

ESCUELA
COLOMBIANA
DE INGENIERÍA
JULIO GARAVITO

COMPORTAMIENTO A FLEXIÓN DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADOS CON BARRAS DE GFRP

BRAIAN RAÚL BUITRAGO PARRA

Escuela Colombiana de Ingeniería

Posgrado en Ingeniería Civil

Bogotá, Colombia

2020

COMPORTAMIENTO A FLEXIÓN DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADOS CON BARRAS DE GFRP

BRAIAN RAÚL BUITRAGO PARRA

Tesis o trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título
de:

Magister en Ingeniería Civil

Director (a):

Ingeniera Nancy Torres Castellanos

Codirector (a):

Ingeniera Jorge Ignacio Segura Franco

Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito

Posgrado en Ingeniería Civil

Bogotá, Colombia

2020

DEDICATORIA:

A mis padres, mi abuela y mi hermana, por su incondicional apoyo durante toda mi vida, por ser la estructura que me ha sostenido en todo momento y me ha permitido alcanzar mis objetivos.

Agradecimientos

A Ingeniera Nancy Torres, por su dedicación a mi proyecto de grado, brindándome la oportunidad de realizar un trabajo que permitió aplicar y afianzar lo aprendido durante la realización de mi posgrado.

A Ingeniero Jorge Segura, por sus enseñanzas y acompañamiento desde mi pregrado como ingeniero, mi vida profesional (mediante sus textos) y ahora desde la orientación en este proyecto para finalizar mi posgrado.

Resumen

La ingeniería en el contexto de la innovación, la mejora y el uso eficiente de los recursos, siempre ha estado en busca de nuevos materiales que puedan ser usados en la construcción de todo tipo de estructuras, es así como antes de mediados del siglo XX surge la investigación de materiales compuestos con resinas poliméricas y fibras de vidrio en la industria de la aviación, desarrollando un material ligero, de gran resistencia a la tensión y con una gran ventaja frente al acero, su alta resistencia a la corrosión. Considerando las anteriores propiedades de este nuevo material, la ingeniería civil empezó a estudiar el comportamiento de las barras de polímeros reforzados con fibra como el reforzamiento interno del concreto, surgiendo como un material alternativo al acero convencional.

Es así como se han creado diversos códigos de diseño para el uso de barras de polímeros reforzados con fibra de vidrio y carbón (GFRP y CFRP) como reforzamiento del concreto, uno de ellos fue el desarrollado a través del comité 440 del ACI (American Concrete Institute), el documento ACI 440.1 R 15 Guide for the Design And Construction of Structural Concrete Reinforced With Fiber Polymer (FRP) Bars (2015,1), el cual estipula la metodología a emplear para diseños por estados límites de resistencia y de servicio.

En el Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente NSR-10, en el título C, se especifica el diseño de elementos estructurales de concreto, reforzado internamente con barras de acero, este título toma como base la publicación ACI 318; actualmente el ACI está trabajando en una normativa paralela, donde se considera el concreto reforzado internamente con barras de FRP por lo tanto, dada la importancia de estar a la vanguardia en las últimas tecnologías, se realiza la presente investigación de elementos de concreto sometidos a flexión, típicos de entresijos de edificios, reforzados internamente con barras de GFRP con el fin de evaluar su respuesta ante cargas de servicio y últimas de diseño, comunes en sistemas de entresijo del medio colombiano.

El proyecto involucró el diseño y construcción de cuatro losas de 4,0 m de longitud, 0,20 m de espesor y 1,0 m de ancho, variando la cuantía de refuerzo para considerar diseños sub-reforzados, sobre-reforzados y con cuantías similares a la balanceada, que cumplieran la capacidad de resistencia requerida y las deflexiones admisibles impuestas por la NSR-10. Así mismo, se construyó un elemento en concreto reforzado con acero convencional diseñado enteramente bajo las consideraciones de la norma colombiana, que sirviera como punto de comparación.

Estos elementos se construyeron y ensayaron en la Escuela Colombiana de Ingeniería “Julio Garavito”, aprovechando la infraestructura existente del laboratorio de materiales. Los ensayos se llevaron a cabo modelando una condición de carga por flexión a través de la aplicación de cargas puntuales en los tercios de los elementos, creando así una zona de flexión pura y dos de flexo-cortante.

Los ensayos, a través de la instrumentación adecuada, permitieron adquirir datos de capacidad última, deflexiones, esfuerzos en las barras de refuerzo y modo de falla para cada elemento.

Los resultados evidenciados para cada elemento permitieron establecer relaciones entre las capacidades teóricas y experimentales, discrepancias en los modos de falla y sus posibles causas, diferencias entre deflexiones teóricas y experimentales, así como, generar conclusiones y recomendaciones para el diseño de elementos reforzados con barras de GFRP.

Abstract

Engineering in the context of innovation, improvement and efficient use of resources, has always been in search of new materials that can be used in the construction of all types of structures, this is how before the middle of the 20th century arises the investigation of composite materials with polymeric resins and glass fibers in the aviation industry, developing a light material, with great resistance to tension and with a great advantage over steel, its high resistance to corrosion. Considering the previous properties of this new material, civil engineering began to study the behavior of fiber-reinforced polymer bars as the internal reinforcement of concrete, emerging as an alternative material to conventional steel.

This is how various design codes have been created for the use of fiberglass and carbon reinforced polymer bars (GFRP and CFRP) as concrete reinforcement, one of them was developed through committee 440 of the ACI (American Concrete Institute), the document ACI 440.1 R 15 Guide for the Design And Construction of Structural Concrete Reinforced With Fiber Polymer (FRP) Bars (2015,1), which stipulates the methodology to be used for designs by limit states of resistance and service.

In the Colombian Construction Regulations for Earthquake Resistant NSR-10, in title C, the design of concrete structural elements, internally reinforced with steel bars, is specified. This title is based on ACI 318; Currently the ACI is working on a parallel regulation, where internally reinforced concrete with FRP bars is considered, therefore, given the importance of being at the forefront of the latest technologies, the present investigation of concrete elements subjected to bending is carried out , typical of building mezzanines, internally

reinforced with GFRP bars in order to evaluate their response to service and ultimate design loads, common in mezzanine systems in the Colombian environment.

The project involved the design and construction of four slabs 4,0 m long, 0,20 m thick and 1,0 m wide, varying the amount of reinforcement to consider designs under-reinforced, over-reinforced and with amounts similar to balanced, meeting the required resistance capacity and the admissible deflections imposed by the NSR-10. Likewise, an element in concrete reinforced with conventional steel was built entirely designed under the considerations of the Colombian standard, which would serve as a point of comparison.

These elements were built and tested at the Escuela Colombiana de Ingeniería "Julio Garavito", taking advantage of the existing infrastructure of the materials laboratory. The tests were carried out by modeling a bending load condition through the application of point loads on the thirds of the elements, thus creating one pure bending zone and two bending-shear zones.

The tests, through the appropriate instrumentation, allowed acquiring data on ultimate capacity, deflections, efforts in the reinforcing bars and failure mode for each element.

The results evidenced for each element allowed establishing relationships between theoretical and experimental capacities, discrepancies in failure modes and their possible causes, differences between theoretical and experimental deflections, as well as generating conclusions and recommendations for the design of elements reinforced with GFRP bars.

Contenido

1. Introducción	21
2. Marco teórico.....	25
2.1 Comportamiento a tracción de refuerzo de acero y de las barras de FRP.....	25
2.2 Resistencia y módulo de elasticidad del FRP.....	27
2.3 Estado límite de servicio de elementos sometidos a flexión	27
2.4 Resistencia nominal a flexión de elementos de concreto reforzado.....	28
2.5 Modo de falla de elementos de concreto reforzados con FRP.....	30
2.6 Resistencia nominal a cortante de elementos de concreto reforzado.....	32
2.7 Momento de agrietamiento de la sección.....	34
2.8 Cuantías mínimas de refuerzo.....	34
2.9 Pre-dimensionamiento de elementos.....	35
3. Estado del arte.....	37
3.1 Bond-slip effect in flexural behavior of GFRP RC Slab (Efecto de deslizamiento en el comportamiento a flexión de losas reforzadas con FRP) [5].....	37
3.2 Deflection behavior of FRP reinforced concrete beams and slabs: An experimental investigation (Comportamiento de las deflexiones en vigas y losas reforzadas con FRP: Una investigación experimental) [6].....	39
3.3 Evaluation of the flexural strength and serviceability of concrete beams reinforced with different types of GFRP bars (Evaluación de la resistencia a la flexión y la capacidad de servicio de las vigas de concreto reforzadas con diferentes tipos de barras GFRP) [7]	41
3.4 Mechanisms of shear resistance of one-way concrete slabs reinforced (Mecanismos de resistencia al corte de losas de concreto reforzadas unidireccionalmente) [8].....	42
4. Objetivos.....	44
4.1 Objetivo general	44
4.2 Objetivos específicos	44
5. Programa de investigación.....	45
5.1 Limitaciones para la construcción de especímenes.....	45
5.2 Análisis teórico	46
5.3 Construcción de elementos	63
5.4 Montaje para ensayo en laboratorio	65
6. Resultados y Análisis	72
6.1 Resultados experimentales	72

6.2	Análisis de resultados	82
7.	Conclusiones y recomendaciones	101
7.1	Conclusiones	101
7.2	Recomendaciones	103
8.	Bibliografía	104
9.	ANEXOS.....	106

Lista de figuras

Figura 2 - 1: Comportamiento típico a tracción del refuerzo convencional de acero (García, 2018)	26
Figura 2 - 2: Comportamiento típico del comportamiento a tracción de las barras de FRP (Nanni, 2014)	27
Figura 2 - 3: Factor de reducción por resistencia para el refuerzo de barras de FRP [2]	30
Figura 2 - 4: Tipos de falla por flexión según la condición de refuerzo del elemento (Nanni, 2014)	31
Figura 5 - 1: Tabla C.9.5 (a) NSR-10 [13].....	48
Figura 5 - 2: Esfuerzo deformación unitaria barras de GFRP y ASTM A706.....	49
Figura 5 - 3: Gráficos de cortante y momento en servicio y diseño.....	50
Figura 5 - 5: Esquema sección transversal losa reforzada con GFRP	53
Figura 5 - 6: Esquema losa reforzada por resistencia para acero ASTM A 706.....	58
Figura 5 - 7: Esquema losa LCGFRP-101 (unidades: mm).....	60
Figura 5 - 8: Esquema losa LCGFRP-102 (unidades: mm).....	60
Figura 5 - 9: Esquema losa LCGFRP-103 (unidades: mm).....	61
Figura 5 - 10: Esquema losa LCGFRP-104 (unidades: mm).....	61
Figura 5 - 11: Esquema losa LCA706-105 (unidades: mm)	62
Figura 5 - 12: Diagrama de cortante y momentos según ensayo propuesto.	66
Figura 5 - 13: Montaje propuesto para ensayos.....	66
Figura 5 - 14: Diagramas de momento y cortante considerados para carga ultima.....	70
Figura 6 - 1 Ciclos de carga superpuestos LCGFRP-101	73
Figura 6 - 2 Envoltentes de carga vs deflexión de losas ensayadas	75
Figura 6 - 3 Relación entre momentos teóricos y momentos experimentales	84
Figura 6 - 4 Relación entre momentos teóricos reducidos y momentos experimentales .	85
Figura 6 - 5 Relación entre esfuerzos teóricos y experimentales en barras de refuerzo .	87
Figura 6 - 6 Grafica deflexiones teóricas y experimentales LCGFRP101.....	94
Figura 6 - 7 Deflexiones teóricas y experimentales LCGFRP104	95
Figura 6 - 8 Deflexiones teóricas y experimentales LCA705-105.....	96
Figura 6 - 9 Deflexiones teóricas y experimentales LCGFRP-101 – M _{cr} Experimental...	97
Figura 6 - 10 Deflexiones teóricas y experimentales LCGFRP-104 – M _{cr} Experimental.	97
Figura 6 - 11 Deflexiones teóricas y experimentales LCA705-105 – M _{cr} Experimental ..	98
Figura 6 - 12 Momento vs Deflexiones elementos LCA706 105 y LCGFRP 104.....	99

Lista de tablas

Tabla 2 - 1 Resumen de ecuaciones para elementos reforzados con GFRP y acero convencional	36
Tabla 5 - 1: Resumen de solicitaciones de carga por diseño.....	50
Tabla 5 - 2: Cuantía balanceada	51
Tabla 5 - 3: Datos de entrada formula de flexión – para GFRP	51
Tabla 5 - 4: Calculo deflexiones losa GFRP	55
Tabla 5 - 6: Calculo deflexiones losa GFRP para varias cuantías de refuerzo	56
Tabla 5 - 7: Cuantía balanceada para acero ASTM A 706	57
Tabla 5 - 8: Datos de entrada formula de flexión – para Acero A706	57
Tabla 5 - 9: Calculo deflexiones losa acero ASTM A 706.....	58
Tabla 5 - 10: Modos de falla elementos a ensayar	62
Tabla 5 - 11: Cargas a aplicar por equipo hidráulico	70
Tabla 6 - 1: Resumen de cargas y deflexiones – Losa LCGFRP-101.....	74
Tabla 6 - 2: Resumen de resultados ensayos	77
Tabla 6 - 3: Resumen comparativo de resultados	83
Tabla 6 - 4: Análisis cargas máximas teóricas por cortante y flexión (ACI 440.1 R-15) ...	88
Tabla 6 - 5: Comparativo deflexiones experimentales con deflexiones teóricas	92
Tabla 6 - 6: Comparativo deflexiones experimentales con límites de la NSR-10.....	93

Lista de fotografías

Fotografía No. 1 Armado formaleta metálica	64
Fotografía No. 2 Localización de refuerzo	64
Fotografía No. 3 Vaciado de concreto	65
Fotografía No. 4 Elemento finalizado.....	65
Fotografía No. 5 Montaje realizado para ensayos	68
Fotografía No. 6 Instrumentación de elementos cara A.....	68
Fotografía No. 7 Instrumentación de elementos cara B.....	69
Fotografía No. 8 Fisura diagonal en el primer tercio de los elementos	78
Fotografía No. 9 Falla de elementos LCGFRP 102	79
Fotografía No. 10 Fisuras en zona de compresión LCGFRP-103.....	80
Fotografía No. 11 Falla del elemento LCGFRP-104	80
Fotografía No. 12 deformación exagerada de las de barras de GFRP LCGFRP-104	81
Fotografía No. 13 Deflexión antes de la descarga LCGFRP-101.....	81
Fotografía No. 14 Deflexión permanente después de la descarga LCGFRP-101	81
Fotografía No. 15 Deflexión después de la descarga LCGFRP-101	82
Fotografía No. 16 Unión de fisuras diagonales con fisuras verticales	89
Fotografía No. 17 Elemento fracturado en zona de máximos esfuerzos cortantes.	90
Fotografía No. 18 Barras de GFRP separadas del concreto.....	91

Lista de Símbolos y abreviaturas

Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Unidad SI
A_b	Área de la barra	mm^2
A_s	Área de refuerzo	mm^2
b	Ancho de la losa	mm
C	Carga de compresión	kN
CE	Factor de reducción ambiental	1
c	Profundidad del eje neutro	mm
D	Carga muerta	kN/m
d	Profundidad efectiva de la losa	mm
dc	Espesor de recubrimiento	mm
E_c	Módulo de elasticidad del concreto	MPa
E_s	Módulo de elasticidad del acero	MPa
E_{GFRP}	Módulo de elasticidad del GFRP	MPa
f'_c	Resistencia a compresión del concreto	MPa
F_y	Resistencia a la fluencia del acero	MPa
F_{fu}^*	Resistencia a la tracción del GFRP	MPa
F_f	Resistencia de diseño a la tracción del GFRP	MPa
I_{cr}	Inercia de la sección agrietada de losa	mm^4
I_e	Inercia efectiva de la sección de losa	mm^4
I_g	Inercia de la sección de concreto de la losa	mm^4
j	Relación brazo de momento interno resistente y altura útil	1
k	Relación profundidad eje neutro y altura útil de la sección	1
L	Carga viva	kN/m
l	Luz libre de la losa	mm
L_e	Longitud de ensayo	mm
M_a	Momento actuante	kN-m
M_n	Momento nominal resistente	kN-m
M_i	Momento interno	kN-m
M_{cr}	Momento de agrietamiento de la sección de concreto	kN-m

Símbolo	Término	Unidad SI
n	Relación de módulos de elasticidad	MPa/MPa
P	Fuerza aplicada a la losa por medio del actuador	kN
P_{cr}	Fuerza de agrietamiento	kN
S	Módulo de elasticidad de la sección transversal de losa	mm ³
S	Espaciamiento del refuerzo	mm
T	Carga de tensión	kN
t	Espesor de la losa	Mm
V_c	Resistencia nominal al cortante	kN
V_u	Cortante último actuante	kN
W	Carga repartida uniforme	kN/m

Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI
α_1	Relación promedio de esfuerzos en el bloque de compresiones	1
β_1	Factor para altura del bloque de compresiones	1
β_d	Coefficiente de reducción usado en el cálculo de deflexión	1
Δ_{max}	Deflexión máxima	mm
γ	Relación de altura útil y altura total de la sección	1
ϵ_{cu}	Deformación unitaria última del concreto en compresión	mm/mm
ϵ_{fu}	Deformación unitaria última del refuerzo en tensión	mm/mm
ϵ_{frpu}	Deformación unitaria última del refuerzo de GFRP en tensión	mm/mm
ϕ_d	Diámetro de la barra de refuerzo	mm
ϕ	Coefficiente de reducción de resistencia	1
ρ_{fb}	Cuantía de refuerzo balanceada	mm ² /mm ²
ρ	Cuantía de refuerzo	mm ² /mm ²
σ_{cr}	Esfuerzo de agrietamiento	MPa
σ_f	Esfuerzo en la barra de refuerzo	MPa

Abreviaturas

Abreviatura	Término
<i>ACI</i>	American Concrete Institute
<i>ASTM</i>	American Society For Testing And Materials
<i>ECI</i>	Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito
<i>FRP</i>	Fiber Reinforced Polymer
<i>GFRP</i>	Glass Fiber Reinforced Polymer
<i>NSR</i>	Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente
<i>NTC</i>	Norma Técnica Colombiana
<i>LVDT</i>	Linear Variable Differential Transformer

1. Introducción

La ingeniería estructural, como rama de la ingeniería civil, tiene como objetivo diseñar y construir todo tipo de estructuras cumpliendo con los siguientes objetivos básicos: resistencia, seguridad, economía, funcionalidad y sostenibilidad ambiental. Lo anterior se logra por medio de la aplicación de los conocimientos que ha desarrollado la ciencia sobre los materiales, considerando diferentes sistemas y elementos estructurales y modelando las fuerzas de la naturaleza que actúan sobre ellos durante su vida de servicio, entre ellas las gravitacionales y laterales como las fuerzas sísmicas. A lo largo de los años se han adquirido conocimientos que son aplicados a través de la tecnología, pero sin dejar de lado el principio de innovación y creatividad propia del profesional.

En cumplimiento de lo anterior, uno de los materiales más empleados en el diseño y construcción de estructuras es el concreto reforzado, éste se ha empleado en todo tipo de construcciones, desde estructuras para conducción de agua hasta edificios de gran altura como el One World Trade Center, el Burj Khalifa, la Shanghai Tower, entre otros, el concreto exhibe grandes ventajas arquitectónicas y estructurales como la creación de diferentes formas geométricas y gran resistencia a cargas de compresión y flexión.

El refuerzo empleado en el concreto ha consistido tradicionalmente en barras de acero (una aleación de hierro y carbón) que otorga flexibilidad y ductilidad a los elementos de concreto reforzado, convirtiéndose en un material apropiado para la construcción de estructuras expuestas a diversas sollicitaciones (flexión, torsión, flexo-compresión, cortante, tensión, entre otras). No obstante, el acero presenta una transformación de su composición en presencia de oxígeno y otros agentes del ambiente, lo cual se traduce en una degradación de sus propiedades físicas y mecánicas, razón por la cual es necesario protegerlo mediante recubrimientos al acero o con un apropiado recubrimiento de concreto, que puede variar entre 20 y 75 mm, dependiendo de la agresividad del ambiente. Lo anterior significa mayores costos en los presupuestos de obra, por aumento en las cantidades de concreto, al aumentar las secciones para añadir más recubrimiento al acero,

sobre todo en construcciones expuestas a condiciones severas de humedad, como estructuras enterradas en presencia de nivel freático, exposición a cloruros como estructuras localizadas en zonas costeras y estructuras en ambientes que facilitan la carbonatación del concreto.

La corrosión en el acero de refuerzo se manifiesta en la producción de óxido de hierro, el cual presenta un volumen que puede ser de 2 a 4 veces la sección transversal original de la barra. Este comportamiento tiene diversos efectos negativos en la sección de concreto, entre ellos la generación de fisuras por esfuerzos internos de tensión, pérdida de adherencia entre el concreto y el refuerzo, y la reducción de área de acero para soportar esfuerzos mecánicos y la pérdida de los resaltes del acero que también afecta la adherencia.

La pérdida de sección transversal en el acero, así como la adherencia con el concreto, conlleva a la disminución general de capacidad de los elementos para resistir las sollicitaciones a las cuales se verán sometidos durante su vida de servicio, reduciendo la confiabilidad de la estructura, y en casos extremos, colocándola en riesgo de colapso.

En los últimos años se ha estudiado el comportamiento para algunas aplicaciones de un producto sustituto del acero como refuerzo del concreto, estos son los polímeros reforzados con fibras de vidrio o carbón (CFRP O GFRP- Carbon / Glass Fiber Reinforced Polymer, por sus siglas en inglés) en forma de barras, conformadas mediante la integración de la fibra en una matriz polimérica, la cual contribuye a su resistencia a agentes externos presentes en el ambiente (Nanni, 2014). El desarrollo de los polímeros en la industria de la construcción se dio en la década de los 60 en los Estados Unidos de Norte América y posteriormente en la década de los 70 en Europa y Japón (Nanni, 2014), en la década de 1980 se dieron las primeras muestras de comercialización y uso.

Como lo expone Nanni (2014) en la referencia, el uso del concreto reforzado con FRP es apropiado para elementos que soportan equipos sensibles a campos electromagnéticos y estructuras temporales, sin limitarse a ello, pues también se ha empleado en el reforzamiento de tableros de puentes, muros de contención de tierras y dovelas para transferencia de cortante en pavimento rígido.

Un ejemplo del uso de barras de GFRP en la construcción es el Morristown Bridge que cruza el cauce de agua denominado Ryder Brook en la ruta 100 en el estado de Vermont, Estados Unidos, el cual tiene una longitud total de 43.90 m. Su tablero reforzado con GFRP tiene un espesor de 230 mm soportado en 5 vigas de acero, el refuerzo del tablero consiste en dos parrillas, superior e inferior, con barras de 18.7 mm de diámetro espaciadas 100 y 150 mm para las direcciones transversal y longitudinal respectivamente, el recubrimiento para la parrilla superior fue de 64 mm y 38 mm para la inferior. Este puente se empezó a construir en el mes de mayo de 2002 y terminó en septiembre del mismo año.

La posibilidad de emplear barras de fibra de vidrio como alternativa en el reforzamiento del concreto tiene ventajas frente a las tradicionales barras de acero, investigaciones previas han demostrado mayor resistencia a tracción y el uso de menores espesores de recubrimientos debido a la resistencia a la corrosión de dichas barras (Nanni, 2014). Sin embargo, también presenta desventajas frente al acero, como lo son sus costos de fabricación (El-Nemr, Ahmed, El Safty & Benmokrane, 2017) y el bajo módulo de elasticidad que se traduce en mayores deflexiones frente a la misma sollicitación de carga en un elemento reforzado internamente con acero convencional.

En términos numéricos, las barras de GFRP, más específicamente las conformadas por fibra de vidrio, tienen valores de resistencia de diseño a la tensión entre 490 y 1610 MPa (ACI 440.1R, 2015), mientras que el valor del esfuerzo de fluencia empleado usualmente en el diseño del refuerzo de acero es de 420 MPa, es decir, hay un aumento de resistencia entre el 17% y 280% respecto al acero convencional. En cuanto al módulo de elasticidad, este puede variar entre 35 y 51 GPa propiedad que para el acero corresponde a 200 GPa, es decir, hay una reducción entre el 83% y el 75%. La variación de las propiedades mecánicas de las barras de GFRP depende en gran medida de la relación entre el volumen de fibra de vidrio y el volumen de polímero que la recubre, razón por la cual las propiedades varían dependiendo del fabricante, distinto a lo que sucede con el acero convencional.

En relación con los objetivos del diseño estructural, y considerando lo anterior, podría esperarse que el aumento de la resistencia a tensión de las barras de GFRP incida positivamente en el objetivo de seguridad, debido a que los elementos podrían ser diseñados para resistir mayores sollicitaciones de carga sin llegar a la falla, contrario a lo anterior, un bajo módulo de elasticidad incidirá negativamente en el objetivo de

funcionalidad dado que se tendrán mayores deflexiones, las cuales son inadecuadas para los elementos no estructurales soportados por las losas o vigas.

El ACI (American Concrete Institute), a través del comité 440 Fiber-Reinforced Polymer Reinforcement ha desarrollado el estudio de los polímeros reforzados con fibra, donde se ha publicado el documento ACI 440.1 R 15 Guide for the Design And Construction Of Structural Concrete Reinforced With Fiber Polymer (FRP) Bars (2015, 1), el cual presenta una guía de diseño de elementos de concreto reforzado con barras de FRP, que basa su contenido en “ensayos experimentales alrededor del mundo, trabajos analíticos, y aplicaciones de campo con refuerzo de FRP” [ACI 440.1R-15]. Sin embargo, no es la única guía de diseño, ya que países como Japón y Canadá también han desarrollado documentos de diseño para concreto reforzado con FRP, lo cual demuestra el interés de países desarrollados por el uso de nuevas tecnologías en el reforzamiento del concreto. Como ya se mencionó, en Colombia aún no se han desarrollado o adaptado documentos de este tipo, como una probable consecuencia de lo anterior no ha surgido la industria nacional para la fabricación de barras de FRP, aun cuando ya existe la Norma Técnica Colombiana para la caracterización del material.

Considerando las ventajas de las barras de FRP frente al acero convencional y la falta de experiencia en Colombia en el diseño y construcción de concreto reforzado con dichas barras, más allá de la aplicación de códigos de diseño internacionales, así como la pertinencia de la innovación dentro de los objetivos del diseño estructural, se presenta el desarrollo de un trabajo experimental que evaluó el comportamiento de elementos de concreto reforzados con GFRP, concentrándose en elementos sometidos a flexión como las losas de entresijos de edificaciones.

Por otra parte, considerando las desventajas de un módulo de elasticidad bajo en las barras de GFRP en comparación con el acero convencional, el trabajo fue apropiado para evaluar el comportamiento de las deflexiones de elementos de concreto reforzados con este material, y establecer que metodología de cálculo existente en el estado del arte se aproxima mejor a los datos experimentales, así como para estudiar las medidas que se deben tomar para controlarlas. De esta forma se evaluó el verdadero impacto de las barras de GFRP en los objetivos de seguridad y funcionalidad en la ingeniería estructural para el diseño de elementos sometidos a flexión.

2. Marco teórico

Los elementos sometidos a flexión presentan un comportamiento en el cual la sección se ve sometida a esfuerzos de compresión y tracción, que para el caso del concreto reforzado la compresión es asumida por el concreto y la tracción por el acero de refuerzo.

El concreto se caracteriza por su elevada resistencia a la compresión f'_c , en contraste con su baja resistencia a la tracción, la cual es alrededor del 10% del f'_c , razón por la cual el concreto requiere de un material capaz de soportar esta sollicitación.

2.1 Comportamiento a tracción de refuerzo de acero y de las barras de FRP.

Tradicionalmente el acero se ha empleado para reforzar el concreto, ya que se caracteriza por presentar resistencias elevadas a tracción en el rango elástico y presentar una zona de plastificación que permite predecir o visualizar su falla por rotura, con lo cual se logra tener una falla controlada en el concreto reforzado. El comportamiento a tracción del acero de refuerzo A-706 se puede apreciar en la Figura 2 - 1.

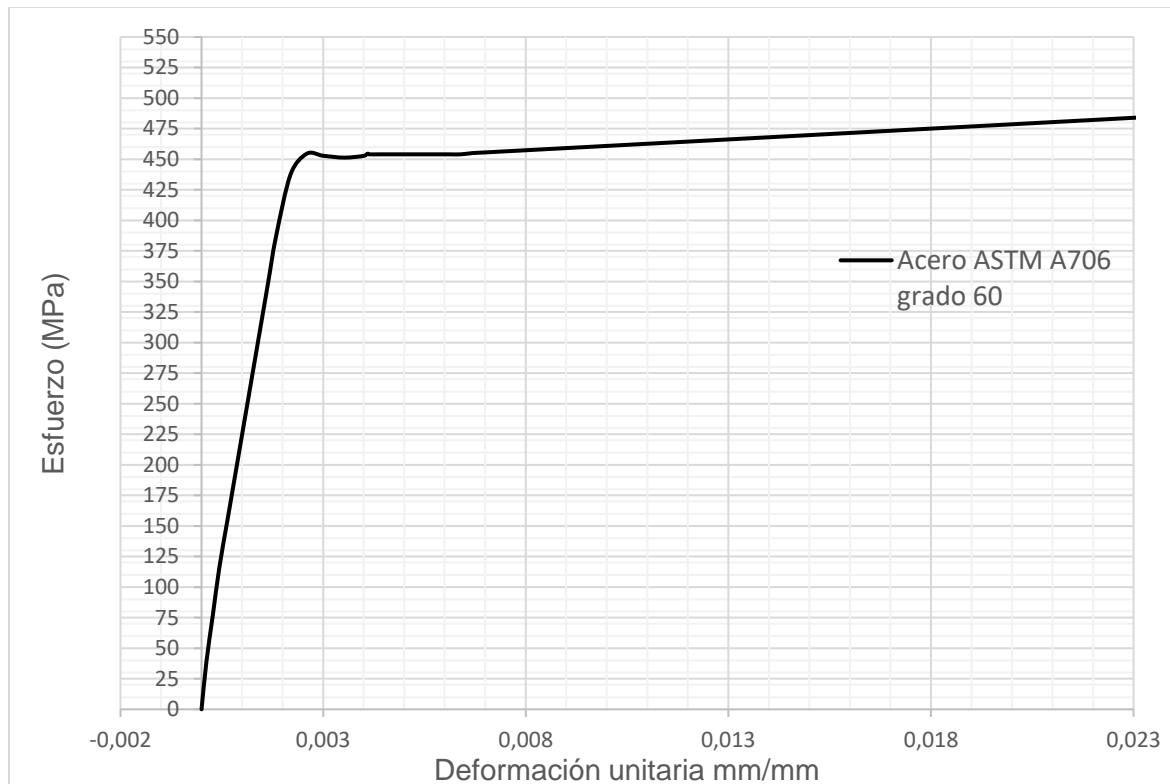


Figura 2 - 1: Comportamiento típico a tracción del refuerzo convencional de acero

Fuente: Laboratorio de materiales Escuela Colombiana de Ingeniería "Julio Garavito"

Por su lado, las barras de GFRP consisten en fibra de vidrio que otorga resistencia a la tracción, las cuales están inmersas en una matriz polimérica que brinda la protección y consistencia de las barras. Guías de diseño como las citadas en las referencias bibliográficas [1] y [2] presentan resultados de ensayos a tracción sobre estas barras, los cuales evidencian un comportamiento elástico hasta su falla, distinto a lo que sucede con el acero tradicional de refuerzo. El comportamiento típico de refuerzo de las barras de FRP se presenta en la Figura 2 - 2.

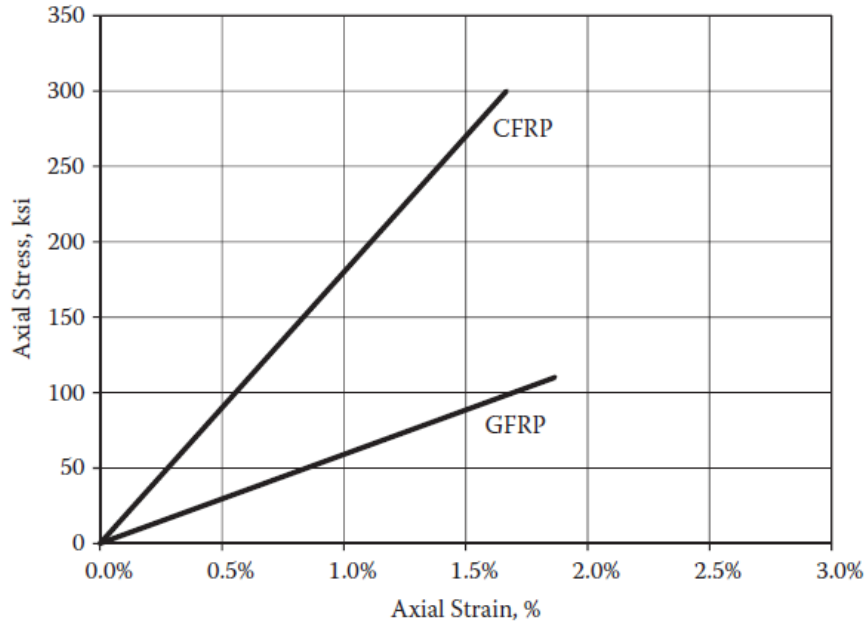


Figura 2 - 2: Comportamiento típico del comportamiento a tracción de las barras de FRP (Nanni, 2014)

2.2 Resistencia y módulo de elasticidad del FRP.

La resistencia a tracción de las barras de GFRP, como ya se mencionó (Varía de 490 a 1610 MPa (ACI 440.1R-15, 2014)) puede ser mayor que la obtenida del refuerzo convencional de acero (de 240 a 420 MPa), sin embargo, su módulo de elasticidad es más bajo (entre 35 y 51 GPa). Debido a lo anterior, los elementos reforzados con barras de GFRP presentan grandes deflexiones en elementos sometidos a flexión, por lo que la evaluación de los estados límites de servicio son fundamentales en el diseño de estos elementos.

2.3 Estado límite de servicio de elementos sometidos a flexión

El ACI 440.1 R-15 considera, a modo de pre-dimensionamiento de elementos de concreto con refuerzo de FRP, un espesor mínimo en función de la longitud libre (L) y condiciones de apoyo, que para el caso de elementos simplemente apoyados el espesor recomendado es igual a $L/13$, lo cual sugiere espesores mayores a los propuestos para elementos de concreto reforzados con acero convencional donde la relación es igual a $L/20$ bajo las

mismas condiciones de apoyo. Lo anterior se debe a lo evidenciado en ensayos de elementos sometidos a flexión (Ospina, 2001), donde se requirió de mayor inercia de la sección de concreto para compensar las deformaciones del FRP.

Para evaluar teóricamente las deflexiones de los elementos se puede acudir a varias expresiones matemáticas, entre ellas las expuestas por Branson, Bischoff y Benmokrane.

Por su lado, Branson estima las deflexiones determinando la inercia efectiva de la sección transversal, expresión matemática que es igual a la empleada en el ACI 318 para el acero de refuerzo convencional, sin embargo, el autor citado reduce la rigidez del FRP por medio del coeficiente β para considerar el bajo módulo de elasticidad y la posible variabilidad de la adherencia del refuerzo con el concreto (Nanni, 2014), multiplicando el primer término de la Ecuación 2 con dicho coeficiente.

$$\beta_d = \frac{1}{5} \left(\frac{\rho_f}{\rho_{fb}} \right) \leq 1.0 \quad \text{Ecuación (1).}$$

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g \quad \text{Ecuación (2)}$$

Por otro lado, Bischoff (2005) determina la inercia efectiva de la sección transversal sin considerar un factor de reducción pero que está basada en el hallazgo que BRANSON sobrestima la rigidez del elemento cuando la relación entre la inercia bruta es mayor a tres (3) veces la inercia fisurada, relación que para elementos reforzados con FRP está entre 5 y 25 veces [1].

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right)} \leq I_g \quad \text{Ecuación (3)}$$

2.4 Resistencia nominal a flexión de elementos de concreto reforzado.

Existen diversas metodologías para el diseño a flexión de elementos de concreto reforzado, entre ellas la de los esfuerzos admisibles y la metodología de la resistencia última o método de la resistencia, que consiste en trabajar con el estado último de resistencia de los materiales, y por ende con el instante de falla de la estructura.

El método de la resistencia es actualmente la metodología más empleada para el diseño por estados límites de falla en elementos sometidos a flexión.

El estado límite de falla se basa en la siguiente expresión:

$$\sum_{i=1}^j \gamma_i Q_i \leq \phi R_n$$

Donde,

Σ : Sumatoria de los diferentes tipos de carga

i: Tipo de carga (muerta, viva, etc.)

γ_i : Factor de carga correspondiente al tipo de carga

$\Sigma \gamma_i Q_i$: Resistencia requerida.

Φ : Factor de reducción de resistencia.

R_n : Resistencia nominal.

ΦR_n : Resistencia de diseño.

Que, para el caso de flexión, la anterior expresión se transforma en:

$$\Phi M_n = M_u$$

Para determinar la resistencia nominal de los elementos sometidos a flexión, se procede por medio del método de la resistencia última que determina el momento último resistente (M_u) de la sección transversal del elemento, por medio de la siguiente expresión matemática:

$$M_u = \phi \rho f_y * \left(1 - 0.59 * \frac{f_y}{f'_c} * \rho \right) * b * d^2 \text{ Ecuación (4)}$$

Donde,

$$\rho = \frac{A_s}{A_g} \text{ Ecuación (5)}$$

El factor de reducción de resistencia varía dependiendo del material de refuerzo y la sollicitación. A continuación, se presenta este factor para acero convencional, según la NSR-10, y para refuerzo de GFRP según lo expuesto por el ACI 440:

- $\Phi = 0,90$, para elementos sometidos a flexión (acero de refuerzo convencional)
- Factor de reducción de resistencia para GFRP en elementos sometido a flexión:
El ACI 440.1R-15 (2015) establece variación del factor de reducción de resistencia Φ en función de la cuantía de refuerzo, como se presenta en la Figura 2 - 3.

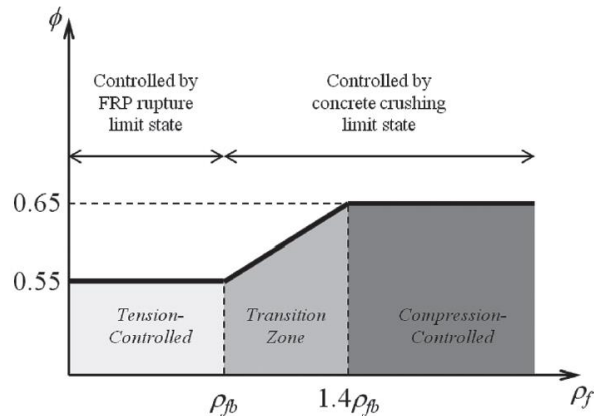


Fig. 7.2.3—Strength reduction factor as function of reinforcement ratio.

Figura 2 - 3: Factor de reducción por resistencia para el refuerzo de barras de FRP [2]

2.5 Modo de falla de elementos de concreto reforzados con FRP.

El comportamiento elástico de las barras de FRP hasta su punto de falla, es otra característica que implica una gran diferencia con el diseño de elementos reforzados con acero convencional, pues no permite prever su falla, por lo que el diseño por resistencia última con cuantías mayores a la balanceada es el recomendado (El-Nemr, Ahmed, El Safty & Benmokrane, 2017).

La cuantía balanceada determina una falla al mismo tiempo del concreto y del refuerzo de FRP, cuando la cuantía de refuerzo dispuesta en una sección de concreto es menor a la balanceada, el refuerzo será el que llegará primero a su estado de falla por tracción, por el contrario, si la cuantía es mayor a la reforzada la falla se producirá por compresión y eventual aplastamiento del concreto.

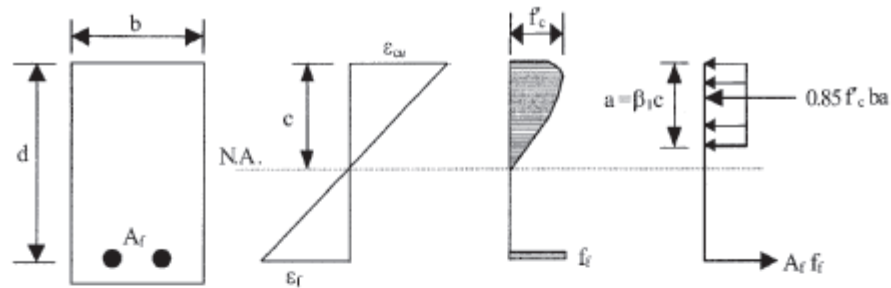
La cuantía balanceada se determina por medio de la ecuación 7.2.1.b del ACI 440.1 R15:

$$\rho_{bal} = 0,85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_{fu}} \frac{\varepsilon_{uc}}{\varepsilon_{uc} + \frac{f_{fu}}{E_f}} \quad \text{Ecuación (6)}$$

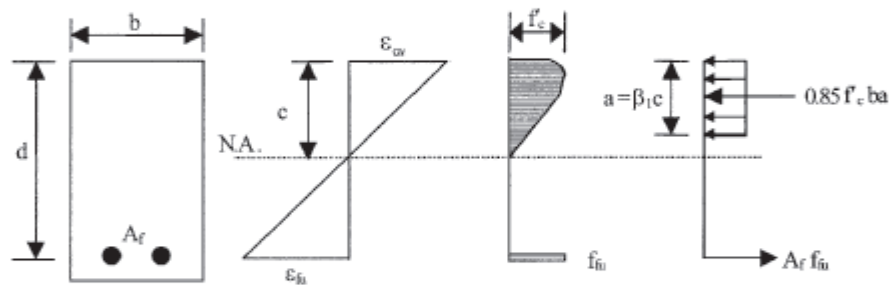
Expresión igual para el concreto reforzado con acero convencional, empleando f_y y E del acero en vez de f_{fu} y E_f , correspondientemente.

El esfuerzo por tracción en el refuerzo es igual al producto de la deformación unitaria y el módulo de elasticidad, mientras que el esfuerzo por compresión sigue la metodología del bloque de Whitney para la distribución teórica esfuerzos en la sección transversal.

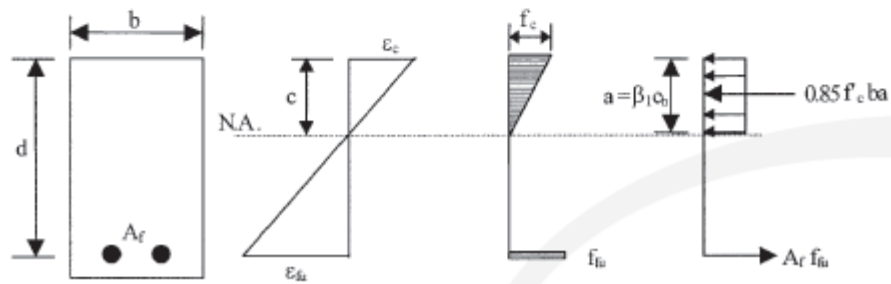
Los tres tipos de falla considerados en el elemento de concreto reforzado con FRP se presentan en la Figura 2 - 4.



(a) Failure governed by concrete crushing



(b) Balanced failure condition



(c) Failure governed by FRP rupture (concrete stress may be nonlinear)

Figura 2 - 4: Tipos de falla por flexión según la condición de refuerzo del elemento (Nanni, 2014)

- (a) La falla gobernada por compresión en el concreto corresponde a un diseño sobre reforzado, donde la cuantía de refuerzo empleada supera la cuantía balanceada, entendiendo ésta última como la cuantía exacta que genera falla simultánea del refuerzo y del concreto. Por lo anterior, el refuerzo nunca alcanza su esfuerzo máximo, dado que el concreto alcanza primero su esfuerzo último de compresión, generando así la falla del elemento.
- (b) La condición de falla balanceada corresponde al estado de esfuerzos de la sección, en el cual tanto el refuerzo como el concreto alcanzan simultáneamente su estado límite, entendiendo este como el esfuerzo máximo en el refuerzo y el esfuerzo último del concreto a compresión.
- (c) Falla gobernada por la ruptura del refuerzo, esta condición de falla se da para elementos cuya cuantía de refuerzo es menor a la balanceada, con lo cual se alcanza primero el esfuerzo de falla del FRP que el esfuerzo último de compresión en el concreto, iniciando la falla por parte del refuerzo y no del concreto.

2.6 Resistencia nominal a cortante de elementos de concreto reforzado.

Para elementos reforzados con acero convencional, el diseño por fuerzas cortantes en secciones de concreto se basa en la filosofía de estados límites de falla, donde la fuerza cortante última resistente se determina por medio de la siguiente expresión:

$$\Phi V_c \geq V_u$$

Donde el valor de V_c se establece por medio de la expresión C.11-3 de la NSR-10, presentada a continuación:

$$V_c = 0,17 * \sqrt{f'_c} * b * d \quad \text{NSR} - 10 \text{ (C. 11 - 3) Ecuación (7)}$$

Para elementos de concreto reforzados con barras de GFRP, el ACI 440.1R-15 considera que las diferencias mecánicas de las barras (bajo módulo de elasticidad, la baja resistencia al cortante y mayor resistencia a la tensión) respecto a las de acero convencional afectan la resistencia del concreto ante esfuerzos cortantes. Sin embargo, la filosofía del diseño se mantiene igual, es decir, las fuerzas cortantes mayoradas en el elemento deben ser menores que la resistencia última afectada por el factor de reducción (Φ), el cual es de 0,75 para ambos tipos de refuerzo.

El ACI 440.1R-15, propone la siguiente expresión para el cálculo de la resistencia cortante del concreto reforzado con este elemento:

$$V_c = 0,40 * \sqrt{f'c} * b * kd \quad \text{ACI 440.1R15 (8.2a) Ecuación (7a)}$$

Donde:

$$k = -n\rho + \sqrt{(n\rho)^2 + 2n\rho}$$

k: relación entre la profundidad del eje neutro y la altura útil por flexión del elemento.

Como puede apreciarse, el coeficiente k depende de la cuantía de refuerzo dispuesta (ρ) y de la relación de módulos de elasticidad del concreto y las barras de refuerzo (n).

Al comparar las expresiones para evaluar la capacidad a cortante de elementos reforzados con acero convencional y con barras de GFRP, es evidente que la diferencia fundamental radica en el área de concreto disponible para resistir esta sollicitación. Para la sección reforzada con acero, esta área se considera como el ancho de la sección por la altura útil, mientras que con el refuerzo en barras de GFRP, esta área es el ancho por la profundidad del eje neutro.

Dado que la profundidad del eje neutro “kd” es siempre menor a la altura útil de la sección por flexión “d”, el área disponible para resistir el cortante en secciones reforzadas con barras de GFRP es siempre menor que en secciones reforzadas con acero convencional. Lo cual se acentúa debido al bajo módulo de elasticidad de las barras de GFRP, que conlleva a una menor relación de módulos (n) en comparación con el acero convencional.

Aun cuando el primer coeficiente que afecta la ecuación 7a (0,40 - cortante resistente con barras de GFRP), es mayor que el coeficiente de la ecuación 7 (0,17 - cortante con barras de acero convencional), no es suficiente para compensar la reducción causada por el efecto de considerar el eje neutro y no la altura útil. Es así como el ACI 440.1R-15 reconoce que las secciones de concreto reforzadas con barras de GFRP tienen una menor resistencia a las fuerzas cortantes en comparación con las reforzadas con acero convencional, esto con el fin de considerar su alta fisuración y el mayor ancho de fisuras.

2.7 Momento de agrietamiento de la sección.

Antes de presentarse fisuras en el elemento de concreto, la sección trabaja de forma homogénea, por lo cual, para determinar la carga o momento con la que la sección presenta las primeras fisuras y empieza a trabajar el refuerzo de acero o GFRP, se emplea la fórmula de flexión pura en elementos homogéneos, como sigue:

$$\sigma_{cr} = \frac{M_{cr} * c}{I}$$

Ecuación (8)

Donde:

σ_{cr} : Esfuerzo de tensión en el cual se inicia la fisuración. Este es igual a:

$$\sigma_{cr} = 0,62 \lambda (f'c)^{0,5} \text{ Ecuación (9)}$$

Donde $f'c$ es la resistencia a compresión del concreto y λ es igual a 1 para el caso de concreto de peso normal.

M' : Momento de flexión productor del esfuerzo σ_{cr} .

c : Distancia desde el eje neutro hasta la fibra más externa.

I : Inercia de la sección considerándola homogénea.

Por tanto:

$$\frac{0,62 \sqrt{f'_c} I_g}{\frac{t}{2}} = M_{cr} \text{ Ecuación (10)}$$

2.8 Cuantías mínimas de refuerzo.

Para los elementos de concreto reforzados internamente con acero convencional, sometidos a flexión, debe cumplirse con un área mínima de refuerzo a tracción, para la cual la NSR-10, establece que para elementos tipo losa la cuantía mínima de refuerzo debe ser igual a 0,0018 sobre el área bruta de la sección, según disposiciones C.10.5.4 y C.7.12.2.1. Por tanto, para elementos reforzados con acero convencional, el área mínima de refuerzo será:

$$A_{s,min} = 0,0018 b * t \text{ Ecuación (11)}$$

Por su lado, el ACI 440.1R-15 establece que el área mínima de refuerzo en elementos de concreto sometidos a flexión depende del modo de falla. Para elementos cuya falla está

controlada por la ruptura de las barras de GFRP en tensión, el área mínima de refuerzo está dada por la siguiente expresión:

$$A_{f,min} = \frac{0,41\sqrt{f'_c}}{f_{fu}} b * d \geq \frac{2,3}{1077} b * d \text{ Ecuación (12)}$$

Para elementos cuya falla está dada por la compresión en el concreto, el área mínima de refuerzo carece de importancia, dado que en dicho caso las cuantías de refuerzo superan la balanceada, y ésta a su vez supera la mínima dada por la anterior expresión.

2.9 Pre-dimensionamiento de elementos.

Tanto la NSR-10 como el ACI 440.1R-15 establece expresiones para el pre-dimensionamiento del espesor de elementos sometidos a flexión, las cuales están función del sistema de apoyos y longitud libre del elemento. A continuación, se presentan estas expresiones para un elemento tipo losa simplemente apoyado:

- Para elementos reforzados con acero convencional

$$e = \frac{l}{20} \text{ Ecuación 13}$$

- Para elementos reforzados con acero convencional

$$e = \frac{l}{13} \text{ Ecuación 14}$$

Donde,

e: espesor del elemento.

l: Longitud libre entre apoyos del elemento.

A continuación, la Tabla 2 - 1 presenta el resumen las ecuaciones disponibles para el diseño de los elementos de concreto reforzado con barras de GFRP y acero convencional:

Tabla 2 - 1 Resumen de ecuaciones para elementos reforzados con GFRP y acero convencional

	Para elementos de concreto reforzados con barras de GFRP	Para elementos de concreto reforzados con acero convencional
Cuantía balanceada	$\rho_{bal} = 0,85 \frac{f'_c}{f_y} \beta \frac{\varepsilon_{uc}}{\varepsilon_{uc} + \varepsilon_y}$ Ecuación (6)	
Inercia efectiva para deflexiones calculadas	$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right)} \leq I_g$ Ecuación (3)	$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g$ Ecuación (2)
Cálculo del momento nominal resistente por flexión	$\Phi Mn = Mu = \phi \rho Ff * \left(1 - 0,59 * \frac{Ff}{F'c} * \rho \right) * b * d^2$ Ecuación (4)	
Cálculo de la fuerza cortante resistente de la sección	$Vc = 0,40 * \sqrt{f'c} * b * kd$ ACI440.1-R15 Ecuación (7)	$Vc = 0,17 * \sqrt{f'c} * b * d$ NSR-10 (C11-3) Ecuación (7a)
Cálculo del momento de agrietamiento	$Mcr = \frac{0,62 \sqrt{f'_c} I_g}{\frac{l}{2}}$ Ecuación (10)	
Área mínima de refuerzo	$A_{f,min} = \frac{0,41 \sqrt{f'c}}{f_{fu}} b * d \geq \frac{2,3}{1077} b * d$ Ecuación (12)	$A_{f,min} = 0,0018 b * h$ Ecuación (11)
Pre-dimensionamiento espesor del elemento	$e = \frac{l}{13}$ Ecuación (13)	$e = \frac{l}{20}$ Ecuación (14)

3.Estado del arte

En los últimos 10 años se han desarrollado diversas investigaciones en países como Canadá y Estados Unidos, las cuales se han centrado en el comportamiento de vigas y losas sometidas a flexión y cortante reforzadas internamente con barras de FRP.

Diferentes variables se han investigado en lo relacionado con los elementos de concreto reforzado con barras de FRP, entre ellas: las fibras de las barras (GFRP o CFRP), las cuantías de refuerzo y su efecto tanto en la resistencia como en la etapa de servicio de los elementos, la resistencia del concreto y las dimensiones o espesores de vigas o losas. Así mismo, se han evaluado factores como la adherencia de las barras en el concreto y el tipo de falla presentado.

A continuación, y con el ánimo de presentar el panorama actual del conocimiento de las barras de FRP como refuerzo del concreto, se presentan las investigaciones más relevantes tomadas en consideración en el presente proyecto.

3.1 Bond-slip effect in flexural behavior of GFRP RC Slab (Efecto de deslizamiento en el comportamiento a flexión de losas reforzadas con FRP) [5]

Esta investigación se realizó en la universidad de Miami e investigó el efecto de considerar el deslizamiento de las barras de FRP y su consecuente pérdida de adherencia con el concreto.

La investigación recopiló información del desempeño por adherencia entre las barras de GFRP y el concreto, esto por medio de ensayos de tensión a barras embebidas en cilindros de concreto, los cuales permitieron establecer una relación entre el esfuerzo y el

deslizamiento de la barra en dicho material, llegando a una expresión matemática que relaciona ambas variables (el esfuerzo en la barra y el deslizamiento en el cilindro de concreto).

Con la expresión matemática, la investigación se centró en realizar un modelo matemático por computador, en el cual se modeló un elemento en concreto y una barra de GFRP integrada a él, en la que su superficie se idealizó como un material frágil linealmente elástico.

Se elaboraron dos modelos, ambos considerando solicitaciones de flexión en el elemento de concreto, pero diferenciados por la inclusión del fenómeno de deslizamiento entre la barra y el concreto, lo cual se hizo por medio de la consideración de dos (2) nodos en la barra modelada que permitían el desplazamiento relativo entre ellos, según el esfuerzo al cual se estaban sometiendo (Resultado del ensayo antes mencionado y la expresión matemática hallada).

La investigación llegó a hallazgos interesantes sobre la importancia del fenómeno de deslizamiento de las barras de FRP en el concreto.

Uno de estos hallazgos es el hecho de que al incorporar los desplazamientos relativos entre el concreto y el refuerzo de GFRP, en los modelos matemáticos para evaluar deflexiones y esfuerzos, aumenta la precisión entre los resultados teóricos y experimentales de laboratorio. Sin embargo, esta precisión es relevante cuando lo que se está obteniendo por medio del modelo es el comportamiento ante cargas de servicio, dado que, en el momento de determinar la resistencia última del elemento, la precisión de dicho cálculo es casi la misma al considerar o no esta variable.

3.2 Deflection behavior of FRP reinforced concrete beams and slabs: An experimental investigation (Comportamiento de las deflexiones en vigas y losas reforzadas con FRP: Una investigación experimental) [6]

Esta investigación se realizó en la universidad de Sheffield en Inglaterra, donde se ensayaron diversas losas de concreto con diferentes cuantías, es decir, considerando diseños con cuantía balanceada, sub-reforzada y sobre reforzada.

Como era de esperarse, la investigación evaluó las metodologías de cálculo de deflexiones, como la de Bischoff, Branson y Benmokrane y el efecto del cálculo del momento de fisuración en dichas teorías. También consideró la coherencia de las hipótesis en las teorías de flexión para el diseño de elemento.

Dentro del análisis realizado a los procedimientos de cálculo para la obtención de deflexiones, la investigación resaltó el hecho de asumir una distribución lineal de esfuerzos cuando se tiene una sección fisurada, la cual difiere por mucho en elementos reforzados con FRP, dado que el bajo módulo de elasticidad de este material conduce a fisuras de mayor espesor, en comparación con los elementos reforzados con acero convencional, y por ello a efectos más localizados o de mayor variación dentro de la misma sección transversal. Así mismo, se puede inferir, que las barras de acero controlan mejor el ancho de las fisuras por su elevado modulo y rigidez.

En cuanto a los hallazgos de las variaciones en la cuantía de refuerzo, la investigación concluye que para elementos con moderada a alta cuantía de refuerzo de GFRP podría ser importante las deflexiones adicionales, como las presentadas por relajación del material ante cargas sostenidas. Lo anterior debido a que ante bajas cuantías de refuerzo el FRP falla y no controla deformaciones.

En la evaluación de las diferentes expresiones para determinar las deflexiones en elementos de sección compuesta, para el caso concreto-GFRP, en general, la precisión de la deflexión teórica por métodos como el de Bischoff, en los cuales se considera el valor del momento de agrietamiento (M_{cr}), depende en gran medida de la exactitud en el cálculo

de este último parámetro, que a su vez está sujeto al recubrimiento de concreto considerado, el cual, al experimentar cualquier variación, por mínima que sea, producirá un gran cambio en el momento (M_{cr}), alterando considerablemente los resultados entre valores teóricos de deflexión y los hallados experimentalmente.

Esta investigación empleó las metodologías propuestas por el ACI 440.1 R-06, Bischoff (empleada en el ACI 440.1 R-15), Eurocode 2 y Benmokrane para analizar y comparar resultados de deflexiones teóricas y experimentales.

El método del ACI 440.1R-06, el cual adoptó la modificación al momento de inercia efectivo considerado en el ACI 318 (propuesto por BRANSON), sobreestima las deflexiones para el estado de servicio en elementos de baja cuantía en un 18% aproximadamente respecto a la real, así mismo, las subestima para elementos con cuantía moderada a alta en aproximadamente un 11% a 34%, respectivamente. Por su parte los métodos propuestos por Bischoff (ACI 440.1R-15) y el Eurocode 2, predicen relativamente bien las deflexiones para bajos niveles de carga. Por último, BENMOKRANE sobreestima en un 42% las deflexiones de los elementos a bajos niveles de carga, esto por el factor B que considera una alta degradación de la rigidez del refuerzo en el proceso de carga.

El efecto de subestimación en el cálculo de deflexiones, hecho por métodos como el del ACI 440.1R-06 y el Eurocode, se presenta para grandes cargas de flexión (como pueden ser los que se presentan más allá del nivel de servicio), que conllevan a una diferencia entre valores teóricos y reales de aproximadamente un 25%. La aplicación de estos métodos, en estados altos de carga en elementos con cuantía baja y moderada, pueden generar una subestimación de la deflexión de un 12 a 20% respectivamente. Este efecto puede ser atribuible al cortante y al deslizamiento de las barras de FRP y el concreto.

Finalmente, la investigación cuestiona el supuesto de "secciones planas permanecen planas antes y después de la flexión", esto debido a la cantidad de fisuras en la sección de los elementos evaluados, dicho supuesto puede no ser tan exacto para este tipo de elementos reforzados en niveles altos de carga.

3.3 Evaluation of the flexural strength and serviceability of concrete beams reinforced with different types of GFRP bars (Evaluación de la resistencia a la flexión y la capacidad de servicio de las vigas de concreto reforzadas con diferentes tipos de barras GFRP) [7]

Esta investigación fue realizada en conjunto por varios autores de las universidades de Sherbrooke, Canadá y la Escuela de Ingeniería del Norte de Florida, esta se enfocó en determinar el comportamiento a flexión de diferentes vigas de concreto, reforzadas con GFRP de distintos módulos de elasticidad, rugosidad y diámetros. Todos los ensayos realizados llevaron los elementos hasta el punto de falla, mostrando siempre un comportamiento lineal para esfuerzos y deflexiones.

La investigación demuestra que cuanto mayor sea el módulo de elasticidad y el área del refuerzo de FRP mayor será la capacidad de carga, menor la deflexión y menor el ancho de fisura, en elementos sometidos a flexión. Lo anterior en concordancia con las teorías clásicas para la evaluación de la flexión en elementos de concreto reforzado.

Siguiendo con la evaluación de deflexiones y anchos de fisura, la investigación establece que la diferencia en la rugosidad de la superficie de las barras de GFRP en vigas, con la misma rigidez, afecta las deformaciones y los anchos de fisura, pero no afecta significativamente la capacidad de carga, es decir, es relevante para el comportamiento del elemento en el rango elástico. Cuando se mantienen las propiedades mecánicas y la rugosidad de la superficie de las barras de GFRP, el uso de diámetros más pequeños mejora el comportamiento de deflexión y fisuración. Al usar barras GFRP de diámetros menores los elementos exhiben anchos de fisuras más pequeñas que con el uso de barras de diámetros mayores, debido a separación entre barras que controla la propagación de la fisura. Este último es similar a lo expuesto por el concreto reforzado con acero convencional.

Por último, la fisuración de las vigas ensayadas en la investigación tiende a confirmar que el recubrimiento con arena de las barras GFRP mejora la adherencia con el concreto en mayor medida que las barras que tienen el perfil helicoidal.

3.4 Mechanisms of shear resistance of one-way concrete slabs reinforced (Mecanismos de resistencia al corte de losas de concreto reforzadas unidireccionalmente) [8]

En esta investigación participaron varios autores pertenecientes a los departamentos de ingeniería civil de las universidades de Western en Londres y Sherbrooke en Quebec, Canadá.

La investigación consistió en ensayar dieciséis (16) losas a flexión con concreto de diferentes resistencias y diferentes cuantías de refuerzo, tanto con barras de vidrio como de carbono. Las losas se llevaron hasta su resistencia máxima, lo que permitió obtener el modo de falla.

La investigación empleó resistencias a la compresión del concreto de 45, 70 y 80 MPa (como valor de diseño de mezcla), lo cual favoreció la resistencia a cortante de cada elemento, sin embargo, se presentaron fallas por esta sollicitación, que acorde con la teoría, fueron de manera repentina. Este tipo de falla se acentuó por la forma de colapso en las losas reforzadas con barras de CFRP, dado que los elementos sufrieron ruptura total, es decir, separación en dos partes, contrario al modo de falla expuesto en elementos con refuerzo GFRP, donde estos mantuvieron su integridad después de la falla, excepto en aquellas con cuantías de refuerzo bajas.

Otra variable que afectó la resistencia al cortante de las losas fue el uso de barras en paquetes (El ensayo empleó paquetes de barras conformadas por dos (2) unidades), durante los ensayos, se evidenció que la resistencia por cortante se reduce cuando se emplean barras en dicha disposición, debido al efecto de pérdida de adherencia por deslizamiento. Esto relacionado con la formación de un número importante de fisuras, que a su vez pueden tener origen en la concentración de esfuerzos por el aumento de rigidez en las barras en paquete.

Finalmente, la investigación concluye que el aumento del diámetro del refuerzo debe estar limitado por el desarrollo de fisuras originadas en la pérdida de adherencia y deslizamiento,

ya que los diámetros de barras grandes aumentan la tendencia a la formación de fisuras, lo que reduce la resistencia al corte general.

Habiendo revisado el estado del arte se encuentra pertinencia en la investigación desarrollada, la cual contribuye al entendimiento del comportamiento a flexión de elementos reforzados con GFRP considerando especificaciones dadas por el reglamento colombiano de construcción sismorresistente, Norma Sismo Resistente NSR-10, para cargas muertas y vivas, límites para control de deflexiones y anchos de fisura. Así mismo, pretende ser la base para el desarrollo de más investigación en este tema en el país, que, a la vez, dependiendo de los resultados y hallazgos de cada una, permitan eventualmente normalizar el uso del concreto reforzado internamente con barras de FRP, dado que próximamente el ACI internacional generará una normativa de diseño, que incluirá los requisitos de diseño de concreto reforzado con barras de FRP en su próxima edición.

Los diseños se realizaron con base en las expresiones dadas por la Tabla 2 - 1, exceptuando las establecidas por el ACI 440.1R-15 para la evaluación de la resistencia al cortante y el pre-dimensionamiento, dado que conducían a grandes espesores en comparación con los elementos de este tipo destinados al uso de entrepisos en el medio colombiano. Por lo tanto, para dichas evaluaciones se emplearon las expresiones de la NSR-10.

El programa y desarrollo experimental presentado en este documento fue desarrollado en su totalidad en la Escuela Colombiana de Ingeniería “Julio Garavito”, donde ya se han realizado investigaciones con este tipo de materiales dentro de su línea de estudio.

4. Objetivos

4.1 Objetivo general

Evaluar el comportamiento a flexión y cortante de elementos de concreto reforzados con GFRP ante cargas gravitacionales, considerando el efecto de la variación de la cuantía de refuerzo.

4.2 Objetivos específicos

- Establecer las capacidades a flexión de elementos de concreto reforzados con GFRP, considerando el efecto de la variación de la cuantía de refuerzo manteniendo su sección transversal constante.
- Establecer cuál cuantía de refuerzo usada es la más apropiada para el control de deflexiones y comportamiento estructural del elemento (modo de falla), según consideraciones de diseño.
- Comparar el comportamiento a flexión de un elemento reforzado con GFRP y otro con acero ASTM A-706.

5. Programa de investigación

Durante el tiempo requerido para realizar la presente investigación, se estuvo revisando y actualizando permanente el estado del arte del tema en estudio, donde aún en el medio colombiano no se registran investigaciones experimentales que estudien el comportamiento de elementos de concreto reforzados con barras de FRP.

Para lograr el cumplimiento de los objetivos propuestos, la investigación se basó en el análisis del comportamiento de elementos de concreto reforzados con GFRP ante esfuerzos de flexión, para lo cual se construyeron y ensayaron losas de concreto reforzadas internamente con barras de GFRP.

Los análisis se realizaron bajo dos aspectos fundamentales de la ingeniería estructural, la teoría y la validación experimental del comportamiento de los elementos, complementados como ya se mencionó con la búsqueda continua de los últimos avances en el estado del arte y los casos reales de aplicaciones de las barras de FRP como reforzamiento interno de estructuras de concreto.

El análisis teórico que se presenta a continuación estudió el caso típico de un entrepiso de una edificación, donde se realizaron los diseños de la losa reforzada con GFRP y acero ASTM A-706, comparando los resultados teóricos obtenidos por resistencia y funcionalidad. Por su parte, la validación experimental consistió en construir las losas y someterlas a cargas aplicadas en los tercios de flexión.

5.1 Limitaciones para la construcción de especímenes

Dentro de la investigación y la construcción de los especímenes ensayados se consideraron los siguientes parámetros relacionados con los materiales:

- Las barras de GFRP disponibles en laboratorio tenían una longitud de 3,90 m máximo.
- El diámetro de las barras de GFRP disponibles era de 12,5 mm.
- El concreto debía ser elaborado en el laboratorio de la Escuela Colombiana de Ingeniería para una resistencia a la compresión de 35,2 Mpa.
- Barras de acero A706 con diámetro de 12,7 mm.

5.2 Análisis teórico

Los diseños que se presentan a continuación, como ya se mencionó consideran una situación de carga típica de entresijos en el medio colombiano y tienen como objetivo dar cumplimiento a los estados límites de servicio y resistencia. A continuación, se contextualiza la elaboración de estos diseños.

5.2.1 Alcance del análisis

- Establecer el diseño de los especímenes de concreto reforzado con barras de GFRP para ensayo en el laboratorio de la Escuela Colombiana de Ingeniería que permitan constituir la base de la investigación experimental.
- Determinar el espesor de la losa dependiendo de la longitud de ensayo, usando la ecuación dada por la NSR-10 la tabla C.9.5 (a), presentada en la Tabla 2 - 1 Ecuación (14).
- Verificar la resistencia a cortante del concreto de los elementos para asegurar su falla por flexión y no por cortante, usando la ecuación especificada para concreto con acero convencional, presentada en la Tabla 2 - 1 Ecuación (7a).
- Determinar el momento de agrietamiento de la sección de concreto, M_{cr} , Ecuación (10).
- Evaluar el área mínima establecida por las ecuaciones (12) y (11), presentadas en la Tabla 2 - 1, dependiendo del tipo de refuerzo empleado en cada diseño.
- Evaluar la cuantía balanceada de los elementos por medio de la Ecuación (6).
- Evaluar la capacidad teórica de las losas de concreto hasta el momento de la falla por flexión, utilizando la Ecuación (4).
- Verificar el comportamiento teórico de deflexiones en el elemento de concreto reforzado, estableciendo las cuantías requeridas para cumplir los diferentes límites impuestos por la NSR-10 en su tabla 9.5 (b), basado en las ecuaciones (2) y (3) de la Tabla 2 - 1.

5.2.2 Metodología

Los diseños partieron de la definición de las dimensiones geométricas de las losas, para las cuales se definieron cargas muertas y vivas de uso común en edificaciones. Con las cargas y la geometría se procedió a realizar el diseño del elemento considerando la resistencia a tracción del GFRP y la resistencia a compresión del concreto, valores con los cuales se estableció el valor de la cuantía requerida por resistencia última y el área de refuerzo necesaria.

Se seleccionaron diferentes cuantías de refuerzo de GFRP basado en las siguientes premisas:

- Cuantía de refuerzo en barras de GFRP para soportar las cargas últimas de diseño.
- Cuantía de refuerzo en barras de GFRP igual o cercana a la cuantía balanceada, dado que el área de las barras disponibles de GFRP no permitió llegar al valor exacto de cuantía balanceada, se determinó la cuantía sub-reforzada y sobre-reforzada más próxima con posibilidad de ser armada.
- Cuantía de refuerzo con barras de GFRP necesaria para cumplir los límites de deflexiones de entrepisos establecidos en la tabla 9.5 (b) NSR-10.
- Cuantía de refuerzo de acero convencional para soportar las cargas últimas de diseño.

5.2.3 Diseño teórico de elementos

A continuación, se definen las consideraciones comunes a los diseños del elemento, tanto con barras de GFRP, como con barras de acero convencional ASTM A-706.

- Apoyos del elemento

Los elementos se consideraron simplemente apoyados, considerando la posibilidad de su construcción para ensayo en laboratorio.

- Geometría del elemento

El diseño partió de la longitud de 4 m establecida por la longitud disponible de las barras de GFRP, la cual era de 3,90 m. La luz de ensayo considerada fue de 3,80 m.

Una vez establecida la longitud del elemento, se consultó la tabla C.9.5(a) de la NSR-10 para establecer el espesor de la losa como parte de la fase de pre-dimensionamiento, en la cual el espesor debe ser del orden de 20 cm ($l=3,80$ m; para losas macizas en una dirección $l/20$), ver Figura 5 - 1: Tabla C.9.5 (a) NSR-10. Es de anotar, que la tabla mencionada indica valores sugeridos de espesores según la luz del elemento y como tal debe entenderse.

TABLA C.9.5(a) — Alturas o espesores mínimos de vigas no preesforzadas o losas reforzadas en una dirección a menos que se calculen las deflexiones

	Espesor mínimo, h			
	Simplemente apoyados	Con un Extremo continuo	Ambos Extremos continuos	En voladizo
Elementos	Elementos que NO soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos susceptibles de dañarse debido a deflexiones grandes.			
Losas macizas en una dirección	$\frac{l}{20}$	$\frac{l}{24}$	$\frac{l}{28}$	$\frac{l}{10}$
Vigas o losas nervadas en una dirección	$\frac{l}{16}$	$\frac{l}{18.5}$	$\frac{l}{21}$	$\frac{l}{8}$

NOTAS:

Los valores dados en esta tabla se deben usar directamente en elementos de concreto de peso normal y refuerzo grado 420 MPa. Para otras condiciones, los valores deben modificarse como sigue:

(a) Para concreto liviano estructural con densidad w_c dentro del rango de 1 440 a 1 840 kg/m³, los valores de la tabla deben multiplicarse por $(1,65 - 0.0003w_c)$, pero no menos de 1.09.

(b) Para f_y distinto de 420 MPa, los valores de esta tabla deben multiplicarse por $(0.4 + f_y/700)$.

Figura 5 - 1: Tabla C.9.5 (a) NSR-10 [13]

El ancho de la losa se estableció de 1,0 m, considerándolo apropiado para el manejo en el laboratorio y en la elaboración de diseños de losas en una dirección.

- **Avalúo de Cargas**

Con las anteriores dimensiones, se procedió a hacer los avalúos de carga para este tipo de elementos comunes en edificaciones, estableciendo la carga muerta por peso propio del elemento, acabados, particiones de muros y carga de cielo raso (losa de 2do piso); para carga viva se consideró la establecida por la NSR-10 para oficinas. A continuación, se describe el avalúo de estas cargas por metro lineal de losa:

Peso propio de la losa:	$0,2*1*24 = 4,80$	kN/m ²
Baldosa sobre 25mm de mortero:	$1,1*1 = 1,10$	kN/m ²
Cielo raso entramado metálico afinado yeso:	$0,7*1 = 0,70$	kN/m ²
Mobiliario para aire acondicionado y red contraincendios	$1,75*1 = 1,75$	kN/m ²
Carga por particiones de muro:		
Mampostería, arcilla pañete ambas caras (h=2,5 m, 100mm):	$2,5*1,8 = 4,50$	kN/m ²
TOTAL, CARGA MUERTA	12,85	kN/m ²
Carga viva – Sitio de reunión, oficinas	$2,0*1 = 2,00$	
TOTAL, CARGA VIVA	2,00	kN/m ²

▪ Materiales

El concreto se consideró con resistencia última a la compresión (f'_c) de 35,2 MPa. Este valor de resistencia puede ser considerado alto en el contexto de la construcción colombiana, sin embargo, los diseños subreforzados aprovechan mejor la resistencia de las barras de GFRP en cuando mayores sean los valores de f'_c , dado que permiten mayores deformaciones en las barras antes que el concreto sufra aplastamiento.

Las barras de GFRP a emplear, como ya se mencionó se encontraban disponibles en el laboratorio de la Escuela Colombiana De Ingeniería “Julio Garavito”, las cuales son de procedencia canadiense fabricadas por la empresa V-ROD. En la Figura 5 - 2 se puede apreciar la curva Esfuerzo-Deformación unitaria correspondiente, en la misma gráfica se presenta la curva del acero de refuerzo A-706 utilizado para la losa comparativa.

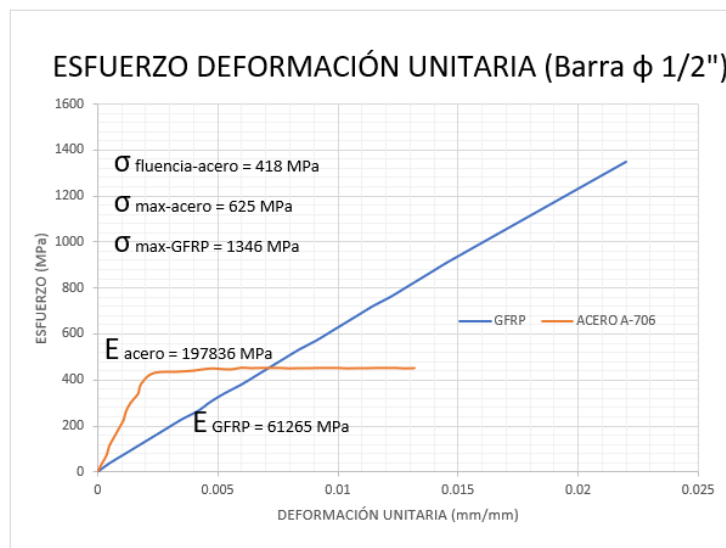


Figura 5 - 2: Esfuerzo deformación unitaria barras de GFRP y ASTM A706

- Combinación para mayoración de cargas

La combinación para la mayoración de las cargas actuantes corresponde a lo establecido en la NSR-10 Título B:

$$B.2.4-2: \quad 1.2D + 1.6L$$

5.2.4.1 Diseño de elementos reforzados con barras de GFRP

El diseño del elemento partió de las dimensiones citadas anteriormente y se realizó por el método de la resistencia última.

- Solicitaciones de diseño

Siguiendo la combinación de carga establecida anteriormente, se obtuvieron los gráficos de cortante y momento presentados en la Figura 5 - 3.

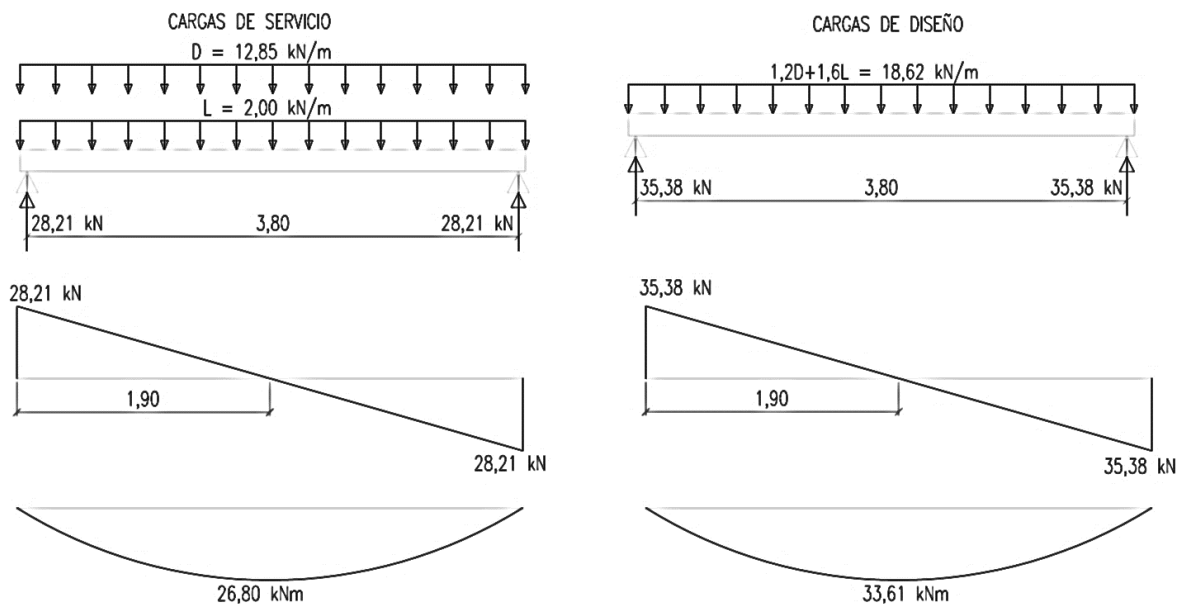


Figura 5 - 3: Gráficos de cortante y momento en servicio y diseño

Tabla 5 - 1: Resumen de solicitaciones de carga por diseño

Solicitación	Condición de servicio	Condición resistencia última
Carga distribuida combinada (kN/m)	14,85	18,62
Fuerza cortante (kN)	28,21	35,38
Momento (kN.m)	26,80	33,61

- Cuantía balanceada del elemento

La cuantía balanceada se determinó a partir de las deformaciones últimas para cada material de la sección del elemento y la Ecuación 6 expuesta en el marco teórico, cálculo que se presenta en la Tabla 5 - 2.

Tabla 5 - 2: Cuantía balanceada

	Def. Ultima concreto	ϵ_{cu}	0,003
	σ ultimo diseño GFRP	MPa	1077
	E modulo elasticidad GFRP	MPa	61265
	Def. Ultima GFRP	ϵ_{frpu}	0,018
	$\rho_{fb} = 0.85\beta_1 \frac{f'_c E_f \epsilon_{cu}}{f_{fu} E_f \epsilon_{cu} + f_{fu}}$	Cuantía Balanceada	ρ_{bal}

Mas adelante, con este valor de cuantía balanceada se definen elementos para el ensayo en laboratorio.

- Diseño a flexión

En el diseño a flexión se determinó la cuantía de refuerzo necesaria para que el momento nominal resistente de la sección fuera igual o mayor al momento último actuante hallado anteriormente. Para determinar dicha cuantía se empleó la Ecuación 4, expuesta en el marco teórico. Cada uno de los términos de la ecuación, se expone en la Tabla 5 - 3, a continuación:

Tabla 5 - 3: Datos de entrada formula de flexión – para GFRP

DISEÑO DEL ELEMENTO REFORZADO CON GFRP POR METODO RESISTENCIA ÚLTIMA - LRFD			
DISEÑO POR FLEXIÓN:			
1. Propiedades de los materiales			
Resistencia del concreto	F'c	35,2	MPa
Factor de diseño de concreto	β_1	0,80	
Resistencia a tensión FRP	Ffu*	1346	MPa
Factor de reducción ambiental	CE	0,8	
Resistencia de diseño FRP	Ffu	1077	MPa
Módulo de elasticidad FRP	Ef	61265	MPa
2. Geometría de la sección			

Ancho de la sección	b	1,00	m
Altura de la sección	h	0,20	m
Recubrimiento de concreto	rec	0,025	m
Altura útil de la sección	d	0,17	m
Longitud de la viga	L	4,00	m
Longitud de ensayo	Le	3,80	m

- Factor de reducción de resistencia para GFRP

El ACI 440.1R-15 (2015) establece variación del factor de reducción de resistencia ϕ en función de la cuantía de refuerzo, como se presenta en la Figura 2 - 3 del marco teórico.

Para establecer la cuantía necesaria de refuerzo considerando el factor de reducción de resistencia se empezó suponiendo un comportamiento del elemento controlado por tensión, es decir, con una cuantía inferior a la balanceada, es decir, con un Φ de 0,55 en la Ecuación 4 del marco teórico.

Solucionando la mencionada ecuación, se llegó al valor de cuantía requerida, que para el caso fue igual a:

$$\rho (req) = 0,00204$$

La cuantía resultante fue menor a la cuantía balanceada de la sección, coincidiendo con el supuesto inicial.

- Área de refuerzo de GFRP requerida por flexión

$$A_s (req) = \rho (req) * b * d$$

$$A_s (req) = 0,00204 * 1m * 0,17 m = 3,53 \times 10^{-4} m^2/m = 353 mm^2/m$$

De acuerdo con lo anterior, se requieren 353 mm² de área de refuerzo de GFRP, la cual se suple con 3 barras de ½", cada una con un área de 124 mm², para un total de 372 mm² superior a lo requerido. Un esquema del refuerzo necesario en la losa se presenta en la Figura 5 - 4. El análisis de fisuración en la sección se presentará más adelante.

Considerando que el ACI 440 propone el mismo coeficiente de reducción de resistencia empleado para acero convencional, se tiene:

$$\phi V_c = 0,75 * 37,97 \text{ kN/m} = 28,50 \text{ kN/m}$$

El cortante último actuante a la distancia “d” del apoyo de la losa es el calculado a continuación:

$$V_u = 35,38 \text{ kN} - \left(0,17 \text{ m} * 18,62 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right) = 32,21 \text{ (kN/m)}$$

Por lo tanto, la losa cumple con la resistencia requerida ante fuerzas cortantes si se compara contra la resistencia obtenida con la expresión dada por la NSR-10 (Ecuación 7) para acero convencional ($\phi V_c > V_u$); pero si se compara contra la expresión ACI440.1R-15 (Ecuación 7a) la sección de concreto no es suficiente para resistir la fuerza cortante ($\phi V_c < V_u$).

A continuación, se calcula el espesor requerido para cumplir la resistencia por cortante según ACI440.1R-15 (Ecuación 7a), el cálculo se inicia con un espesor de 250 mm:

$$\rho = \frac{A_s}{b * d} = \frac{372}{1000 * (250 - 25 - 12,5 * 0,5)} = 0,0017$$

$$k = -n\rho + \sqrt{(n\rho)^2 + 2n\rho}$$

$$k = -2,20 * 0,0017 + \sqrt{(2,20 * 0,0017)^2 + 2(2,20 * 0,0017)} = 0,083$$

$$\phi V_c = 0,75 * 0,40 * \sqrt{35,2} * 1 * 0,018 * 1000 = 32,23 \text{ kN/m}$$

Considerando que el pre-dimensionamiento del elemento se realizó por medio de la NSR-10 (con el fin de tener una sección típica del medio colombiano), se considerará la resistencia al cortante calculada por medio de la Ecuación 7 (NSR-10), dado que para cumplir con lo establecido en el ACI440.1R-15 la sección debería tener un espesor de 250 mm, es decir, solo 50 mm de más respecto a la determinada por la NSR-10, sin embargo, esta dimensión se sale del usual dimensionamiento de elementos de entrepiso en el medio colombiano para un vano de 3,80 m. Es importante resaltar que en términos del ACI 440.1R-15 el diseño por solicitaciones de carga estuvo gobernado por fuerzas cortantes, contrario a lo que sucede bajo los términos de la NSR-10 para el mismo elemento.

- Cálculo de deflexiones losas reforzadas con GRP

La deflexión máxima de la losa se calculó para el estado de servicio por la metodología de Bischoff, considerada en el ACI 440.1R-15. A continuación, se presenta la Tabla 5 - 4 con las consideraciones de la tabla 9.5 (b) de la NSR-10, en la cual se evalúa el límite de deflexión y la deflexión calculada para la cuantía de refuerzo requerida por resistencia:

Tabla 5 - 4: Calculo deflexiones losa GFRP

CÁLCULO DE LA DEFLEXIÓN EN ESTADO DE SERVICIO			Metodo de Bischoff para cálculo de inercia efectiva
Deflexión esperada			
Momento actuante máximo	Ma	26,81 kNm	Ver tabla 5-1
Inercia de la sección	Ig	7,E-04 m4	
Momento de fisuración	Mcr	23,73 kNm	Ecuación (10)
Relación de modulos	nf	2,20	
Relación prof. Eje neutro y Altura Útil	k	0,09	
Inercia del elemento fisurado	Icr	2,E-05 m4	
Factor de viga simpl. Apoyada	λ	1,08	
Inercia efectiva del elemento	Ie	1,E-04 m4	Ecuación (3)
Deflexión máxima	Δmax	0,01 m	
Deflexión máxima	Δmax	11,96 mm	

TABLA C.9.5 (b) NSR-10		Límite de deflexión (mm)	Deflexión Cálculada (mm)
Tipo de elemento	Deflexión considerada		
Entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños a deflexiones grandes.	Deflexión inmediata debida a la carga viva, L	10,56	10,08
Sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a grandes deflexiones.	La parte de la deflexión total que ocurre despues de la unión de los elementos no estructurales (la suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas permanentes, y a la deflexión inmediata debida a cualquier carga viva adicional)	7,92	13,84
Sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales no susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.		15,83	13,84

Como se puede apreciar en el cuadro anterior, la cuantía resultante de colocar 3 barras de GFRP de ½" cumple para todos los elementos, excepto para el sistema de entrepiso o cubierta vinculado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños ante grandes deflexiones. Con el objetivo de cumplir con este límite, se realizó el mismo cálculo de deflexión presentado en la Tabla 5 - 4 aumentando la cuantía de refuerzo progresivamente, los resultados se presentan en la Tabla 5 - 5.

Tabla 5 - 5: Calculo deflexiones losa GFRP para varias cuantías de refuerzo

Tipo de elemento	Límite de deflexión (mm)	Refuerzo dispuesto	3#4	4#4	5#4	6#4	7#4	8#4 Nota 3
Cubiertas planas que no soporten elementos no estructurales susceptibles a sufrir daños.	21.11	Deflexión inmediata por Carga Viva (mm) - Ver Nota 1	10.08	7.70	6.26	5.29	4.60	4.07
Entrepisos que no soporten elementos no estructurales susceptibles a sufrir daños.	10.56							
Sistema de entepiso o cubierta ligado a elementos no estructurales susceptibles a sufrir daños	7.92	Deflexión total después de la unión de elementos (mm) [Suma de la deflexión a largo plazo (Ver Nota 2) por cargas permanentes y la deflexión inmediata por carga viva]	13.84	11.46	10.02	9.05	8.36	7.83
Sistema de entepiso o cubierta ligado a elementos no estructurales NO susceptibles a sufrir daños	15.83							

Nota 1: la deflexión inmediata por carga viva considera también el efecto de la carga muerta correspondiente al peso propio del elemento.

Nota 2: las deflexiones a largo plazo se calcularon para 20 años.

Nota 3: La cuantía de refuerzo asociada a 8 barras #4, corresponde a una cuantía por encima de la balanceada, es decir, un diseño sobrerreforzado.

Como se puede apreciar en la anterior tabla, la cuantía de refuerzo que cumple con el límite de deflexión para el sistema de entepiso vinculado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños ante grandes deflexiones es la conformada por 8 barras de GFRP de 1/2".

5.2.4.1 Diseño de elementos reforzados con barras de acero ASTM A-706

Al igual que en el diseño con las barras de GFRP, el diseño con acero ASTM A706 se realizó por el método de la resistencia última para definir la cuantía de refuerzo requerida ante las solicitaciones de carga presentadas en la Tabla 5 - 1.

La verificación por cortante es la realizada en el numeral anterior, dado que la solicitación es asumida por la sección de concreto que se mantiene.

- Cuantía balanceada: Empleando la Ecuación 6 presentada en el marco teórico y los datos de entrada presentados en la Tabla 5 – 6 se determina la cuantía balanceada.

Tabla 5 - 6: Cuantía balanceada para acero ASTM A 706

Def. Ultima concreto	ϵ_{cu}	0.003
σ ultimo diseño A-706	MPa	420
E modulo elasticidad A-706	MPa	200000
Def. Ultima A-706	ϵ_s	0.0021
Cuantía Balanceada	ρ_{bal}	0.03352

- Factor de reducción de resistencia para acero

Se consideró lo expuesto por la NSR-10 en el capítulo C.9, aparte C.9.3.2 para secciones controladas por tracción, la cual establece un factor igual 0,90.

- Diseño por flexión

Tabla 5 - 7: Datos de entrada formula de flexión – para Acero A706

DISEÑO DEL ELEMENTO REFORZADO CON GFRP POR METODO RESISTENCIA ÚLTIMA - LRFD			
DISEÑO POR FLEXIÓN:			
1. Propiedades de los materiales			
Resistencia del concreto	F'c	35,2	MPa
Factor de diseño de concreto	β_1	0,80	
Esfuerzo de fluencia	fy	420	MPa
Factor de reducción de resistencia	Φ	0,9	
Módulo de elasticidad FRP	Es	200000	MPa

Solucionando la Ecuación 4 presentada en el marco teórico, para los datos presentados en la anterior tabla, se llegó al valor de cuantía requerida:

$$\rho (req) = 0.00315$$

- Con este valor de cuantía, el área de refuerzo de acero ASTM A-706 requerida por flexión fue:

$$As (req) = 536 \text{ mm}^2/m$$

De acuerdo con lo anterior, se requieren 536 mm^2 de área de refuerzo de acero ASTM A706, la cual se suple con 5 barras de $\frac{1}{2}$ " , para un total de 645 mm^2 , superior a lo mínimo requerido. Un esquema del refuerzo necesario en la losa se presenta a continuación:

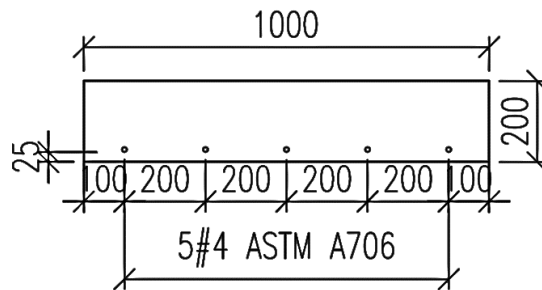


Figura 5 - 5: Esquema losa reforzada por resistencia para acero ASTM A 706

- Cálculo de deflexiones losa reforzada con acero convencional

A continuación, en la Tabla 5 - 8, se presenta un cuadro con las consideraciones de la tabla 9.5 (b) de la NSR-10, en la cual se evaluó el límite de deflexión y la deflexión calculada para la cuantía de refuerzo requerida por resistencia:

Tabla 5 - 8: Calculo deflexiones losa acero ASTM A 706

TABLA C.9.5 (b) NSR-10		Límite de deflexión (mm)	Deflexión Cálculada (mm)
Tipo de elemento	Deflexión considerada		
Entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños a deflexiones grandes.	Deflexión inmediata debida a la carga viva, L	10,56	1,04
Sistema de entepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a grandes deflexiones.	La parte de la deflexión total que ocurre despues de la unión de los elementos no estructurales (la suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas permanentes, y a la deflexión inmediata debida a cualquier carga viva adicional)	7,92	3,81
Sistema de entepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales no susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.		15,83	3,81

De la anterior tabla se concluye que la losa reforzada con acero ASTM A706 puede ser empleada en cualquier sistema de entepiso.

- Verificación separación del refuerzo

La verificación de la separación se hizo por medio de la ecuación C.10-4 de la NSR-10, la cual se evalúa a continuación:

$$s = 380 \left(\frac{280}{fs} \right) - 2.5 Cc$$

$$s = 380 \left(\frac{280}{\frac{2}{3} * (420)} \right) - 2.5 * 25 (mm)$$

$$s = 380 - 62,5 = 317,5 mm$$

El resultado indica que la separación máxima es de 228 mm, con la cual se cumple en el diseño planteado para la losa reforzada con ASTM A 706, dado que la separación entre barras dada por el diseño a flexión es de 280 mm.

5.2.4 Elementos propuestos para construcción y ensayo en laboratorio

Para determinar los especímenes a ensayar en laboratorio, se consideraron los diseños realizados en los apartes anteriores, donde se mantuvieron constantes las dimensiones de la losa y las cargas actuantes de diseño, variando la cuantía de refuerzo requerida por resistencia a flexión y deflexiones (según límites de la NSR-10).

A continuación, se presentan los 5 especímenes propuestos para el programa experimental justificando su alineación con el cumplimiento de objetivos del proyecto. Es de aclarar que los resultados experimentales obtenidos contribuyen con el objetivo general de evaluar el comportamiento a flexión de losas de concreto reforzadas con GFRP ante cargas normales de uso, considerando el efecto de variar la cuantía de refuerzo.

- Denominación de elementos

La denominación que se usó para identificar los elementos y sus resultados se indica a continuación:

LCxxxx-10#

Donde,

LC: Losa de concreto.

xxxx: Tipo de refuerzo empleado, GFRP (barras de fibra de vidrio) o A706 (Acero ASTM A-706).

#: número consecutivo del elemento.

5.2.5.1 LCGFRP-101 Losa de concreto con 3 barras #4 de GFRP

El ensayo de este elemento se alineó con los objetivos de la investigación para verificar la cuantía requerida por flexión según la filosofía de diseño de Resistencia Última considerando el factor de reducción de resistencia Φ , según la cual se requieren tres (3) barras de $\frac{1}{2}$ " de refuerzo de GFRP.

A continuación, en la Figura 5 - 6, el esquema de la sección transversal resultante:

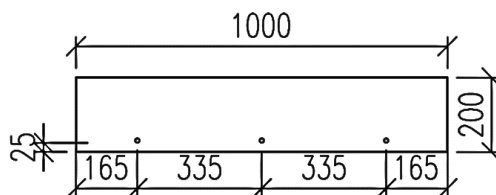


Figura 5 - 6: Esquema losa LCGFRP-101 (unidades: mm)

5.2.5.2 LCGFRP-102 Losa de concreto con 4 barras #4 de GFRP

Este ensayo se alineó con el objetivo de evaluar el comportamiento a flexión de un elemento de GFRP con cuantía igual o cercana a la balanceada, calculada en la Tabla 5 - 2. Este elemento representa la cuantía subreforzada más próxima a la cuantía balanceada, la Figura 5 - 7 presenta el esquema de la sección transversal resultante:

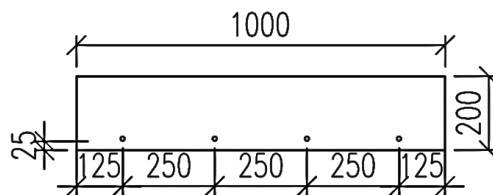


Figura 5 - 7: Esquema losa LCGFRP-102 (unidades: mm)

5.2.5.3 LCGFRP-103 Losa de concreto con 5 barras #4 de GFRP

Este ensayo se alineó con el objetivo de evaluar el comportamiento a flexión de un elemento de GFRP con cuantía igual o cercana a la balanceada calculada en la Tabla 5 - 2. Este elemento representa la cuantía sobre-forzada más próxima a la cuantía balanceada, la Figura 5 - 8 presenta el esquema de la sección transversal resultante:

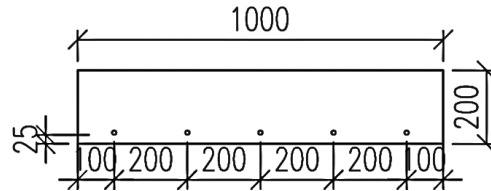
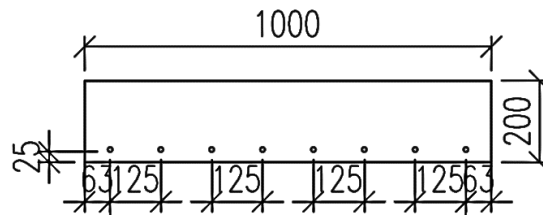


Figura 5 - 8: Esquema losa LCGFRP-103 (unidades: mm)

5.2.5.4 LCGFRP-104 Losa de concreto con 8 barras #4 de GFRP

Este ensayo se alineó con el objetivo específico de evaluar el comportamiento del elemento de concreto reforzado con barras de GFRP con base en las deflexiones calculadas y considerando la cuantía requerida para limitarlas a los valores impuestos por la NSR-10 para entresijos o cubiertas vinculadas a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños, según la cual se requieren cuatro (8) barras de $\frac{1}{2}$ " de refuerzo de GFRP para limitar la deflexión a 7,83 mm.

A continuación, en la Figura 5 - 9, el esquema de la sección transversal resultante:



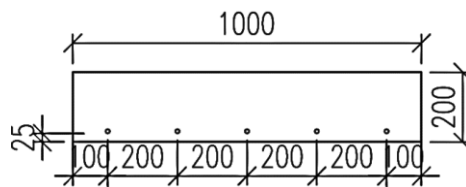
8 BARRAS REFUERZO DE GFRP DE $\frac{1}{2}$ "

Figura 5 - 9: Esquema losa LCGFRP-104 (unidades: mm)

5.2.5.5 LCA706-105 Losa de concreto con 5 barras #4 de acero ASTM A 706

Este ensayo se alineó directamente con el objetivo de comparar el comportamiento a flexión de un elemento reforzado con GFRP y otro con acero ASTM A-706, estando diseñados para las mismas condiciones geométricas y de cargas. Con la anterior premisa y según el desarrollo teórico del diseño a flexión, esta losa de concreto requiere cinco (5) barras de $\frac{1}{2}$ " en el mencionado acero.

A continuación, en la Figura 5 - 10, el esquema de la sección transversal resultante:



5 BARRAS REFUERZO DE ASTM A706

Figura 5 - 10: Esquema losa LCA706-105 (unidades: mm)

Como se advirtió en la propuesta de elementos a ensayar, todos los especímenes contribuyen al logro de los objetivos propuestos en la investigación. Uno de estos está relacionado con establecer el modo de falla de acuerdo con la cuantía de refuerzo del elemento, lo cual es posible predecir considerando la cuantía balanceada de acuerdo con las propiedades de los materiales empleados. A continuación, la Tabla 5 - 9 presenta el resumen de los diferentes elementos a ensayar, con las cuantías dispuestas, deflexiones ante carga de servicio (Tabla 5 - 1) y el modo de falla esperado:

Tabla 5 - 9: Modos de falla elementos a ensayar

Especímen	Cuantía de refuerzo	Deflexión máxima en servicio (mm)	Modo de falla esperado
LCGFRP-101 3#4	0,00221	11,96	Por tracción en el refuerzo
LCGFRP-102 4#4	0,00294	9,58	Por tracción en el refuerzo
LCGFRP-103 5#4	0,00368	8,14	Por compresión en el concreto
LCGFRP-104 8#4	0,00588	5,95	Por compresión en el concreto
LCA706-105 5#4	0,00382	3,96	Por fluencia en el refuerzo

5.2.5 Estimación de la carga para inicio de fisuras

Empleando la Ecuación 10 presentada en el marco teórico, se determina el momento de agrietamiento de la sección de concreto, a saber:

$$0,62 (35 \text{ MPa})^{0,5} = M_{cr} \frac{0,10 \text{ m}}{6,667 \times 10^{-4} \text{ m}^4}$$

$$M_{cr} = 23,73 \text{ kNm}$$

Para el caso de cargas puntuales ($P/2$) en los tercios del elemento más el peso propio distribuido, el momento máximo es igual a:

$$M_{max} = \frac{PL}{6} + \frac{WL^2}{8}$$

Igualando el momento máximo (M máx.) al momento con el que se inician las fisuras, se tiene la carga productora de dicha condición:

$$23,73 \text{ kNm} = \frac{P(3,8 \text{ m})}{6} + \frac{4,80(3,80)^2}{8}$$
$$P = 23,78 \text{ kN} = 2426 \text{ kgf}$$

Para todos los elementos propuestos, se espera que la carga que inicie las fisuras sea igual a 2426 kgf.

5.3 Construcción de elementos

Una vez establecidas las losas de prueba, se procedió a la caracterización de materiales para la elaboración de la mezcla de concreto en el laboratorio, garantizando las condiciones necesarias para producir una resistencia de 35,2 MPa y la manejabilidad apropiada para construir el elemento.

Con el diseño de mezcla establecido, se procedió a realizar una mezcla de prueba y obtener cilindros que luego se fallaron a los 7, 21 y 28 días.

El anexo B presenta el resultado del ensayo de resistencia de estos cilindros de prueba, los cuales superaron levemente la resistencia de diseño, evidenciando así un adecuado diseño.

Debido a que las losas de concreto se fabricaron en diferentes épocas, se debieron tomar cilindros representativos de cada vaciada de concreto con el fin de verificar la resistencia de diseño. Nuevamente, el anexo B presenta estos resultados y adicionalmente, los de los ensayos de asentamiento y módulo de elasticidad del concreto, así como un registro fotográfico del proceso constructivo, el cual se resume a continuación.

El procedimiento constructivo inició con el armado de la formaleta metálica según las dimensiones de diseño de la losa, lo cual se presenta en la Fotografía No. 1, se instaló una lámina de polietileno para impedir adherencia con la losa del laboratorio o posibles daños generados por el vaciado del concreto.



Fotografía No. 1 Armado formaleta metálica



Fotografía No. 2 Localización de refuerzo

Paso seguido se cortó y localizó el refuerzo dentro de la formaleta como lo presenta la Fotografía No. 2. El refuerzo se soportó sobre espaciadores plásticos con la altura exacta del recubrimiento indicado por diseño (2,5 cm) distanciados 90 cm a lo largo de cada barra.

Una vez armada la formaleta, instalado el refuerzo e instrumentada la barra mediante galga electrónica con el fin de monitorear las deformaciones unitarias y posteriormente su esfuerzo de trabajo, se procedió a realizar la mezcla de concreto con la dosificación indicada por diseño, con lo cual se fue vaciando el concreto acompañado continuamente por el proceso de vibrado y cuidando siempre que las barras no sufrieran desplazamiento. Esto se presenta en la Fotografía No. 3.



Fotografía No. 3 Vaciado de concreto



Fotografía No. 4 Elemento finalizado

Durante el procedimiento de vaciado del concreto se llevó a cabo la elaboración de los cilindros de prueba de la mezcla, lo cual se evidencia en la Fotografía No. 4, la cual muestra también el elemento finalizado.

5.4 Montaje para ensayo en laboratorio

El ensayo recreó las condiciones de un elemento sometido a flexión, mediante los elementos disponibles para ello en el laboratorio de la Escuela Colombiana de Ingeniería “Julio Garavito”.

El ensayo debía permitir la fácil e inmediata medición de carga aplicada, así como la deflexión gradual del elemento, razón por la cual la aplicación de la carga debía ser de forma gradual y controlada.

El elemento disponible para ejercer una carga de estas características fue un equipo hidráulico con capacidad de ejercer una carga de 980,60 kN con control manual de presión.

Considerando el objetivo general de la investigación y los requerimientos técnicos para realizar la aplicación de carga en el elemento, se propuso la aplicación de carga puntual en los tercios del elemento, con el fin de tener una sección sometida a flexión pura (cortante igual a cero (0)), como lo demuestra el diagrama de momentos para la mencionada condición de carga en condiciones de apoyo simple, Figura 5 - 11:

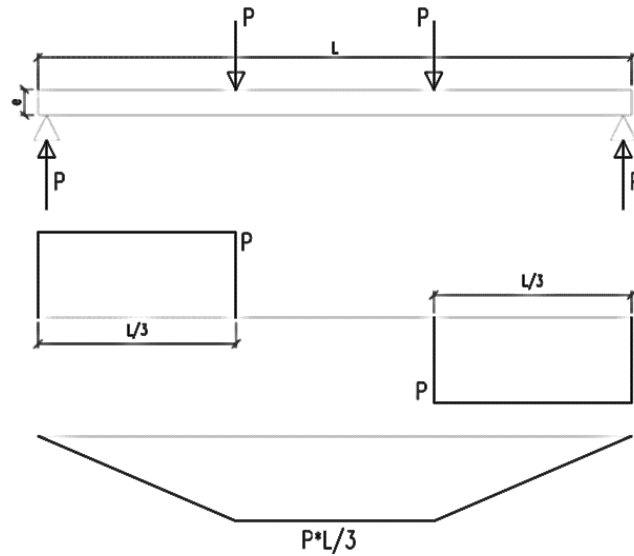


Figura 5 - 11: Diagrama de cortante y momentos según ensayo propuesto.

5.4.1 Montaje para ensayo de losas

Teniendo en cuenta las consideraciones descritas para la realización del ensayo y la disposición de elementos en el laboratorio de la Escuela Colombiana de Ingeniería se propuso el siguiente montaje, Figura 5 - 12:

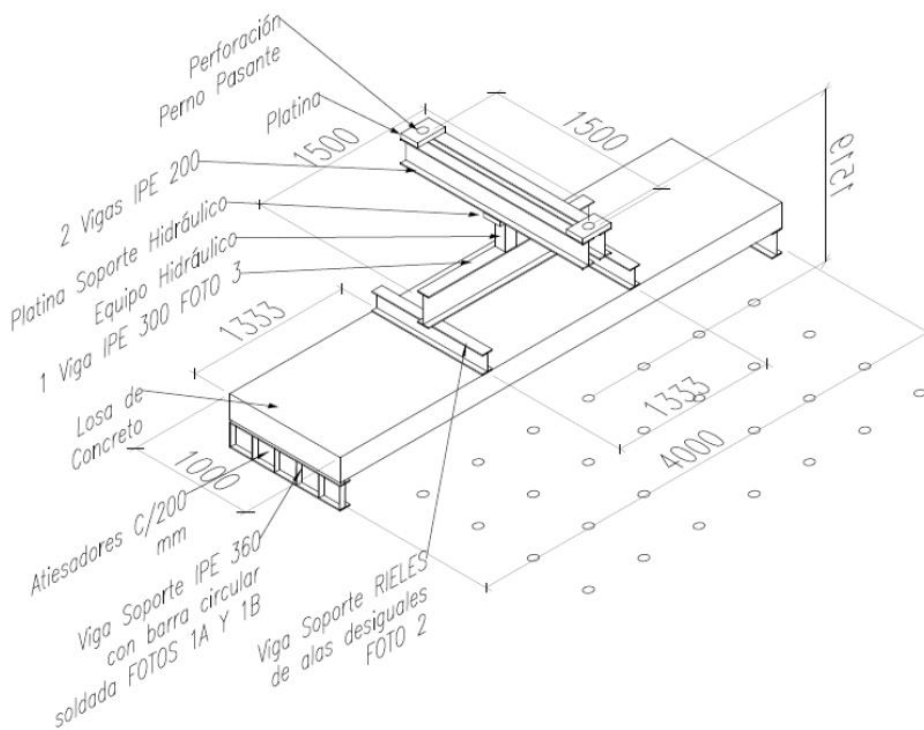


Figura 5 - 12: Montaje propuesto para ensayos

El montaje propuesto aprovechó la losa de reacción del laboratorio, la cual, mediante los agujeros existentes en ella, permitió emplear pernos para atravesarla y anclarlos en sus extremos para actuar como elemento de reacción ante la aplicación de cargas ejercidas por el equipo hidráulico.

Todos los elementos propuestos en el montaje fueron verificados estructuralmente con el objetivo de no sobrepasar el límite de proporcionalidad en la curva Esfuerzo-Deformación del material empleado. Esto para asegurar que los elementos del montaje no afectarían los resultados de los ensayos y podrían ser empleados en ensayos posteriores sin generar deformaciones permanentes en ellos.

Los elementos empleados en el montaje corresponden a:

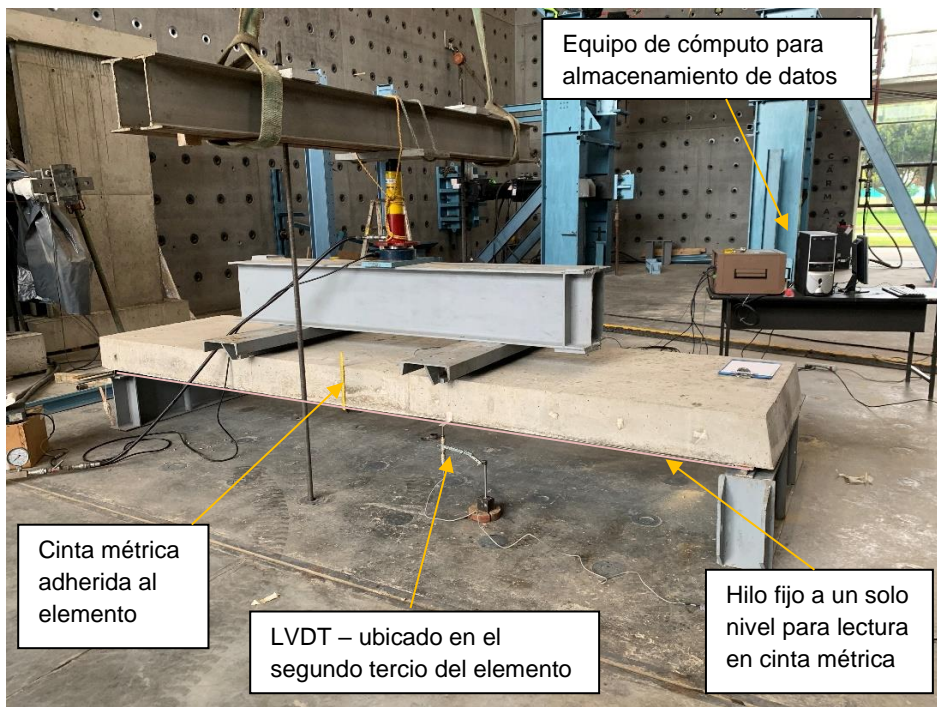
- Dos (2) pernos de alta resistencia $L=3000$ mm: Estos pernos conectarán las vigas de reacción IPE 200 con la losa de reacción del laboratorio, la cual tiene un espesor de 1300 mm.
- Dos (2) vigas IPE 200: Estas vigas reaccionarán contra la carga ejercida por el equipo hidráulico, y estarán en la parte superior del montaje.
- Una (1) viga IPE 300: Esta viga se encarga de repartir la carga hacia los tercios del elemento.
- Dos (2) rieles: Estos elementos se ubicarán transversalmente a la losa en los tercios de esta, y recibirán la carga de la viga IPE 300.
- Dos (2) vigas IPE 360: estas vigas servirán como apoyos de la losa, en su parte superior se soldarán barras circulares para general el apoyo articulado que permite el giro. La altura de la viga se determinó para ser superior a la máxima deflexión esperada en el elemento.
- El peso total de todos los elementos de montaje, aproximadamente, fue de 315 kg.

La Fotografía No. 5 presenta el montaje realizado con los elementos antes mencionados para el ensayo de las losas, el cual aprovechó la infraestructura del laboratorio de materiales de la Escuela Colombiana de Ingeniería “Julio Garavito”.

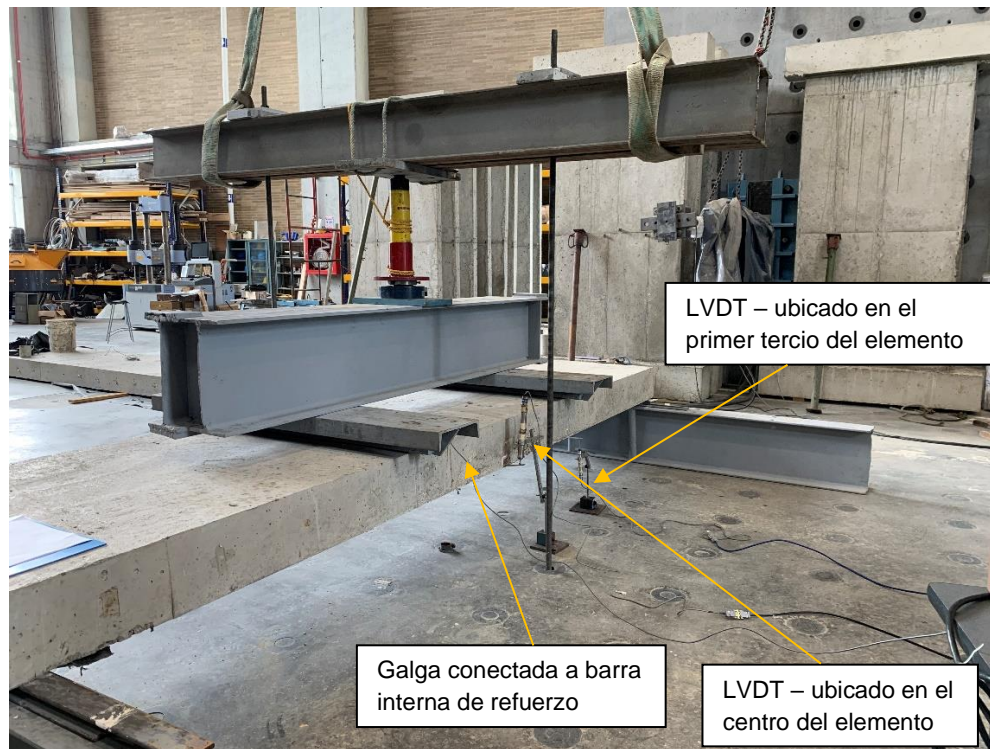


Fotografía No. 5 Montaje realizado para ensayos

Por su parte, la Fotografía No. 6 y la Fotografía No. 7 presentan la instrumentación hecha a cada elemento para la adquisición de datos.



Fotografía No. 6 Instrumentación de elementos cara A



Fotografía No. 7 Instrumentación de elementos cara B

5.4.2 Cargas máximas esperadas en los ensayos.

Debido a que se propuso ensayar diferentes cuantías de refuerzo y el ensayo de laboratorio llevaría hasta la falla a cada espécimen, fue necesario determinar la carga a ejercer por el equipo hidráulico sin considerar factores de reducción de resistencia (Φ).

El peso propio del elemento y del montaje se consideró como carga solicitante de flexión.

Esta carga es distribuida y se sumó a las cargas puntuales en los tercios del elemento, por tal razón, para determinar la carga necesaria para llevar los elementos a la falla se debieron sumar dos diagramas distintos de momento, los cuales se presentan en la Figura 5 - 13.

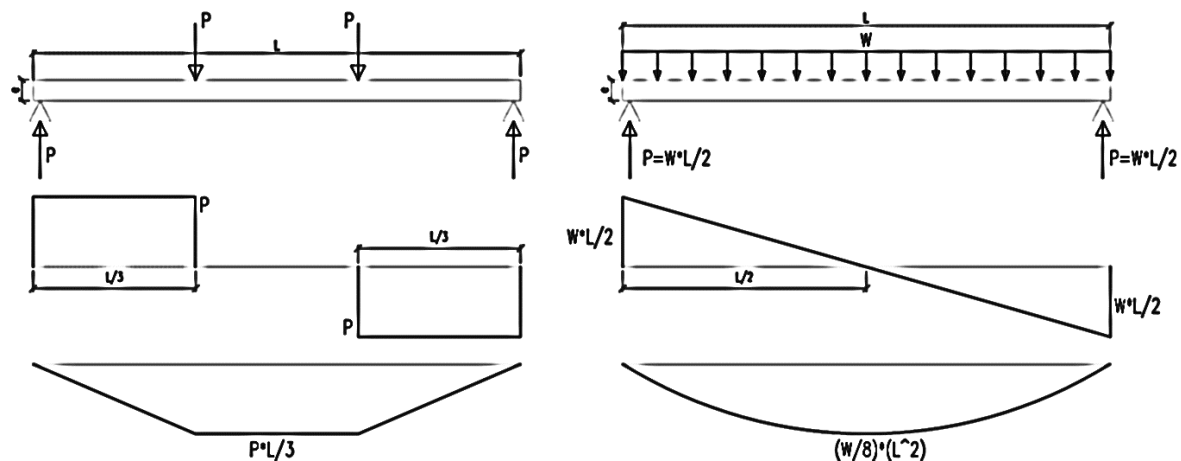


Figura 5 - 13: Diagramas de momento y cortante considerados para carga ultima

Lo anterior se presenta en detalle en el ANEXO A. Se presenta la Tabla 5 - 10, con los resultados hallados:

Tabla 5 - 10: Cargas a aplicar por equipo hidráulico

Espécimen de ensayo	Cuantía de refuerzo	Carga total estimada de falla (kN)
LCGFRP-101 - Cuantía 1	0,00221	88,54
LCGFRP-102 - Cuantía 2	0,00294	121,36
LCGFRP-103 - Cuantía 3	0,00368	142,32
LCGFRP-104 - Cuantía 4	0,00588	176,32
LCA706-105 - Cuantía 5	0,00382	53,32

5.4.3 Protocolo de carga

El protocolo de carga establecido tuvo como finalidad la obtención de los datos necesarios para la construcción de las gráficas de carga y descarga versus la deflexión generada. Para ello la losa se instrumentó con transductores de desplazamiento que registraron deflexiones (LVDT) y galgas que registraron deformaciones unitarias en las barras de refuerzo, estas últimas solo para las losas LCGFRP-101, LCGFRP-104 y LCA706-105.

El protocolo de carga considerado para cada uno de los ensayos consistió en cuatro (4) ciclos de carga de la siguiente forma:

-
- Ciclo 1: En este primer ciclo, el elemento fue llevado gradualmente (con incrementos de carga de 500 kg desde el valor de precarga) hasta la mitad del valor de carga que genera el momento de fisuración del concreto, para luego proceder a su descarga, también de forma gradual en el mismo intervalo.
 - Ciclo 2: En el segundo ciclo, que arrancó en el valor de precarga, se sometió el elemento hasta el 50% del valor de carga teórico de falla, en intervalos de 500 kg, para luego proceder con la descarga gradual.
 - Ciclo 3: En este ciclo se sometió el elemento hasta el 100% del valor de falla teórico, también mediante incrementos de 500 kg. La descarga se realizó de igual forma.
 - Ciclo 4: Este último ciclo llevó al elemento hasta su falla mediante incrementos de carga de 500 kg desde el valor de precarga inicial

6.Resultados y Análisis

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en los ensayos de las losas reforzadas con GFRP y acero convencional. Posteriormente se realiza un análisis comparativo entre los resultados teóricos y experimentales, incluyendo un análisis de los modos de falla encontrados en los ensayos, luego se hace un análisis de las deflexiones y finalmente, se presenta un análisis entre las losas reforzadas con GFRP y acero convencional.

6.1 Resultados experimentales

Con el fin de presentar el ensayo realizado a cada elemento y sus resultados, se presenta el análisis de una losa sometida a ciclos de carga y descarga, así como la gráfica generada para la deflexión en el centro de luz del elemento LCGFRP101. Los ciclos detallados de las demás losas se presentan en el Anexo C.

Para el elemento 101 se realizaron cuatro ciclos de carga como se puede apreciar en la Figura 6 - 1. Al analizar las curvas es evidente que al final de cada ciclo de descarga, el elemento tendió a recuperar su posición inicial, suprimiendo gran parte de la deflexión alcanzada. Esto debido al comportamiento elástico característico de las barras de GFRP.

En términos generales, la curva de carga presenta dos pendientes, la primera representa el comportamiento del elemento antes de la fisuración del concreto en la cara sometida a tracción, la segunda representa al elemento una vez fisurado y tiende a mantenerse hasta su carga máxima o de falla.

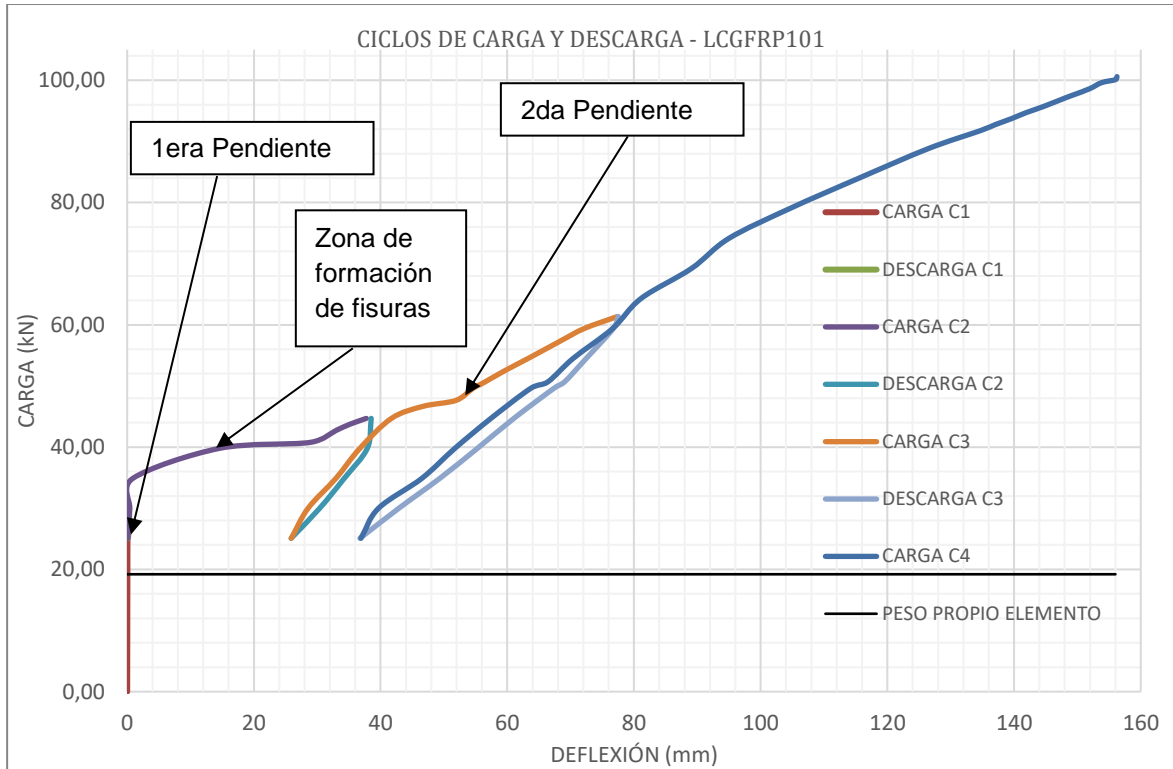


Figura 6 - 1 Ciclos de carga superpuestos LCGFRP-101

El primer ciclo de carga y descarga de la losa LCGFRP101 finaliza con una deflexión permanente de 0,125 mm.

El segundo ciclo de carga presenta una zona de transición en la que se presentan las primeras fisuras, la cual va desde 34,89 kN hasta 40,77 kN. Al final del ciclo de carga, la rigidez aumenta por el trabajo a tensión de las barras de GFRP, finalizando con una deflexión permanente de 25,90 mm.

En el tercer ciclo de carga la formación de nuevas fisuras en el elemento continuó hasta los 47,64 kN, después de lo cual el elemento continuó cargando y aumentando de forma más rápida su deflexión hasta llegar a los 77,51 mm. Al final, el ciclo de descarga dejó una deflexión permanente de 36,90 mm.

El cuarto ciclo llevó al elemento hasta los 100,58 kN, carga considerada como su capacidad máxima por la exposición de fisuras diagonales debidas a esfuerzos cortantes. Al final del ciclo se alcanzó una deflexión de 156,25 mm.

La Tabla 6 - 1 presenta el resumen de las cargas y deflexiones alcanzadas en cada uno de los ciclos de carga y descarga realizados al elemento LCGFRP-101.

Tabla 6 - 1: Resumen de cargas y deflexiones – Losa LCGFRP-101

Ciclo	Deflexión inicial (mm)	Deflexión máxima registrada en carga (mm)	Deflexión permanente al final de la descarga (mm)	Carga máxima alcanzada (kN)
1	0,00	0,32	0,13	29,98
2	0,125	38,50	26,00	44,69
3	25,90	77,51	36,75	61,36
4	36,90	156,25	55,00 (ver nota 1)	100,58

Nota 1: la deflexión permanente al final del ciclo 4 se midió en la cinta métrica adherida al elemento, respecto a un hilo posicionado a un nivel fijo.

A continuación, en la Figura 6 - 2, se presenta la envolvente de las curvas momento vs deflexión de cada losa, incluyendo el elemento reforzado con acero convencional (LCA706-105).

La Figura 6 - 2 permite apreciar que las curvas para las losas reforzadas con GFRP presentan una recta con una pendiente pronunciada hasta la carga de fisuración del elemento o momento de agrietamiento, punto donde la pendiente sufre una disminución y tiende a mantenerse hasta la falla, esto debido a que las barras se mantienen en su zona elástica.

Para la losa reforzada con acero convencional, también se presentan estas dos pendientes, sin embargo, una vez alcanzada la carga de fluencia del refuerzo, la línea se mantiene horizontal, es decir, sin un aumento relevante de la carga aplicada, pero con un crecimiento continuo de las deflexiones del elemento.

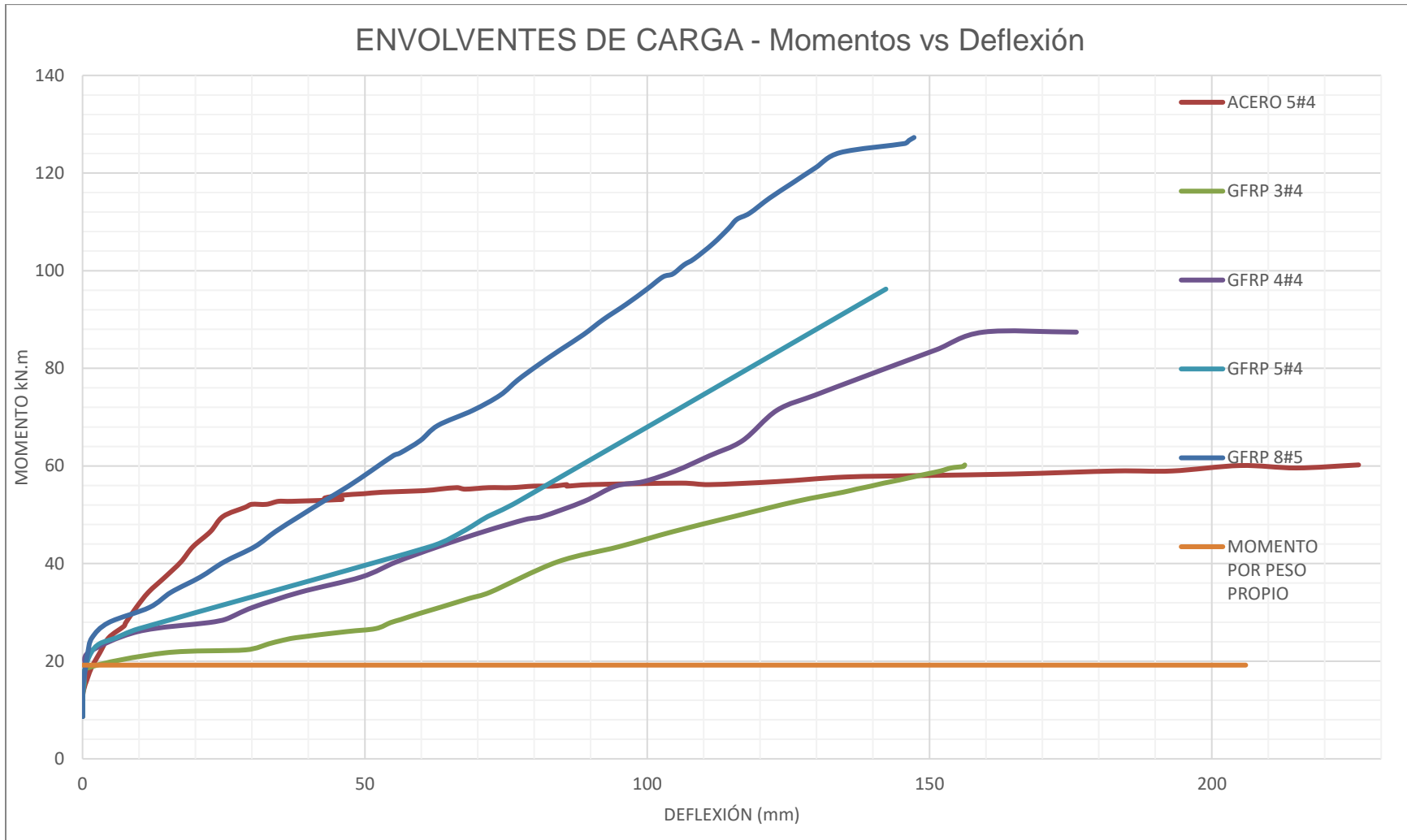


Figura 6 - 2 Envolventes de carga vs deflexión de losas ensayadas

La Figura 6 - 2 permite apreciar que algunos elementos presentan una zona plana en su curva antes de alcanzar su máxima capacidad, lo cual se debe a la liberación de energía por medio de una gran deflexión en el instante de falla sin aumento significativo de carga.

La Tabla 6 - 2 presenta para cada elemento el resumen de los resultados experimentales, carga máxima, momento nominal asociado, carga de agrietamiento, momento de agrietamiento, deformación unitaria y esfuerzo en la barra instrumentada y modo de falla apreciado al final del ensayo. Los momentos experimentales se calcularon a partir de la carga aplicada por el gato hidráulico, el peso propio del elemento y la longitud libre entre apoyos de la losa.

Tabla 6 - 2: Resumen de resultados ensayos

Elemento	Ref.	ρ	P max (kN)	Mn exp (kN.m)	Pcr exp (kN)	Mcr exp (kN.m)	ϵ exp max mm/mm	σ exp max (MPa)	Vu max exp (kN)	Tipo de Falla Exp.
LCGFRP 101	3#4	0,0022	103,53	62,07	34,89	18,60	0,0150	920,92	51,77	Cortante en la sección de concreto
LCGFRP 102	4#4	0,0029	146,48	89,28	39,79	21,70	--	--	73,24	Cortante en la sección de concreto
LCGFRP 103	5#4	0,0037	160,40	98,09	39,79	21,70	--	--	80,20	Cortante en la sección de concreto
LCGFRP 104	8#4	0,0059	209,43	129,14	44,69	24,80	0,0117	715,70	104,72	Cortante en la sección de concreto
LCA706 105	5#4	0,0037	83,92	49,65	34,89	18,60	0,00214	427,77	41,96	Fluencia del refuerzo en tensión

La Tabla 6 - 3 muestra que el elemento LCGFRP 103 es capaz de soportar casi el doble de carga de su equivalente en acero convencional, en términos de cuantía (elemento LCA706 105).

En términos de resistencia, el elemento al que más se aproxima el resultado de la losa reforzada con acero, es el LCGFRP 101, aun cuando la carga máxima de este último es mayor en un 23%, obteniéndose con un 40% menos de refuerzo.

78 Comportamiento a flexión de elementos de concreto reforzados con barras de GFRP

En cuanto a las cargas y momentos de agrietamiento, estos no fueron los mismos para todos los elementos. La Tabla 6 - 2 permite apreciar que los elementos que alcanzaron más rápido, o con la menor carga su estado fisurado, fueron el elemento de menor cuantía de GFRP y el elemento reforzado con acero convencional.

Respecto a los resultados de deformaciones unitarias, la Tabla 6 - 2 muestra que el refuerzo de GFRP no alcanzó su deformación última de 0,017 mm/mm, mientras que el refuerzo de acero si presentó su deformación unitaria de fluencia, 0,0021 mm/mm, lo cual coincide con lo evidenciado experimentalmente, dado que las barras de GFRP no fallaron, mientras que la losa reforzada con acero, al momento de su falla, presentó grandes deflexiones sin un aumento significativo de la carga. Lo anterior nos lleva al modo de falla de los elementos, lo cual se presenta a continuación para cada uno de ellos.

- Modo de falla elemento LCGFRP 101

La falla de este elemento se reconoció por la formación de fisuras diagonales en el primer tercio de la losa, instante en el cual el aumento de carga dejó de ser significativo, estando muy cerca de la carga máxima esperada. Se debe resaltar que el elemento nunca presentó colapso. La Fotografía No. 8 presentan la fisura que determinó la falla.



Fotografía No. 8 Fisura diagonal en el primer tercio de los elementos

- Modo de falla elemento LCGFRP 102

Este elemento presentó fisuras diagonales en el primer tercio de su longitud libre, sin embargo, a diferencia de la losa anterior, la aplicación de la carga fue continua hasta el

final del ensayo. La falla se reconoció por la desintegración del concreto en la zona de máximos cortantes, dejando expuesto el refuerzo. La Fotografía No. 9 muestra la falla de este elemento.



Fotografía No. 9 Falla de elementos LCGFRP 102

El elemento no colapsó totalmente gracias a la acción de las barras de GFRP, las cuales no se rompieron.

- Modo de falla elemento LCGFRP 103

Este elemento presentó el mismo modo de falla citado para el elemento LCGFRP 102, sin embargo, fue evidente que se presentó aplastamiento del concreto antes de presentar la falla por la fisura diagonal.

Aun cuando la falla por compresión se presentó, esta no fue definitiva para impedir que el elemento continuara resistiendo cargas, pues transmitía la compresión por simple contacto en las fisuras desarrolladas.

El elemento no colapsó totalmente. La Fotografía No. 10 presenta las mencionadas fisuras por compresión.



Fotografía No. 10 Fisuras en zona de compresión LCGFRP-103

Las fisuras se caracterizaron por el abultamiento del concreto, lo cual permitió identificar su origen por altas compresiones en la sección de concreto, sin embargo, como ya se indicó, esta no fue la falla final del elemento.

- Modo de falla elementos LCGFRP 104

Este elemento presentó un modo de falla igual al descrito para los elementos LCGFRP 101 y 102, sin embargo, a diferencia de estos el elemento colapsó, dado que el concreto alrededor de las barras de GFRP se desintegró totalmente permitiendo la deformación exagerada de las barras. La Fotografía No. 11 y la Fotografía No. 12 presentan lo descrito anteriormente.



Fotografía No. 11 Falla del elemento LCGFRP-104



Fotografía No. 12 deformación exagerada de las de barras de GFRP LCGFRP-104

La característica relevante y general en el comportamiento de los elementos reforzados con barras de GFRP, fueron las grandes deflexiones que se presentaron antes de la falla y su recuperación luego de la descarga, característica propia del refuerzo de GFRP. La Fotografía No. 13 y la Fotografía No. 14 presentan el antes y después de la descarga del elemento LCGFRP 101.



Fotografía No. 13 Deflexión antes de la descarga LCGFRP-101



Fotografía No. 14 Deflexión permanente después de la descarga LCGFRP-101

- Modo de falla del elemento LCA706 105

Este elemento estaba reforzado con barras de acero convencional y su falla se dio por la fluencia del acero, la cual se manifestó por las grandes deflexiones asociadas a insignificantes aumentos de la carga. La Fotografía No. 15 presenta el estado de falla descrito.



Fotografía No. 15 Deflexión después de la descarga LCGFRP-101

6.2 Análisis de resultados

En esta sección se presentan los resultados de todas las losas con el fin de hacer un análisis comparativo entre los resultados experimentales y los teóricos, para lo cual se presenta la Tabla 6 - 3.

Para efecto de la comparación de capacidades teóricas y experimentales, la mencionada tabla presenta la relación entre los momentos teóricos y experimentales de cada elemento ($M_n \text{ teo} / M_n \text{ exp}$), el resultado óptimo de esta relación corresponde a valores menores o iguales a 1, indicando así que el momento teórico es menor al momento experimental.

Tabla 6 - 3: Resumen comparativo de resultados

Elemento	Ref	ρ	P falla teo (kN)	P falla registrado (kN)	ϵ teo max mm/mm refuerzo	ϵ registrada max mm/mm refuerzo	σ teo MPa refuerzo	σ registrado MPa refuerzo	Mn teo (kN.m)	Mn registrado (kN.m)	Mn teo/ Mn reg	ϕ Mn teo (kN.m)	ϕ Mn teo/ Mn reg	σ teo/ σ reg	Vn teo NSR-10 (kN)	Vn ACI440.1R-15 teo (kN)	Vu (kN)	Vn ACI440.1R-15 teo / Vu	Tipo de Falla Teórica	Tipo de Falla Experimental
LCGFRP 101	3#4	0,0022	110,68	103,53	0,0175	0,0150	1077	919	64,73	62,07	1,04	35,60	0,57	1,17	170,11	37,51	51,77	0,72	Ruptura del refuerzo a tensión	Cortante en la sección de concreto
LCGFRP 102	4#4	0,0029	143,50	146,48	-	-	-	-	85,53	89,28	0,96	47,04	0,53	-		42,99	73,24	0,59	Ruptura del refuerzo a tensión	Cortante en la sección de concreto
LCGFRP 103	5#4	0,0037	164,46	160,40	-	-	-	-	98,80	98,09	1,01	57,58	0,59	-		47,73	80,20	0,59	Aplastamiento del concreto a compresión	Cortante en la sección de concreto
LCGFRP 104	8#4	0,0059	198,46	209,43	0,0125	0,0117	768	717	120,3	129,14	0,93	78,20	0,61	1,07		59,39	104,72	0,57	Aplastamiento del concreto a compresión	Cortante en la sección de concreto
LCA706 105	5#4	0,0037	75,46	83,92	0,00210	0,00214	420	503	42,43	49,65	0,85	38,19	0,77	0,83		NA	41,96	NA	Fluencia del refuerzo en tensión	Fluencia del refuerzo en tensión

6.2.1 Análisis de capacidades

En la Tabla 6 - 3, la relación de momento teórico y el registrado (nombrado desde ahora como el experimental) ($M_n \text{ teo} / M_n \text{ reg}$) para los elementos LCGFRP-101 y LCGFRP-103 son mayores a 1, sin embargo, el resultado teórico excede por muy poco al experimental.

Estos resultados son más evidentes al graficarlos, lo cual se presenta en la Figura 6 - 3 a continuación:

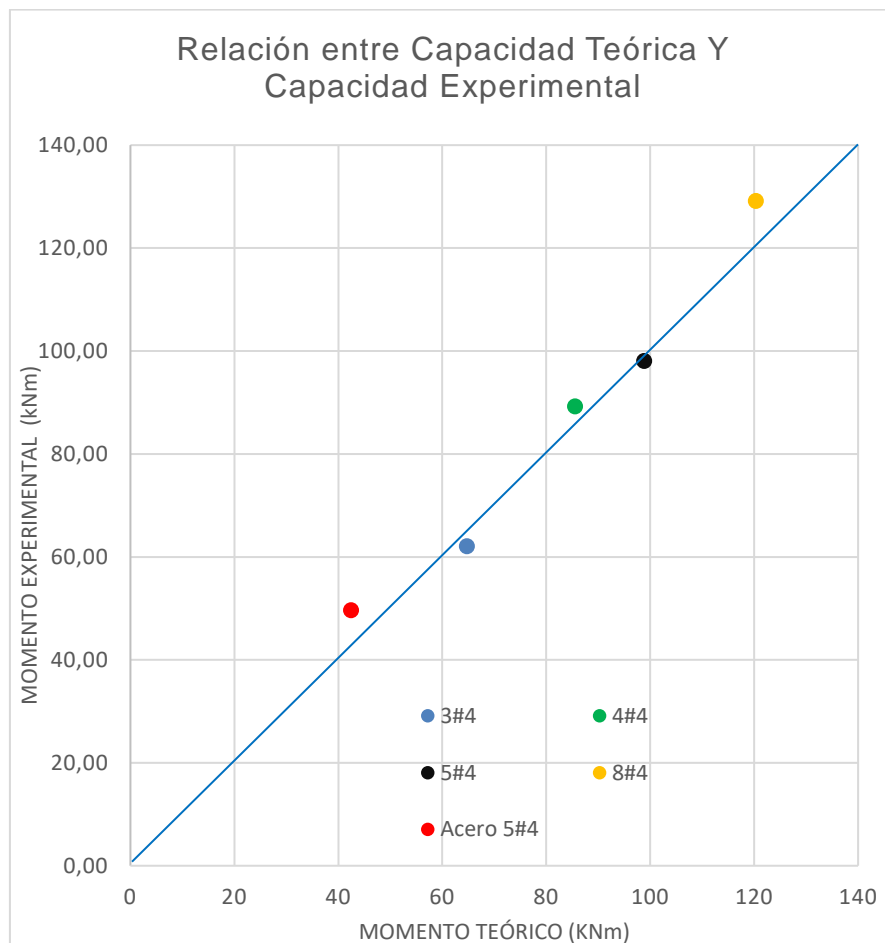


Figura 6 - 3 Relación entre momentos teóricos y momentos experimentales (registrado en laboratorio)

Como se puede observar en la Figura 6 - 3, los resultados de las losas reforzadas con barras de GFRP se ajustan bastante bien a la línea azul, la cual refleja la coincidencia de momentos teóricos y experimentales, esto permite concluir que la metodología de cálculo empleada es acertada.

En cuanto a la relación de momentos del elemento reforzado con acero convencional, presenta el menor valor entre todos los elementos, 0,85, por tanto, es el más conservador de los resultados, sin embargo, es lo usual en elementos de concreto reforzado con acero convencional.

Una segunda comparación de momentos se hace en la Tabla 6 - 3, la cual corresponde al momento nominal teórico afectado por el coeficiente de reducción de resistencia (Φ) y el momento experimental.

Para los elementos reforzados con GFRP, el coeficiente de reducción de resistencia depende del valor de la cuantía, para los elementos 101 y 102 el coeficiente fue de 0,55, para el elemento 103 fue 0,58 y para el elemento 104, fue 0,65. En cuanto al elemento reforzado con acero convencional, el factor de reducción fue de 0,90, como estipula la NSR-10 para elementos sometidos a flexión. La Figura 6 - 4 presenta gráficamente los resultados de esta comparación.

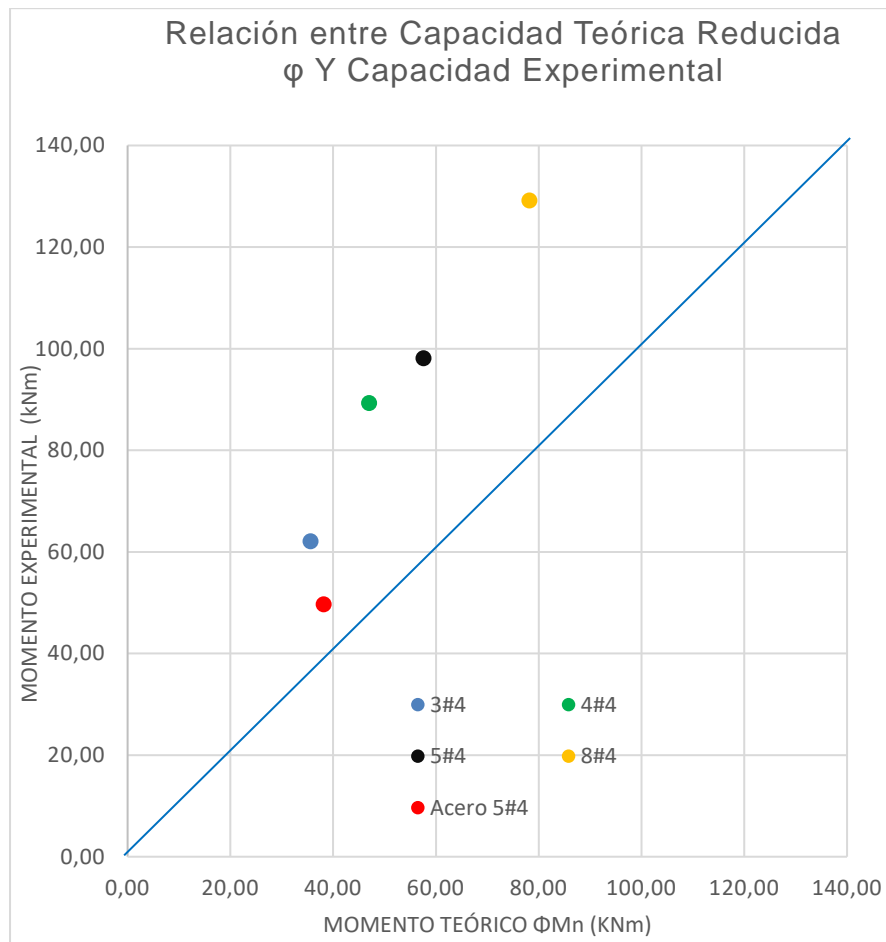


Figura 6 - 4 Relación entre momentos teóricos reducidos y momentos experimentales

Para todos los elementos, al afectar los momentos teóricos por el coeficiente de reducción de resistencia, la relación de momentos $\Phi M_{nteo}/M_{reg}$, pasa a ser menor que la unidad y a estar por encima de la línea azul definida en la Figura 6 - 4.

La relación de momentos ($\Phi M_{nteo}/M_{nreg}$) parece disminuir para los elementos reforzados con barras de GFRP a medida que aumenta la cuantía de refuerzo, sin embargo, la excepción a esto es el resultado del elemento LCGFRP-102, por lo cual no puede concluirse de manera precisa frente al tema.

La relación de momentos para el elemento reforzado con acero convencional era menor a 1 antes de ser afectada por el coeficiente Φ , por lo cual con la aplicación de dicho coeficiente se hace aún más conservador el cálculo teórico de su capacidad.

Otra conclusión relevante de la Figura 6 - 4, es que el cálculo teórico de capacidades es más conservador para los elementos reforzados con GFRP que para el elemento reforzado con acero convencional, dado que en elementos en flexión con barras de FRP los coeficientes de reducción de resistencia son menores.

6.2.2 Análisis de esfuerzos alcanzados en las barras de refuerzo

Como puede observarse en la Tabla 6 - 3, las deformaciones unitarias de diseño del GFRP no se alcanzaron durante el ensayo, mientras que la deformación unitaria de diseño del acero fue alcanzada y superada. Este resultado se presenta gráficamente en términos de esfuerzos en la Figura 6 - 5 para las barras instrumentadas de GFRP y acero convencional.

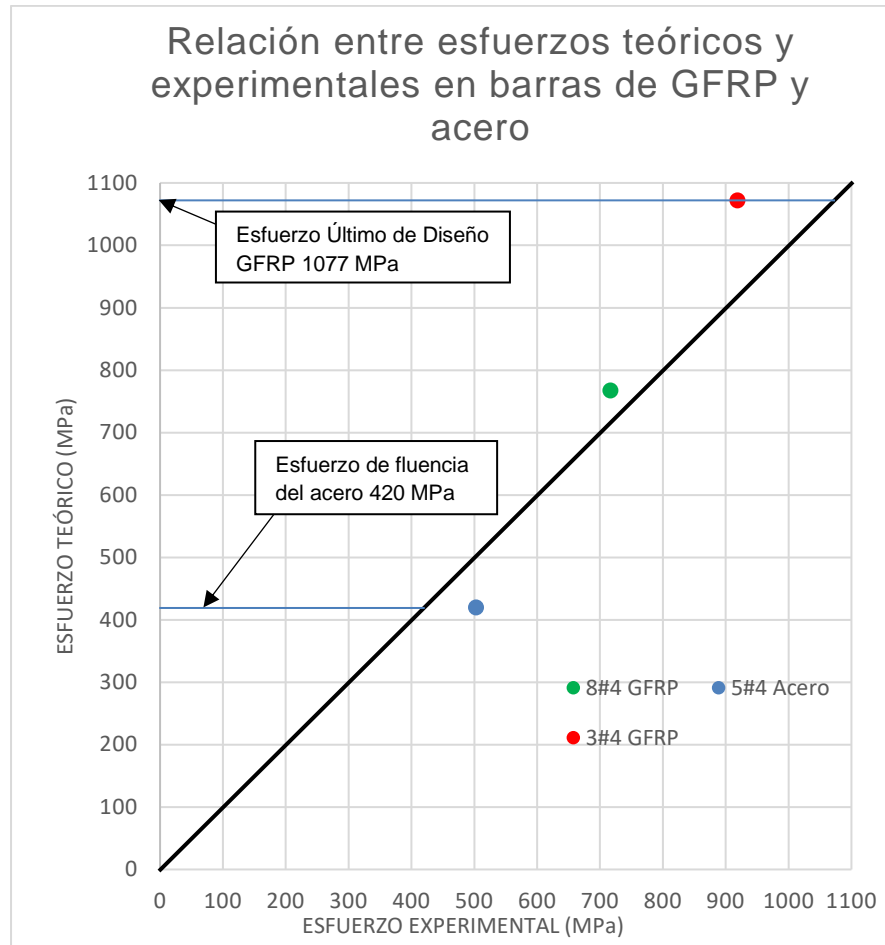


Figura 6 - 5 Relación entre esfuerzos teóricos y experimentales en barras de refuerzo

En la Figura 6 - 5 los puntos por encima de la línea negra, representativa de la coincidencia de resultados teóricos y experimentales, corresponden a los elementos para los cuales el esfuerzo teórico de diseño en el refuerzo superó al determinado experimentalmente. Como puede observarse en la figura, las barras de GFRP están por encima de la línea de coincidencia, es decir, no alcanzaron el esfuerzo de diseño proyectado, razón por la cual las barras de refuerzo del elemento LCGFRP101 no llegaron a su estado de rotura.

Es importante resaltar el resultado de la losa LCGFRP-104, reforzada con 8 barras #4, la cual cumplió parcialmente lo previsto por el diseño teórico, dado que los esfuerzos en sus barras estuvieron bastante alejados del esfuerzo último de falla para permitir, en teoría, la falla en el concreto a compresión (diseño sobre-reforzado).

Por su parte, el elemento LCA706-105 reforzado con de acero convencional, superó el esfuerzo límite de fluencia de sus barras, llegando así al estado de plastificación del refuerzo.

6.2.3 Análisis de fuerzas cortantes

La Tabla 6 - 3 permite apreciar que el cortante máximo experimental V_u , fue inferior a la resistencia por cortante calculada por medio de la NSR-10, también presenta la relación entre el cortante teórico calculado por medio del ACI 440.1R-15 y el mismo valor experimental (V_u) alcanzado en el ensayo, esta relación fue menor a 1 para todos los elementos, lo cual indica que la resistencia a cortante calculada por medio de este último código de diseño fue excedida por el cortante máximo alcanzado en el ensayo.

Lo anterior se debe a que el elemento no se dimensionó para cumplir con el cortante resistente requerido por el ACI440.1R-15, dado que conducía a espesores mayores a los acostumbrados en losas reforzadas con acero convencional.

La Tabla 6 - 4 presenta la carga teórica (P_{vn}) con la cual se alcanzaba la resistencia nominal a cortante calculada por el ACI 440.1R-15 y la carga teórica máxima dada por la resistencia nominal a flexión (P falla teo – tomada de la Tabla 6 - 3).

Tabla 6 - 4: Análisis cargas máximas teóricas por cortante y flexión (ACI 440.1 R-15)

ELEMENTO	V_n ACI440.1R-15 teo (kN)	$P_{vn} = V_n * 2$ (kN) (ver nota 1)	P falla teo (kN)	P falla teo/ P_{vn}
LCGFRP-101	37,57	75,14	110,68	1,47
LCGFRP-102	42,99	85,98	143,50	1,67
LCGFRP-103	47,73	95,46	164,46	1,72
LCGFRP-104	59,39	118,78	198,46	1,67
Nota 1:	Pu: carga teórica para generar el cortante nominal V_n calculado por medio del ACI440.1 R-15.			

Como puede observarse en la Tabla 6 - 4, la relación entre la carga máxima nominal por cortante y la carga máxima nominal por flexión, fue mayor a 1 para todos los elementos reforzados con barras de GFRP, lo cual permite concluir que en el contexto del ACI 440.1R-

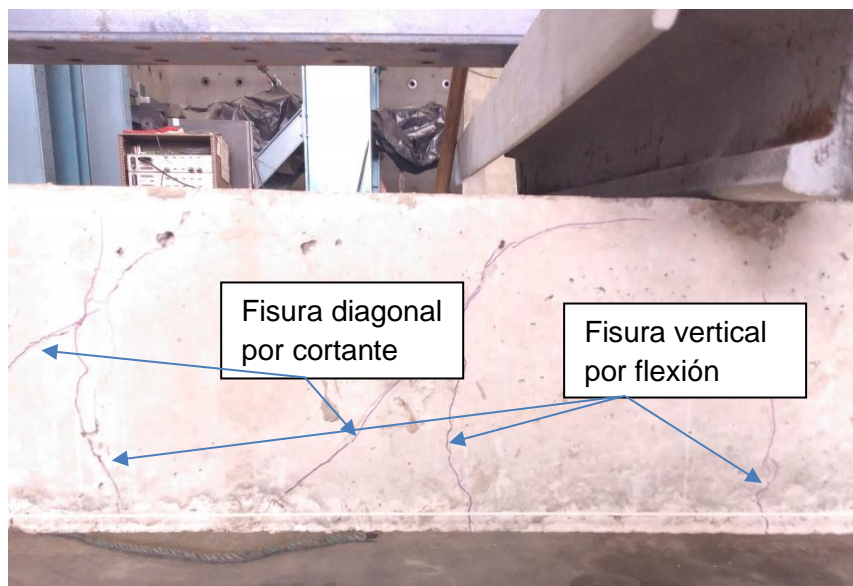
15 la resistencia de los elementos estaba gobernada por la resistencia cortante y no por la resistencia a flexión, sin embargo, experimentalmente se logró alcanzar una capacidad muy cercana a la capacidad nominal a flexión.

6.2.4 Análisis del Modo de falla

La Tabla 6 - 3 muestra que el modo de falla experimental de los elementos reforzados con GFRP discrepa de lo esperado por diseño. Caso contrario al elemento reforzado con acero convencional donde se presentó falla por fluencia en el refuerzo, coincidiendo con la falla teórica esperada, lo cual refleja confiabilidad en la metodología de diseño.

Para los elementos reforzados con barras de GFRP, LCGFRP 101 (3#4) y LCGFRP 102 (4#4), la falla teórica correspondía a falla por tensión en el refuerzo, mientras que para los elementos LCGFRP 103 (5#4) y LCGFRP 104 (8#4) la falla esperada era por aplastamiento en el concreto. Los resultados experimentales permitieron reconocer falla por cortante en todos los elementos, caracterizada por la inclinación de la fisura y su localización en la zona de máximos esfuerzos cortantes.

Esta falla se dio cuando la carga fue lo suficientemente grande para unir totalmente las fisuras inclinadas por corte con las fisuras verticales por flexión. Esto se presenta en la Fotografía No. 16 y Fotografía No. 17.



Fotografía No. 16 Unión de fisuras diagonales con fisuras verticales



Fotografía No. 17 Elemento fracturado en zona de máximos esfuerzos cortantes.

La formación de la fisura diagonal por cortante obedece a la poca rigidez que logra la sección de concreto cuando es reforzada con barras de GFRP (consecuencia del bajo módulo de elasticidad de las barras), dado que permite la formación de un número importante de fisuras por cortante y flexión las cuales reducen su área efectiva resistente.

Durante el desarrollo del proyecto se consultó con al ingeniero A. Nanni (experto en el diseño de concreto reforzado con barras de FRP y autor de [1]) por su concepto sobre el modo de falla presentado en los elementos, quien coincidió con atribuir la falla del elemento a fuerzas cortantes y resaltó el fenómeno de delaminación del concreto de recubrimiento de las barras, el cual atribuyó a la formación de fisuras horizontales originadas en la zona de cortante y orientadas hacia el apoyo, como consecuencia de la acción como dovela que trató de ejercer cada barra de GFRP ante la sollicitación por cortante, pero que al no encontrar un apoyo lo suficientemente rígido como un estribo, terminó desprendiendo el concreto de recubrimiento. Este concepto coincide con lo que se observa en la Fotografía No. 18.



Fotografía No. 18 Barras de GFRP separadas del concreto.

La expresión empleada para el cálculo de la resistencia por cortante de todos los elementos correspondió a la establecida por la NSR-10, distinta a la propuesta por el ACI 440.1R-15, la cual implícitamente considera la rigidez propia de las barras de FRP, su baja resistencia al cortante y la elevada resistencia a la tracción. Esta expresión conlleva a grandes espesores de concreto en comparación a los elementos reforzados con acero convencional, debido al alto grado de fisuración de los elementos reforzados con barras de GFRP cuando son sometidos a flexión, como se evidenció en los ensayos realizados.

El ACI 440.1 R-15 considera como área de concreto resistente al cortante a la sección que está por encima del eje neutro y no a la que está inmediatamente por encima del eje de las barras, como sucede con el concreto reforzado con acero convencional. Este mismo concepto ya es considerado en el ACI318-19.

Por lo anterior, es siempre necesario considerar la expresión dada por el ACI 440.1R-15 para la estimación de la resistencia a cortante de las secciones de concreto reforzadas con barras de GFRP.

6.2.5 Análisis de deflexiones

Este análisis se hace comparando los resultados de deflexión teóricos y experimentales para el momento de servicio M_a , correspondiente al diseño del entrepiso presentado en el numeral 5.2.3, luego se comparan gráficamente las deflexiones teóricas y experimentales para cada elemento, finalmente, se procede a comparar los resultados experimentales con los límites dados por la NSR-10 en la tabla C.9.5(b).

A continuación, se presenta la Tabla 6 - 5, la cual contiene el valor del momento actuante asociado a los límites admisibles de deflexión para el diseño del entrepiso (Ver Tabla 5 - 1), las deflexiones teóricas y experimentales asociadas a ese momento, la relación de deflexiones y los valores del momento de agrietamiento teórico y experimental, las cuales servirán para posteriores análisis.

Tabla 6 - 5: Comparativo deflexiones experimentales con deflexiones teóricas

Elemento	Ref	ρ	Ma kN.m	Δ_{teo} para Ma (mm)	Δ_{exp} para Ma (mm)	$\Delta_{teo}/$ Δ_{exp}	Mcr teo (kN.m)	Mcr exp (kN.m)	Mcr teo/ Mcr exp
LCGFRP 101	3#4	0,0022	26,80	11,96	52,00	0,23	23,73	18,6	1,28
LCGFRP 102	4#4	0,0029		9,58	12,00	0,80		21,7	1,09
LCGFRP 103	5#4	0,0037		8,14	10,50	0,78		21,7	1,09
LCGFRP 104	8#4	0,0059		5,95	4,50	1,32		24,8	0,96
LCA706 105	5#4	0,0037		2,92	7,30	0,40		18,6	1,28

Las relaciones de deflexión teórica y experimental menores a 1 indican que la deflexión experimental, para el momento generado por la carga de servicio, supera la deflexión teórica calculada por la metodología de Bischoff. Esta relación es menor a 1 para todos los elementos, excepto para la losa de mayor cuantía de GFRP (LCGFRP 104 - 8#4), para la cual las deflexiones experimentales resultaron menores a las teóricas.

Para el elemento LCGFRP101, el valor teórico esperado de deflexión corresponde a un 23% de lo hallado experimentalmente, constituyéndose como el caso más desfavorable en la precisión del cálculo de deflexiones.

Para los elementos LCGFRP102 y 103, la deflexión teórica es alrededor de un 79% del valor hallado experimentalmente. Esto permite afirmar que la inercia efectiva calculada por la metodología de Bischoff, no ofrece resultados razonables para el cálculo de deflexión en elementos con baja cuantía de refuerzo.

Los resultados anteriores son contrarios a los indicados por [6], donde concluye que la desviación de los resultados teóricos, empleando la metodología de Bischoff, fueron

alrededor de un 17%, siempre subestimando la deflexión real (aspecto último donde se encuentra coincidencia) y el cual lo atribuye al cortante y deslizamiento de las barras de FRP en el concreto.

Para el elemento reforzado con acero convencional, la deflexión teórica calculada corresponde a un 40% de lo hallado experimentalmente, subestimando así las deflexiones reales del elemento a través de la teoría de Branson.

- Comparación entre deflexiones experimentales y deflexiones admisibles de la NSR-10

Para hacer el comparativo entre las deflexiones experimentales y las admisibles, se presenta la Tabla 6 - 6 donde se concluye qué elementos cumplen los límites establecidos por la NSR-10 en su tabla C.9.5(b), basado en los resultados de deflexión experimental presentados en la Tabla 6 - 1.

Tabla 6 - 6: Comparativo deflexiones experimentales con límites de la NSR-10

Tipo de elemento considerado	Límite de deflexión (mm)		Elemento experimental				
			LCGFR P 101	LCGFR 102	LCGFR 103	LCGFR P 104	LCA706 -105
Entrepisos que no soporte elementos no estructurales susceptibles a sufrir daños.	L/360	10,56	NC	NC	C	C	C
Sistema de entepiso o cubierta ligado a elementos no estructurales susceptibles a sufrir daños	L/480	7,92	NC	NC	NC	C	C
Sistema de entepiso o cubierta ligado a elementos no estructurales NO susceptibles a sufrir daños	L/240	15,83	NC	C	C	C	C

CONVENCIÓN:

NC No cumple los límites establecidos por la NSR-10, tabla C.9.5(b)

C Cumple los límites establecidos por la NSR-10, tabla C.9.5(b)

L Luz del elemento, 3,80 m

De la anterior tabla, se puede concluir que el área de refuerzo que contiene el elemento LCGFRP101, desde el punto de vista de la NSR-10 no puede ser empleado como losa de entre piso o cubierta bajo ninguna consideración, ya que no cumple con ninguna de las deflexiones límites. Los elementos LCGFRP 102 y 103 cumplen las deflexiones límites solo para el uso de ciertos tipos de entepiso. El elemento con mayor cuantía de refuerzo de GFRP (LCGFRP104) y el elemento reforzado con acero convencional (LCA706), pueden ser empleados bajo cualquier condición de entepiso.

Es preciso señalar que los elementos de GFRP se dimensionaron empleando las recomendaciones de espesores dadas en la tabla C.9.5 (a) de la NSR-10, aun cuando ya existen recomendaciones propias para los elementos reforzados con barras de GFRP en el ACI 440.1 R-15; en todo caso, el mismo código de diseño recomienda realizar siempre el cálculo de deflexiones para la selección del espesor del elemento.

- Comparación entre metodologías para cálculo de deflexiones

Considerando la discrepancia del cálculo teórico frente a los resultados experimentales, se procedió a calcular y graficar las deflexiones para los elementos de GFRP por medio de la metodología expuesta por Branson, y para el elemento de concreto reforzado con acero convencional por medio de la metodología de Bischoff. Estos resultados se presentan para los elementos LCGFRP 101, 104 y LCA706 105. El Anexo E contiene el detalle de cálculo para ambas metodologías.

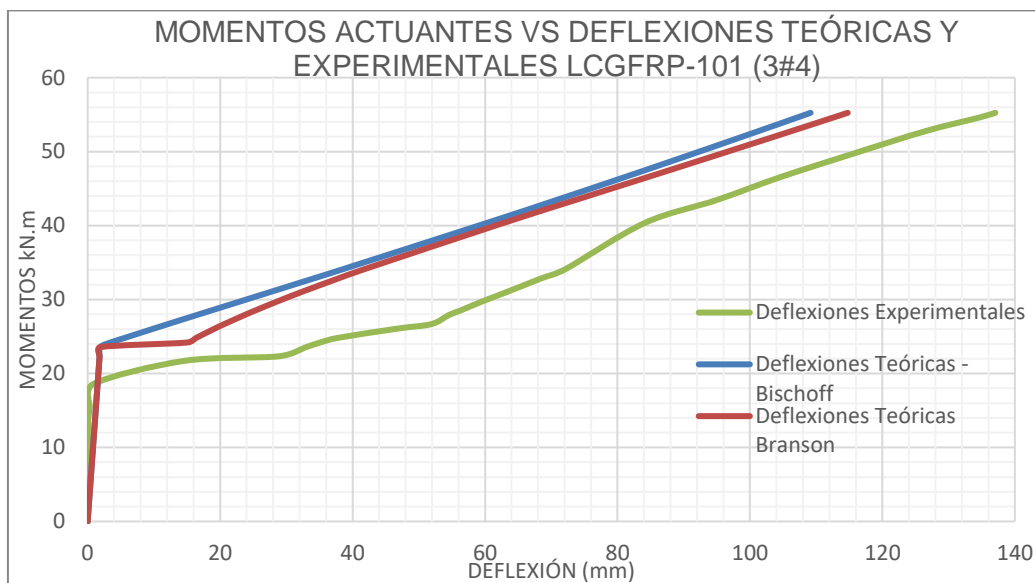


Figura 6 - 6 Grafica deflexiones teóricas y experimentales LCGFRP101

La Figura 6 - 6 permite apreciar que las metodologías de Branson y Bischoff subestiman las deflexiones reales del elemento LCGFRP-101 (3 barras #4) una vez se presentan las primeras fisuras. En promedio esta diferencia es de un 45% del valor real de deflexión como lo muestra el Anexo E. La metodología que más se aproxima es la de Branson sin ser significativas las diferencias con la metodología de Bischoff. En las curvas también es clara la diferencia entre el momento de agrietamiento teórico y experimental del elemento. La Figura 6 - 7 presenta las curvas para el elemento LCGFRP-104 (8#4).

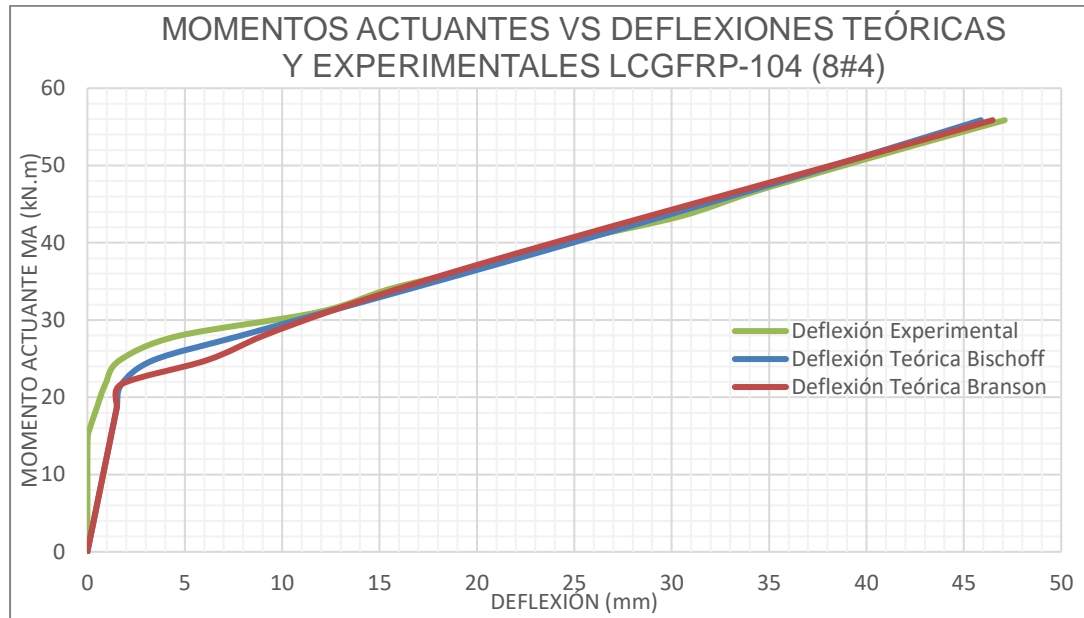


Figura 6 - 7 Deflexiones teóricas y experimentales LCGFRP104

En la anterior gráfica es evidente que las curvas teóricas de deflexión son bastante acertadas con las deflexiones resultantes para momentos mayores a 31 kN.m, y que para momentos menores ambas metodologías sobreestiman las deflexiones, pero la metodología de Bischoff es la que más se aproxima a las deflexiones experimentales.

En cuanto al valor del momento de agrietamiento teórico y experimental del elemento, hay una coincidencia del 96%, como lo muestra la Tabla 6 - 5, lo cual es apreciable gráficamente en la Figura 6 - 7.

A continuación, se presentan las curvas de deflexión para el elemento reforzado con acero convencional LCA706, reforzado con 5 barras #4.

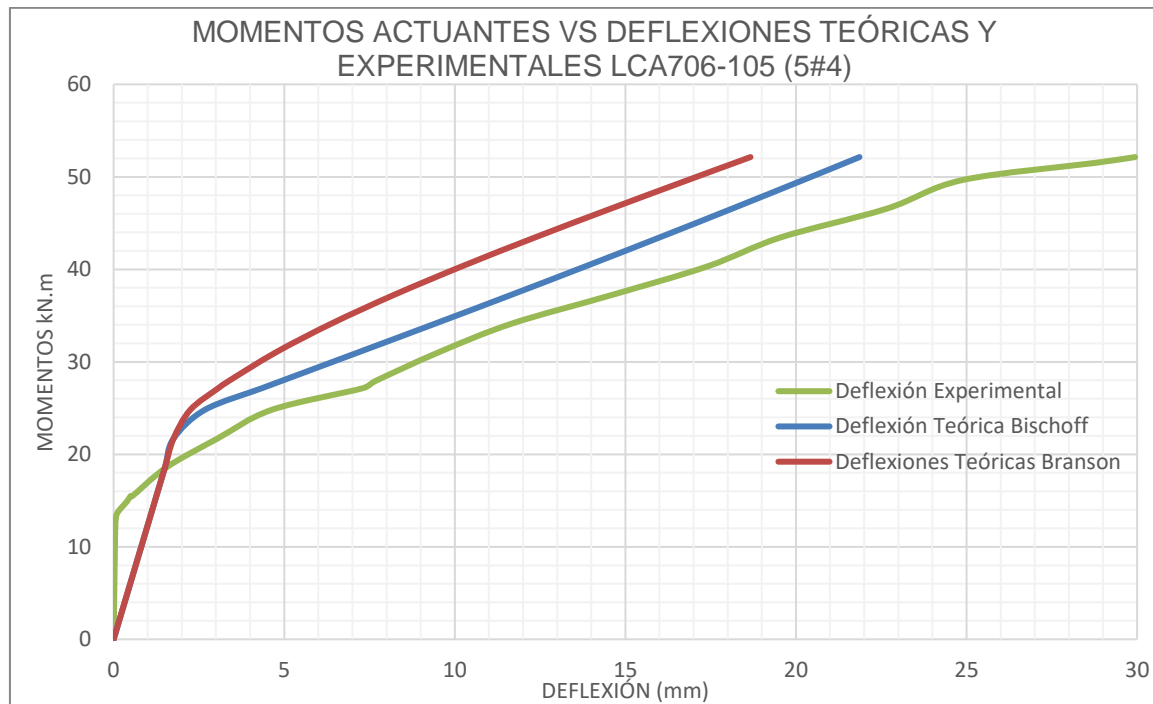


Figura 6 - 8 Deflexiones teóricas y experimentales LCA705-105

La NSR-10 establece para el elemento reforzado con acero convencional el cálculo de la inercia efectiva por medio de la metodología de Branson, sin embargo, la Figura 6 - 8 muestra que la metodología de cálculo expuesta por Bischoff tiene una mejor aproximación a los resultados experimentales, aun cuando sigue subestimando las deflexiones. Bajo la metodología de Branson la diferencia promedio es alrededor de un 44% respecto a la deflexión real, mientras que bajo la metodología de Bischoff es de 27% (Ver Anexo E).

El valor del momento teórico de fisuración discrepa en un 28% del valor de momento experimental, como lo muestra la Tabla 6 - 5, lo cual es apreciable gráficamente en la Figura 6 - 8.

Considerando que el momento de agrietamiento de la sección de concreto es una variable que incide en ambas metodologías de cálculo de deflexiones, y que se presentan diferencias importantes entre los valores teóricos y experimentales de esta variable, se procedió a realizar los cálculos teóricos empleando el valor del momento de agrietamiento hallado en el ensayo de cada elemento, para lo cual se presentan nuevamente los resultados de forma gráfica con dicha modificación.

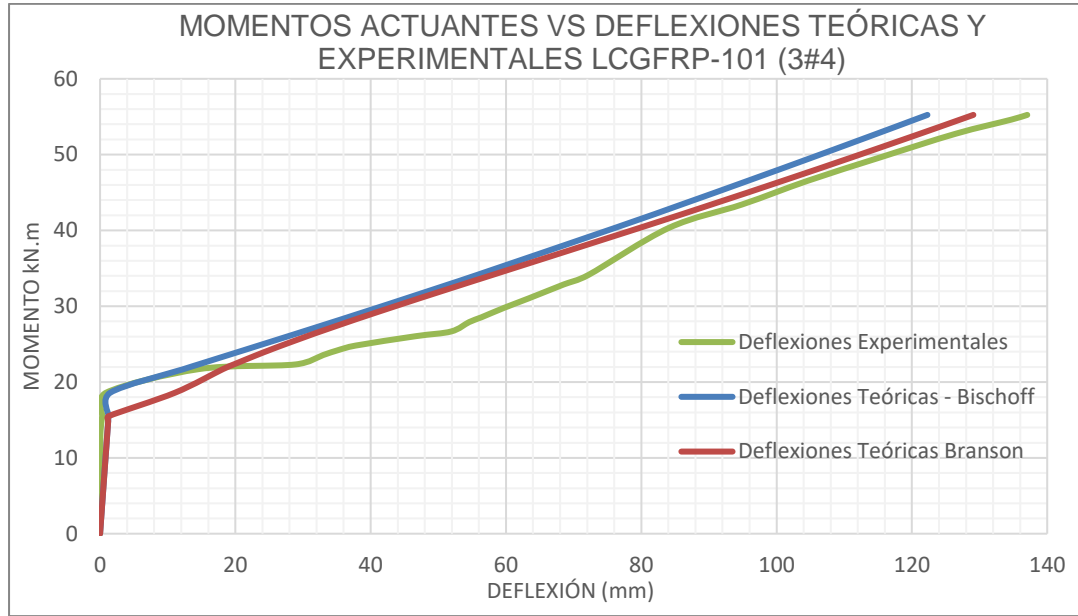


Figura 6 - 9 Deflexiones teóricas y experimentales LCGFRP-101 – Mcr Experimental

Al emplear el momento de agrietamiento determinado experimentalmente para el elemento GFRP-101 en el cálculo de deflexiones, la curva correspondiente a la metodología de Bischoff se acerca más a la experimental, dando resultados iguales hasta los 22 kN.m, desde donde los valores dejan de coincidir, por tanto, las curvas de Bischoff y Branson siguen subestimando las deflexiones reales, esta vez con un promedio de 22% respecto a la deflexión real.

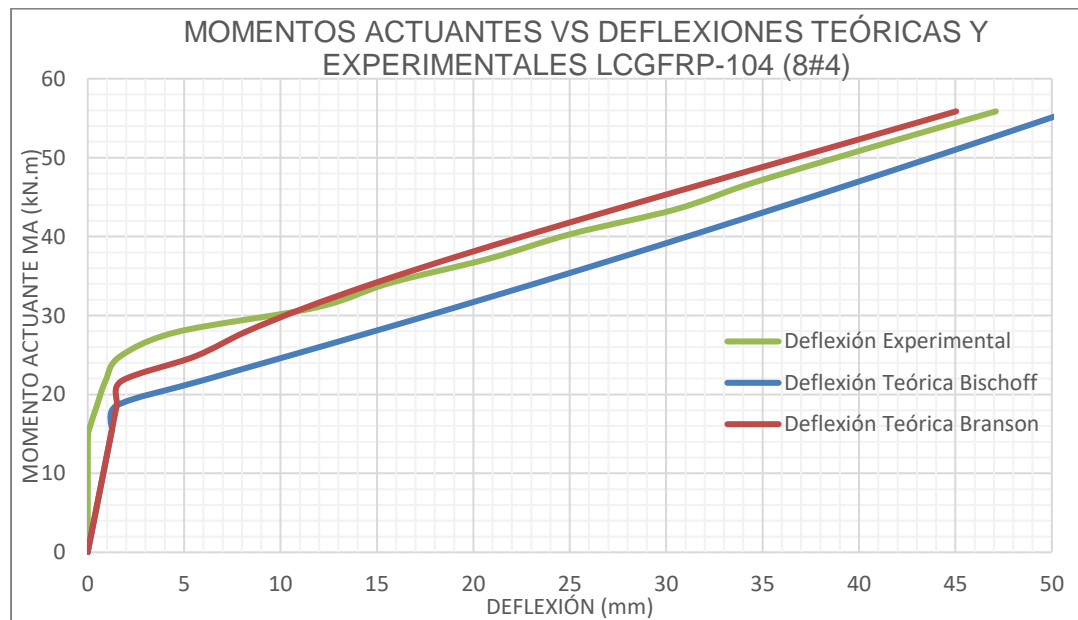


Figura 6 - 10 Deflexiones teóricas y experimentales LCGFRP-104 – Mcr Experimental

La Figura 6 - 10 muestra que los valores de deflexión experimental pasan a sobreestimados por ambas metodologías hasta los 30 kN.m, valor desde el cual la metodología de Branson subestima las deflexiones experimentales, pero con mejor aproximación que Bischoff. Branson subestima en promedio un 6% respecto a la deflexión real, mientras que Bischoff la sobre estima en un 20%.

Con los resultados obtenidos al cambiar el momento de agrietamiento M_{cr} , es evidente que la precisión de ambas metodologías mejora para el elemento de baja cuantía, mientras que para el de cuantía sobre-reforzada la metodología de Bischoff se convierte en un cálculo conservador. Esto resalta la importancia de esta variable dentro del cálculo de deflexiones, tal como lo indica la investigación [6] en su investigación.

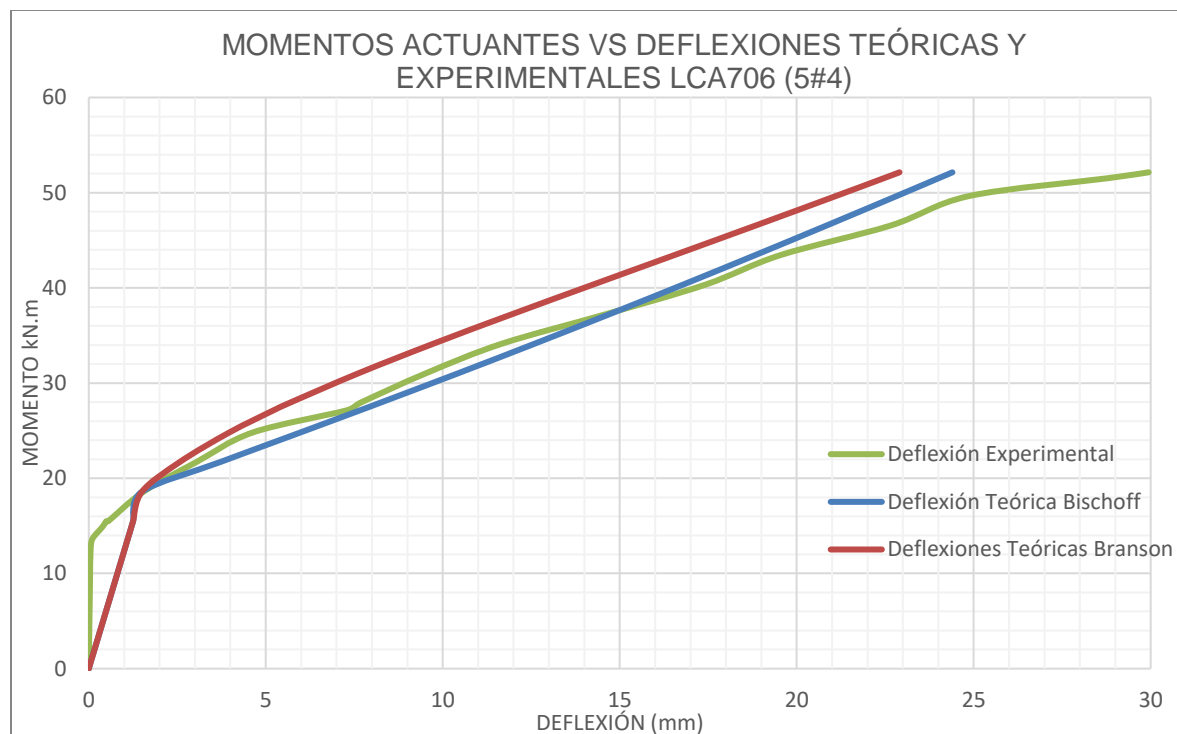


Figura 6 - 11 Deflexiones teóricas y experimentales LCA705-105 – M_{cr} Experimental

Con el cambio del momento de agrietamiento (M_{cr}) en el elemento reforzado con acero convencional, Figura 6 - 11, la curva de deflexiones calculada por Bischoff pasa a sobreestimar las deflexiones reales por muy poco, manteniendo valores muy similares hasta 37 kN.m aproximadamente, punto desde el cual las deflexiones experimentales superan las teóricas en aproximadamente un 10%. Por su parte, la curva teórica de

Branson, aun con el cambio del momento de fisuramiento, continúa subestimando las deflexiones reales del elemento, aproximadamente en un 18% respecto al valor real.

6.2.6 Análisis comparativo de los elementos LCGFRP104 y LCA706

La comparación de estos dos elementos se hace necesaria considerando que representan el diseño ideal para el cumplimiento de las deflexiones admisibles presentado en la Tabla 6 - 6.

Esta comparación se hace por medio de la Figura 6 - 12, la cual presenta las curvas de momento contra deflexión experimental.

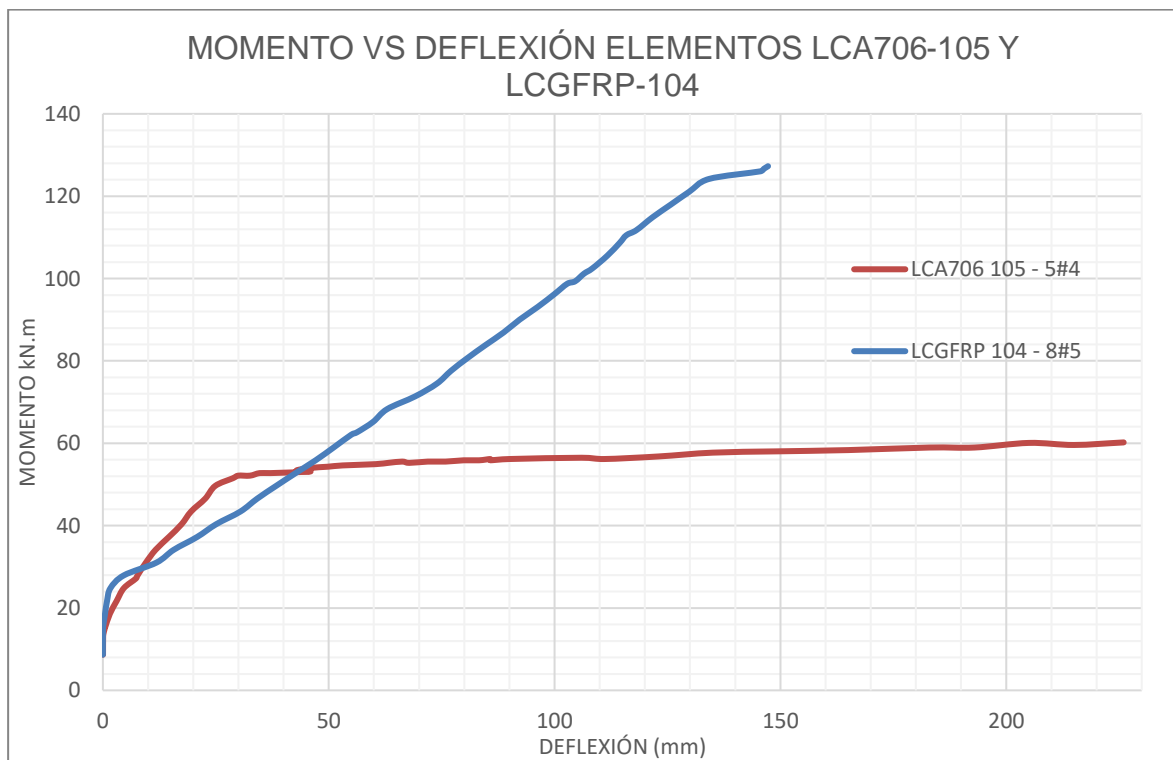


Figura 6 - 12 Momento vs Deflexiones elementos LCA706 105 y LCGFRP 104

Las curvas presentadas permiten apreciar que el elemento reforzado con barras de GFRP tiene menores deflexiones antes de la formación de las primeras fisuras en comparación con el elemento reforzado con acero convencional, sin embargo, una vez se inicia el proceso de fisuración, las deflexiones aumentan considerablemente.

10C Comportamiento a flexión de elementos de concreto reforzados con barras de GFRP

Por su parte, el elemento reforzado con acero convencional también aumenta sus deflexiones una vez iniciado el proceso de fisuración, sin embargo, son menores a las presentadas por el elemento reforzado con barras de GFRP, esto se atribuye al menor módulo de elasticidad que tienen estas barras en comparación con las de acero, lo cual trató de ser compensado con el aumento en la cuantía de refuerzo, pero que aun así no se logró como puede evidenciarse en la Figura 6 - 12, dado que las deflexiones son mayores a un mismo nivel de carga en el elemento reforzado con barras de GFRP.

Considerando los resultados de deflexiones del elemento 104, correspondiente al de mayor cuantía de GFRP, puede concluirse que ninguno de los elementos de concreto reforzados y ensayados con este material, igualó o superó el comportamiento ante deflexiones de la losa de concreto reforzada con acero convencional.

El elemento que más se acercó al comportamiento, en cuanto a deflexiones, fue el de mayor cuantía de GFRP, 8 barras de $\frac{1}{2}$ ", lo cual es bastante si se considera que la losa de referencia estaba armada con 5 barras $\frac{1}{2}$ ".

7. Conclusiones y recomendaciones

7.1 Conclusiones

- El comportamiento a flexión de las losas de concreto reforzadas internamente con GFRP fue el esperado, dado que, se caracterizó por altas deflexiones y un número importante de fisuras, lo cual se debió al bajo módulo de elasticidad de las barras. Otra característica importante fue el comportamiento de los elementos al ser descargados, dado que fueron capaces de recuperar gran parte de la deflexión, pero siempre dejando una deformación permanente, la cual fue fácilmente perceptible. Esta es una de las grandes diferencias frente al elemento reforzado con acero convencional.
- Todas las losas reforzadas con barras de GFRP presentaron mayor capacidad de momento último en comparación con la losa reforzada con acero convencional, incluyendo el elemento diseñado para la misma capacidad de carga (LCGFRP-101). Esto debido a la mayor resistencia de las barras de GFRP.
- La metodología de cálculo de resistencia última para la estimación del momento nominal resistente, empleada en elementos de concreto reforzado con acero convencional, es acertada para elementos reforzados con barras de GFRP, corroborado con la relación entre momentos teóricos y experimentales que es muy cercana a 1 cuando no se emplea el coeficiente de reducción Φ .
- Como era de esperarse, cuando se aplican los coeficientes de reducción de resistencia al cálculo de la capacidad teórica por flexión, la relación de momentos $\Phi M_{nteo}/M_{reg}$ pasa a ser menor que la unidad, ofreciendo una capacidad teórica conservadora frente a la capacidad real, sobre todo para los elementos reforzados con barras de GFRP.
- Para todos los elementos reforzados con barras de GFRP, la falla determinada experimentalmente discrepó de la falla teórica, dado que se presentaron fallas por

102 Comportamiento a flexión de elementos de concreto reforzados con barras de GFRP

cortante debido a que se verificó la capacidad por medio de la ecuación indicada para concreto reforzado con acero convencional y no la especificada para concreto reforzado con FRP, tal como lo describe el ACI440.1R15. Esta falla presentó características típicas como la inclinación de la fisura y su localización en la zona de máximos esfuerzos cortantes.

- La expresión para la estimación de la capacidad por cortante del ACI 440.1R-15 para elementos reforzados con barras de GFRP en los cuales no se empleen estribos, conduce a espesores mayores comparados a los elementos reforzados con barras de acero convencional, debido a la baja rigidez que otorga la barra de GFRP al concreto.
- Para el cumplimiento de las deflexiones admisibles dadas por la NSR-10 en la tabla C.9.5 (a), correspondiente a un entrepiso vinculado a elementos no estructurales con potencial de daño por deflexiones, fue necesario aumentar la cuantía dada por 3 barras #4 de GFRP, requeridas por el diseño de resistencia última, a 8 barras #4 de GFRP. Lo cual refleja que el diseño estuvo gobernado por el estado límite de servicio de deflexiones del elemento.
- Ninguno de los elementos de concreto reforzados con barras de GFRP igualó o superó la rigidez de la losa de concreto reforzada con acero convencional. El elemento que más se acercó al comportamiento, en cuanto a deflexiones, fue el de mayor cuantía de GFRP, 8 barras de $\frac{1}{2}$ ", lo cual es bastante si se considera que la losa de referencia estaba armada con 5 barras $\frac{1}{2}$ ".
- En cuanto a la precisión de las metodologías de cálculo de deflexiones expresadas por Bischoof y Branson, se evidenció que dependen de la cuantía de refuerzo suministrada, dado que para el elemento LCGFRP-101, representativo de un diseño sub-reforzado, la metodología más acertada fue la de Branson, mientras que, para el elemento sobre-reforzado LCGFRP 104, la metodología más acertada fue la de Bischoff, aun cuando en ninguno de los dos casos la diferencia entre ambas metodologías es sustancial.
- Para el elemento reforzado con acero convencional, LCA706 105, la metodología de cálculo que mejor representa las deflexiones reales halladas en el ensayo es la

expuesta por Bischoff, resultado relevante si se considera que la metodología recomendada por la NSR-10 es la de Branson sin factor de modificación. Bajo la metodología de Branson la diferencia en la deflexión calculada es en promedio un 44%, mientras que con Bischoff es aproximadamente un 27% respecto a las deflexiones experimentales. Es importante resaltar que ambas metodologías subestiman las deflexiones.

7.2 Recomendaciones

- Se recomienda emplear siempre las expresiones para estimación de capacidad a cortante dadas por el ACI440.1 R-15, dado que estas incluyen el efecto de la baja rigidez de las barras de GFRP en el concreto y su alta fisuración.
- Se recomienda realizar experimentación sobre el comportamiento de las losas de concreto reforzadas con barras de GFRP ante esfuerzos puros de cortante, variando la resistencia a compresión del concreto, su cuantía y su espesor.
- En elementos de concreto reforzado con barras de GFRP, que no empleen estribos, se recomienda utilizar concretos de alta resistencia que permitan obtener las resistencias requeridas a cortante sin tener que recurrir a grandes espesores.
- En el diseño de elementos de concreto reforzados con barras de GFRP y sometidos a flexión, se recomienda continuar las investigaciones para establecer mejor el comportamiento de elementos sobre-reforzados, considerando que son permitidos por el ACI440.1R-15 y que las metodologías para el cálculo de deflexiones son más acertadas para este tipo de diseño.
- En el diseño de elementos de concreto reforzados con acero convencional y sometidos a flexión, se recomienda reevaluar la metodología para la determinación de la inercia efectiva del elemento una vez fisurado, dado que la expresión establecida por Branson y avalada por la NSR-10 subestima en gran manera las deflexiones reales de estos elementos.

8. Bibliografía

[1] NANNI, Antonio; De Luca, Antonio y Jawaheri Zadeh, Hany. Reinforced concrete with FRP bars. 1ra ed. New York: CRC Press, 2014. ISBN 9780415778824.

[2] American Concrete Institute ACI. ACI 440.1R-15: Guide for the Design and Construction Of Structural Concrete Reinforced With Fiber Polymer (FRP) Bars. Farmington Hills, 2015.

[3] ASTM D7205. Tensile properties of fiber reinforced polymer matrix composite bars. Conshohocken, USA: American Society for Testing and Materials; 2011. p. 12.

[4] ASTM D7913 / D7913M-14, Standard Test Method for Bond Strength of Fiber-Reinforced Polymer Matrix Composite Bars to Concrete by Pullout Testing, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2014, www.astm.org.

[5] GOORANORIMI, Omid; CLAURE, Guillermo; SUARIS, Wimal Y NANNI, Antonio. Bond-slip effect in flexural behavior of GFRP RC slab. Florida: Coral Gables, 2017.

[6] AL-SUNNA, Raed; PILAKOUTAS, Kypros; HAJIRASOULIHA, Iman y GUADAGNINI, Maurizio. Deflection behavior of FRP reinforced concrete beams and slabs: An experimental investigation. UK: Nottingham, 2011.

[7] EL-NEMR, Amr; A. AHMED, Ehab; EL SAFTY, Adel y BENMOKRANE, Brahim. Evaluation of the flexural strength and serviceability of concrete beams reinforced with different types of GFRP bars. Quebec: J1K 2R1, 2017.

-
- [8] ABDUL-SALAM, Bahira; SABRY FARGHALY, Ahmed; BENMOKRANE, Brahim. Mechanisms of shear resistance of one-way concrete slabs reinforced. Quebec: J1K 2R1, 2015.
- [9] OTALORA, Daniel. Comportamiento ante carga perpendicular al plano, de muros de mampostería en concreto, reforzados con barras FRP. Bogotá, 2017.
- [10] QUINTANA, Luis Alfonso. Comportamiento a flexión pura, de muros de mampostería en arcilla, reforzados con barras de FRP. Bogotá, 2017.
- [11] BENMOKRANE, Brahim and others. Designing and Testing of concrete bridge decks reinforced with glass FRP bars. Journal of Bridge Engineering - J BRIDGE ENG. 11. 10.1061/(ASCE)1084-0702(2006)11:2(217).
- [12] SEGURA, Jorge. Estructuras de Concreto. Séptima edición. Bogotá, 2011. ISBN 978-958-99888-0-0.
- [13] NSR-10, Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente. (2010). Asociación de Ingeniería Sísmica. Bogotá D.C.
- [14] OSPINA, C. E.; ALEXANDER, S.; and SHENG, J. J. Behaviour Of Concrete Slabs With Fibre-Reinforced Polymer Reinforcement. Structural Engineering Report No. 242, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Alberta, AB, Canada, 355 pp.
- [15] GARCÍA, Andrés. Comparación Entre Varillas de Acero A706 Gr 60. Y A615 Gr.60. Guatemala, 2018.

9. ANEXOS

- A. Anexo: Memoria de cálculo diseños estructurales losas de ensayo.**

DISEÑO DEL ELEMENTO REFORZADO CON GFRP POR METODO RESISTENCIA ÚLTIMA - LRFD

DISEÑO POR FLEXIÓN:

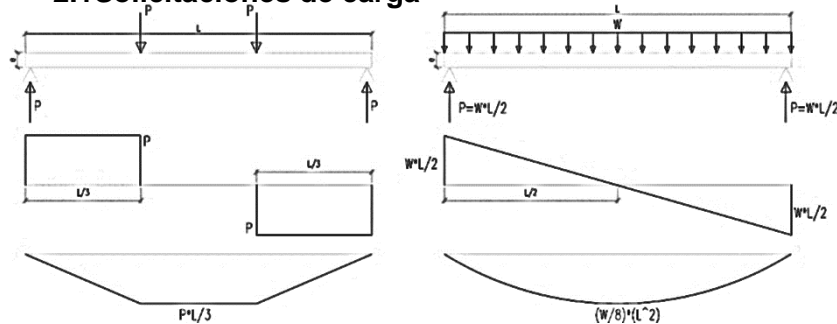
1. Propiedades de los materiales

Resistencia del concreto	F'_c	35,2 MPa
Factor de diseño de concreto	β_1	0,80
Resistencia a tensión FRP	F_{fu}^*	1346 MPa
Factor de reducción ambiental	CE	0,8
Resistencia de diseño FRP	F_{fu}	1077 MPa
Módulo de elasticidad FRP	E_f	61265 MPa
Deformación última del FRP	ϵ_{fu}	0,018
Deformación ultima en el concreto	ϵ_{cu}	0,003

2. Geometría de la sección

Ancho de la sección	b	1,00 m
Altura de la sección	h	0,20 m
Recubrimiento de concreto	rec	0,025 m
Altura útil de la sección	d	0,169 m
Longitud de la viga	L	4,00 m
Longitud de ensayo	L_e	3,80 m

2.1 Solicitaciones de carga



3. MOMENTO RESISTENTE Y CUANTÍA BALANCEADA DE LA SECCIÓN

A continuación, se hace el cálculo de la cuantía balanceada de la sección y su momento resistente balanceado.

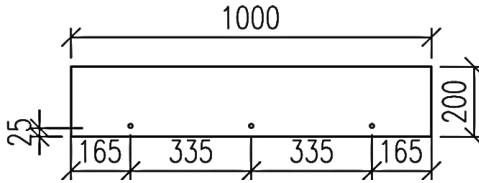
Cuantía Balanceada	ρ_{fb}	0,00325
Área de refuerzo de cuantía balanceada	A_s	548,0 mm ²
Relación Prof. Eje neutro bal/altura útil	k_b	0,15
Profundidad eje neutro balanceado	$k_b \cdot d$	0,025 m
Brazo de momento balanceado	J_d	0,159 m
Momento balanceado resistente	M_{nb}	93,69 kNm

4. CUANTÍAS DISPUESTAS PARA ENSAYOS

LOSA LCGFRP-101 - Cuantía 1

Refuerzo dispuesto		3 #4
Área de refuerzo dispuesto	As disp.	372,00 mm ²
Cuantía dispuesta	ρ disp.	0,00221
Modo de falla esperado		falla por tracción en el refuerzo

Separación libre del refuerzo:
0,32 m



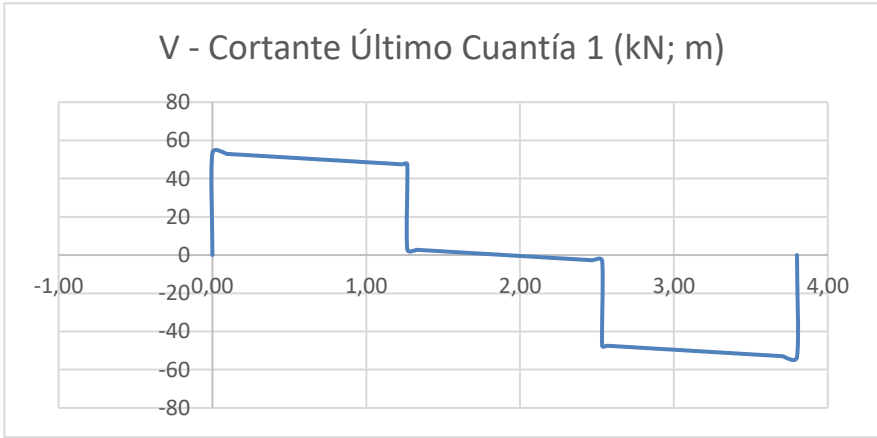
Resistencia de la sección

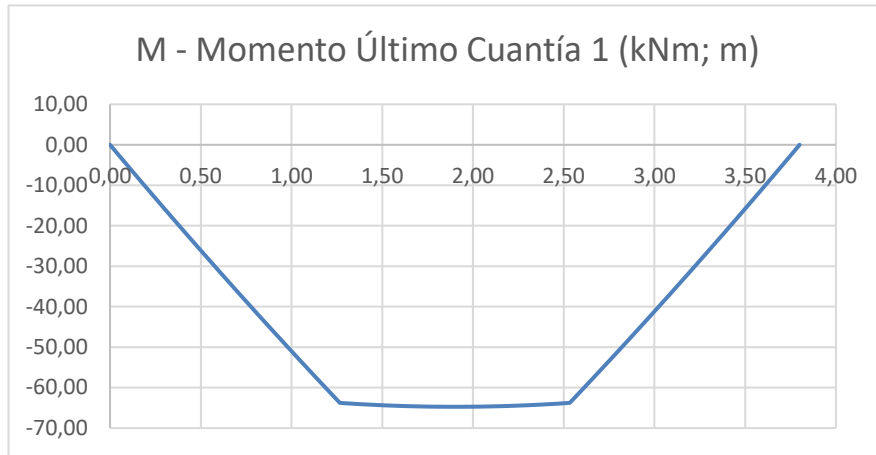
Posición del eje neutro	kd	0,018 m
Coefficiente β ₁		0,80
Brazo del momento resistente	jd	0,16 m
Momento resistente nominal	M _n	64,73 kNm

Carga a aplicar en los tercios

Momento provocado por Peso Propio	M ₁	8,66 kNm
Momento a generar por actuador	M ₂	56,07 kNm
Carga a aplicar en tercios por actuador	P	44,27 kN
	P	4,51 Ton

Carga total a aplicar máquina universal	2P	9,03 Ton
--	-----------	-----------------





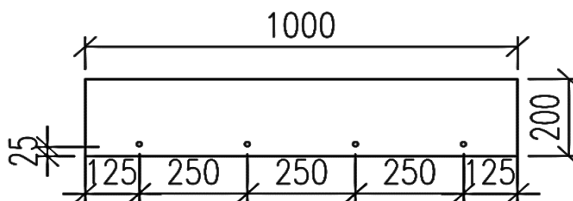
Cortante último máximo **53,39 kN**
¿Cumple la verificación por cortante? **si**
 Según ecuación C-11-3 de la NSR-10 **170,11 kN**
127,58 kN
13,01 Ton

Según ecuación ACI 440.1R15 (8.2a)	Vc	37,51	kN
	φVc	28,13	kN
		2,87	Ton
¿Cumple la verificación por cortante?		no	

LOSA LCGFRP-102 - Cuantía 2

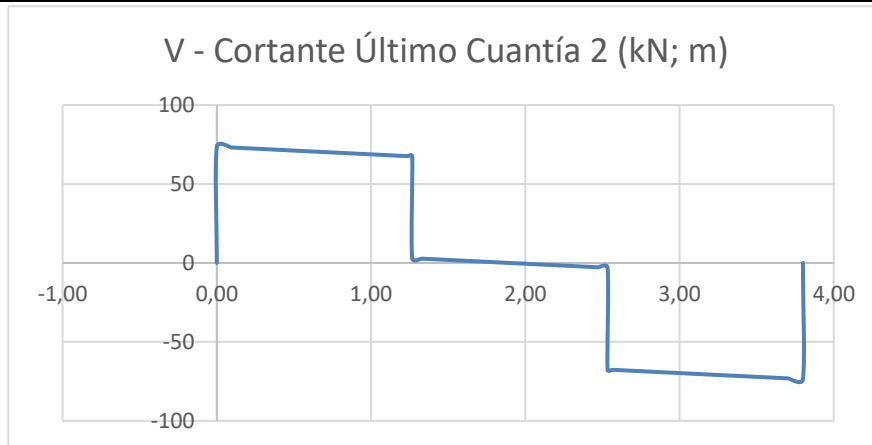
Refuerzo dispuesto		4 #4
Área de refuerzo dispuesto	As disp.	496,00 mm ²
Cuantía dispuesta	ρ disp.	0,00294
Modo de falla esperado		falla por tracción en el refuerzo

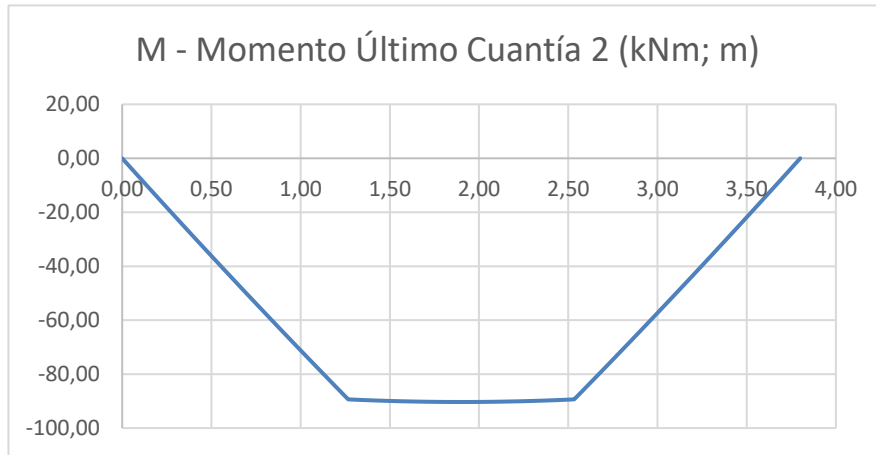
Separación libre del refuerzo:
0,24 m



Resistencia de la sección	k	0,14
Posición del eje neutro	kd	0,021 m
Coefficiente β ₁		0,80
Brazo del momento resistente	jd	0,16 m
Momento resistente nominal	M _n	85,53 kNm
Carga a aplicar en los tercios		
Momento provocado por Peso Propio	M ₁	8,66 kNm
Momento a generar por actuador	M ₂	76,86 kNm
Carga a aplicar en tercios por actuador	P	60,68 kN
	P	6,19 Ton

Carga total a aplicar máquina universal	2P	12,38 Ton
--	-----------	------------------





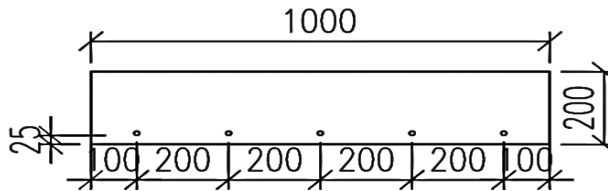
Cortante último máximo		73,58 kN
¿Cumple la verificación por cortante?		si
	Vn	170,11 kN
Según ecuación C-11-3 de la NSR-10	φVc	127,58 kN 13,01 Ton
	Vc	42,99 kN
Según ecuación ACI 440.1R15 (8.2a)	φVc	32,24 kN 3,29 Ton
¿Cumple la verificación por cortante?		no

LOSA LCGFRP-103 - Cuantía 3

Refuerzo dispuesto		5 #4
Área de refuerzo dispuesto	As disp.	620,00 mm ²
Cuantía dispuesta	ρ disp.	0,00368
Modo de falla esperado		falla por compresión en el concreto

Separación libre del refuerzo:

0,19 m

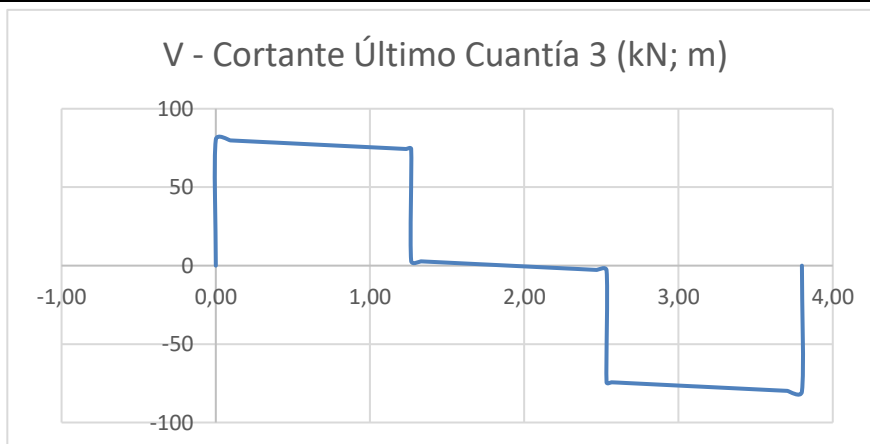


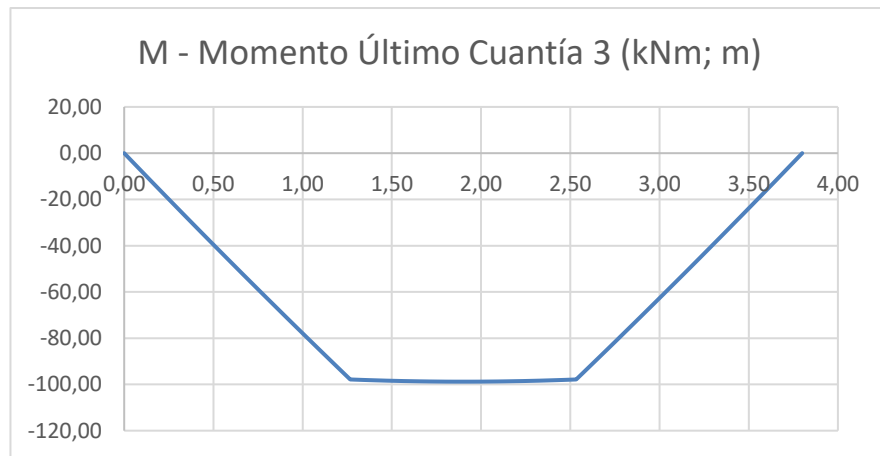
Resistencia de la sección	k	0,15
Posición del eje neutro	kd	0,026 m
Coefficiente β ₁		0,80
Brazo del momento resistente	jd	0,16 m
Momento resistente nominal	M _n	98,80 kNm

Carga a aplicar en los tercios

Momento provocado por Peso Propio	M1	8,66 kNm
Momento a generar por actuador	M2	90,14 kNm
Carga a aplicar en tercios por actuador	P	71,16 kN
	P	7,26 Ton

Carga total a aplicar máquina universal	2P	14,51 Ton
--	-----------	------------------



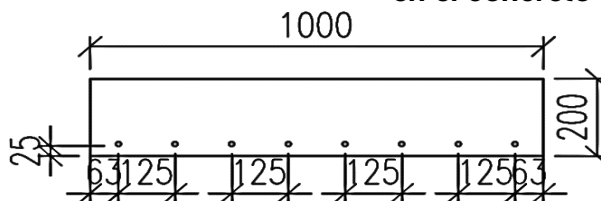


Cortante último máximo		80,28 kN
¿Cumple la verificación por cortante?		si
	Vn	170,10 kN
Según ecuación C-11-3 de la NSR-10	ϕVc	127,58 kN
		13,01 Ton
	Vc	47,73 kN
Según ecuación ACI 440.1R15 (8.2a)	ϕVc	35,80 kN
		3,65 Ton
¿Cumple la verificación por cortante?		no

LOSA LCGFRP-104 - Cuantía 4

Refuerzo dispuesto		8 #4
Área de refuerzo dispuesto	As disp.	992,00 mm ²
Cuantía dispuesta	ρ disp.	0,00588
Modo de falla esperado		falla por compresión en el concreto

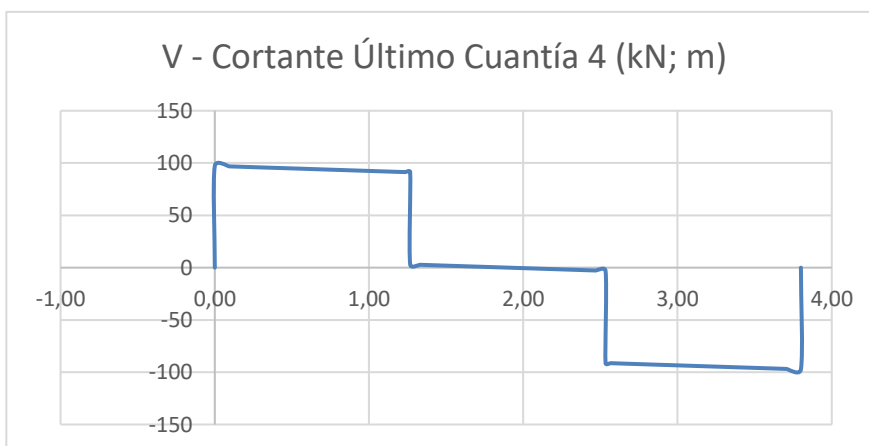
Separación libre del refuerzo:
0,11 m

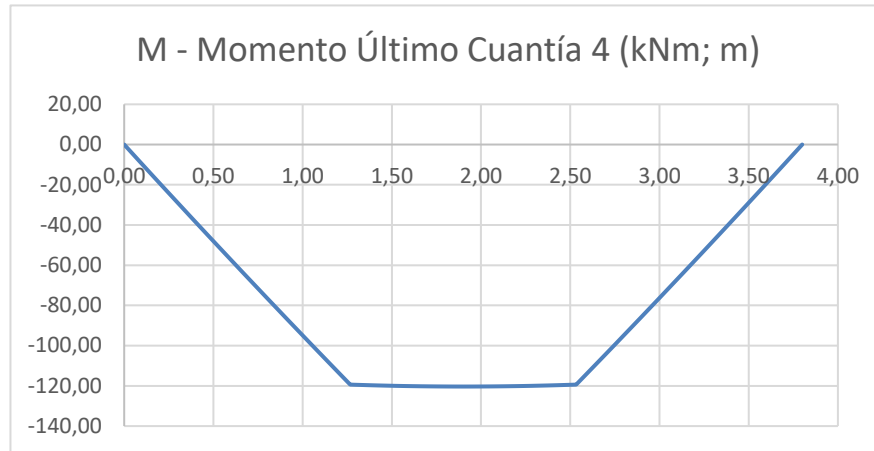


Resistencia de la sección	k	0,19
Posición del eje neutro	kd	0,032 m
Coefficiente β ₁		0,80
Brazo del momento resistente	jd	0,16 m
Momento resistente nominal	M _n	120,33 kNm

Carga a aplicar en los tercios		
Momento provocado por Peso Propio	M ₁	8,66 kNm
Momento a generar por actuador	M ₂	111,67 kNm
Carga a aplicar en tercios por actuador	P	88,16 kN
	P	8,99 Ton

Carga total a aplicar máquina universal	2P	17,98 Ton
--	-----------	------------------



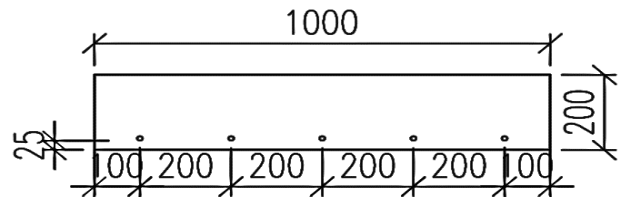


Cortante último máximo	97,28 kN
¿Cumple la verificación por cortante?	si
Según ecuación C-11-3 de la NSR-10	Vn 170,11 kN
	φVc 127,58 kN
	13,01 Ton
Según ecuación ACI 440.1R15 (8.2a)	Vn 59,39 kN
	φVc 44,54 kN
	4,54 Ton
¿Cumple la verificación por cortante?	no

LOSA LCA706-105 - LOSA CON ACERO ASTM A706

Refuerzo dispuesto		5 #4
		0 #5
Área de refuerzo dispuesto	As disp.	645,00 mm ²
Cuantía dispuesta	ρ disp.	0,00371
Modo de falla esperado		falla por tracción en el refuerzo

Separación libre del refuerzo:
0,22 m

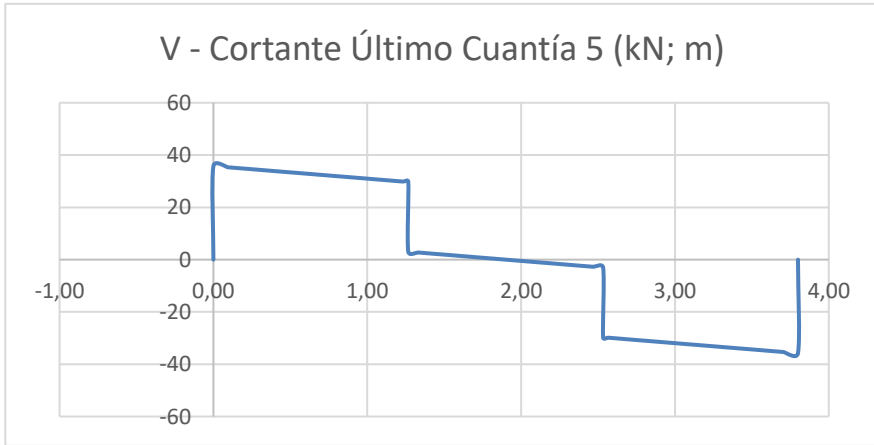


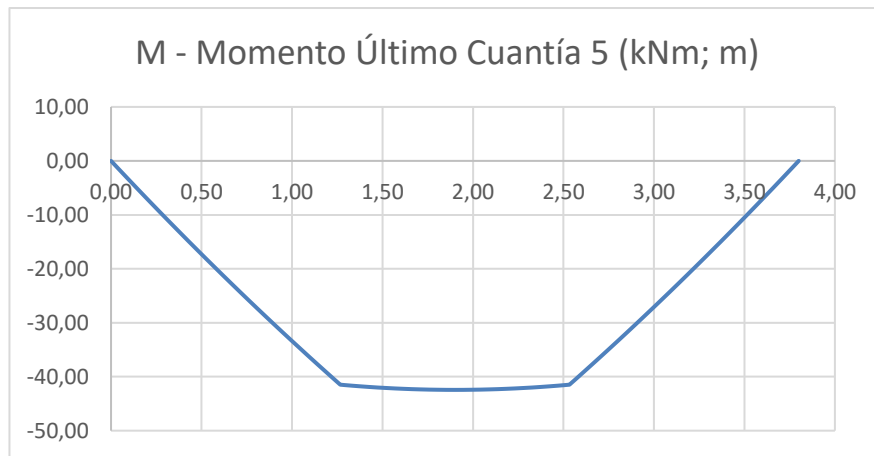
Resistencia de la sección	k	0,26
Posición del eje neutro	kd	0,042 m
Coefficiente β ₁		0,80
Brazo del momento resistente	jd	0,16 m
Momento resistente nominal	M _n	42,43 kNm

Carga a aplicar en los tercios

Momento provocado por Peso Propio	M1	8,66 kNm
Momento a generar por actuador	M2	33,77 kNm
Carga a aplicar en tercios por actuador	P	26,66 kN
	P	2,72 Ton

Carga total a aplicar máquina universal	2P	5,44 Ton
--	-----------	-----------------





Cortante último máximo	35,78 kN
¿Cumple la verificación por cortante?	si
Según ecuación C-11-3 de la NSR-10	Vn
	175,15 kN
	φVc
	131,36 kN
	13,40 Ton

**B. Anexo: Construcción de
elementos y ensayos de materiales.**

Construcción de elementos

Descripción

Las losas de concreto reforzado con GFRP y ASTM A706 se construyeron en el laboratorio de la Escuela Colombiana de Ingeniería “Julio Garavito” con materiales aportados por la misma, así como la mano de obra.

Elaboración de concreto - mezcla de prueba

La mezcla de prueba tiene como objetivo verificar el diseño de mezcla definido para alcanzar la resistencia a compresión especificada para el concreto, en este caso, 35,2 MPa.

El resultado del diseño de mezcla son las cantidades de materiales por metro cubico de concreto a elaborar, estos datos se presentan en la Tabla B - 1.

Tabla B - 1 Diseño mezcla de concreto

Material	Unidad	Valor
Cemento Estructural	kg/m ³	492,70
Arena (corregida)	kg/m ³	844,60
Grava (corregida)	kg/m ³	722,60
Agua	Lt/m ³	191,1

- Elaboración de cilindros de prueba

Con el anterior diseño de mezcla se elaboraron seis (6) cilindros de concreto ajustados dimensionalmente a lo especificado por la NSR-10, diámetro de 10 cm y altura de 20 cm. Estos cilindros se desencofraron a las 24 horas y se llevaron inmediatamente a las piscinas de curado, agua y cal, como ordena la norma. Allí permanecieron todo el tiempo hasta el día de su falla, según el programa de ensayos.

- Ensayos a compresión en cilindros de prueba

Se establecieron ensayos a los 7, 21 y 28 días, a continuación, se presentan las tablas con los resultados de cada uno de estos ensayos y su registro fotográfico:

Tabla B - 2 Ensayo a 7 días cilindros de prueba

Ensayo a 7 días – mezcla de prueba			
Cilindro	Carga de falla (kg)	Esfuerzo de falla (MPa)	Porcentaje de resistencia de diseño
Cilindro 1	23000	28,72	82%
Cilindro 2	22400	27,97	80%

Tabla B - 3: Ensayo a 21 y 28 días cilindros de prueba

Ensayo a 21 días – mezcla de prueba			
Cilindro	Carga de falla (kg)	Esfuerzo de falla (MPa)	Porcentaje de resistencia de diseño
Cilindro 1	27000	34,30	97%
Cilindro 2	29700	37,80	107%
Ensayo a 28 días – mezcla de prueba			
Cilindro	Carga de falla (kg)	Esfuerzo de falla (MPa)	Porcentaje de resistencia de diseño
Cilindro 1	28400	35,50	100%
Cilindro 2	28450	35,52	101%

A continuación, las fotografías del ensayo realizado:

Fotografía B - 1 Diámetro cilindro de prueba



Fotografía B - 1 Altura cilindro de prueba



Fotografía B - 2 Cilindro de prueba fallado



Fotografía B - 3 Carga de falla cilindro 1 de prueba



Fotografía B - 4 Carga de falla cilindro 2 de prueba



Se evidenció falla en planos verticales del cilindro, indicativo de la alta resistencia del concreto por sollicitación de compresión.

El resultado de los ensayos en la mezcla de prueba fue la confirmación del correcto diseño para la resistencia especificada. Una vez determinado esto se procedió a la construcción de los elementos, conservando para todos los diseños de mezcla inicial.

Construcción de elementos

Elemento LCGFRP-102

- Armado de formaleta

Se empleó formaleta metálica para conformar los laterales de la losa de concreto y elementos de madera para conformar los frentes. Solo se emplearon elementos para la contención lateral del concreto, pues el piso del laboratorio sirvió como formaleta para la base del elemento, previo cubrimiento con polietileno para impedir la adherencia del concreto al piso.

La formaleta se armó garantizando las siguientes dimensiones del elemento:

- Espesor: 20 cm
- Longitud: 400 cm
- Ancho: 100 cm

A continuación, fotografía de la formaleta:

Fotografía B - 5 Formaleta empleada para elaboración de losas



- Armado del refuerzo

Se emplearon cuatro (4) barras de refuerzo de GFRP con diámetro de 1,25 cm, separadas entre ellas a una distancia de 25 cm y de 12,5 cm a los bordes de la losa. El recubrimiento, garantizado por medio de espaciadores, fue de 2,5 cm.

A continuación, fotografías del armado de refuerzo:

Fotografía B - 6 Diámetro de las barras de GFRP



Fotografía B - 7 Separación del refuerzo



Fotografía B - 8 Disposición de refuerzo elemento LCGFRP-102



- Fabricación del concreto y fundida del elemento

Todos los materiales necesarios para la elaboración del concreto fueron pesados antes de ingresarlos en la mezcladora, esto con el fin de garantizar el cumplimiento de la mezcla; sin embargo, fue necesario aumentar la cantidad de agua por diseño, pues en la primera mezcla se evidenció poca manejabilidad del material que dificultaba la colocación en la formaleta, pasando de 16 a 18 litros por bulto de cemento.

Fotografía B - 9 Peso de material para mezcla



Fotografía B - 10 Ensayo de asentamiento de mezcla



Se realizó ensayo del cono de Abrahams para establecer valor de asentamiento de la mezcla, el cual dio como resultado 11,5 cm, acorde a lo esperado para un elemento tipo losa como es el caso.

A continuación, fotografías del proceso de fabricación del elemento:

Fotografía B - 11 Proceso de fundida del elemento LCGFRP-102



Fotografía B - 12 Proceso de fundida del elemento LCGFRP-102



Fotografía B - 13 Elemento fundido LCGFRP-102



Para la verificación de la resistencia requerida en el concreto, se realizaron ocho (8) cilindros con la mezcla elaborada para la losa, los cuales tienen dimensiones de 10 cm de diámetro y 20 cm de altura.

Una vez finalizada la colocación del concreto, se esperó seis (6) horas para dar inicio al proceso de curado, el cual se hizo aplicando agua entre cada 3 y 4 horas, con la ayuda del personal de vigilancia de la Escuela durante el fin de semana. Este proceso se llevó a cabo hasta los 21 días como mínimo.

Fotografía B - 14 Cilindros de prueba elemento LCGFRP-102



▪ Ensayo a compresión de cilindros LCGFRP-102

Para este elemento se tomaron 8 cilindros de las mismas dimensiones que los empleados en la mezcla de prueba, y bajo el mismo procedimiento para su ensayo. La Tabla B - presenta los resultados de la resistencia a compresión de los cilindros para 7, 21 y 28 días.

Tabla B - 4: Ensayo a 7, 21 y 28 días cilindros losa LCGFRP-102

Ensayo de cilindros LCGFRP-102						
Cilindro	Esfuerzo de falla a 7 días (MPa)		Esfuerzo de falla a 21 días (MPa)		Esfuerzo de falla a 28 días (MPa)	
Cilindro 1	35,52	100%	38,70	110%	35,52	100%
Cilindro 2	35,46	100%	37,46	106%	41,83	119%

Como se evidencia, la resistencia adquirida por los cilindros fue igual o superior a la resistencia especificada de diseño.

A continuación, fotografías de los cilindros ensayados:

Fotografía B - 15 Cilindro 1 fallado elemento LCGFRP-102



Fotografía B - 16 Cilindro 2 fallado elemento LCGFRP-102



Fotografía B - 17 Cilindro 3 fallado elemento LCGFRP-102



Fotografía B - 18 Carga de falla cilindro fallado elemento LCGFRP-102



**C. Anexo: Ciclos de carga y
descarga.**

CICLOS DE CARGA LOSA LCGFRP-101

En la Tabla C -1 se presenta la carga hasta la cual se llevó el ensayo en cada uno de los cuatro (4) ciclos:

Tabla C - 1: Cargas alcanzadas por ciclo – Losa LCGFRP-101

Ciclo	Carga inicial (kg)	Carga final (kg)
1	300	800
2	300	2300
3	300	4000
4	300	8000

A continuación, se presentan las gráficas de carga versus deflexión en el centro de luz para cada ciclo, tanto en carga como en descarga, exceptuando el último ciclo pues corresponde al de falla.

Figura C - 1 Ciclo de carga 1 LCGFRP-101

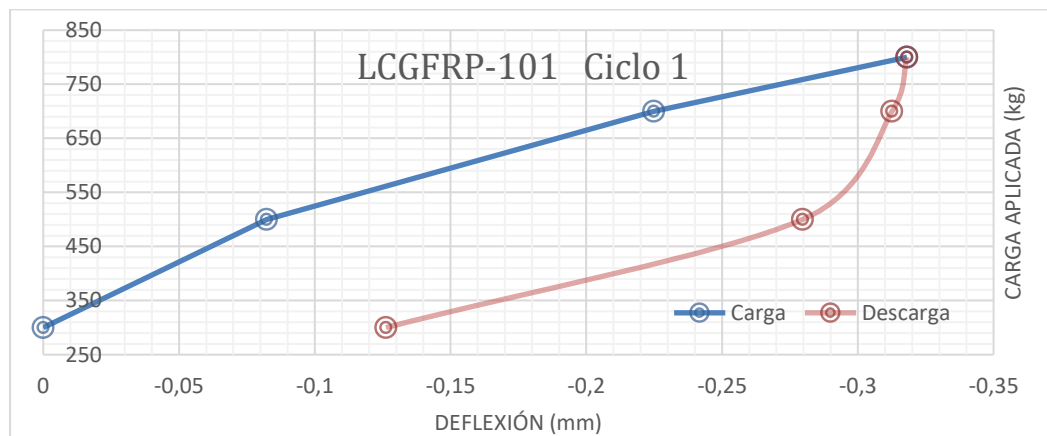


Figura C - 2 Ciclo de carga 2 LCGFRP-101

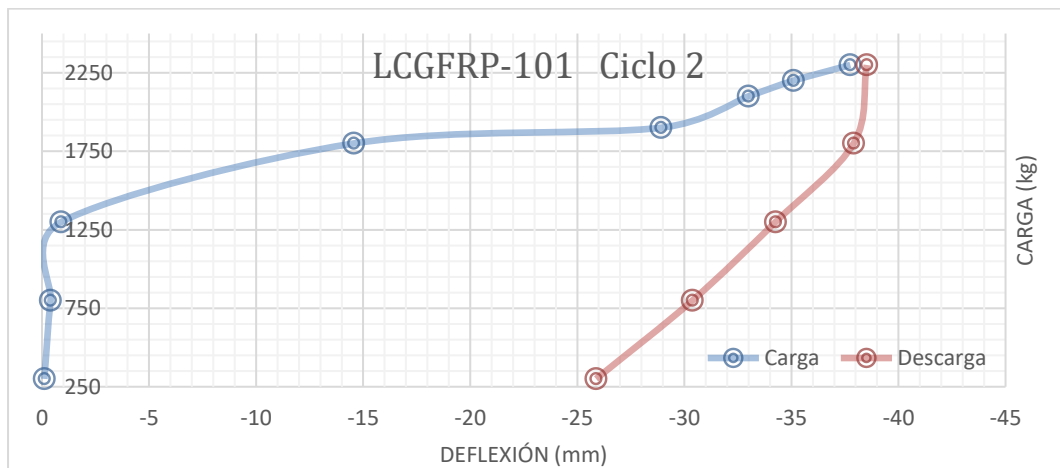


Figura C - 3 Ciclo de carga 3 LCGFRP-101

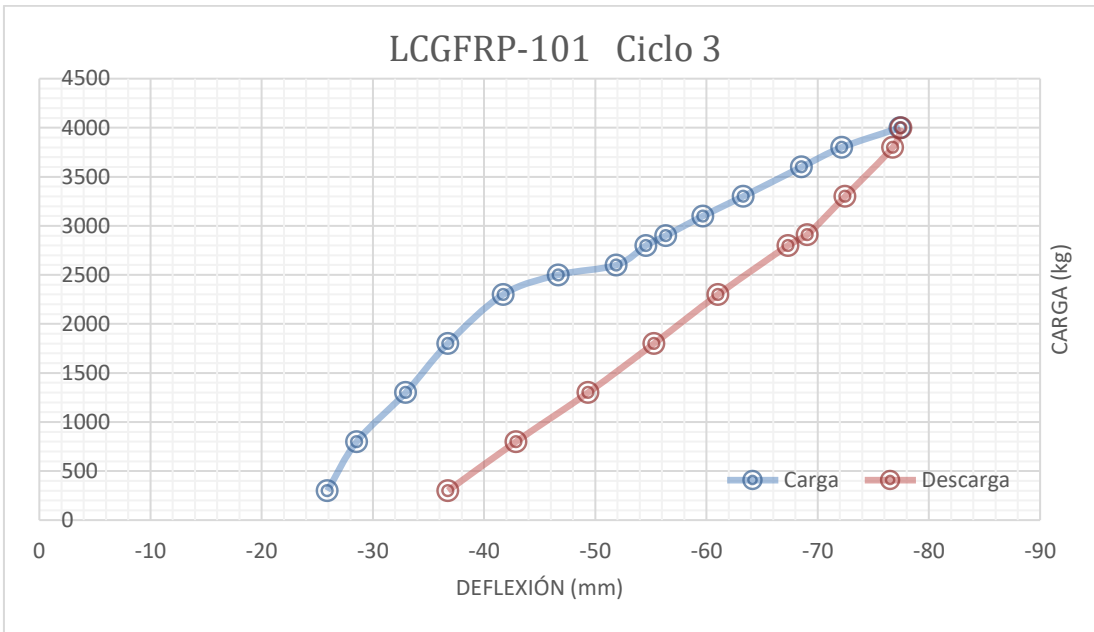
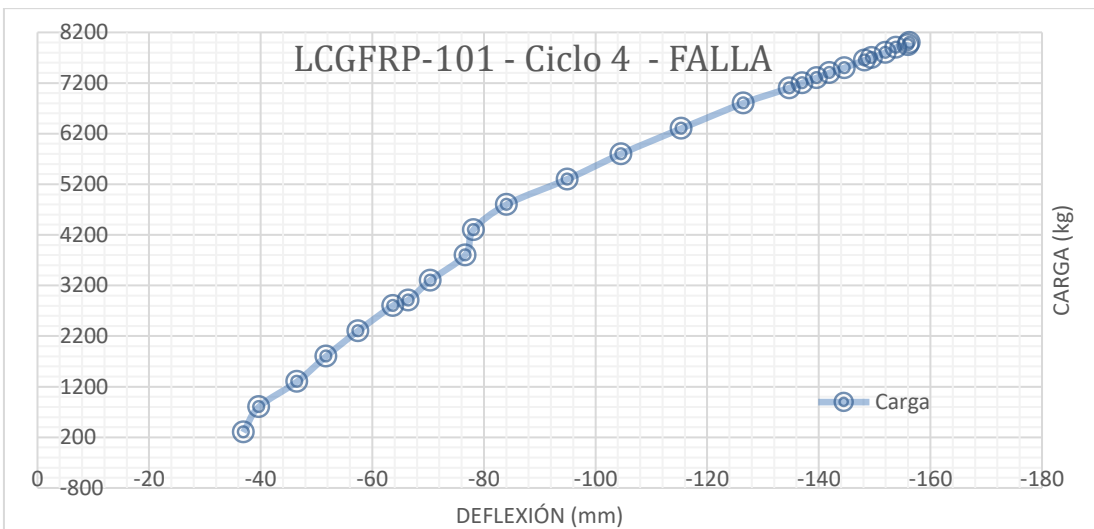


Figura C - 4 Ciclo de carga 4 LCGFRP-101



El cuarto ciclo de carga, Figura C - 4, inicia desde la precarga de 300 kg y una deflexión permanente de 37 mm dejada por el ciclo anterior. En este ciclo se llevó hasta la falla al elemento, sin embargo, nunca colapsó y la falla se evidenció por la formación de grandes fisuras diagonales, tema que se discutirá más adelante. La carga última registrada fue 8000 kg.

En la Figura 6 - 15 se superponen las gráficas de todos los ciclos de carga llevados a cabo para la losa LCGFRP-101, allí se evidencia que cada ciclo dejó una deformación

permanente, pero que la deflexión de mayor magnitud ocurrió en el segundo ciclo de carga y descarga, precisamente en el cual se esperaría el rango de carga de servicio de la losa en un entrepiso de una edificación normal. La deflexión permanente del segundo ciclo fue de 26 mm, cuando lo esperado era alrededor de 11 mm. En la Tabla C – 2 se presenta el resumen de deflexiones y cargas alcanzadas por ciclo.

Figura C - 5 Ciclos de carga superpuestos LCGFRP-101

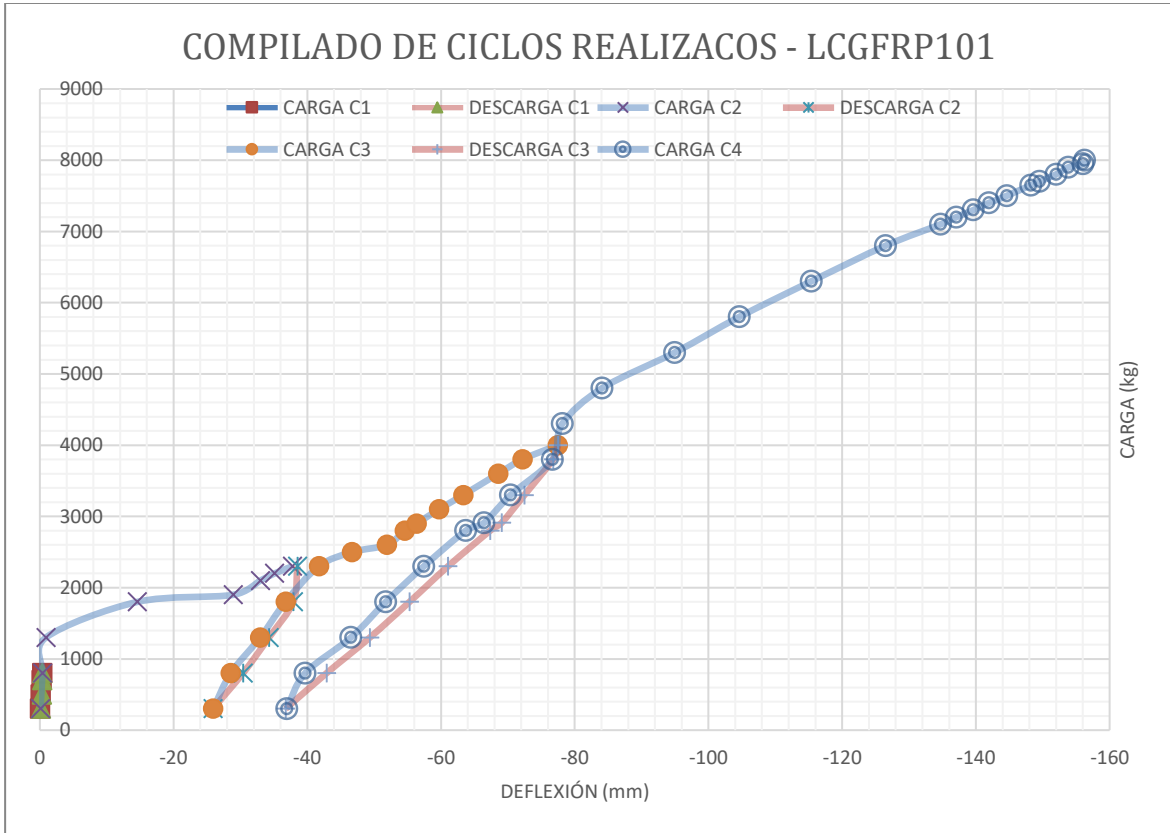


Tabla C – 2 Resumen de deflexiones y cargas alcanzadas – Losa LCGFRP-101

	Deflexión inicial (mm)	Deflexión máxima registrada en carga (mm)	Deflexión permanente al final de la descarga (mm)	Carga máxima alcanzada (kg)
1	0,00	0,32	0,13	800
2	0,11	38,50	26,00	2300
3	25,90	77,51	36,75	4000
4	36,90	156,25	55,00 (ver nota 1)	8000

Nota 1: la deflexión permanente al final del ciclo 4 se midió en la cinta métrica adherida al elemento.

CICLOS DE CARGA LOSA LCGFRP-102

El ensayo de este elemento fue el primero en realizarse, por tanto, sirvió como experiencia previa para los demás ensayos en cuanto al comportamiento esperado durante el proceso de carga, así, a diferencia de los de los cuatro (4) ciclos programados inicialmente, este presenta ocho (8) ciclos.

La razón de esto obedece al comportamiento del elemento durante los primeros ciclos de carga, pues antes de lograr el 50% de la carga teórica de rotura, el elemento se fisuraba y el equipo hidráulico se descargaba sin poder aumentar uniformemente la carga en el tiempo, razón por la cual se procedía a realizar una descarga controlada (tomando datos de deflexión) para iniciar nuevamente el ciclo, esto condujo a la realización de tres (3) ciclos adicionales antes de lograr el segundo ciclo programado (50% de la carga de rotura).

Un octavo ciclo se realizó debido a que la losa después de llegar al 100% de la carga teórica de falla no presentó colapso, por lo cual se procedió a descargarla y realizar un nuevo ciclo hasta llevarla a su falla.

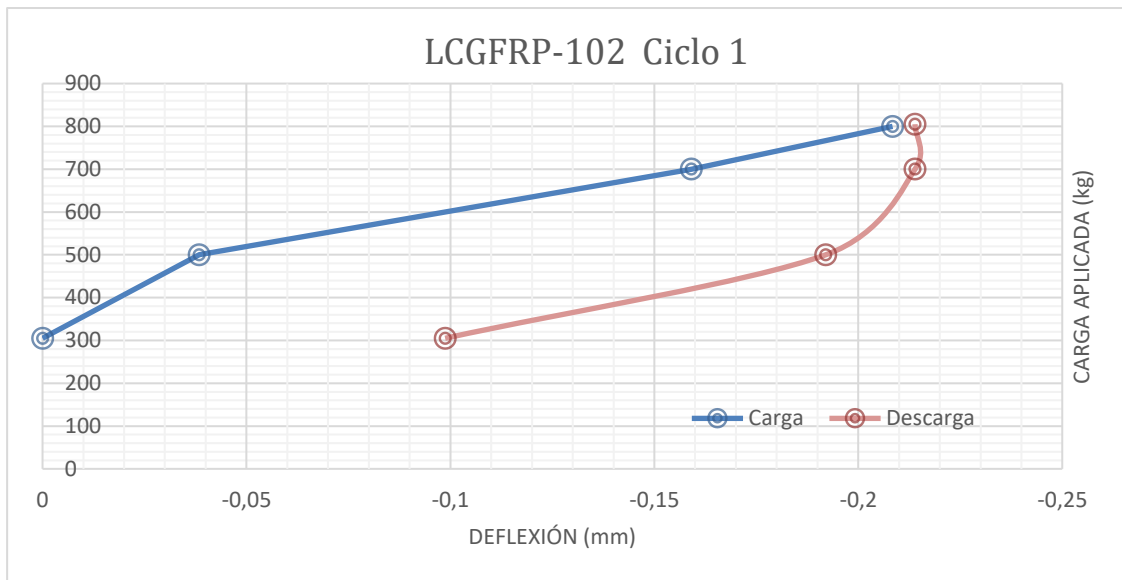
En la Tabla C - 3 se presenta la carga hasta la cual se llevó el ensayo en cada uno de los ocho (8) ciclos:

Tabla C - 3: Cargas alcanzadas por ciclo – Losa LCGFRP-102

Ciclo	Carga Inicial (kg)	Carga final (kg)
1	300	800
2*	300	1800
3*	300	2500
4*	300	2300
5	300	6200
6	300	7800
7	300	12380
8*	300	12380
*	Ciclos adicionales no programados	

A continuación, se presentan las gráficas de carga versus deflexión en el centro de luz para cada ciclo, tanto en carga como en descarga, exceptuando el último ciclo pues corresponde al de falla.

Figura C - 6 Ciclo de carga 1 LCGFRP-102



- Segundo, tercer y cuarto ciclo de carga

El segundo ciclo de carga inició con la precarga y finalizó en 1800 kg, sin lograrse el objetivo de llegar al 50% de la carga, esto debido a que el equipo hidráulico experimentaba pérdida de carga y no lograba aumentarla de forma uniforme al tiempo que se iniciaba la fisuración. Con el fin de prevenir una falla prematura del elemento, se decidió descargarlo y volverlo a cargar, iniciando así un tercer ciclo de carga.

En este segundo ciclo de carga, la rigidez calculada del elemento disminuyó a 1383,54 kgf/mm.

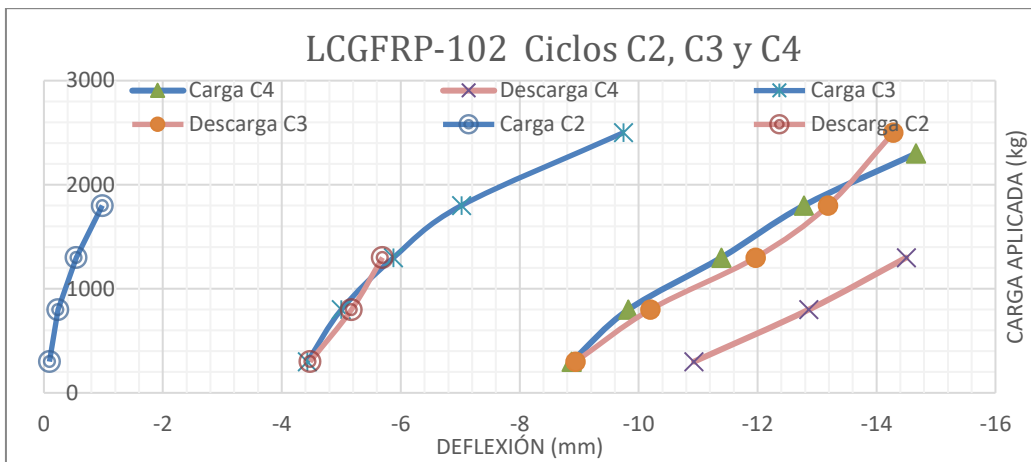
El tercer ciclo de carga logró llegar hasta 2500 kg, momento en el cual se presentó el mismo fenómeno descrito antes, acompañado de nueva fisuras y aumento de las existentes, reflejándose en una nueva disminución de la rigidez, 535,40 kgf/mm. Al igual que en el segundo ciclo, se decidió descargar y volver a cargar iniciando así el cuarto ciclo. El cuarto ciclo de carga alcanzó 2300 kg antes de que el equipo empezara nuevamente a descargarse y se decidiera descargar y cargar nuevamente para iniciar un quinto ciclo. Para este ciclo la rigidez disminuyó a 367,27 kgf/mm.

Para los ciclos de carga descritos antes se registraron las deflexiones del elemento en el centro de luz, estas gráficas, debido a que registraron casi la misma carga final, se resumen en

Figura C - 7.

Las primeras fisuras del elemento se identificaron alrededor de 1800 kg, por lo cual se considera que el cálculo de la carga teórica de fisuración de 1590 kg es acertado.

Figura C - 7 Ciclos de carga 2, 3 y 4 LCGFRP-102



El quinto ciclo realizado logró un aumento gradual de carga sin interrupciones, tal vez, porque luego de la fisuración inicial el refuerzo de GFRP empezó a tomar deformaciones por tensión, este ciclo de carga llegó hasta 6200 kg (50% de la carga teórica de falla). Los datos recopilados para este ciclo de carga se resumen en la Figura C - 8.

Figura C - 8 Ciclo de carga 5 - LCGFRP-102

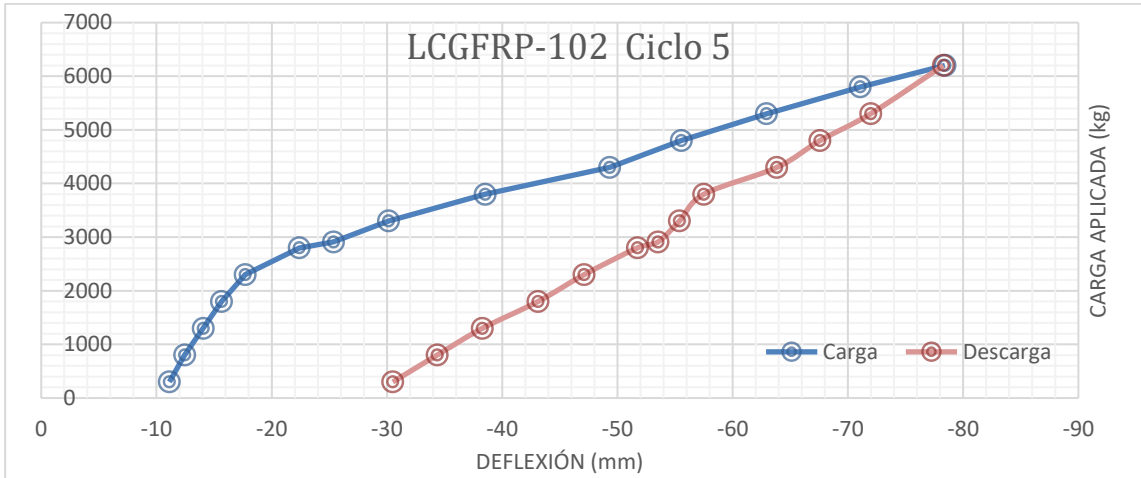


Figura C – 9 Ciclos de carga 6 – LCGFRP-102

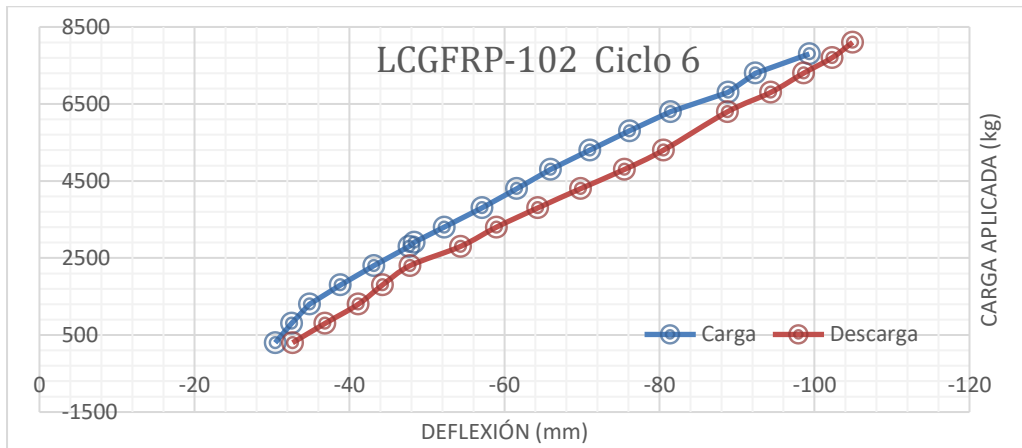


Figura C – 9 Ciclos de carga 7 – LCGFRP - 102

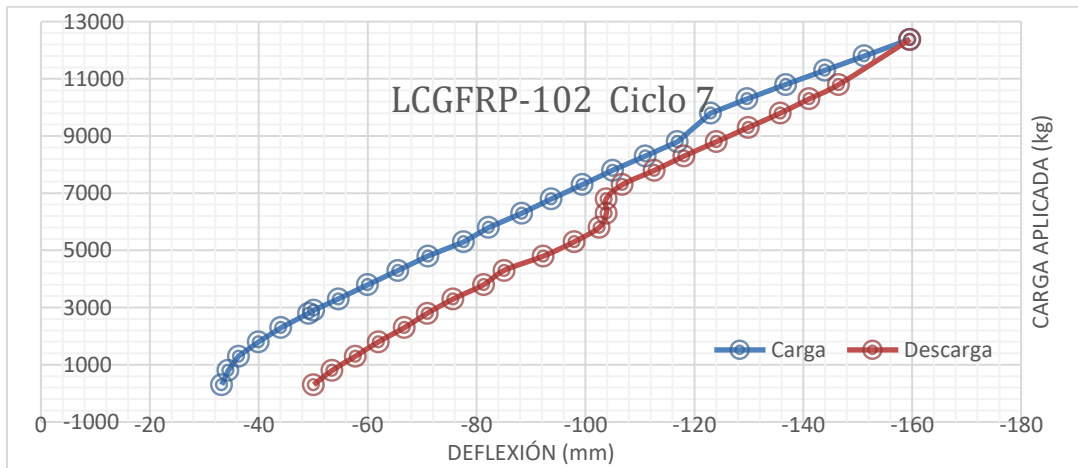
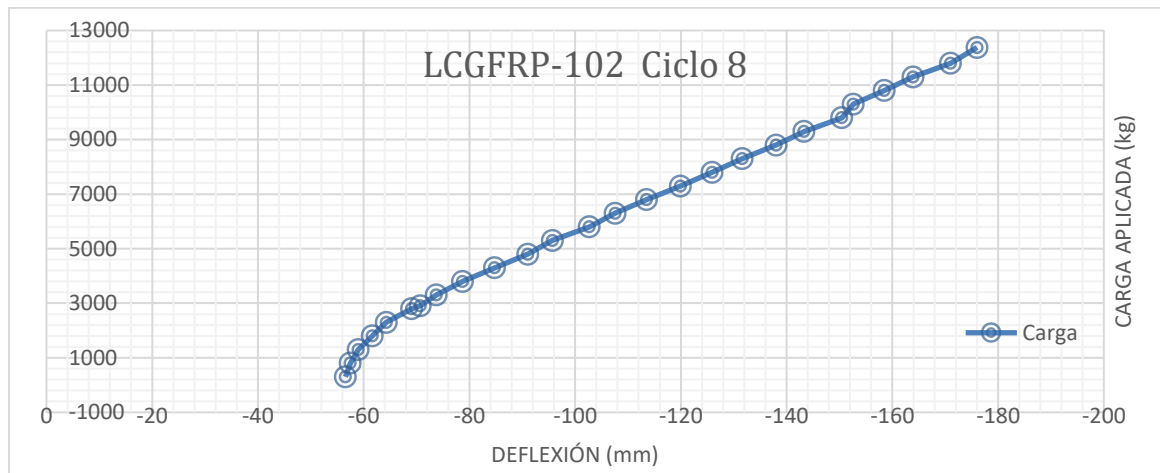
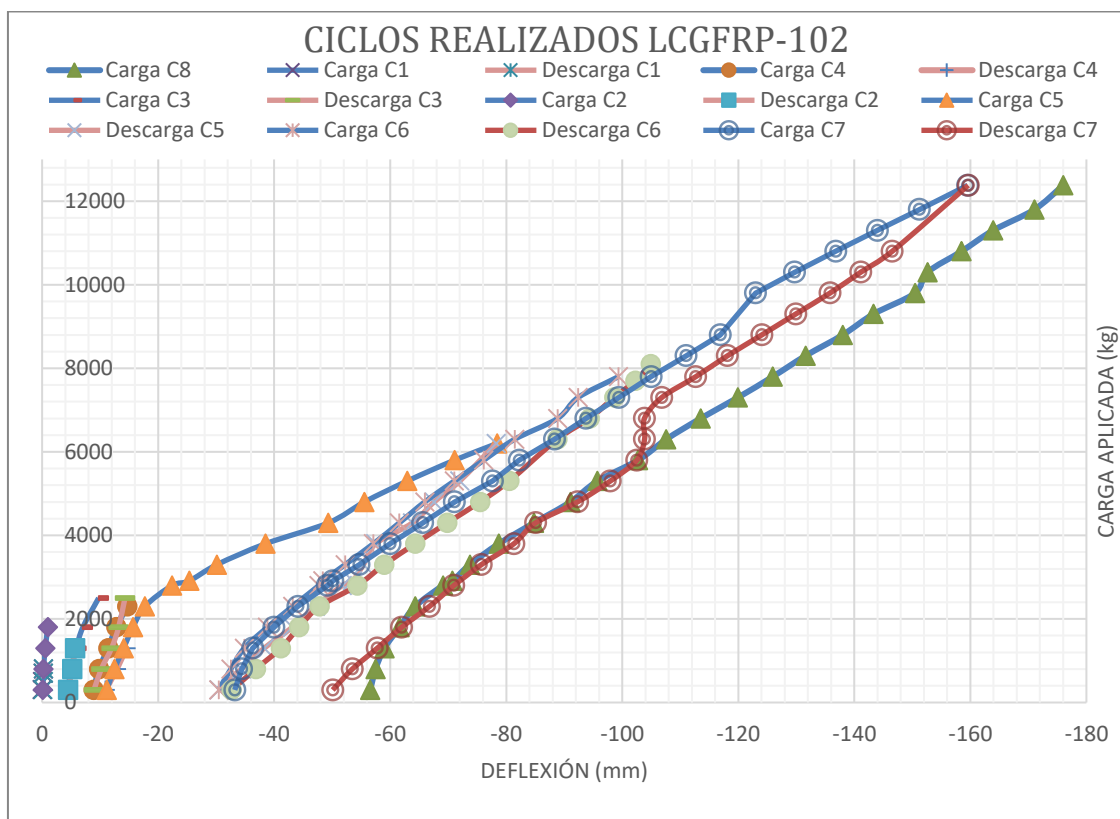


Figura C - 10 Ciclos de carga 7 - LCGFRP-102



Todos los ciclos de carga realizados para el elemento LCGFRP-102 se compilan en la Figura C - 10.

Figura C – 10 Ciclos compilados de carga – LCGFRP – 102



En la Tabla C -4 se presenta el resumen de deflexiones y cargas alcanzadas por cada ciclo. Allí se puede evidenciar que la mayor deflexión permanente se registró en el quinto ciclo, es decir, luego de sobre pasar las cargas de servicio.

Tabla C - 4: Resumen deflexiones y cargas alcanzadas – Losa LCGFRP-102

Ciclo	Deflexión inicial (mm)	Deflexión máxima registrada en carga (mm)	Deflexión permanente al final de la descarga (mm)	Carga máxima alcanzada (kg)
1	0,00	0,21	0,099	800
2	0,099	5,69	4,47	1800
3	4,47	14,28	8,94	2500
4	8,94	16,33	10,93	2300
5	11,11	78,42	30,51	6200
6	30,51	99,34	32,66	7800
7	33,21	159,50	50,09	12380
8	56,55	176,00	NA	12380

CICLOS DE CARGA LOSA LCGFRP-103

En este ensayo se presentaron fallas en la estabilidad del montaje que repercutieron en el sistema de almacenamiento de datos, resultado en una pérdida parcial de éstos.

Para el elemento LCGFRP-103 se realizaron seis (6) ciclos de carga, de los cuales solo se logró obtener datos experimentales de deflexión para los dos primeros y quinto ciclo.

La Tabla 6C- 5 presenta la carga hasta la cual se llevó el ensayo en cada uno de los seis ciclos realizados.

Tabla 6C- 5: Cargas alcanzadas por ciclo – Losa LCGFRP-103

Ciclo	Carga inicial (kg)	Carga final (kg)
1	230	800
2	300	2600
3	300	6800
4	300	12800
5	300	6800
6	300	13800

A continuación, se presentan las gráficas de carga versus deflexión en el centro de luz para los ciclos registrados.

Figura C - 11 Ciclos de carga 1 LCGFRP-103

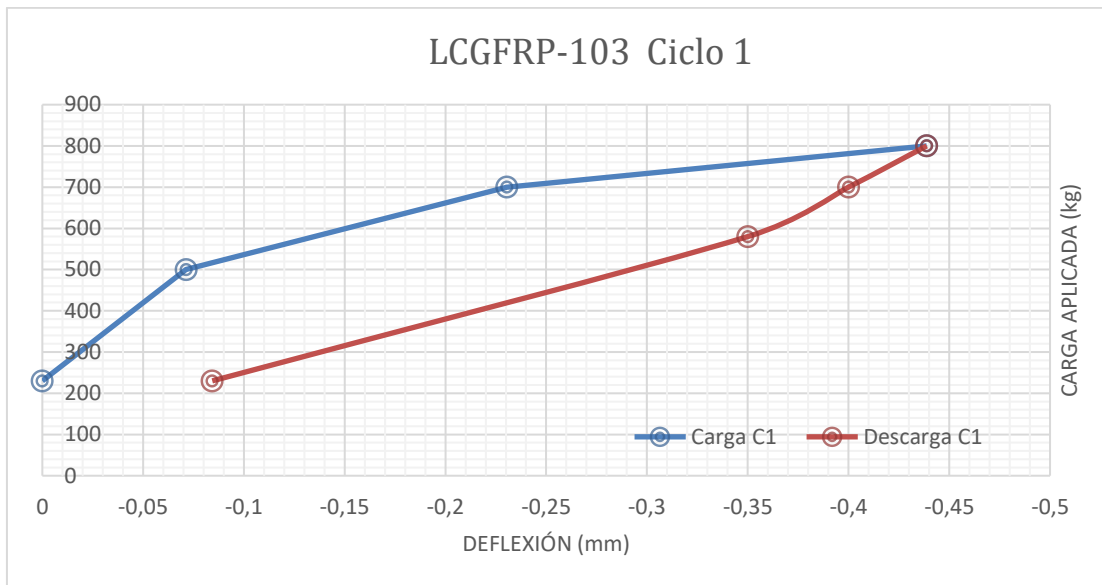
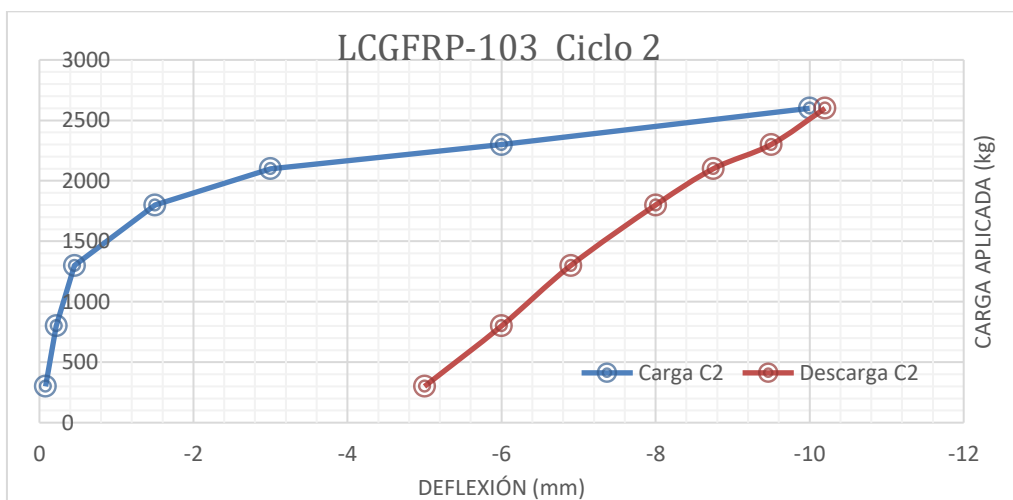
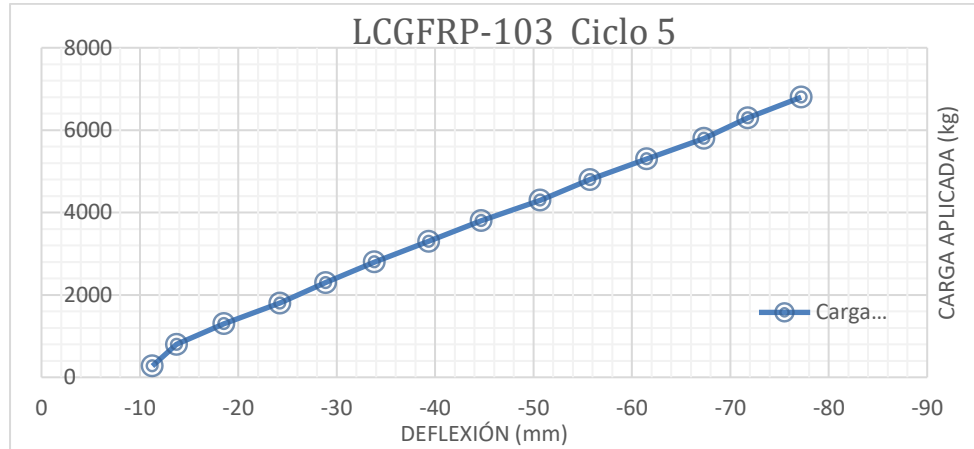


Figura C - 12 Ciclo de carga 2 LCGFRP-103



El siguiente ciclo de carga que registró datos de deflexión en función de la carga fue el quinto, la Figura C - 3 presenta la gráfica de carga.

Figura C - 13 Ciclos de carga 5 LCGFRP-103



A pesar de no tener registros de deflexiones en el sexto ciclo, el cual llevó al elemento hasta la falla en 13800 kg, con los datos recopilados en el quinto ciclo y la experiencia de los ensayos previos, se procedió a calcular la ecuación de la recta que mejor se ajustaba a los puntos representados en la Figura C - 4, exceptuando los primeros cuatro puntos de carga, por considerarlos no representativos del comportamiento general a flexión del elemento en estado último de cargas.

Esta expresión matemática es:

$$P = -92,83 (y) + 543,11$$

P: Carga aplicada por el equipo hidráulico (kg)

y: Deflexión (negativa) en el centro de luz del elemento (mm)

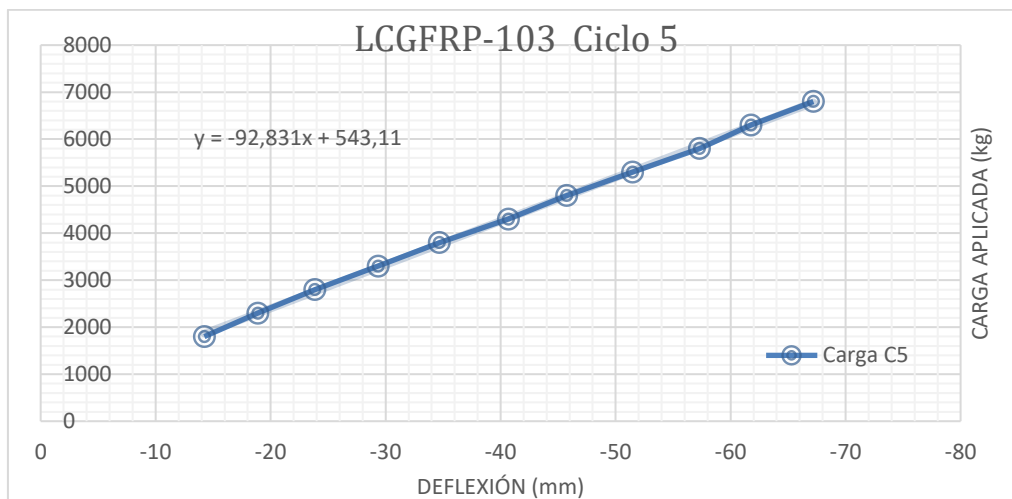
Con esta expresión se procedió a estimar la deflexión máxima para la carga última registrada en el ensayo, es decir, 13800 kg como se presenta a continuación.

$$y = \frac{543,11 - P}{92,83}$$

$$y = \frac{543,11 - 13800}{92,83} = -142,81 \text{ mm}$$

El anterior cálculo indica que la deflexión debió llegar a los 14,28 cm, lo cual es concordante con lo experimentado en el ensayo.

Figura C - 14 Ciclos de carga 5 LCGFRP-103



En la Tabla C - 5 se presenta el resumen de deflexiones y cargas alcanzadas por cada ciclo.

Tabla C - 5: Resumen deflexiones y cargas alcanzadas – Losa LCGFRP-103

Ciclo	Deflexión inicial (mm)	Deflexión máxima registrada en carga (mm)	Deflexión permanente al final de la descarga (mm)	Carga máxima alcanzada (kg)
1	0,00	0,44	0,084	800
2	0,099	10,00	5,00	2600
3	SR			
4	SR			
5	24,23	77,20	SR	6800
6	24,23*	142,28*	NA	13800
SR	Datos de los cuales no se obtuvo registro (sin registro).			
*	Estos datos fueron asumidos y calculados mediante regresión lineal.			
NA	Datos que no aplican para el ciclo.			

CICLOS DE CARGA LOSA LCGFRP-104

La Tabla 6C- 6 presenta la carga hasta la cual se llevó el ensayo en cada uno de los seis ciclos realizados.

Tabla C - 6: Cargas alcanzadas por ciclo – Losa LCGFRP-103

Ciclo	Carga inicial (kg)	Carga final (kg)
1	323	800
2	300	9300
3	350	19300
4	348	19300

La precarga corresponde a la carga necesaria para ajuste del equipo hidráulico en el montaje.

A continuación, se presentan las gráficas de carga versus deflexión en el centro de luz para cada ciclo, tanto en carga como en descarga, exceptuando el último ciclo pues corresponde al de falla.

Figura C - 15 Ciclos de carga 1 LCGFRP-104

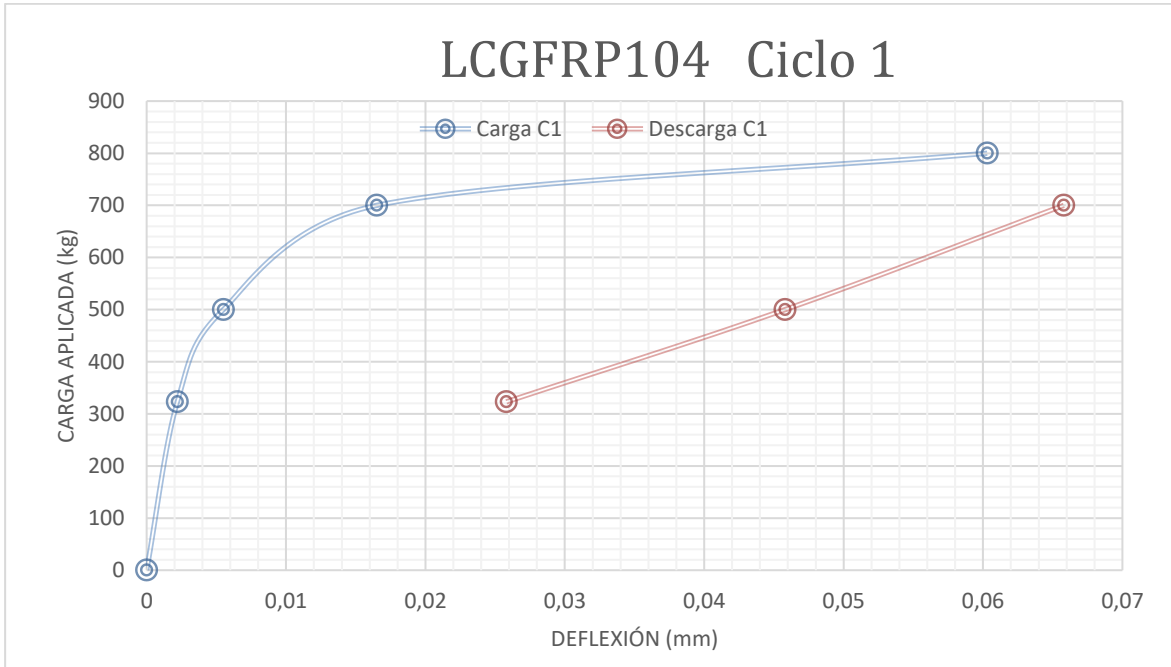


Figura C - 16 Ciclos de carga 2 LCGFRP-104

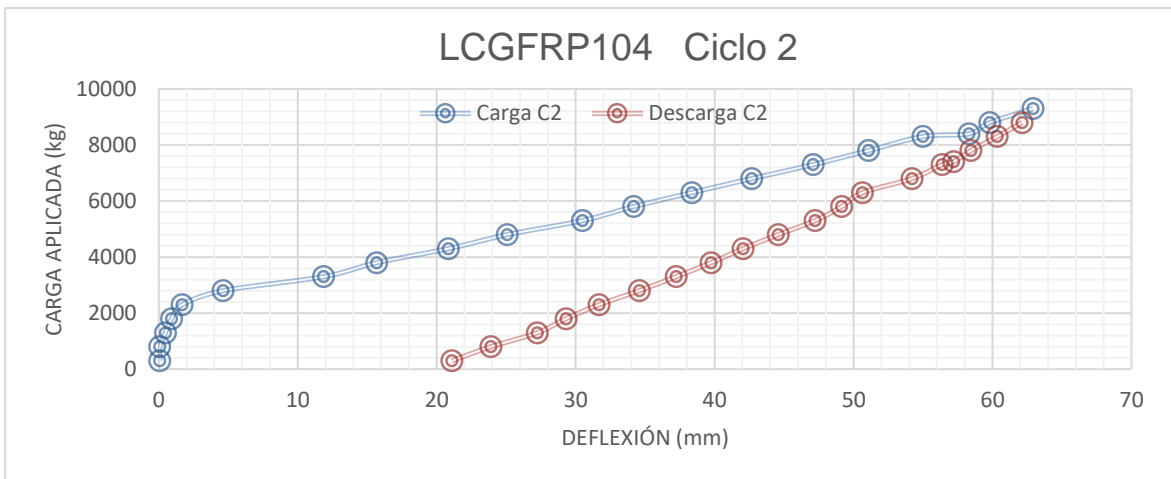


Figura C - 17 Ciclos de carga 3 LCGFRP-104

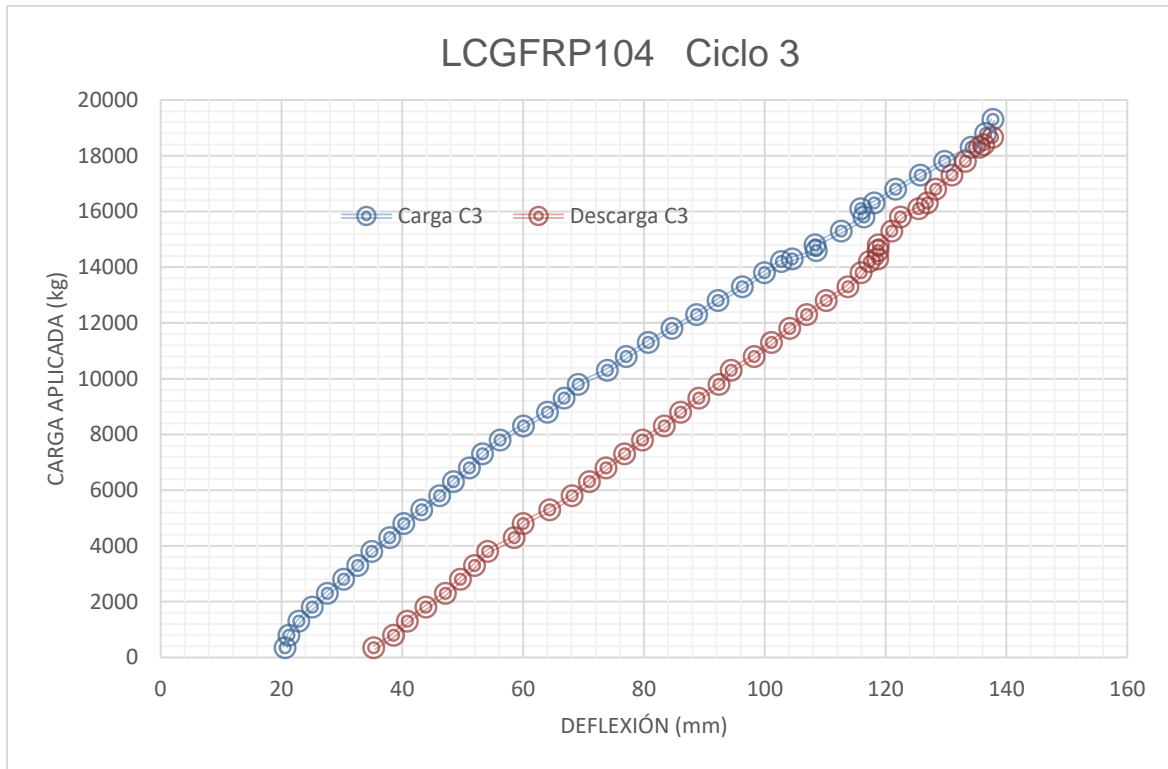


Figura C – 18 Ciclos de carga 4 LCGFRP-104

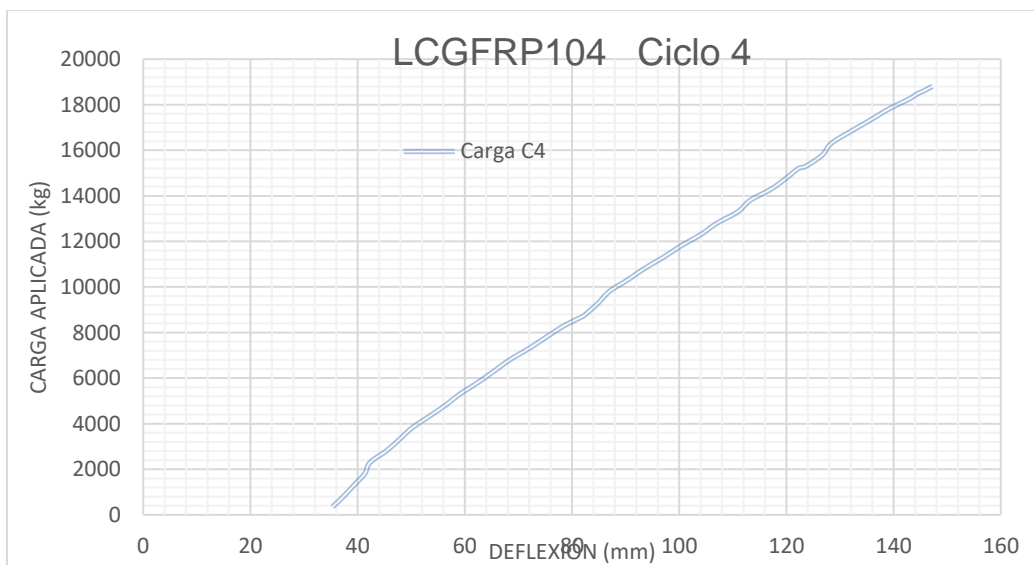
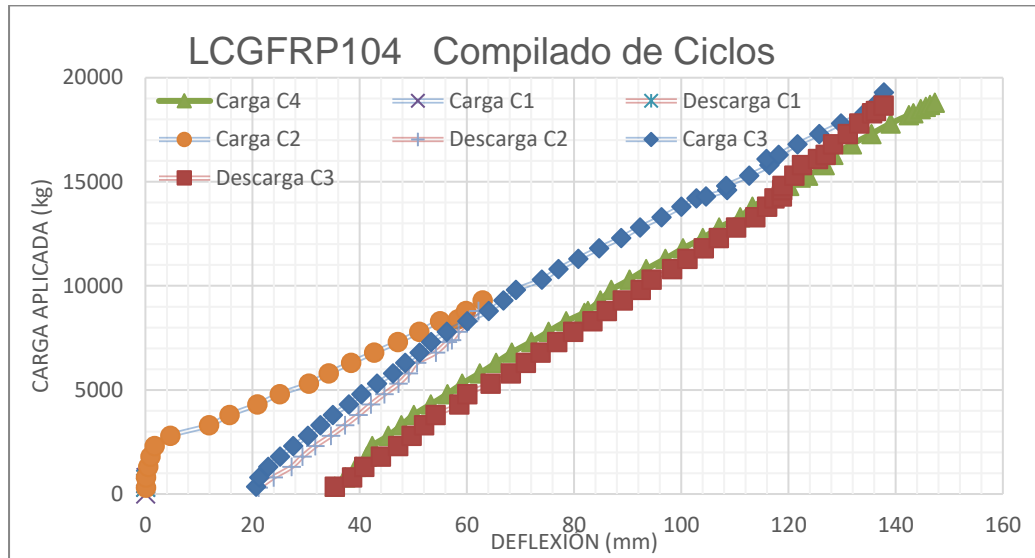


Figura C - 19 Ciclos de carga compilados LCGFRP-104



A continuación, la Tabla C – 7 con el resumen de deflexiones y cargas alcanzadas

Tabla C - 7: Resumen deflexiones y cargas alcanzadas – Losa LCGFRP-104

Ciclo	Deflexión inicial (mm)	Deflexión máxima registrada en carga (mm)	Deflexión permanente al final de la descarga (mm)	Carga máxima alcanzada (kg)
1	0,00	0,060	0,026	800
2	0,060	62,92	21,08	9300
3	20,60	137,77	35,31	19300
4	35,31	147,25		18800

CICLOS DE CARGA LOSA LCA706-105

La Tabla 6C- 8 presenta la carga hasta la cual se llevó el ensayo en cada uno de los seis ciclos realizados.

Tabla C -8: Cargas alcanzadas por ciclo – Losa LCGFRP-105

Ciclo	Carga inicial (kg)	Carga final (kg)
1	315	800
2	300	2675
3	300	5300
4	300	8000

A continuación, se presentan las gráficas de carga versus deflexión en el centro de luz para cada ciclo, tanto en carga como en descarga.

Figura C - 20 Ciclos de 1 carga LCA706-105

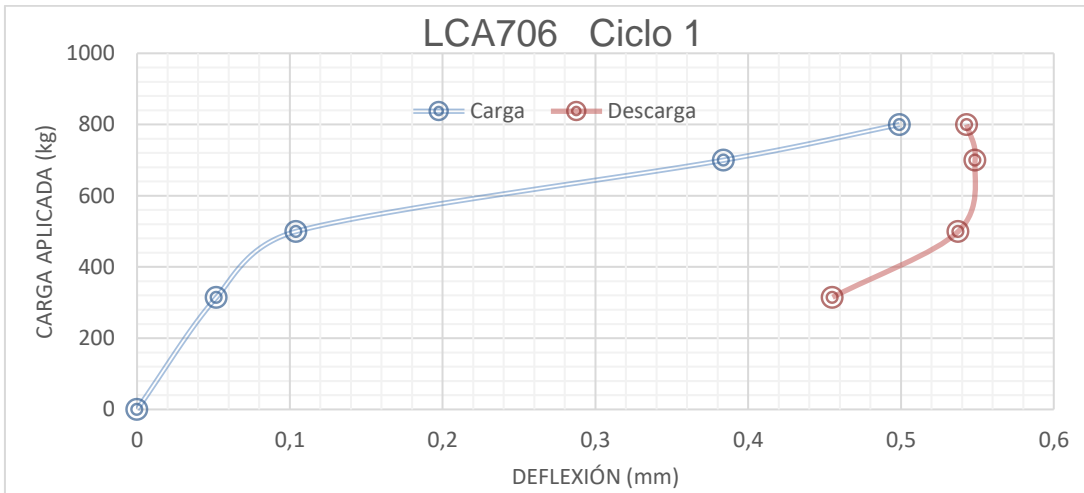


Figura C - 21 Ciclos de 2 carga LCA706-105

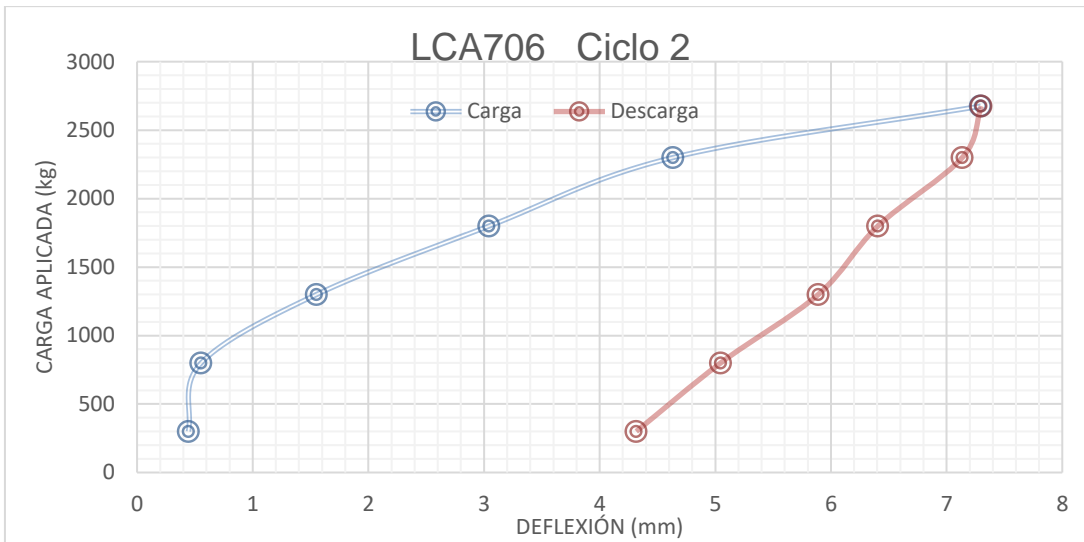


Figura C - 22 Ciclos de 3 carga LCA706-105

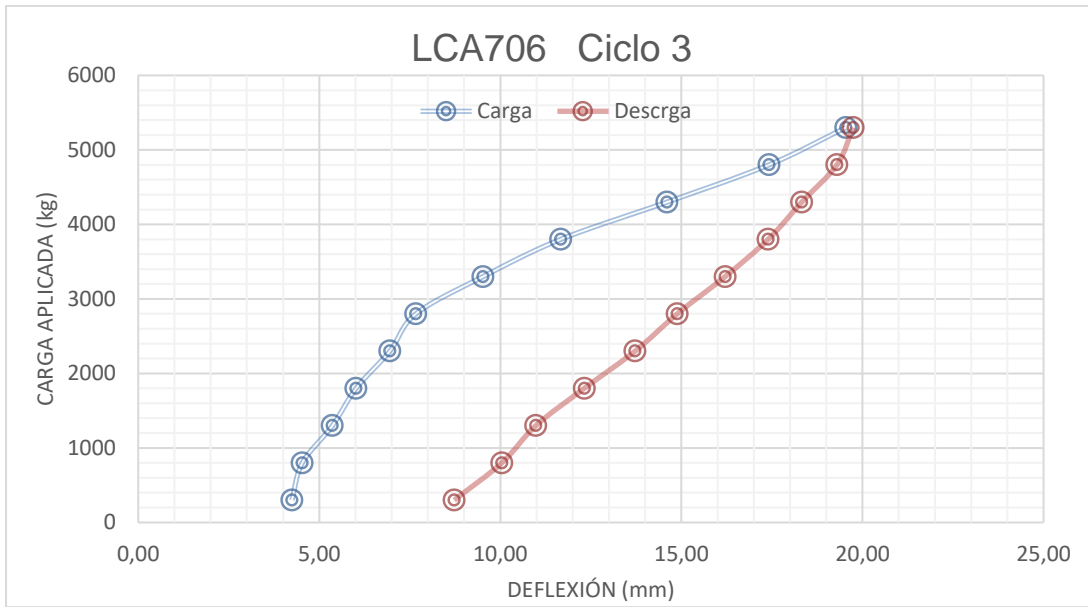


Figura C - 23 Ciclos de 4 carga LCA706-105

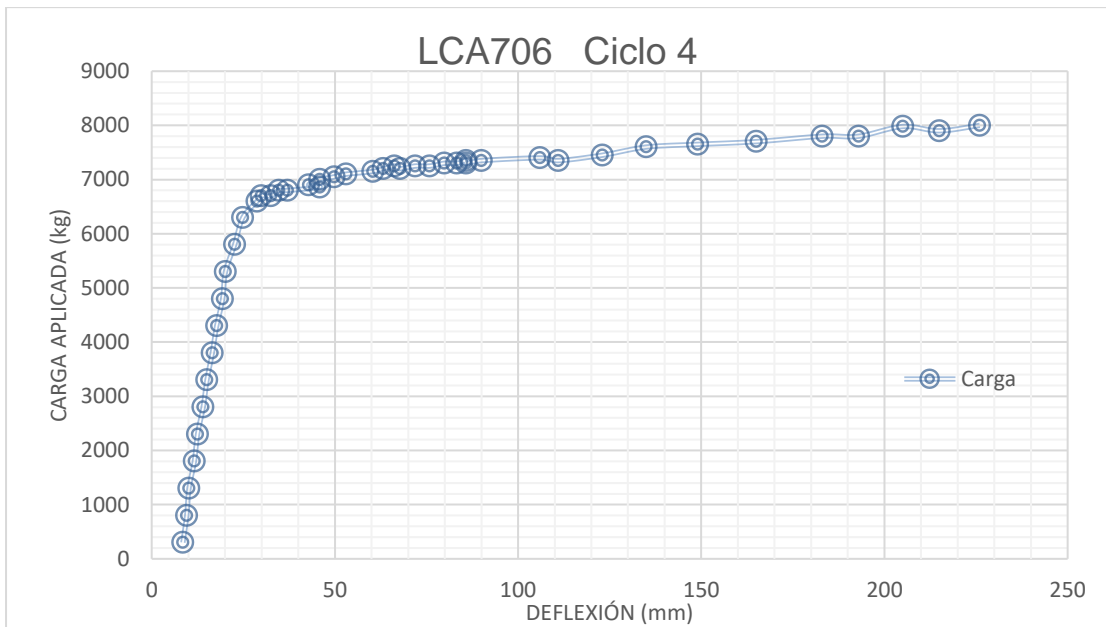
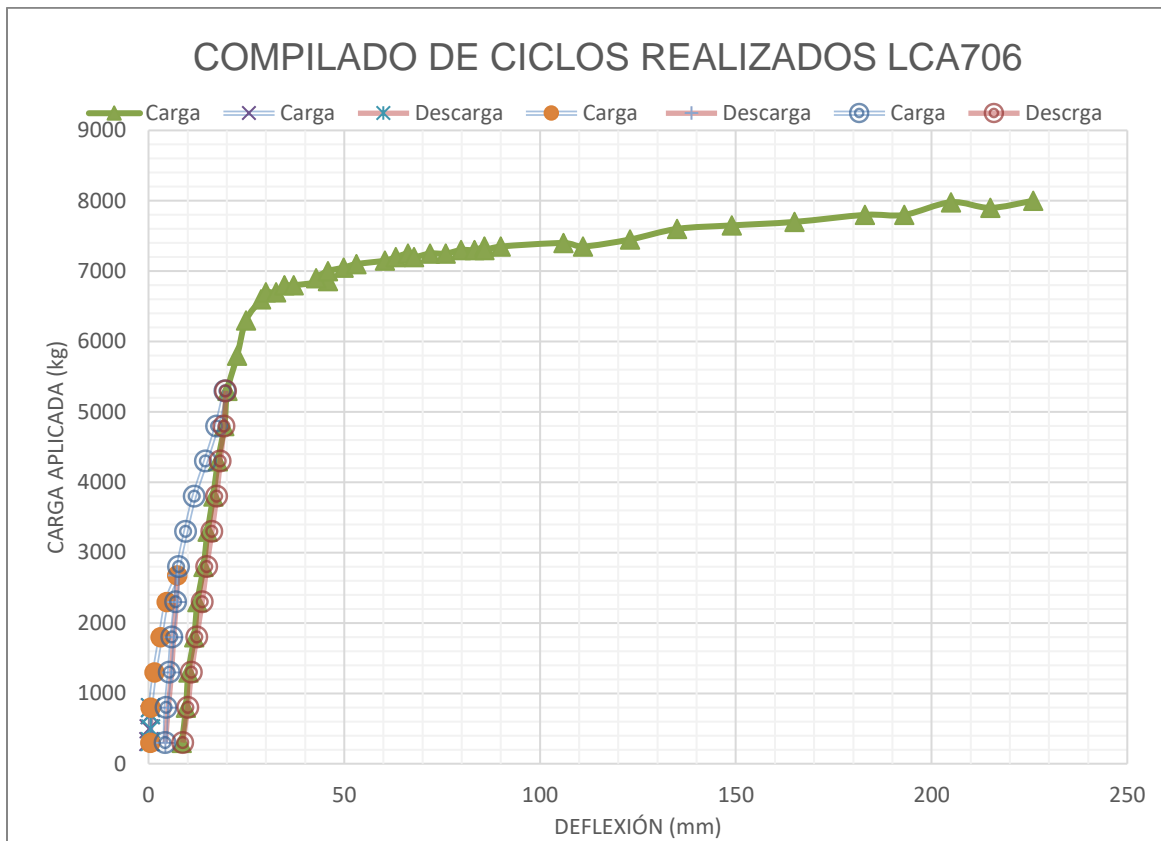


Figura C - 24 Compilado de Ciclos de carga LCA706-105



A continuación, la Tabla C – 8 con el resumen de deflexiones y cargas alcanzadas

Tabla C - 8: Resumen deflexiones y cargas alcanzadas – Losa LCA706-105

Ciclo	Deflexión inicial (mm)	Deflexión máxima registrada en carga (mm)	Deflexión permanente al final de la descarga (mm)	Carga máxima alcanzada (kg)
1	0,00	0,50	0,45	800
2	0,45	7,30	4,31	2675
3	4,25	19,54	8,73	5300
4	8,51	226,00		8000

D. Anexo: Cálculo de fuerzas internas.

FUERZAS INTERNAS LOSA LCGFRP-101

El análisis se hace para dos estados de carga, servicio y resistencia última, para ello se analizan los datos del segundo y cuarto ciclo de carga, correspondientemente.

Tabla D - 1: Datos y análisis de fuerzas internas – Carga de servicio

Col 1	Col 2	Col 3	Col 4	Col 5	Col 6	Col 7	Col 8
CARGA kg	ϵ_1 (concreto)	ϵ_2 (refuerzo)	k (eje neutro)	Eje neutro kd (m)	C (kN)	T (kN)	T(kN) /barra
300	0.000102	0.002999	0.033	0.00554	7.88	68.34	22.78
800	0.000163	0.003269	0.047	0.00800	18.15	74.51	24.84
1300	0.000249	0.003755	0.062	0.01048	36.34	85.58	28.53
1800	0.000324	0.004182	0.072	0.01213	54.80	95.31	31.77
2300	0.000401	0.004710	0.079	0.01324	74.09	107.34	35.78
2500	0.000436	0.005086	0.079	0.01332	80.96	115.92	38.64
2600	0.000454	0.005317	0.079	0.01328	84.12	121.18	40.39
2800	0.000489	0.005536	0.081	0.01369	93.37	126.18	42.06
2900	0.000507	0.005684	0.082	0.01380	97.46	129.54	43.18
3100	0.000542	0.005943	0.084	0.01409	106.42	135.46	45.15

A continuación, se presentan los análisis teóricos de fuerzas internas en la sección de concreto para el estado de cargas de servicio:

Tabla D - 2: Datos y análisis teórico de fuerzas internas – Carga de servicio

ANÁLISIS EN SERVICIO			
Módulo de elasticidad del concreto	E_c	27884.91	MPa
Módulo de elasticidad del refuerzo de GFRP	E_f	61265.00	MPa
Relación de módulos de elasticidad E_f/E_c	n	2.20	
Cuantía dispuesta de refuerzo	ρ disp.	0.00221	
Constante para eje neutro	k	0.0937	
Altura efectiva de la sección	d	0.17	m
Profundidad de eje neutro	kd	0.0158	m
Constante de brazo para momento resistente	j	0.97	
Brazo de momento resistente de la sección	jd	0.1634	m
Momento resistente de la sección	M	26.67	kN.m
Fuerzas internas de la sección	T=C	163.26	kN
Fuerza interna en una (1) barra de refuerzo	T/barra	54.42	kN

Tabla D - 3: Datos y análisis de fuerzas internas – Resistencia última

Col 1	Col 2	Col 3	Col 4	Col 5	Col 6	Col 7	Col 8
CARGA kg	ϵ (concreto)	ϵ (refuerzo)	k (eje neutro)	Eje neutro (m)	C (kN)	T (kg)	T (kN)/barra
3800	0.000654	0.007498	0.080	0.01353	324.14	170.88	56.96
4300	0.000732	0.008240	0.082	0.01377	329.92	187.78	62.59
4800	0.000814	0.009150	0.082	0.01378	330.32	208.54	69.51
5300	0.000888	0.009993	0.082	0.01376	329.75	227.74	75.91
5800	0.000988	0.010859	0.083	0.01406	337.05	247.49	82.50
6300	0.001125	0.011683	0.088	0.01482	355.12	266.26	88.75
6800	0.001285	0.012629	0.092	0.01558	373.38	287.82	95.94
7100	0.001392	0.013349	0.094	0.01593	381.76	304.23	101.41
7200	0.001418	0.013525	0.095	0.01600	383.52	308.24	102.75
7300	0.001447	0.013756	0.095	0.01605	384.75	313.51	104.50
7400	0.001475	0.013912	0.096	0.01616	387.39	317.06	105.69
7500	0.001505	0.014139	0.096	0.01622	388.75	322.23	107.41
7650	0.001547	0.014393	0.097	0.01637	392.27	328.02	109.34
7700	0.001563	0.014512	0.097	0.01640	393.07	330.74	110.25
7800	0.001602	0.014746	0.098	0.01653	396.04	336.08	112.03
7900	0.001625	0.014858	0.099	0.01663	398.46	338.63	112.88
7950	0.001650	0.015026	0.099	0.01669	399.93	342.45	114.15
8000	0.001651	0.015032	0.099	0.01669	400.00	342.58	114.19

A continuación, se presentan los análisis teóricos de fuerzas internas en la sección de concreto para el estado de cargas últimas:

Tabla D - 4: Datos y análisis teórico de fuerzas internas – Resistencia última

ANÁLISIS EN RESISTENCIA ÚLTIMA			
Módulo de elasticidad del concreto	E_c	27884.91	MPa
Módulo de elasticidad del refuerzo de GFRP	E_f	61265	MPa
Relación de módulos de elasticidad E_f/E_c	n	2.20	
Cuantía dispuesta de refuerzo	ρ disp.	0.002206	
Constante para eje neutro	k	0.094	
Altura efectiva de la sección	d	0.169	m
Profundidad de eje neutro	kd	0.0158	m
Ancho de la sección	b	1	m
Factor de distribución rectangular de presiones	β_1	0.80	
Brazo de momento resistente de la sección	Jd	0.16	m
Momento resistente de la sección	M_n	58.36	kN.m
Fuerzas internas de la sección	T=C	359.56	kN
Fuerza interna resistente en una (1) barra de refuerzo	T/barra	119.85	kN

FUERZAS INTERNAS LOSA LCGFRP-104

A continuación, se presentan las deformaciones unitarias obtenidas para la barra de refuerzo de GFRP en la zona más central del elemento, datos que se presentan en función de la carga aplicada por el equipo hidráulico en el último ciclo de carga. También se presenta el cálculo del eje neutro, deformación del concreto, esfuerzo en la barra y las fuerzas internas de tensión y compresiones actuantes en la sección de concreto.

Tabla D - 5: Datos y análisis de fuerzas internas – Resistencia última

CARGA kg	Deformación en carga	k (eje neutro)	Ejer neutro (m)	ϵ (concreto)	Esfuerzo (MPa)	T (kN)	C (kN)
	ϵ (refuerzo)						
	Uniaxial Strain Gage 1 () on 18						
	Strain						
348	0.00236	0.148	0.025021	0.000411	144.44	143.28	143.28
800	0.00240	0.148	0.025021	0.000418	147.08	145.90	145.90
1300	0.00249	0.148	0.025021	0.000433	152.36	151.14	151.14
1800	0.00264	0.148	0.025021	0.000459	161.52	160.23	160.23
2300	0.00285	0.148	0.025021	0.000497	174.91	173.51	173.51
2800	0.00310	0.148	0.025021	0.000541	190.19	188.67	188.67
3300	0.00332	0.148	0.025021	0.000578	203.24	201.61	201.61
3800	0.00352	0.148	0.025021	0.000613	215.59	213.86	213.86
4300	0.00378	0.148	0.025021	0.000659	231.89	230.03	230.03
4800	0.00405	0.148	0.025021	0.000705	247.87	245.89	245.89
5300	0.00427	0.148	0.025021	0.000744	261.56	259.47	259.47
5800	0.00452	0.148	0.025021	0.000787	276.79	274.58	274.58
6300	0.00478	0.148	0.025021	0.000832	292.71	290.37	290.37
6800	0.00502	0.148	0.025021	0.000875	307.63	305.17	305.17
7300	0.00533	0.148	0.025021	0.000928	326.34	323.73	323.73
7800	0.00560	0.148	0.025021	0.000975	342.87	340.13	340.13
8300	0.00587	0.148	0.025021	0.001023	359.65	356.78	356.78
8700	0.00616	0.148	0.025021	0.001074	377.53	374.51	374.51
8800	0.00616	0.148	0.025021	0.001074	377.65	374.63	374.63
9300	0.00644	0.148	0.025021	0.001122	394.48	391.32	391.32
9800	0.00670	0.148	0.025021	0.001167	410.34	407.06	407.06
10300	0.00696	0.148	0.025021	0.001213	426.59	423.18	423.18

10800	0.00721	0.148	0.025021	0.001255	441.49	437.96	437.96
11300	0.00750	0.148	0.025021	0.001306	459.33	455.66	455.66
11800	0.00776	0.148	0.025021	0.001352	475.58	471.77	471.77
12300	0.00805	0.148	0.025021	0.001403	493.23	489.28	489.28
12800	0.00830	0.148	0.025021	0.001446	508.58	504.51	504.51
13300	0.00862	0.148	0.025021	0.001501	527.85	523.63	523.63
13800	0.00880	0.148	0.025021	0.001533	539.14	534.83	534.83
14300	0.00913	0.148	0.025021	0.001590	559.30	554.82	554.82
14800	0.00936	0.148	0.025021	0.001631	573.64	569.05	569.05
15200	0.00962	0.148	0.025021	0.001675	589.08	584.37	584.37
15300	0.00963	0.148	0.025021	0.001677	589.74	585.02	585.02
15800	0.00990	0.148	0.025021	0.001725	606.65	601.80	601.80
16300	0.01019	0.148	0.025021	0.001776	624.58	619.59	619.59
16800	0.01048	0.148	0.025021	0.001825	641.84	636.71	636.71
17300	0.01076	0.148	0.025021	0.001874	659.14	653.87	653.87
17800	0.01104	0.148	0.025021	0.001923	676.15	670.74	670.74
18200	0.01129	0.148	0.025021	0.001967	691.77	686.23	686.23
18300	0.01134	0.148	0.025021	0.001976	694.96	689.40	689.40
18500	0.01145	0.148	0.025021	0.001995	701.51	695.89	695.89
18600	0.01153	0.148	0.025021	0.002008	706.23	700.58	700.58
18700	0.01157	0.148	0.025021	0.002016	708.92	703.24	703.24
18800	0.01168	0.148	0.025021	0.002035	715.70	709.97	709.97

A continuación, se presentan los análisis teóricos de fuerzas internas en la sección de concreto para el estado de cargas de servicio:

Tabla D - 6: Datos y análisis de fuerzas internas – Resistencia última

ANÁLISIS FUERZAS INTERNAS EN SERVICIO			
Módulo de elasticidad del concreto	E_c	27884.91	MPa
Módulo de elasticidad del refuerzo de GFRP	E_f	61265.00	MPa
Relación de módulos de elasticidad E_f/E_c	n	2.20	
Cuantía dispuesta de refuerzo	ρ disp.	0.00588	
Constante para eje neutro	k	0.1484	
Altura efectiva de la sección	d	0.17	m
Profundidad de eje neutro	kd	0.0250	m
Constante de brazo para momento resistente	j	0.95	
Brazo de momento resistente de la sección	jd	0.1603	m
Momento resistente de la sección	M	26.67	kN.m

154 Comportamiento a flexión de elementos de concreto reforzados con barras de GFRP

Fuerzas internas de la sección	T=C	166.39	kN
Fuerza interna resistente en una (1) barra de refuerzo	T/barra	20.80	kN

A continuación, se presentan los análisis teóricos de fuerzas internas en la sección de concreto para el estado de cargas últimas:

Tabla D - 7: Datos y análisis de fuerzas internas – Resistencia última

ANÁLISIS FUERZAS INTERNAS EN RESISTENCIA ÚLTIMA			
Módulo de elasticidad del concreto	E_c	27884.91	MPa
Módulo de elasticidad del refuerzo de GFRP	E_f	61265.00	MPa
Relación de módulos de elasticidad E_f/E_c	n	2.20	
Cuantía dispuesta de refuerzo	ρ disp.	0.00588	
Constante para eje neutro	k	0.148	
Altura efectiva de la sección	d	0.169	m
Profundidad de eje neutro	kd	0.0250	m
Ancho de la sección	b	1	m
Factor de distribución rectangular de presiones	β_1	0.85	
Momento resistente de la sección	f'_c	28	MPa
Fuerzas internas de la sección	$0.85f'_c$	23.8	MPa
Brazo de momento resistente de la sección	Jd	0.16	m
Momento resistente de la sección	M_n	120.33	kN.m
Fuerzas internas de la sección	T=C	761.51	kN
Fuerza interna resistente en una (1) barra de refuerzo	T/barra	95.19	kN

FUERZAS INTERNAS LOSA LCA706-105

A continuación, se presentan las deformaciones unitarias obtenidas para la barra de refuerzo de acero ASTM A 706 en la zona más central del elemento, datos que se presentan en función de la carga aplicada por el equipo hidráulico en el último ciclo de carga. También se presenta el cálculo del eje neutro, deformación del concreto, esfuerzo en la barra y las fuerzas internas de tensión y compresiones actuantes en la sección de concreto.

Tabla D - 8: Datos y análisis de fuerzas internas – Resistencia última

CARGA kg	Deformación en carga	k (eje neutro)	Eje neutro (m)	ϵ (concreto)	Esfuerzo (MPa)	T (kN)	C (kN)
	ϵ (refuerzo)						
	Uniaxial Strain Gage 1 () on 18						
	Strain						
300	0.00069	0.22	0.04	0.000193	138.49	89.33	89.33
800	0.00083	0.22	0.04	0.000233	166.73	107.54	107.54
1300	0.00090	0.22	0.04	0.000252	180.04	116.12	116.12
1800	0.00106	0.22	0.04	0.000295	211.42	136.37	136.37
2300	0.00114	0.22	0.04	0.000319	228.36	147.29	147.29
2800	0.00130	0.22	0.04	0.000363	260.04	167.73	167.73
3300	0.00141	0.22	0.04	0.000393	281.27	181.42	181.42
3800	0.00156	0.22	0.04	0.000435	311.54	200.94	200.94
4300	0.00167	0.22	0.04	0.000468	334.68	215.87	215.87
4800	0.00183	0.22	0.04	0.000512	366.21	236.21	236.21
5300	0.00189	0.22	0.04	0.000529	378.40	244.07	244.07
5800	0.00212	0.22	0.04	0.000593	424.25	273.64	273.64
6300	0.00235	0.22	0.04	0.000656	469.63	302.91	302.91
6600	0.00309	0.22	0.04	0.000864	420.00	270.90	398.75
6700	0.00398	0.22	0.04	0.001112	420.00	270.90	513.50
6700	0.00412	0.22	0.04	0.001152	420.00	270.90	532.08

A continuación, se presentan los análisis teóricos de fuerzas internas en la sección de concreto para el estado de cargas de servicio:

Tabla D - 9: Datos y análisis de fuerzas internas – Resistencia última

ANÁLISIS EN SERVICIO			
Módulo de elasticidad del concreto	E_c	24870.06	MPa
Módulo de elasticidad del refuerzo de A706	E_f	200000.00	MPa
Relación de módulos de elasticidad E_f/E_c	n	8.04	
Cuantía dispuesta de refuerzo	ρ disp.	0.00379	
Constante para eje neutro	k	0.2184	
Altura efectiva de la sección	d	0.17	m
Profundidad de eje neutro	k_d	0.0368	m
Constante de brazo para momento resistente	j	0.93	
Brazo de momento resistente de la sección	j_d	0.1564	m
Momento resistente de la sección	M	26.67	kN.m
Fuerzas internas de la sección	$T=C$	170.58	kN
Fuerza interna resistente en una (1) barra de refuerzo	T/barra	34.12	kN

A continuación, se presentan los análisis teóricos de fuerzas internas en la sección de concreto para el estado de cargas últimas:

Tabla D - 10: Datos y análisis de fuerzas internas – Resistencia última

ANÁLISIS EN RESISTENCIA ÚLTIMA			
Módulo de elasticidad del concreto	E_c	24870.06	MPa
Módulo de elasticidad del refuerzo de A706	E_f	200000.00	MPa
Relación de módulos de elasticidad E_f/E_c	n	8.04	
Cuantía dispuesta de refuerzo	ρ disp.	0.00379	
Constante para eje neutro	k	0.218	
Altura efectiva de la sección	d	0.169	m
Profundidad de eje neutro	k_d	0.0368	m
Ancho de la sección	b	1	m
Factor de distribución rectangular de presiones	β_1	0.85	
Momento resistente de la sección	f'_c	28	MPa
Fuerzas internas de la sección	$0.85f'_c$	23.8	MPa
	$\beta_1 * k_d$	0.0313	m
Brazo de momento resistente de la sección	J_d	0.15	m
Momento resistente de la sección	M_n	42.43	kN.m
Fuerzas internas de la sección	$T=C$	277.33	kN
Fuerza interna resistente en una (1) barra de refuerzo	T/barra	55.47	kN

E. Anexo: Descripción proceso de carga y fisuras.

PROCESO DE CARGA Y FISURACIÓN ELEMENTO Y - LCGFRP 101

- PROCESO DE CARGA Y FISURACIÓN DEL ELEMENTO

El proceso inició con la aplicación de la precarga de 300 kg al elemento sin deformación ni fisuras de ningún tipo, ver Fotografía E-1. Después se procedió a ejecutar el primer ciclo de carga, es decir, hasta registrar 800 kg y descargar, proceso en el cual no se registraron fisuras en el elemento como tampoco una deformación permanente visible.

Fotografía E - 1 Elemento acondicionado para iniciar proceso de carga



La primera fisura, evidente a simple vista, apareció a los 1800 kg en el centro de la losa como se esperaba de acuerdo con el diagrama teórico de momentos, instante en el cual el equipo hidráulico de carga registro una pérdida de carga (descarga), lo cual es lógico pues se liberó energía por medio de las fisuras, sin embargo, el proceso de fisuración continuó sin poder aumentar de forma rápida la carga llegando hasta 2300 kg, por lo cual se procedió a descargar para iniciar con el tercer ciclo de carga, ver Fotografía E-2.

Fotografía E-2 Formación de primeras fisuras en 1800 kg



En el tercer ciclo de carga las fisuras siguieron apareciendo en diferentes puntos de la losa, pero dentro del tercio central o en sus proximidades como era de esperarse según el diagrama de momentos, pues allí es donde se concentra la flexión pura con su máximo momento flector. Este ciclo llevó la carga hasta 4000 kg, sin embargo, fue constante la pérdida de carga en el equipo hidráulico debido a la formación de fisuras.

La Fotografía E-3 permite apreciar un patrón de fisuración donde el ancho máximo se presenta en la cara sometida a flexión y disminuye conforme se acerca a la cara opuesta (en compresión), con una separación aproximadamente uniforme a lo largo de su eje longitudinal, en forma vertical hacia el eje neutro, lo cual permite clasificar las fisuras como causadas por flexión.

Fotografía E - 3 Elemento sometido a 4000 kg final de ciclo 3

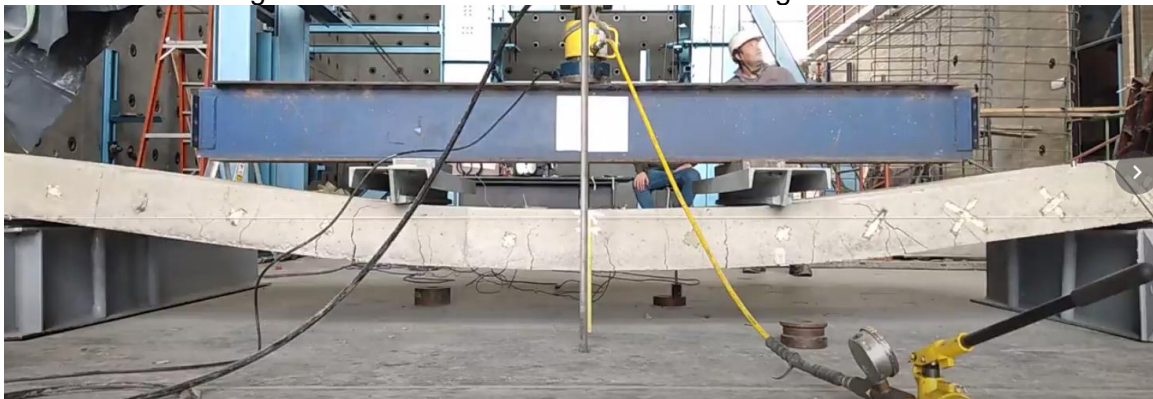


En el cuarto ciclo de carga el elemento se llevó hasta 8000 kg, donde se presentó una fisura diagonal que permitió determinar la falla del elemento, pero sin presentar colapso.

El proceso de carga en este ciclo presentó nuevas fisuras y aumento en la longitud y ancho de las existentes; las nuevas fisuras se presentaron más allá del tercio central.

Al igual que en los ciclos anteriores, con la generación de nuevas fisuras se presentó pérdida de carga en el equipo, lo cual impidió un aumento de carga uniforme en el tiempo. Ver Fotografía E – 4.

Fotografía E - 4 Elemento sometido a 8000 kg final de ciclo 4



Las fisuras existentes aumentaron su ancho y se extendieron hacia la cara en compresión, lo cual permitió al elemento deflectarse como respuesta al aumento de carga. Algunas fisuras, en el centro del elemento y en proximidades a los puntos de aplicación, atravesaron por completo al elemento, lo cual no implicó su colapso, debido a que la cara en compresión, aunque fisurada, podía seguir transmitiendo carga por simple contacto; Lo mismo sucedió con las cargas de tensión, pues el refuerzo nunca alcanzó su esfuerzo de rotura. Ver Fotografía E - 5.

Fotografía E – 5 Fisura total en sección transversal de concreto



Debido a que el equipo hidráulico no pudo continuar con el aumento de carga, una vez alcanzados los 8000 kg, y considerando la formación de las fisuras mencionadas antes, acompañadas por una fisura diagonal en el primer tercio del elemento, donde se presenta la zona de cortante máximo y consecuentemente típica de falla por cortante se determinó dar por finalizado el ensayo.

Después de esto se procedió a descargar la losa, obteniendo una recuperación notable en la deflexión pues registró su máximo en 156 mm y terminó con una deflexión permanente de 55 mm. La Fotografía E - 6 presenta al elemento luego de la descarga del último ciclo.

Fotografía E - 6 Elemento sometido a 8000 kg descarga de ciclo 4 - recuperación



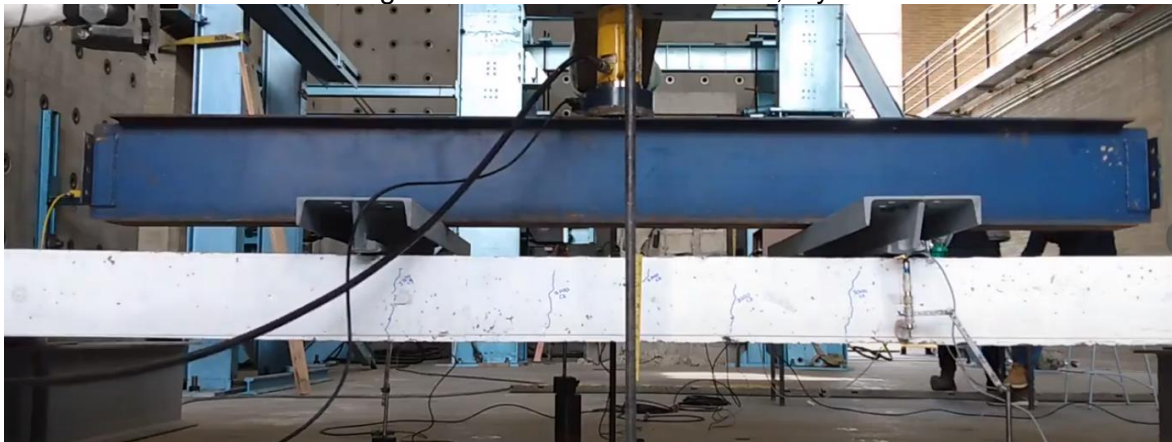
PROCESO DE CARGA Y FISURACIÓN ELEMENTO - LCGFRP 102

- PROCESO DE CARGA Y FISURACIÓN DEL ELEMENTO

El elemento inicia su proceso de fisuración al final del segundo ciclo de carga, presentando fisuras verticales en el centro de su luz. Durante los ciclos tres y cuatro, se crean nuevas fisuras en la misma zona y las existentes aumentan su ancho, manteniendo una separación aproximadamente igual entre ellas. Como puede apreciarse en la Fotografía E - 7, las fisuras al final del ciclo cuatro crecieron de tal forma que estuvieron próximas a atravesar por completo el elemento, pero todo en su zona central, como era de esperarse pues allí es donde se presenta su máximo momento flector.

En conclusión, estos primeros ciclos de carga se caracterizaron por una fisuración muy rápida del elemento.

Fotografía E - 7 Fisuras en ciclos 2, 3 y 4



Los ciclos de carga 5 y 6 presentaron fisuras que trascendieron la zona de máximos momentos flectores, en el ciclo cinco hacia uno de los apoyos, en la zona de máxima sollicitación por cortante y en el ciclo seis hacia el tercio opuesto, también de máximos cortantes. Esto puede evidenciarse en la Fotografía E - 8.

Las fisuras se caracterizaron por su verticalidad y espaciamiento uniforme, así como por su longitud, la cual tiende a atravesar el elemento. Es de recordar que la profundidad calculada del eje neutro, para esta cuantía de refuerzo, fue de 2,10 cm, lo cual es consecuente con lo evidenciado en el ensayo respecto a las fisuras, pues estas parecen detenerse justo a dicha profundidad.

Se resalta la presencia de fisuras paralelas al refuerzo en el concreto de recubrimiento, como muestra la Fotografía E - 9 (zona resaltada en rojo), las cuales aparecieron en el ciclo de carga 5. Este tipo de fisuras pueden deberse a deficiencia en la adherencia del refuerzo y el concreto.

Fotografía E - 8 Fisuras en ciclos 5 y 6



Fotografía E - 9 Fisuras paralelas al refuerzo en ciclo 5



Durante el ciclo de carga siete se empezaron a evidenciar fisuras inclinadas en el tercio de máximos cortantes, las cuales, como se puede evidenciar en la Fotografía E - 10, iniciaron como una fisura por flexión.

Fotografía E - 10 Fisuras en ciclo 7



El último ciclo de carga (ciclo ocho) aumentó el ancho de las fisuras inclinadas en el tercio de máximos cortantes, pero no desarrolló nuevas fisuras por flexión de las presentadas por el anterior ciclo.

Como lo presenta la Fotografía E - 11 las fisuras verticales (por flexión) no atravesaron por completo al elemento, llegando aparentemente, hasta la posición del eje neutro. Esto refleja que no se presentó falla por compresión en el concreto, estando en concordancia con lo previsto por los diseños.

Fotografía E - 11 Fisuras en ciclo 8 inmediatamente antes de la falla

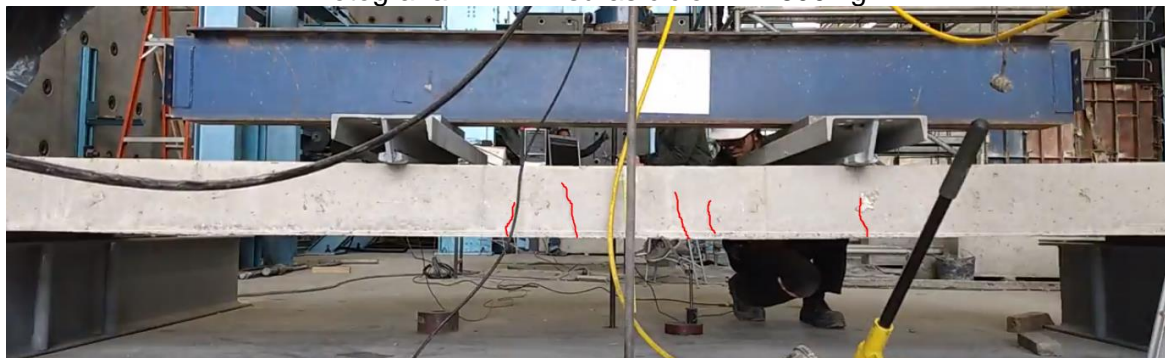


PROCESO DE CARGA Y FISURACIÓN ELEMENTO - LCGFRP 103

- PROCESO DE CARGA Y FISURACIÓN DEL ELEMENTO

El elemento inicia su proceso de fisuración finalizando el segundo ciclo de carga con fisuras verticales en el centro de su luz, como se puede apreciar en la Fotografía E - 12 Esto es concordante con los diagramas teóricos de momentos flectores, pues en el centro es donde se presenta el máximo momento.

Fotografía E - 12 Fisuras ciclo 2 – 2600 kg



Para el tercer ciclo de carga, el elemento continuó su proceso de fisuración con características muy definidas que permitieron clasificarlas como consecuencia de la flexión, es decir, fisuras verticales con tendencia de crecimiento hacia el eje neutro y con un espaciamiento aproximadamente equidistante.

En este ciclo, no solamente se presentaron nuevas fisuras en el centro del elemento, si no que trascendieron hacia sus tercios como puede evidenciarse en la Fotografía E - 13, zonas en las cuales se presenta el cortante máximo.

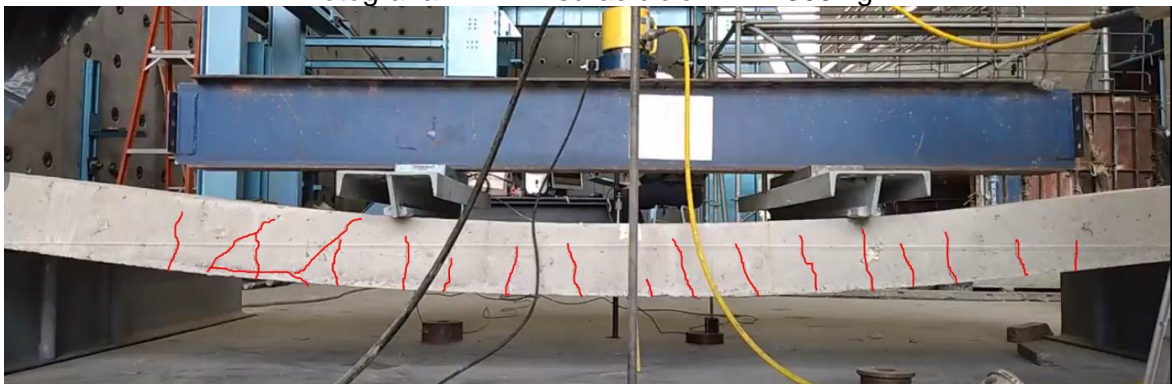
En la misma fotografía puede apreciarse que fisuras paralelas al refuerzo, en su zona de recubrimiento empezaban a formarse en el tercio de máximo cortante.

Fotografía E - 13 Fisuras ciclo 3 – 6800 kg



La Fotografía E - 14 presenta las fisuras del elemento al final del cuarto ciclo de carga, donde resaltan las fisuras por flexión y dos nuevas fisuras diagonales en el tercio de máximos cortantes que se unen con las de flexión iniciadas en el ciclo anterior; también el aumento de la longitud de la fisura paralela al refuerzo.

Fotografía E - 14 Fisuras ciclo 4 – 12800 kg



F. Anexo: Cálculo de deflexiones.

Tabla F - 1: Análisis de Deflexiones con M_{cr} teórico LCGFRP 101

LCGFRP 101						BISCHOFF			BRANSON		ERRORES	
Ma kN.m	P kN	p (kN)	p (kg)	Δ_{exp} mm	Δ_{teo} mm	λ	le	Δ_{teo} mm	le	Δ_{teo} mm	BISCHOFF	BRANSON
0				0	0			0		0		
8,664	22,1418	0	0	0,025	0,7	-0,2522	7,2E-06	0,70103	0,00146	0,70103	2704%	2704%
12,3903	25,0836	2,9418	300	0,045	1	0,34094	-1E-04	1,00253	0,00051	1,00253	2128%	2128%
13,6324	27,0448	4,903	500	0,0823	1,1	0,46659	-6E-05	1,10304	0,00039	1,10304	1240%	1240%
14,8745	29,006	6,8642	700	0,2249	1,2	0,57126	-5E-05	1,20354	0,00031	1,20354	435%	435%
15,4955	29,9866	7,8448	800	0,3181	1,2533	0,6173	-5E-05	1,25379	0,00027	1,25379	294%	294%
18,6007	34,8896	12,7478	1300	0,8995	1,505	0,80139	-8E-05	1,50504	0,00017	1,50504	67%	67%
21,706	39,7926	17,6508	1800	14,5623	1,7558	0,9328	-0,0003	1,75629	0,00011	1,75629	-88%	-88%
22,327	40,7732	18,6314	1900	28,9107	1,806	0,9547	-0,0004	1,80655	0,0001	1,80655	-94%	-94%
23,5691	42,7344	20,5926	2100	32,9914	1,9071	0,99503	0,00092	1,90705	9,2E-05	1,90705	-94%	-94%
24,1902	43,715	21,5732	2200	35,1031	3,378	1,01364	0,00038	3,46985	8,7E-05	15,0705	-90%	-57%
24,8112	44,6956	22,5538	2300	37,7523	5,37	1,03132	0,00024	5,59645	8,2E-05	16,3739	-85%	-57%
26,0533	46,6568	24,515	2500	46,6707	9,4378	1,06416	0,00014	9,92033	7,3E-05	19,1524	-79%	-59%
26,6744	47,6374	25,4956	2600	51,8923	11,49	1,07943	0,00012	12,1079	7E-05	20,6249	-77%	-60%
27,9164	49,5986	27,4568	2800	54,5689	14,11	1,10793	9,1E-05	16,5156	6,3E-05	23,7276	-70%	-57%
28,5375	50,5792	28,4374	2900	56,3515	17,7384	1,12125	8,2E-05	18,7297	6,1E-05	25,3542	-67%	-55%
29,7796	52,5404	30,3986	3100	59,6808	21,914	1,14622	6,9E-05	23,1671	5,6E-05	28,7475	-61%	-52%
31,0217	54,5016	32,3598	3300	63,3063	26,08	1,16919	6,1E-05	27,6051	5,2E-05	32,3129	-56%	-49%
32,8848	57,4434	35,3016	3600	68,5553	32,31	1,2004	5,2E-05	34,2412	4,7E-05	37,9439	-50%	-45%
34,1269	59,4046	37,2628	3800	72,1753	36,4754	1,21931	4,8E-05	38,6415	4,4E-05	41,8597	-46%	-42%
40,3374	69,2106	47,0688	4800	84,0775	56,7949	1,2964	3,6E-05	60,2355	3,5E-05	62,7388	-28%	-25%
43,4426	74,1136	51,9718	5300	94,9539	66,6843	1,32668	3,3E-05	70,7516	3,2E-05	73,6109	-25%	-22%
46,5478	79,0166	56,8748	5800	104,596	76,39	1,35292	3,1E-05	81,0849	3E-05	84,5491	-22%	-19%
49,6531	83,9196	61,7778	6300	115,369	85,97	1,37587	2,9E-05	91,2476	2,8E-05	95,4469	-21%	-17%
52,7583	88,8226	66,6808	6800	126,475	95,4	1,39613	2,8E-05	101,254	2,7E-05	106,236	-20%	-16%
54,6215	91,7644	69,6226	7100	134,714	100,98	1,40718	2,7E-05	107,189	2,6E-05	112,64	-20%	-16%
55,2425	92,745	70,6032	7200	137,05	102,829	1,41069	2,7E-05	109,156	2,6E-05	114,761	-20%	-16%

Tabla F - 2: Análisis de Deflexiones con Mcr teórico LCGFRP 102

LCGFRP 102						BISCHOFF			BRANSON		ERRORES	
Ma kN.m	P kN	p (kN)	p (kg)	Δ_{exp} mm	Δ_{teo} mm	λ	le	Δ_{teo} mm	le	Δ_{teo} mm	BISCHOFF	BRANSON
0				0	0			0		0		
8,664	22,1418	0	0	0,012	0,7	-0,2522	9,5E-06	0,70103	0,00196	0,70103	5742%	5742%
12,4213	25,13263	2,99083	305	0,0156	1	0,34439	-0,0001	1,00505	0,00068	1,00505	6343%	6343%
13,6324	27,0448	4,903	500	0,0384	1,1	0,46659	-7E-05	1,10304	0,00052	1,10304	2772%	2772%
14,8745	29,006	6,8642	700	0,1591	1,2035	0,57126	-7E-05	1,20354	0,00041	1,20354	656%	656%
15,4955	29,9866	7,8448	800	0,2084	1,2542	0,6173	-7E-05	1,25379	0,00036	1,25379	502%	502%
15,4955	29,9866	7,8448	800	0,2358	1,2542	0,6173	-7E-05	1,25379	0,00036	1,25379	432%	432%
18,6007	34,8896	12,7478	1300	0,543	1,505	0,80139	-0,0001	1,50504	0,00022	1,50504	177%	177%
21,706	39,7926	17,6508	1800	0,9818	1,7563	0,9328	-0,0004	1,75629	0,00015	1,75629	79%	79%
26,0533	46,6568	24,515	2500	9,7466	7,6648	1,06416	0,00018	8,02723	9,8E-05	14,3836	-18%	48%
27,9164	49,5986	27,4568	2800	22,4002	12,38	1,10793	0,00012	13,0608	8,4E-05	17,8394	-42%	-20%
28,5996	50,67726	28,5355	2910	25,3565	14,15	1,12255	0,0001	14,9198	8E-05	19,1944	-41%	-24%
31,0217	54,5016	32,3598	3300	30,1283	20,35	1,16919	7,8E-05	21,524	6,9E-05	24,3392	-29%	-19%
34,1269	59,4046	37,2628	3800	38,5092	28,26	1,21931	6,1E-05	29,9469	5,8E-05	31,5868	-22%	-18%
37,2321	64,3076	42,1658	4300	49,3308	36,09	1,26107	5,2E-05	38,2576	5,1E-05	39,3694	-22%	-20%
40,3374	69,2106	47,0688	4800	55,5507	43,79	1,2964	4,7E-05	46,4299	4,6E-05	47,4932	-16%	-15%
43,4426	74,1136	51,9718	5300	62,9168	51,33	1,32668	4,3E-05	54,4586	4,2E-05	55,7989	-13%	-11%
46,5478	79,0166	56,8748	5800	71,0728	58,77	1,35292	4E-05	62,3488	3,9E-05	64,1666	-12%	-10%
49,032	82,939	60,7972	6200	78,4171	64,61	1,37152	3,9E-05	68,5673	3,7E-05	70,8478	-13%	-10%
49,6531	83,9196	61,7778	6300	81,4392	66,05	1,37587	3,8E-05	70,1097	3,7E-05	72,5121	-14%	-11%
52,7583	88,8226	66,6808	6800	88,8493	73,25	1,39613	3,7E-05	77,7522	3,5E-05	80,7807	-12%	-9%

171 Comportamiento a flexión de elementos de concreto reforzados con barras de GFRP

Tabla F - 3: Análisis de Deflexiones con Mcr teórico LCGFRP 103

LCGFRP 103						BISCHOFF			BRANSON		ERRORES	
Ma kN.m	P kN	p (kN)	p (kg)	Δ_{exp} mm	Δ_{teo} mm	λ	le	Δ_{teo} mm	le	Δ_{teo} mm	BISCHOFF	BRANSON
0				0	0			0		0		
8,664	22,1418	0	0	0,018	0,7	-0,2522	1,2E-05	0,70103	0,00246	0,70103	3795%	3795%
11,9555	24,3972	2,25538	230	0,02802	0,97	0,2908	-0,0004	0,96736	0,00096	0,967359	3352%	3352%
13,6324	27,0448	4,903	500	0,0713	1,1	0,46659	-1E-04	1,10304	0,00066	1,103036	1447%	1447%
15,4955	29,9866	7,8448	800	0,22	1,25	0,6173	-9E-05	1,25379	0,00046	1,253788	470%	470%
18,6007	34,8896	12,7478	1300	0,4552	1,505	0,80139	-0,0001	1,50504	0,00028	1,505041	231%	231%
21,706	39,7926	17,6508	1800	1,5	1,7558	0,9328	-0,0005	1,75629	0,00019	1,756295	17%	17%
23,5691	42,7344	20,5926	2100	3	1,9071	0,99503	0,0008	1,90705	0,00015	1,907047	-36%	-36%
24,8112	44,6956	22,5538	2300	6	4,0642	1,03132	0,00032	4,20029	0,00014	9,835587	-30%	64%
26,6744	47,6374	25,4956	2600	10	7,86	1,07943	0,00017	8,23729	0,00012	12,41438	-18%	24%
43,4426	74,1136	51,9718	5300	61,4919	42,0451	1,32668	5,3E-05	44,595	5,2E-05	45,05485	-27%	-27%
46,5478	79,0166	56,8748	5800	67,3058	48,0739	1,35292	4,9E-05	51,0062	4,8E-05	51,86561	-24%	-23%
49,6531	83,9196	61,7778	6300	71,7815	54,0049	1,37587	4,7E-05	57,3131	4,6E-05	58,66472	-20%	-18%
52,7583	88,8226	66,6808	6800	77,195	59,8464	1,39613	4,5E-05	63,5245	4,4E-05	65,40588	-18%	-15%
96,2316	157,465	135,323	13800	142,28	135,819	1,54244	3,6E-05	144,292	3,5E-05	150,3008	1%	6%

Tabla F - 4: Análisis de Deflexiones con Mcr teórico LCGFRP 104

LCGFRP 104						BISCHOFF			BRANSON		ERRORES	
Ma kN.m	P kN	p (kN)	p (kg)	Δ_{exp} mm	Δ_{teo} mm	λ	le	Δ_{teo} mm	le	Δ_{teo} mm	BISCHOFF	BRANSON
0				0	0			0		0		
8,664	22,1418	0	0	0,0015	0,7	-0,2522	1,8E-05	0,7010298	0,00398	0,70103	46635%	46635%
12,5331	25,3091	3,16734	323	0,0022	1	0,35666	-0,0003	1,0140918	0,00135	1,01409	45995%	45995%
13,6324	27,0448	4,903	500	0,0055	1,01	0,46659	-0,0002	1,1030355	0,00106	1,10304	19955%	19955%
14,8745	29,006	6,8642	700	0,0165	1,2	0,57126	-0,0001	1,203537	0,00083	1,20354	7194%	7194%
15,4955	29,9866	7,8448	800	0,0603	1,2538	0,6173	-0,0001	1,2537877	0,00074	1,25379	1979%	1979%
18,6007	34,8896	12,7478	1300	0,4772	1,505	0,80139	-0,0002	1,5050413	0,00045	1,50504	215%	215%
21,706	39,7926	17,6508	1800	0,9215	1,75	0,9328	-0,0016	1,7562949	0,0003	1,75629	91%	91%
24,8112	44,6956	22,5538	2300	1,6729	3,3	1,03132	0,00039	3,3999329	0,00022	6,15516	103%	268%
27,9164	49,5986	27,4568	2800	4,6237	7,4248	1,10793	0,00019	7,789995	0,00017	8,98473	68%	94%
31,0217	54,5016	32,3598	3300	11,8583	11,61	1,16919	0,00014	12,246158	0,00014	12,3265	3%	4%
34,1269	59,4046	37,2628	3800	15,6812	15,78	1,21931	0,00011	16,681706	0,00011	16,0836	6%	3%
37,2321	64,3076	42,1658	4300	20,848	19,8967	1,26107	9,5E-05	21,059851	1E-04	20,1485	1%	-3%
40,3374	69,2106	47,0688	4800	25,0713	23,9424	1,2964	8,6E-05	25,367057	8,9E-05	24,4192	1%	-3%
43,4426	74,1136	51,9718	5300	30,4794	27,91	1,32668	7,9E-05	29,600768	8,1E-05	28,8093	-3%	-5%
46,5478	79,0166	56,8748	5800	34,1597	31,8301	1,35292	7,4E-05	33,763537	7,6E-05	33,2514	-1%	-3%
49,6531	83,9196	61,7778	6300	38,3611	35,6751	1,37587	7,1E-05	37,860128	7,1E-05	37,6967	-1%	-2%
52,7583	88,8226	66,6808	6800	42,6722	39,4709	1,39613	6,8E-05	41,896079	6,8E-05	42,1121	-2%	-1%
55,8635	93,7256	71,5838	7300	47,0985	43,2114	1,41413	6,6E-05	45,876984	6,5E-05	46,477	-3%	-1%
58,9688	98,6286	76,4868	7800	51,0805	46,9054	1,43024	6,4E-05	49,808163	6,3E-05	50,7797	-2%	-1%

173 Comportamiento a flexión de elementos de concreto reforzados con barras de GFRP

Tabla F - 5: Análisis de Deflexiones con M_{cr} teórico LCA706 105

LCGFRP 105								BISCHOFF		BRANSON	ERRORES	
Ma kN.m	P kN	p (kN)	p (kg)	Δ _{exp} mm	Δ _{teo} mm	λ	l _e	Δ _{teo} mm	l _e	Δ _{teo} mm	BISCHOFF	BRANSON
0				0	0			0		0		
8,664	22,1418	0	0	0,033	0,7	-0,2522	3,7E-05	0,701029789	0,01181	0,701029789	2024%	2024%
12,4834	25,23069	3,08889	315	0,052	1,01	0,35123	-0,0011	1,0100717	0,00401	1,0100717	1842%	1842%
13,6324	27,0448	4,903	500	0,1042	1,1	0,46659	-0,0005	1,103035527	0,0031	1,103035527	959%	959%
14,8745	29,006	6,8642	700	0,3839	1,2	0,57126	-0,0004	1,203536962	0,00241	1,203536962	214%	214%
15,4955	29,9866	7,8448	800	0,4991	1,25	0,6173	-0,0004	1,253787679	0,00214	1,253787679	151%	151%
15,4955	29,9866	7,8448	800	0,554	1,25	0,6173	-0,0004	1,253787679	0,00214	1,253787679	126%	126%
18,6007	34,8896	12,7478	1300	1,5522	1,5	0,80139	-0,0008	1,505041265	0,00128	1,505041265	-3%	-3%
21,706	39,7926	17,6508	1800	3,0441	1,76	0,9328	0,00206	1,756294851	0,00084	1,756294851	-42%	-42%
24,8112	44,6956	22,5538	2300	4,6347	2,24	1,03132	0,0005	2,673796283	0,0006	2,247476551	-42%	-52%
27,1401	48,37285	26,2311	2675	7,2949	3,05	1,09042	0,00034	4,342114462	0,00048	3,063728353	-40%	-58%
27,9164	49,5986	27,4568	2800	7,6678	3,35	1,10793	0,00031	4,905445528	0,00045	3,369255557	-36%	-56%
31,0217	54,5016	32,3598	3300	9,5217	4,71	1,16919	0,00023	7,168723557	0,00035	4,753830621	-25%	-50%
34,1269	59,4046	37,2628	3800	11,6663	6,29	1,21931	0,0002	9,422137585	0,00029	6,380434485	-19%	-45%
37,2321	64,3076	42,1658	4300	14,6062	8,06	1,26107	0,00017	11,64808491	0,00024	8,215304779	-20%	-44%
40,3374	69,2106	47,0688	4800	17,4199	9,98	1,2964	0,00016	13,84008769	0,00021	10,21782982	-21%	-41%
43,4426	74,1136	51,9718	5300	19,5426	12,01	1,32668	0,00015	15,99692394	0,00019	12,34623634	-18%	-37%
46,5478	79,0166	56,8748	5800	22,6525	14,11	1,35292	0,00014	18,11981485	0,00017	14,56180383	-20%	-36%
49,6531	83,9196	61,7778	6300	24,8793	16,26	1,37587	0,00013	20,21104019	0,00016	16,83132579	-19%	-32%
51,5162	86,8614	64,7196	6600	28,7846	17,56	1,38832	0,00013	21,45167428	0,00015	18,20753904	-25%	-37%
52,1373	87,842	65,7002	6700	29,9419	17,98	1,39227	0,00013	21,86299879	0,00015	18,66759718	-27%	-38%

Tabla F - 1: Análisis de Deflexiones con Mcr experimental LCGFRP 101

LCGFRP 101 Mcr Corregido						BISCHOFF			BRANSON		ERRORES	
Ma kN.m	P kN	p (kN)	p (kg)	Δ_{exp} mm	Δ_{teo} mm	λ	le	Δ_{teo} mm	le	Δ_{teo} mm	BISCHOFF	BRANSON
0				0	0			0		0		
8,664	22,1418	0	0	0,025	0,7	0,17429	9,2E-05	0,70103	0,00071	0,70103	2704%	2704%
12,3903	25,0836	2,9418	300	0,045	1	0,63915	-5E-05	1,00253	0,00026	1,00253	2128%	2128%
13,6324	27,0448	4,903	500	0,0823	1,1	0,73763	-6E-05	1,10304	0,0002	1,10304	1240%	1240%
14,8745	29,006	6,8642	700	0,2249	1,2	0,81967	-8E-05	1,20354	0,00016	1,20354	435%	435%
15,4955	29,9866	7,8448	800	0,3181	1,2533	0,85575	-0,0001	1,25379	0,00014	1,25379	294%	294%
18,6007	34,8896	12,7478	1300	0,8995	1,505	1,00003	0,00067	1,50749	9E-05	11,0888	68%	1133%
21,706	39,7926	17,6508	1800	14,5623	1,7558	1,10303	9,5E-05	12,3258	6,5E-05	18,151	-15%	25%
22,327	40,7732	18,6314	1900	28,9107	1,806	1,12019	8,3E-05	14,5388	6,1E-05	19,7668	-50%	-32%
23,5691	42,7344	20,5926	2100	32,9914	1,9071	1,1518	6,7E-05	18,9765	5,5E-05	23,1772	-42%	-30%
24,1902	43,715	21,5732	2200	35,1031	3,378	1,16639	6,2E-05	21,1954	5,2E-05	24,9645	-40%	-29%
24,8112	44,6956	22,5538	2300	37,7523	5,37	1,18024	5,7E-05	23,4116	5E-05	26,8018	-38%	-29%
26,0533	46,6568	24,515	2500	46,6707	9,4378	1,20598	5E-05	27,829	4,6E-05	30,6107	-40%	-34%
26,6744	47,6374	25,4956	2600	51,8923	11,49	1,21794	4,8E-05	30,028	4,4E-05	32,575	-42%	-37%
27,9164	49,5986	27,4568	2800	54,5689	14,11	1,24028	4,4E-05	34,4023	4,1E-05	36,6051	-37%	-33%
28,5375	50,5792	28,4374	2900	56,3515	17,7384	1,25072	4,2E-05	36,5764	4E-05	38,6639	-35%	-31%
29,7796	52,5404	30,3986	3100	59,6808	21,914	1,2703	3,9E-05	40,8969	3,7E-05	42,8526	-31%	-28%
31,0217	54,5016	32,3598	3300	63,3063	26,08	1,2883	3,7E-05	45,1792	3,6E-05	47,1162	-29%	-26%
32,8848	57,4434	35,3016	3600	68,5553	32,31	1,31276	3,4E-05	51,5296	3,3E-05	53,606	-25%	-22%
34,1269	59,4046	37,2628	3800	72,1753	36,4754	1,32758	3,3E-05	55,7153	3,2E-05	57,9692	-23%	-20%
40,3374	69,2106	47,0688	4800	84,0775	56,7949	1,388	2,9E-05	76,1105	2,7E-05	79,7587	-9%	-5%
43,4426	74,1136	51,9718	5300	94,9539	66,6843	1,41173	2,7E-05	86,0134	2,6E-05	90,4425	-9%	-5%
46,5478	79,0166	56,8748	5800	104,596	76,39	1,4323	2,6E-05	95,7504	2,5E-05	100,915	-8%	-4%
49,6531	83,9196	61,7778	6300	115,369	85,97	1,45029	2,5E-05	105,342	2,4E-05	111,166	-9%	-4%
52,7583	88,8226	66,6808	6800	126,475	95,4	1,46616	2,5E-05	114,806	2,3E-05	121,201	-9%	-4%
54,6215	91,7644	69,6226	7100	134,714	100,98	1,47482	2,4E-05	120,43	2,3E-05	127,126	-11%	-6%
55,2425	92,745	70,6032	7200	137,05	102,829	1,47758	2,4E-05	122,296	2,3E-05	129,085	-11%	-6%

175 Comportamiento a flexión de elementos de concreto reforzados con barras de GFRP

Tabla F - 2: Análisis de Deflexiones con M_{cr} experimental LCGFRP 102

LCGFRP 102 M _{cr} Corregido						BISCHOFF			BRANSON	
Ma kN.m	P kN	p (kN)	p (kg)	Δ _{exp} mm	Δ _{teo} mm	λ	le	Δ _{teo} mm	le	Δ _{teo} mm
0				0	0			0		0
8,664	22,1418	0	0	0,012	0,7	-0,0833	1,8E-05	0,70103	0,0015	0,70103
12,4213	25,13263	2,99083	305	0,0156	1	0,46216	-8E-05	1,00505	0,00053	1,00505
13,6324	27,0448	4,903	500	0,0384	1,1	0,5739	-7E-05	1,10304	0,00041	1,10304
14,8745	29,006	6,8642	700	0,1591	1,2035	0,66961	-7E-05	1,20354	0,00032	1,20354
15,4955	29,9866	7,8448	800	0,2084	1,2542	0,71171	-8E-05	1,25379	0,00028	1,25379
15,4955	29,9866	7,8448	800	0,2358	1,2542	0,71171	-8E-05	1,25379	0,00028	1,25379
18,6007	34,8896	12,7478	1300	0,543	1,505	0,88003	-0,0002	1,50504	0,00018	1,50504
21,706	39,7926	17,6508	1800	0,9818	1,7563	1,0002	0,00066	1,77116	0,00012	9,71035
26,0533	46,6568	24,515	2500	9,7466	7,6648	1,12031	0,00011	13,3763	8,1E-05	17,3546
27,9164	49,5986	27,4568	2800	22,4002	12,38	1,16033	8,2E-05	18,4566	7,1E-05	21,2644
28,5996	50,67726	28,5355	2910	25,3565	14,15	1,1737	7,6E-05	20,3183	6,8E-05	22,7781
31,0217	54,5016	32,3598	3300	30,1283	20,35	1,21635	6,2E-05	26,8881	5,9E-05	28,4375
34,1269	59,4046	37,2628	3800	38,5092	28,26	1,26218	5,2E-05	35,201	5,1E-05	36,2109
37,2321	64,3076	42,1658	4300	49,3308	36,09	1,30036	4,6E-05	43,3623	4,5E-05	44,3522
40,3374	69,2106	47,0688	4800	55,5507	43,79	1,33267	4,2E-05	51,3671	4,1E-05	52,6749
43,4426	74,1136	51,9718	5300	62,9168	51,33	1,36035	4E-05	59,2223	3,8E-05	61,043
46,5478	79,0166	56,8748	5800	71,0728	58,77	1,38435	3,8E-05	66,9398	3,6E-05	69,3657
49,032	82,939	60,7972	6200	78,4171	64,61	1,40135	3,6E-05	73,0234	3,5E-05	75,9531
49,6531	83,9196	61,7778	6300	81,4392	66,05	1,40534	3,6E-05	74,5327	3,5E-05	77,5877
52,7583	88,8226	66,6808	6800	88,8493	73,25	1,42386	3,5E-05	82,0137	3,3E-05	85,6796

Tabla F - 3: Análisis de Deflexiones con M_{cr} experimental LCGFRP 103

LCGFRP 103 M _{cr} Corregido						BISCHOFF			BRANSON		ERRORES	
Ma kN.m	P kN	p (kN)	p (kg)	Δ _{exp} mm	Δ _{teo} mm	λ	le	Δ _{teo} mm	le	Δ _{teo} mm	BISCHOFF	BRANSON
0				0	0	#¡DIV/0!	#¡DIV/0!	0	#¡DIV/0!	0		
8,664	22,1418	0	0	0,018	0,7	-0,0833	2,2E-05	0,70103	0,00189	0,70103	3795%	3795%
11,9555	24,3972	2,25538	230	0,02802	0,97	0,41316	-0,0001	0,96736	0,00074	0,967359	3352%	3352%
13,6324	27,0448	4,903	500	0,0713	1,1	0,5739	-9E-05	1,10304	0,00051	1,103036	1447%	1447%
15,4955	29,9866	7,8448	800	0,22	1,25	0,71171	-0,0001	1,25379	0,00036	1,253788	470%	470%
18,6007	34,8896	12,7478	1300	0,4552	1,505	0,88003	-0,0002	1,50504	0,00022	1,505041	231%	231%
21,706	39,7926	17,6508	1800	1,5	1,7558	1,0002	0,00066	1,76828	0,00015	7,768308	18%	418%
23,5691	42,7344	20,5926	2100	3	1,9071	1,0571	0,00022	5,74096	0,00012	10,17885	91%	239%
24,8112	44,6956	22,5538	2300	6	4,0642	1,09028	0,00016	8,4549	0,00011	11,97683	41%	100%
26,6744	47,6374	25,4956	2600	10	7,86	1,13427	0,00011	12,5691	9,6E-05	14,93753	26%	49%
43,4426	74,1136	51,9718	5300	61,4919	42,0451	1,36035	4,8E-05	48,4364	4,7E-05	49,35544	-21%	-20%
46,5478	79,0166	56,8748	5800	67,3058	48,0739	1,38435	4,6E-05	54,7083	4,5E-05	56,13781	-19%	-17%
49,6531	83,9196	61,7778	6300	71,7815	54,0049	1,40534	4,4E-05	60,8797	4,3E-05	62,84266	-15%	-12%
52,7583	88,8226	66,6808	6800	77,195	59,8464	1,42386	4,3E-05	66,9609	4,1E-05	69,44424	-13%	-10%
96,2316	157,465	135,323	13800	142,28	135,819	1,55764	3,5E-05	146,492	3,4E-05	152,1376	3%	7%

177 Comportamiento a flexión de elementos de concreto reforzados con barras de GFRP

Tabla F - 4: Análisis de Deflexiones con M_{cr} experimental LCGFRP 104

LCGFRP 104 M _{cr} Corregido						BISCHOFF			BRANSON		ERRORES	
Ma kN.m	P kN	p (kN)	p (kg)	Δ _{exp} mm	Δ _{teo} mm	λ	l _e	Δ _{teo} mm	l _e	Δ _{teo} mm	BISCHOFF	BRANSON
0				0	0			0		0		
8,664	22,1418	0	0	0,0015	0,7	0,17429	0,0002	0,7010298	0,00453	0,70103	46635%	46635%
12,5331	25,3091	3,16734	323	0,0022	1	0,65147	-0,0002	1,0140918	0,00153	1,01409	45995%	45995%
13,6324	27,0448	4,903	500	0,0055	1,01	0,73763	-0,0002	1,1030355	0,0012	1,10304	19955%	19955%
14,8745	29,006	6,8642	700	0,0165	1,2	0,81967	-0,0003	1,203537	0,00094	1,20354	7194%	7194%
15,4955	29,9866	7,8448	800	0,0603	1,2538	0,85575	-0,0004	1,2537877	0,00083	1,25379	1979%	1979%
18,6007	34,8896	12,7478	1300	0,4772	1,505	1,00003	0,00067	1,5059913	0,0005	1,50504	216%	215%
21,706	39,7926	17,6508	1800	0,9215	1,75	1,10303	0,0002	5,8569478	0,00034	1,75629	536%	91%
24,8112	44,6956	22,5538	2300	1,6729	3,3	1,18024	0,00013	10,311643	0,00024	5,55214	516%	232%
27,9164	49,5986	27,4568	2800	4,6237	7,4248	1,24028	0,0001	14,729482	0,00018	8,17595	219%	77%
31,0217	54,5016	32,3598	3300	11,8583	11,61	1,2883	8,8E-05	19,064349	0,00015	11,3191	61%	-5%
34,1269	59,4046	37,2628	3800	15,6812	15,78	1,32758	7,9E-05	23,305831	0,00012	14,902	49%	-5%
37,2321	64,3076	42,1658	4300	20,848	19,8967	1,36031	7,3E-05	27,4571	0,00011	18,8284	32%	-10%
40,3374	69,2106	47,0688	4800	25,0713	23,9424	1,388	6,9E-05	31,52609	9,5E-05	23,0006	26%	-8%
43,4426	74,1136	51,9718	5300	30,4794	27,91	1,41173	6,6E-05	35,521891	8,6E-05	27,331	17%	-10%
46,5478	79,0166	56,8748	5800	34,1597	31,8301	1,4323	6,4E-05	39,453298	7,9E-05	31,7477	15%	-7%
49,6531	83,9196	61,7778	6300	38,3611	35,6751	1,45029	6,2E-05	43,328277	7,4E-05	36,1956	13%	-6%
52,7583	88,8226	66,6808	6800	42,6722	39,4709	1,46616	6E-05	47,153833	7E-05	40,6351	11%	-5%
55,8635	93,7256	71,5838	7300	47,0985	43,2114	1,48027	5,9E-05	50,936033	6,7E-05	45,0397	8%	-4%
58,9688	98,6286	76,4868	7800	51,0805	46,9054	1,4929	5,8E-05	54,6801	6,4E-05	49,3926	7%	-3%

Tabla F - 5: Análisis de Deflexiones con Mcr experimental LCA706 105

LCGFRP 105 Mcr Corregido								BISCHOFF		BRANSON	ERRORES	
Ma kN.m	P kN	p (kN)	p (kg)	Δ_{exp} mm	Δ_{teo} mm	λ	le	Δ_{teo} mm	le	Δ_{teo} mm	BISCHOFF	BRANSON
0				0	0			0		0		
8,664	22,1418	0	0	0,033	0,7	0,17429	0,00031	0,701029789	0,00573	0,701029789	2024%	2024%
12,4834	25,23069	3,08889	315	0,052	1,01	0,64722	-0,0004	1,0100717	0,00198	1,0100717	1842%	1842%
13,6324	27,0448	4,903	500	0,1042	1,1	0,73763	-0,0006	1,103035527	0,00154	1,103035527	959%	959%
14,8745	29,006	6,8642	700	0,3839	1,2	0,81967	-0,001	1,203536962	0,00121	1,203536962	214%	214%
15,4955	29,9866	7,8448	800	0,4991	1,25	0,85575	-0,0018	1,253787679	0,00108	1,253787679	151%	151%
15,4955	29,9866	7,8448	800	0,554	1,25	0,85575	-0,0018	1,253787679	0,00108	1,253787679	126%	126%
18,6007	34,8896	12,7478	1300	1,5522	1,5	1,00003	0,00067	1,505495838	0,00067	1,505196169	-3%	-3%
21,706	39,7926	17,6508	1800	3,0441	1,76	1,10303	0,00031	3,718433331	0,00046	2,570973999	22%	-16%
24,8112	44,6956	22,5538	2300	4,6347	2,24	1,18024	0,00022	5,981009102	0,00034	3,971895931	29%	-14%
27,1401	48,37285	26,2311	2675	7,2949	3,05	1,22656	0,00019	7,667991639	0,00028	5,222632593	5%	-28%
27,9164	49,5986	27,4568	2800	7,6678	3,35	1,24028	0,00018	8,225949464	0,00027	5,673122894	7%	-26%
31,0217	54,5016	32,3598	3300	9,5217	4,71	1,2883	0,00016	10,43118822	0,00022	7,615534748	10%	-20%
34,1269	59,4046	37,2628	3800	11,6663	6,29	1,32758	0,00015	12,59174307	0,00019	9,731511302	8%	-17%
37,2321	64,3076	42,1658	4300	14,6062	8,06	1,36031	0,00014	14,70913127	0,00017	11,95759029	1%	-18%
40,3374	69,2106	47,0688	4800	17,4199	9,98	1,388	0,00013	16,78714928	0,00015	14,24154075	-4%	-18%
43,4426	74,1136	51,9718	5300	19,5426	12,01	1,41173	0,00012	18,83014681	0,00014	16,54445632	-4%	-15%
46,5478	79,0166	56,8748	5800	22,6525	14,11	1,4323	0,00012	20,84233213	0,00013	18,83973079	-8%	-17%
49,6531	83,9196	61,7778	6300	24,8793	16,26	1,45029	0,00012	22,82751752	0,00013	21,11067281	-8%	-15%
51,5162	86,8614	64,7196	6600	28,7846	17,56	1,46004	0,00012	24,00708185	0,00012	22,4574232	-17%	-22%
52,1373	87,842	65,7002	6700	29,9419	17,98	1,46314	0,00012	24,39849307	0,00012	22,90341775	-19%	-24%

