mismo.

El Capítulo 2, Se presenta una revisión exhaustiva de la literatura y el marco referencial que soportan las hipótesis de los análisis tenidos en cuenta en el presente proyecto de grado de maestría.

El Capítulo 3, Presenta una descripción de los métodos y de dónde se tomaron los datos para el estudio, y se mencionan las características geológicas de la zona.

El Capítulo 4, Presenta el análisis de datos y los resultados obtenidos en el desarrollo del documento para escala de fluctuación y la caracterización de la zona de estudio.

El Capítulo 5, se hace la discusión de resultados y se analizan los valores arrojados en cada etapa del estudio.

Finalmente se presentan las conclusiones, bibliografía y los anexos.

## 2 MARCO REFERENCIAL

Para el marco referencial se acude a definiciones de los principales investigadores de la materia con el objeto de poder contextualizar al lector sobre el tema objeto de investigación.

De acuerdo con Holtz et al, (2011) citado por Uzielli et al. (2006) la ingeniería geotécnica, entendida como aquella rama de la ingeniería civil que aplica toda su tecnología y conocimiento al estudio del suelo como material construcción, afronta el enorme reto de trabajar y entender el comportamiento de un material que es anisotrópico, no lineal, no conservativo y con una enorme variabilidad y heterogeneidad.

Las incertidumbres en geotecnia son en gran medida inductivas y parten de observaciones limitadas como son: el juicio del diseñador, el conocimiento de la geología y el análisis estadístico empleado para inferir el comportamiento de un universo que por lo general ha sido pobremente definido. Una gran parte de la incertidumbre se da desde el contexto geológico ya que el ambiente de depositación de los materiales o periodicidad de los procesos geológicos condiciona sus propiedades y no hace posible predecir con certeza cuál y cómo será su comportamiento incluso en un mismo lugar (Uzielli M. , 2008).

La variabilidad espacial de un suelo fue estudiada inicialmente por Vanmarcker, 1977, quien estableció que se deben conocer tres parámetros espaciales para su estimación: (i) la media (ii) la desviación estándar (o la varianza); y (iii) la escala de fluctuación.

De acuerdo con Jacksa (2003) en su investigación "*Experimental evaluation of the scale of fluctuation of a stiff clay*" la aplicación la teoría de campos aleatorios a datos obtenidos con CPTu, le permitió estimar con precisión la escala de fluctuación en las arcillas de Keswick Clay en la ciudad de Adelaide.

Por otro lado, Uzielli et. Al (2006) en su investigación "*Soil Variability Analysis for Geotechnical Practice*" el campo aleatorio le permitió también definir metodologías para la caracterización de la variabilidad del suelo dirigido especialmente a la aplicación de los diseños basados en confiabilidad.



Del mismo modo, Phoon & Kulhawy (1999) indicaron que el suelo es un material complejo que se forma mediante una combinación de diversos procesos geológicos, ambientales y físico-químicos y que muchos de estos procesos permanecen y pueden modificar las propiedades del suelo in situ.

La complejidad de los procesos geológicos y ambientales involucrados en la formación de un depósito definen en gran medida la variabilidad de las propiedades de un suelo, las características in situ rara vez son homogéneas punto a punto y las propiedades suelen ser variables y correlacionables espacialmente en las direcciones vertical y horizontal (Nie, Zhang, Huang, Liu, & Lacasse, 2015).

Otra definición establece que:

La variabilidad inherente del suelo se parametriza por la incertidumbre aleatoria que se puede observar en prácticamente cualquier escala en la que se midan sus propiedades, y la misma no se reduce necesariamente al aumentar la cantidad y la calidad de los datos. (Uzielli M. , 2008, pág. 3)

Finalmente Baecher & Christian (2003), manifiestan que la variación inherente de las propiedades espaciotemporales de un suelo, es una característica impredecible y debe ser tratada como un fenómeno aleatorio que se representa cualitativa y cuantitativamente por medio de la incertidumbre.

## **2.1 CARACTERIZACIÓN DE LA VARIABILIDAD ESPACIAL**

Las propiedades del suelo no varían aleatoriamente en el espacio, varían gradualmente y siguen un patrón que se puede calcular utilizando estructuras de correlación espacial en donde las propiedades del suelo se tratan como variables aleatorias Elkateb (2003) citado por Uzielli (2008).

De acuerdo a Cheng et. al (2018), en general cuando se evalúa la variabilidad espacial de las propiedades del suelo, es posible identificar patrones de autocorrelación que pueden ser por un lado, isotrópicos, en donde la correlación entre dos puntos solo depende de la distancia entre dos puntos, y no de la orientación relativa entre sí (Fenton & Griffiths, 2007), y anisotrópicos, donde las distancias de autocorrelación en todas las direcciones

horizontales son de mayor magnitud y están condicionadas por la dirección en la que se presenten.

Igualmente, Cheng et. al (2018) establece que debido a los diferentes procesos deposicionales a los que se ve sometido el suelo durante su proceso de formación, la variabilidad espacial del suelo puede desencadenar seis patrones de configuración y arreglo como se indica en la Figura 1: isotrópica (a), anisotrópica transversal (b), anisotrópica rotada (c) , anisotropía general (d), anisotropía rotada general (e) y una combinación de dos patrones de anisotropías (f).

Según Uzielli et al. (2006), la variación espacial de una propiedad del suelo está más relacionada con los procesos de formación que con los procesos químicos y mecánicos. La variabilidad espacial también puede verse influenciada por factores antrópicos o las variaciones inducidas de los niveles freáticos y el agua subterránea.

Para poder investigar a fondo la variabilidad inherente del suelo como mínimo se debe seguir una secuencia que tenga en cuenta los siguientes componentes:

- Conocer e investigar las propiedades estadísticas descriptivas de los datos (media, desviación estándar, coeficientes de variación el cual hace referencia a la relación entre el tamaño de la media y la variabilidad de una muestra etc).
- Formular una estructura de correlación espacial que describa la variación del suelo punto a punto, sobre el particular, esta se puede asociar a modelos estadísticos que acoplan la temporalidad (series de análisis en el tiempo) y las funciones de autocorrelación que miden la asociación de los datos de una muestra.
- Identificar la magnitud de la continuidad espacial, más allá de la cual existe poca o ninguna correlación entre los datos del suelo.

La variabilidad de un parámetro geotécnico está asociada a tres fuentes de incertidumbre, la variabilidad inherente, incertidumbre de medición e incertidumbre en la transformación.

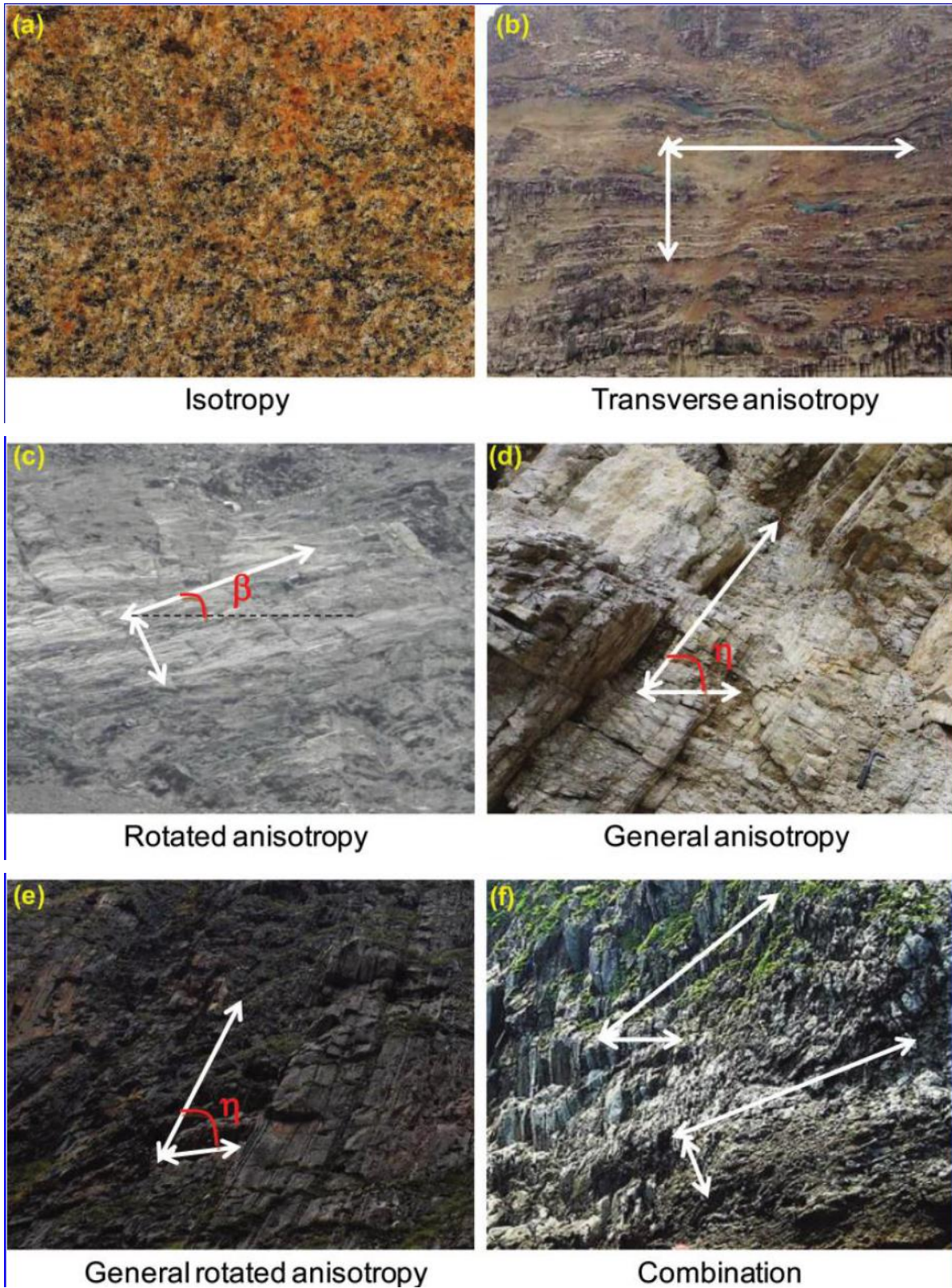
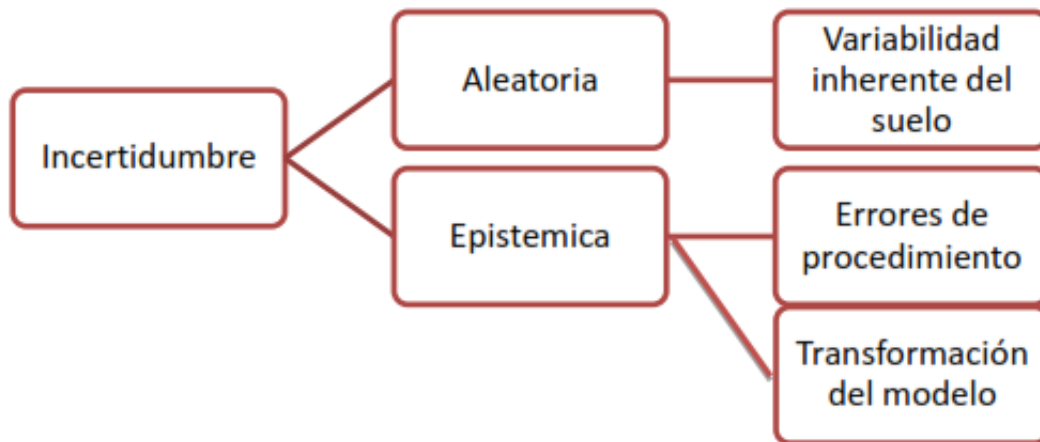


Figura 1. Diferentes estructuras de AutoCorrelación, modificado de Cheng et. al (2018)

Fuente: Modificado por autor basado en (Hong & L.M, 2013)

De acuerdo a Onyejekwe (2012), se definen dos categorías de incertidumbre en los análisis geotécnicos como se muestra en la Figura 2 , La incertidumbre aleatoria, es propia del suelo y varía en cada localización. Esta no se puede modificar o reducir con la aplicación de modelos estadísticos o con la implementación de una mayor cantidad de exploraciones para la caracterización de un determinado depósito. La incertidumbre epistémica, corresponde a los errores humanos presentados en el momento de la toma de datos, la cual se puede reducir con el pleno conocimiento por parte del personal encargado para dicha labor. Adicional a esto también se incluye la incertidumbre que se presenta con los modelos estadísticos implementados.



**Figura 2 Fuentes de incertidumbre en geotecnia.**

Fuente: Modificado por autor basado en (Onyejekwe, 2012)

Es posible modelar la variabilidad espacial de un depósito de suelo en todas las direcciones en detalle. Sin embargo, esto requerirá un número representativo de mediciones, condición que casi que imposible en la práctica Baecher, (1982) citado por (Uzuelli, Lacase, Nadim, & Phoon, 2006).

### **2.1.1 VARIABILIDAD INHERENTE**

La variabilidad inherente se atribuye principalmente a los procesos geológicos como lo son los ambientes depositación y el historial de esfuerzos entre otros, las fluctuaciones de una propiedad del suelo alrededor de la media pueden ser modelados utilizando un campo aleatorio estacionario de media cero (Murthy, 2005)



En la literatura existe una detallada lista de fluctuaciones para diferentes parámetros geotécnicos expresados en términos de coeficientes de variación para las direcciones horizontal y vertical, entre ellos se mencionan las investigaciones de Kulhawy, Birgisson, & Grigoriu (1992); Lacasse & Nadim (1996) entre otras (Uzuelli, Lacase, Nadim, & Phoon, 2006).

### **2.1.2 INCERTIDUMBRE EN LA MEDICIÓN**

La incertidumbre en la medición se describe en términos de la precisión en los equipos y a los procedimientos realizados por los operadores al momento de la ejecución de las pruebas bien sean de campo o de laboratorio.

La incertidumbre en la medición también se ve afectada con las regulaciones locales, las guías de muestreo de los fabricantes y la mala aplicación e interpretación que le pueden dar los operadores dado que en muchas ocasiones muchos de ellos no se encuentran lo suficientemente capacitados para entender la complejidad de los procedimientos o no existe un ingeniero que dirija y normalice los procedimientos.

Un tercer factor que contribuye a los errores en las mediciones lo constituye el error aleatorio en la definición de la localización de las exploraciones, esta no es asignable a los parámetros propiamente dichos y no es causada por la variabilidad inherente del suelo, (Jaksa, Brooker, & Kaggwa, 1997); (Phoon & Kulhawy, 1999).

### **2.1.3 INCERTIDUMBRE EN LA TRANSFORMACIÓN.**

Se refiere al uso de teorías o modelos de cálculo aplicados a analizar un fenómeno en específico, por ejemplo, cuando se hacen simplificaciones en los análisis de asentamientos al ignorar los efectos 3D, o cuando se hace uso inadecuado de correlaciones que no están acordes con la realidad física del problema dado que las mismas están soportadas sobre la base de datos empíricos o experimentales definidas en específico para un sitio, en comparación con modelos de cálculo más avanzados.

## 2.2 EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE

Para evaluar la incertidumbre de los parámetros es necesario combinar herramientas de análisis que tengan en cuenta el primer y segundo momento probabilístico (Phoon & Kulhawy, 1999), citados por (Murthy, 2005) Los parámetros de diseño deben ser evaluados mediante la siguiente expresión:

$$\varepsilon d = T(\varepsilon m, \varepsilon)$$

$$\varepsilon d = T(t + w + e, \varepsilon)$$

Dónde  $\varepsilon m$  es la medición de la propiedad medida obtenida bien sea de ensayos de laboratorio o de campo, y puede ser representada como una sumatoria algebraica de tendencia no estacionaria,  $t$  es la componente fluctuante estacionaria,  $w$  la incertidumbre en la medición y  $e$ , es la incertidumbre en la transformación.

De acuerdo a Phoon & Kulhawy, (1999) la anterior ecuación puede ser expresada mediante un modelo linealizado una serie de Taylor después de haber determinado los términos de orden superior para los valores medios, la media y la varianza de los parámetros estimados:

$$\varepsilon d \approx T(t, 0) + w \left. \frac{\partial T}{\partial w} \right| (t, 0) + e \left. \frac{\partial T}{\partial e} \right| (t, 0) + \varepsilon \left. \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} \right| (t, 0)$$

$$\varepsilon d \approx T(t, 0)$$

$$SD^2 \varepsilon d \approx \left( \frac{\partial T}{\partial w} \right)^2 SD^2 w + \left( \frac{\partial T}{\partial e} \right)^2 SD^2 e + \left( \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} \right)^2 SD^2 \varepsilon$$

El resultado de la varianza después de incorporar el promedio espacial viene dada por la ecuación:

$$SD^2 \varepsilon a \approx \left( \frac{\partial T}{\partial w} \right)^2 \Gamma^2(L) SD^2 w + \left( \frac{\partial T}{\partial e} \right)^2 \Gamma^2(L) SD^2 e + \left( \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} \right)^2 \Gamma^2(L) SD^2 \varepsilon$$

El tratamiento y evaluación de la variabilidad inherente del suelo adquiere gran importancia

en la caracterización de la variabilidad espacial de los suelos ya que la misma no se puede controlar pero si se pueden hacer inferencias sobre su comportamiento, mientras que para las incertidumbres en la medición y la transformación solo se pueden mitigar si se adoptan métodos y procesos más rigurosos, es decir, no dependen del proceso de formación, pero sí de quien lo ejecuta.

### **2.3 TEORÍA DE CAMPOS ALEATORIOS**

Un campo aleatorio es esencialmente un conjunto de valores que están asociados a un espacio unidimensional o multidimensional (Uzuelli, Lacase, Nadim, & Phoon, 2006).

Desde su introducción a mediados de los años 60, la modelación de la variabilidad espacial se basa en técnicas que tienen en cuenta las series de análisis en el tiempo (Jaksa, Kaggwa, & Brooker, 1999) y la teoría de campos aleatorios aplicado a los materiales en geotecnia (Vanmarcker, 1977).

Los valores en un campo aleatorio generalmente están correlacionados espacialmente, es decir, se puede esperar que los valores adyacentes no difieran tanto como los valores que se encuentran más separados (Uzielli M., 2008)

Un campo aleatorio se puede describir por su media, desviación estándar (o coeficiente de variación) y la escala de fluctuación obtenida de una función de autocorrelación. Cuando la distancia de separación entre dos puntos de una muestra excede la escala de fluctuación, se puede suponer que existe poca correlación entre las fluctuaciones en las mediciones. Aunque se ha observado una dependencia del tipo de suelo, la escala de fluctuación no es una propiedad inherente de un parámetro del suelo y cuando existe, puede estimarse utilizando una variedad de métodos como el modelo de ajuste de la función de autocorrelación (Uzuelli, Lacase, Nadim, & Phoon, 2006).

De acuerdo a Vanmarcker, (1977) citado por (Murthy, 2005) para poder entender la variación espacial punto a punto en una masa de suelo se propone la teoría de los campos aleatorios como una herramienta que permite describir estocásticamente una propiedad cualquiera que esta sea, para poder resolver el problema es necesario conocer tres

parámetros: la media , la desviación estándar ( o varianza o coeficiente de variación) y la escala de fluctuación, es decir, en este modelo lo que prima son las correlaciones entre los puntos y no la función de distribución.

La Figura 3 muestra un perfil típico de suelo que es espacialmente variable y que exhibe una componente de tendencia, una componente fluctuante y una componente caracterizada por la escala vertical de fluctuación, pequeños valores de la escala de fluctuación implican variaciones rápidas sobre la media, mientras que valores grandes sugieren que la propiedad lo hace lentamente respecto a la media (Murthy, 2005)

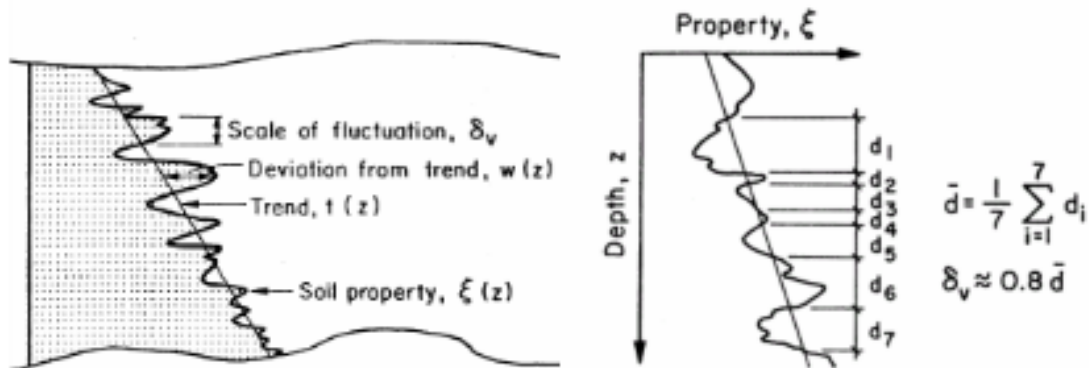


Figura 3 Representación de los componentes de la escala de fluctuación

Fuente: (Nie, Zhang, Huang, Liu, & Lacasse, 2015)

De acuerdo a Vanmarcker, (1977) citado por (Murthy, 2005), existe un procedimiento simple para evaluar la escala de fluctuación de manera aproximada , el mismo consiste en relacionar la distancia promedio entre las intersecciones o cruces de la propiedad del suelo y la media.

En general se puede afirmar que un campo aleatorio es un modelo efectivo y seguro para caracterizar las fluctuaciones espaciales de una propiedad del suelo para el cual se parte de la premisa que el valor real en cada ubicación, es la representación de una variable aleatoria (Jaksa, Kaggwa, & Brooker, 1999).

En la presente investigación se encontró que a pesar de ser un trabajo netamente espacial, es posible usar toda la teoría estadística para campos temporales, se tienen profundidades



a una razón constante y en ellas se toma una medición de la variable respuesta, como este proceso solo se mueve en una única dirección, en este caso la profundidad, es posible hacer un símil viendo a la profundidad de las mediciones como medidas de tiempo, es decir, se reemplaza el dominio haciendo que la variable de estudio sea un proceso estocástico, permitiendo entonces aplicar toda la teoría temporal a un contexto espacial, es decir, es un proceso complejo que utiliza técnicas estadísticas no convencionales en el ámbito de la geotecnia.

### **2.3.1 HOMOGENEIDAD ESTADÍSTICA O ESTACIONARIEDAD**

Validar la homogeneidad estadística de una muestra que conforman un campo aleatorio en un depósito de suelo se puede hacer en principio a simple vista, sin embargo, se debe ratificar que el conjunto de datos acepta las hipótesis de estacionariedad de pruebas paramétricas o no paramétricas como se indicará más adelante.

Otro criterio aproximado se determina verificando que el valor medio esperado y la varianza sean constantes y que la covarianza en dos ubicaciones estén en función de la distancia de separación. Los campos aleatorios que satisfacen estos argumentos se les denomina campos aleatorios con estacionariedad débil, si bien podrían ser útiles, es posible que no satisfagan las hipótesis de significancia estadística que permiten calcular funciones de autocorrelación (Murthy, 2005)

En resumen, la homogeneidad estadística es la representación del entorno físico y está condicionada por los ambientes a los que se ven sometidos los depósitos de suelo durante su formación. La caracterización inadecuada en términos de la homogeneidad estadística conlleva a un cálculo erróneo de la varianza en una muestra para un conjunto de datos. (Murthy, 2005)

### **2.3.2 PRUEBAS PARA EVALUAR LA HOMOGENEIDAD ESTADÍSTICA**

Los métodos comunes para la validación de la homogeneidad estadística se clasifican en pruebas paramétricas y pruebas no paramétricas. Las paramétricas requieren supuestos sobre la distribución de la población estudiada (Phoon et al. 2003a) citado por (Murthy, 2005). Mientras que en las pruebas no paramétricas no se hacen hipótesis sobre la

distribución de los datos. (Delicado, 2008)

Teniendo en cuenta lo anterior, prevalece un enfoque basado en pruebas no paramétricas ya que su aplicación no se ve restringida por la distribución, no obstante, cuando no se cumple con los supuestos de las no paramétricas, es posible hacer uso de las paramétricas (Uzielli M. , 2008).

### 2.3.2.1 KENDALL'S TEST

El estadístico de prueba  $\check{T}$  de Kendall es una prueba no paramétrica que se usa con frecuencia para evaluar si un conjunto de datos siguen una tendencia (Jaksa, Kaggwa, & Brooker, 1999)

El  $\check{T}$  de Kendall se basa en rangos de observaciones. El estadístico de prueba, que también es la medida de la asociación entre sus valores cercanos está dado por (Uzielli M. , 2008):

$$\tau = \frac{S}{\frac{n(n-1)}{2}}$$

Donde  $n$  es el número de parejas  $(X, Y)$ , para obtener  $S$  y en consecuencia el valor de  $\check{T}$  se debe adoptar el siguiente procedimiento:

- Primero, se deben organizar los datos  $(X_i, Y_i)$ , en una columna de acuerdo a la magnitud de  $X$ , con el  $X$  más pequeño de primero, después el segundo más pequeño y así sucesivamente, entonces se dice que los  $X$  están en orden natural.
- Segundo, comparar cada  $Y$ , uno a la vez, con cada valor de  $Y$  debajo de él, al hacer las comparaciones se dice que cada pareja de  $Y$  está en orden natural si la  $Y$  de abajo es más grande que la  $Y$  de arriba, por el contrario, si un par o valores de  $Y$  están en orden natural inverso, la  $Y$  por debajo es más pequeña que la  $Y$  por encima.
- Se dice que  $P$  es el número de pares en orden natural y  $Q$  el número de pares en orden natural inversa.
- $S$  es igual a la diferencia entre  $P$  y  $Q$

Se pueden hacer posibles comparaciones de los valores de Y de la siguiente manera:

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Si todos los pares de Y están en orden natural, se tiene que :

$$P = \frac{n(n-1)}{2}, Q = 0, S = \frac{n(n-1)}{2} - 0 = \frac{n(n-1)}{2}$$

Y por lo tanto la prueba de t de Kendall's está dada por:

$$\tau = \frac{n(n-1)/2}{n(n-1)/2} = 1$$

De otro lado, si todos los pares de Y están en orden natural inverso se tiene que:

$$P = 0, \quad Q = \frac{n(n-1)}{2}, S = 0 - \frac{n(n-1)}{2} = \frac{-n(n-1)}{2}$$

Y la prueba Kendall's está dada por:

$$\tau = \frac{-n(n-1)/2}{n(n-1)/2} = -1$$

Por lo tanto,  $\tau$  no puede ser mayor que +1 o menor que -1, y la misma se toma como una medida relativa de la extensión de la no concordancia entre los órdenes observados de la Y. La fuerza de la correlación se indica por la magnitud del absoluto valor de  $\tau$  la cual entre más cercana este a cero, indica estacionalidad de los datos (Murthy, 2005)

### 2.3.2.2 PRUEBA DICKEY - FULLER

El contraste de Dickey-Fuller es una prueba paramétrica de raíz única que detecta estadísticamente la presencia de una conducta tendencial estocástica en las series temporales de las variables mediante un contraste de hipótesis. (Rodó, 2020)

Esta prueba establece como hipótesis nula la presencia de tendencias estocásticas en las observaciones. En el caso de la hipótesis alternativa, establece no tendencia estocástica

en las observaciones. (Rodó, 2020)

En series analizadas con este método y su respectiva convergencia con la función de autocorrelación (ACF), por sus siglas en inglés, se considera que la decadencia lineal de la ACF es no estacionaria y requiere diferenciación, también es útil para calcular la evidencia de no estacionariedad en el mecanismo de generación de datos. (Cryer & Chan, 2008)

En otras palabras, el contraste de Dickey-Fuller permite saber si hay presencia significativa de tendencia en las series temporales de las variables mediante un contraste de hipótesis (Cryer & Chan, 2008)

El modelo de la prueba está dado por la ecuación:

$$Y_t = \alpha Y_{t-1} + x_t \text{ para } t = 1, 2 \dots$$

Donde  $[X_t]$  es un proceso estacionario, el proceso  $[Y_t]$  es no estacionario si el coeficiente  $\alpha = 1$ , pero es estacionario si  $|\alpha| < 1$ , ahora bien, suponiendo que  $[X_t]$  es un proceso autorregresivo AR (k), que es una representación de un proceso aleatorio, en el que la variable de interés depende de sus observaciones pasadas. (Cryer & Chan, 2008) :

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_k X_{t-k} + e_t$$

Bajo la hipótesis nula que  $\alpha = 1$ ,  $X_t = Y_t - Y_{t-1}$  dejando  $a = \alpha - 1$  Se tiene:

$$Y_t - Y_{t-1} = (\alpha - 1) \cdot Y_{t-1} + X_t$$

$$a Y_{t-1} + \phi_1 \cdot X_{t-1} + \dots + \phi_k \cdot X_{t-k} + e_t$$

$$a Y_{t-1} + \phi_1 \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + \dots + \phi_k \cdot (Y_{t-k} - Y_{t-k-1}) + e_t$$

Donde  $a = 0$  bajo la hipótesis que  $Y_t$  es diferencia no estacionaria, de otro lado si  $Y_t$  tal que  $-1 < \alpha < 1$ , puede ser verificado si  $Y_t$  aun satisface una ecuación similar a la anterior pero con coeficientes diferentes.

Teniendo en cuenta lo anterior, la hipótesis nula corresponde al caso donde el polinomio característico de la función autoregresiva tiene una raíz unitaria y la hipótesis alternativa establece que no tiene raíces unitarias. (Cryer & Chan, 2008)

Según el análisis anterior, la hipótesis nula de  $\alpha = 1$  (equivalente a  $a = 0$ ) puede probarse retrocediendo la primera diferencia de la serie temporal observada en el rezago 1 y en los últimos ( $k$ ) rezagos de la primera diferencia, luego se prueba si el coeficiente  $a = 0$ , el proceso no es estacionario pero se vuelve estacionario después de la primera diferenciación. (Cryer & Chan, 2008)

### 2.3.2.3 ENFOQUE DE BARTLETT'S Y TECNICA MODIFICADA DE BARTLETT'S

De acuerdo a Murthy (2005) esta prueba examina la igualdad de dos o múltiples varianzas de datos independientes.

El procedimiento está dado por la selección de una ventana la cual corresponde al perfil de suelo o a parte de él, el cual es segmentado en fracciones iguales con sus respectivas varianzas ( $S_1^2$  y  $S_2^2$ ), la prueba de Bartlett's se calcula para ambas de la siguiente manera (Murthy, 2005)

$$B_{stat} = \frac{2.30259(m-1)}{C} [2\text{Log}(s^2) - (\text{Log } S_1^2 + \text{Log } S_2^2) ]$$

Dónde  $m$  es el número de datos usados para evaluar ( $S_1^2$  y  $S_2^2$ ) y  $S^2$  es la varianza total, la cual está definida por:

$$S^2 = \frac{S_1^2 + S_2^2}{2}$$

Mientras la constante  $C$

$$C = 1 + \frac{1}{2(m-1)}$$

De acuerdo a Lacasse & Nadim, (1996)  $m > 10$ . En esta técnica, el perfil estadístico de Bartlett se genera moviendo una ventana de muestreo sobre el perfil del suelo en

consideración hasta verificar y complementar con la técnica modificada, y sobre la cual se valida en la gráfica que los picos sean significativos hasta encontrar que sean estadísticamente homogéneas o estacionarias (Murthy, 2005)

Como lo mencionan Phoon et al. (2003<sup>a</sup>, 2004) citado por (Murthy, 2005) una técnica complementaria del test de Bartlett, es la técnica de Bartlett modificada, la cual prueba si acepta o rechaza la hipótesis nula de estacionariedad de la varianza.

La técnica modificada utiliza perfiles de suelo correlacionados y simulados numéricamente que cubren todos los rangos posibles de funciones de autocorrelación aplicables al suelo. En este procedimiento, el estadístico de prueba para rechazar la hipótesis nula de estacionariedad se toma como el valor máximo del perfil estadístico de Bartlett, el valor crítico del estadístico de Bartlett modificado se elige con un nivel de significación del 5%, utilizando una regresión múltiple y siguiendo cinco funciones de autocorrelación diferentes, exponencial simple, doble exponencial, triangular, exponencial coseno y segundo orden de Markov (Murthy, 2005).

### **2.3.3 ELIMINACION DE TENDENCIAS**

Según Kulathilake y Umm (2003), citados (Murthy, 2005), una vez se ha identificado la homogeneidad estadística un perfil de suelo, se requiere ahora revisar y remover la existencia de tendencias después de haber evaluado las características de varianza y autocorrelación de los datos. En general todos los suelos exhiben una tendencia con la profundidad que es atribuida principalmente a la presión de confinamiento, sobrecargas, nivel de esfuerzos e historia geológica.

Generalmente se pueden hacer ajustes por el método de los mínimos cuadrados excepto en el caso de arcillas blandas con tendencias periódicas claramente visibles en su perfil estratigráfico (Phoon et al. 2003) citado por (Murthy, 2005), en estos casos se recomienda trabajar con los datos crudos o no transformados para no afectar la escala y la convergencia de los modelos.

También existen métodos como la normalización Hegazy et al. (1996), o la técnica de diferenciación Bowerman & O'Connell, (1983), citados por (Murthy, 2005) la cual puede

resultar ser más precisa pero más complejas en las series de análisis de tiempo para la transformación de datos estacionarios.

Los procedimientos para la eliminación de tendencias darán en la mayoría de los casos, resultados diferentes para la componentes fluctuante y aleatoria y diferentes formas de la función de autocorrelación (Murthy, 2005)

De acuerdo a Beacher (1987), citado por (Murthy, 2005) , la selección de una función de tendencia en particular, es una decisión sobre cuánto de la variabilidad espacial se trata como una función determinística en el espacio (es decir, tendencia) y cuánto se trata como procesos aleatorios.

También hay autores que resaltan que:

Si una tendencia es evidente, se debe decidir si se elimina o no antes de los análisis estadísticos para un conjunto de datos sin procesar. Una tendencia que no tiene una base física o geológica o que no es predecible no debe eliminarse antes del análisis estadístico, ya que es parte de la incertidumbre que debe caracterizarse Fenton (1999b) citado por (Murthy, 2005). De igual forma, Phoon et. al. (2004) señaló que la eliminación de tendencias es un problema complejo, y actualmente no hay una solución completamente satisfactoria para ello. La tendencia identificada en los datos se elimina empleando cualquiera de los siguientes tres métodos de tendencia ampliamente utilizados (Murthy, 2005)

### **2.3.3.1 Técnica de Diferenciación**

Es un método en el que un conjunto de datos no estacionario se hace estacionario mediante el uso de técnicas de diferenciación de primer, segundo o mayor orden. Bowerman y O'Connell (1983) citados por (Murthy, 2005), sugieren usar este método en series temporales, para validar la eficacia del método se debe verificar si la función de autocorrelación de la muestra para datos experimentales decae con rapidez y en forma exponencial en los primeros rezagos, solo si esto ocurre se puede considerar que el conjunto de datos es estacionario. Por el contrario, si la función de autocorrelación decae

lentamente y en forma lineal, los datos son no estacionarios y se transforman tomando la primera o segunda diferencia del conjunto de datos. Sin embargo, el término "rápido" es subjetivo y en él interviene el juicio del investigador.

Si no existen variaciones estacionales en los datos, rara vez se necesita más de una primera, o segunda diferencia para transformar los datos no estacionarios en datos estacionarios (Jaksa, Kaggwa, & Brooker, 1999).

La primera diferencia del proceso  $Z_t$  es un nuevo proceso  $w_t$ , obtenido mediante:

$$w_t = Z_t - Z_{t-1}$$

### **2.3.3.2 Técnica de Descomposición**

En este método, los datos se dividen en un campo aleatorio estacionario con tendencia no estacionaria, para realizar dicho procedimiento se utilizan los resultados estimados con la prueba no paramétrica o paramétrica, posteriormente se selecciona una tendencia lineal y se elimina de los datos originales. Los datos de tendencia lineal se prueban para la estacionariedad débil. Si los residuos de la tendencia lineal no satisfacen la hipótesis de estacionariedad, el procedimiento anterior se repite eligiendo un polinomio de orden superior hasta que se cumpla la hipótesis. Sin embargo, se sugiere no usar más de una tendencia cuadrática (Jaksa, Kaggwa, & Brooker, 1999).

## **2.4 FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN**

La función de autocorrelación (ACF) ha sido la herramienta más utilizada para determinar la caracterización de la variabilidad espacial de los parámetros geotécnicos, y en la mayoría de los casos se usó para datos a intervalos cercanos, regulares y fijos, utilizando principalmente los obtenidos con CPTu (Onyejekwe, 2012).

Por su parte Murthy (2005), indica que el cálculo de funciones de autocorrelación puede tener diferentes enfoques e intereses, pueden depender entre otras el grado de sesgo, la variabilidad del muestreo y la facilidad de uso y aplicación entre otros. Los métodos más comunes para su caracterización consisten en el método de los momentos, el método del



enfoque de Bartlett, el método basado en el principio de máxima verosimilitud, la geoestadística, etc. Sin embargo, el método de momentos es el más común para estimar la función de correlación de la muestra de las propiedades del suelo.

#### 2.4.1 MÉTODO DE LOS MOMENTOS

Una forma clásica de describir funciones aleatorias a través de la función de autocorrelación es el coeficiente de autocorrelación  $\rho(\Delta z)$  el cual establece la relación de los valores de una función aleatoria en la separación al rezago ( $k$ ). La correlación espacial de una propiedad del suelo puede modelarse como la suma de una componente de tendencia y un término residual (Vanmarcke 1977a) citado por (Murthy, 2005)

$$x = z + e$$

Donde  $x$  es la medida en una ubicación dada,  $z$  es el componente de tendencia y  $e$  es el residual (desviación sobre la tendencia). Los residuos de la tendencia tienden a exhibir correlación espacial. El grado de correlación espacial entre los residuos puede expresarse a través de una función de autocovarianza. (Murthy, 2005)

$$c(k) = E[P(z_i) - t(z_i)][P(z_j) - t(z_j)]$$

Dónde  $(k)$  es el vector de separación de la distancia  $i-j$ ,  $(E)$  es la esperanza,  $P(z_i)$  es el dato en la posición  $i$ ,  $(z_i)$  es el valor de la tendencia en la posición  $(i)$ . La forma normalizada de la función de autocovarianza está dada por la función de autocorrelación.

$$\rho(k) = \frac{c(k)}{c(0)}$$

Dónde  $c(0)$ , es la función de autocovarianza a una distancia de separación cero, que no es más que los datos de la varianza.

De acuerdo a (Jaksa, Kaggwa, & Brooker, 1999), no es posible evaluar  $(ck)$  ni  $(\rho k)$  con certeza, y solamente se pueden estimar para muestras obtenidas de una población significativa. Como resultado de lo anterior se evalúa la autocovarianza de la muestra en el rezago  $k$ ,  $(ck)$ , y la autocorrelación de la muestra en el rezago  $k$ ,  $(rk)$ . La función de

autocorrelación (ACF) es la gráfica de  $(rk)$ , para los  $k = 0, 1, 2, \dots, n$  rezagos, donde "n" es el número máximo de rezagos permitidos. En general, "n" se toma como un cuarto del número total de puntos de datos en el análisis de series temporales (Box & Jenkins 1970; Lumb 1975a) citados por (Murthy, 2005), más allá de este número de rezagos, los resultados no son representativos.

La función de autocorrelación en el rezago  $k$  se evalúa con la siguiente expresión:

$$rk = \frac{\frac{1}{(N-k-1)} \sum_{i=1}^{N-k} (Xi - \bar{X})(Xi+k - \bar{X})}{\frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N (Xi - \bar{X})^2}$$

Si no hay errores de medición o ruido en la función,  $r$  se vuelve igual a 1 a una distancia de cero rezagos (Murthy, 2005). Las funciones de autocorrelación se evalúan para datos estadísticamente homogéneos. Las características de autocorrelación para cualquiera sea la propiedad investigada del suelo, pueden analizarse con la distancia de autocorrelación o la escala de fluctuación, que es, teóricamente, igual al área bajo la función de correlación. La escala de fluctuación (o radio de correlación) para un campo aleatorio unidimensional se define por la ecuación (Murthy, 2005)

$$\delta = \int_0^{\infty} \rho(\tau) d\tau$$

En resumen, la escala de fluctuación  $\delta$  se define como el radio de una función de correlación equivalente  $\rho(\tau) = 1$  para  $\tau \leq \delta$  y  $= 0$  para  $\tau > \delta$ , siendo  $\tau$  el rezago euclidiano (JCSS 2000) citado por (Murthy, 2005). La distancia de autocorrelación (o escala de fluctuación) se evalúa a partir de la función de autocorrelación (ACF) utilizando un método de ajuste de la (ACF) y para los límites de Bartlett (Onyejekwe, 2012).

#### 2.4.2 AJUSTE DE LA FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN

De acuerdo a (Onyejekwe, 2012), la escala de fluctuación ( $\delta$ ) se determina a partir de la distancia de autocorrelación medida en la intersección entre el límite de Bartlett con la ACF. Luego, ( $\delta$ ) se estima de acuerdo con el modelo que más se ajusta de la Tabla 1 (Jaksa,

Kaggwa, & Brooker, 1999)

En la literatura se han utilizado varios modelos (Tang, 1984; DeGroot y Baecher, 1993; Lacasse y Nadim, 1996; Rackwitz, 2000; Phoon et al., 2003; Uzielli et al., 2005) citados por (Onyejekwe, 2012). Algunos incluyen el modelo simple exponencial, doble exponencial, Markov de segundo orden, triangular.

La Tabla 1 muestra la distancia de autocorrelación y la escala de fluctuación correspondiente para las funciones teóricas de autocorrelación (Murthy, 2005).

Una escala de fluctuación ( $\delta$ ) pequeña, traduce fluctuaciones rápidas sobre la media con una posible reducción en la varianza sobre cualquier plano de falla. Por el contrario, una escala de fluctuación ( $\delta$ ) grande significa variaciones mucho más largas sobre la media y una posible reducción menor en la varianza sobre un plano de falla (Mostyn y Soo 1992) citados por (Murthy, 2005)

**Tabla 1** Funciones de autocorrelación teóricas utilizadas para determinar la distancia de autocorrelación y la escala de fluctuación  $\delta$ .

Model No.	Theoretical autocorrelation function	Autocorrelation function	Auto-correlation distance, $\rho$	Scale of fluctuation, $\delta$
1	Triangular	$\rho_{\Delta z} = \begin{cases} 1 - \frac{ \Delta z }{a} & \text{for }  \Delta z  \leq a \\ 0 & \text{for }  \Delta z  \geq a \end{cases}$	a	a
2	Single exponential	$\rho_{\Delta z} = \exp(- \Delta z /b)$	b	2b
3	Double exponential	$\rho_{\Delta z} = \exp(-( \Delta z /c)^2)$	c	$\sqrt{\pi} c$
4	Second-order Markov	$\rho_{\Delta z} = \exp(- \Delta z /d) \left(1 + \frac{ \Delta z }{d}\right)$	d	4d
5	Cosine exponential	$\rho_{\Delta z} = \exp(- \Delta z /e) \cos\left(\frac{\Delta z}{e}\right)$	e	e

Fuente: (Jaksa, Kaggwa, & Brooker, 1999)

Si bien en la presente investigación se utilizaron los métodos descritos y sugeridos por la mayoría de los autores consultados, existen metodologías particulares que pueden aplicar otras técnicas en cuanto a la interpretación y uso de la AFC, como en otras investigaciones, como la adelantada por (Avella Cubides, 2019), el cual estima AFC a diferentes intervalos

para calcular y comparar probabilidades de fallas en taludes por métodos probabilísticos y determinísticos.

#### **2.4.2.1 Límites de Bartlett**

En el análisis de series de tiempo, la técnica más utilizada para determinar la distancia de correlación se conoce como el límite de Bartlett ( $L_b$ ), y corresponde a dos errores estándar de las estimaciones (Onyejekwe, 2012), es decir, la distancia de rezago a la que los límites positivos de Bartlett superpuestos en el gráfico de la función de autocorrelación (ACF) cruzan la función (Jaksa, Kaggwa, & Brooker, 1999).

$$L_b = \frac{1.96}{\sqrt{N}}$$

Dónde  $N$  es el número total de datos analizados del tramo analizado.

La escala de fluctuación de algún parámetro geotécnico varía de un sitio a otro y según el tipo de suelo, Jaksa et al. (2004) indica que se han observado escalas de fluctuación más pequeñas en las arenas que en las arcillas, Fenton y Vanmarcke (1998) argumentan que la escala de fluctuación depende en gran medida de los procesos geológicos como el transporte de los materiales, los ambientes de depositación y procesos de meteorización. No obstante, DeGroot y Baecher (1993) observaron que la escala de fluctuación también es función del intervalo de muestreo en la propiedad medida in situ, citado de (Murthy, 2005)

## **2.5 BASE TEÓRICA PARA ANÁLISIS PARA LOS DATOS DE LABORATORIO**

Para verificar y observar el comportamiento estadístico de los resultados de laboratorio del estudio de (Sarmiento Teran & León Arias, 2016), así como los ejecutados para la presente investigación, se define la base teórica para este tipo de datos. A diferencia de los primeros, en dónde se evalúa la correlación mediante series de análisis en el tiempo y estructuras de correlación espacial, en estos se verifican el tipo de ajuste y las características descriptivas e inferenciales, para ello se recurre a las definiciones dadas por la estadística tradicional.

## **2.5.1 ENSAYOS DE LABORATORIO**

Las principales variables de interés del presente estudio, corresponden a: los límites de Atterberg , contenido de humedad y peso unitario. Todas ellas contribuyen en las características del comportamiento del suelo, las demás no fueron tenidas en cuenta dado que el número de datos resulta insuficientes para su tratamiento estadístico.

### **2.5.1.1 CONTENIDO DE HUMEDAD**

Corresponde a una de las relaciones gravimétricas referente al peso, siendo la razón entre el peso del agua y el peso de los sólidos para un volumen dado del suelo, expresado en porcentaje. Se usó la norma I.N.V.E-122-13 (INVIAS, 2013a). En dicha norma se especifica que la muestra de suelo húmedo se seca al horno a una temperatura de  $110\pm 5$  °C hasta masa constante, su cálculo es la relación entre la masa húmeda y la masa seca.

### **2.5.1.2 LIMITES DE ATTERBERG**

Se refiere a la consistencia de los suelos finos de acuerdo a el contenido de humedad. Así, cuando se presenta un bajo contenido de humedad el suelo tiende a comportarse como un sólido frágil, por el contrario, al presentar un contenido de humedad alto se comporta como un fluido. Por tanto, el suelo puede comportarse sólido, semi-sólido, plástico y líquido.

Se usaron las normas:

I.N.V.E-125-13, Determinación del límite líquido de los suelos (INVIAS, 2013b)

I.N.V.E-126-13, Límite plástico e índice de plasticidad de los suelos (INVIAS, 2013c)

I.N.V.E-127-13, Determinación de los factores de contracción de los suelos (INVIAS, 2013)

### **2.5.1.3 PESO UNITARIO**

Corresponde a una de las relaciones gravimétricas referente al peso, siendo la razón entre el peso del suelo por volumen unitario. Se determina por la gravedad específica de la fase sólida y líquida que represente en estructura del suelo, expresado en unidades de Fuerza / volumen.

## 2.5.2 ANÁLISIS DESCRIPTIVOS

Cualquiera que sea la investigación que se adelante en geotecnia, debe basarse en muestras de datos que tienen un tamaño y calidad limitados, se dice que una muestra estadística es una aproximación idealizada de los parámetros de una población, es decir, nunca serán representativos y pueden presentar sesgo (Uzuelli, Lacase, Nadim, & Phoon, 2006).

El termino muestra estadística se refiere a cualquier función matemática de datos de una muestra. Para los propósitos ingenieriles, las muestras estadísticas más fáciles de comprender son las funciones de distribución de frecuencias. Un infinito número de muestras estadísticas deben ser calculadas de cualquier grupo de datos dados, para los propósitos inferenciales es suficiente calcular los primeros momentos (Uzielli M. , 2008).

Dentro de los parámetros estadísticos más conocidos y que son evaluados en la presente investigación para los datos de laboratorio son:

### 2.5.2.1 Valor Medio

Hace parte de las medidas de tendencia central y trata de establecer un valor que pueda considerarse el centro de los datos

Sea un conjunto de datos de una variable cuantitativa  $x_1 \dots x_n$ , la media de los datos está dada por :

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$$

### 2.5.2.2 Valor Esperado

El valor esperado, es un promedio aritmético ponderado de los posibles valores de  $x_i$ , de la variable aleatoria  $X$ , cuya PDF, sea  $f_x(x)$ . el factor de ponderación es la probabilidad de

ocurrencia para cada  $x_i$ , su expresión está por (Suarez Pinilla, 2017)

$$E(x) = \mu_x = \int_{-\alpha}^{+\alpha} x f(x) dx$$

### 2.5.2.3 Mediana

Sea un conjunto de datos de una variable cuantitativa,  $x_1, \dots, x_n$  se ordenan las muestras de mayor a menor tal que  $x(1), \dots, x(n)$ .

La mediana es el valor de la variable que deja el mismo número de datos antes y después de él, una vez estos son ordenados.

El valor de la mediana dependerá si el número de datos es par o impar:

Si  $n$  es impar, la mediana será el valor que ocupa la posición  $\frac{n+1}{2}$ , es decir

$$Mc = x\left(\frac{n+1}{2}\right)$$

Si  $n$  es par, la mediana es la media aritmética de las dos observaciones centrales

$$Mc = \frac{x\left(\frac{n}{2}\right) + x\left(\frac{n+1}{2}\right)}{2}$$

### 2.5.2.4 Varianza

Es una medida de dispersión de los valores que toma  $X_i$  alrededor de su valor esperado (E).

$$Var(x) = \sigma^2_x = \int_{-\alpha}^{+\alpha} (x - \mu_x)^2 f(x) dx$$

### 2.5.2.5 Desviación Estándar

Si se considera que la totalidad del área es una unidad, la raíz cuadrada positiva de la varianza es equivalente al radio de giro del área geométrica de la PDF, en otras palabras, este parámetro se denomina desviación estándar (Suarez Pinilla, 2017).

$$\sigma x = \sqrt{\text{var } x}$$

La desviación estándar para a una muestra de datos no agrupados con una media muestral, está dada por:

$$s^2 = \frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

La desviación estándar muestral está dada por:

$$s = \sqrt{s^2}$$

### 2.5.2.6 Coeficiente de Variación

Para “determinar un grado relativo de dispersión de una variable aleatoria, únicamente a partir de su desviación estándar, puede no ser tan prudente. Por tal razón, conviene normalizar este parámetro dividiéndolo entre su respectivo promedio. Se tiene entonces un término adimensional que incluso permitiría comparar dos poblaciones de diferente naturaleza. A dicha razón se le conoce como el coeficiente de variación” (Suarez Pinilla, 2017).

$$COV = \frac{\sigma x}{\mu x}$$

### 2.5.3 DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD TÍPICAS EN GEOTECNIA

Las distribuciones de probabilidad, la esperanza y los momentos son los descriptores estadísticos de una variable aleatoria. Estos descriptores soportan la elección para estimar una función de densidad de probabilidad para un conjunto de datos como los de laboratorio. Hay una gran cantidad de tipos de distribuciones, sin embargo, por las características de los datos y los resultados las más usuales y recurrentes en geotecnia son la normal, lognormal, uniforme entre otras (Uzielli M. , 2008).

El proceso de selección y ajuste de la distribución de probabilidad se basa en diferentes enfoques y técnicas, la más común es la inspección de histogramas de frecuencias.



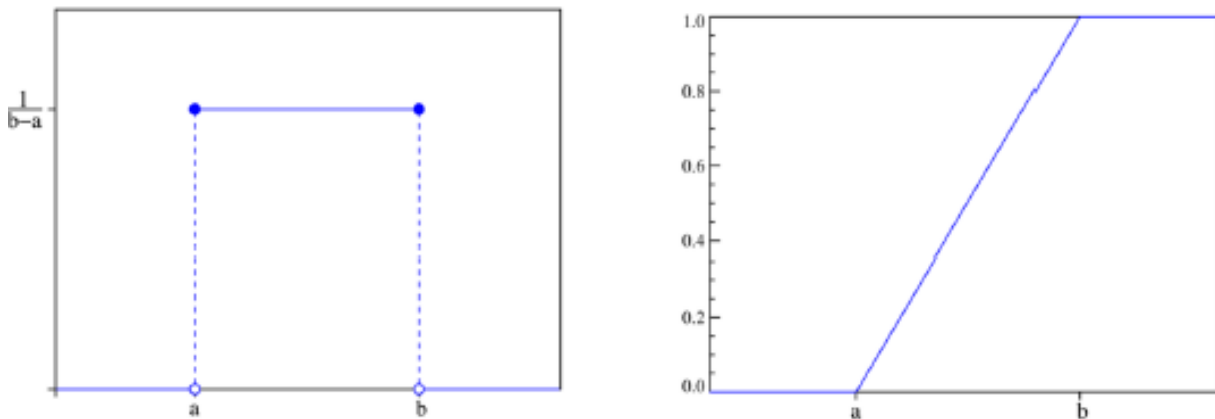
Los resultados de las pruebas de laboratorio indican que la mayoría de los suelos pueden considerarse variables aleatorias que tienen una distribución normal o logarítmica normal (Lumb, 1966; Tan et al., 1993; Christian y Baecher, 2003; Elkateb et al., 2003a) citados por (Onyejekwe, 2012). Otros investigadores han utilizado otras distribuciones como la distribución beta (Ejezie y Harrop-Williams, 1984) citados por (Onyejekwe, 2012).

### 2.5.3.1 Distribución Uniforme o Rectangular

La distribución uniforme es la más simple de todas las distribuciones continuas, ya que su función de densidad es constante para el rango especificado. La función densidad de probabilidad viene definida por:

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad a \leq x \leq b$$

$$f(x) = 0 \quad x < a \text{ o } x > b$$



**Figura 4 Distribución Uniforme.**

Fuente: adaptado de (Uzuelli, Lacase, Nadim, & Phoon, 2006)

La distribución uniforme es adecuada para representar variables aleatorias que tienen un límite superior e inferior conocidos y que los valores que puedan adoptar entre estos límites son equiprobables, es decir, no se sabe nada más de la variable a parte del valor máximo y el valor mínimo. No se efectúan ninguna hipótesis en lo que respecta a un valor de probabilidad preferencial de la variable. (Uzuelli, Lacase, Nadim, & Phoon, 2006)

La esperanza (valor medio) y la varianza vienen dados por:

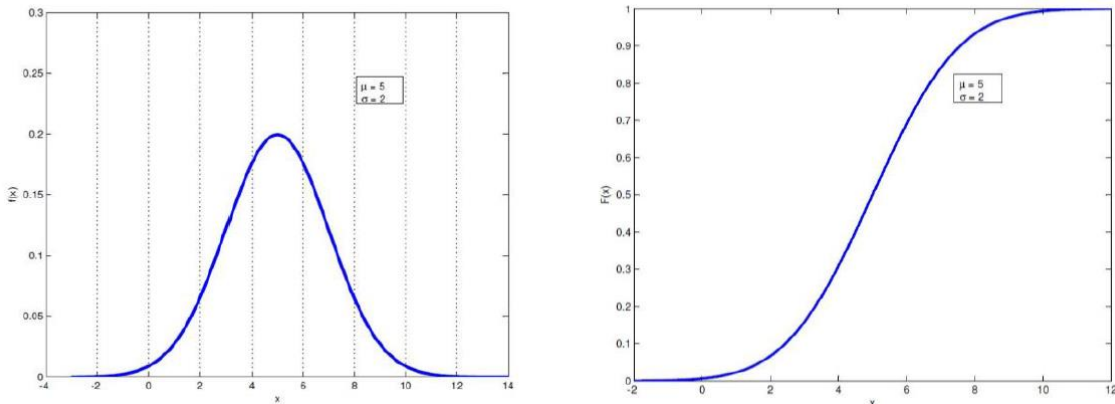
$$E(X) = \frac{a + b}{2}$$
$$Var(X) = \frac{(b - a)^2}{12}$$

### 2.5.3.2 Distribución Normal

La distribución normal es la distribución que tiene mayor uso hoy en día debido a que la suma de variables aleatorias, tomadas de una distribución común (cualquiera que ésta sea), tienden a seguir un patrón como una distribución normal (teorema del límite central). Muchos fenómenos naturales tipo “aditivos”, o fenómenos que implican muchos factores acumulativos, tienden a tener una distribución normal (modelos de sumas) por ejemplo (Fenton y Griffiths, 2008) citado por (Uzuelli, Lacase, Nadim, & Phoon, 2006).

La función de densidad de probabilidad y la función de distribución vienen dadas por

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$
$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] dx$$



**Figura 5 Distribución normal.**

Fuente: Adaptado de (Uzuelli, Lacase, Nadim, & Phoon, 2006)

La esperanza y la varianza se estiman habitualmente a partir de los datos disponibles mediante las expresiones:

$$E(x) = \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$
$$Var(x) = \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

La función densidad viene definida por dos parámetros que caracterizan la distribución normal:  $X \sim N(\mu, \sigma)$ , siendo  $\mu$  la media y  $\sigma$  la desviación.

Los valores pertenecientes a una distribución normal se distribuyen de la siguiente forma:

- El intervalo  $\{\mu \pm \sigma\}$  existe un 68.3% de probabilidad de encontrar los valores pertenecientes a una distribución normal  $N(\mu, \sigma)$
- El intervalo  $\{\mu \pm 2\sigma\}$  existe un 95.4% de probabilidad.
- El intervalo  $\{\mu \pm 3\sigma\}$  existe un 99.7% de probabilidad.

Algunas propiedades de la distribución normal son:

- la distribución es simétrica respecto a la media, lo que implica que la media es también la mediana.
- la moda (punto máximo) de la distribución se produce en  $x = \mu$
- los puntos de inflexión de la PDF se dan en  $x = \mu \pm \sigma$

### 2.5.3.3 Distribución Lognormal

La distribución normal tiene su origen en la suma de muchos efectos pequeños, mientras que la distribución lognormal proviene el resultado de procesos multiplicadores.

La distribución normal tiene la desventaja de admitir valores negativos, así cuando se caracteriza, por ejemplo, una propiedad del suelo mediante una distribución normal existe una probabilidad no nula de obtener valores negativos. Una manera sencilla de eliminar estos problemas es ajustar una distribución como la lognormal, ya que permite eliminar automáticamente la posibilidad de tomar valores negativos. No obstante, la distribución

normal se usa con frecuencia para representar propiedades del suelo y variables que no pueden tomar físicamente valores negativos (Uzuelli, Lacase, Nadim, & Phoon, 2006).

Una variable aleatoria  $X$  tiene distribución lognormal si  $\ln(X)$  tiene distribución normal, la función de densidad de probabilidad, viene definida por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \ln x * \sqrt{2} * \pi} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \mu \ln x}{\sigma \ln x}\right)^2\right]$$

$$0 \leq x < \infty$$

Los dos parámetros de la distribución son la media y la varianza de la variable normal subyacente,  $\ln(X)$ . Dichos parámetros se pueden calcular a partir de la media ( $\mu_x$ ) y la desviación típica  $\sigma_x$  muestrales.

$$\mu_{\ln x} = E(\ln x) = \ln \mu_x - \frac{1}{2} \sigma^2 \ln x$$

$$\sigma_{\ln x}^2 = Var(\ln X) = \ln\left[1 + \left(\frac{\sigma_x}{\mu_x}\right)^2\right] = \ln[1 + COV(X)^2]$$

Para calcular la probabilidad de un suceso a partir de la distribución log normal, el procedimiento es el mismo que para la normal, pero la variable estándar toma la siguiente forma:

$$Z = \frac{\ln(X) - \mu_{\ln x}}{\sigma_{\ln x}}$$

$$P[a < X \leq b] = \Phi\left(\frac{\ln b - \mu \ln X}{\sigma \ln X}\right) - \Phi\left(\frac{\ln a - \mu \ln X}{\sigma \ln X}\right)$$

Por lo tanto, las probabilidades para la variable lognormal se pueden calcular a partir de la variable estándar normal  $\phi(z)$ .

Algunas características y expresiones de interés se indican a continuación:

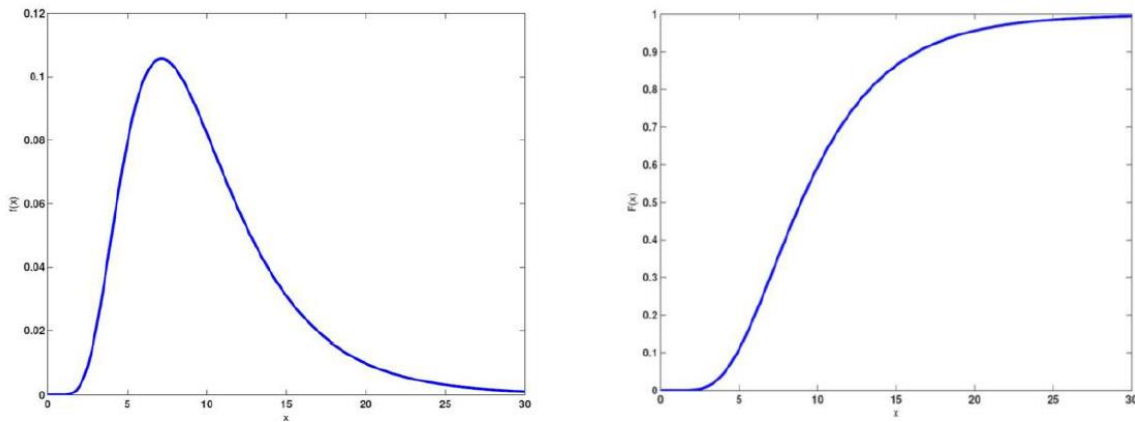
$$Media = \mu_x = E(X) = \exp\left(\mu_{\ln x} + \frac{1}{2} \sigma^2 \ln x\right)$$

$$Varianza = \sigma_x^2 = Var(x) = \mu_x^2 * (\exp(\sigma_{\ln x}^2) - 1)$$

$$Moda = \exp(\mu_{\ln x} - \sigma_{\ln x}^2)$$

$$Mediana = \exp(\mu_{\ln x})$$

Se debe notar que la moda < mediana < media, por lo tanto, la distribución lognormal tiene asimetría positiva:



**Figura 6 Distribución Lognormal.**

**Fuente:** adaptado de (Uzuelli, Lacase, Nadim, & Phoon, 2006)

Aplicando el teorema del límite central si llega a la propiedad multiplicativa que permite obtener probabilidades una distribución  $x$  que se genere como producto /cociente de otras distribuciones (Fenton y Griffiths, 2008) citados por (Uzuelli, Lacase, Nadim, & Phoon, 2006).

### 3 OBTENCIÓN DE DATOS

Los datos de estudio e información de entrada fueron obtenidos principalmente de 3 fuentes de información, en primer lugar se acude a la campaña de exploración definida por (Sarmiento Teran & León Arias, 2016), en la tesis denominada “*Caracterización geomecánica estática y dinámica a partir de exploración directa, y ensayos de laboratorio en el sitio de experimentación geotécnica en la Escuela Colombiana de Ingeniería*”. La información tomada se basa en ensayos tipo piezocono, de la cual se extraen los resultados de los ensayos de laboratorio y la resultados de la resistencia al corte no drenado (Cu).

A su vez, para la presente investigación se formuló la ejecución de ensayos tipo cono holandés para los efectos de caracterización y validación de datos de resistencia al corte no drenado, también, se verificó el ensayo CPTu elaborado para los estudios de suelos del edificio de posgrados de la Escuela Colombiana de Ingeniería.

Se realizó un compilado de toda la información, se verificó la calidad de la misma, a al final se seleccionaron los más confiables y representativos para los análisis de variabilidad espacial.

Adicional a lo anterior se consultó y analizó la información del Sistema de Información para la Gestión del Riesgo y Cambio Climático, SIRE por sus siglas y del Servicio Geológico Colombiano para la caracterización de los materiales como fuente primaria para correlacionar los resultados conforme a lo indicado en los objetivos establecidos para el proyecto.

### **3.1 CAMPO DE EXPLORACIÓN**

Para la investigación propuesta en el presente documento, se tiene como zona de estudio el predio ubicado en la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, localizada en la zona norte de la ciudad de Bogotá, como se presenta en la Figura 7 en la AK.45 No.205-59 (Autopista Norte).



**Figura 7 Localización general del campo de exploración ECI**

Fuente: adaptado de sire.gov.co

Se presenta la geolocalización de la información analizada para cada una de las fuentes tenidas en cuenta. En primer lugar, se muestran las de la tesis de Sarmiento y León (2016), de la cual se tomaron y revisaron datos de ensayos de laboratorio y sondeos indicados en la Tabla 2 Sondeos tomados como referencia para análisis Sarmiento y León:

**Tabla 2 Sondeos tomados como referencia para análisis Sarmiento y León (2016)**

Sondeo	Norte	Este	Latitud	Longitud	Profundidad (m)
CPTUu 20.66	1020614,62	1003713,18	4°46'57.43"	74°2'38.53"	20,66
CPTUu 42.50	1020611,55	1003682,98	4°46'57.33"	74° 2'39.51"	42,50
CPTUu 30.92	1020755,31	100364,912	4°47'02.01"	74° 2'40.81"	30,92

Fuente: Adaptado de Sarmiento y León (2016)

Los ensayos de laboratorio ejecutados y soportados para las muestras extraídas de los sondeos mecánicos de la campaña de Sarmiento y León son los presentados en la Tabla

3 complementada con el sondeo realizado durante el desarrollo de la presente investigación en la Tabla 4.

De la campaña formulada por los autores de la presente investigación se tiene la siguiente descripción de ensayos ejecutados, como se presenta en la Tabla 5.

Del estudio del edificio de Postgrados para la Escuela Colombiana de ingeniería -ECI.- se tomaron los resultados de resistencia al corte no drenado del ensayo tipo CPTu para las caracterizaciones de variabilidad espacial.

**Tabla 3 Ensayos de Laboratorio tomados como referencia para análisis Sarmiento y León (2016)**

ENSAYO	NORMA	NUMERO DE ENSAYOS
Humedad Natural	INV 112-13	30
Límite Líquido	INV 115-13	28
Límite Plástico	INV 126-13	28
Pasa Tamiz 200	NTC 78-95	14
Peso unitario	ISRM-07	23
Compresión Inconfinada	INV 152-13	19
Triaxiales UU	INV 153-13	6
Triaxial CU	INV 153-13	2

Fuente: Adaptado de Sarmiento y León (2016)

**Tabla 4 Ensayos de campo tipo cono holandés**

Sondeo	Norte	Este	Latitud	Longitud	Profundidad (m)
Cono Holandés	1020607,6	1003712,2	4°46'56.01"	74°2'38.12"	10

Fuente: elaboración propia

**Tabla 5 Ensayos de Laboratorio ejecutados investigación autores**

ENSAYO	NORMA	NUMERO DE ENSAYOS
Humedad Natural	INV 112-13	8
Límite Líquido	INV 115-13	8
Límite Plástico	INV 126-13	8
Pasa Tamiz 200	NTC 78-95	8
Compresión Inconfinada	INV 152-13	1
Consolidación	INV 154-13	1

Fuente: Elaboración propia



**Tabla 6 Piezoconos evaluados edificio Postgrados**

Sondeo	Norte	Este	Latitud	Longitud	Profundidad (m)
CPTuS2	1020614,62	1003713,18	4°46'57.43"	74°2'38.53"	22
CPTuS4	1020611,55	1003682,98	4°46'57.33"	74° 2'39.51"	26

Fuente: Elaboración propia.



**Figura 8 Localización información analizada**

Fuente: adaptado de sire.gov.co

En general los sondeos mecánicos y conos fueron ejecutados en una zona entre el lago de la ECI y la zona de parqueaderos, los suelos en este lugar están conformados en los primeros metros por rellenos antrópicos y limos de alta plasticidad, yaciendo se encuentra a plenitud el depósito lacustre hasta finalizar los sondeos , según (Ruiz Campo, 2006) en este sector el depósito cuenta con 150 m de espesor hasta alcanzar la rocas de la formación Sabana.

Una segunda fuente de información, y como complemento de la primera se ejecutó basado en la campaña desarrollada por los autores de la presente investigación y contempló la ejecución de sondeos de campo tipo cono holandés y sondeos mecánicos con extracción de muestras inalteradas.

### 3.2 CONTEXTO GEOLÓGICO DEL CAMPO DE EXPLORACIÓN

En los análisis de variabilidad espacial y cálculos de las distancias de correlación y escalas de fluctuación, un factor importante lo constituye los ambientes de formación de los depósitos. Como es bien conocido, la variabilidad inherente está condicionada muchas veces por la geología, medio ambiente, efectos antrópicos entre otros.

De acuerdo a las caracterizaciones del Servicio Geológico, la zona se encuentra sobre la Formación Sabana (Qta), constituida por Depositos Fluvio - Lacustres (lacustrinos) que afloran en toda la zona plana y hace parte de la sabana de Bogotá. Llamada también Formación Sabana por Hubach (1957) citado por (Julivert, 1961), dicha formación corresponde a depósitos originados por los ríos Bogotá, Tunjuelo, Juan Amarillo y Fucha, sus geoformas son planas a ligeramente onduladas, muy poco disectadas. Está constituido por sedimentos finos y en los dos metros superiores son suelos constituidos por cenizas volcánicas; en general son arcillolitas grises con locales intercalaciones de arenas finas y niveles delgados de gravas y turbas. (Arenas & Torres, 2005). Esta unidad constituye el relleno más importante de la Sabana de Bogotá, siendo su origen de tipo lacustre.

Por otro lado, la microzonificación sísmica de Bogotá, indica que el depósito objeto de estudio se encuentra localizado en una zona geotécnica tipo Lacustre A, como se indica en la Figura 9. Ésta corresponde a un suelo blando con una geología de terraza alta lacustre y geomorfológicamente se desarrolla sobre una planicie. Su composición principal corresponde a arcillas limosas muy blandas en donde el comportamiento geotécnico que predomina es de baja a media resistencia, se estima que el depósito en este sector puede estar entre los 100 m y los 200 m. (Murthy, 2005)

Otra definición establecida por Amórtegui (2003) citada por (Ruiz Campo, 2006), indica que la cuenca lacustre de la sábana se dio el final del plioceno e inicio del pleistoceno, sobre esta cuenca se sedimentaron arenas finas con intercalaciones arcillosas, y el calentamiento produjo deshielos y generó flujos de lodos que cubrieron la cuenca con arcillas, arena y material volcánico.

Se establece que estos materiales se depositaron, en ambiente aluvial, también algunos deslizamientos pudieron cerrar el cauce de salida y se produjo un embalse donde se depositaron arcillas en un ambiente lacustre, y que debido a las fluctuaciones del nivel del embalse se permitió la formación de turberas en las áreas emergidas. (Ruiz Campo, 2006)



**Figura 9 Caracterización zonas geotécnicas**

Fuente: adaptado de sire.gov.co

Según Amórtegui 2003 citado por (Ruiz Campo, 2006) , se concluye un evento orogénico fracturó y basculó la secuencia sedimentaria que llenaba la Cuenca de la Sabana , además generó la Falla de Los Lagartos y emergieron los cerros de Tabio y Suba, por el tipo de sedimentos arenosos de la zona, se presume que las corrientes de agua llevaron gran cantidad de materiales conformando cauces trenzados que fueron llenando la Cuenca.

Al disminuir la velocidad del levantamiento de la cordillera, porque hubo un período de relativa estabilidad que permitió la formación de pantanos en algunos sectores mientras que en otros continúa la depositación de las arenas. (Ruiz Campo, 2006).

En la parte donde se ubica la mayoría de la población de la ciudad de Bogotá, se hace presente las arcillas blandas provenientes de la formación sabana, esta formación se ubica en la parte superior de los depósitos lacustres y por consiguiente es una de las más recientes (Ruiz Campo, 2006).

Como características generales de la formación Sabana, se resalta que:

Presenta espesores máximos de hasta 600 metros en los alrededores de Funza, esta formación está compuesta principalmente por capas

horizontales poco consolidadas de arcillas plásticas grises y verdes, y en menor proporción por lentes y capas de arcillas turbosas, turbas, limos, arenas finas, arenas gruesas, y capas de diatomita. También presenta numerosas capas de cenizas volcánicas y arcillas ricas en materia orgánica, combinación que genera unos suelos de gran potencial de cambio volumétrico que se manifiesta en deformaciones verticales que agrietan vías y edificios (Ruiz Campo, 2006, pág. 13).

Por otro lado, la investigación de Raba & Caicedo (2012) estableció una discretización en función de la plasticidad en tres unidades geotécnicas como se presenta en la Figura 10:

1. Unidad Superior Q1, corresponde a la capa superior de suelos lacustres en donde predominan suelos muy compresible y de alta plasticidad; con base en los resultados de este trabajo se trata de la capa superior con el predominio de suelos blandos con valores del límite líquido entre 100 y 200 %; el espesor de esta unidad puede variar entre 28 y 50 m, en la zona 1 y entre 0 y 28 m en la zona 2
2. Unidad Intermedia Q2, se trata de una capa media de suelos lacustres con facies de arenillas de origen fluvial; en esta unidad predominan suelos de plasticidad alta con valores del límite líquido variable entre 50 y 150 %; esta unidad puede encontrarse entre 30 y 60 m de profundidad en la zona 1 y entre 10 y 30 m en la zona 2.
3. Unidad Inferior Q3, consistente en suelos arcillosos de plasticidad media a baja con intercalaciones de capas bien definidas de arenas finas y limos de origen fluvial; estos materiales presentan valores del límite líquido variable entre 0 y 50 %; esta unidad se encuentra en la zona 2 por debajo de 10 a 30 m de profundidad. (Raba & Caicedo, 2012, pág. 4)

De manera generalizada los suelos de la sabana se pueden agrupar en 3 grandes grupos:

- Suelos de origen fluvial en los valles de los ríos.
- Suelos de terrazas bajas de origen volcánico y con vocación agrícola.
- Suelos de terrazas altas, también de origen volcánico, con varios horizontes orgánicos y un horizonte duro como una costra.



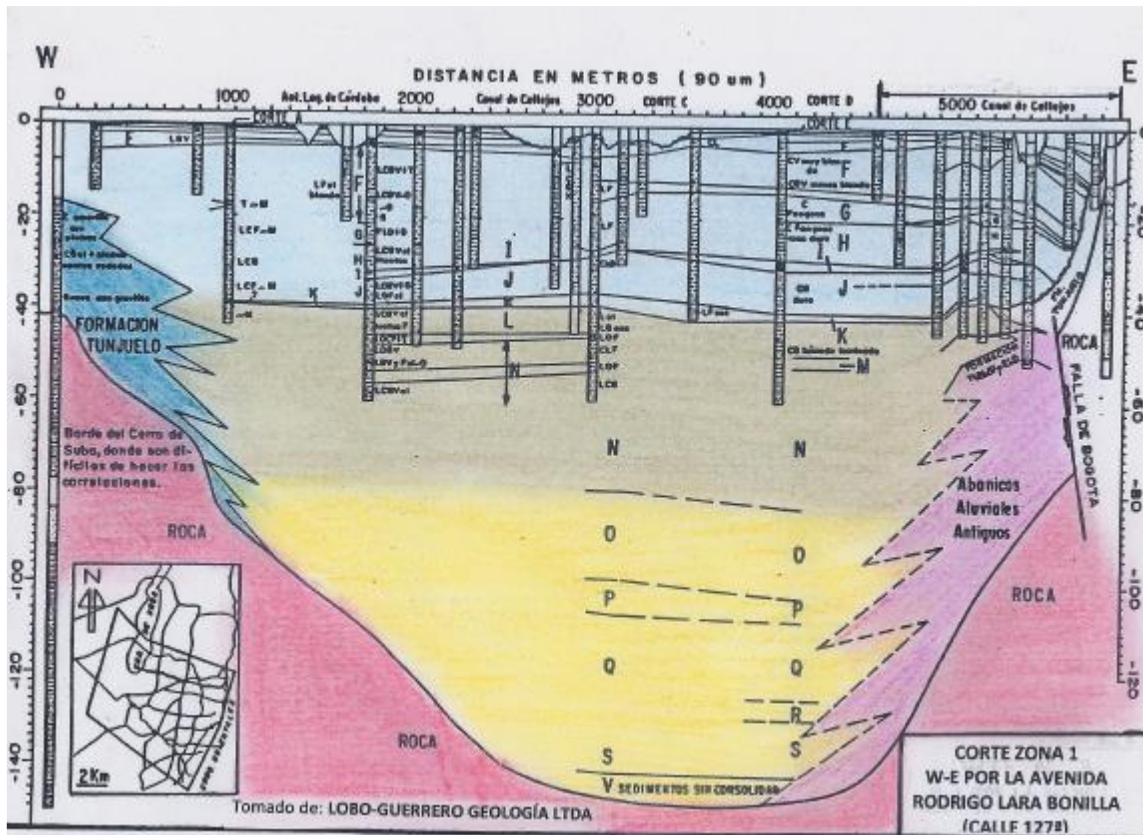


Figura 10. Unidades geotécnicas depósito Formación Sabana

Fuente: (Raba & Caicedo, 2012)

Los suelos de origen volcánico, con espesores aproximados entre los 1 y 5 metros, cubren el 70% al 80% del área de la sabana, tienen alta proporción de cenizas volcánicas alteradas compuestas de vidrios volcánicos, amorfos, minerales arcillosos y materia orgánica. Son suelos muy porosos, livianos, con gran capacidad de retención de agua, susceptibles a cambios de humedad, presentando contracción y agrietamiento al desecarse y colapso expansión al humedecerse.

Se ha encontrado que a profundidad las arcillas de la formación sabana son orgánicas, blandas, de muy alta plasticidad, intercaladas, y en las salidas hacia las estribaciones de los cerros, pueden contener arenas, limos (algunos de ellos volcánicos), y en general, intercalaciones de turba muy blanda Raba & Caicedo (2012).

## 4 ANALISIS DE DATOS Y RESULTADOS

En este numeral se presentan los resultados y los análisis realizados a los datos disponibles para el desarrollo del documento, se definen el procedimiento metodológico para la estimación de la variabilidad espacial de la resistencia al corte no drenado, así como los resultados de los análisis estadísticos de los resultados de los ensayos de laboratorio .

### 4.1 METODOLOGÍA DE ANÁLISIS PARA LA ESTIMACIÓN DE LA VARABILIDAD ESPACIAL

A partir de lo establecido en el marco referencial, se propone la metodología para la caracterización de la variabilidad espacial de la resistencia al corte no drenada, para ello se presenta en la Figura 11 el flujograma del procedimiento metodológico definido para la presente investigación y expuesto de manera más detallada en el **ANEXO 1**.

En el flujograma se aprecian todos los procedimientos y fases establecidos en la investigación, se parte de la adquisición de los datos de resistencia Cu, seguido de la selección y depuración de los posibles sitios de evaluación, después se estiman y validan con herramientas estadísticas la estacionariedad y las características descriptivas (media y varianza) de los datos de Cu, luego se calculan las funciones de autocorrelación para los datos experimentales y transformados, finalmente con los modelos de los ajustes de las funciones de autocorrelación se estima la escala de fluctuación, que en conjunto con la media y la varianza de los datos permiten la construcción del campo aleatorio que caracteriza la variabilidad espacial de Cu del depósito lacustre A, localizado en la Escuela Colombiana de Ingeniería.

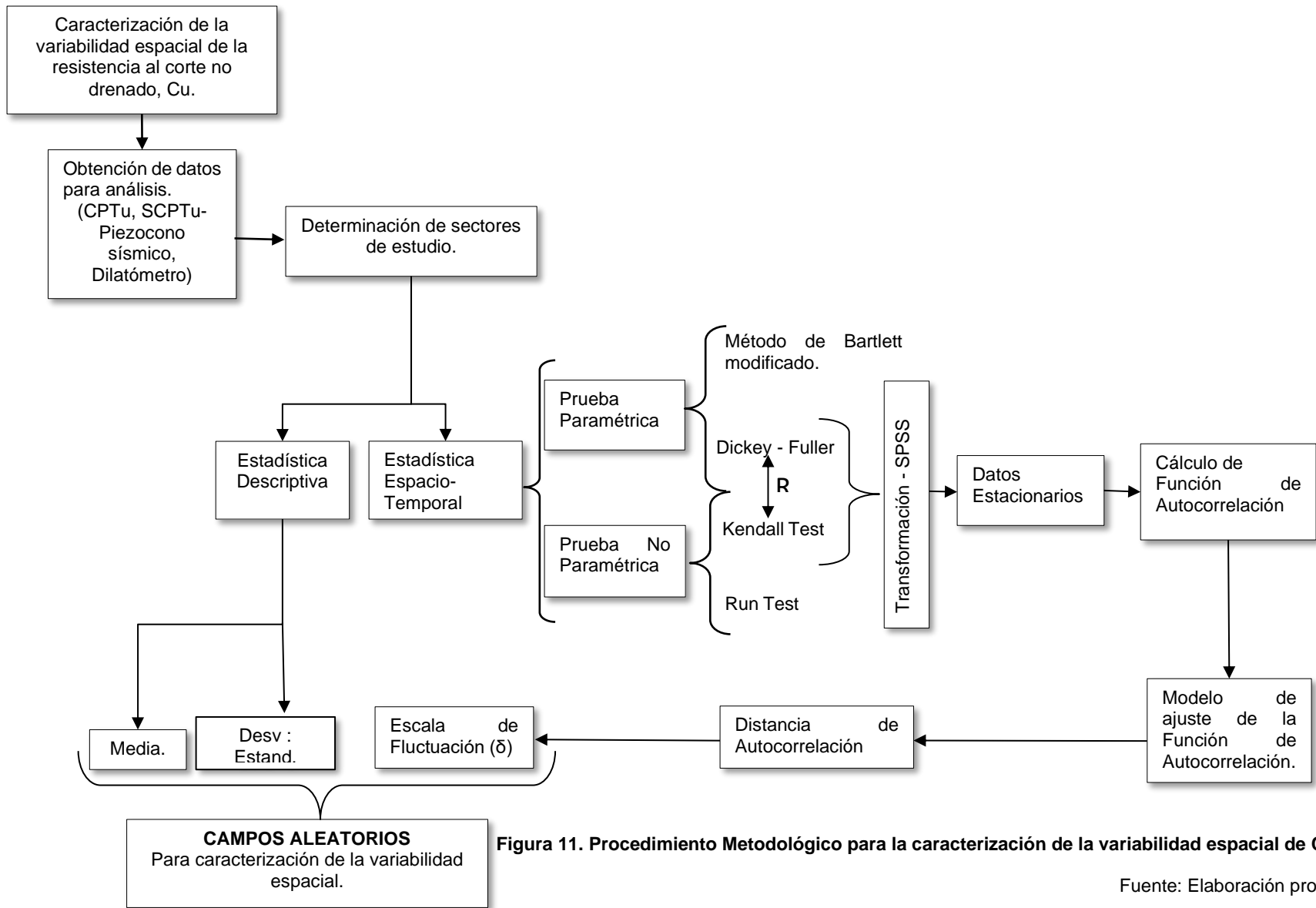


Figura 11. Procedimiento Metodológico para la caracterización de la variabilidad espacial de Cu.

Fuente: Elaboración propia

## 4.2 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PERFIL DE RESISTENCIA $C_u$

A continuación, la descripción generalizada de los tres CPTu evaluados. En la Figura 12 se presenta los perfiles de resistencia al corte no drenado  $C_u$  (KPa) Vs profundidad (m) en los tres CPTu obtenidos mediante la campaña de exploración geotécnica llevada a cabo en la tesis desarrollada por Sarmiento & León (2016).

Se evidencian valores atípicos a lo largo de la perforación, inicialmente desde la cota 0.0 m y hasta aproximadamente los 3.0 m se aprecian valores que no son usuales para el depósito, estos se pueden asociar a los rellenos y a las arcillas sobreconsolidadas documentadas por Montaña (2013), después de esta profundidad se observan valores usuales para el depósito, sin embargo existen dispersiones que posiblemente pueden estar asociados a posibles lentes de gravas y arenas como es el caso del CPTu de 42.5m que a los 11m presenta valores de máxima dispersión y desde los 32m en adelante.



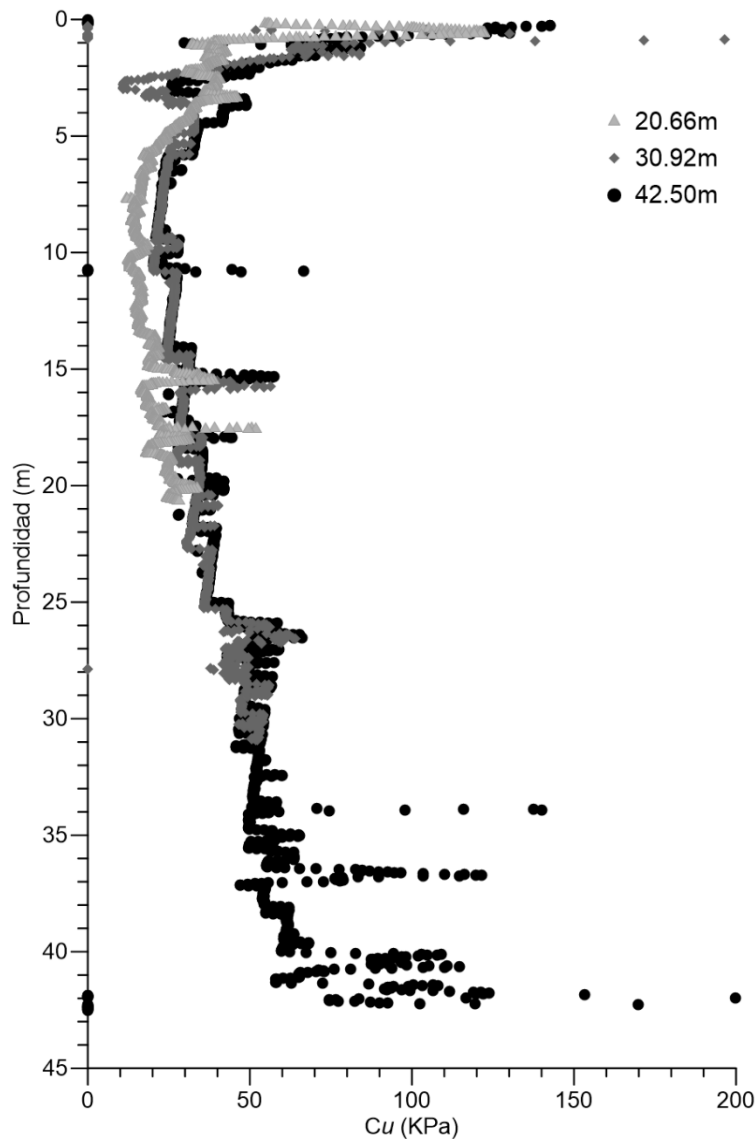


Figura 12. CPTu (20.66m - 30.92m - 42.5m)

Fuente: Elaboración Propia

### 4.3 VALIDACIÓN DE HOMOGENEIDAD ESTADÍSTICA POR EL MÉTODO GRÁFICO

El método gráfico para validar la homogeneidad estadística es una práctica ampliamente aceptada en las series de análisis. Con el mismo se puede inferir un grado de estacionariedad que puede llegar a ser catalogada como débil, dependiendo de la rigurosidad que se aplique al método, las funciones de autocorrelación convergen en forma exponencial con datos estacionarios débiles, pero inducirá errores en el cálculo de la escala de fluctuación.

En la aplicación del método gráfico se realizó el siguiente procedimiento:

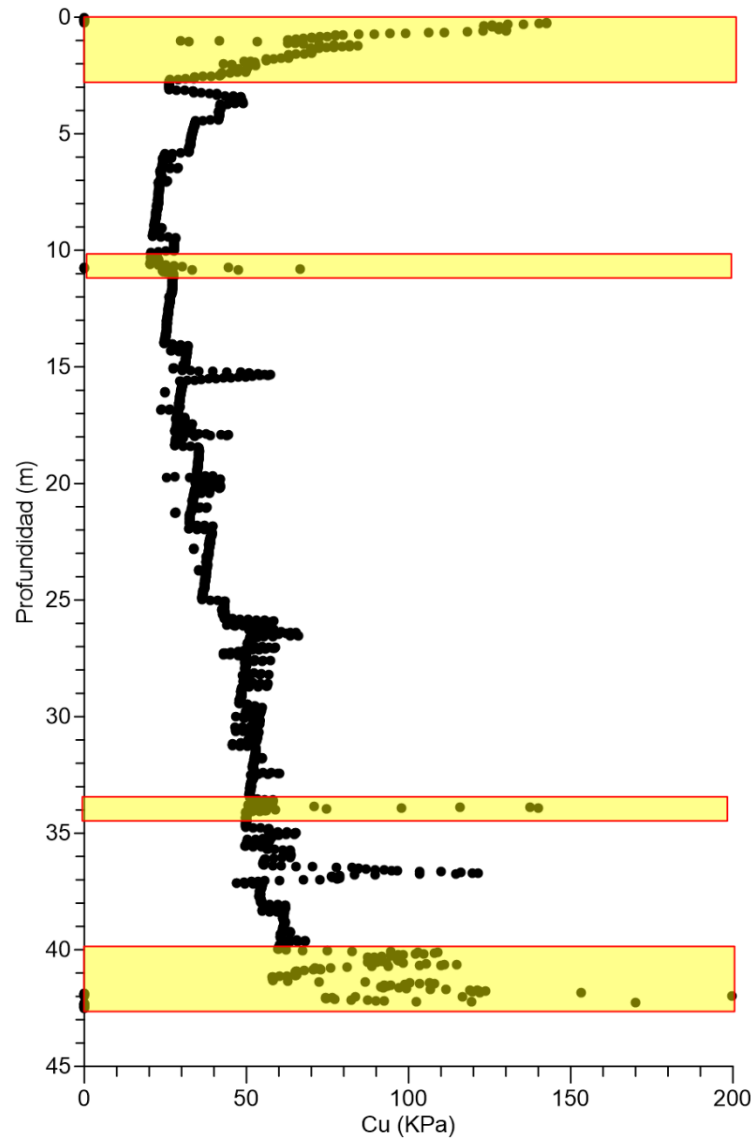
- Se grafica el perfil en profundidad contra la resistencia al corte no drenada en cada uno de los CPTu (Profundidad Vs  $C_u$ ) destinados para tal fin. Para cada uno de los perfiles se descartaron valores especialmente entre los 0.00 m y los 3.0 m de profundidad, los cuales resultan atípicos para el depósito y que en la práctica se pueden asociar a los rellenos y arcillas sobreconsolidadas. (Montaña Sanabria, 2013)

El perfil del CPTu 42.5m a simple vista presenta sectores con valores atípicos, entre los 0.0 m hasta 3.10m, asociado principalmente a arcillas sobreconsolidadas, desde los 10.70m a 10.90m, los 33.80m a 34m y los 40 a 42.5m, presenta también valores atípicos como se evidencia en las franjas resaltadas en la Figura 13.

En el CPTu 30.92m se detectan valores atípicos como se evidencia en la Figura 14 asociados a arcillas sobreconsolidadas desde los 0 hasta 2.24m, luego para las profundidades entre los 15.50m hasta 15.80m y 25.30m hasta 30.92m también se evidencian valores que no son concordantes con los documentados para este depósito.

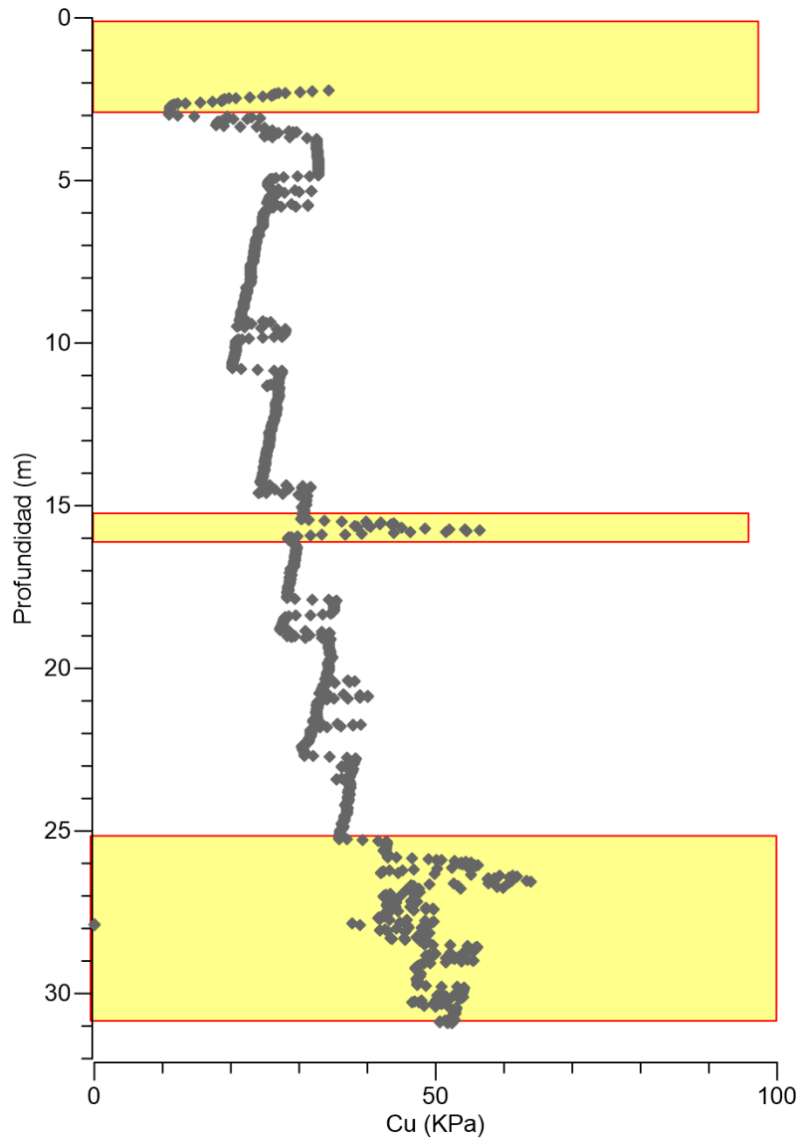
En el CPTy 20.66 m se detectan valores atípicos como se evidencia en Figura 15 asociados a arcillas sobreconsolidadas desde los 0 hasta 1.80m, luego de los 17.50m hasta 17.80m, también se evidencian valores que no son concordantes con los documentados para este depósito.

Como se mencionó anteriormente, existen valores que limitan la modelación de un campo aleatorio, dado que su varianza situación e induce errores en las convergencia de los mismos, por lo tanto, Murthy (2005) sugiere discretizar los sectores hasta que los mismos sean estadísticamente homogéneos y continuos.



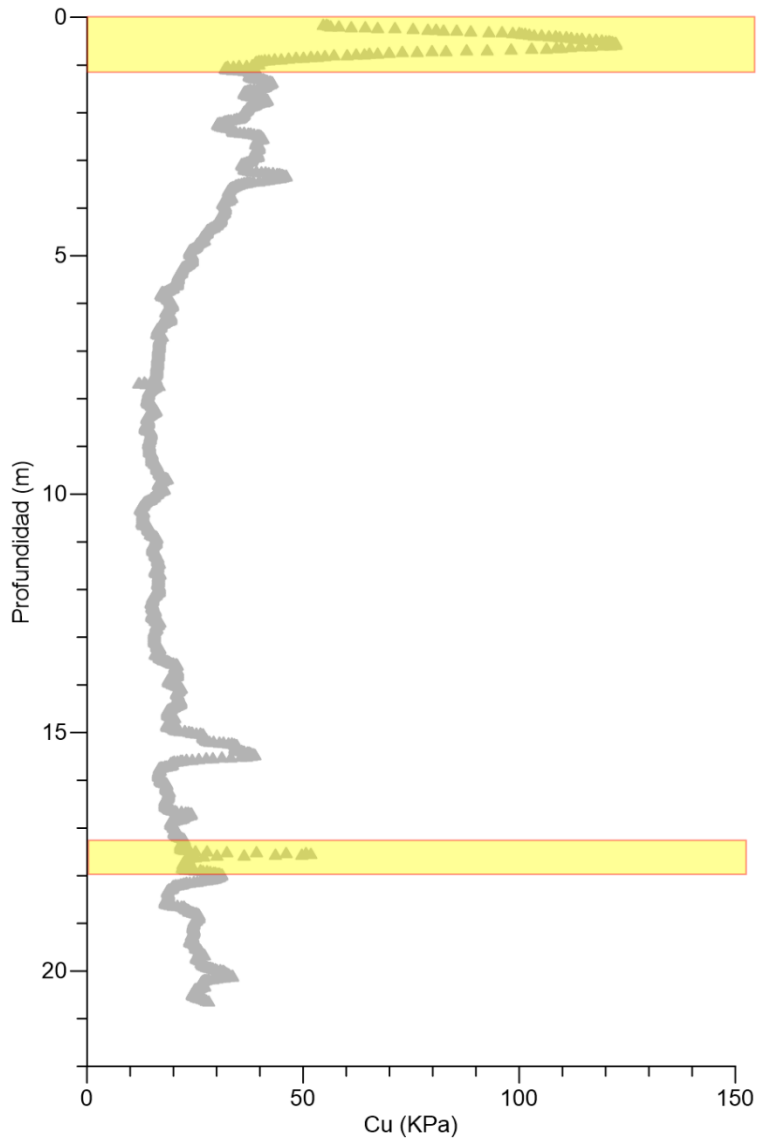
**Figura 13. CPTu 42.5m con franja de valores atípicos eliminados**

Fuente: Elaboración Propia



**Figura 14. CPTu 30.92m con franja de valores atípicos eliminados**

Fuente: Elaboración Propia



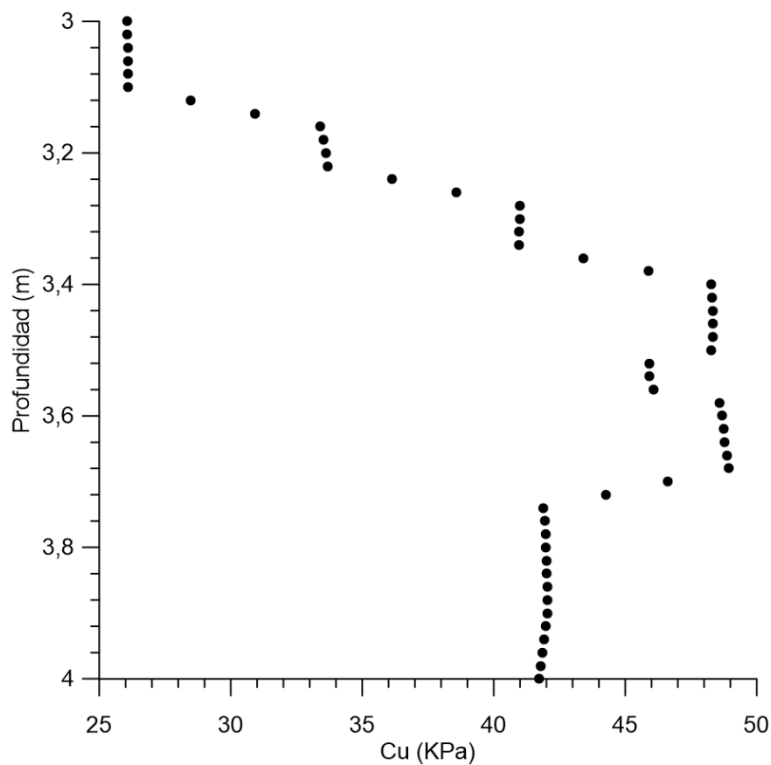
**Figura 15. CPTu 20.66m con franja de valores atípicos eliminados**

Fuente: Elaboración Propia

Teniendo en cuenta lo anterior, si omitiéramos los sectores con valores de Cu (KPa) atípicos, se podría afirmar que existe cierto grado homogeneidad estadística en los sectores que quedan después de la eliminación, sin embargo, al graficar los tramos en una escala mayor, los mismos siguen exhibiendo una baja homogeneidad lo cual requiere nuevamente que sean reducidos a sectores de menor longitud y así sucesivamente hasta encontrar aquellos que satisfagan el número de datos y estacionariedad, es decir, es un proceso de prueba y error.

Por lo tanto y teniendo en cuenta las consideraciones dadas para los perfiles completos, se recurre al análisis de tramos como se indican a continuación:

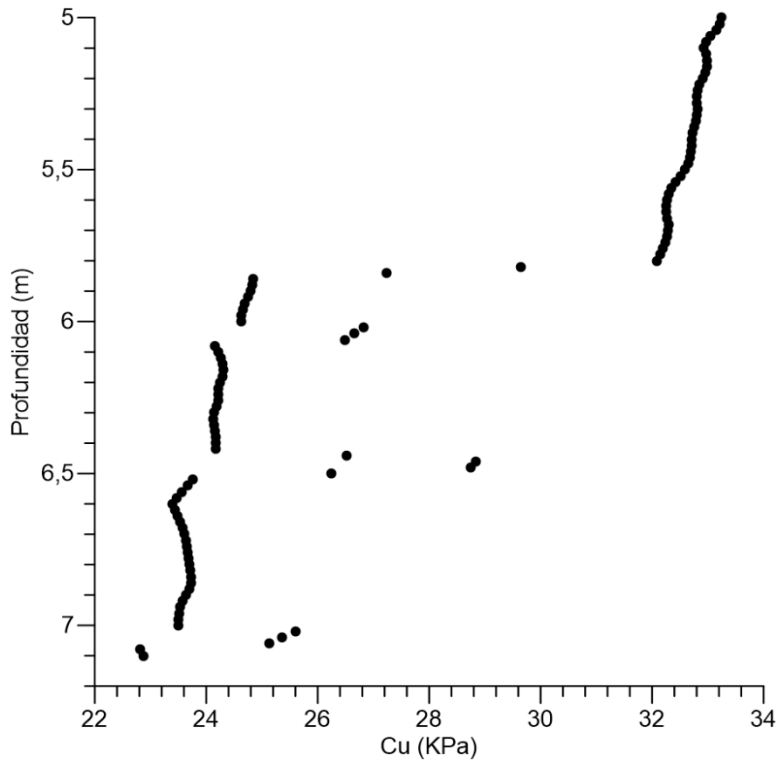
- Inicialmente se discretizaron tramos a intervalos fijos de 1.0 m (ejemplo: 3m-4m ; 4m-5m; ...41m-42m) garantizando el mínimo de datos requeridos para el análisis (50 datos), encontrando que los mismos no presentaban homogeneidad estadística, como se muestran en la Figura 16.



**Figura 16. CPTu 42.5m evaluado entre 3.00m y 4.00m**

Fuente: Elaboración Propia

- Posteriormente se evaluó que para tramos fijos de a 2.0 m de longitud (ejemplo: 3m-5m ; 5m-7m... 39m-42m) como se presenta en Figura 17. Se encontró que en efecto existían tramos en los que se observaba homogeneidad estadística, sin embargo, eran interrumpidos por datos atípicos que era necesario eliminar, no obstante, al hacer este procedimiento, se interrumpe la continuidad de los mismos además de limitar la cantidad de datos requeridos para el correcto análisis estadístico.



**Figura 17. CPTu 42.5m evaluado entre 5m y 7m**

Fuente: Elaboración Propia

Se observó que al aumentar a mayores intervalos fijos (por ejemplo 3.0 m, 5.0 y 7.0) persistía la condición y no se identificaban sectores que satisficieran los criterios del análisis por campo aleatorio.

Seguidamente, se discretiza el estrato de suelo buscando siempre encontrar sectores homogéneos con un mínimo de 50 datos, sin tener en cuenta que se encuentren a diferentes intervalos fijos dentro del mismo perfil de suelo (por ejemplo 7.3m - 9m, 10.98m - 14m, etc)

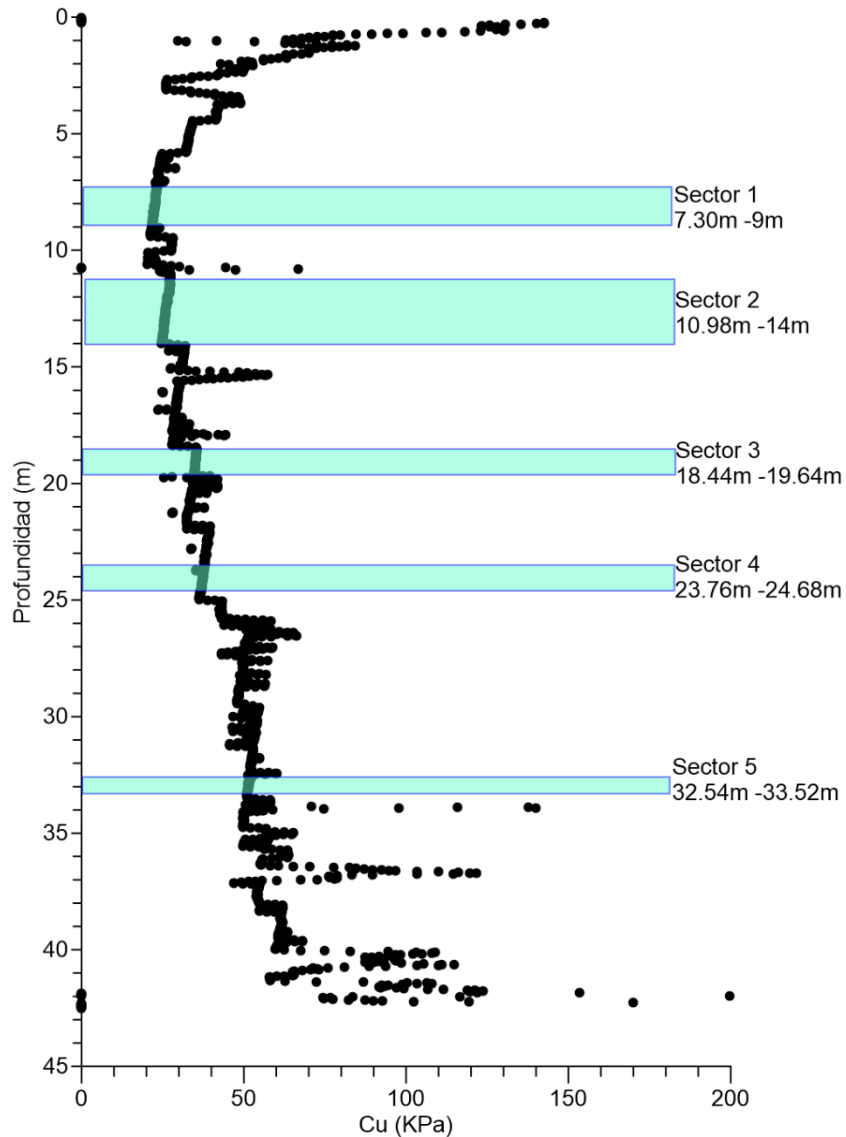
Se grafica por los sectores descritos anteriormente, encontrándose que en el CPTu 42.5m se presentan 5 sectores que cumplen con las condiciones de homogeneidad y cantidad de datos, los cuales se relacionan en la Tabla 7 y en la Figura 18.

Tabla 7. CPTu 42.5m sectores en evaluación.

CPTu - 42,50m				
Sector	Inicial (m)	Final (m)	Longitud (m)	N datos
1	7,30	9,00	1,7	86
2	10,98	14,00	3,02	152
3	18,44	19,64	1,2	61
4	23,76	24,98	1,22	62
5	32,54	33,52	0,98	50
CPTu - 42,50m	3,10	41,84	38,74	1938

Fuente: Elaboración Propia

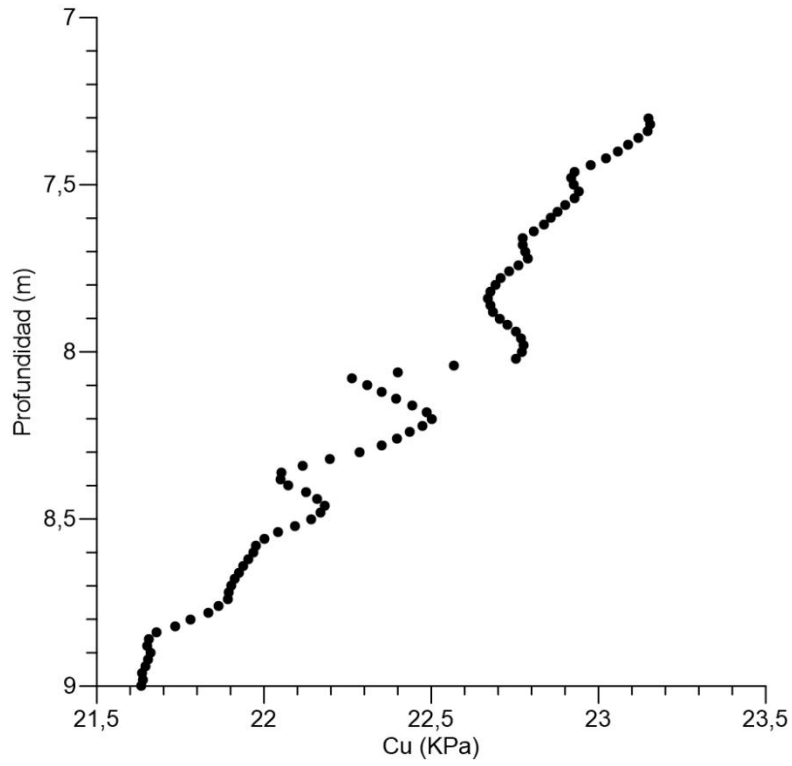




**Figura 18. CPTu 42.5 con sectores para evaluación**

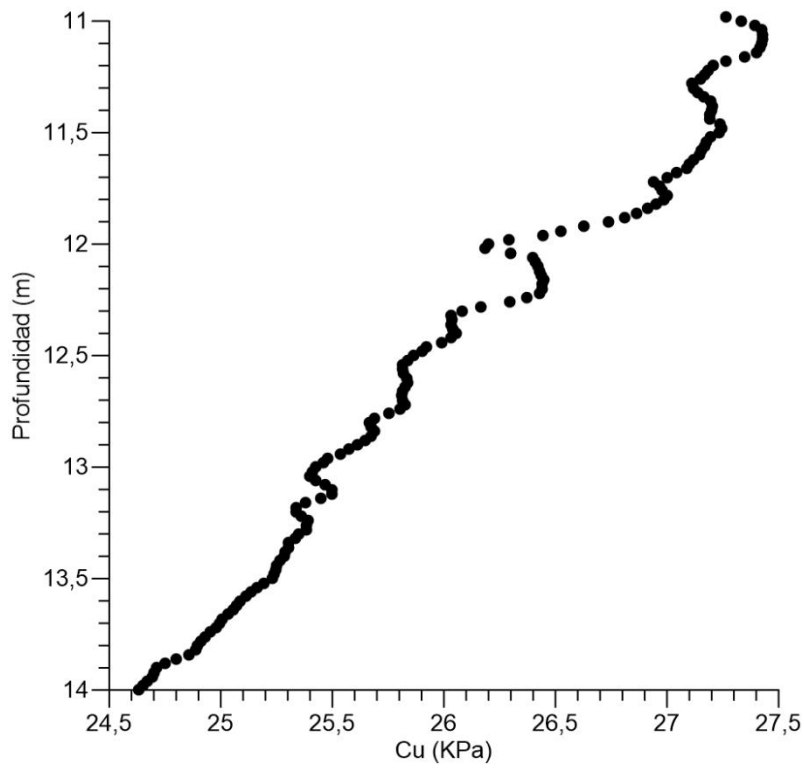
Fuente: Elaboración Propia

Para ofrecer una mejor ilustración del procedimiento, se selecciona el CPTu 42.5m para mostrar los sectores en donde se realizará análisis de escala de fluctuación. A continuación, se presentan desde la Figura 19 hasta la Figura 23 en una escala más amplia los sectores evaluados. En general se observa que los perfiles son homogéneos y a la vez exhiben una tendencia. Esta última debe ser admisible para que cumpla la hipótesis de homogeneidad estadística mediante la evaluación de pruebas paramétricas o no paramétricas. En caso de no ser homogéneo, se deben aplicar los métodos de diferenciación y nuevamente verificar si cumplen las hipótesis de homogeneidad.



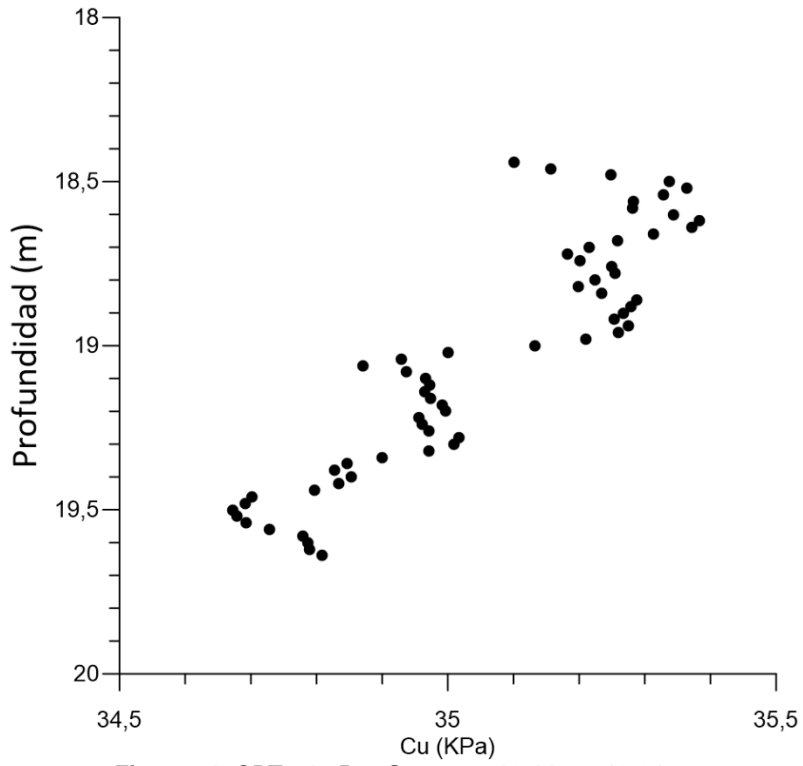
**Figura 19. CPTu 42.5m - Sector 1: 7.3m a 9m**

Fuente: Elaboración Propia



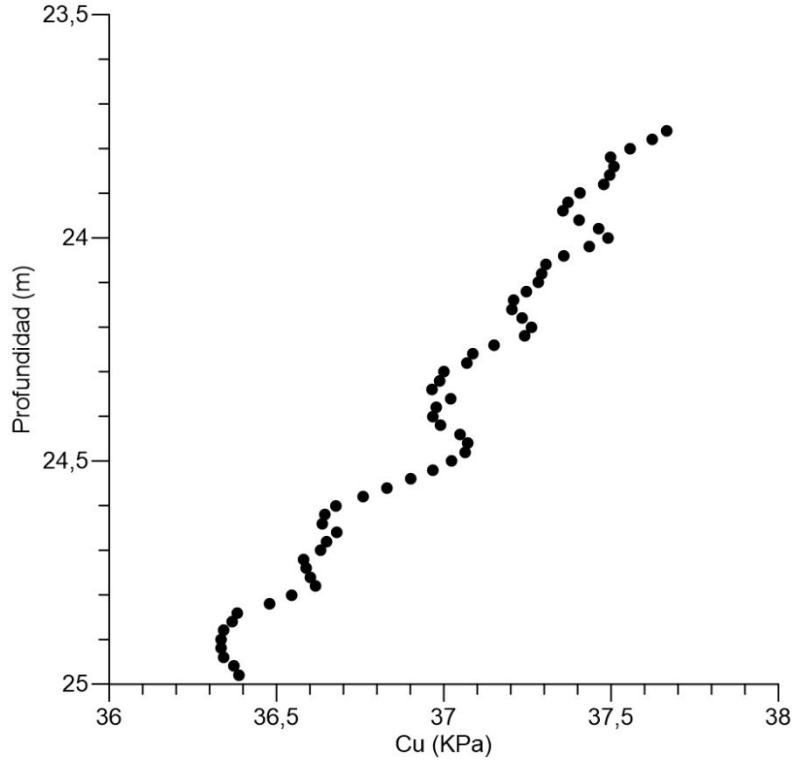
**Figura 20. CPTu 42.5m - Sector 2: 10.98m a 9m**

Fuente: Elaboración Propia



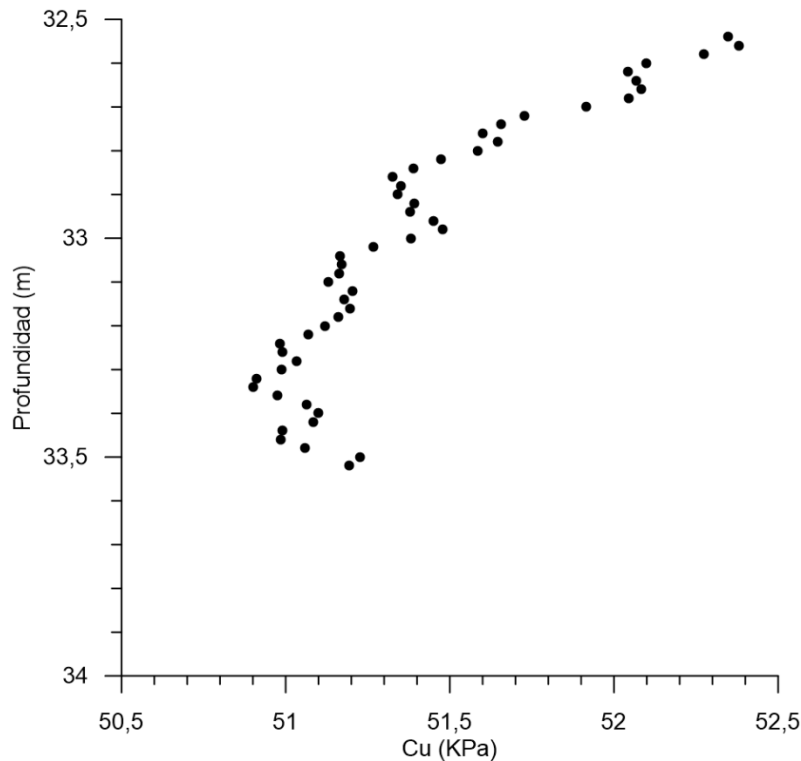
**Figura 21. CPTu 42.5m- Sector 3: 18.44m a 19.64m**

Fuente: Elaboración Propia



**Figura 22. CPTu 42.5m - Sector 4: 23.76m - 24.98m**

Fuente: Elaboración Propia



**Figura 23. CPTu 42.5m- Sector 5: 32.54m a 33.52**

Fuente: Elaboración Propia

Para el CPTu 30.92m se encontraron 6 sectores que cumplen con las condiciones de homogeneidad y cantidad de datos, los cuales se relacionan en Tabla 8 y la Figura 24.

Para el CPTu 20.66m se encontraron 5 sectores que cumplen con las condiciones de homogeneidad y cantidad de datos, los cuales se relacionan en la Tabla 9 y Figura 25.

**Tabla 8. CPTU 30.92m sectores en evaluación.**

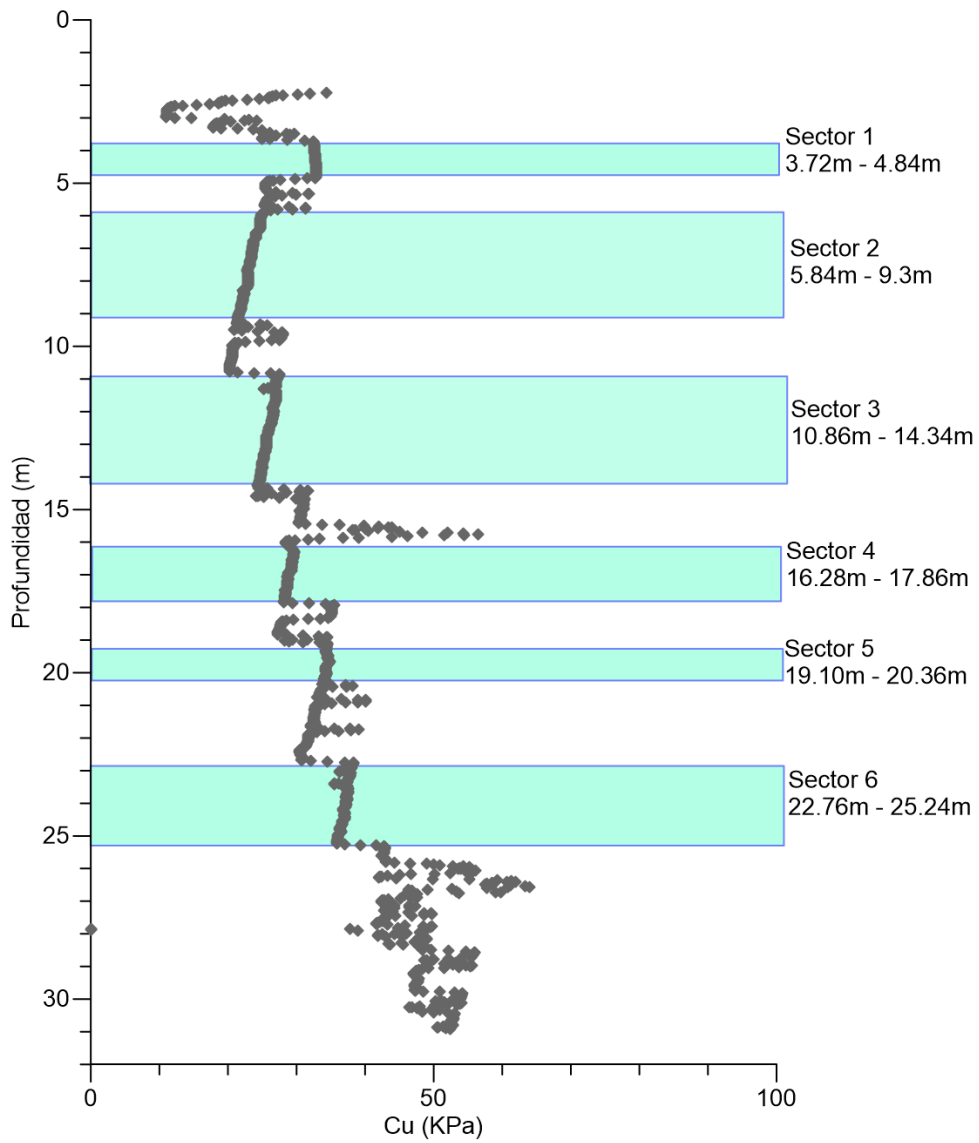
<b>CPTu - 30,92m</b>				
<b>Sector</b>	<b>Inicial (m)</b>	<b>Final (m)</b>	<b>Longitud (m)</b>	<b>N datos</b>
1	3,72	4,84	1,12	57
2	5,84	9,30	3,46	174
3	10,86	15,34	4,48	225
4	16,28	17,86	1,58	80
5	19,10	20,36	1,26	64
6	22,76	25,24	2,48	125
CPTu - 30,92m	2,24	30,92	28,68	1435

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 9. CPTu 20.66m sectores en evaluación.

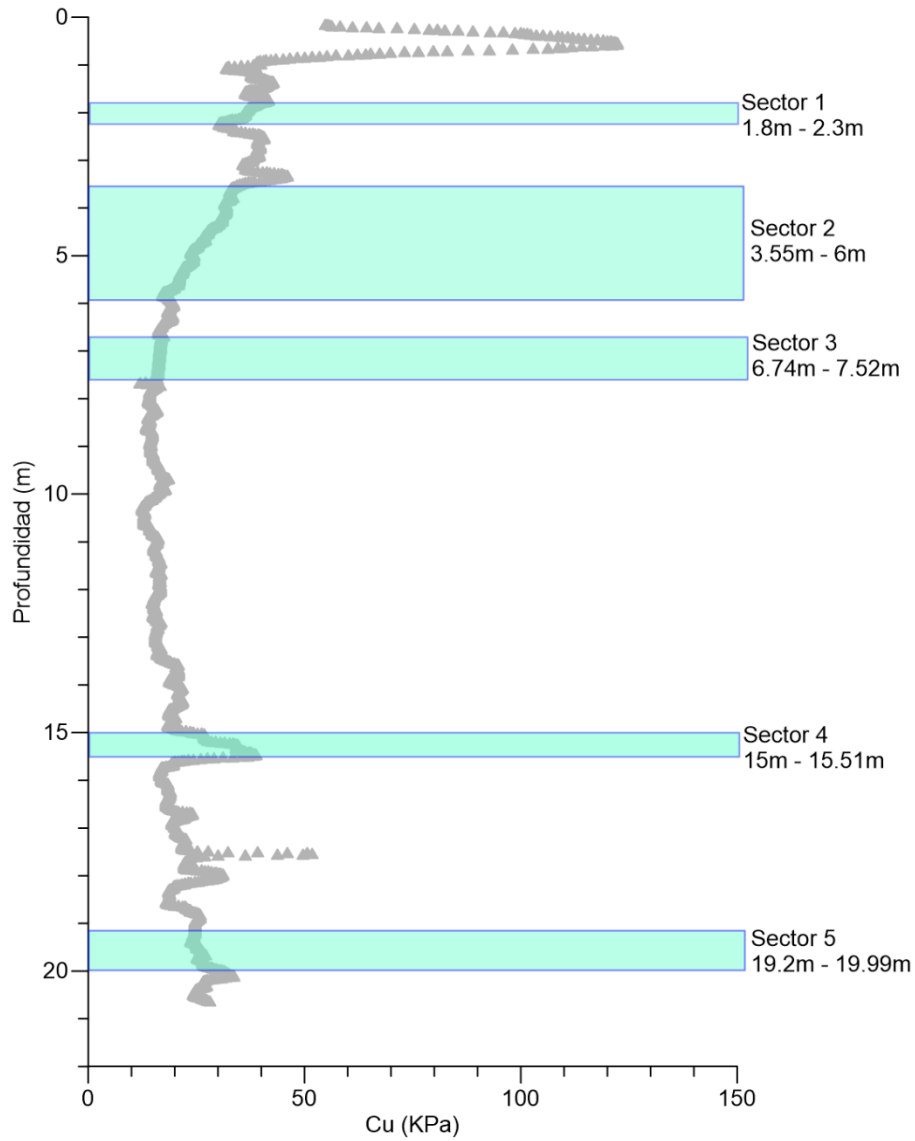
<b>CPTu - 20,66m</b>				
<b>Sector</b>	<b>Inicial (m)</b>	<b>Final (m)</b>	<b>Longitud (m)</b>	<b>N datos</b>
1	1,80	2,30	0,5	51
2	3,55	6,00	2,45	246
3	6,74	7,52	0,78	79
4	15,00	15,51	0,51	52
5	19,20	19,90	0,7	71
CPTu - 20,66m	1,06	20,66	19,6	1961

Fuente: Elaboración Propia



**Figura 24. CPTu 30.92m con Sectores para evaluación**

Fuente: Elaboración Propia



**Figura 25. CPTu 20.66m con Sectores para evaluación**

Fuente: Elaboración Propia

Adicional a los tramos encontrados que cumplen con los requisitos de homogeneidad y número de datos, se decide también analizar la totalidad de los perfiles en los tres casos (CPTu 42.5m , CPTu 30.92m – CPTu 20.66m).

#### 4.4 VALIDACIÓN DE LA HOMOGENEIDAD ESTADÍSTICA POR EL MÉTODO NUMÉRICO

Una vez seleccionados los tramos a evaluar dentro de los CPTu, se realiza la verificación de homogeneidad mediante la aplicación de dos pruebas: una no paramétrica (Kendall test) y en caso de requerirse una paramétrica (Dickey – Fuller), en el **ANEXO 2** se presenta el código en R. Aunque en el presente documento se mencionan tres métodos para la verificación de la estacionalidad de los datos (método de Bartlett, Prueba de Kendall test y Prueba Dickey – Fuller), la prueba de Bartlett es un proceso iterativo de prueba y error que no se tendrá en cuenta debido a la volatilidad de sus resultados.

Las pruebas no paramétricas son aplicables a cualquier conjunto de datos sin importar el tipo de distribución que presenten, por lo tanto se adopta la prueba no paramétrica Kendall Test para evaluación de la “hipótesis Nula de estacionariedad”.

De acuerdo Murthy (2005), en Kendall test los valores del ( $\tau$ ) deben estar en un rango de 1 a -1. Un alto valor de  $\tau$  sugiere que los datos son no estacionarios. Igual criterio adopta la prueba paramétrica Dickey – Fuller la cual admite valores cercanos a cero como criterio de homogeneidad.

De la aplicación de las pruebas se obtiene el valor de p, que para aceptación de “*la hipótesis nula de estacionariedad*” en el Kendall test debe ser mayor a 0,05. Para el rechazo de “*la hipótesis de no estacionariedad*” en la prueba de Dickey-Fuller debe ser menor a 0,05.

En total de los tres (3) CPTu se identificaron diecinueve (19) sectores que se evaluaron con la prueba No paramétrica Kendall test, encontrándose 3 sectores que no cumplían (CPTu 42.5m en sectores 2 y 5; CPTu 30.92 sector 1). Como alternativa para verificar la estacionariedad de estos 3 sectores, se aplicó la prueba paramétrica Dickey – Fuller encontrándose que los 2 sectores de CPTu 42.5m cumplían la hipótesis de nulidad. El sector CPTu 30.92m finalmente no cumplió los requisitos de estacionariedad, por lo cual no se tuvo en cuenta como sector para analizar. Es decir, son 18 sectores aptos para continuar el análisis mediante la función de autocorrelación y posterior estimación de la escala de fluctuación.



Los resultados de las pruebas paramétricas y no paramétricas aplicadas se presentan en las Tabla 10, Tabla 11 y Tabla 12.

**Tabla 10. Resultados estacionariedad CPTu 42.5m**

CPTu - 42,50m					No paramétrica		Paramétrica	
Sector	Inicial (m)	Final (m)	Longitud (m)	N datos	Kendall Test ( $\tau$ ) Valor p	Se acepta la hipótesis Nula de estacionariedad	Dickey-Fuller Valor p	Se rechaza la hipótesis de No estacionariedad
1	7,30	9,00	1,7	86	0,78	Si		
2	10,98	14,00	3,02	152	0,04	No	0,01	Si
3	18,44	19,64	1,2	61	0,59	Si		
4	23,76	24,98	1,22	62	0,50	Si		
5	32,54	33,52	0,98	50	0,02	No	0,01	Si
CPTu - 42,50m	3,10	41,84	38,74	1938	0,79	Si		

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 11. Resultados estacionariedad CPTu 30.92 m**

CPTu - 30,92m					No paramétrica		Paramétrica	
Sector	Inicial (m)	Final (m)	Longitud (m)	N datos	Kendall Test ( $\tau$ ) Valor p	Se acepta la hipótesis Nula de estacionariedad	Dickey-Fuller Valor p	Se rechaza la hipótesis de No estacionariedad
1	3,72	4,84	1,12	57	0,00	No	0,36	No
2	5,84	9,30	3,46	174	0,87	Si		
3	10,86	15,34	4,48	225	0,87	Si		
4	16,28	17,86	1,58	80	0,80	Si		
5	19,10	20,36	1,26	64	0,11	Si		
6	22,76	25,24	2,48	125	0,81	Si		
CPTu - 30,92m	2,24	30,92	28,68	1435	0,39	Si		

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 12. Resultados estacionariedad CPTu 20.66m**

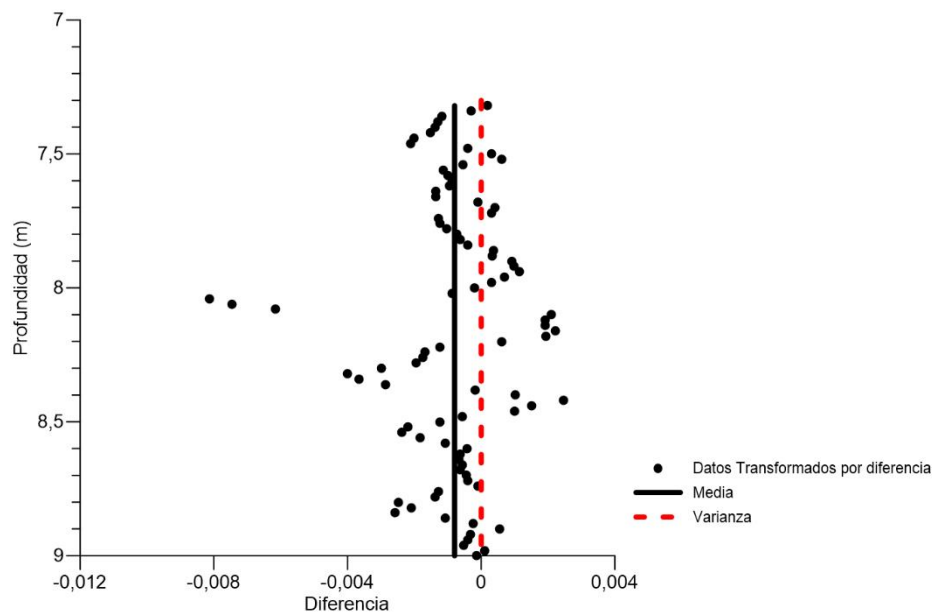
CPTu - 20,66m					No paramétrica		
Sector	Inicial (m)	Final (m)	Longitud (m)	N datos	Kendall Test ( $\tau$ ) Valor p	Se acepta la hipótesis Nula de estacionariedad	
1	1,80	2,30	0,5	51	0,45	Si	
2	3,55	6,00	2,45	246	0,72	Si	
3	6,74	7,52	0,78	79	0,53	Si	
4	15,00	15,51	0,51	52	0,46	Si	
5	19,20	19,90	0,7	71	0,14	Si	
CPTu - 20,66m	1,06	20,66	19,6	1961	0,00	Si	

Fuente: Elaboración Propia

Para verificación de los requisitos de estacionariedad, se grafica nuevamente los datos transformados. En la Figura 26 se puede ver un ejemplo de un sector (CPTu 42.5m – Sector

1) donde se muestra el cumplimiento de las hipótesis definidas para estacionariedad, esto es los datos sin tendencia, sin fluctuaciones irregulares y con media constante.

Durante el proceso de conversión a estacionariedad, los datos pierden la escala inicial, sin embargo la misma conversión y el modelo son equivalentes estadísticamente y no afectan el resultado final. Como medida de verificación, la media obtenida en esta nueva muestra de datos se acerca a cero.



**Figura 26. Verificación estacionariedad CPTu 42.5m - Sector 1**

Fuente: Elaboración Propia

#### 4.4.1 FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN

De acuerdo a diferentes autores (Onyejekwe, 2012) (Nie, Zhang, Huang, Liu, & Lacasse, 2015), en la teoría de campos aleatorios y análisis de series en el tiempo la principal herramienta para modelar la variabilidad espacial es la función de autocorrelación. En el presente estudio, se implementa la función de autocorrelación aplicada por el método de segundo momento, ya que la naturaleza de los datos obtenidos a longitudes fijas y cercanas (0.02m y 0.01m) permite un mejor ajuste de esta función.

Una vez transformados los datos y verificada la homogeneidad, con la implementación del

programa estadístico SPSS Statistics y R, se obtienen las funciones de autocorrelación (Dalgaard, 2008). La cantidad de rezagos necesarios son definidos como  $N/4$  (Jaksa, Kaggwa, & Brooker, 1999). De igual forma, para determinar la distancia de autocorrelación se implementa el límite de Bartlett indicado en el numeral 2.4.2.1.

Vanmarcke (1977) citado por (Jaksa, Kaggwa, & Brooker, 1999), sugiere que la escala de fluctuación puede ser determinada con el uso del modelo que más se ajuste a la función de autocorrelación. Para el presente estudio y en concordancia con lo investigado por diferentes autores, el modelo seleccionado y que ofrece el mejor ajuste para la función de autocorrelación corresponde al simple exponencial de la Tabla 1, no obstante lo anterior, pueden existir métodos y aplicaciones con interpretaciones diferentes a las acá mencionadas, por lo tanto cuando se dice que el modelo que presenta el mejor ajuste se expresa en términos de un campo aleatorio para estimar la escala de fluctuación.

De acuerdo a Murthy (2005), se elaboran las gráficas de autocorrelación en las cuales se incluyen: La función de autocorrelación con los datos no estacionarios, la función de autocorrelación con los datos estacionarios, el límite de Bartlett y el modelo simple exponencial de ajuste de la función de autocorrelación correspondiente a el modelo implementado. Se grafican los rezagos representativos en cada función. De la gráfica se extrae valor de  $(\Delta z)$  correspondiente al intercepto entre el límite de Bartlett y la función de autocorrelación.

$$\rho(\Delta z) = e^{\left(-\frac{\|\Delta z\|}{b}\right)}$$

Se calcula  $b$  y con ello la escala de fluctuación definida en este modelo como:

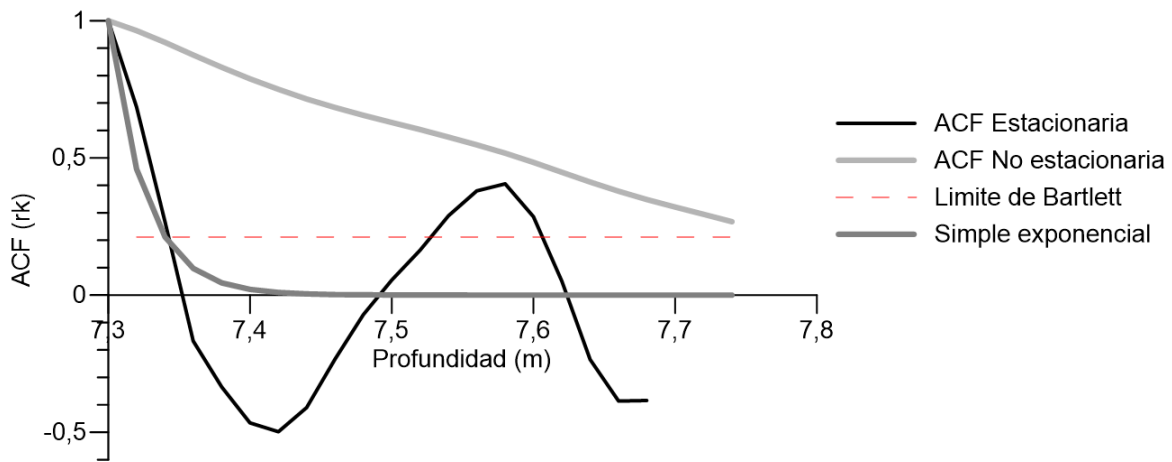
$$\delta = 2b$$

Se presenta el resultado de las autocorrelaciones para el CPTu 42.5m del sector 1 en Figura 27 y del total de los datos en Figura 28.

Se presenta el resultado de las autocorrelaciones para el CPTu 30.92 m del sector 2 en Figura 29 y del total de los datos en Figura 30.

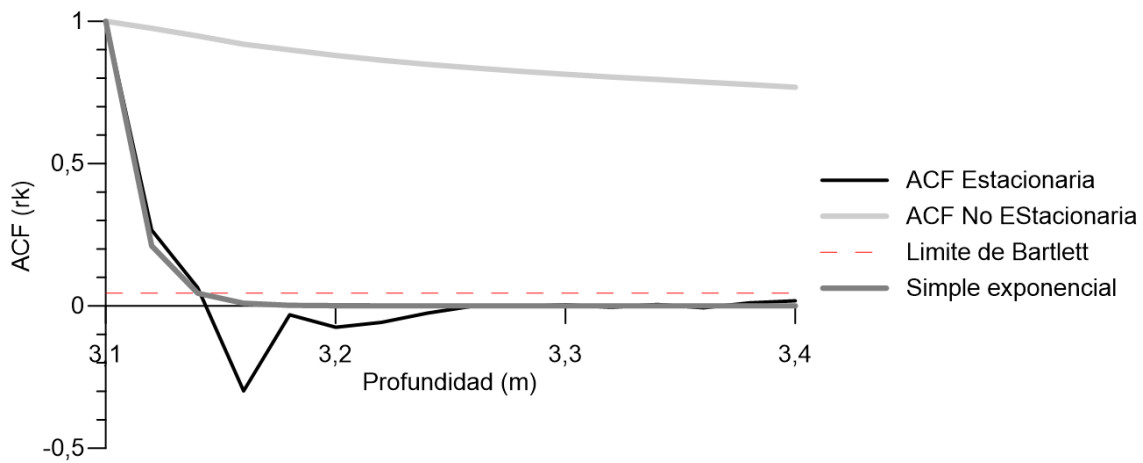
Se presenta el resultado de las autocorrelaciones para el CPTu 20.66 m del sector 1 en Figura 31 y del total de los datos en Figura 32. Función de Autocorrelación CPTu 20.66m completo Figura 32.

La interpretación y análisis de las Figura 27 a Figura 32 mencionadas, se presentan en el 5 DISCUSIÓN DE RESULTADOS.



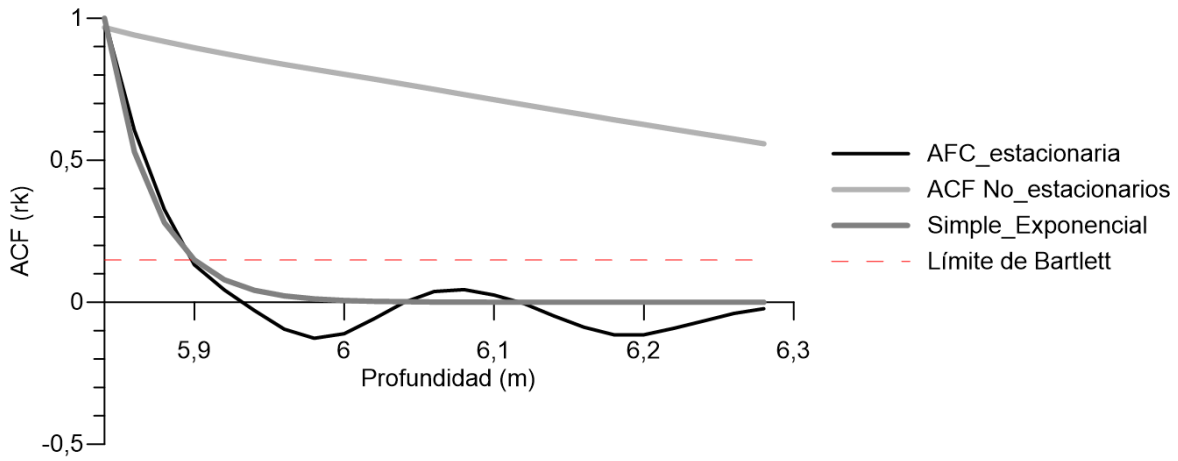
**Figura 27. Función de Autocorrelación CPTu 42.5m - Sector 1**

Fuente: Elaboración Propia



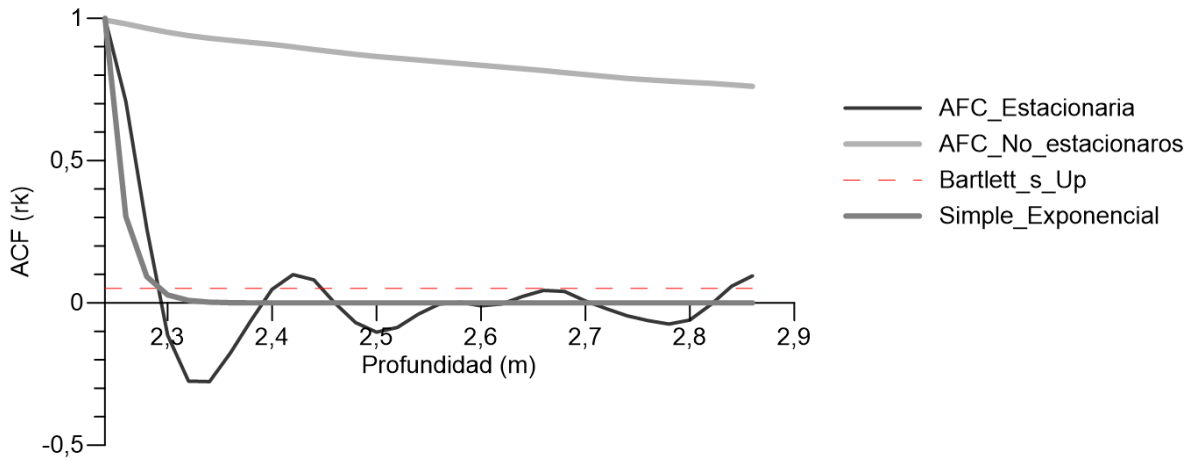
**Figura 28. Función de Autocorrelación CPTu 42.5m completo**

Fuente: Elaboración Propia



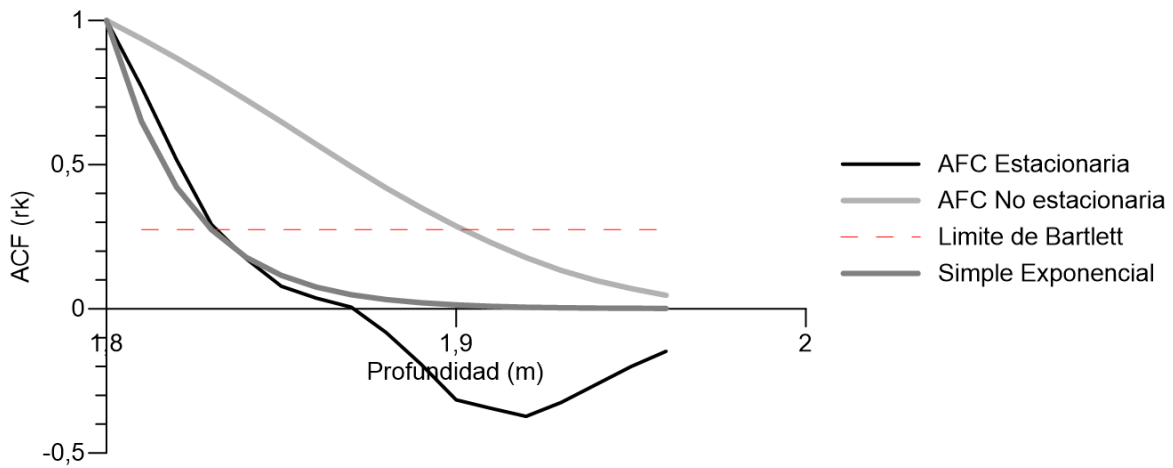
**Figura 29. Función de Autocorrelación CPTu 30.92m - Sector 2**

Fuente: Elaboración Propia



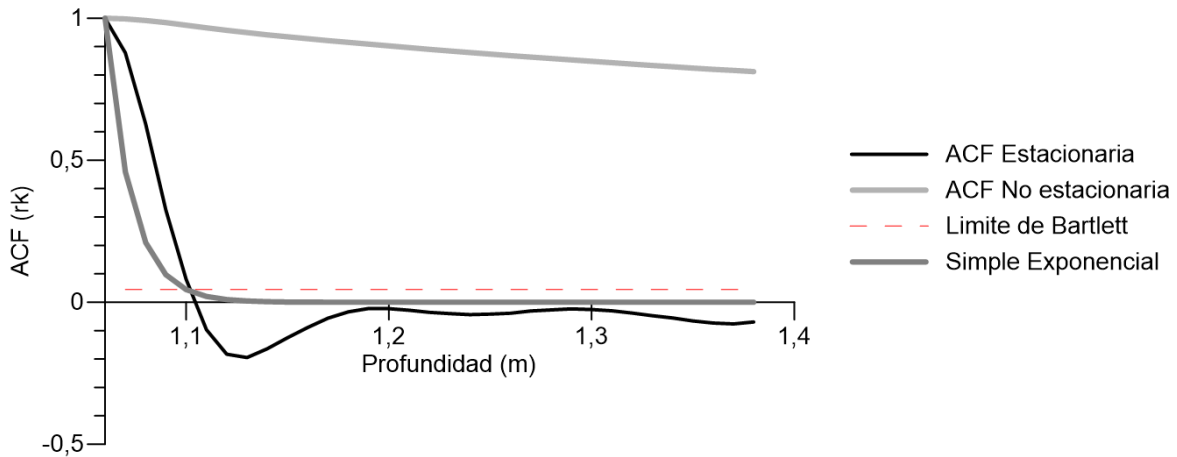
**Figura 30. Función de Autocorrelación CPTu 30.92m completo.**

Fuente: Elaboración Propia



**Figura 31. Función de Autocorrelación CPTu 20.66m - Sector 1**

Fuente: Elaboración Propia



**Figura 32. Función de Autocorrelación CPTu 20.66m completo**

Fuente: Elaboración Propia

En el **ANEXO 3** se presentan cada una de las gráficas de funciones de autocorrelación obtenidas de todos los sectores evaluados en el desarrollo de la presente investigación.

Una vez evaluadas las gráficas y aplicando el modelo simple exponencial, el depósito objeto de estudio se obtienen las escalas de fluctuación que varían entre un mínimo de 13,78mm (en el CPTu 30.92m – Sector 6), y máximo de 67,32mm (en CPTu 20.66m Sector 2).

**Tabla 13. Escala de Fluctuación para CPTu 42.5m**

CPTu -42,50m				$\delta v$ (mm)
Sector	Inicial (m)	Final (m)	Longitud (m)	
1	7,3	9	1,7	51,47
2	10,98	14	3,02	43,50
3	18,44	19,64	1,2	57,87
4	23,76	24,98	1,22	57,53
5	32,54	33,52	0,98	46,76
CPTu -42,50m	3,10	41,84	38,74	25,71

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 14. Escala de Fluctuación para CPTu30.92m**

CPTu -30,92m				$\delta v$ (mm)
Sector	Inicial (m)	Final (m)	Longitud (m)	
1	3,72	4,84	1,12	
2	5,84	9,3	3,46	62,94
3	10,86	14,34	3,48	29,48
4	16,28	17,86	1,58	39,52
5	19,10	20,36	1,26	63,99
6	22,76	25,24	2,48	13,78
CPTu -30,92m	2,24	30,92	28,68	33,53

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 15. Escala de Fluctuación para CPTu20.66m

CPTu -20,66m				$\delta v$ (mm)
Sector	Inicial (m)	Final (m)	Longitud (m)	
1	1,8	2,3	0,5	46,40
2	3,55	6	2,45	67,32
3	6,74	7,52	0,78	26,46
4	15,00	15,51	0,51	46,06
5	19,20	19,99	0,79	27,43
CPTu -20,66m	1,06	20,66	19,6	25,66

Fuente: Elaboración Propia

Ya calculados los valores de las escalas de fluctuación para el depósito, se busca la relación existente entre la escala de fluctuación y la variación en la distancia ( $\Delta z$ ) de los CPTu.

En la Figura 33 se presenta la gráfica que relaciona las diferentes escalas fluctuación obtenidas a diferentes profundidades para los tres CPTu evaluados (CPTu 42.5m , CPTu 30.92m – CPTu 20.66m).

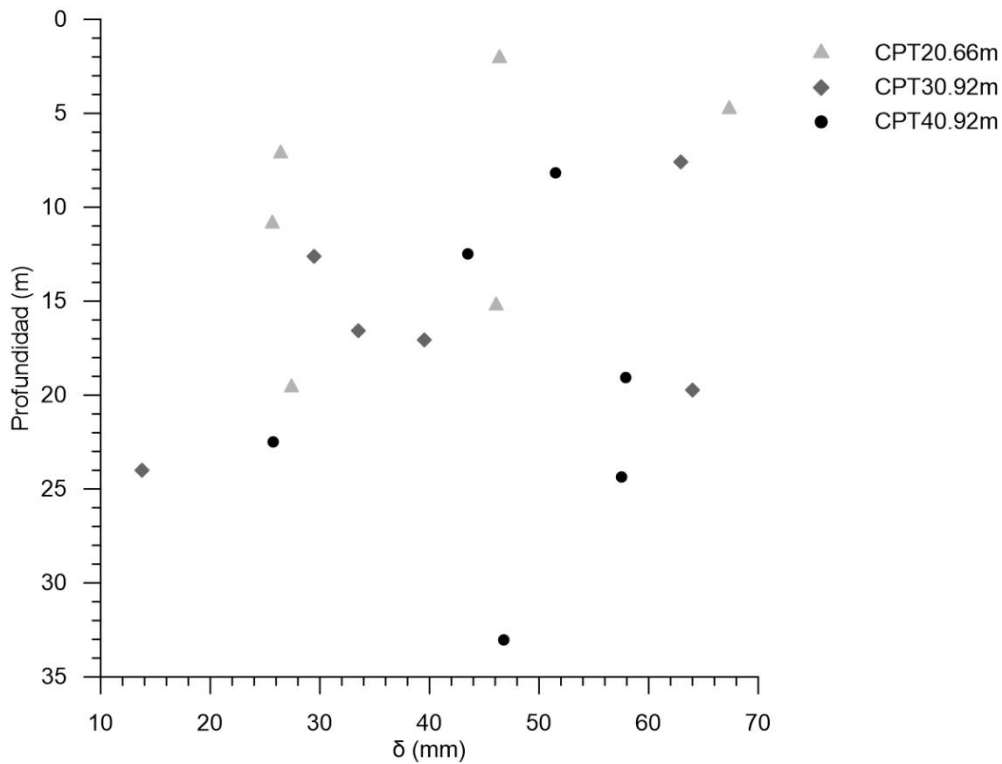


Figura 33. Escala de fluctuación Vs variación de profundidad

Fuente: Elaboración Propia

#### 4.4.2 MEDIA Y VARIANZA DE $C_u$

Con el objeto de terminar de caracterizar el campo aleatorio, se presentan los análisis del valor medio y la varianza de  $C_u$  para cada uno de los tramos analizados.

De acuerdo con los resultados de la Tabla 16 la media para la resistencia al corte no drenado  $C_u$  obtenidos para el CPTu 42.5m- Sector 1 es de 22.4 KPa , para el CPTu 42.5m- sector 2 es de 26.07 KPa , el CPTu 42.5m- sector 3 es 35.06 KPa, el CPTu 42.5m- sector 4 es 37.00 KPa, el CPTu 42.5m- sector 5 es 54.1 KPa y en general para todo el perfil CPTu 42.5m s de 43.06 KPa.

La varianza entendida como la suma de las desviaciones cuadráticas con respecto a la media de la muestra para  $C_u$  un valor para el CPTu 42.5m- sector 1 es de 0.21 , para el CPTu 42.5m- sector 2 es de 0.73 , el CPTu 42.5m- sector 3 es 0.05, CPTu 42.5m- el sector 4 es 0.15, el CPTu 42.5m- sector 5 es 0.17 y en todo el perfil CPTu 42.5m es de 320.53, todas en  $KPa^2$ .

Los coeficientes de variación para  $C_u$  en los sectores discretizados son del orden de 1% al 3%, sin embargo para todo el perfil CPTu 42.5m es de 42 %, lo cual indica que los datos para los sectores se pueden considerar confiables y reducen la incertidumbre de los modelos, mientras que para la totalidad de los datos afecta el ajuste de los modelos.

Tabla 16. Media y varianza CPTU 42.5 m

CPTu - 42,50m								
Sector	Inicial (m)	Final (m)	Longitud (m)	N datos	Media- ( $\mu$ ) KPa	Desviación estandar- ( $\sigma$ ) KPa	COV	$\delta v$ (mm)
1	7,30	9,00	1,7	86	22,40	0,46	2%	51,47
2	10,98	14,00	3,02	152	26,07	0,85	3%	43,50
3	18,44	19,64	1,2	61	35,06	0,22	1%	57,87
4	23,76	24,98	1,22	62	37,00	0,39	1%	57,53
5	32,54	33,52	0,98	50	51,40	0,41	1%	46,76
CPTu - 42,50m	3,10	41,84	38,74	1938	43,06	17,90	42%	25,71

Fuente: Elaboración Propia



De acuerdo con los resultados de la Tabla 17 el valor promedio para la resistencia al corte no drenado  $C_u$  obtenidos para el CPTu 30.92m- sector 1 es de 32.7 KPa , para el CPTu 30.92m- sector 2 es de 23.17 KPa , el CPTu 30.92m- sector 3 es 26.77 KPa, el CPTu 30.92m- sector 4 es 28.89 KPa, el CPTu 30.92m- sector 5 es 34.36 KPa, el CPTu 30.92m- sector 6 es 37.33 KPa y en general para todo el perfil CPTu 30.92m es de 32.66 KPa.

La varianza entendida como la suma de las desviaciones cuadráticas con respecto a la media de la muestra para  $C_u$  un valor para el CPTu 30.92m- sector 1 es de 0.01, para el CPTu 30.92m- sector 2 es de 1.19 , el CPTu 30.92m- sector 3 es 4.16, el CPTu 30.92m- sector 4 es 0.21, el CPTu 30.92m- - sector 5 es 0.05, el CPTu 30.92m- sector 6 es 0.28 y en todo el perfil CPTu 30.92m es de 99.19, todas en  $KPa^2$ .

Los coeficientes de variación para  $C_u$  en los sectores discretizados son del orden de 1% al 8%, sin embargo para todo el perfil CPTu 30.92m es de 30 %, lo cual indica que los datos para los sectores se pueden considerar confiables y reducen la incertidumbre de los modelos, mientras que para la totalidad de los datos afecta el ajuste de los modelos.

**Tabla 17. Media y varianza de CPTu 30.92**

CPTu - 30,92m								
Sector	Inicial (m)	Final (m)	Longitud (m)	N datos	Media- ( $\mu$ ) KPa	Desviación estandar- ( $\sigma$ ) KPa	COV	$\delta v$ (mm)
1	3,72	4,84	1,12	57	32,7	0,10	0%	
2	5,84	9,30	3,46	174	23,17	1,09	5%	62,94
3	10,86	15,34	4,48	225	26,77	2,04	8%	29,48
4	16,28	17,86	1,58	80	28,89	0,46	2%	39,52
5	19,10	20,36	1,26	64	34,36	0,22	1%	63,99
6	22,76	25,24	2,48	125	37,33	0,53	1%	13,78
CPTu - 30,92m	2,24	30,92	28,68	1435	32,66	9,96	30%	33,53

Fuente: Elaboración Propia

De acuerdo con los resultados de la Tabla 18 para el CPTu 20.66 m, el valor promedio para la resistencia al corte no drenado  $C_u$  obtenidos para el CPTu 20.66 m -sector 1 es de 3.61 KPa , para el CPTu 20.66 m - sector 2 es de 26.16KPa , el CPTu 20.66 m -sector 3 es 16.46 KPa, el CPTu 20.66 m -sector 4 es 31.42 KPa, el CPTu 20.66 m -sector 5 es

25.32 KPa, y en general para todo el perfil CPTu 20.66 m es de 22.63 KPa.

La varianza entendida como la suma de las desviaciones cuadráticas con respecto a la media de la muestra para Cu un valor para el CPTu 20.66 m -sector 1 es de 8.71, para el CPTu 20.66 m -sector 2 es de 25.72, el CPTu 20.66 m -sector 3 es 0.06, el CPTu 20.66 m -sector 4 es 22.71, el CPTu 20.66 m sector 5 es 0.88, y en todo el perfil CPTu 20.66 m es de 64.61, todas en KPa<sup>2</sup>.

Los coeficientes de variación para Cu en los sectores discretizados son del orden de 1% al 19%, sin embargo para todo el perfil CPTu 20.66 m es de 36 %, lo cual indica que los datos para los sectores se pueden considerar confiables y reducen la incertidumbre de los modelos, mientras que para la totalidad de los datos puede afectar el ajuste de los modelos.

**Tabla 18. Media y varianza de CPTu 20.66m**

CPTu - 20,66m								
Sector	Inicial (m)	Final (m)	Longitud (m)	N datos	Media- (μ) KPa	Desviación estandar- (σ) KPa	COV	δv (mm)
1	1,80	2,30	0,5	51	35,61	2,95	8%	46,40
2	3,55	6,00	2,45	246	26,16	5,07	19%	67,32
3	6,74	7,52	0,78	79	16,46	0,24	1%	26,46
4	15,00	15,51	0,51	52	31,42	4,77	15%	46,06
5	19,20	19,90	0,7	71	25,32	0,94	4%	27,43
CPTu - 20,66m	1,06	20,66	19,6	1961	22,63	8,04	36%	25,66

Fuente: Elaboración Propia

Se puede afirmar que en general la resistencia al corte no drenado en los perfiles observados tiende a aumentar con la profundidad y es típico para el lacustre A medidos con CPTu.

#### 4.4.3 COMPORTAMIENTO ESTADÍSTICO DE LOS DATOS DE LABORATORIO

Paralelo a el análisis estadístico espacio- temporal, se realiza el análisis descriptivo de las propiedades del depósito. Se evaluó con el software SPSS STATISTICS el comportamiento descriptivo e inferencial de los datos de laboratorio, para la humedad, peso unitario, índice de plasticidad y Límites de Atterberg.

Se realiza una matriz con los resultados de laboratorio de los ensayos realizados a las muestras obtenidas del cono holandés, complementándola con los resultados de las tesis Sarmiento & León (2016). Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 19.

**Tabla 19 Resultados estadísticos datos de laboratorio**

		<b>Humedad (%)</b>	<b>Límite Líquido (%)</b>	<b>gr/cm3</b>	<b>Índice de Plasticidad (%)</b>
N	Válido	39	47	32	47
	Perdidos	9	1	16	1
Media		128,60	158,26	1,38	106,70
Error estándar de la media		8,48	8,04	,017	5,88
Mediana		132,59	150,13	1,37	110,12
Moda		46,30	141,00	1,30	111,50
Desviación estándar		53,01	55,15	,10	40,3697
Varianza		2810,85	3041,58	,01	1629,72
Asimetría		,75	,89	1,45	,00
Error estándar de asimetría		,37	,34	,41	,34
Curtosis		1,17	1,31	2,03	-,59
Error estándar de curtosis		,74	,68	,80	,68
Rango		243,57	257,04	,42	173,20
Mínimo		46,30	79,90	1,26	27,80
Máximo		289,87	336,94	1,68	201,00
Suma		5015,47	7438,29	44,46	5014,95
Coeficiente de Variación		0.41	0.36	0.07	0.37

Fuente: Elaboración Propia

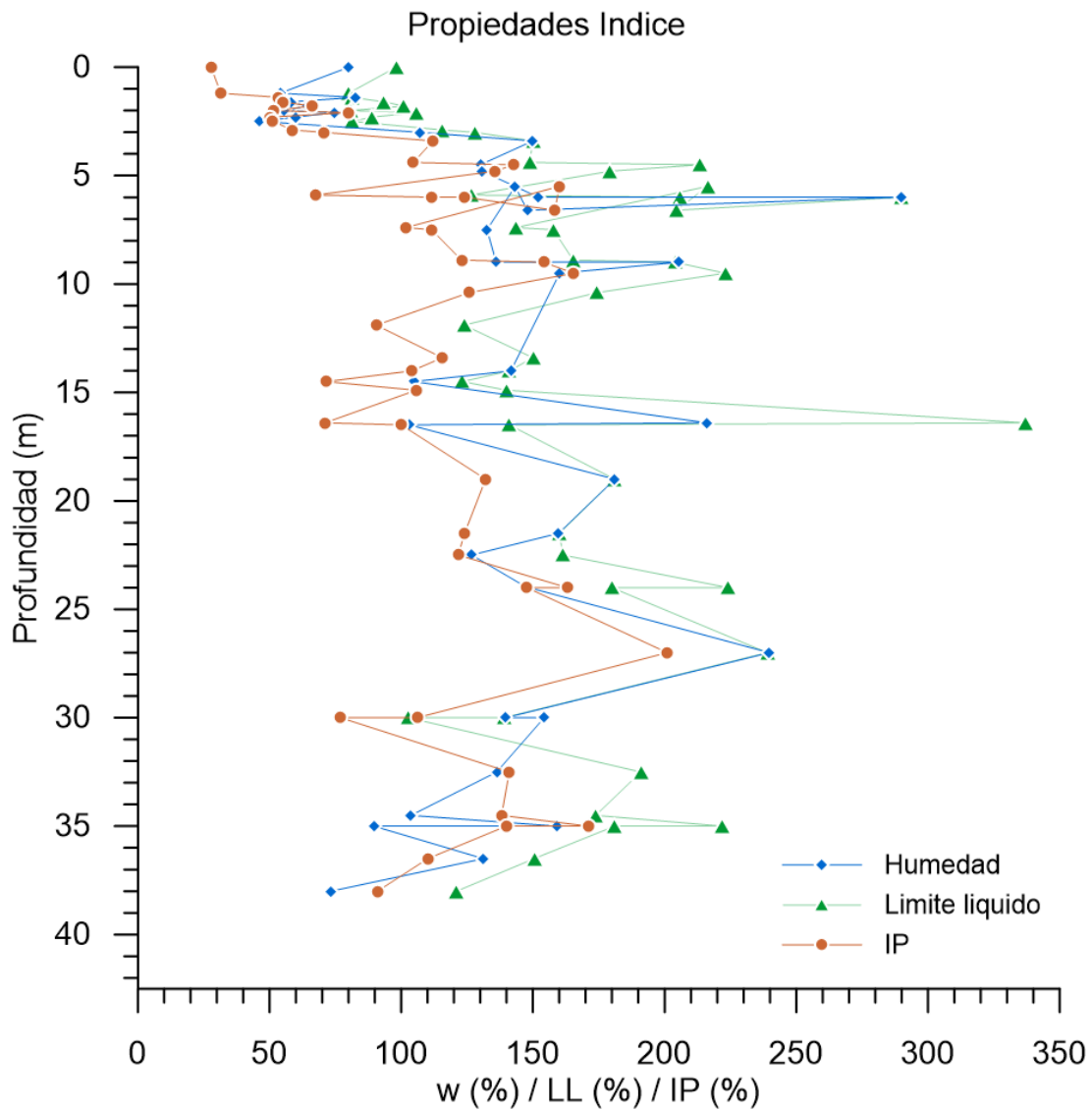


Figura 34 Compilado de resultados de Laboratorio vs Profundidad

Fuente: Elaboración Propia

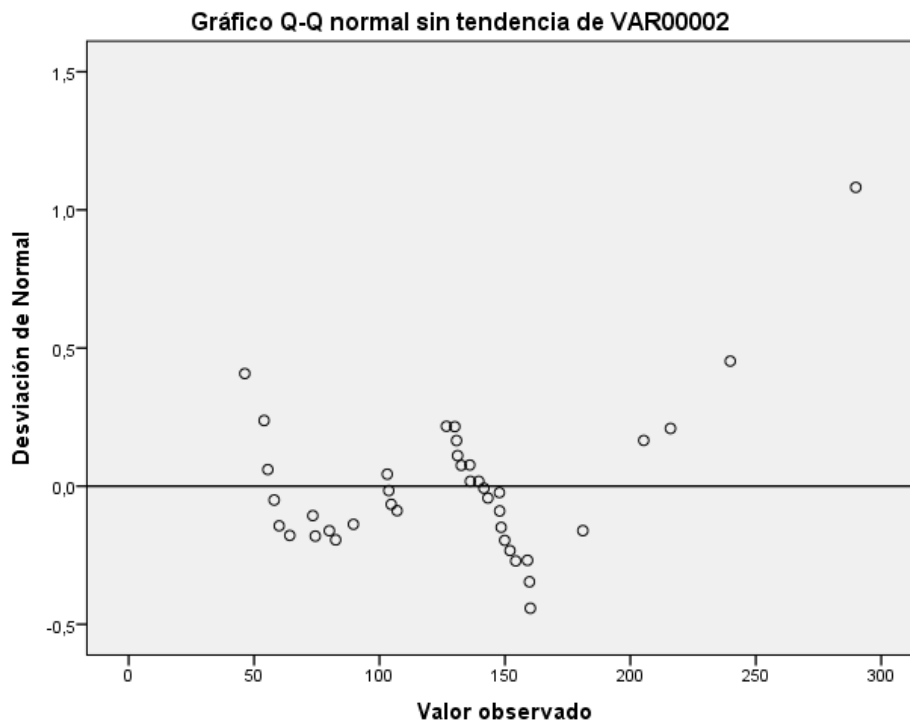
Se presenta a continuación los análisis de los datos en cuanto a sus características descriptivas para cada una de las propiedades físicas mencionadas en la Tabla 19.

- **Humedad natural**

Para la humedad natural se tienen los siguientes análisis:

De acuerdo con los resultados de la Tabla 19 el valor promedio para los datos de laboratorio estimados para la humedad natural es de 128.06%. Respecto a la mediana, se aprecia que el 50% de los datos de humedad o menos toman un valor de 132.59%; con respecto a la moda no hay un valor que se repita.

La varianza entendida como la suma de las desviaciones cuadráticas con respecto a la media de la muestra para la humedad natural tiene un valor de 2810, es decir se puede apreciar que en efecto existe mucha dispersión significativa de este valor como se muestra en la Figura 35 que se muestra a continuación:



**Figura 35 Diagramas de dispersión de los datos para la Humedad**

Fuente: Elaboración Propia

La desviación estándar como medida de la raíz cuadrada de la varianza mide el grado de dispersión que presentan los datos al respecto al valor promedio, en este caso tienen un valor de 53.01%, si nos remitimos a los valores máximo (289.87), mínimo (46.30) y el valor medio ( 132.59) se aprecia dispersión.

Los coeficientes de variación para la humedad es 0.41 o 41%, esta propiedad es decir los

datos pueden variar es ese orden de magnitud para la humedad.

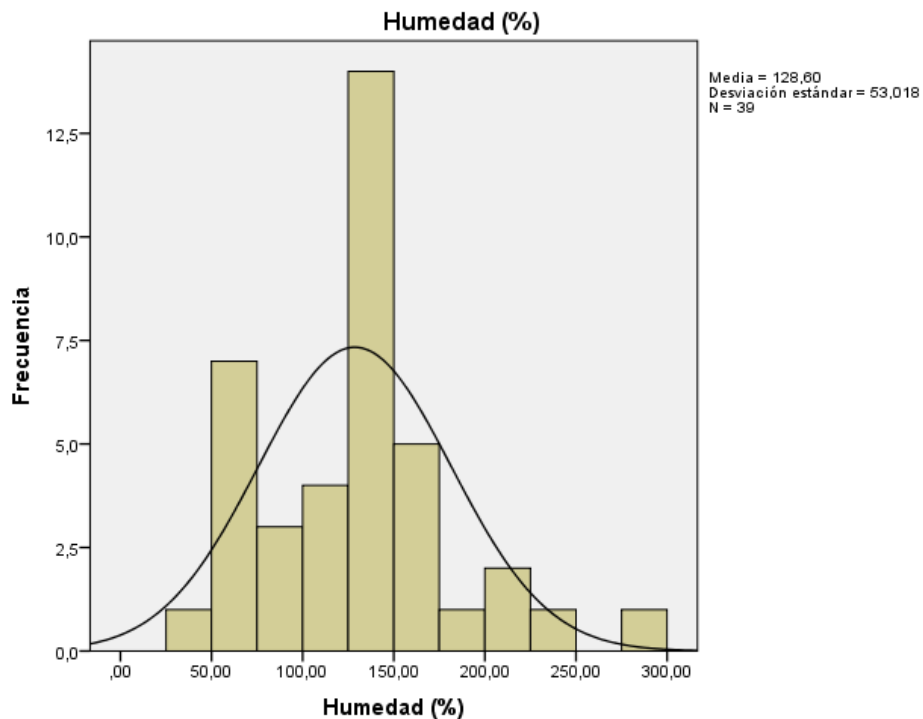
Revisando las características y las pruebas de normalidad de la distribución para validar si la misma responde a una tipo normal, se verifican los resultados de las hipótesis y se valida su nivel de significancia, como se presenta en la Tabla 20:

**Tabla 20 Pruebas de Normalidad datos de humedad**

	Casos					
	Válido		Perdidos		Total	
	N	Porcentaje	N	Porcentaje	N	Porcentaje
Humedad	39	100,0%	0	0,0%	39	100,0%
	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Humedad	,148	39	,031	,938	39	,032

Fuente: Elaboración Propia

El valor de acuerdo a la prueba Shapiro-Wilk que es la que se utiliza para un grupo de datos menor a 50 es de 0.032, es decir es menor de 0.05 y se rechaza la hipótesis que los datos se comportan como una distribución normal como se presenta en la Figura 36.



**Figura 36 Diagrama de distribuciones de frecuencias para la humedad**

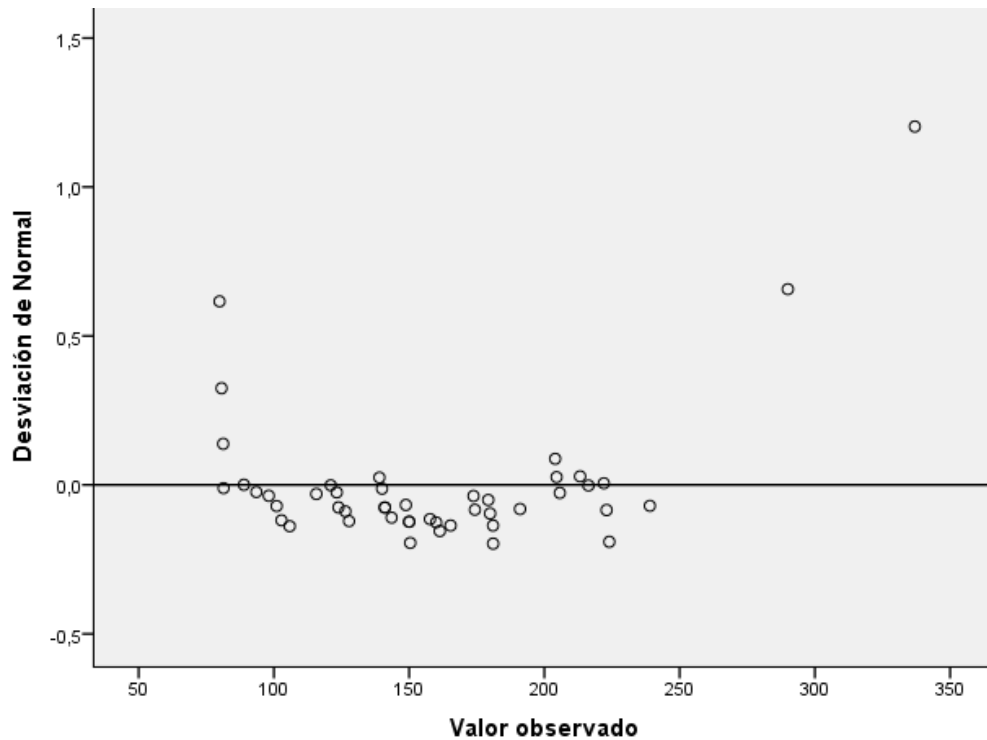
Respecto a la asimetría de la distribución para la humedad, esta es positiva y se identifica que la media es menor que la mediana, es decir que la mayoría de los datos son menores que la mediana, para la curtosis el valor 1.177 indica que la distribución tiene un comportamiento leptocúrtica y puede existir una concentración generalizada hacia el promedio.

- **Límite Líquido**

Para el límite líquido se tienen los siguientes análisis:

De acuerdo con los resultados de la Tabla 19 Resultados estadísticos datos de laboratorio el valor promedio para los datos de laboratorio estimados para el límite líquido es de 158.26%. Respecto a la mediana, se aprecia que el 50% de los datos del límite líquido o menos toman un valor de 150.13%, con respecto a la moda no hay un valor que se repita.

La varianza entendida como la suma de las desviaciones cuadráticas con respecto a la media de la muestra para el límite líquido tiene un valor de 3041.58, es decir se puede apreciar que en efecto existe dispersión significativa de este valor como se muestra en la Figura 37.



**Figura 37 Diagramas de dispersión de los datos para el límite líquido.**

Fuente: Elaboración Propia

La desviación estándar como medida de la raíz cuadrada de la varianza mide el grado de dispersión que presentan los datos de la respecto al valor promedio , en este caso tienen un valor de 55.15%, si nos remitimos a los valores máximo (336.94), mínimo (79.90) y el valor medio ( 158.26) se aprecia dispersión sin embargo son más homogéneos que la humedad.

Los coeficientes de variación para la humedad es 0.36 o 36%, esta propiedad es decir los datos pueden variar en ese orden de magnitud para el límite líquido

Revisando las características y las pruebas de normalidad de la distribución para validar si la misma responde a un tipo normal, se verifican los resultados de las hipótesis y se valida su nivel de significancia, como se presenta en Tabla 21.

El valor de acuerdo a la prueba Shapiro-Wilk que es la que se utiliza para un grupo de datos menor a 50 es de 0.025, es decir es menor de 0.05 y se rechaza la hipótesis que los datos se comportan como una distribución normal.

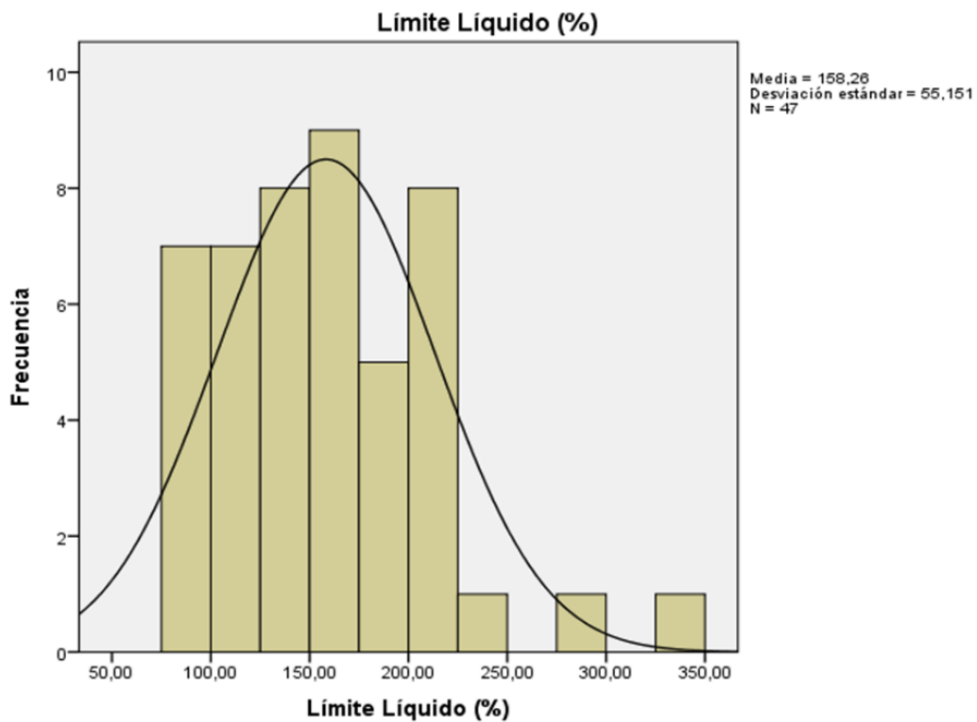


**Tabla 21 Pruebas de Normalidad datos límite líquido**

	Casos					
	Válido		Perdidos		Total	
	N	Porcentaje	N	Porcentaje	N	Porcentaje
Límite Líquido	47	100,0%	0	0,0%	47	100,0%
	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Límite Líquido	,089	47	,200 <sup>*</sup>	,944	47	,025

Fuente: Elaboración Propia

Respecto a la asimetría de la distribución para el límite líquido es positiva, y se puede identificar que en este caso la media es mayor que la mediana, es decir que la mayoría de los datos son mayores que el promedio, para la curtosis el valor 1.315 indica que la distribución tiene un comportamiento leptocúrtica y puede existir una concentración generalizada hacia el promedio como se presenta en la Figura 38.



**Figura 38 Diagrama de distribuciones de frecuencias para el límite líquido**

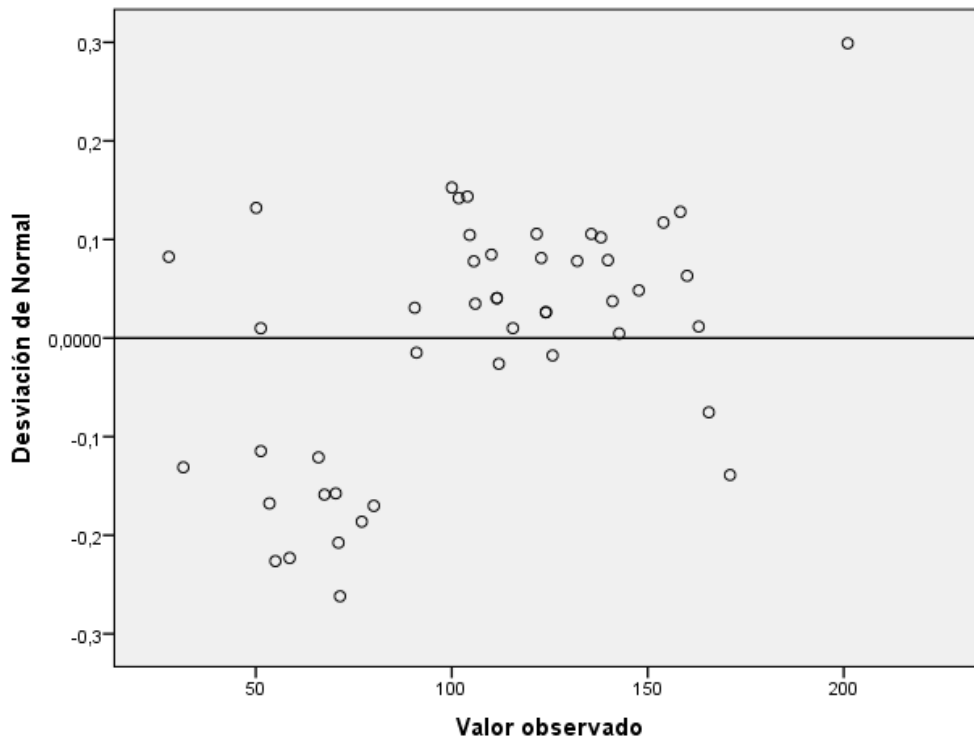
Fuente: Elaboración Propia

- **Índice de Plasticidad**

Para el índice de plasticidad se tienen los siguientes análisis:

De acuerdo con los resultados de la Tabla 16 el valor promedio para los datos de laboratorio estimados para el índice de plasticidad es de 106.70% respecto a la mediana, se aprecia que el 50% de los datos del índice de plasticidad o menos toman un valor de 110.12%, no hay moda.

La varianza entendida como la suma de las desviaciones cuadráticas con respecto a la media de la muestra para el límite líquido tiene un valor de 1629.72, es decir se puede apreciar que en efecto existe dispersión menor que para la humedad y límite líquido, es decir hay mayor concentración y menos dispersión hacia los extremos, como se presenta en Figura 39.



**Figura 39 Diagramas de dispersión de los datos para el índice de plasticidad**

Fuente: Elaboración Propia

La desviación estándar como medida de la raíz cuadrada de la varianza mide el grado de dispersión que presentan los datos de la respecto al valor promedio, en este caso tienen

un valor de 40.36%, si nos remitimos a los valores máximo (201), mínimo (27.8) y el valor medio (106.70) se aprecia dispersión sin embargo son más homogéneos que la humedad y el límite líquido.

Los coeficientes de variación para la humedad es 0.37 o 37%, esta propiedad es decir los datos pueden variar en ese orden de magnitud.

Revisando las características y las pruebas de normalidad de la distribución para validar si la misma responde a una tipo normal, se verifican los resultados de las hipótesis y se valida su nivel de significancia, como se presenta en Tabla 22:

**Tabla 22 Pruebas de Normalidad datos índice de plasticidad**

	Casos					
	Válido		Perdidos		Total	
	N	Porcentaje	N	Porcentaje	N	Porcentaje
Indice de Plasticidad	47	97,9%	1	2,1%	48	100,0%
	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Indice de Plasticidad	,085	47	,200*	,982	47	,660

Fuente: Elaboración Propia

El valor de acuerdo a la prueba Shapiro-Wilk que es la que se utiliza para un grupo de datos menor a 50 es de 0.6, es decir es mayor de 0.05 y se acepta la hipótesis que los datos se comportan como una distribución normal, como se presenta en Figura 40

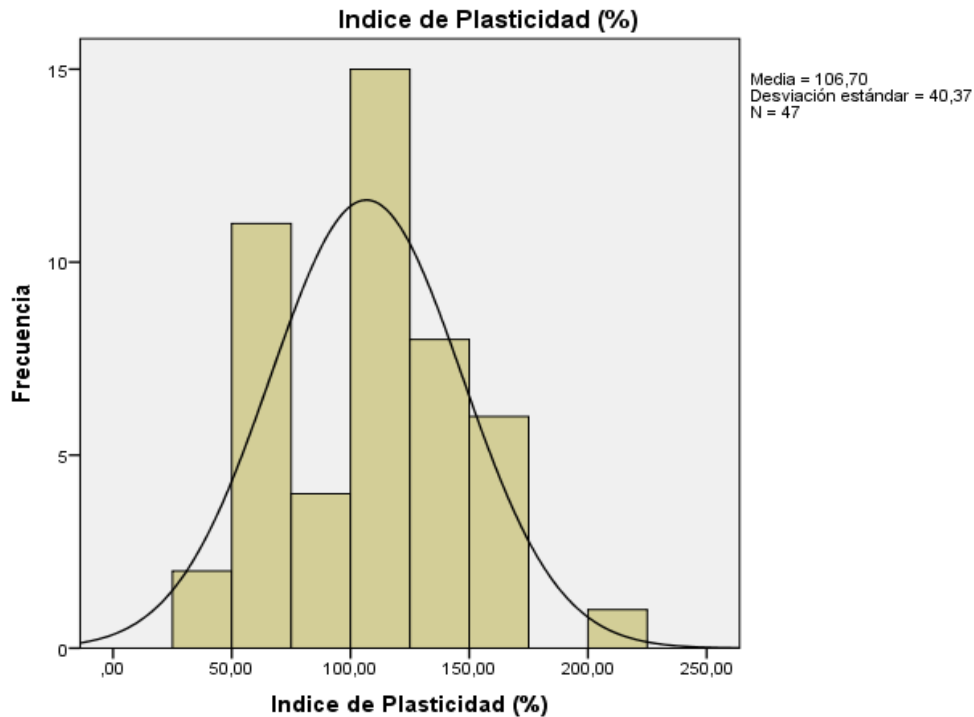


Figura 40 grafica de normalidad datos para el índice de plasticidad

Fuente: Elaboración Propia

Respecto a la asimetría de la distribución para el índice de plasticidad tiende a ser negativa y el coeficiente de asimetría es cercano a cero, lo cual ratifica la normalidad de la misma, y se puede identificar que en este caso la media es menor que la mediana, es decir que una mayoría de los datos son menores que el promedio, para la curtosis el valor -0.597 indica que la distribución tiene un comportamiento platocúrtica y pueden existir valores homogéneos en toda la distribución.

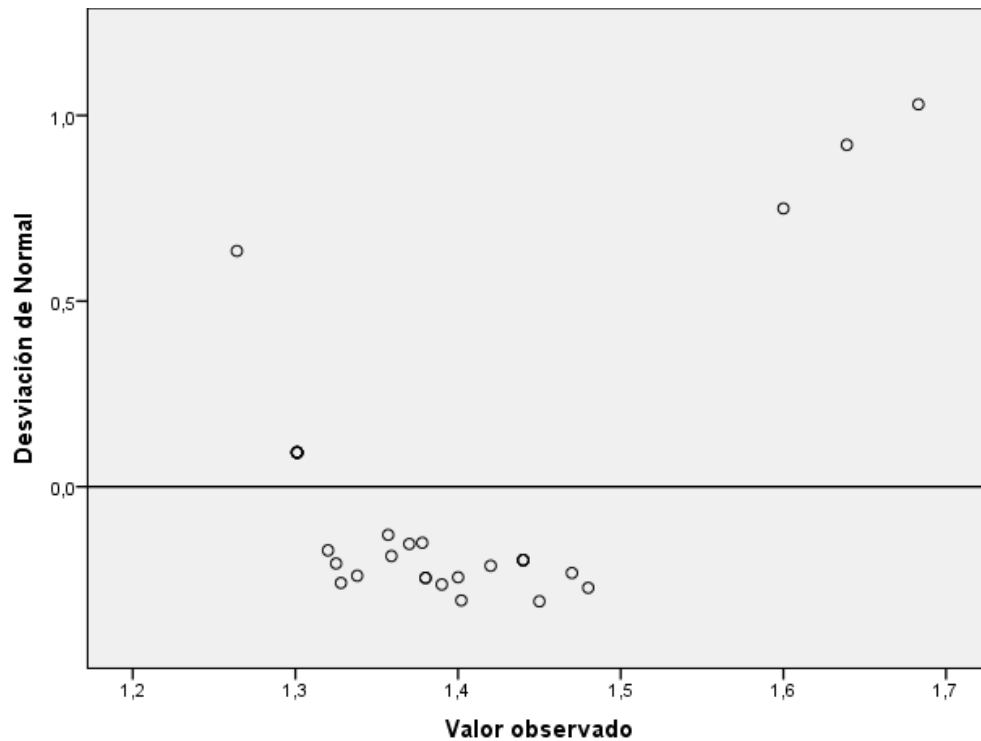
- **Peso Unitario**

Para el peso unitario se tienen los siguientes análisis:

De acuerdo con los resultados de la Tabla 16 el valor promedio para los datos de laboratorio estimados para el peso unitario es de 1.38 g/cm<sup>3</sup>, respecto a la mediana, se aprecia que el 50% de los datos del peso unitario o menos toman un valor de 1.37 g/cm<sup>3</sup>, con respecto a la moda el valor que mas se repite es 1.30 g/cm<sup>3</sup>.

La varianza entendida como la suma de las desviaciones cuadráticas con respecto a la media de la muestra para el límite líquido tiene un valor de 0.010, es decir se puede apreciar

que los datos son homogéneos para el depósito a diferencia de las propiedades índice, como se presenta en Figura 41.



**Figura 41 Diagramas de dispersión de los datos para el peso unitario**

Fuente: Elaboración Propia

La desviación estándar como medida de la raíz cuadrada de la varianza mide el grado de dispersión que presentan los datos de la respecto al valor promedio , en este caso tienen un valor de 0.1010%, si nos remitimos a los valores máximo (1.68 g/cm<sup>3</sup>), mínimo (1.26 g/cm<sup>3</sup>) y el valor medio ( 1.38 g/cm<sup>3</sup>) se aprecia una baja dispersión en el rango de datos para esta propiedad.

Los coeficientes de variación para el peso unitario es 0.07 o 7%, se considera que están en el rango de observaciones referenciadas por diferentes autores en la literatura.

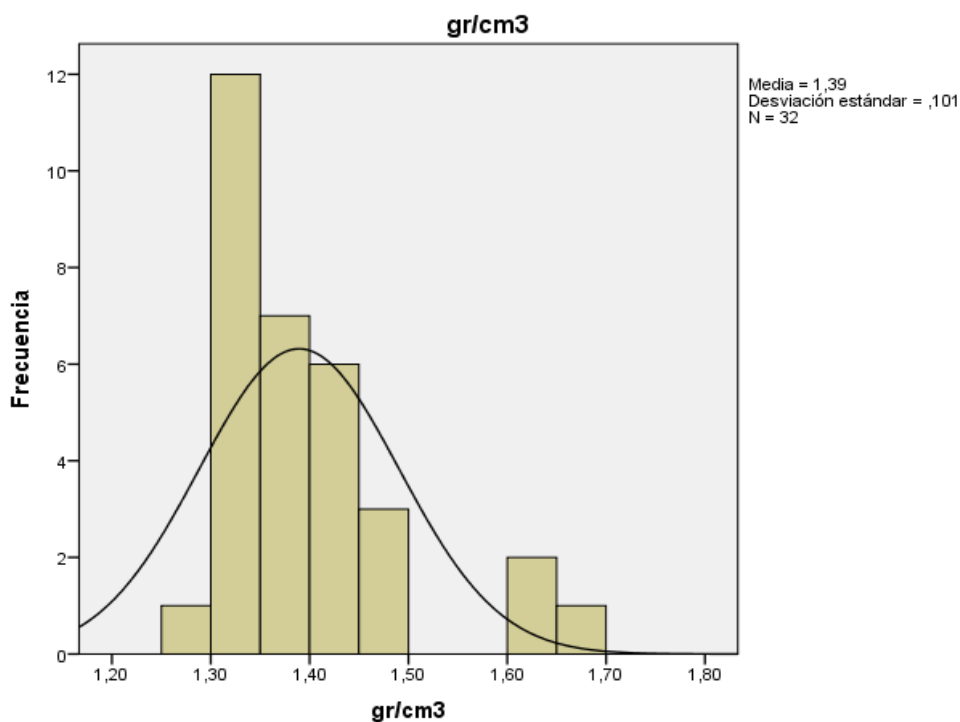
Ahora bien, revisando las características y las pruebas de normalidad de la distribución para validar si la misma responde a una tipo normal, se verifican los resultados de las hipótesis y se valida su nivel de significancia, como se presenta en Tabla 23 :

**Tabla 23 Pruebas de Normalidad datos el peso unitario**

	Casos					
	Válido		Perdidos		Total	
	N	Porcentaje	N	Porcentaje	N	Porcentaje
Peso Unitario	32	66,7%	16	33,3%	48	100,0%
	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Peso Unitario	,160	32	,037	,850	32	,000

Fuente: Elaboración Propia

El valor de acuerdo a la prueba Shapiro-Wilk que es la que se utiliza para un grupo de datos menor a 50 es de 0.000, es decir es menor de 0.05 y se rechaza la hipótesis que los datos se comportan como una distribución normal, como se presenta en la Figura 42.



**Figura 42 Diagrama de distribuciones de frecuencias para el peso Unitario**

Fuente: Elaboración Propia

Respecto a la asimetría de la distribución para el límite líquido es positiva, y se puede identificar que en este caso la media es mayor que la mediana, es decir que la mayoría de los datos son mayores que el promedio, para la curtosis el valor 1.454 indica que la distribución tiene un comportamiento leptocúrtico y puede existir una concentración generalizada hacia el promedio.

## 5 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

La investigación se centró en calcular la escala de fluctuación, no obstante, una de las mayores dificultades se encontró en la identificación y clasificación de los sectores que cumplieran la homogeneidad necesaria para el análisis.

Se buscó garantizar la continuidad para la cantidad de sectores analizados, sin embargo, muchos de ellos no eran aptos en cuanto a homogeneidad. Los sectores finalmente seleccionados presentado en las Tabla 24, Tabla 25 y Tabla 26, fueron los únicos que satisficieron dicha condición.

Al analizar la totalidad del conjunto de los datos, así como las longitudes que presentaban mayor grado de estacionariedad, se puede afirmar que en general a pesar de la idea que se tiene que el depósito Lacustre A es homogéneo, esta afirmación aplica para las caracterizaciones determinísticas, lo que en realidad sucede es que el depósito en efecto es espacialmente variable y el mismo está condicionado por la periodicidad de los eventos geológicos que se dieron durante su formación, tal y como lo manifiesta Ruiz Campo (2006). El hecho de que no existan tramos o longitudes de una mayor extensión es una particularidad de los suelos lacustres en la ciudad de Bogotá, si bien se podría creer que los valores de las mediciones podrían estar asociados a los equipos, la realidad indica que estas pequeñas variaciones afectaron de forma considerable la homogeneidad del depósito.

Tabla 24. Discretización de sectores en CPTu 42.5m

CPTu - 42,50m				
Sector	Inicial (m)	Final (m)	Longitud (m)	N datos
1	7,30	9,00	1,7	86
2	10,98	14,00	3,02	152
3	18,44	19,64	1,2	61
4	23,76	24,98	1,22	62
5	32,54	33,52	0,98	50
CPTu - 42,50m	3,10	41,84	38,74	1938

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 25. Discretización de sectores en CPTu 30.92 m**

<b>CPTu - 30,92m</b>				
<b>Sector</b>	<b>Inicial (m)</b>	<b>Final (m)</b>	<b>Longitud (m)</b>	<b>N datos</b>
1	3,72	4,84	1,12	57
2	5,84	9,30	3,46	174
3	10,86	15,34	4,48	225
4	16,28	17,86	1,58	80
5	19,10	20,36	1,26	64
6	22,76	25,24	2,48	125
CPTu - 30,92m	2,24	30,92	28,68	1435

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 26. Discretización de sectores en CPTu 20.66m**

<b>CPTU - 20,66m</b>				
<b>Sector</b>	<b>Inicial (m)</b>	<b>Final (m)</b>	<b>Longitud (m)</b>	<b>N datos</b>
1	1,80	2,30	0,5	51
2	3,55	6,00	2,45	246
3	6,74	7,52	0,78	79
4	15,00	15,51	0,51	52
5	19,20	19,90	0,7	71
CPTu - 20,66m	1,06	20,66	19,6	1961

Fuente: Elaboración Propia

Los tramos discretizados reflejan las condiciones de homogeneidad más confiables para el depósito que aquellas que tienen en cuenta la totalidad de los datos para todo perfil del depósito.

Al comparar las propiedades estimadas en laboratorio, contra los perfiles y las escalas de fluctuación, se puede inferir que las intercalaciones limosas (MH) pueden alterar la continuidad de la homogeneidad de la resistencia al corte no drenada (Cu). La resistencia al corte es una propiedad sensible y puede verse afectada por los rangos de valores que toman otras propiedades (LL, LP, IP, w).



**Tabla 27 Perfiles para valores de laboratorio y tramos homogéneos**

INICIO	P unit gr/cm3	w (%)	LL (%)	LP (%)	IP (%)	USC	CPT 42,5m	CPT 30,92m	CPT 20,66m	
0	1,301	80	98,1	70,3	27,8		OCR 0-3,10m	OCR 0-2,24m	OCR 0-1,04m	
1,2	1,301	54	79,9	48,4	31,5					
1,4	1,6	82,54	81,39	27,9	53,49	CH				
1,6	1,301	58	93,5	38,5	55					1,80m - 2,3m δ=46,40mm
1,8		64,2	101	35	66	CH				
2	1,639	55,47	80,65	29,37	51,28	CH				
2,1	1,48	74,4	105,83	25,73	80,1	CH				
2,3	1,301	60	88,9	38,8	50,1					
2,5	1,683	46,3	81,26	29,99	51,27	CH				
2,9	1,47		115,69	57,05	58,64	CH				
3	1,301	107	127,8	57,4	70,4					
3,4		149,9	150	38	112	CH				
4,4	1,44		148,78	44,21	104,57	CH		3,55m - 6m δ=67,32mm		
4,5	1,301	130	213,2	70,5	142,7					
4,8	1,44	130,7	179,24	43,64	135,6	CH				
5,9	1,44		126,41	58,91	67,5	CH				
6		152/289,8	205,7/290	94,2/166	111,5/124	CH				
6,6	1,45	147,9	204,5	46,19	158,31	CH		5,84m - 9,3m δ=62,94mm		
5,5	1,338	143,22	216,3	56,26	160,04	MH				
7,4	1,4		143,53	41,76	101,77	CH	7,30m - 9m δ=51,47mm			
7,5	1,357	132,59	157,71	46,21	111,5	CH				
8,9	1,38		165,31	42,47	122,84	CH				
9		136/205,33	204	50	154	CH				
9,5	1,264	160,12	223	57,41	165,59	MH				
10,4	1,37		174,29	48,57	125,72	CH	10,98m - 14m δ=43,50mm	10,86m - 14,34m δ=29,48mm		
11,9	1,39		123,85	33,3	90,55	CH				
13,4	1,42		150	34,4	115,6	CH				
14		141,63	141	37	104	CH				
14,5	1,402	104,68	123,22	51,73	71,49	MH				
14,9	1,38		140	34,38	105,62	CH		15m - 15,51m δ=46,06mm		
16,4	1,32	216	336,94	265,85	71,09	CH				
16,5		103,1	141	41	100	CH	18,44m - 19,64m			
19		181,06	181	49	132	CH	δ=57,87mm			
21,5		159,8	160	36	124	CH		19,1m - 20,36m δ=63,99mm		
22,5	1,328	126,67	161,33	39,7	121,63	CH		22,76m - 25,24m δ=13,78mm		
24		147,8/148,5	224/179,93	61/32,22	163/147,71	CH				
27		239,8	239	38	201	CH				
30		139,56/154,3	139/102,79	33/25,75	106/77,04	CH				
32,5	1,325	136,2	191	50	141	CH	32,54m - 33,52m			
34,5	1,378	103,7	173,78	35,73	138,05	MH	δ=46,76mm			
35		159/89,6	222/181,05	51/41,22	171/139,83	CH				
36,5	1,359	131,13	150,41	40,29	110,12	CH				
38		73,4	121	30	91	CH				

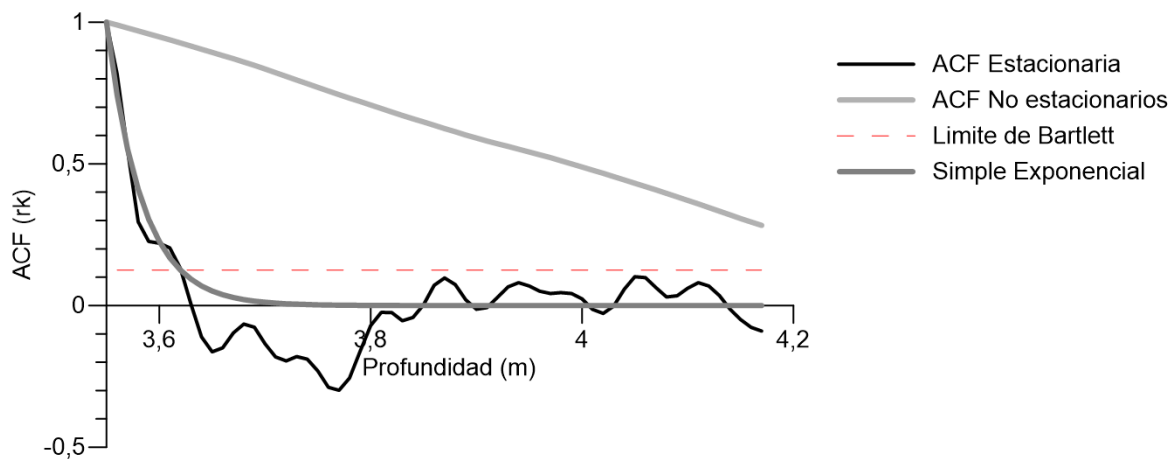
Fuente: Elaboración Propia

Los antecedentes para las investigaciones de Murthy (2005) en la India, así como Onyejekwe (2012) en Missouri - Estados Unidos, están dadas para estratos cohesivos de poco espesor y con particularidades geológicas para depósitos más consolidados, de menor longitud, y de mayor edad.

La investigación de Jaksa et al. (1999) en el depósito de Keswick Clay, Australia, está dada para una gran extensión y un número representativo de CPTu evaluados, los resultados muestran que para un depósito de 5 m, la homogeneidad estadística es alta.

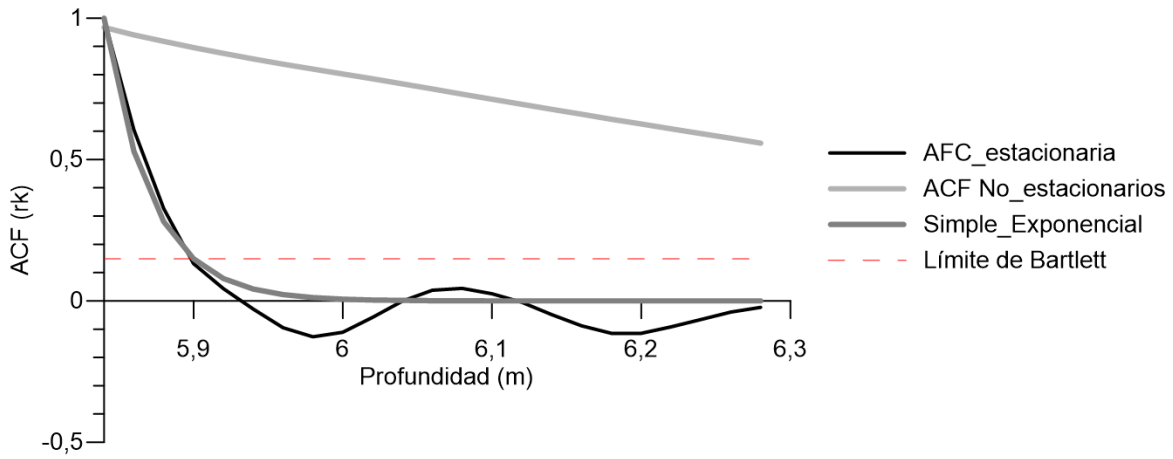
Respecto a las funciones de autocorrelación (ACF) se puede observar que en efecto, los datos son estacionarios dado que los mismos decaen en los primeros rezagos en forma exponencial, dicha afirmación se sustenta desde una perspectiva basada en la teoría estadística de series temporales, no obstante, diferentes autores e investigaciones pueden suponer otras hipótesis y aplicaciones, por lo tanto, la misma tiene un ámbito de aplicación en términos de campos aleatorios para caracterizar la variabilidad espacial.

Si se compara con la AFC para los datos experimentales, se observa que los mismos decaen linealmente, a la hora de hacer una evaluación y cálculo de la escala de fluctuación para este caso (decaimiento lineal) no son confiables los resultados para este parámetro, de otra lado, si se comparan las gráficas de las funciones de autocorrelación del presente estudio Figura 43 y Figura 44 con la estimada por Murthy (2005) Figura 45 y Figura 46, Jaksa et al. (1997) y Ge & Onyejekwe (2013), se aprecia que las AFC convergen similares a las de los autores referenciados.



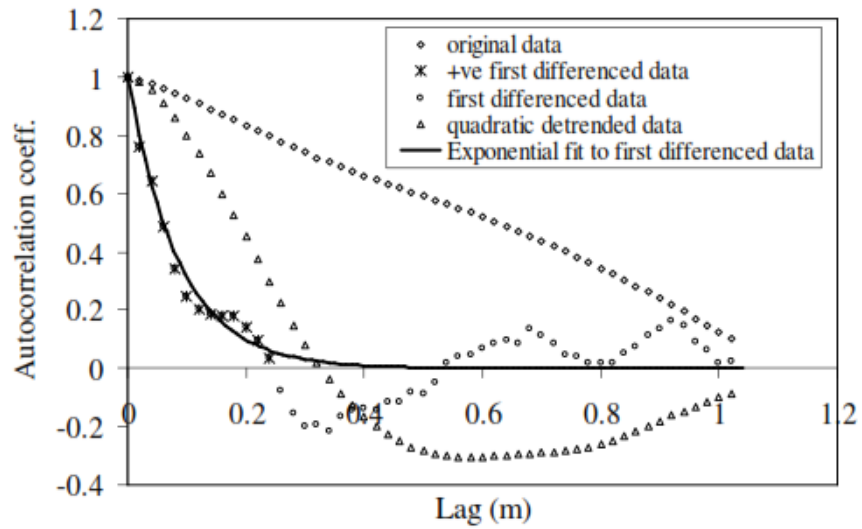
**Figura 43 Modelos AFC CPTu 20.66 m - Sector 2**

Fuente: Elaboración Propia



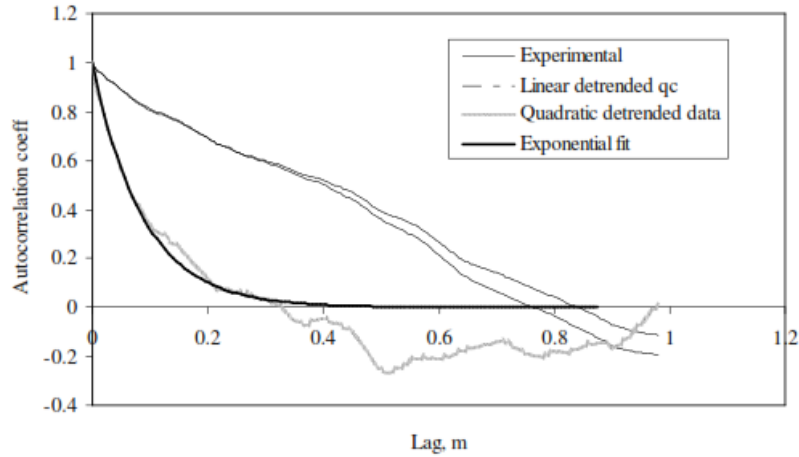
**Figura 44 Modelos de autocorrelación CPTu 30.92 m - Sector 2**

Fuente: Elaboración Propia



**Figura 45 Graficas AFC estudio Murthy**

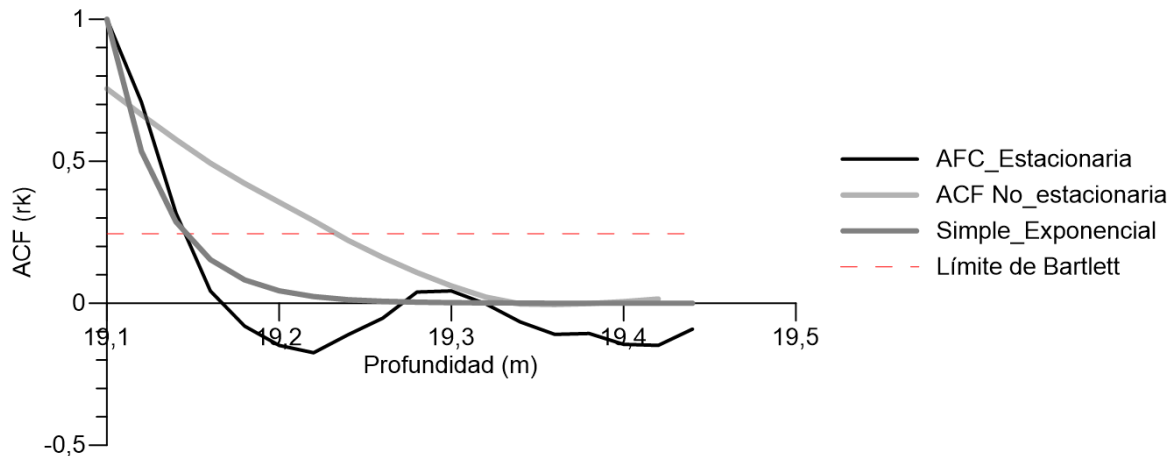
Fuente: (Murthy, 2005)



**Figura 46 Graficas AFC para Arcilla de Keswick - Estudio Murthy**

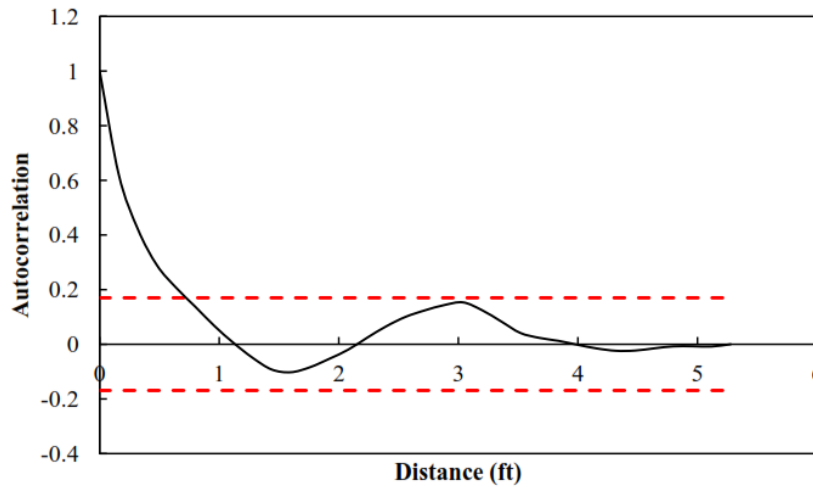
Fuente: (Murthy, 2005)

Al comparar contra las funciones de correlación del presente estudio Figura 47 ACF CPTu 30.92 Sector 5 vs la estimada por (Onyejekwe, 2012) Figura 48, (Jaksa, Kaggwa, & Brooker, 1999) Figura 49 AFC estudio de Keswick Clay , Australia, se aprecia que las AFC siguen el mismo patrón de decaimiento y convergencia en forma exponencial .



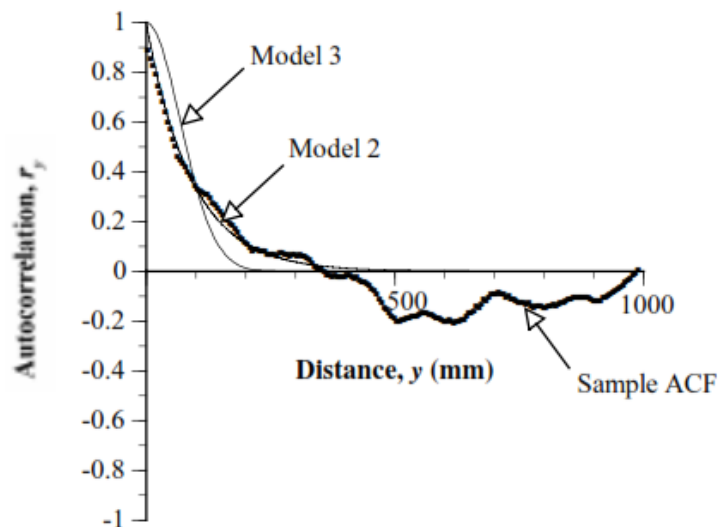
**Figura 47 ACF CPTu 30.92 Sector 5 presente estudio.**

Fuente: Elaboración Propia



**Figura 48 ACF Estúdio Missouri (Onyejekwe, 2012)**

Fuente: (Onyejekwe, 2012)



**Figura 49 AFC estudio de Keswick Clay , Australia**

Fuente: (Jaksa, Kaggwa, & Brooker, 1999)

La distancia entre la cual el depósito lacustre A localizado en la Escuela colombiana de Ingeniería muestran fuerte correlación de hasta los 67.32 mm, este valor si se compara con los estudios de (Murthy, 2005) en la India, (Onyejekwe, 2012) en Missouri y (Jaksa, Kaggwa, & Brooker, 1999) en Adelaide Australia, resultan menores. Lo anterior puede estar relacionado con lo afirmado por (Mostyn y Soo 1992) citados por (Murthy, 2005) cuando afirma que una escala de fluctuación ( $\delta$ ) pequeña, traduce fluctuaciones rápidas sobre la media con una posible reducción en la varianza.

Al analizar la totalidad de los datos en cada uno de los CPTu, contra los sectores discretizados como se indican en la

Tabla 13, Tabla 14, Tabla 15, se observa que una gran cantidad de datos es independiente de los valores que tome la escala de fluctuación

El resumen de los resultados de las escalas de fluctuación para cada uno de los CPTu evaluados en conjunto, muestran un valor medio de 47,1 mm, 40,5 mm y 39,9 m, por su parte los coeficientes de variación se encuentran entre el 30 % y el 50% respectivamente.

**Tabla 28 Resumen parámetros estadísticos escalas de fluctuación presente estudio en cada CPTu**

	<b>CPTu 42,50m</b>	<b>CPTu 30,92m</b>	<b>CPTu 20,66m</b>
<b>Número de datos</b>	6,0	6,0	6,0
<b>Media (mm)</b>	47,1	40,5	39,9
<b>Varianza (Kpa)</b>	142,9	388,0	274,2
<b>Desviación estándar (mm)</b>	25%	49%	42%
<b>COV (%)</b>	25,7	13,8	25,7
<b>Valor Min (mm)</b>	57,9	64,0	67,3
<b>Valor Máx (mm)</b>	32,2	50,2	41,7

Fuente: Elaboración Propia

**Tabla 29 Resumen parámetros estadísticos escalas de fluctuación en conjunto.**

	<b><math>\delta v</math> (mm)</b>
<b>Número de datos</b>	18,0
<b>Media (mm)</b>	42,5
<b>Desviación estándar (mm)</b>	15,75
<b>COV (%)</b>	37%
<b>Valor Min (mm)</b>	13,78
<b>Valor Máx (mm)</b>	67,32
<b>Rango</b>	53,53

Fuente: Elaboración Propia

Como análisis final de los 18 valores obtenidos, el depósito tiene escalas de fluctuación en promedio de 42.5mm, con un máximo de 67,32mm. Con un coeficiente de variación de 37%.

- **Comparación de Resultados Escalas de Fluctuación Otros Autores**

Al comparar los valores estimados de escalas de fluctuación con otros estudios se tiene lo siguiente:

Si se compara con el estudio de (Jaksa, Brooker, & Kaggwa, 1997) en las arcillas de Keswick en el norte de Adelaide, Australia , se obtuvieron escalas de fluctuación de entre 63 mm a 241 mm y coeficientes de variación de 30% como se presenta en la Tabla 30.

**Tabla 30 Valores escala de fluctuación Adelaide, Australia**

CPT No.	Depth (mm)		No. of Data	ACF (mm)		
	Min	Max.		$r_B$	$\delta_{V_2}$	$\delta_{V_5}$
A0	2305	5045	546	195	172	193
A1	2500	5105	517	150	126	156
A2	3000	5095	416	150	168	149
A4	2500	5245	545	145	141	166
A6	2500	5135	525	160	166	189
A8	3000	5040	405	65	71	63
A10	3400	5055	327	185	170	194
B1	2600	5090	494	70	63	73
B5	2300	5130	564	120	116	133
B8	2500	5045	505	110	100	110
C0	2300	5035	542	100	104	111
C4	2200	5020	560	120	126	128
C8	1100	5055	783	240	183	171
C10	2700	5050	466	120	122	133
CD1	2500	5020	501	230	216	241
CD30	3000	5015	400	95	96	107
D5	2500	4945	488	155	150	168
D8	2400	5045	525	140	124	152
E1	2200	5125	581	155	171	174
E7	2205	5030	560	170	166	174
G0	2000	5035	603	120	160	131
G5	2000	5025	602	240	245	252
G10	2200	5005	557	160	161	181
H7	2200	5045	564	110	120	122
H10	2300	5120	559	160	131	156
I1	2100	5150	605	240	186	209
I9	2200	5120	579	180	154	169
J8	2200	5025	560	115	92	88
K0	3305	5275	393	145	143	153
K10	2005	5020	599	235	244	255
Mean				152.8	146.2	156.7
Standard Deviation				49.4	44.1	47.4
Coefficient of Variation, CV				32.3%	30.2%	30.3%

Fuente: (Jaksa, Kaggwa, & Brooker, 1999)

En Australia los valores corresponden a escalas de fluctuación para la resistencia por punta del cono ( $Q_c$ ) , no obstante, Phoon establece que estimar  $\delta v$  para  $Q_c$  es equivalente a

hacerlo para Cu.

Para suelos no cohesivos, en el estudio realizado por Murthy con CPT de Texas- Estados Unidos (A&M Riverside Sand Site) , aplicando la misma metodología. los valores de escala de fluctuación vertical se encuentran en un rango de 0.35m a 0.90m como se observa en la Tabla 31.

**Tabla 31. Valores escala de fluctuación Estudio Murthy, para suelo no cohesivo.**

Sounding	Scale of fluctuation, $\delta_v$ (m) based on					
	Fitting method			Bartlett's limits		
	Experi- mental $q_c$	Residuals off linear trend	Residuals off quadratic trend	Experi- mental $q_c$	Residuals off linear trend	Residuals off quadratic trend
CPT21	0.40	0.40	0.33	0.32	0.32	0.28
CPT23	0.35	0.35	0.32	0.26	0.26	0.24
CPT24	0.56	0.56	0.23	0.54	0.54	0.20
CPT25	0.68	0.64	0.63	0.50	0.46	0.46
CPT26	0.95	0.90	0.50	0.78	0.74	0.42
CPT27	1.37	0.83	0.39	1.02	0.74	0.28
CPT28	1.63	0.54	0.53	1.12	0.48	0.48
CPT29	0.58	0.48	0.48	0.46	0.36	0.36

Fuente: (Murthy, 2005)

Si bien los resultados pueden presentar valores semejantes en relación a los mínimos, la naturaleza de los depósitos son diferentes, por lo tanto, es recomendable siempre establecer las condiciones particulares para cada sitio como es el caso del lacustre A de la ciudad de Bogotá.



## 6 CONCLUSIONES

Cada día se hace más necesario incorporar el tratamiento de los datos y la estadística en geotecnia, especialmente por la gran variabilidad que exhiben los materiales geológicos inducida principalmente por sus ambientes de formación, erosión y meteorización entre otras, en este punto la estadística es una herramienta de apoyo que facilita la correcta interpretación de las propiedades físicas, mecánicas y espaciales indispensables para el diseño en geotecnia.

Para la aplicación de una metodología de caracterización de variabilidad espacial con la metodología propuesta, es necesario formular, utilizar y acoplar los conceptos de estadística espacial y estadística temporal, la unión de estas dos permite una correcta interpretación para elaborar un análisis como el del objeto del presente estudio, sumado a lo anterior, también se resalta la importancia de las herramientas descriptivas de los datos para lograr una interpretación acertada de la naturaleza del tipo de depósito al que se enfrenta el diseñador.

Mediante el **análisis estadístico espacio-temporal**, se estimó la variabilidad espacial del depósito Lacustre localizado en la Escuela Colombiana de Ingeniería.

Media ( $\mu$ ) = 32,76 Kpa

Desviación estándar ( $\sigma$ ) = 15.58 KPa

Escala de fluctuación ( $\delta v$ ) = 67.32 mm

Lo anterior se refiere a que distancia en la cual la propiedad del suelo evaluada ( $C_u$ ) muestra una fuerte correlación de sus propiedades, son distancias mayores a 67mm es decir cada 4 mediciones (en el caso de los CPTu de medición de 2cm) de la resistencia al corte no drenado, suponen que la correlación disminuye entre las fluctuaciones de las mediciones y se comportan más al azar.

Los coeficientes de variación para  $C_u$  en los sectores discretizados de los CPTu 42.50m , 30.92 m y 20.66 m son del orden de 1% al 19%, sin embargo para la totalidad de los perfiles están en el orden de 30% a 42%, esto demuestra la importancia y necesidad de discretizar los análisis en el depósito ya que este procedimiento reduce la incertidumbre de los modelos, mientras que para la totalidad de los datos en cada uno de los perfiles afecta el ajuste y la convergencia de los modelos en calculo de la escala de fluctuación.

Dentro de los factores indispensables para el correcto desarrollo de la metodología propuesta, se encontró que identificar la homogeneidad estadística de los resultados de la resistencia al corte no drenada de los datos es de suma importancia. Se encontró que el conjunto de datos del lacustre A para la  $C_u$  es sensible a cualquier variación que se presente, un dato atípico, limita homogeneidad, modifica tendencias y aumenta el sesgo existente entre los datos, generando así conflictos en las interpretaciones y no convergencia de los modelos en los resultados de los análisis estadísticos.

Teniendo en claro la importancia de contar con datos que se ajusten a el propósito del estudio, cobra gran importancia la verificación de estacionariedad de los datos ya que esta condición se refleja en la gráficas de las funciones de autocorrelación, por ejemplo cuando se grafican datos transformados a estacionarios las AFC convergen exponencialmente y decaen en los primeros rezagos, esto indica y ratifica la estacionariedad, en cambio cuando se grafican datos experimentales que no son estacionarios se aprecian funciones que decaen linealmente, la diferencia entre las dos se refleja en que con el primer caso se miden distancias de correlación y escalas de fluctuación reales, mientras que con el segundo caso se incurría lecturas y mediciones que no tienen en cuenta la estacionariedad de los datos.

Aunque se describen tres métodos para la verificar la homogeneidad estadística de los datos, solo los resultados obtenidos del método basado en Dikey – Fuller y Kendall test resultaron lo suficientemente adecuados para los cálculos de estacionariedad dado que el método del enfoque Bartlett y su complemento con el modificado de Bartlett son aproximados e iterativos y pueden resultar menos confiables.

Las escalas de fluctuación para la totalidad de los datos y los sectores discretizados para la resistencia al corte no drenado presentan un coeficiente de variación ( $C_v$ ) de 37%, si se comparan con los estudios desarrollados por (Jaksa, Brooker, & Kagawa, 1997) (Ge & Onyejekwe, 2013) (Murthy, 2005) se encuentran dentro de los rangos estimados en cada uno de los estudios particulares.

La complejidad geológica del lacustre A de la ciudad de Bogotá evidencia que los diferentes eventos que se dieron durante su formación condicionan la homogeneidad del depósito, las intercalaciones limosas y areno- gravosas obligan a discretizarlo en substratos, la

implantación de cimentaciones profundas por ejemplo podrían hacer creer que un valor determinístico de laboratorio estimado a determinada profundidad pueda ser suficiente para diseñarla, es recomendable tener en cuenta la variabilidad espacial y como esta puede influenciar la respuesta del suelo y la estructura.

Las características estadísticas de los datos de laboratorio presentan diferencias apreciables para las humedades y límites líquidos, **sus rangos máximos y mínimos pueden afectar los modelos estadísticos espacio- temporales**, sin embargo esta afirmación debe seguir en investigación siguiendo la metodología de variabilidad espacial.

Se decidió elaborar el cálculo de los parámetros espaciales para la resistencia al corte no drenada  $C_u$  debido a que es la propiedad que está involucrada directamente en diseño de estructuras de un depósito como el lacustre A, sin embargo la metodología puede ser aplicada a cualquier propiedad que cuente con una cantidad de datos significativa.

De acuerdo a las caracterizaciones geológicas se puede afirmar que el depósito lacustre A tiene un comportamiento anisotrópico transversal.

Por último y como reflexión se trae a colación lo manifestado por Terzaghi:

"Desafortunadamente, los suelos son fabricados por la naturaleza y no por el hombre, y los productos de la naturaleza son siempre complejos ... Tan pronto como se pasa del acero y el concreto al suelo, la omnipotencia de la teoría deja de existir. El suelo natural nunca es uniforme. Sus propiedades cambian de punto a punto, mientras que nuestro conocimiento de sus propiedades se limita a los pocos sitios en que las muestras han sido recogidas. En la mecánica de suelos la exactitud de los resultados calculados nunca supera a la de una estimación aproximada, y la función principal de la teoría consiste en que nos enseña qué y cómo observar en el campo".

Recomendaciones para futuros trabajos de investigación derivados de la presente investigación:

Análisis de la variabilidad espacial de parámetros geotécnicos en un depósito de suelo no

cohesivo, en el cual se obtenga los parámetros que definan la homogeneidad estadística del depósito.

Caracterizar la variabilidad espacial de un depósito de suelo empleando geoestadística para realizar una comparación en los resultados obtenidos de teoría de campos aleatorios Vs geoestadística,

Identificar la variabilidad espacial del depósito con la implementación de un CPTu en horizontal y de esta manera comparar los resultados con los obtenidos del CPTu vertical vertical.

Aplicar en diseño de cimentaciones los resultados de los parámetros del suelo obtenidos mediante análisis determinísticos y compararlos con los resultados obtenidos aplicando la estadística espaciotemporal y de esta manera evaluar la relación costo beneficio que se generaría en el diseño.

Aplicar la teoría espacio temporal a otros parámetros del suelo, como humedad, Límite líquido, Límite Plástico, peso unitario entre otras.

## 7 BIBLIOGRAFÍA

- Arenas, D. M., & Torres, G. R. (2005). *Geología de la sabana de Bogotá*. Bogotá: Ingeominas.
- Avella Cubides, F. A. (2019). Aplicación de métodos de análisis en geotecnia no convencionales a empuje lateral de tierras siguiendo procesos estocásticos de segundo orden en suelos cohesivos uniformes. Escuela Colombiana De Ingeniería Julio Garavito.
- Baecher, G. B., & Christian, J. T. (2003). *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*. West Sussex, England: Jhon Wiley & Sons Ltd.
- Cheng, H., Chen, J., Chen, R., Chen, G., & Zhong, Y. (2018). Risk assessment of slope failure considering the variability in soil properties. *Computers and Geotechnics*.
- Cryer, J., & Chan, K.-S. (2008). *Time Series Analysis*. OIWA: Springer.
- Dalgaard, P. (2008). *Introductory Statistics with R*. New York: Springer.
- Delicado, P. (2008). *Curso de Modelos No Paramétricos*. Universidad Politécnic de Catalunya.
- Fenton, G. A., & Griffiths, D. (2007). Review of Probability Theory, Random Variables, and Random Fields. *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*, 1-76.
- Garzón, L. X., Caicedo, B., Silva, M. S., & Phoon., K. K. (2014). Physical modelling of soil uncertainty. *International Journal of Physical Modelling in Geotechnics*.
- Ge, L., & Onyejekwe, S. (Marzo de 2013). *Scale of Fluctuation of Geotechnical Parameters Estimated from CPTU and Laboratory Test Data*. Obtenido de ResearchGate: <https://www.researchgate.net/publication/268459054>
- Holtz, R. D., Kovacs, W., & Sheahan, T. (2011). *An Introduction To Geotechnical Engineering*. Pearson.
- Hong, Z., & L.M, Z. (2013). Characterizing geotechnical anisotropic spatial variations using random field. *Canadian Geotechnical Journal*, 723-734.
- Jaksa, M. B. (March 2013). Assessing Soil Correlation Distances and Fractal Behavior. *Geotechnical Special Publication* . .
- Jaksa, M. B., Brooker, P. I., & Kaggwa, W. S. (1997). Inaccuracies Associated with Estimation of Random Measurement Errors. *Journal Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* , 393-401.
- Jaksa, M., Kaggwa, W., & Brooker, P. (1999). *Experimental evaluation of the scale of fluctuation of a stiff clay*. University of Adelaide, Australia, Department of Civil an

- Enviromental Engineering. Obtenido de [https://www.researchgate.net/publication/246138559\\_Experimental\\_evaluation\\_of\\_the\\_scale\\_of\\_fluctuation\\_of\\_a\\_stiff\\_clay](https://www.researchgate.net/publication/246138559_Experimental_evaluation_of_the_scale_of_fluctuation_of_a_stiff_clay)
- Julivert, M. (1961). *Bóletin de Geología*. Universidad Industrial de Santander.
- Kim, H. (August de 2005). SPATIAL VARIABILITY IN SOILS.
- Kulhawy, F., Birgisson, B., & Grigoriu, M. D. (1992). Reliability-based foundation design for transmission line structures: transformation models for in-situ tests. *EPRV Report No. EL-5507*.
- Lacasse, S., & Nadim, F. (1996). Uncertainties in characterising soil properties. *Geotechnical Special Publication*, 49-75.
- Montaña Sanabria, D. (2013). *Características de compresibilidad y resistencia de las arcillas típicas del depósito lacustre de Bogotá*. Bogotá.
- Murthy, S. (2005). *Probabilistic site characterization and reliability analysis of shallow foundations and slopes*. Bangalore: Indian Institute of Science.
- Nie, X., Zhang, J., Huang, H., Liu, Z., & Lacasse, S. (2015). Sclae of fluctuations for Geotechnical probalistic Analisys. *Geotechnical Safety and Risk* (págs. 834-840). T. Schweckendiek eds.
- Onyejekwe, S. (2012). *Characterization of soil variability for realiability based desing*. Obtenido de [http://scholarsmine.mts.edu/doctoral\\_dissertation](http://scholarsmine.mts.edu/doctoral_dissertation): [http://scholarsmine.mts.edu/doctoral\\_dissertation](http://scholarsmine.mts.edu/doctoral_dissertation)
- Phoon, K.-K., & Kulhawy, F. H. (1999). Characterization of geotechnical variability. *Geotechnical Journal*, 612-624.
- Raba, M. A., & Caicedo, B. (2012). *Caracterización física y geomecánica de los suelos lacustres en la ciudad de Bogotá desde el contexto de modelos de comportamiento de suelos blandos*. .
- Rodó, P. (Junio de 2020). *Economipedia / Haciendo fácil la economía*. Obtenido de <https://economipedia.com/definiciones/contraste-de-dickey-fuller.html>
- Ruiz Campo, A. (2006). Orígen, formación , estructura y comportamiento de la arcilla de Bogotá. Bogotá.
- Sarmiento Teran, C. F., & León Arias, D. A. (2016). Caracterización geomecánica estática y dinámica a partir de exploración directa, indirecta y ensayos de laboratorio en el sitio de experimentación geotécnica en la Escuela Colombiana de Ingeniería. Bogotá.
- Suarez Pinilla, J. G. (2017). Analisis por CONfiabilidad de Asentamientos de cimientos

Superficiales. Bogotá.

Uzielli, M. (2008). Statistical Analysis of Geotechnical Data., (págs. 1-21).

Uzielli, M., Vannucchi, G., & K., P. K. (2005). Random fiel characterisation of stress-normalised cone penetration testing parameters. *Geotechnique No. 1*, 55.

Uzuelli, M., Lacase, S., Nadim, F., & Phoon, K. K. (2006). Soil Variability Analysis for Geotechnical Practice., (pág. 104).

Vanmarcker, E. H. (1977). Probabilistic Modeling of soil profiles. . *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 1227 -1246.

## ANEXO 1

### METODOLOGÍA PARA LA ESTIMACION DE LA VARIABILIDAD ESPACIAL DE UN CAMPO ALEATORIO.

A continuación, se presenta el paso a paso de la metodología que se estableció para determinar la variabilidad espacial de cualquier propiedad del suelo en un campo aleatorio.

1. Se debe contar con una gran cantidad de datos a el mismo intervalo de distancia que deben ser fijos y regulares.
2. Graficar el perfil de la propiedad objeto de estudio, en profundidad.
3. Verificar homogeneidad estadística gráfica
4. Identificar y eliminar datos que presenten comportamiento atípico.
5. Los sectores discretizados deben garantizar continuidad en los datos, es decir, no pueden existir vacíos o interrupciones en el sector a analizar.
6. De los sectores que permanezcan, nuevamente se evalúa la homogeneidad estadística grafica.
7. De ser necesario se discretiza a diferentes intervalos de profundidad hasta satisfacer que en los sectores seleccionados exista homogeneidad estadística y cantidad de datos (mayor o igual a 50).
8. Se valida la estacionariedad mediante la aplicación de pruebas estadísticas mediante la comprobación de hipótesis con paramétricas o no paramétricas (herramientas computacionales, R, SPSS)
9. Si los datos no son estacionarios se transforman a estacionarios mediante el uso del método de logaritmos y diferencias.
10. Se procede a calcular la función de autocorrelación ACF
11. Se verifica que datos estacionarios si la ACF decae exponencialmente en los primeros rezagos, de no cumplir esta premisa se repite el proceso desde 6 discretizando aún más, siempre y cuando se cumpla con el número mínimo de datos y cumpliendo las hipótesis establecidas por las pruebas paramétricas y No paramétricas.
12. Se calculan los límites de Bartlett.
13. Se incorpora en la gráfica de la ACF el límite de Bartlett
14. En la gráfica, se identifica el intercepto del límite de Bartlett con la ACF.



15. Se estima la distancia de autocorrelación ( $\Delta z$ ), correspondiente a la abscisa de intercepto. El coeficiente de autocorrelación ( $r_k$ ) corresponde a el valor de las ordenadas en el intercepto.
16. Para calcular la escala de fluctuación de la propiedad a investigar, se reemplaza los valores en los modelos de las funciones de autocorrelación.
17. Aquella función que converja exponencialmente es la que se selecciona como modelo de cálculo.

## ANEXO 2

### PROCEDIMIENTO DE ESTACIONARIEDAD DE LOS DATOS

La validación de la estacionariedad de los datos se realiza con la implementación del Software estadístico R 4.0.2. con las librerías *readxl* para cargar los datos y con las librerías *forecast*, *tseries* y *kendall* se trataron los datos que contienen funciones que permiten evaluar las hipótesis de estacionariedad.

A continuación, se presenta el código R utilizado, en el caso particular de la serie CPTU20.66- Sector 1:

```
library(forecast)
library(tseries)
library(Kendall)
library(readxl)
Pruebas<-matrix(0,ncol=2,nrow = 19)
colnames(Pruebas)<-c("Dickey","Kendall")
serie20.66_1<- read_excel("Series Tiempo EI/serie1.xlsx",
                        sheet = "20.66_1",
                        col_types = c("numeric","numeric"))
ts<-ts(serie20.66_1$Su,start=1,frequency=1)
#Se grafica la serie de tiempo
plot(ts)
#Aplicamos logaritmo a la serie de tiempo para estabilizar la varianza
ts1<-log(ts)
#Aplicamos la diferenciación para quitarle tendencia a la serie
ts2<-diff(ts1,lag=1)
#Graficamos el ACF
#acf(ts2)
#La magnitud de la autocorrelación parcial por cada resago
z<-acf(ts2)
z$acf
#####
#####Testa para evaluar estacionariedad#####
```

```
#####
```

```
#Se rechaza no estacionariedad cuando el p valor es menor a 0.1
```

```
adf<-adf.test(ts2,alternative ="stationary")
```

```
adf
```

```
#Se debe hacer la hipótesis nula que es
```

```
#Estacionariedad
```

```
MannKendall<-MannKendall(ts2)
```

```
summary(MannKendall)
```

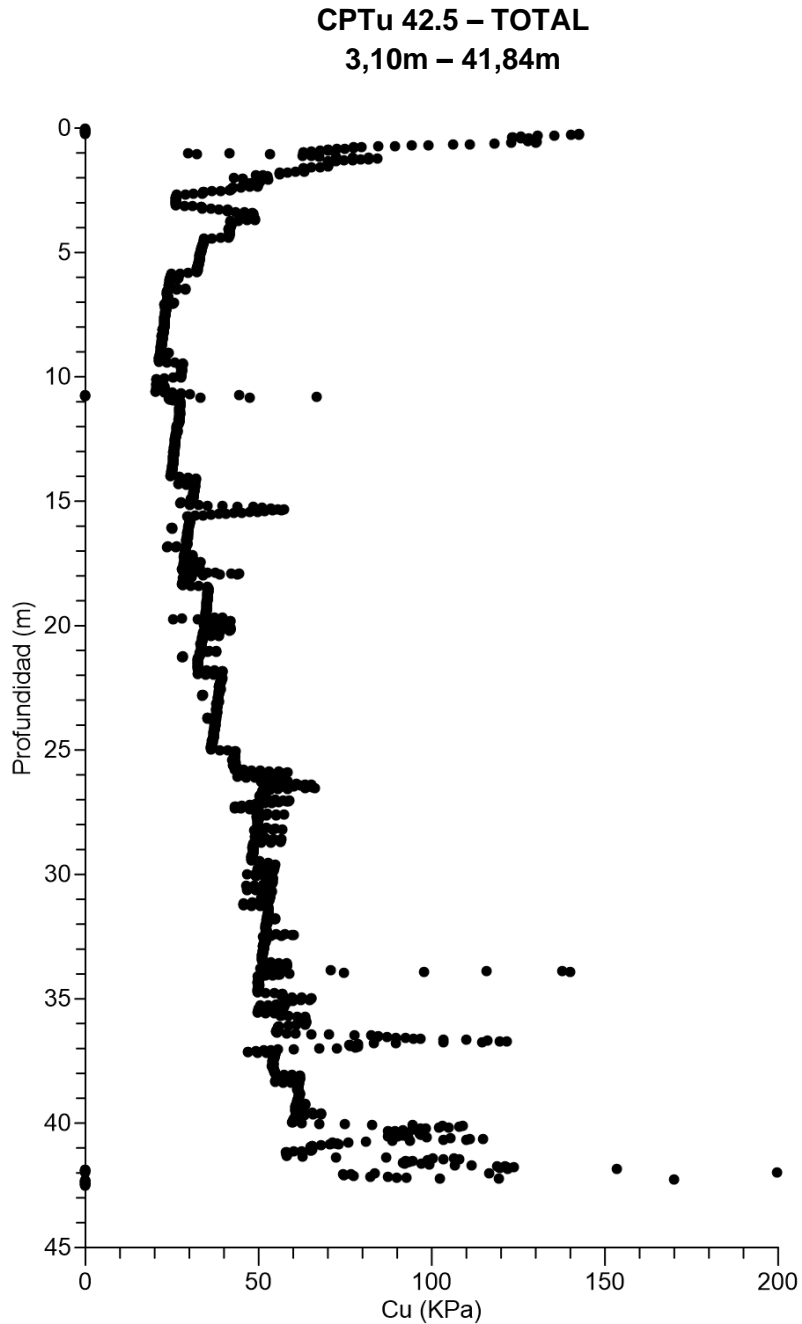
Previo a la inclusión de datos, se debe instalar las librerías anteriormente mencionadas. A continuación, se describen los pasos subsiguientes llevados a cabo para verificación de estacionariedad de los sectores en evaluación:

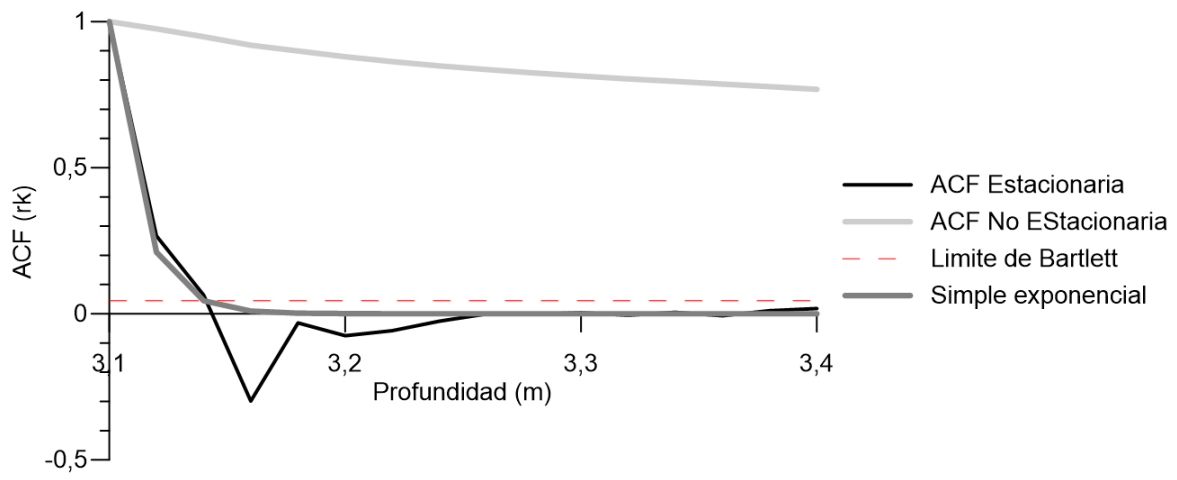
1. Como preparación de los datos, se separan los sectores en excell, de a sector en evaluación por hoja.
2. Se cargan los datos con la librería readxl.
3. Se convierten los datos de entrada Cu en formato serie de tiempo.
4. Se aplica logaritmo a los datos serie de tiempo para estabilizar la varianza y se guardan como *ts1*.
5. Aplicamos la diferenciación para quitarle la tendencia a los datos transformados (*ts1*), y se guardan como *ts2*.
6. Con los datos transformados (*ts2*) se calcula la ACF.
7. Se grafica las ACF más significativas, es decir las correspondientes a los primeros lags en donde se evidencia que la función ACF decrece exponencialmente.
8. Se debe hacer la hipótesis nula de estacionariedad (kendall test), con la aplicación de la función *MannKendall* a los datos transformados *ts2*. El p valor debe ser mayor a 0,05.
9. De no cumplirse, se procede a aplicación de la prueba Dickey- Fuller con la función *adf.test* a los datos transformados *ts2*. Se rechaza no estacionariedad cuando el p valor es menor a 0,1.

### ANEXOS 3

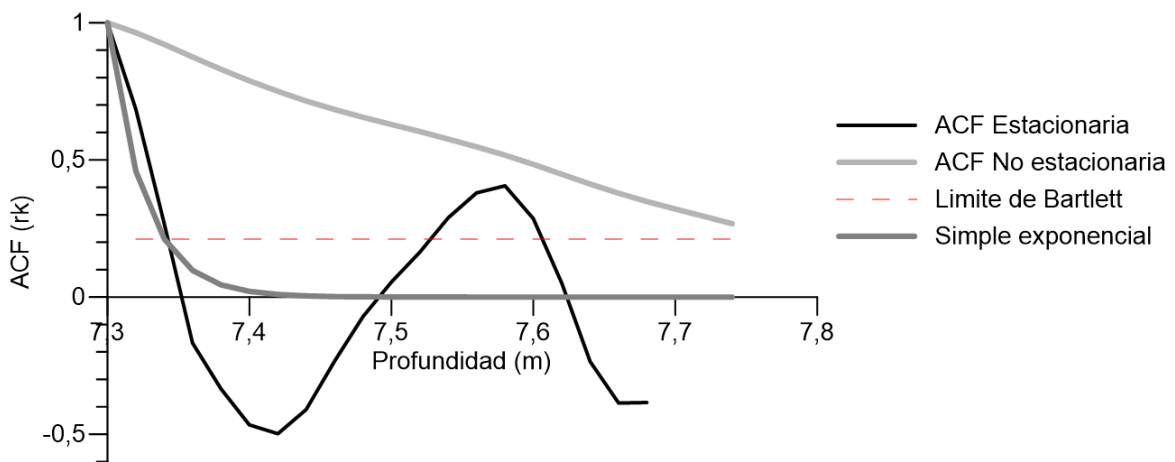
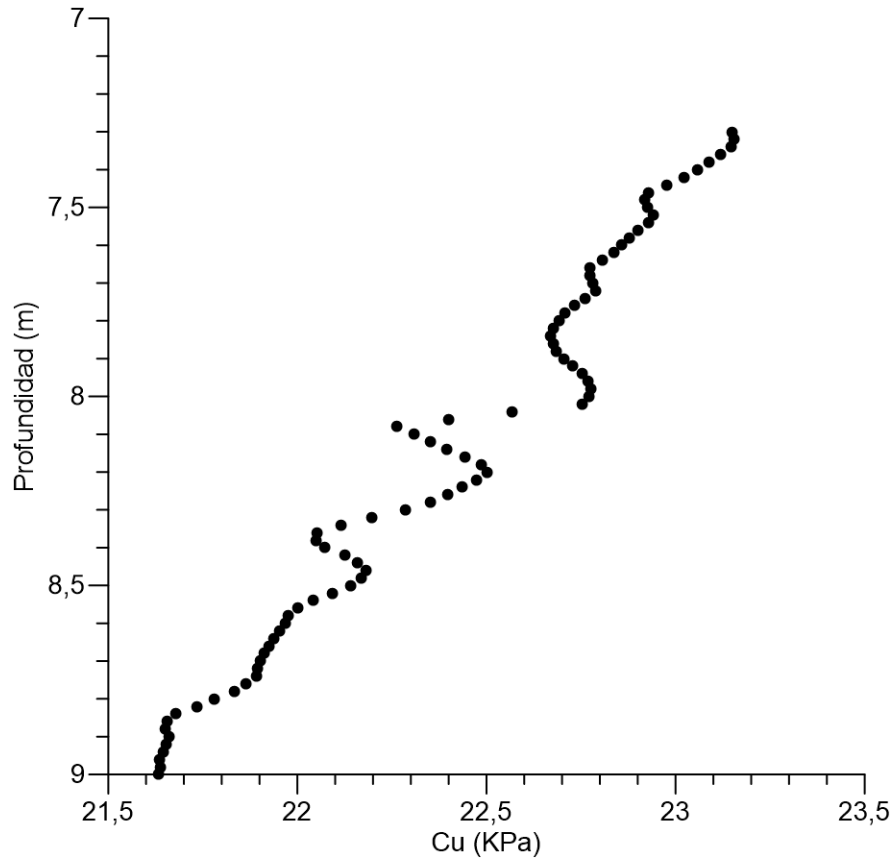
#### GRÁFICAS DE CPTu Y FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN

A continuación, se presentan las gráficas de los tres CPTu empleados para el presente estudio. En cada uno de los CPTu, primero se presenta el total del CPTu con la gráfica de Función de Autocorrelación obtenida, seguida de las gráficas por sectores discretizados con sus respectivas gráficas de Autocorrelación.

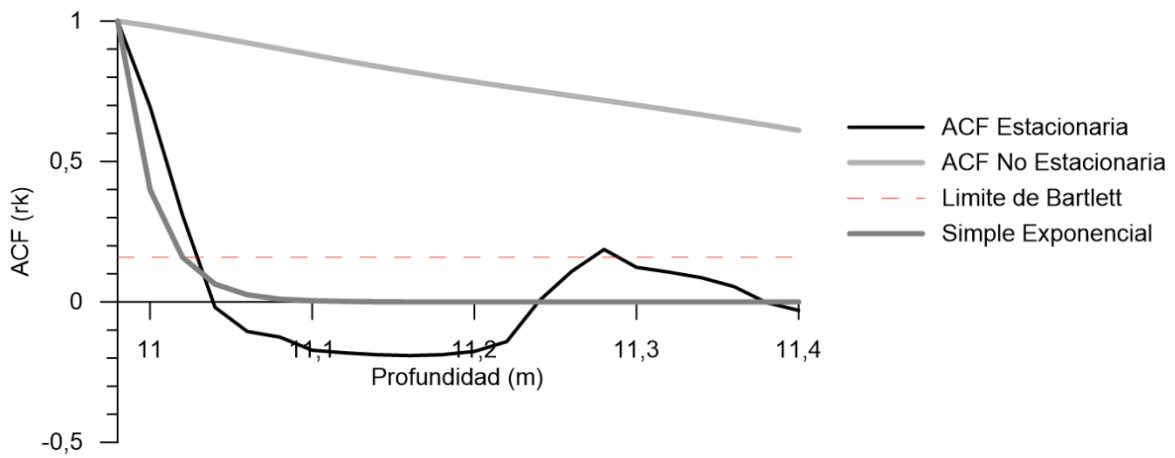
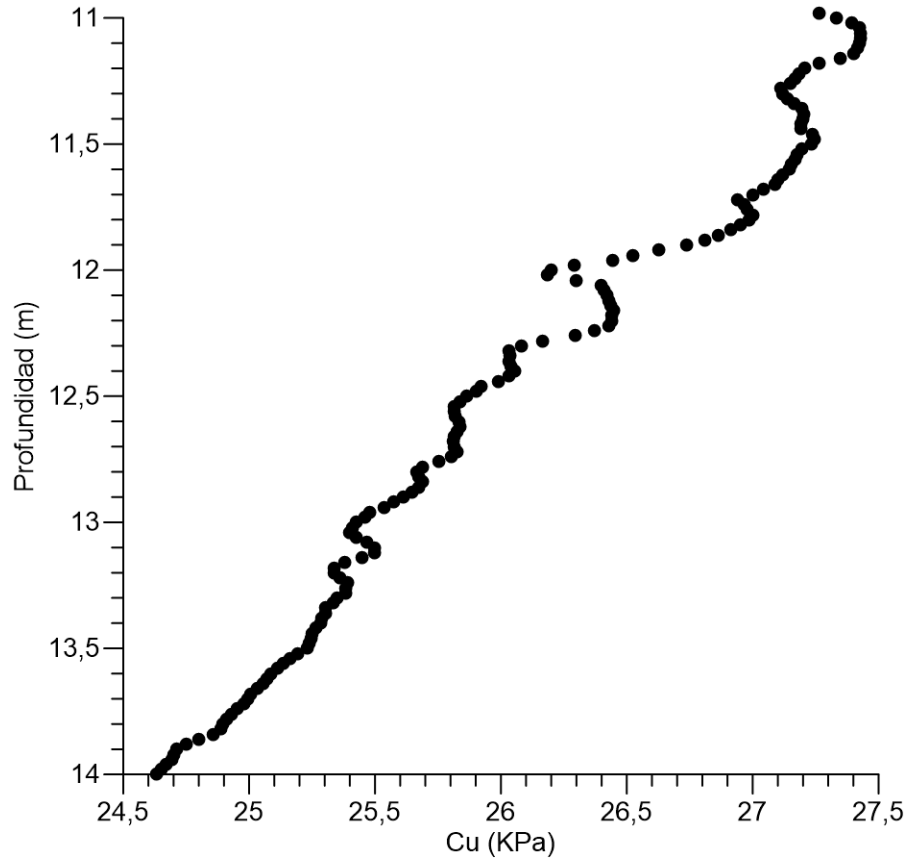




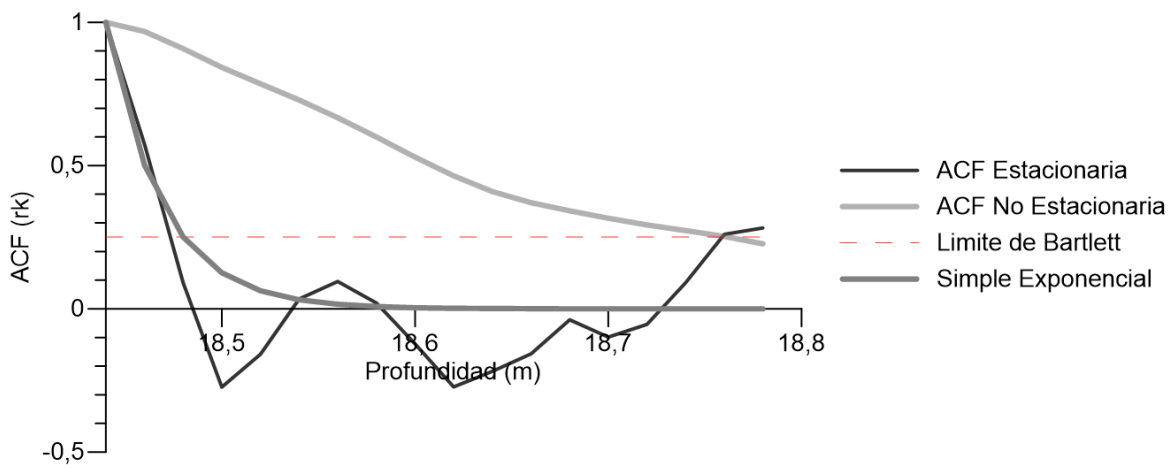
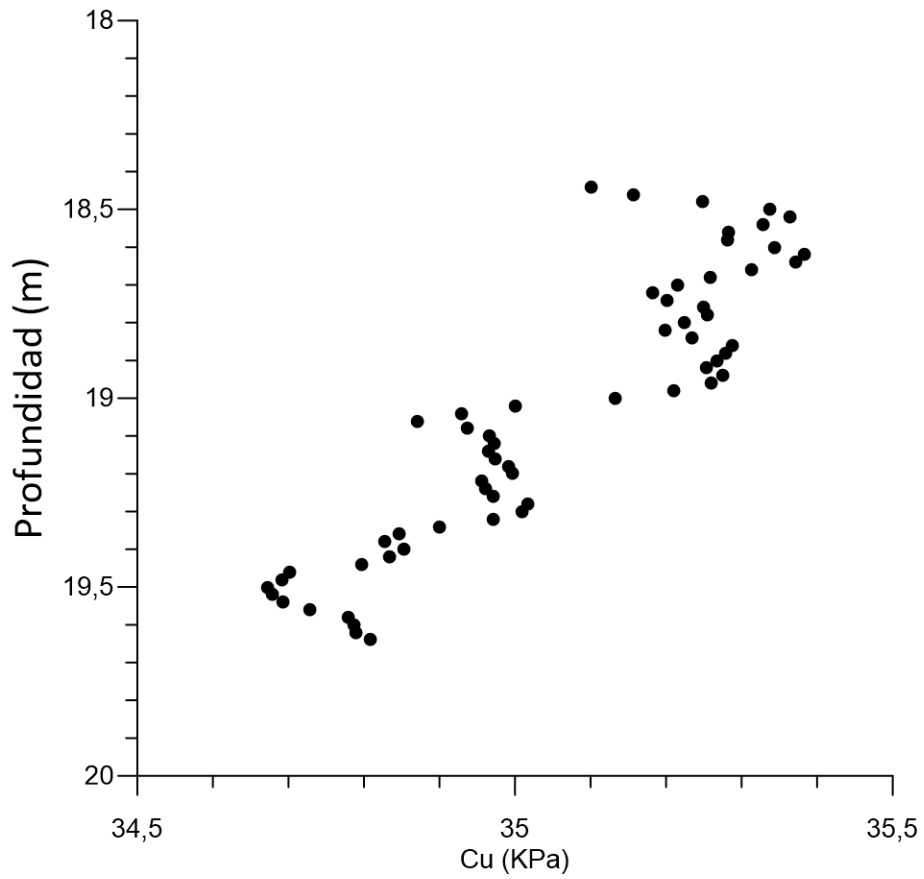
CPTu 42.5 – SECTOR 1  
7.30m – 9m



CPTu 42.5 – SECTOR 2  
10.98m – 14m

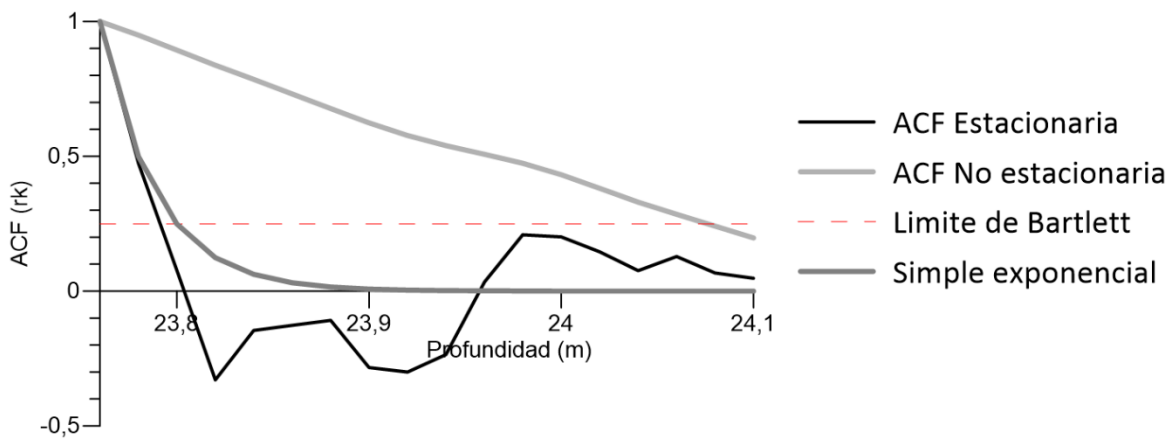
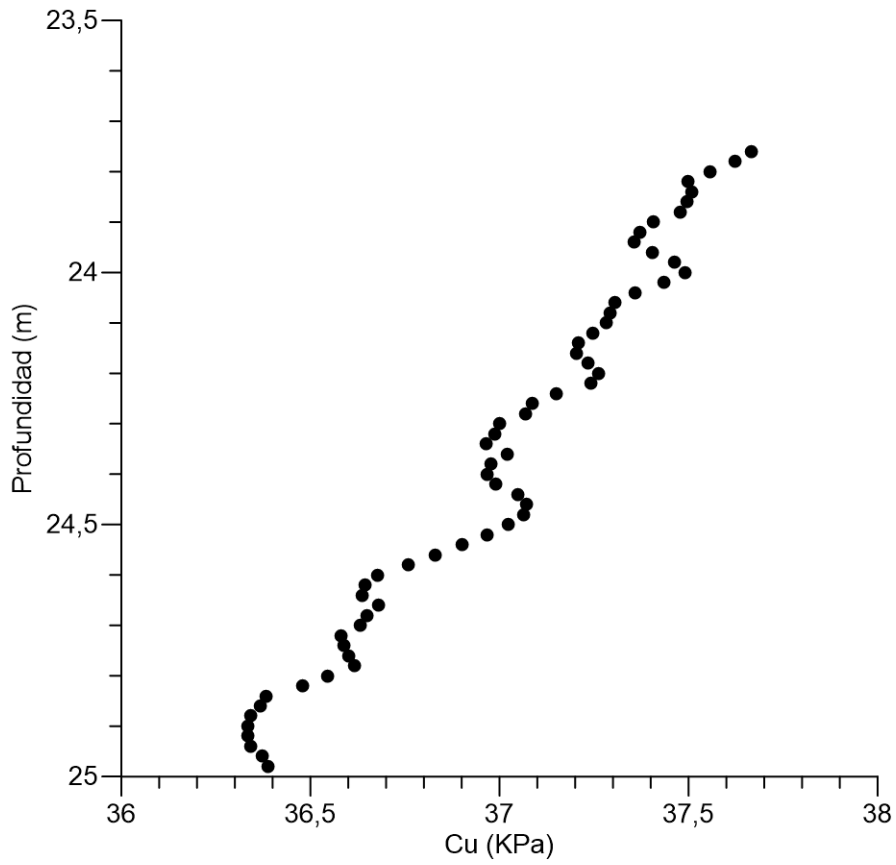


CPTu 42.5 – SECTOR 3  
18.44m – 19.64m

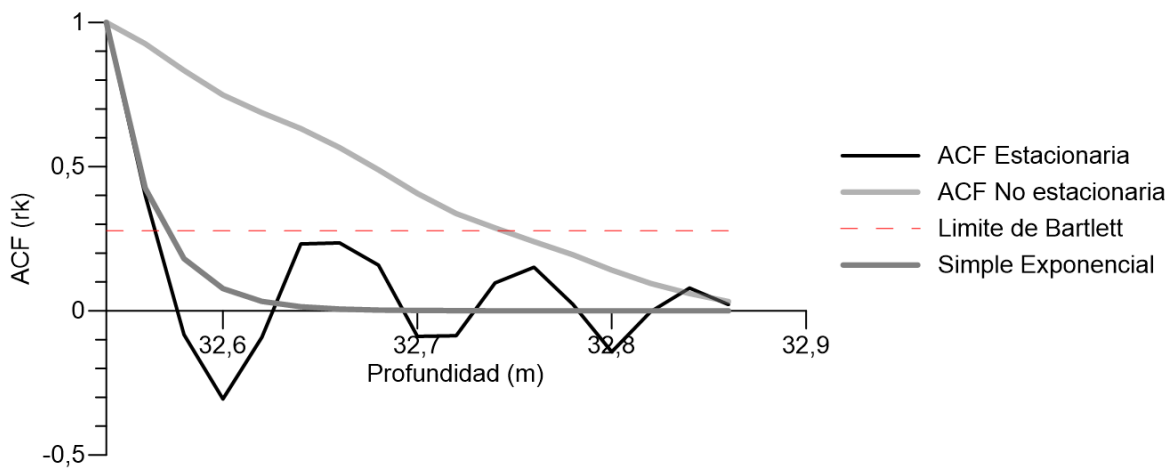
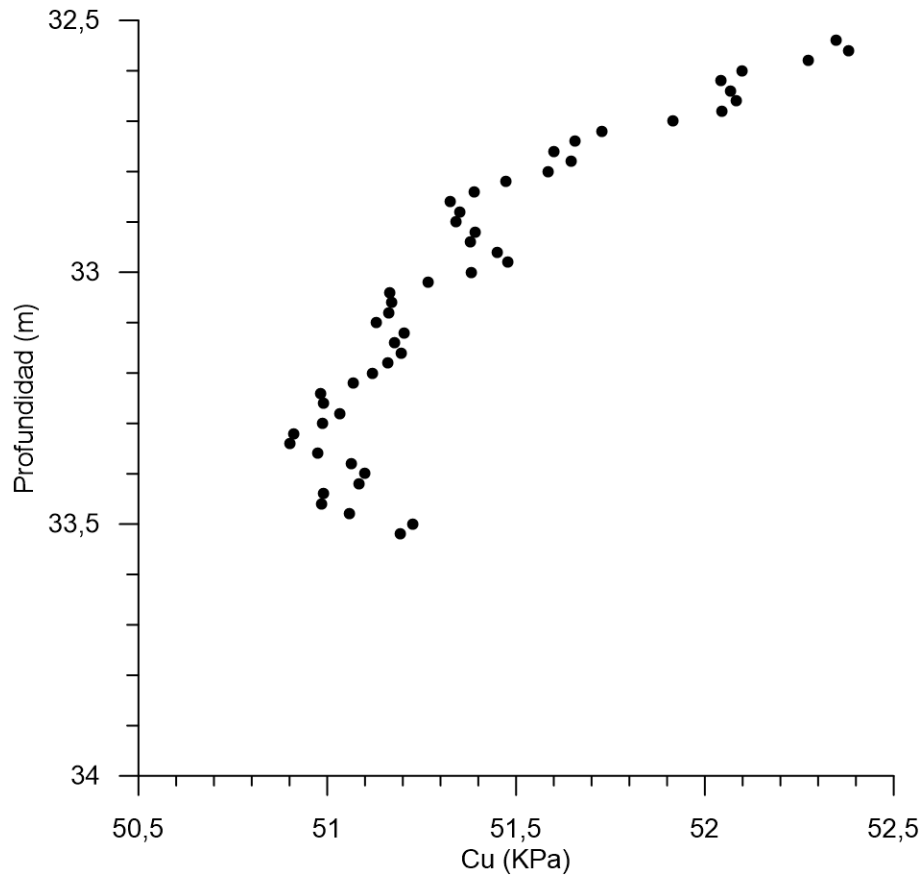




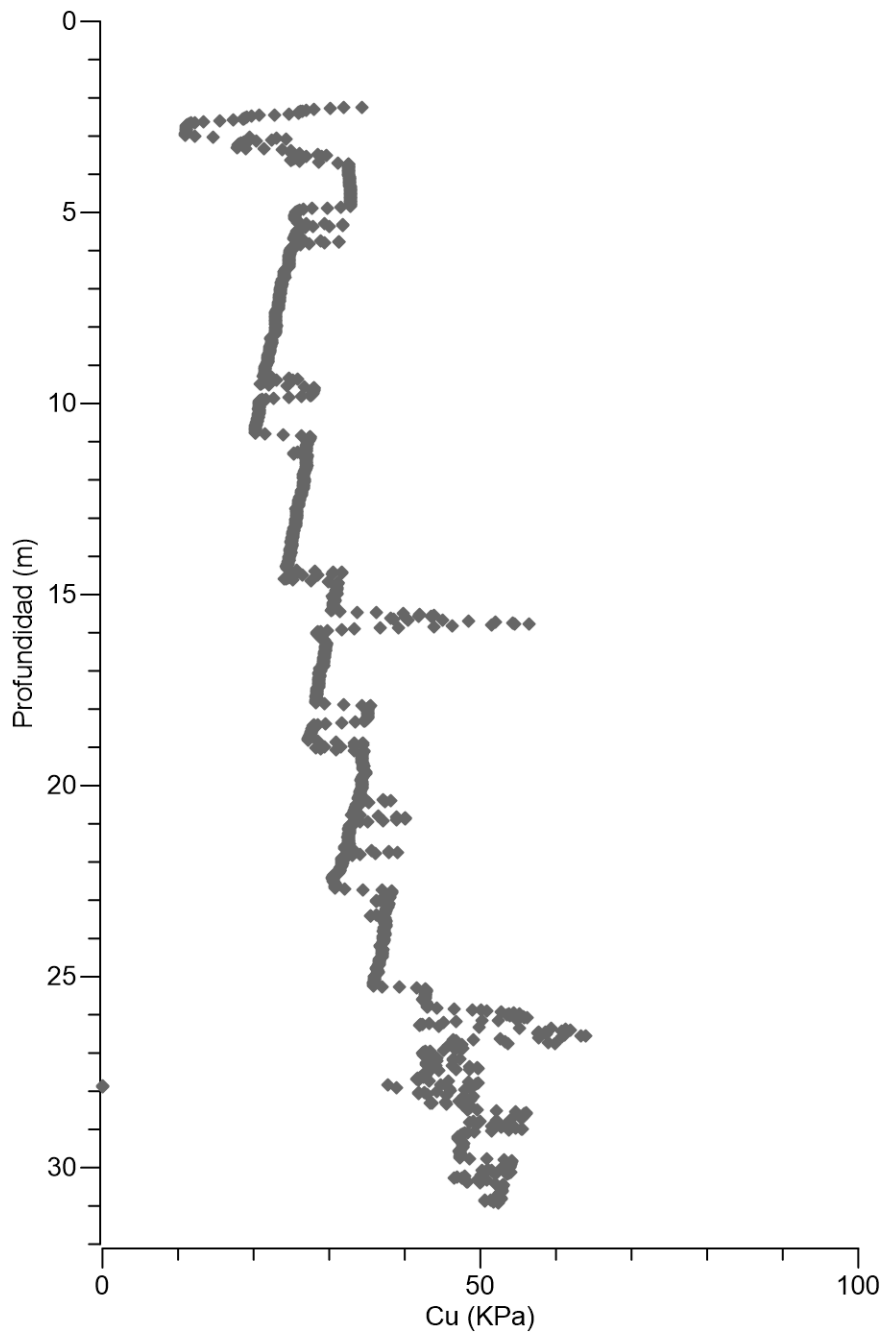
CPTu 42.5 – SECTOR 4  
23.76m – 24.98m

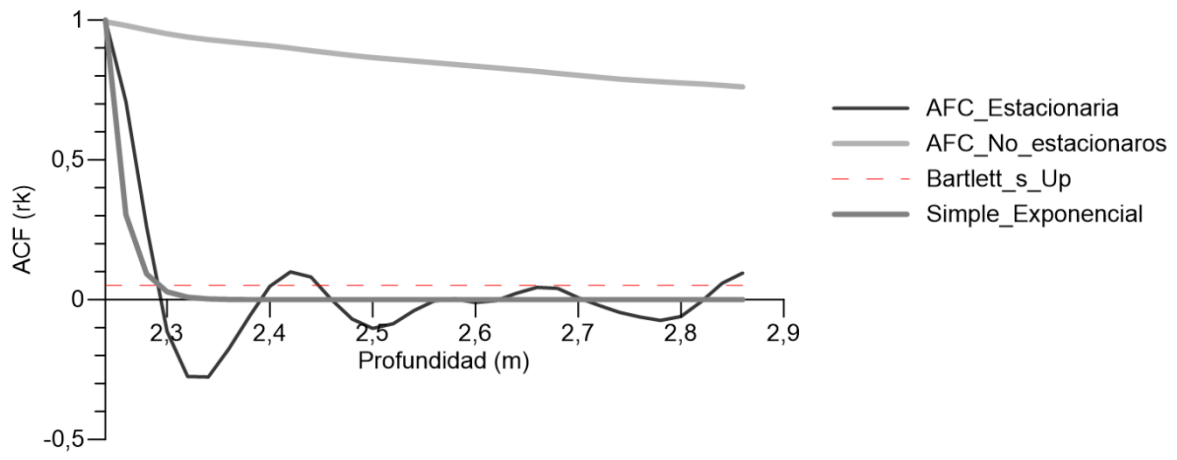


**CPTu 42.5 – SECTOR 5**  
**32.54m – 33.52m**

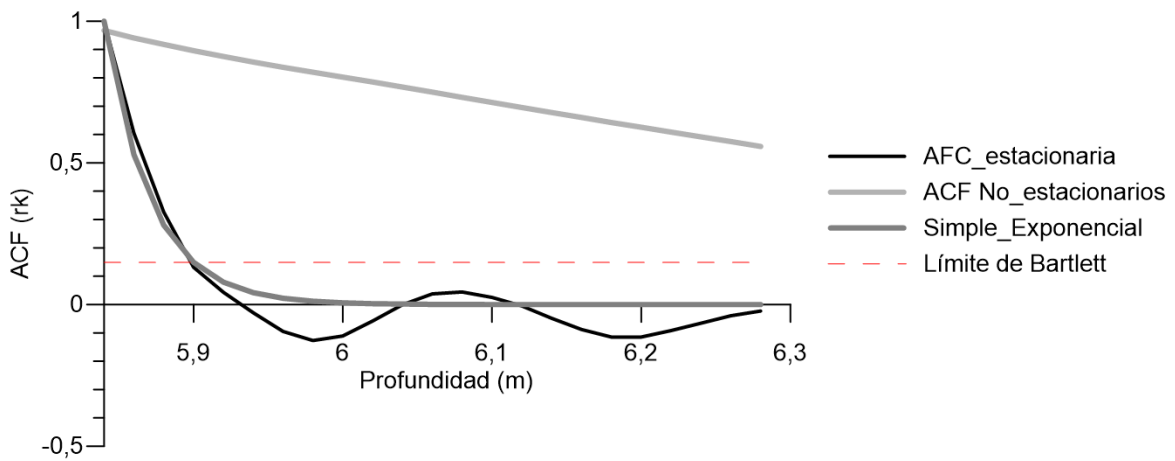
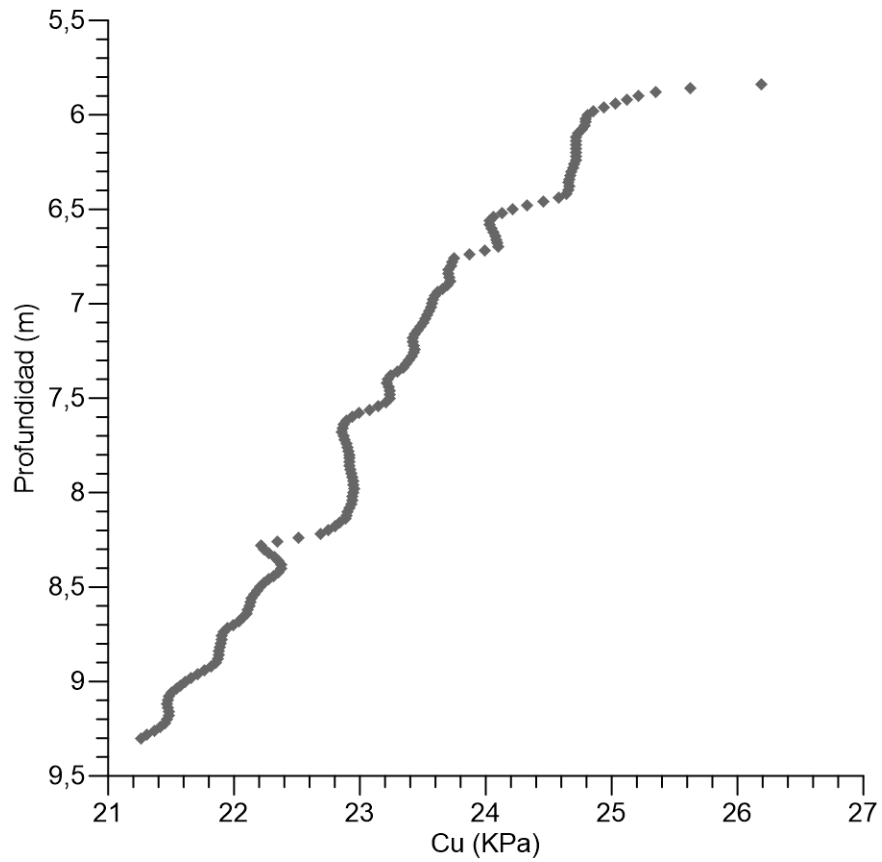


CPTu 30.92 – TOTAL  
3,72m – 30.92m

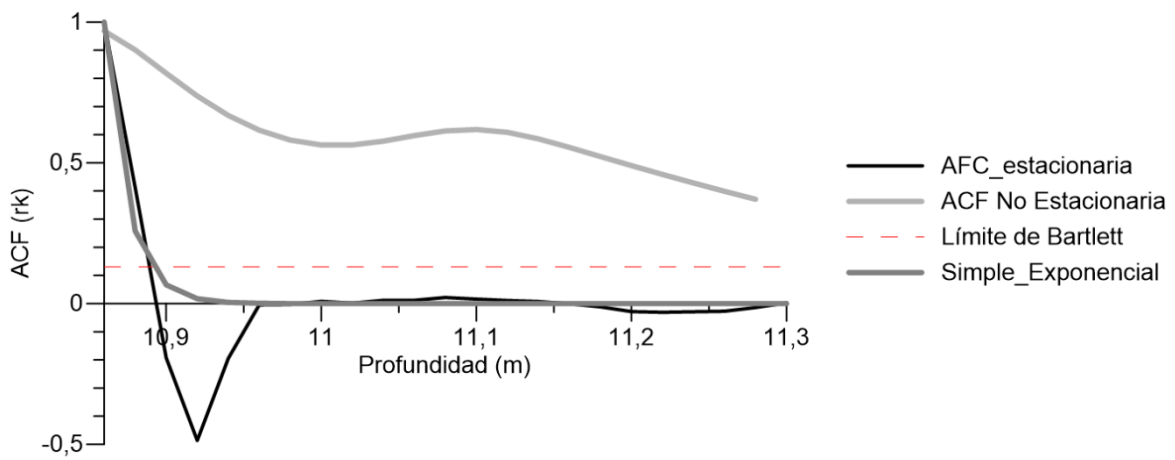
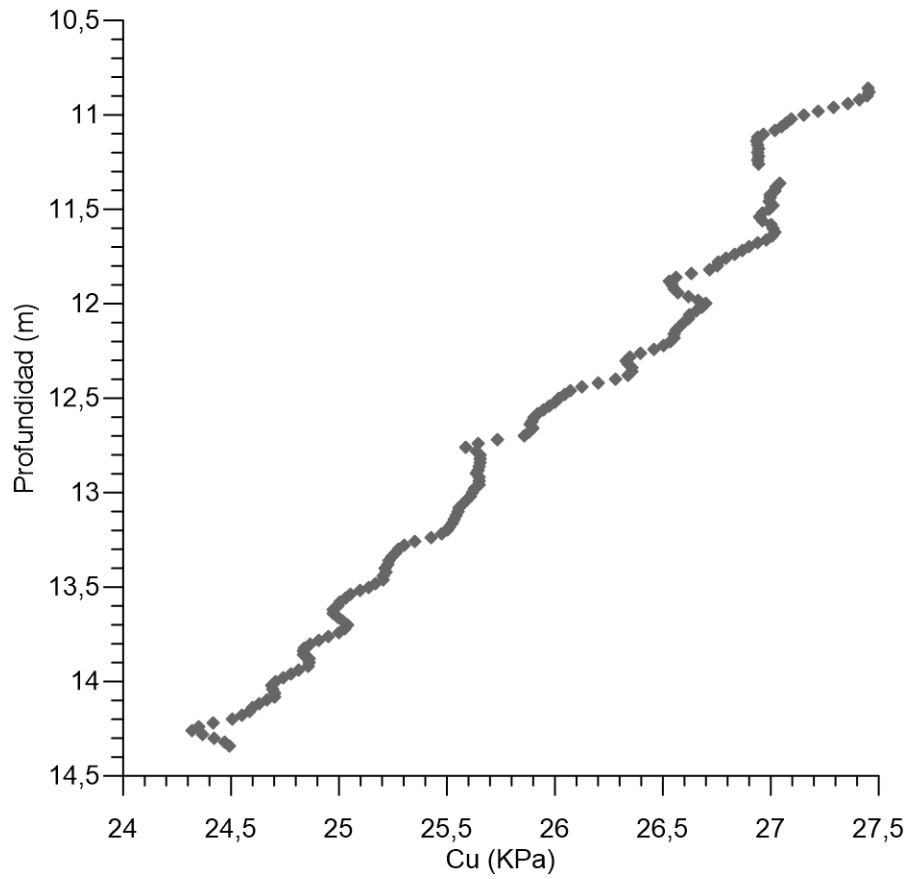




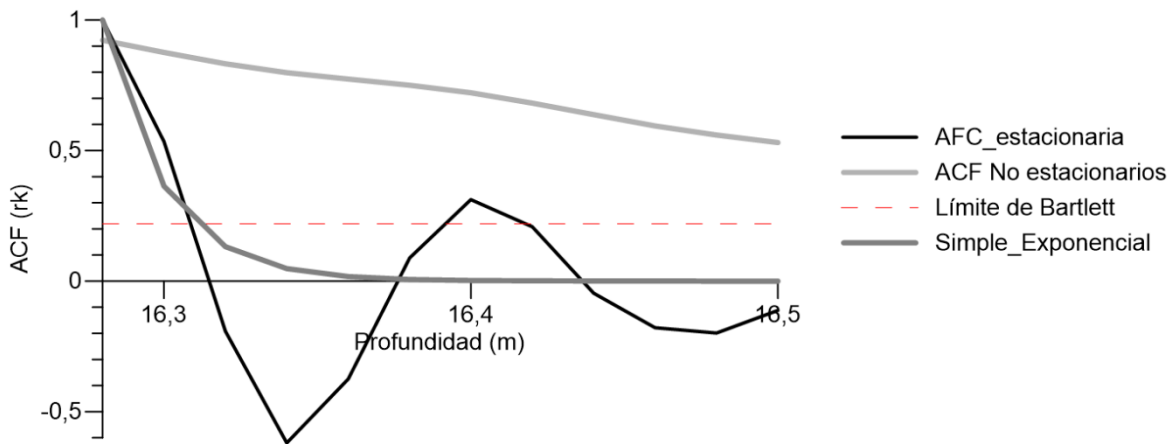
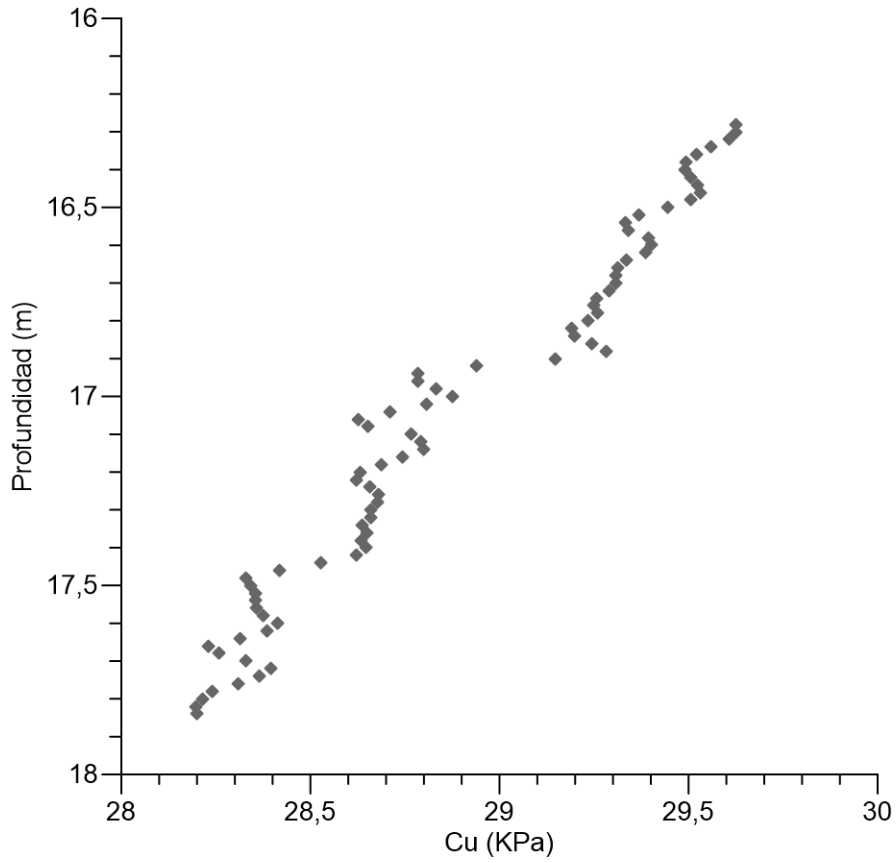
CPTu 30.92m – SECTOR 2  
5.84m – 9.30m



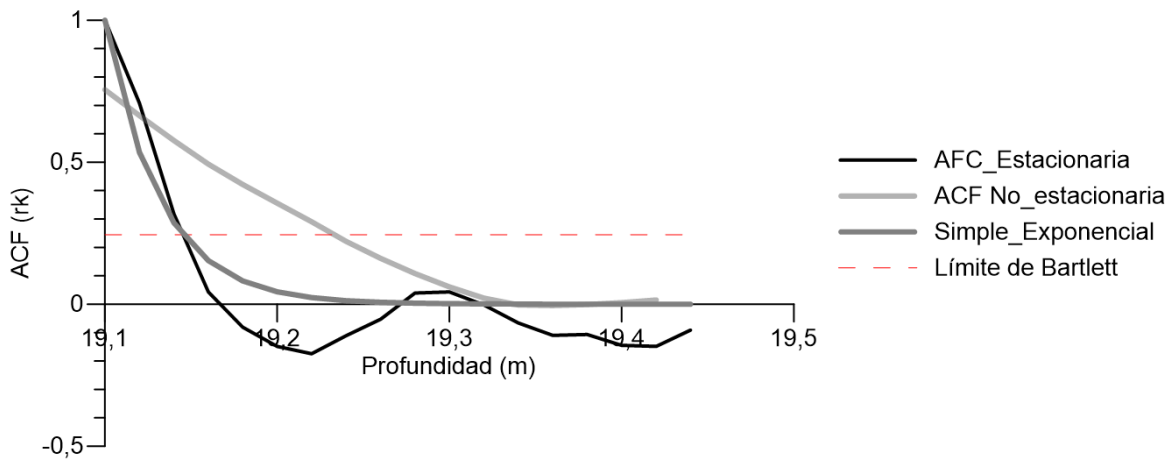
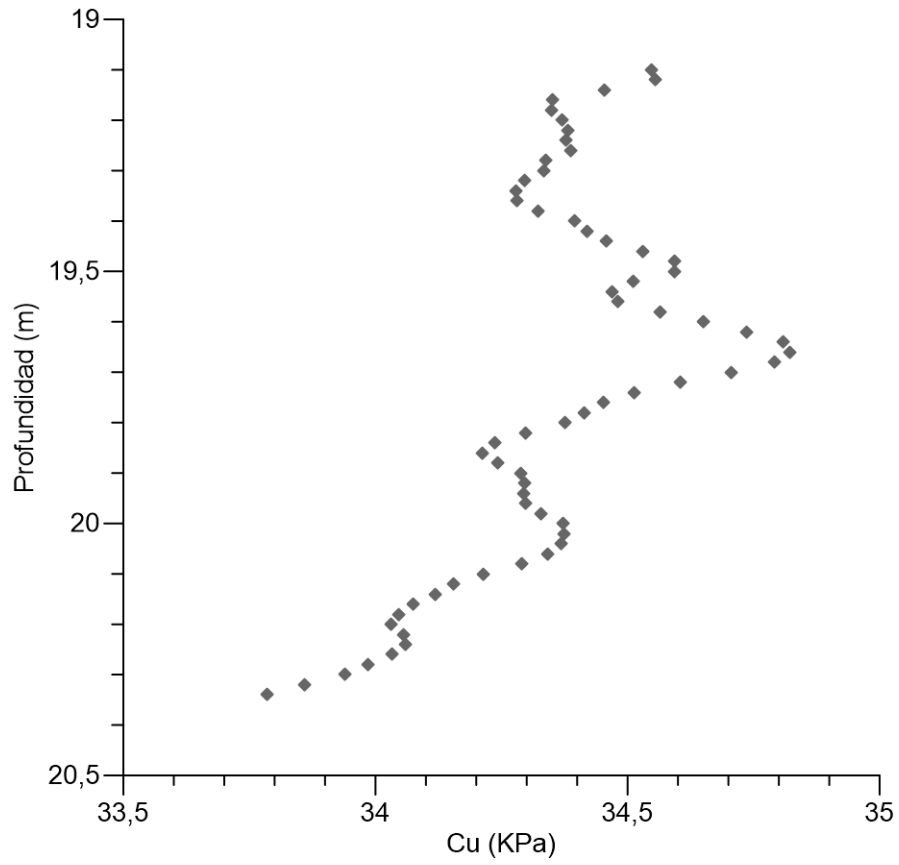
CPTu 30.92m – SECTOR 3  
10.86m – 14.34m



CPTu 30.92m – SECTOR 4  
16.28m – 17.86m

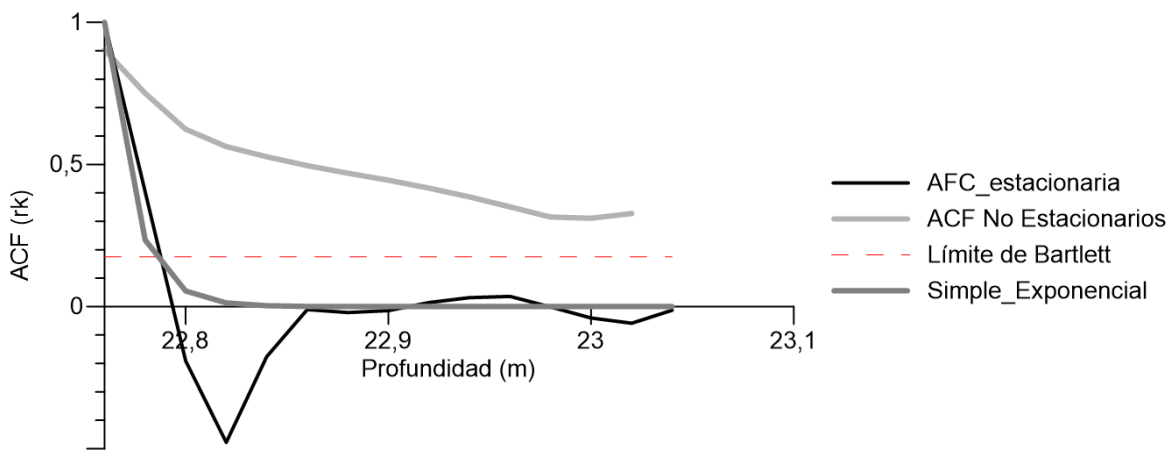
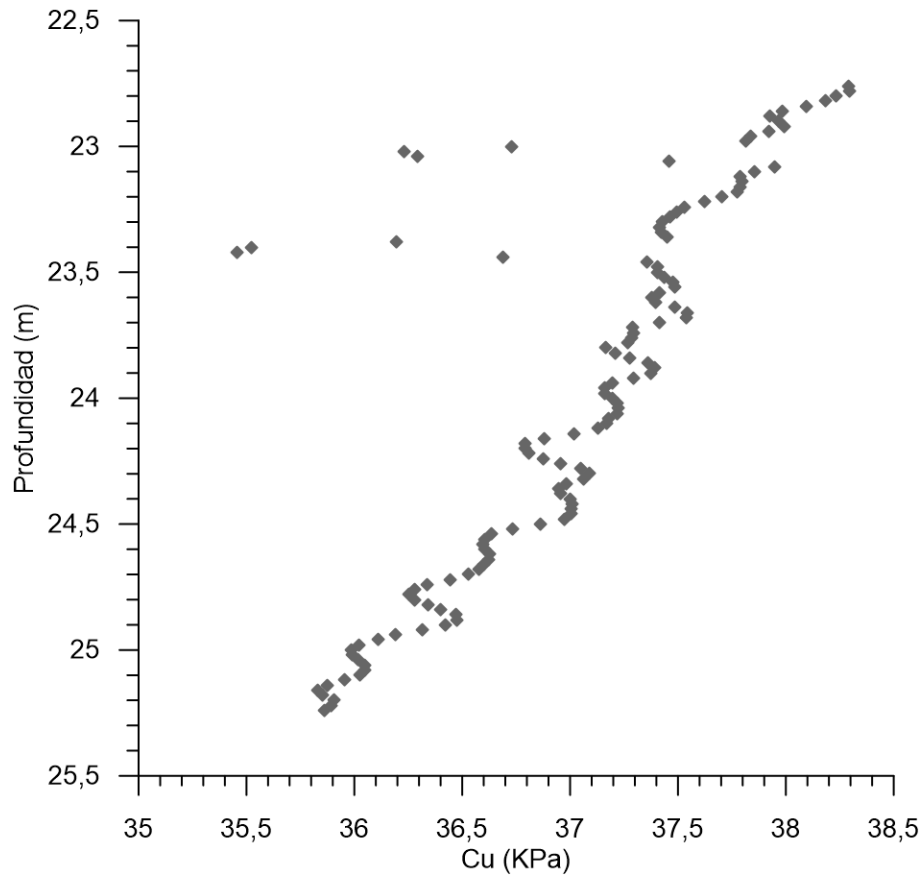


CPTu 30.92m – SECTOR 5  
19.10m – 20.36m

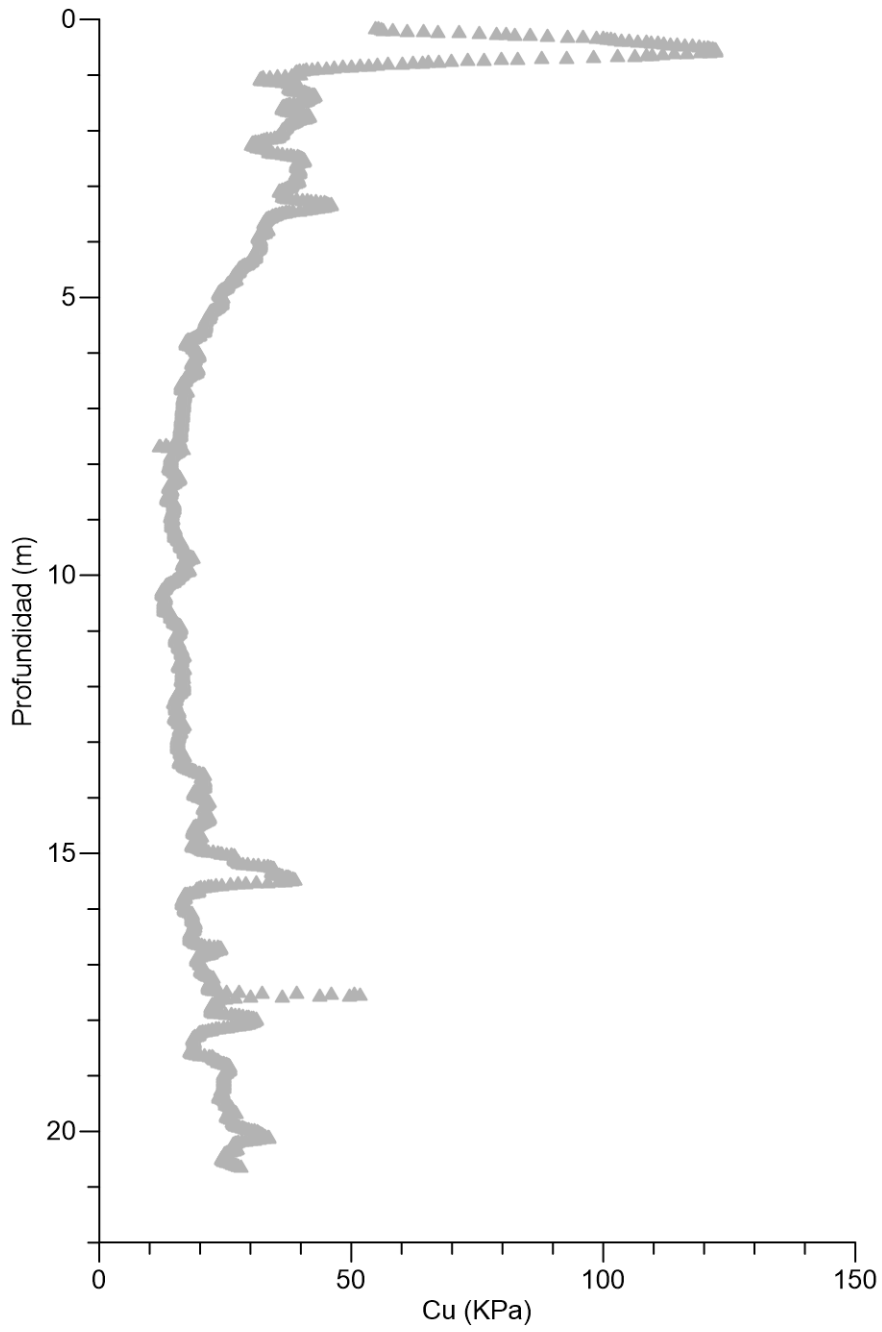


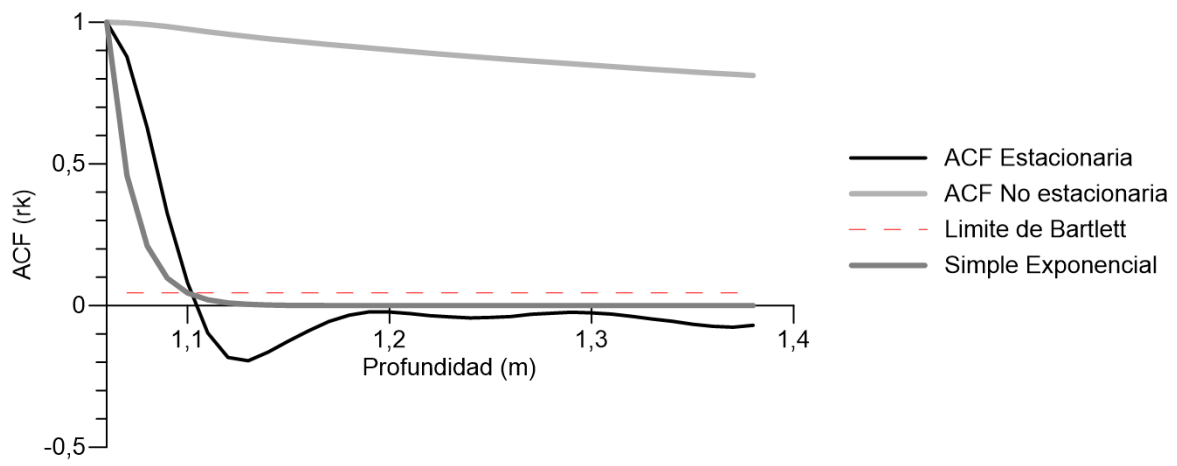


CPTu 30.92m – SECTOR 6  
22.76m – 25.24m

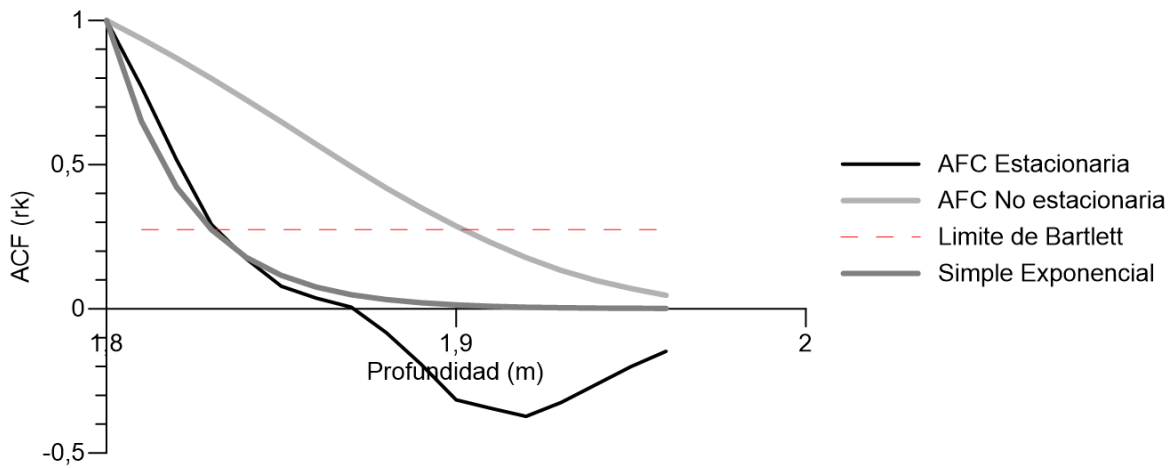
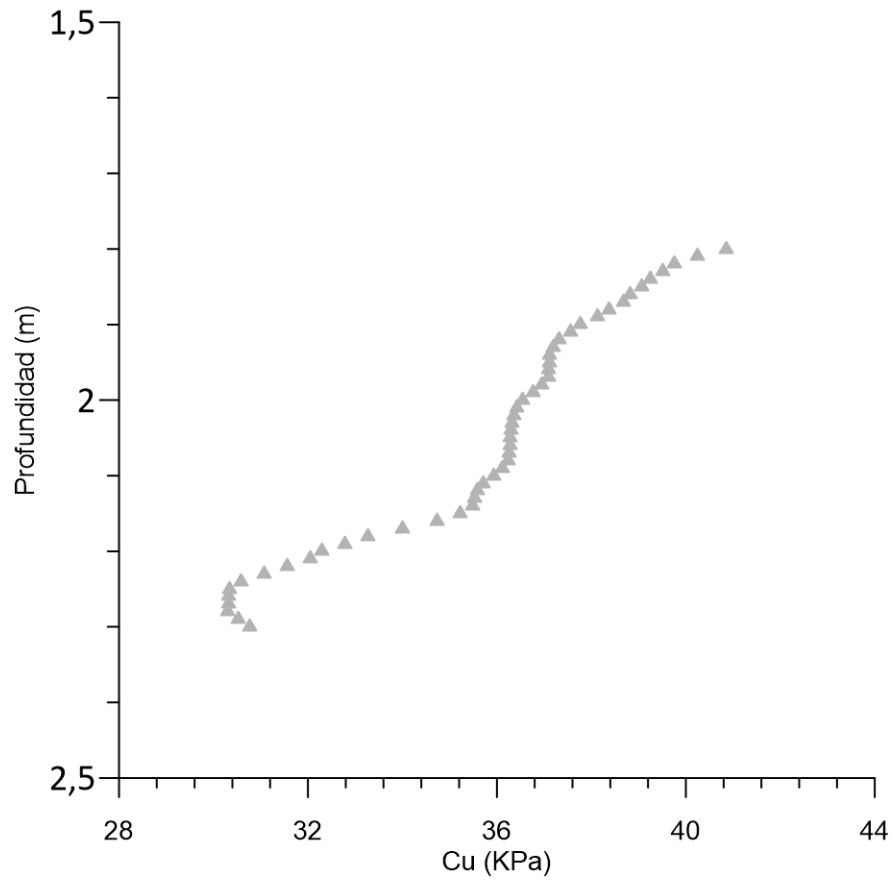


**CPTu 20.66- TOTAL**  
**1.06m - 20.66m**

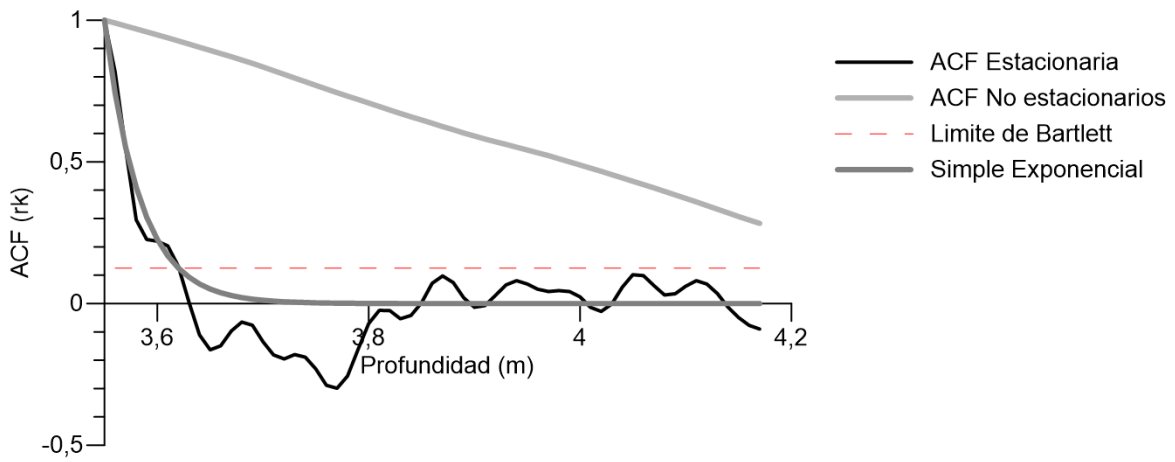
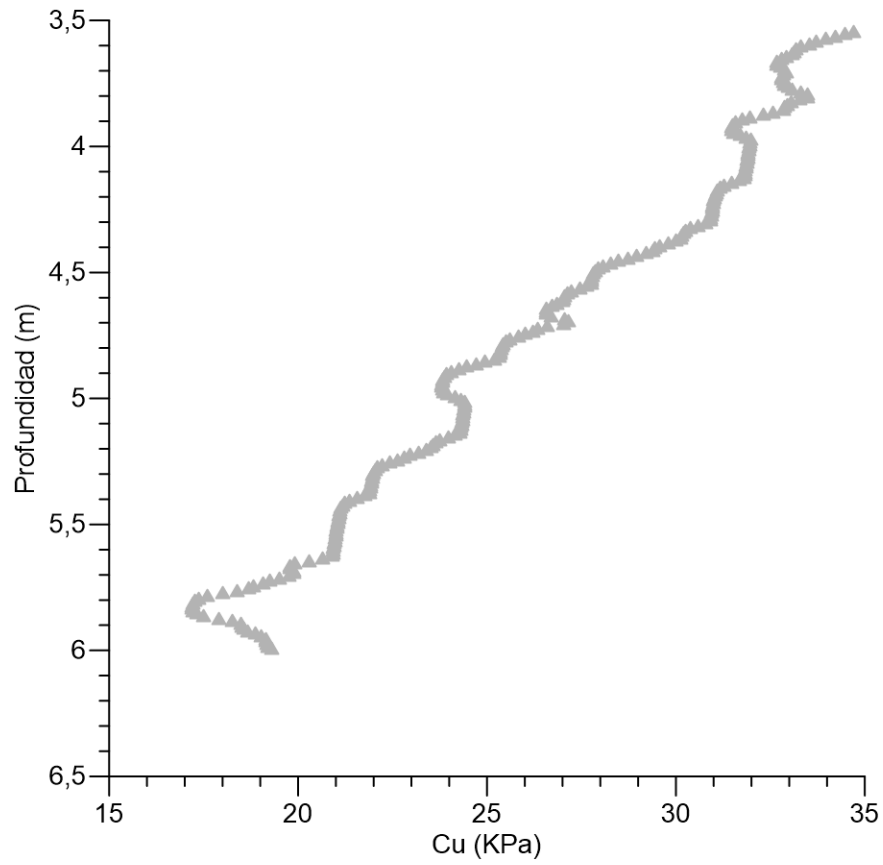




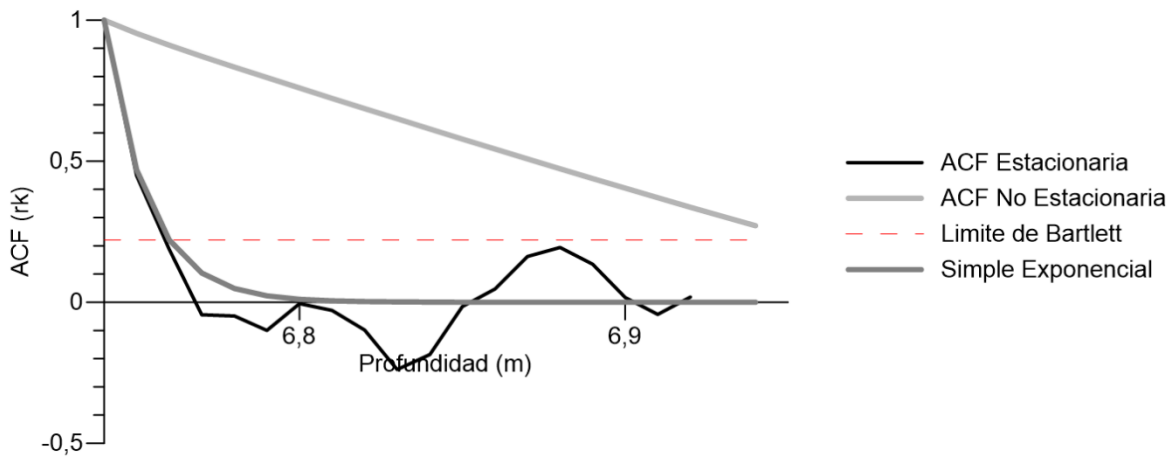
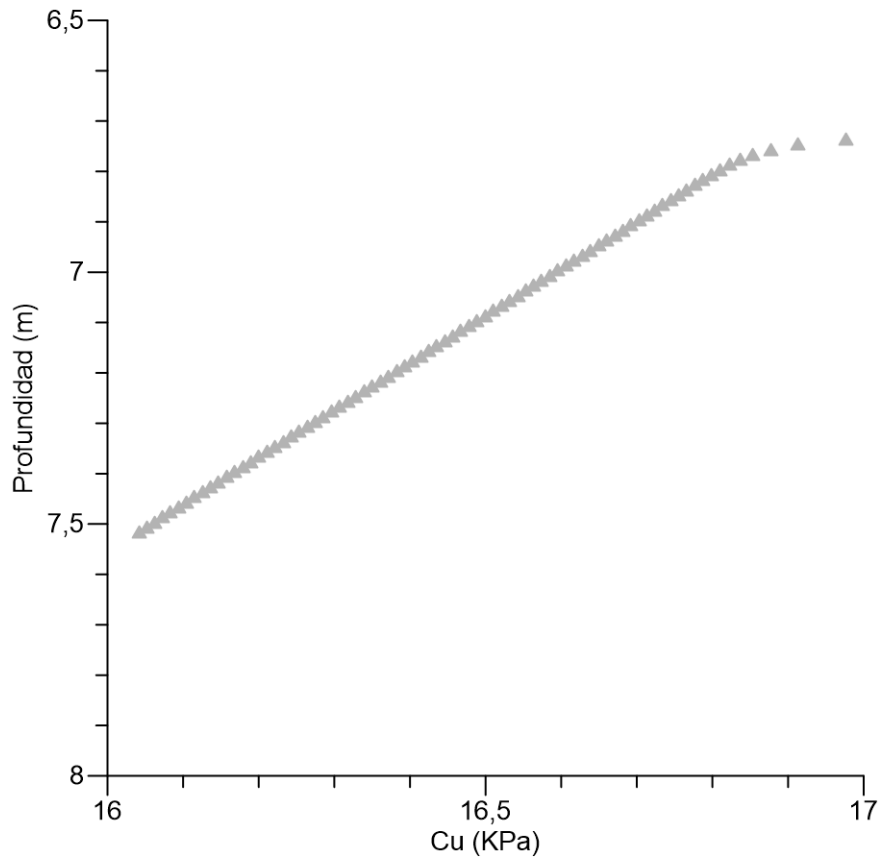
CPTu 20.66m – SECTOR 1  
1.80m – 2.30m



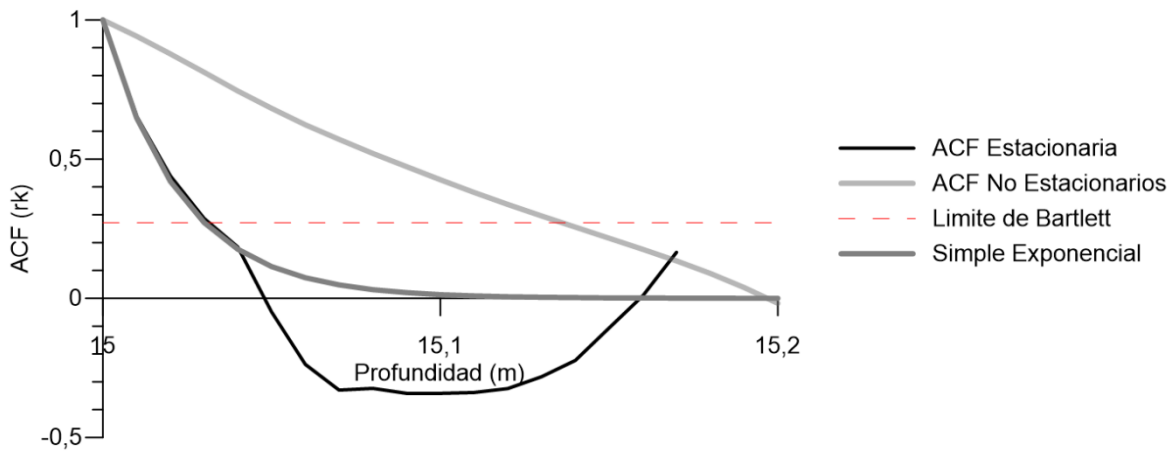
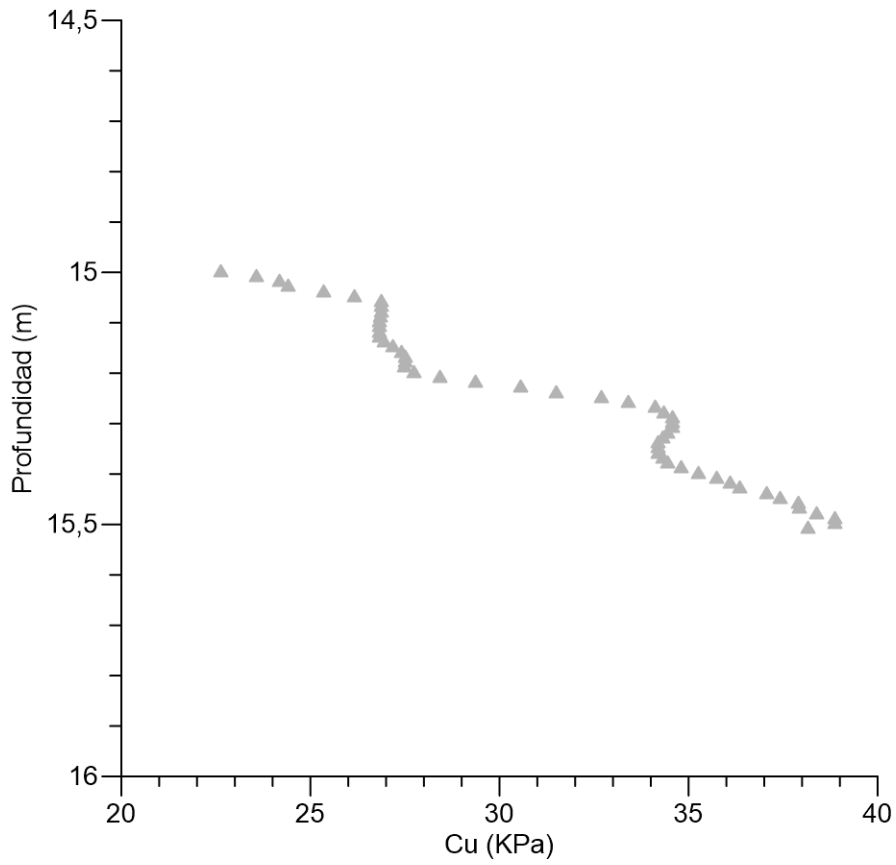
**CPTu 20.66m – SECTOR 2**  
**3.55m – 6.00m**



**CPTu 20.66m – SECTOR 3**  
**6.74m – 7.52m**



CPTu 20.66m – SECTOR 4  
15.00m – 15.51m



**CPTu 20,66 – SECTOR 5**  
**19.20m – 19.99m**

