

Modelo para la planeación del surtido, asignación de espacio y localización en góndola

Assortment planning, space assignment and shelf location model

DOI: <http://doi.org/10.17981/ingecuc.15.2.2019.03>

Artículo de Investigación Científica. Fecha de Recepción:4/09/2018. Fecha de Aceptación:20/05/2019.

Nicolás Felipe Palacios-Villarraga 

Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito. Bogotá (Colombia)
nicolas.palacios-v@mail.escuelaing.edu.co

Carlos Rodrigo Ruiz-Cruz 

Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito. Bogotá (Colombia)
carlosr.ruiz@escuelaing.edu.co

Para citar este artículo:

N. Palacios-Villarraga; C. Ruiz-Cruz; "Modelo para la planeación del surtido, asignación de espacio y localización en góndola" *INGE CUC*, vol. 15, no. 2, pp. 23-35, 2019. DOI: <http://doi.org/10.17981/ingecuc.15.2.2019.03>

Resumen

Introducción– Las decisiones operativas de un minorista implican satisfacer la demanda a través de su surtido, logrando la mayor utilidad posible y haciendo el mejor uso permitido de su espacio de exhibición. Este artículo presenta un modelo de programación lineal entera mixta, cuyo propósito es maximizar la rentabilidad de un minorista, considerando los efectos de sustitución dinámica entre artículos, impactos de la elasticidad del espacio sobre la demanda, niveles de servicio esperados de la exhibición y decisiones de los compradores.

Objetivo– Proponer un modelo que soporte la toma de decisiones de asignación de espacio, planeación del surtido y localización en góndola de un minorista.

Metodología– Primero se analizan diferentes factores que afectan las decisiones objeto de estudio usando fuentes primarias y secundarias. Para luego desarrollar el modelo matemático y evaluar su desempeño utilizando datos reales de una categoría de productos en un punto de venta de una cadena de supermercados.

Resultados– En la instancia de prueba se obtiene la solución óptima en un tiempo computacional razonable, permitiendo establecer la mejor forma en la cual gestionar el surtido en el punto de venta, superando los resultados del método actual.

Conclusiones– El modelo propuesto permite aumentar la utilidad de la cadena a través del surtido adecuado, con los espacios de exhibición justos y la localización exacta de los artículos seleccionados.

Palabras clave– Planeación del surtido; asignación y localización en góndola; comercio al detal; modelos matemáticos; programación lineal entera mixta.

Abstract

Introduction– A retailer's operational decisions involve satisfying demand through their assortment, achieving the greatest possible utility and making the best allowed use of their exhibition space. This article presents an integer linear mixed programming model, the purpose of which is to maximize a retailer's profitability, considering the effects of dynamic substitution between items, impacts of space elasticity on demand, expected exhibit service levels, and buyer decisions.

Objective– To propose a model that supports decision making in the allocation of space, assortment planning and location in a retailer's gondola.

Methodology– First, different factors affecting the decisions being studied are analyzed using primary and secondary sources. Then we develop the mathematical model and evaluate its performance using real data of a category of products in a point of sale of a supermarket chain.

Results– In the test instance the optimal solution is obtained in a reasonable computational time, allowing to establish the best way in which to manage the assortment at the point of sale, surpassing the results of the current method.

Conclusions– The proposed model allows to increase the utility of the chain through the adequate assortment, with the right exhibition spaces and the exact location of the selected items.

Keywords– Assortment planning; gondola assignment and location; retail trade; mathematical models; mixed integer linear programming.

I. INTRODUCCIÓN

La estrategia de operaciones subyacente en el día a día de los minoristas (*retailers*), sin importar su tamaño, se enfoca en la maximización de sus utilidades a través de la definición de las categorías de productos que manejan en sus exhibiciones y la forma en que las exponen. Las categorías deben ser elegidas con criterios lo suficientemente consistentes para garantizarle al cliente que ingrese a sus puntos de venta su satisfacción con el conjunto de productos que tiene a disposición para realizar su compra, como lo definen [1]: “El cliente va a encontrar los productos que necesita, en las cantidades adecuadas, en las tiendas adecuadas y en el momento adecuado”. Sin embargo, este criterio de decisión por sí mismo podría llevar a conclusiones equivocadas, al tender a confundir la idea de satisfacción del cliente con la necesidad de tener una gran variedad de productos. La complejidad de este problema ha crecido entre otras razones por el crecimiento permanente del número de productos en el mercado, entre 1970 y 1980, el número total de SKU’s comercializados en los Estados Unidos incrementó el 20% y para la siguiente década, el crecimiento fue a un ritmo del 75% [2]. Este crecimiento no se detiene y entre los años 2000 y 2009 se estima que el incremento era del 30% [3].

A partir de la anterior situación, los diferentes actores del consumo masivo se han venido enfrentando a una problemática en la cual los gastos asociados al manejo de la operación y los inventarios reducen drásticamente los niveles del Margen Bruto (%-MB) del negocio; para el caso de Estados Unidos, se ha estimado el promedio de %-MB esperado cercano al 28%, sin embargo, las utilidades netas luego de impuestos son tan solo del 1% [4]. La reacción natural ante este inconveniente es buscar alternativas que permitan definir estrategias y planes de acción para contrarrestar los efectos nocivos de los altos gastos operativos y mejorar el desempeño de las categorías a través de la generación de valor mutuo, el cual es percibido mediante la selección óptima de los productos a ofrecer, al precio justo, con los materiales promocionales correctos, en el momento indicado y exhibidos en los lugares adecuados [5]. Recientemente las estrategias se definen basándose en el comportamiento del cliente-shopper y del cliente-buyer [6]. El cliente-shopper es quien necesita una serie de argumentos para acudir a un establecimiento y no a otro, quiere saber dónde hay que comprar y no qué comprar, le preocupan aspectos tales como la facilidad de acceso, parqueaderos, la imagen del establecimiento y los precios en general. El cliente-buyer, por otro lado, es el cliente dentro del punto de venta quien basa su decisión de compra en el precio, calidad y variedad de los productos, así

como en las ofertas, promociones y el trato recibido. En otras palabras, el cliente-shopper es quien, fuera del establecimiento, elige dónde quiere o le conviene más comprar. El cliente-buyer es aquel, que dentro del establecimiento, decide qué va a comprar. Esta distinción teórica sirve para que las empresas no descuiden ni los factores externos que hacen a un cliente entrar en el local, ni los factores internos que hacen al cliente comprar determinados artículos.

En este artículo se presenta un modelo matemático de programación lineal entera mixta en el cual se consideran factores como la forma en la cual un comprador toma su decisión de adquirir un determinado producto, la demanda pronosticada de los artículos, decisiones operativas como la frecuencia de abastecimiento de las góndolas, así como tácticas y estratégicas como precios y niveles de servicio del inventario [7]. De igual forma, características propias de los artículos, como la elasticidad del espacio asignado en relación a su demanda, su impacto en la aparición o no en el surtido, efectos cruzados con otros artículos, costos del manejo. Por último, características propias del espacio de exhibición, tales como, las características físicas de las góndolas en cuanto a entrepaños y espacios disponibles de exhibición. Los factores fueron seleccionados a partir de la revisión de la literatura y de la experiencia de las personas vinculadas al proyecto, así como de colaboradores de la cadena de supermercados en la cual se desarrolló la prueba piloto. Para esta prueba se usó una instancia con datos reales en un punto de venta y para una categoría particular de artículos exhibidos en el tipo de góndola usado en la realidad. La selección del punto de venta y la categoría se realizaron de forma subjetiva por la importancia y conveniencia para la cadena.

El desempeño del modelo en la instancia seleccionada se evaluó frente costo esperado de la solución obtenida, el tiempo computacional y los resultados de los métodos que tradicionalmente se usan.

II. REVISIÓN LITERARIA

En la literatura científica se define el problema de planeación del surtido como *Assortment Planning Problem* (APP), mientras la exhibición del surtido se conoce como *Shelf and Allocation Space Problem* (SASP). El APP consiste en incluir, o retirar, los artículos propios de una categoría con el objetivo de maximizar las utilidades percibidas por el minorista teniendo en cuenta restricciones de espacio y presupuesto disponible para la compra de artículos [8]. La modelación de este problema se ha centrado en cómo describir el comportamiento del cliente-shopper y cómo se ve afectado el surtido por los efectos de sustitución entre productos.

El SASP se enfoca en encontrar el dimensionamiento adecuado del espacio asignado a cada uno de los productos incluidos en el surtido y de esta forma maximizar la utilidad percibida [9], este problema busca reducir los agotados en góndola, y para tal efecto, en la mayoría de los casos, concentra su atención en modelar la elasticidad de la demanda en función del espacio exhibido y los efectos de la elasticidad cruzada, es decir, cómo afecta a la demanda de un producto la competencia con otros similares. Típicamente, las restricciones de este problema están asociadas al espacio disponible para la exhibición y las políticas de reabastecimiento de góndola [10].

Estos problemas, sin embargo, no son eslabones sueltos, por el contrario, son problemas complementarios, con la posibilidad de ser solucionados simultáneamente y producir mejoras en términos de costos operativos, a los esperados si estos fueran tratados de manera independiente [8]. Cuando se revisa detalladamente el tratamiento dado a estos problemas, se encuentra con que ambos convergen a un punto en común: el modelo de inventarios subyacente. Cuando se habla de inventarios en este contexto, se hace relación directa con las políticas de reaprovisionamiento de góndola considerando los ciclos para realizar el recargue de góndola y las cantidades a ordenar.

La estructura con la que se plantean los modelos asociados al APP tiene la siguiente forma: Demanda + Modelo de Abastecimiento. En el contexto del problema, la demanda podría entenderse como el resultado de un proceso de selección de productos donde se toman decisiones de compra de acuerdo al comportamiento del consumidor [11].

Los principales autores que han escrito sobre este tema han utilizado tres modelos diferentes para explicar el comportamiento de compra del cliente: *Multinomial Logit model* (MNL), *Exogenous Demand* (ED) y *Location Choice Model* (LCM) [12].

El MNL es un modelo basado en la posibilidad de cada consumidor para elegir los productos con mayor utilidad, de todos aquellos incluidos en el surtido. El modelo ED especifica la demanda de cada producto y la probabilidad de un producto sustituto para ser elegido cuando el producto a comprar este agotado. Por último, el modelo LCM asume que cada producto exhibido se diferencia al resto por tener especificaciones particulares y la elección del consumidor dependerá de aquellos artículos más cercanos entre sí; éste se diferencia del MNL en que la sustitución solo se pueda dar entre productos ubicados contiguamente [13].

Los efectos de la sustitución se pueden clasificar en *dinámica* y *estática*; cuando se habla de sustitución dinámica, el consumidor observa los niveles de inventario en el momento de entrar a la góndola y luego elige alguno de los disponibles. La sustitución estática la asu-

me el consumidor al entrar a la góndola buscando un producto en específico (no tiene en cuenta el inventario exhibido) pero en caso de estar agotado el producto que tenía en mente, la venta se pierde, al no existir una segunda elección [14].

Se ha planteado un modelo algorítmico para apoyar a los minoristas a calcular el mejor surtido para el punto de venta, con la capacidad de incluir productos inexistentes en la tienda [15]; el efecto de sustitución es una combinación entre dinámica y estática, al plantear dentro del modelo un factor δ definido como la probabilidad del consumidor a tener una segunda elección en caso de estar agotado el producto buscado, lo cual implica, también habrá una probabilidad $1 - \delta$ de no efectuar la compra.

Otro modelo matemático generado [16] integra dos componentes; el primero es denominado *Brand-Share Model*, cuya finalidad es predecir la probabilidad de un cliente escoger un producto de una respectiva marca dentro del lineal durante una visita al punto de venta en función del valor agregado percibido por el cliente. El segundo es llamado *Purchase-Incidence Model* y busca estimar la probabilidad de un cliente comprar en función de la atracción existente hacia una respectiva categoría.

También se ha implementado un modelo [17] en el cual se integran el surtido, los inventarios y el precio como factores de decisión para maximizar la rentabilidad del minorista. El modelo describe el comportamiento del cliente según un proceso MNL y asume la sustitución de productos como estática.

Además de estos modelos, se desarrolla uno integrando las decisiones de surtido, Category Management, selección de proveedores y niveles de inventario [18]. La intención de los autores es determinar cómo están vinculados estos factores, aprovechando que en la literatura son escasos artículos los que tratan puntualmente este tema. Cabe destacar que este modelo, a pesar de no tratar explícitamente el problema del espacio en góndola si incluye en su formulación restricciones de espacio.

El SASP considera la situación en la cual es necesario determinar de un número total de artículos cuáles deben ser colocados en la góndola para ser exhibidos. Estos modelos se caracterizan por centrarse principalmente en tomar decisiones de exhibición y reposición en góndola basándose en los efectos de la elasticidad del espacio, limitaciones en el espacio de exhibición y restricciones de reabastecimiento [3].

Este problema se resolvió inicialmente con dos algoritmos clásicos: El primero es el modelo PROGALI [19], solucionando el problema bajo el supuesto de que el espacio se debía asignar de acuerdo al volumen de ventas. El segundo es el modelo OBM [20] el cual establece que el espacio debe ser asignado de acuerdo a las proporciones del margen de los productos a exhibir.

Uno de los mayores aportes a la solución del problema [21] fue planteado con la demostración matemática de que la venta de un artículo está influenciada por su localización en la góndola y concluye, por ejemplo, como las posiciones más cercanas a los ojos son las mejores ubicaciones, pero cualquier ubicación escogida va a tener un factor que afectará la venta.

La elasticidad del espacio también juega un papel muy importante en el planteamiento y solución de los modelos relacionados con SASP, y se pueden caracterizar dos tipos de elasticidades: *efecto principal* y *efecto cruzado*. El efecto principal se define como un factor relacionado a la variación en la demanda de un producto específico con respecto al espacio asignado y el efecto cruzado es un factor que relaciona el impacto de productos sustitutos con el producto principal [22]. Esta elasticidad tiene un impacto moderado en las configuraciones de las góndolas y por lo tanto en las utilidades generadas por las mismas, lo cual es un factor a tener en cuenta, pero en últimas debe verificarse el efecto real sobre la complejidad de los modelos [23].

Un mayor efecto principal implica que entre mayor espacio se asigne a un producto mayores ventas se lograrán, por el contrario, si el coeficiente es bajo significa que dar un mayor espacio no representará un incremento significativo en el resultado. Un efecto cruzado positivo quiere decir que los productos comparados no son sustitutos, mientras que un negativo significa que incrementar las ventas de un artículo disminuirá inmediatamente las del otro.

Para una propuesta modelo linealizada del SASP en la cual la decisión se vea afectada por los gastos operativos de las tiendas y la elasticidad del espacio, sería la linealización donde se utiliza programación entera mixta [24]. Dada la complejidad de los modelos existentes, la linealización del problema facilita a los autores desarrollar un algoritmo encargado de resolver situaciones típicamente presentadas en la cotidianidad de los minoristas.

El desarrollo de un modelo distinto [25] busca maximizar la rentabilidad de un minorista a través de la asignación óptima del espacio de exhibición junto con un modelo de reabastecimiento alineado con la demanda de los artículos. La función objetivo integra los costos de operación y los márgenes de los artículos, la demanda es determinística y el modelo asume a la góndola siempre llena, lo que implica que no van a tener productos agotados mientras se da el reabastecimiento.

Asimismo, [26] diseñaron un modelo de reabastecimiento en góndola basándose en la premisa del decrecer de la efectividad del espacio con el tiempo. Se asume una dependencia lineal entre el índice de las ventas y el espacio asignado en el anaquel. Se supone la demanda como determinística y el espacio de todos los productos asignados es conocido.

La propuesta innovadora [9] de un modelo matemático el cual simultáneamente permite definir el espacio y la ubicación de los artículos sobre la góndola considerando exhibiciones rectangulares; asignando los espacios y la localización de los artículos con la restricción de que la exhibición esté hecha por familias de productos, de manera uniforme y en columnas completas (este parámetro no se había tenido en cuenta previamente en la literatura). Adicionalmente, considera las dimensiones físicas del producto y de la góndola. Los detalles no considerados son: el efecto cruzado de la elasticidad del espacio, variables promocionales o de mercadeo y efectos de precios en la demanda.

Para solucionar simultáneamente los problemas de APP y SAPS [27] desarrolla otro modelo. El primer modelo que logra integrar explícitamente ambas problemáticas, de ahí su importancia como base conceptual en futuros desarrollos. La formulación propuesta integra las dimensiones de los productos, márgenes y costos de operación diferentes de cada producto, efectos principales y cruzados de la elasticidad del espacio, y considera la lealtad de los consumidores en las decisiones de surtido. La principal conclusión sobre este modelo, es que al resolver ambos problemas de manera independiente representa una pérdida considerable en ventas y unos costos operativos más elevados.

Existe un modelo integrando las decisiones de abastecimiento, planeación del surtido y asignación de espacio en góndola [28]. Su objetivo es maximizar la utilidad de los minorista a través de la optimización de los costos operativos, y su formulación coloca la política de inventarios en función del surtido exhibido en góndola, de modo que las variables de decisión del modelo son: cantidades a ordenar, asignación del espacio en góndola y punto de reorden. Este modelo supone que la demanda es determinística y el inventario se maneja con una política de revisión continua.

Un modelo en el cual se integran simultáneamente decisiones sobre la selección de artículos que componen el surtido, la asignación y localización del surtido en góndola y las políticas de reabastecimiento asociadas a la exhibición, es el planteado por los autores [29], al considerar estos tres factores como base para que los minoristas estén en capacidad de tomar decisiones estratégicas en la operación de sus negocios, y por tal motivo, no tener en cuenta la interacción de sus variables particulares, las cuales podrían resultar en soluciones sub-óptimas. Este modelo busca la maximización de los beneficios netos para el minorista-sujeto para una situación de múltiples ítems, con restricciones de espacio limitado en la trastienda y en las zonas de exhibición. Adicionalmente, la función de demanda considera para cada uno de los artículos los efectos principales y cruzados de la elasticidad del espacio, así como los efectos de localización.

En el caso [3], consiguieron un modelo donde modelan la demanda como función del espacio asignado en la góndola, considerando la elasticidad del espacio, efectos de sustitución y un modelo de reabastecimiento. Este modelo asume la demanda como determinística y su principal objetivo es conseguir una exhibición en la cual los productos no se encuentren sub-exhibidos ni sobre-exhibidos. De igual forma a los dos modelos anteriores, se solucionan simultáneamente los problemas de APP y SASP, y se diferencia por transformar un modelo de programación entera mixta en un problema de Knapsack.

Más recientemente, [30] propusieron un modelo de programación lineal entera mixta que maximiza la utilidad del minorista considerando simultáneamente los dos problemas y resuelve usando una heurística especializada de dos etapas. También [31] proponen un modelo que considera en tiempo real la reasignación de espacio en el caso de que existan agotados en la tienda. Pero el modelo [32] resuelve por etapas para la exhibición en góndola de categorías de los productos con el fin de atraer demanda. En estos casos, [23] proponen un modelo de programación lineal entera mixta considerando el surtido y la asignación de forma simultánea. El modelo es resuelto usando una heurística que genera resultados muy cercanos a los óptimos [33] con un modelo cuyo objetivo es maximizar la exposición de los productos, aprovechando el campo visual del shopper con el fin de aumentar la demanda y por consiguiente las utilidades.

III. FORMULACIÓN DEL MODELO

En esta sección se presenta el modelo de programación lineal entera mixta propuesto. La siguiente notación es usada:

A. Conjuntos

I	conjunto de productos que pueden pertenecer al surtido
J	alias de I
N^+	conjunto de productos seleccionados para ser exhibidos
N^-	conjunto de productos no seleccionados para ser exhibidos, $N^+ \cup N^- = I$
K	conjunto del número de caras de exhibición que se pueden asignar a un producto
E	conjunto de los entrepaños de la góndola
F	conjunto de las caras sobre las cuales se va a asignar el surtido
S	conjunto de segmentos asociados a los productos
M	conjunto de marcas asociadas a los productos
T	conjunto de los tamaños o presentaciones del producto

Los conjuntos E y F se asocian a la ubicación física del producto. Se utiliza E para simbolizar los entrepaños y F para simbolizar las caras, las cuales se pueden asemejar a coordenadas cartesianas, donde F se ubica sobre el eje horizontal y E en el vertical (Fig. 1).

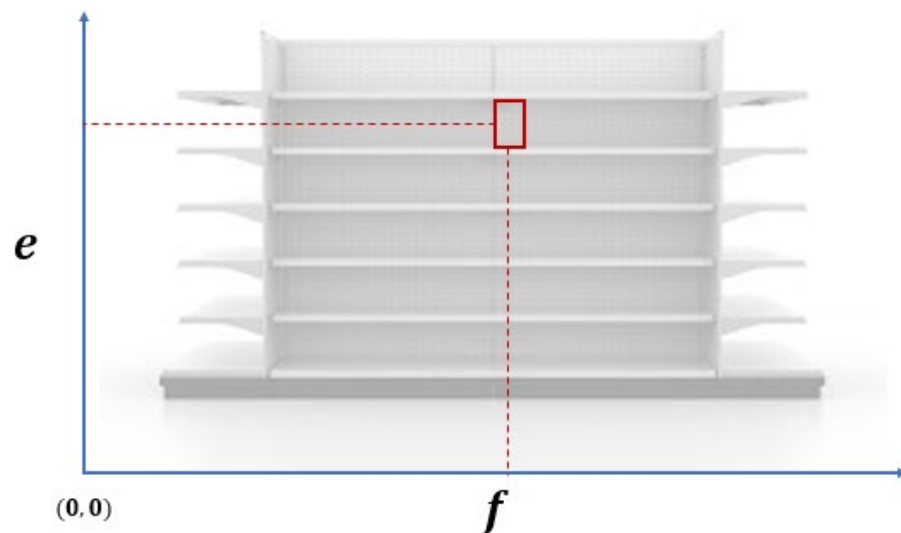


Fig. 1. Representación cartesiana de una góndola.

Fuente: Autores.

Los conjuntos S , M y T están vinculados directamente con la forma en la cual el cliente-buyer establece las prioridades para comprar un producto. La Fig. 2 presenta un ejemplo de la toma de decisión de un cliente:



Fig. 2. Ejemplo de un Árbol de Decisión para el modelo propuesto.

Fuente: Autores.

Este cliente, primero decide el segmento (S) de producto a comprar, por ejemplo, de todos los tipos de leche prefiere la deslactosada, luego decide de todas las marcas disponibles cual prefiere (M) y por último de todas las presentaciones disponibles la presentación de 1.100 ml (T). Para el modelo cualquier combinación es válida.

B. Parámetros

α_i	Demanda base del producto
β_i	Factor de elasticidad del espacio asociado al producto i
λ_j	Porcentaje de la demanda que se mantiene al retirar el producto j del surtido
μ_{ji}	Tasa de sustitución entre el producto j y el producto i
BSL	Nivel básico de reabastecimiento de góndola de acuerdo con las frecuencias de la tienda
d_{ik}	Demanda del producto con caras de exhibición, $d_{ik} = \alpha_i * k^{\beta_i}$
$d_i^{N^-}$	Volumen de sustitución para el producto
g_i	Número de unidades, por cara, abastecidas del producto a través del proceso de reabastecimiento de góndola

- CI_{inv_i} Costo variable de manejo de inventario por unidad para el producto
 p_i Margen de contribución del producto
 r_i Nivel de servicio esperado para el producto
 k_i^{max} Número máximo de caras que puede tener asociadas un el producto
 Loc_e Factor de inflación de la demanda de acuerdo con el entrepaño de exhibición
 K_{disp} Número total de caras que componen la exhibición
 E_{max} Número máximo de entrepaños disponibles en las góndolas

El parámetro de *BSL* se propuso por primera vez [34] como Best Case Service Level, definido como la probabilidad de un cliente llegar a la góndola al inicio del ciclo de venta y encontrar un surtido aceptable para suplir su necesidad. Se define como Basic Supply Level [12] y representa el porcentaje de la demanda cubierto por el proceso básico de abastecimiento de góndola. Este último es un proceso operativo, definido generalmente por el administrador del punto de venta, y consiste en coordinar las frecuencias y cantidades con las que se hará el cargue de producto en la estantería. Las decisiones asociadas al *BSL* son muy importantes, ya que una mala definición puede ocasionar faltantes de producto aun con inventario en la trastienda o sobrecostos de mano de obra por realizar cargues innecesarios de producto.

C. Variables de decisión

- Y_{ik} Variable binaria que toma el valor de 1 si del producto i se exhiben k caras; 0 de lo contrario.
 V_{ief} Variable binaria que toma el valor de 1 si del producto i se exhibe al nivel del entrepaño e y sobre la cara f ; 0 de lo contrario.
 W_{sf} Variable binaria que toma el valor de 1 si los productos del segmento s se exhiben sobre la cara f ; 0 de lo contrario.
 X_{mf} Variable binaria que toma el valor de 1 si los productos de la marca m se exhiben sobre la cara f ; 0 de lo contrario.
 U_{tf} Variable binaria que toma el valor de 1 si los productos del tamaño t se exhiben sobre la cara f ; 0 de lo contrario.
 Q_i Nivel de inventario requerido para sostener la demanda del producto i .

D. Función Objetivo

El objetivo de este modelo es maximizar la utilidad generada por un retail para una determinada categoría a través de la selección adecuada del surtido, espacios de exhibición y localización en góndola, partiendo de un conjunto de productos dados; los criterios a tener

en cuenta para la optimización serán: la utilidad percibida definidas por la ganancia generadas directamente por los productos seleccionados (*UDP*), la ganancia obtenida por los efectos de sustitución entre los productos (*USP*), la ganancia obtenida por localización vertical de los productos (*ULP*), menos el costo del manejo del inventario (*CI*), de la siguiente forma:

$$\text{MAX } Z = \text{UDP} + \text{USP} + \text{ULP} - \text{CI} \quad (1)$$

La utilidad percibida directamente por los productos seleccionados (*UDP*) se estima multiplicando la función de demanda por el margen de contribución de cada producto, únicamente para aquellos que pertenezcan al surtido seleccionado:

$$\text{UDP} = \sum_{i \in N^+} \sum_{k=1}^K Y_{ik} * d_{ik} * p_i \quad (2)$$

La utilidad obtenida por los efectos de sustitución entre los productos (*USP*) describe la utilidad adicional ganada por el surtido activo (los productos seleccionados para ser exhibidos o N^+) a consecuencia de retirar del surtido productos con opción de ser sustitutos de los seleccionados:

$$\text{USP} = \sum_{i=1}^I d_i^{N^-} * (1 - Y_{i0}) * p_i \quad (3)$$

El parámetro $d_i^{N^-}$ es el volumen de sustitución para el producto i y se define por la siguiente expresión:

$$d_i^{N^-} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^I d_{j0} * Y_j \quad \mu_{ji} \quad \forall i \quad (4)$$

El término d_{j0} puede expresarse también como $d_{j0} = d_{j1} * \lambda_j$ y representa la demanda cedida al surtido activo. Al observar detalladamente (4) se puede apreciar que se está hablando una ecuación no lineal, al estar Y_{i0} y Y_{j0} siendo multiplicados indirectamente. Para solucionar este inconveniente, $d_i^{N^-}$ también se precalcula para todas las posibles combinaciones, es decir, asumiendo $Y_{j0} = 1 \forall j$. Al estar presente μ_{ji} , los volúmenes que realmente se tendrán en cuenta serán los que provengan de los productos con los que hay probabilidad de sustitución.

La utilidad obtenida por localización vertical de los productos (*ULP*) es la ganancia esperada por la amplificación de la demanda para los ítems exhibidos a la altura de los ojos del cliente-buyer. Esta depende del entrepaño.

$$\text{ULP} = \sum_{i=1}^I \sum_{e=1}^E \sum_{f=1}^F V_{ief} * d_{i1} * p_i \quad Loc_e \quad (5)$$

Como [21], los productos que sean exhibidos a la altura de los ojos tendrán un estímulo mayor sobre la venta, por tal motivo se integra al modelo el factor Loc_e , que de acuerdo con el nivel del entrepaño e , aplica un incremento porcentual a la demanda de los artículos que sean localizados allí. La demanda que se toma es di_1 , que corresponde a la del producto con una sola cara de exhibición.

El costo del manejo del inventario (CI) establece el costo de mantenimiento de todos los artículos:

$$CI = \sum_{i=1}^I Q_i * CInv_i \quad (6)$$

Se utiliza el inventario máximo (Q_i) para calcular este costo, en vez del inventario promedio, ya que en el caso de los productos en góndola se espera que esta siempre esté abastecida a su máxima capacidad, con el fin de generar un efecto visual positivo sobre los clientes y que esto estimule su deseo de compra.

E. Restricciones

1) Restricciones de BSL

$$\left[\sum_{k=1}^K (d_{ik} + d_i^{N^-}) * Y_{ik} \right] * BSL \leq \sum_{k=1}^K Y_{ik} * k * g_i \quad \forall i \quad (7)$$

La restricción (7) coordina la demanda con las restricciones de abastecimiento. El lado izquierdo establece el porcentaje de la demanda total (directa + volumen de sustitución) que será abastecido mediante el proceso básico de recargue de la góndola, mientras el lado derecho denota la capacidad de abastecimiento. El parámetro g_i representa el número de unidades por cara que se abastecen en cada ciclo de recargue. Al combinar el anterior valor con k , la capacidad de abastecimiento estará condicionada al número de caras que se haya asignado a cada producto.

2) Restricciones limitantes para la asignación de caras

$$\sum_{k=1}^K Y_{ik} * k \leq k_i^{max} \quad i \quad (8)$$

$$Y_{i1} = 0 \quad \forall i \quad (9)$$

$$\sum_{k=2}^K Y_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=2}^K Y_{ik} * k = K_{disp} \quad (11)$$

La restricción (8) limita a todos los productos para ser exhibidos hasta cierto número de caras predefinidas, para cada artículo puede haber un límite diferente, dado que los minoristas tienen una mayor disposición de exhibir ciertos ítems. La restricción (9) restringe la posibilidad de un producto a tener solamente una cara; la razón de esta decisión es al tener una exhibición tan pequeña aumenta la posibilidad de haber productos agotados y la razón de no ser atractivo a los ojos de los clientes. La restricción (10) garantiza para un producto i a solo ser exhibido con un número específico de caras. La restricción (11) busca la asignación de todas las caras disponibles para la exhibición.

3) Restricciones de localización en góndola

$$\sum_{e=1}^E \sum_{f=1}^F V_{ief} = \sum_{k=1}^K Y_{ik} * k \quad \forall i \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^I V_{ief} = 1 \quad \forall e, f \quad (13)$$

La restricción (12) asegura a todas las caras asignadas de un producto ser localizadas dentro de la góndola, mientras la restricción (13) hace en cada combinación de coordenadas (e, f) solo ser asignado un producto.

4) Restricciones del árbol de decisión

$$Emax * W_{sf} = \sum_{i=1}^I \sum_{e=1}^E V_{ief} \quad \forall s, f \quad (14)$$

$$Emax * X_{mf} = \sum_{i=1}^I \sum_{e=1}^E V_{ief} \quad \forall m, f \quad (15)$$

$$Emax * U_{tf} = \sum_{i=1}^I \sum_{e=1}^E V_{ief} \quad \forall t, f \quad (16)$$

Las restricciones (14), (15) y (16) permiten para cada índice de cara f ocupar todos los entrepaños con productos del mismo segmento, marca o tamaño. $Emax$ se utiliza para garantizar a todos los entrepaños ser ocupados.

5) Restricciones asociadas al manejo del inventario y nivel de servicio

$$Q_i \geq \left(\sum_{k=1}^K Y_{ik} * k * g_i \right) * r_i \quad \forall i \quad (17)$$

La restricción (17) define a los inventarios presentes en la trastienda el deber ser por lo menos las cantidades requeridas para el reabastecimiento en góndola, de acuerdo con los parámetros definidos mediante el BSL. El parámetro r_i representa el nivel de servicio esperado para cada uno de los ítems.

6) *Restricciones de no negatividad y variables binarias*

$$Q_i \geq 0 \quad \forall i \quad (18)$$

$$Y_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i, k \quad (19)$$

$$V_{ief} \in \{0,1\} \quad \forall i, e, f \quad (20)$$

$$W_{sf} \in \{0,1\} \quad \forall s, f \quad (21)$$

$$X_{mf} \in \{0,1\} \quad \forall m, f \quad (22)$$

$$U_{tf} \in \{0,1\} \quad \forall t, f \quad (23)$$

IV. RESULTADOS

A. Escenario de prueba

Para el procesamiento del modelo se empleó la versión 23.6 del software GAMS usando CPLEX en versión 12.2.0.0 y empleando un computador con procesador de 1.7 GHz y 6 GB de RAM. La instancia utilizada para las pruebas de desempeño del modelo correspondieron a datos reales de un periodo, entre agosto y octubre de 2016, en un punto de venta de un minorista del canal de supermercados y de la categoría de Leches UHT. El surtido base corresponde a 30 productos, exhibidos en 11 góndolas, con 7 entrepaños y 14 caras horizontales por góndola.

La demanda base a_i se obtiene al promediar las cifras del trimestre y se expresa en unidades de producto y el ciclo de ventas es de un solo día asumiendo que no hay independencia con otros días. El factor de elasticidad del espacio β_i se definió como 0,5 para todos los productos y el porcentaje de la demanda cedida al surtido activo λ_j como 0,3. La tasa de sustitución μ_{ji} se calcula solo entre productos del mismo segmento, es decir, se hace el supuesto de la inexistencia de sustituibilidad entre productos de segmentos diferentes independientemente del tamaño y la marca. Para cada artículo, la tasa se estima como el porcentaje de participación de los demás productos, es decir, sin contar las unidades del propio artículo sobre el segmento. Lo anterior significa que existe una mayor tendencia de sustitución para aquellos ítems con más importancia sobre la venta. El BSL se define en 80%, es decir, menos del 20% de la demanda necesitará ser recargada durante el día; g_i se calcula como $BLS * a_i$, redondeado al entero mayor más cercano. El costo del inventario C_{Invi} se calculó como el 5% del costo de cada producto. El factor de inflación de la deman-

da por localización Loc_e utilizado es de 10% para el entrepaño 6 y 8% para el entrepaño 5, los cuales son los entrepaños ubicados a la altura de los ojos de los clientes. El número máximo de caras a exhibir para un producto k_i^{max} será de 98, correspondiente a una góndola de 7 entrepaños y 14 caras. Este supuesto limita a un producto a ser exhibido en más de una góndola. La cantidad de caras disponibles K_{disp} será 1.078, que corresponde a 11 góndolas con 7 entrepaños y 14 caras de exhibición. E_{max} se definió como 7, al tener las góndolas utilizadas en el punto de venta 7 entrepaños. Sobre algunos de los parámetros definidos se realiza posteriormente un análisis de sensibilidad, por ser su determinación de forma exacta implicando un estudio experimental sobre cada uno.

TABLA 1. RESULTADOS DE LA ASIGNACIÓN DE ESPACIO A CADA PRODUCTO ($Y_{ik} * k$).

Producto	Número de caras	Producto	Número de caras
1	14	16	49
2	49	17	56
3	18	18	84
4	7	19	35
5	17	20	35
6	70	21	28
7	28	22	21
8	56	23	21
9	35	24	21
10	56	25	14
11	70	26	7
12	73	27	14
13	74	28	28
14	49	29	14
15	28	30	7

Fuente: Autores.

La solución óptima del modelo con los parámetros previamente definidos se encontró en 1.302 segundos, con un resultado de la función objetivo de \$1.336.454, compuesto de \$1.848.538 por ganancia directa de los productos (UDP), \$95.389 por efectos de sustitución (USP), \$30.417 por efectos de localización (ULP) y descontando \$637.891 por costos asociados al manejo del inventario (CI). El resultado obtenido implica una asignación de espacio a los productos tal como lo demuestra la Tabla 1.

Una muestra de los resultados de la localización de productos en la góndola se presenta en la Fig. 3. Solo se presentan los resultados gráficos de 2 góndolas consecutivas, ya que los resultados de las 11 góndolas no se verían claramente, debido a la limitación de espacio en este documento.

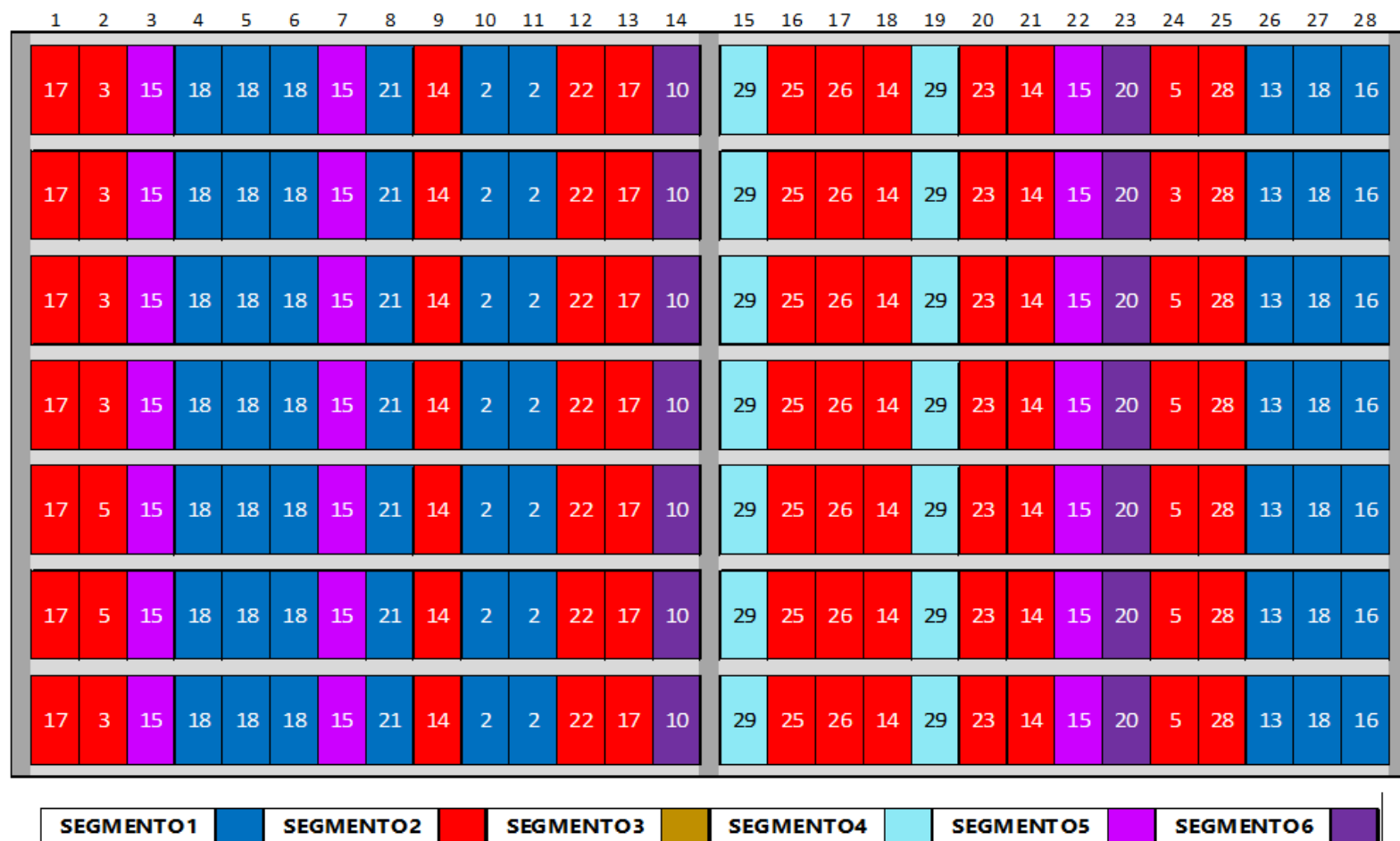


Fig. 3. Resultado de la localización de los productos en dos góndolas consecutivas (Vi□f).

Fuente: Autores.

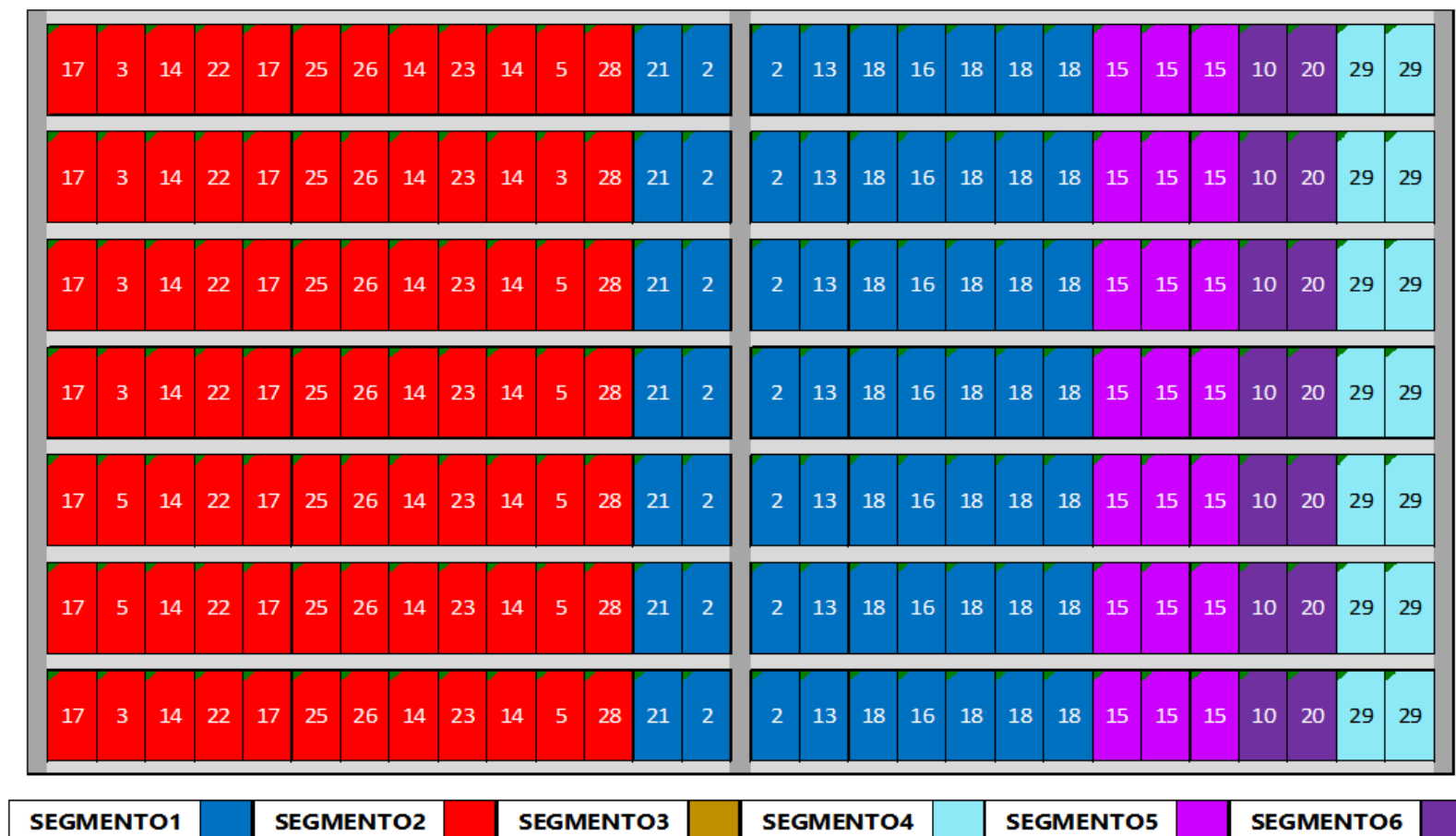


Fig. 4. Resultado de la reorganización considerando los segmentos.

Fuente: Autores.

En la práctica, la solución inicial del modelo puede requerir ajustes de acuerdo con el Árbol de Decisión; este hecho no implica para los valores de las variables de decisión y la función objetivo cambios, al reacomodar las columnas completas no tiene ningún impacto en el resultado del modelo. El propósito es buscar para la

exhibición de segmentos, marcas y tamaños una forma consecutiva en la góndola. Suponiendo la definición de las prioridades de selección del árbol como las siguientes: primero, segmento, segundo, marca y tercero, tamaño; la reorganización de la solución inicial se presenta de forma progresiva en la Fig. 4, Fig. 5 y Fig. 6.



Fig. 5. Resultado de la reorganización considerando los segmentos y luego las marcas.
Fuente: Autores.

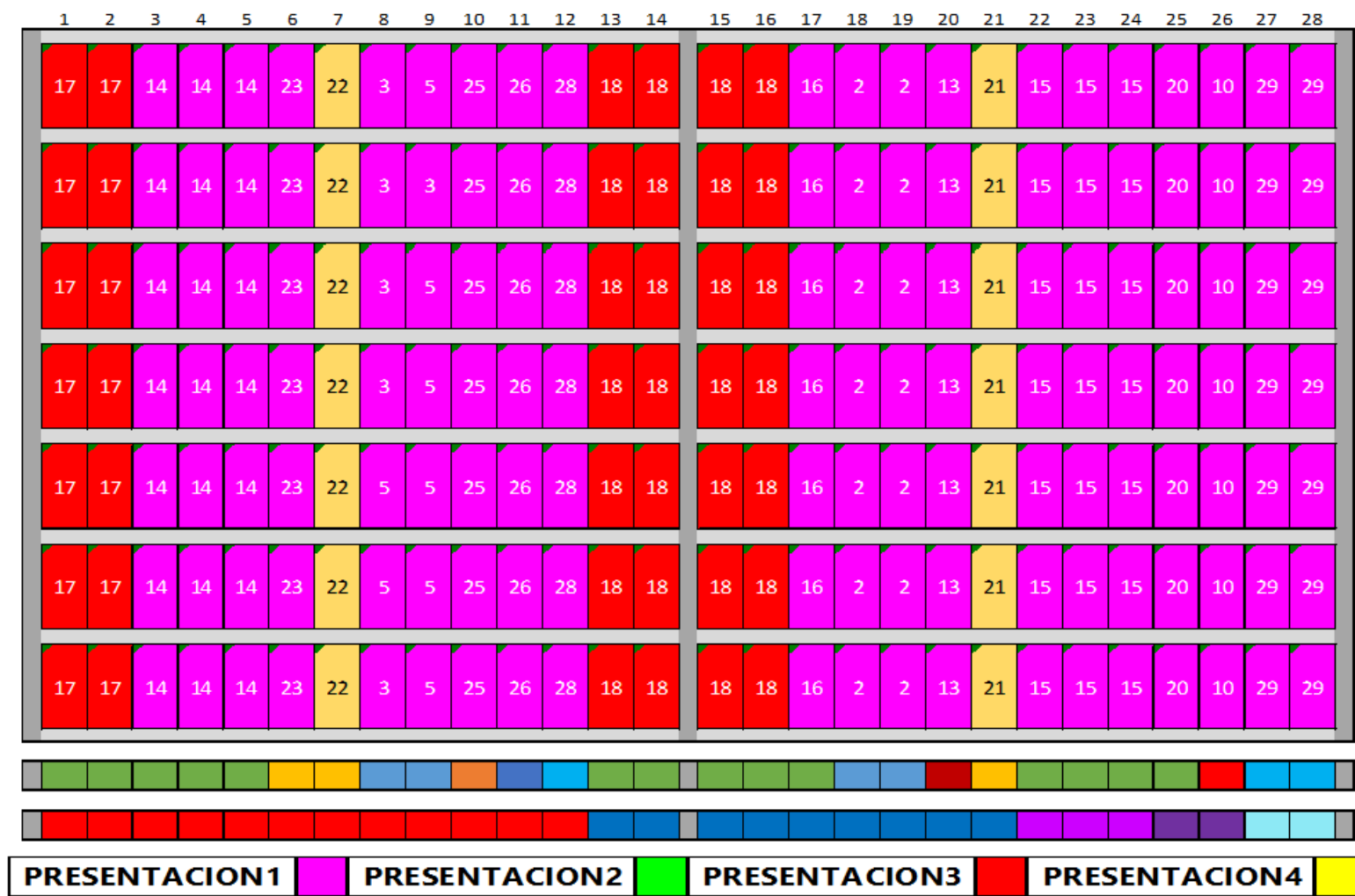


Fig. 6. Resultado de la reorganización considerando los segmentos, marcas y por último los tamaños.
Fuente: Autores.

El resultado del modelo arroja como las participaciones de exhibición dadas a los productos, agrupados por segmento, marca o tamaño, va muy de la mano

con la participación en ventas. Sin embargo, un factor muy importante para la asignación de las variables ha sido el margen, resultando de este modo intere-

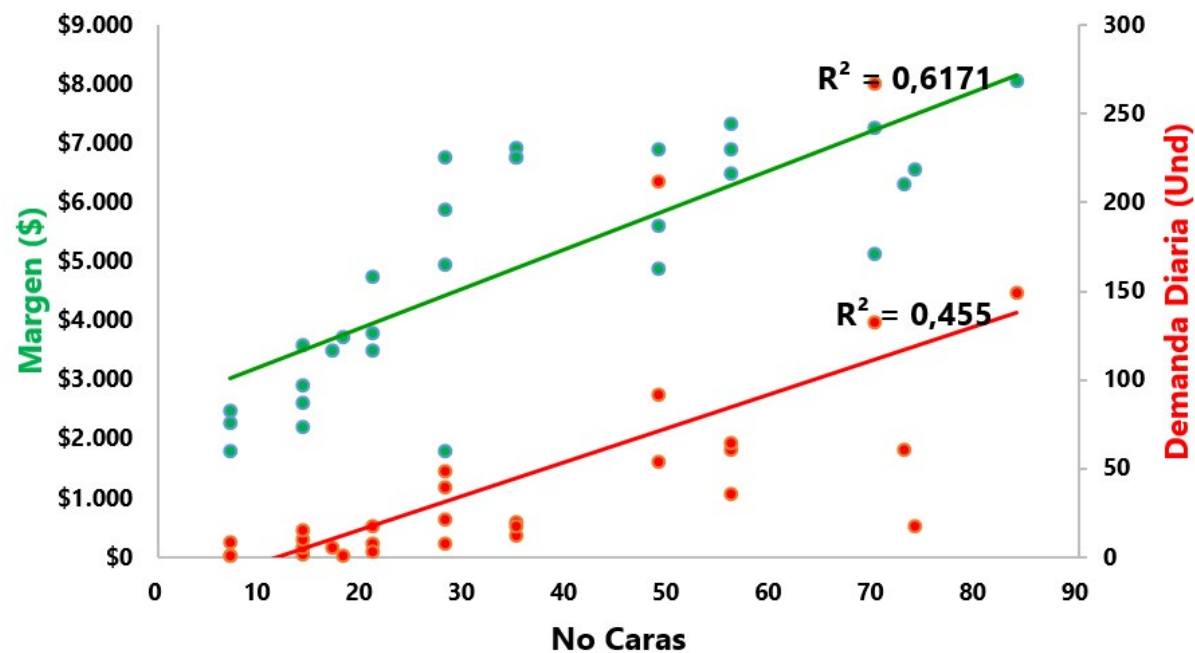


Fig. 7. Dispersión de la asignación del espacio vs margen (\$) y demanda diaria (unidades).

Fuente: Autores.

sante analizar cuál de los dos parámetros es más predominante dentro de la solución. En la Fig. 7 se presenta el impacto de cada uno en la solución (cada punto representa un producto). Como se puede apreciar la correlación entre el número de caras exhibidas y el margen es ligeramente mayor. El coeficiente de correlación de Pearson entre el número de caras y el margen y demanda diaria es de 0.78 y 0.51 respectivamente.

B. Análisis de sensibilidad

El modelo fue probado con datos reales, pero algunos de los parámetros fueron definidos inicialmente de forma empírica, por opinión de expertos de la cadena estudiada. Sobre el porcentaje de la demanda cedida, al surtido activo ($\lambda_j = 30\%$) se probó con valores de 50% y 80% y la solución no sufrió cambios. Sobre la elasticidad del espacio ($\beta_i = 50\%$), se probó con valores de 30% y 80% generando cambios de -62% y 380% respectivamente sobre la función objetivo. Sobre el costo de manejo del inventario ($CInv_i = 5\%$) se probó con valores de 10 y 15% y generaron cambios de -38% y -62 respectivamente sobre la función objetivo. Por último, el nivel básico de reaprovisionamiento de la góndola ($BSL = 80\%$) se probó con valores de 30% y 80% y la solución no sufrió cambios.

V. CONCLUSIONES

El modelo construido se diseñó para solucionar problemas de escala real con el objetivo de optimizar el margen percibido por el minorista a través del surtido adecuado, con los espacios de exhibición justos y con la localización exacta de los artículos seleccionados. Bajo este contexto, éste ofrece una alternativa interesante

para los analistas, ya que los resultados entregados por éste garantizan un escenario óptimo y una organización de la góndola mejor a las soluciones obtenidas a través del uso de herramientas comerciales, por proporcionar en general solo soluciones factibles. En términos del tiempo de procesamiento el modelo es competitivo frente a estas soluciones.

La forma en la cual se calcularon los inventarios para el surtido activo no es más que la capacidad existente de abastecimiento en la trastienda multiplicado con un factor r_i , representando el nivel de servicio. En la literatura es común encontrar como el manejo de las políticas de inventario se hace con modelos del vendedor de periódicos, sin embargo [10], por todas las decisiones operativas tomadas por un gerente de punto de venta, resulta más práctico y real definir el inventario a almacenar en bodega como una proporción muy significativa de la demanda esperada.

Una ventaja significativa del modelo propuesto es la facilidad con la cual los analistas pueden fácilmente ajustar la exhibición de acuerdo con el árbol de decisión establecido. En la literatura esta condición no se tiene en cuenta, por lo tanto, aplicar soluciones puras de éstos conlleva a reprocesos y reajustes manuales que distorsionan totalmente la solución inicial.

Se encontró como el modelo no es sensible a cambios en algunos de los parámetros y potencialmente el factor con mayor impacto en los resultados es la elasticidad del espacio. En este sentido el potencial de investigación del comportamiento del consumidor frente a la mayor o menor exhibición de los productos resulta una línea de investigación, que, no solo arroja información muy valiosa desde el punto de vista del mercadeo, sino también para el desarrollo de mejores modelos para soportar la toma de decisiones.

Otras líneas futuras de investigación puede llegar a considerar dentro del modelo de forma explícita la estimación de algunos parámetros precalculados, incorporar el árbol de decisión dentro del procedimiento, haciendo que las soluciones encontradas no requieran una intervención posterior para su implementación y considerar las restricciones en la práctica para imponer recursos de almacenamiento o transporte de los productos con capacidades finitas.

FINANCIAMIENTO

Este proyecto se realizó como trabajo de grado de la Maestría en Ingeniería Industrial de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito.

REFERENCIAS

- [1] M. Karampatsa, E. Grigoroudis and N. F. Matsatsinis, "Retail Category Management: A Review on Assortment and Shelf-Space Planning Models," in *Operational Research in Business and Economics*, E. Grigoroudis, M. Doumpos, Eds., Cham, Switzerland: Springer, 2017, pp. 35–67. https://doi.org/10.1007/978-3-319-33003-7_3
- [2] S. Greenhouse, "How Costco Became the Anti-Wal-Mart," *The New York Times*. [Online]. Available: <http://www.nytimes.com/2005/07/17/business/yourmoney/how-costco-became-the-antiwalmart.html>. [Accessed: 04-Oct-2017].
- [3] A. H. Hübner and H. Kuhn, "Shelf and Inventory Management with Space-Elastic Demand," in *Operations Research Proceedings 2010*, Hu B., Morasch K., Pickl S., Siegle M., eds., (GOR (Gesellschaft für Operations Research e.V.)), Berlin, Heidelberg: Springer, 2011, pp. 405–410. https://doi.org/10.1007/978-3-642-20009-0_64
- [4] P. M. Reyes and G. V. Frazier, "Goal programming model for grocery shelf space allocation," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 181, no. 2, pp. 634–644, Sep. 2007. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.07.004>
- [5] T. W. Gruen and R. H. Shah, "Determinants and outcomes of plan objectivity and implementation in category management relationships," *J. Retail.*, vol. 76, no. 4, pp. 483–510, Oct. 2000. [https://doi.org/10.1016/S0022-4359\(00\)00041-5](https://doi.org/10.1016/S0022-4359(00)00041-5)
- [6] G. Chetochine, *Marketing estratégico de los canales de distribución: Trade marketing, competencia, marca propia*. Buenos aires, Argentina: Granica, 1994.
- [7] N. F. Palacios, "Diseño de un Modelo para la Planeación del Surtido, Asignación de Espacio y Localización en Góndola", *M. Eng. tesis*, Esc. Colomb. de Ing. Julio Garavito, Bogotá, D.C., Colombia, 2017.
- [8] G. P. Cachon, C. Terwiesch and Y. Xu, "Retail Assortment Planning in the Presence of Consumer Search," *Manuf. Serv. Oper. Manag.*, vol. 7, no. 4, pp. 330–346, Oct. 2005. <https://doi.org/10.1287/msom.1050.0088>
- [9] R. A. Russell and T. L. Urban, "The location and allocation of products and product families on retail shelves," *Ann. Oper. Res.*, vol. 179, no. 1, pp. 131–147, Sep. 2010. <https://doi.org/10.1007/s10479-008-0450-y>
- [10] C. R. Ruiz Cruz, A. Zamora and C. J. Vidal, "Modelo de inventarios y espacio en góndola en puntos de venta para productos de abarrotes en un cadena de supermercados (2a. parte)", *Rev. Esc. Colomb. Ing. Julio Garavito*, no. 79, pp. 15–25, Abr. 2010.
- [11] G. van Ryzin and S. Mahajan, "On the Relationship Between Inventory Costs and Variety Benefits in Retail Assortments," *Manage. Sci.*, vol. 45, no. 11, pp. 1496–1509, Nov. 1999. <https://doi.org/10.1287/mnsc.45.11.1496>
- [12] A. H. Hübner and H. Kuhn, "Retail category management: State-of-the-art review of quantitative research and software applications in assortment and shelf space management," *Omega*, vol. 40, no. 2, pp. 199–209, Apr. 2012. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2011.05.008>
- [13] Z. Li, "A Single-Period Assortment Optimization Model," *Prod. Oper. Manag.*, vol. 16, no. 3, pp. 369–380, May. 2007. <https://doi.org/10.1111/j.1937-5956.2007.tb00265.x>
- [14] V. Gaur and D. Honhon, "Assortment Planning and Inventory Decisions Under a Locational Choice Model," *Manage. Sci.*, vol. 52, no. 10, pp. 1528–1543, Oct. 2006. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1060.0580>
- [15] A. G. Kök and M. L. Fisher, "Demand Estimation and Assortment Optimization Under Substitution: Methodology and Application," *Oper. Res.*, vol. 55, no. 6, pp. 1001–1021, Oct. 2007. <https://doi.org/10.1287/opre.1070.0409>
- [16] J.-K. Chong, T.-H. Ho and C. S. Tang, "A Modeling Framework for Category Assortment Planning," *Manuf. Serv. Oper. Manag.*, vol. 3, no. 3, pp. 191–210, Jul. 2001. <https://doi.org/10.1287/msom.3.3.191.9891>
- [17] B. Maddah and E. K. Bish, "Joint pricing, assortment, and inventory decisions for a retailer's product line," *Nav. Res. Logist.*, vol. 54, no. 3, pp. 315–330, Jan. 2007. <https://doi.org/10.1002/nav.20209>
- [18] E. Yücel, F. Karaesmen, F. S. Salman and M. Türkay, "Optimizing product assortment under customer-driven demand substitution," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 199, no. 3, pp. 759–768, Dec. 2009. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.08.004>
- [19] R. Malsagne, "La productivité de la surface de vente passe maintenant par l'ordinateur," *Travail et Methodes*, no. 274, pp. 3–8. 1972.
- [20] T. Monshouwer, A. Oosterom and J. Rovers, "Het Belang van Weloverwogern Assortimentsbeheer," *Het Levensmiddelenbedrijf*, pp. 385–393, 1966.
- [21] X. Drèze, S. J. Hoch and M. E. Purk, "Shelf management and space elasticity," *J. Retail.*, vol. 70, no. 4, pp. 301–326, Dec. 1994. [https://doi.org/10.1016/0022-4359\(94\)90002-7](https://doi.org/10.1016/0022-4359(94)90002-7)
- [22] H. Hwang, B. Choi and M.-J. Lee, "A model for shelf space allocation and inventory control considering location and inventory level effects on demand," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 97, no. 2, pp. 185–195, Aug. 2005. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2004.07.003>
- [23] T. Flamand, A. Ghoniem, M. Haouari and B. Maddah, "Integrated assortment planning and store-wide shelf space allocation: An optimization-based approach," *Omega*, vol. 81, pp. 134–149, Dec. 2018. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2017.10.006>
- [24] J. Irion, J.-C. Lu, F. Al-Khayyal and Y.-C. Tsao, "A piecewise linearization framework for retail shelf space management models," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 222, no. 1, pp. 122–136, Oct. 2012. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.04.021>
- [25] H. Hwang, B. Choi, and M.-J. Lee, "A model for shelf space allocation and inventory control considering location and inventory level effects on demand," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 97, no. 2, pp. 185–195, Aug. 2005. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2004.07.003>
- [26] H. Abbott and U. S. Palekar, "Retail replenishment models with display-space elastic demand," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 186, no. 2, pp. 586–607, Apr. 2008. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.12.067>
- [27] N. Borin, P. W. Farris and J. R. Freeland, "A Model for Determining Retail Product Category Assortment and Shelf Space Allocation," *Decis. Sci.*, vol. 25, no. 3, pp. 359–384, May 1994. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5915.1994.tb01848.x>
- [28] T. L. Urban, "An inventory-theoretic approach to product assortment and shelf-space allocation," *J. Retail.*, vol. 74, no. 1, pp. 15–35, Mar. 1998. [https://doi.org/10.1016/S0022-4359\(99\)80086-4](https://doi.org/10.1016/S0022-4359(99)80086-4)

- [29] M. A. Hariga, A. Al-Ahmari and A.-R. A. Mohamed, “A joint optimisation model for inventory replenishment, product assortment, shelf space and display area allocation decisions,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 181, no. 1, pp. 239–251, Aug. 2007. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.06.025>
- [30] A. Hübner and K. Schaal, “An integrated assortment and shelf-space optimization model with demand substitution and space-elasticity effects,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 261, no. 1, pp. 302–316, Aug. 2017. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.01.039>
- [31] E. Frontoni, F. Marinelli, R. Rosetti and P. Zingaretti, “Shelf space re-allocation for out of stock reduction,” *Comput. Ind. Eng.*, vol. 106, pp. 32–40, Apr. 2017. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.01.021>
- [32] T. Bianchi-Aguiar, E. Silva, L. Guimarães, M. A. Carravilla and J. F. Oliveira, “Allocating products on shelves under merchandising rules: Multi-level product families with display directions,” *Omega*, vol. 76, pp. 47–62, Apr. 2018. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2017.04.002>
- [33] C. H. Mowrey, P. J. Parikh and K. R. Gue, “A model to optimize rack layout in a retail store,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 271, no. 3, pp. 1100–1112, Dec. 2018. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.05.062>
- [34] N. Agrawal and S. A. Smith, “Optimal retail assortments for substitutable items purchased in sets,” *Nav. Res. Logist.*, vol. 50, no. 7, pp. 793–822, May. Oct. 2003. <https://doi.org/10.1002/nav.10090>

Nicolás Felipe Palacios-Villarraga es Magister en Ingeniería Industrial de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito (Colombia). <https://orcid.org/0000-0002-0279-7565>

Carlos Rodrigo Ruiz-Cruz es Ingeniero Industrial de la Escuela Colombiana de Ingeniería (Colombia), con especialización en Logística y Magister en Ingeniería Industrial de la Universidad del Valle (Colombia). <https://orcid.org/0000-0002-0671-7382>