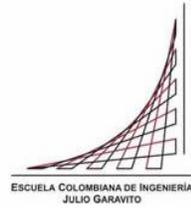


Maestría en Ingeniería Civil

**Diseño de un Elemento de Transición para la Modelación
y Análisis de Interacción Suelo-Estructura en Condición Estática,
en 3 Dimensiones y con el Método de Elementos Finitos**

Cristhian Daniel Benitez Montaña

Bogotá, D.C., 31 de mayo de 2021



**Diseño de un Elemento de Transición para la Modelación
y Análisis de Interacción Suelo-Estructura en Condición Estática,
en 3 Dimensiones y con el Método de Elementos Finitos**

**Tesis para optar al título de magíster en Ingeniería Civil, con
énfasis en geotecnia**

Ricardo Salazar Ferro

Director

Bogotá, D.C., 31 de mayo de 2021



La tesis de maestría titulada “Diseño de un Elemento de Transición para la Modelación y Análisis de Interacción Suelo-Estructura en Condición Estática, en 3 Dimensiones y con el Método de Elementos Finitos”, presentada por Cristhian Daniel Benitez Montaña, cumple con los requisitos establecidos para optar al título de Magíster en Ingeniería Civil con énfasis en geotecnia.

Director de la tesis

Ricardo Salazar Ferro

Jurado

Fabián Álvarez

Jurado

Jaime Erasmo Garzón Moreno

Bogotá, D.C., 31 de mayo de 2021

Dedicado

A mi familia.

Agradecimientos

El logro de esta tesis solo es el resultado del apoyo incondicional de mi novia Giovanna quien desde el inicio de esta travesía me impulso a sacar este proyecto adelante, a mis papas (Wilson y Claudia) por su apoyo y preocupación por lograr esta meta, por sus consejos e impulso constante y a mi hermanita por sus recomendaciones en el desarrollo de este documento.

También quiero agradecer al Ing. Ricardo Salazar por su motivación y compromiso en el desarrollo de esta tesis.

Por último, agradecer al Ing. Luis Guillermo Rojas quien mientras fue mi jefe y luego de esto respeto e impulso mis espacios de formación.

Resumen

En el campo del diseño geotécnico se ha presentado el concepto de redundancia como una alternativa para disminuir la incertidumbre y evitar la falla de estructuras por errores humanos. De acuerdo con esto, ha surgido la necesidad de generar sistemas más sofisticados en los que el desarrollo de los diseños represente de una mejor manera los retos ingenieriles que se presentan.

Como respuesta a esta necesidad el método de los elementos finitos (MEF) ha tomado un gran auge debido a que permite el análisis y diseño de las estructuras. Dentro de los diferentes retos que se presentan en la ingeniería civil se encuentran los análisis de interacción suelo – estructura siendo esta una problemática necesaria de investigar e innovar. En esta problemática actualmente se encuentran involucrados entre muchos otros profesionales, el ingeniero estructural y el ingeniero geotecnista, quienes se encargan del cálculo estructural y el diseño geotécnico respectivamente.

En el mecanismo de interacción suelo – estructura se reconoce la influencia de la estructura en el suelo y viceversa. Por lo anterior, se permite identificar los posibles problemáticas y las respectivas soluciones. Sin embargo, es válido aclarar que las metodologías numéricas utilizadas por ambas áreas en los análisis son diferentes y no emulan una verdadera condición de interacción suelo – estructura.

De acuerdo con lo anterior, en este trabajo se desarrolla un elemento de transición que permita la modelación y análisis de interacción suelo-estructura en condición estática, en 3 dimensiones, con el método de los elementos finitos para modelar el suelo y, en forma simultánea, el uso del análisis matricial para simulación de la estructura.

El caso de estudio que se tomó corresponde a una columna cuadrada (0.5 x 0.5m) de 3m de alto conectada a una zapata en concreto a través del elemento de transición, por último, la zapata se soporta sobre un mismo suelo homogéneo. En la parte superior de la columna se aplican tres fuerzas (F_x , F_y , F_z) y tres momentos (M_x , M_y , M_z).

Para el caso de estudio descrito se contemplaron cuatro diferentes modelos, en los cuales se mantuvieron las características de la columna y el suelo. Como variables, se manejaron las fuerzas y momentos, el elemento de transición y, por último, la dimensión de la malla que representa el suelo y la zapata.

Adicionalmente, con el fin de corroborar los resultados obtenidos con el elemento de transición diseñado, se realizó un modelo compuesto por una malla de elementos finitos en el cual se contempló el sistema de columna, cimentación y suelo. Los resultados del análisis mostraron que, aunque los resultados no son los mismos, los valores obtenidos están en el mismo orden de magnitud.

De acuerdo con los resultados obtenidos, se puede concluir que el elemento de transición dimensionado permite la modelación y análisis de interacción suelo-estructura, con el

método de los elementos finitos para modelar el suelo y, en forma simultánea, el uso del análisis matricial para la simulación de la estructura. De igual manera, la metodología presentada para dimensionar el elemento de transición entre la columna y el suelo permite una compatibilidad entre el análisis matricial de estructuras y el método de los elementos finitos. El elemento de transición dimensionado permite estimar las deformaciones y rotaciones resultantes de la interacción de la estructura con el suelo.

Esta investigación está enmarcada en la línea de investigación Fundaciones del Grupo de Investigación en Geotecnia del Programa de Ingeniería Civil de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito.

Índice general

Capítulo I Introducción	13
Capítulo II Marco Teórico	17
Capítulo III Metodología	32
Capítulo IV Resultados y contribución	43
Capítulo V Conclusiones	62
Capítulo VI Bibliografía	65
Capítulo VII Anexos	69

Índice de tablas

Tabla 1 Propiedades de los materiales para los análisis	40
Tabla 2 Modelos analizados	41
Tabla 3 Resultados modelo de comprobación – Modelo 1	46
Tabla 3 Resultados modelo de comprobación – Modelo 2	51
Tabla 3 Resultados modelo de comprobación – Modelo 3	55
Tabla 3 Resultados modelo de comprobación – Modelo 4	59
Tabla 4 Ejemplo de combinaciones de fuerza que presentan limitaciones	63

Índice de figuras

Figura 1: Resumen fallas estructurales en Colombia en los últimos años.	15
Figura 2 : Métodos para modelar la interfaz suelo-estructura.	19
Figura 3 Empalme de matrices de rigidez (Ramírez, 2013)	20
Figura 4 Interfaz típica sin malla con distribución nodal flexible (Gong et al, 2019)	20
Figura 5: Los nodos que rodean un punto de Gauss en la parte superior (Gong et al, 2019)	21
Figura 6 Ecuación básica de un elemento pórtico espacial, orientado en la dirección del eje Y (Uribe, 2002)	24
Figura 7 Elemento hexaédrico de ocho nodos	27
Figura 8 Fases diseño de elemento de transición para la modelación y análisis de interacción suelo, estructura.	32
Figura 9 Alternativa 1 de elemento de acople	33
Figura 10 Alternativa 2 de elemento de acople	34
Figura 11 Alternativa 3 de elemento de acople	35
Figura 12 Ecuación básica de un elemento pórtico espacial, adaptado de Uribe (2002)	37
Figura 13 Análisis matricial inicial de la columna	37
Figura 14 Modelo elemento de transición, zapata y suelo	38
Figura 15 Ciclo de análisis para interacción suelo estructura	38
Figura 16 Elemento de transición	39
Figura 17 Caso de estudio	40
Figura 18 Sistema coordenado y numeración de nodos	41
Figura 19 Sistema coordenado y numeración de nodos modelo de comprobación	42
Figura 20 Secciones transversales de análisis	43
Figura 21 Resultado de análisis en la columna – Modelo 1	44
Figura 22 Modelo Columna – Modelo 1	45
Figura 23 Perfil de deformación bajo la zapata – Modelo 1	45
Figura 24 Vista en planta de la zapata – Modelo 1	46
Figura 25 Secciones de análisis del suelo – Modelo 1	48
Figura 26 Resultado de análisis en la columna – Modelo 2	49
Figura 27 Modelo Columna – Modelo 2	50
Figura 28 Perfil de deformación bajo la zapata – Modelo 2	50
Figura 29 Vista en planta de la zapata – Modelo 2	50
Figura 30 Secciones de análisis del suelo – Modelo 2	52
Figura 31 Resultado de análisis en la columna – Modelo 3	53
Figura 32 Modelo Columna – Modelo 3	53
Figura 33 Vista en planta de la zapata – Modelo 3	54
Figura 34 Perfil de deformación bajo la zapata – Modelo 3	54
Figura 35 Secciones de análisis del suelo – Modelo 3	56
Figura 36 Resultado de análisis en la columna – Modelo 4	57
Figura 37 Modelo Columna – Modelo 4	58
Figura 38 Perfil de deformación bajo la zapata – Modelo 4	58

Figura 39 Vista en planta de la zapata – Modelo 4	58
Figura 40 Secciones de análisis del suelo – Modelo 4	60
Figura 41 Propiedades de la columna – Hoja “Análisis”	70
Figura 42 Verificación de las dimensiones del elemento de transición – Hoja “Análisis”	70
Figura 43 Dimensionamiento y numeración de malla en elementos finitos.	71
Figura 44 Información de Nodos – Hoja “Nodos”	71
Figura 45 Información de elementos – Hoja “Elementos”	72
Figura 46 Botón de análisis para ejecución de macro – Hoja “Análisis”	72
Figura 47 Resultados del análisis – Hoja “Análisis”	73

Índice de anexos

Anexo 1 Manual de Uso de la Programación Realizada	69
Anexo 2 CD de Soporte	74

Capítulo I

Introducción

En el campo del diseño geotécnico se ha vuelto popular el concepto de redundancia como alternativa para disminuir la incertidumbre y evitar la falla de estructuras por errores humanos. Este concepto presentado por Osterberg (1989) puede ser aplicado a la práctica general de la ingeniería, usando más de una metodología, herramienta o análisis, especialmente en la fase de diseño, buscando considerar alternativas a los distintos conceptos y asegurar que el riesgo de cada una de ellas este contemplado.

Teniendo en cuenta lo anterior, Moya et al (1999) refieren que en los últimos años se ha incrementado la necesidad de desarrollar sistemas más sofisticados que permitan el desarrollo de los diseños, y, por lo tanto, la interacción suelo-estructura. Como respuesta a esto, el método de los elementos finitos (MEF), modelo matemático que permite el análisis y diseño de las estructuras, ha tomado gran auge.

Actualmente los investigadores en el área de los elementos finitos adelantan un proceso en el cual se están adaptando algoritmos de cálculo a las ultimas capacidades de los computadores con el objetivo de aumentar la capacidad de cálculo y, en consecuencia, el tamaño de los problemas que se puedan analizar (Beltran, 1999).

De acuerdo con Denicol, Davies y Krystallis (2020), una razón por la cual los megaproyectos están fallando, son el riesgo y la incertidumbre. Dentro de esta categoría se encuentra la complejidad de los proyectos por la gran cantidad de partes que intervienen y las relaciones entre sí.

Según lo anterior, la complejidad de los proyectos que se proponen ha llevado a utilizar hipótesis que no se asemejan a las condiciones reales de un proyecto, pero, que simplifican y facilitan los diferentes análisis y modelaciones en cada área de la ingeniería civil. Estas hipótesis, aunque buscan simular las condiciones reales de un proyecto, a veces introducen un alto grado de incertidumbre, el cual generalmente es mitigado utilizando factores de seguridad altos, resultando en diseños conservadores y costosos. En otras ocasiones, los

diseños se basan en la experiencia del ingeniero que, aunque es valiosa e importante, puede dar como resultado diseños que son riesgosos y algunas veces sin garantías (Terzaghi & Peck, 1948).

En el desarrollo de un proyecto, son muchos los profesionales que intervienen, entre estos, el ingeniero estructural y el ingeniero geotecnista, quienes se encargan del cálculo estructural y el diseño geotécnico respectivamente. Estas dos áreas tienen un punto de encuentro, entre muchas otras cosas, en el mecanismo de interacción suelo-estructura, donde ambos profesionales se encargan de considerar dicha interacción reconociendo la influencia de la estructura en el suelo y viceversa. Dicha influencia permite identificar las posibles problemáticas y sus respectivas soluciones. De igual manera, este mecanismo es un factor determinante para realizar diseños seguros y económicos (Delgado, 1998).

De esta misma manera el Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente (AIS, 2010) estipula que al momento de realizar los análisis de interacción suelo-estructura, el ingeniero geotecnista y el ingeniero estructural deben revisar y avalar los resultados obtenidos por ambas partes. Sin embargo, sumado a la complejidad de los proyectos, parte de las metodologías utilizadas por ambas áreas en sus análisis son diferentes y no emulan una verdadera condición de la interacción.

De acuerdo con García (1992) y Muñoz (2011) las fallas en las construcciones se dan entre muchos otros factores por las deficiencias en los diseños. En esta categoría se han encontrado múltiples fallas presentadas en estructuras colombianas. A continuación, se hará un recuento de algunos casos que han sido publicitados en medios de noticias reconocidos en los últimos años (Ver *Figura 1*).

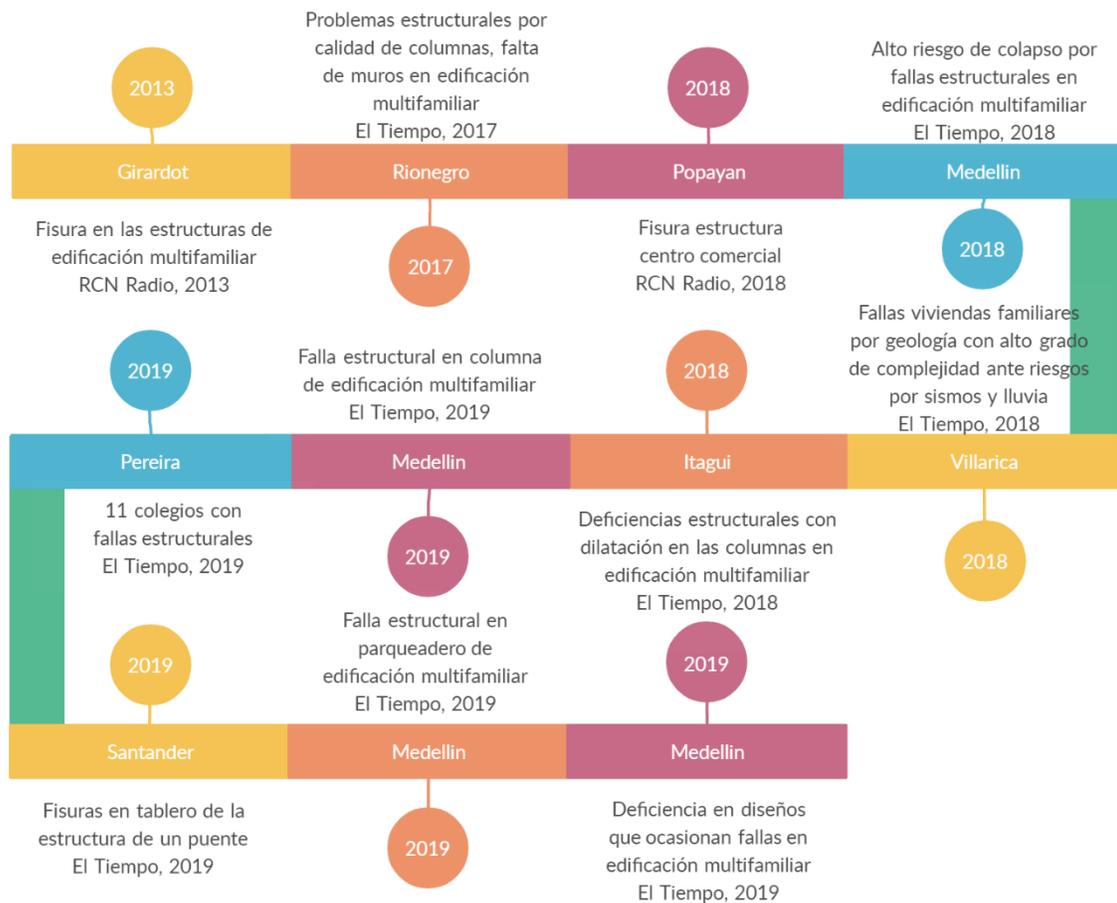


Figura 1: Resumen fallas estructurales en Colombia en los últimos años.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, y, con el fin de determinar las principales causas y consecuencias frente al problema identificado, se observa que los análisis de interacción suelo-estructura se realizan con modelos numéricos separados (un modelo estructural y un modelo geotécnico) que no necesariamente son compatibles, lo que conlleva a que las modelaciones realizadas no representen las condiciones reales del proyecto. Como principales causas se encuentran los tiempos para la modelación y análisis que suelen ser extensos, y la necesidad de inversión en software especializado de alto costo. En consecuencia, se obtienen modelos simplificados con un cierto grado de incertidumbre; esto conlleva a que se requiera del uso de factores de seguridad altos, lo que genera como resultado diseños más conservadores y costosos.

Partiendo de lo anterior, el presente estudio busca desarrollar un elemento de transición que permita la modelación y análisis de interacción suelo – estructura en condición estática, en 3 dimensiones, con el método de los elementos finitos para modelar el suelo y, en forma simultánea, el uso del análisis matricial para la simulación de la estructura. Con el fin de dar respuesta a la pregunta de investigación: ¿Es posible mejorar los resultados de los análisis de interacción suelo estructura haciendo compatibles el análisis matricial de estructuras y el método de los elementos finitos para realizar un único análisis para un problema determinado?

Esto permitirá desarrollar un modelo que pueda ser utilizado por las áreas involucradas en el diseño, reduciendo la incertidumbre y aumentando la redundancia. Lo anterior, tendrá como consecuencia diseños más seguros que respondan a las necesidades que se han evidenciado en los últimos años en Colombia.

Con el objetivo de responder la pregunta de investigación se hará un análisis de los principales aportes teóricos que sustentan la metodología desarrollada. De igual manera, se presentan cuatro modelos que han sido analizados a la luz de la metodología propuesta.

Capítulo II

Marco Teórico

En este capítulo se pretende abordar los principales conceptos y dar a conocer las últimas investigaciones, hipótesis y modelos desarrollados para el análisis de interacción Suelo – Estructura. Para este fin, se divide este capítulo en cuatro secciones: en la primera sección se mostrarán las diferentes metodologías utilizadas para la modelación del suelo y la estructura; en la segunda sección se mostrarán los diferentes elementos utilizados para modelar la interacción (unión) del suelo y la estructura. En la tercera sección, se presentarán los modelos más recientes utilizados para los análisis de interacción suelo- estructura. Por último, se presentan los conceptos centrales utilizados en la presente propuesta.

En primer lugar, para la modelación del suelo y la estructura, se han desarrollado dos metodologías de análisis de los problemas de interacción suelo-estructura. El primero de ellos consiste en utilizar mallas en elementos finitos independientes para el suelo y la estructura que son conectados por una interfaz sin malla (Gong *et al*, 2019). Por otro lado, existen metodologías que no utilizan malla para simular el suelo y la estructura simultáneamente. Estas se describen a continuación:

Winkler en 1867 (citado en Delgado, 1998) constituyó un modelo mecánico que permite relacionar la respuesta del suelo en la solución de problemas de interacción suelo – estructura. En este, se supone que la carga aplicada que actúa en un punto entre la interface de la estructura y el suelo es una función lineal de la deflexión del terreno en el mismo punto de aplicación, cuya constante de proporcionalidad se denomina como k (módulo de reacción del terreno).

Bojanowski (2014) simuló grandes deformaciones en problemas de interacción suelo-estructura, usando hidrodinámica de partículas alisadas (HPA) y el método de elementos finitos (MEF). La interfaz anterior se simula con elementos Goodman tradicionales y nodos HPA, los cuales deberían coincidir con los nodos MEF.

Tang *et al* (2008) presento un método sin elementos automáticamente adaptable para analizar la respuesta de los suelos licuables ante un sismo. El método se basa en el método de Galerkin sin elementos y MEF para el análisis dinámico del suelo y la pila. Se muestra

que el método propuesto proporciona un análisis sísmico preciso del suelo saturado que incluye los efectos de la licuefacción.

Lu, Ding y Wu (2008) discuten la viabilidad de introducir el elemento Goodman para modelar discontinuidades geológicas con el método sin malla en toda su longitud, y señala los problemas existentes en algunos estudios actuales. En este estudio se presentó un elemento de interfaz 2D para modelar las discontinuidades en las rocas utilizando el método de elementos naturales (NEM).

Lu, Wang y Chong (2005) utilizaron un modelo numérico acoplado para simular la respuesta de una estructura de concreto que se encuentra enterrada bajo una explosión subterránea. Se realizó una comparación del rendimiento de los esquemas de modelado 2D y 3D. La carga explosiva, el medio del suelo y la estructura se incorporan en un solo modelo (sistema). Se simuló una estructura con hidrodinámica de partículas alisadas (HPA). Por otro lado, utilizaron el método de elementos finitos (MEF) para modelar el suelo, con el fin de estudiar el comportamiento de una estructura en el suelo sometida a cargas explosivas.

Estorff y Quan (2005) articularon el método de Galerkin sin elementos, el método de elementos finitos (FEM) y el método de elementos de contorno (BEM) para interacciones dinámicas suelo-estructura. Se plantea que el suelo y que la estructura son sistemas bidimensionales y discretizados por los nodos del método de Galerkin, mientras que los límites de la región del suelo analizado se modelan por FEM o BEM con el fin de colocar las condiciones de contorno de una manera fácil.

Zhang, Lu y Wegner (2000) En función de los rasgos estructurales característicos de las rocas diaclasadas, se propone un modelo sin malla para el análisis mecánico de estructuras de rocas diaclasadas basadas en las interpolaciones de mínimos cuadrados móviles. En este modelo, una estructura de roca diaclasada se considera como un sistema de bloques de roca relativamente intactos conectados por juntas o planos de discontinuidad; estos bloques de roca están modelados por bloques anisotrópicos de forma general, mientras que estas uniones y planos de discontinuidad están modelados por interfaces. Al final diseñaron un modelo 2D para estructuras de rocas diaclasadas sin el uso de mallas.

Lo anterior muestra que se han desarrollado diferentes metodologías enfocadas a diversos problemas de interacción suelo-estructura, resaltando el uso de métodos de elementos

finitos como herramienta de modelación del suelo/macizo rocoso o la estructura. Adicional a esto, han surgido métodos enfocados en complementar las metodologías ya existentes, encaminados a modelar el acople del suelo y la estructura de una manera óptima.

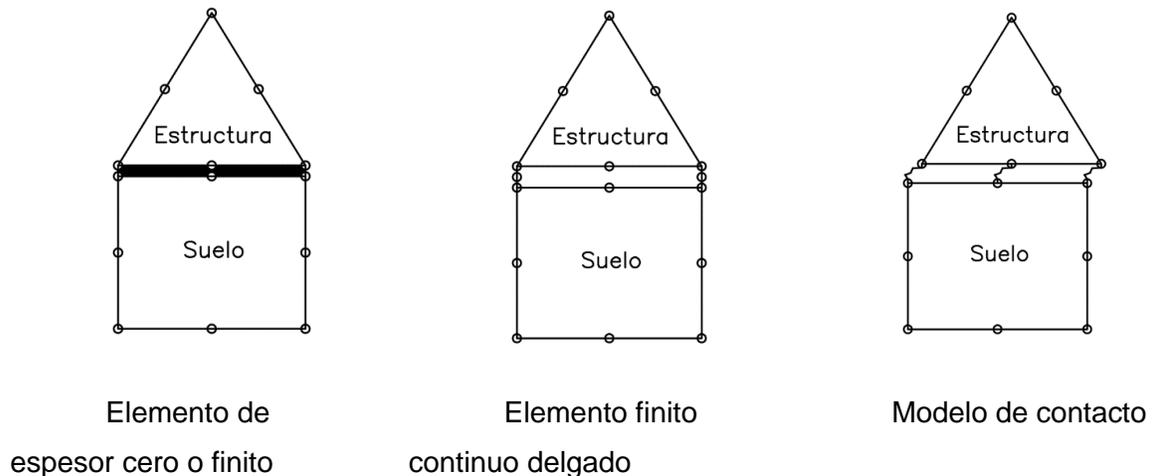


Figura 2 : Métodos para modelar la interfaz suelo-estructura.

Para modelar los comportamientos discontinuos de la interface suelo-estructura, se han propuesto diversos métodos como los que se describen a continuación. El primero de estos consiste en el uso de elementos de espesor cero o finito que desarrollaron Goodman, Taylor y Brekke (1968). Seguido a esto, se presenta el uso de elementos finitos continuos delgados como resultado de la superposición de los elementos de espesor cero o finito nombrados anteriormente y puestos a lado y lado de la superficie de la interfaz, esto fue propuesto por Desai en 1984 (citado en Gong *et al*, 2019). El tercer modelo es el modelo de contacto el cual parte de la mecánica de contacto, donde la interfaz se simula únicamente con nodos que no coinciden (Figura 2).

Gong *et al* (2019) y León (2011) coinciden en afirmar que el elemento de interfaz de espesor cero o finito es el más usado en la práctica por su simplicidad y precisión al capturar el comportamiento de la interfaz suelo-estructura. Esto se ve reflejado en el desarrollo de un elemento por el grupo de investigación numérica geotécnica en el Imperial College en 1990.

Con base en lo mostrado anteriormente, se han desarrollado nuevas metodologías con el fin de simplificar el análisis de interacción suelo-estructura. Una de ellas es la propuesta por Ramírez (2013) quien diseñó un elemento de interfase que permitiera acoplar en dos dimensiones el análisis matricial de estructuras con un modelo de elementos finitos para

simular el suelo. Esto lo logró relacionando matrices de rigidez del suelo y estructura, generando una nueva matriz que representara el suelo y la estructura simultáneamente.

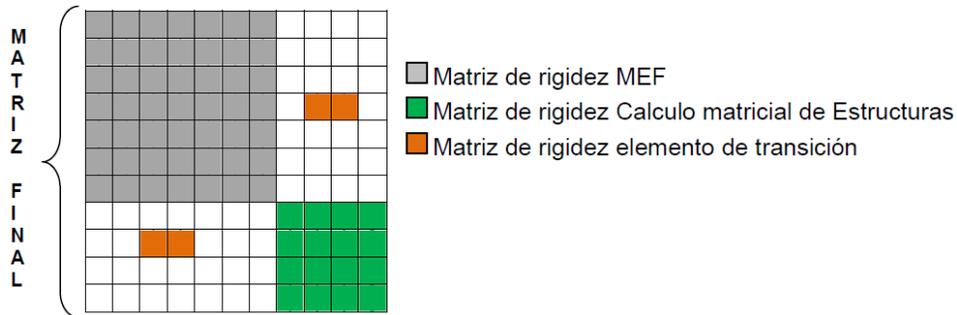


Figura 3 Empalme de matrices de rigidez (Ramírez, 2013)

Para el análisis se concibió por separado el suelo, la super estructura y el elemento de interfase, modelando al final todo el sistema como un solo elemento, el cual, cuenta con las propiedades mecánicas de cada material. Lo anterior, se realizó con el fin de conocer las deformaciones del suelo luego de haber aplicado una carga, optimizando los tiempos de análisis y logrando mejores respuestas del suelo a las condiciones reales de la aplicación de carga.

Una segunda metodología que se ha diseñado es la presentada por Gong *et al* (2019) quien propuso una interfaz 3D sin malla, la cual, se puede acoplar con el método de elementos finitos de la estructura y el suelo. Esto se debe a que no es necesario que los nodos de la estructura y el suelo coincidan estrictamente, estos dos se pueden mallar independientemente y conectarse mediante esta interfase, reduciendo significativamente el trabajo necesario para realizar la modelación 3D. Adicionalmente, esta interfaz permite disminuir el número de elementos sin dejar de realizar un análisis detallado en aquellas regiones en las que se requiere información precisa.

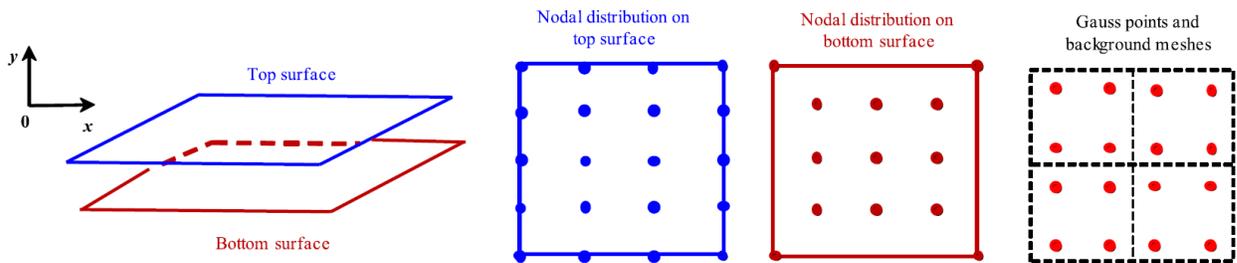


Figura 4 Interfaz típica sin malla con distribución nodal flexible (Gong *et al*, 2019)

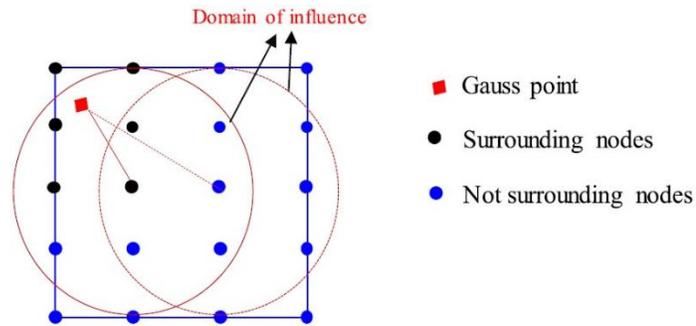


Figura 5: Los nodos que rodean un punto de Gauss en la parte superior (Gong et al, 2019)

La interfaz sin malla se basa en el método del punto radial. La matriz de deformación y el desplazamiento relativo de los puntos de Gauss, los cuales pueden ser representados por los nodos circundantes, permitiendo una distribución nodal que es flexible dentro de la interfaz. Cada punto de Gauss representa una “matriz de sub-rigidez” con las cuales se puede obtener una matriz de rigidez general que representa la interfaz 3D sin malla.

Un tercer modelo que ha sido presentado consiste en una estrategia de acoplamiento entre el método de elementos de contorno y el método de elementos finitos, con el fin de crear un código computacional que permita el análisis de un elemento tipo frame en dos dimensiones no lineales unidos a un modelo de suelo estratificado, para este fin se modeló el suelo con el método de elementos de contorno. El acoplamiento numérico se logró con una estrategia algebraica que permite extraer la matriz de rigidez del suelo y las fuerzas de contacto que son introducidas en la matriz Hessiana del elemento tipo frame y el vector de fuerza interna (Queiroz & Brevez, 2012).

El acoplamiento del método de elementos finitos y el método de elementos de contorno que se desarrolló, introduce la influencia lineal del suelo en el sistema de ecuaciones del elemento tipo frame no lineal. Entre las ventajas que se encontró de este procedimiento, se evidenció que solo se requiere realizar el cálculo de la matriz de rigidez del suelo una vez de manera compacta. Lo anterior reduce la cantidad de análisis iterativos haciendo que este tenga un menor tiempo (Queiroz & Brevez, 2012).

Se ha evidenciado con lo expuesto anteriormente que los análisis de interacción suelo-estructura son una problemática a la cual se le ha estado prestando atención en los últimos años, promoviendo la investigación con el fin de crear nuevas metodologías que permitan

optimizar estos análisis. Como respuesta a esto, el presente estudio pretende desarrollar un elemento de transición que permita la modelación y análisis de interacción suelo-estructura en condición estática, en 3 dimensiones, con el método de elementos finitos para modelar el suelo y el uso de análisis matricial para la simulación de la estructura. Este elemento no considerara la variación de los desplazamientos en el tiempo.

Para lo anterior es fundamental tener una comprensión teórica del análisis matricial y la teoría de los elementos finitos.

Análisis Matricial

De acuerdo con García (1998) el análisis matricial de estructuras no es una metodología nueva en la ingeniería estructural, teniendo sus primeros desarrollos en el siglo pasado. García (1998) y Uribe (2002) coinciden en afirmar que la aplicación práctica se desarrolló principalmente con la aparición de los computadores digitales, permitiendo plantear el comportamiento de una estructura con la ayuda de matrices y siendo fácilmente analizadas en los computadores.

Uribe (2002) expone que los métodos matriciales funcionan reemplazando la estructura real y continua por un modelo matemático de elementos estructurales finitos, cuyas propiedades se pueden expresar en forma matricial. De igual manera, describe el procedimiento de análisis matricial como un análisis similar a los métodos tradicionales, donde se configura el modelo a criterio del ingeniero analista, luego se calculan las propiedades elásticas de cada elemento en función de la teoría de un medio elástico continuo, se ensamblan las propiedades estructurales del conjunto y finalmente se procede a resolver la estructura.

Las ecuaciones elásticas de un elemento muestran la relación que existe entre las fuerzas y momentos a los que está sometido el elemento en sus extremos y los movimientos (giros y desplazamientos) que se producen en el mismo elemento. Estas ecuaciones pueden escribirse de forma matricial compacta como se muestra a continuación (Blanco, Cervera, Suarez, 2015):

$$[F] = [K][\delta]$$

Donde,

$[F]$ = Vector de fuerzas

$[K]$ = Matriz de rigidez del elemento

$[\delta]$ = Vector de desplazamientos

Con el fin de dar solución a la relación matricial mostrada anteriormente por el método de los desplazamientos, se procede a reordenar el sistema de una forma adecuada como se muestra a continuación (Uribe, 2002):

$$\begin{bmatrix} F_n \\ F_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & K_{na} \\ K_{an} & K_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_n \\ \delta_a \end{bmatrix}$$

Donde,

$[F_n]$ = Vector de cargas aplicadas (conocidas)

$[F_a]$ = Reacciones de los apoyos (desconocidas)

$[\delta_n]$ = Vector de desplazamientos de los nudos libres (desconocidos)

$[\delta_a]$ = Desplazamientos de los apoyos (conocidos)

Resolviendo el sistema de ecuaciones despejando las variables desconocidas se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$[\delta_n] = [K_{nn}]^{-1}[F_n] - [K_{nn}]^{-1}[K_{na}][\delta_a]$$

$$[F_a] = [K_{an}][K_{nn}]^{-1}[F_n] + [[K_{aa}] - [K_{an}][K_{nn}]^{-1}[K_{na}]][\delta_a]$$

Con esta metodología se han desarrollado ecuaciones elásticas para diferentes elementos estructurales en diferentes sistemas coordenados. Una de estas ecuaciones es la presentada por Uribe (2002) para un pórtico espacial que se encuentra orientado en la dirección del eje Y de la estructura en coordenadas generales, esta se ve en la Figura 6.

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ M_{xi} \\ M_{yi} \\ M_{zi} \\ X_{ji} \\ Y_{ji} \\ Z_{ji} \\ M_{xj} \\ M_{yj} \\ M_{zj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_i^F \\ Y_i^F \\ Z_i^F \\ M_{xi}^F \\ M_{yi}^F \\ M_{zi}^F \\ X_{ji}^F \\ Y_{ji}^F \\ Z_{ji}^F \\ M_{xj}^F \\ M_{yj}^F \\ M_{zj}^F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI_x}{L^3} & \frac{6EI_x}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_x}{L^3} & \frac{6EI_x}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_x}{L^2} & \frac{4EI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_x}{L^2} & \frac{2EI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 \\ -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \\ -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_x}{L^3} & -\frac{6EI_x}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_x}{L^3} & -\frac{6EI_x}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_x}{L^2} & \frac{2EI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_x}{L^2} & \frac{4EI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 \\ -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \\ u_j \\ v_j \\ w_j \\ \theta_{xj} \\ \theta_{yj} \\ \theta_{zj} \end{bmatrix}$$

Figura 6 Ecuación básica de un elemento pórtico espacial, orientado en la dirección del eje Y (Uribe, 2002)

Teoría de los Elementos Finitos

De acuerdo con Beltrán (1999) el Método de los Elementos Finitos (MEF) se puede entender como un procedimiento para resolver numéricamente problemas planteados por medio de ecuaciones diferenciales. De esta manera es posible entender el MEF como una aplicación del método de Ritz, es decir, una manera aproximada de obtener un resultado para problemas que tienen un principio variacional.

Según Guerrero (2007) el MEF consiste en dividir un dominio sobre el cual se definen un número de ecuaciones integrales que caracterizan el comportamiento físico en un número de subdominios que no se intersecan entre si llamados elementos finitos. El grupo de elementos finitos forman una partición del dominio denominada discretización. En los extremos de cada elemento se distinguen una serie de puntos que se denominan nodos. Al conjunto de nodos de varios elementos y sus relaciones entre estos, se denomina malla.

Con las relaciones de conectividad entre nodos se puede relacionar el valor de un grupo de variables que son incógnitas definidas en cada nodo y se denominan grados de libertad. El grupo de relaciones entre el valor que tiene una variable y los nodos se puede expresar

como un sistema de ecuaciones lineales. La matriz formada por los coeficientes del sistema de ecuaciones se denomina matriz de rigidez del sistema. Dependiendo el número de nodos en la malla es proporcional el número de ecuaciones.

Planteamiento General

Según Guerrero (2007) en aplicaciones del MEF en la mecánica de sólidos, el problema se enfoca en determinar los desplazamientos “u” de un cuerpo buscando que se satisfaga las condiciones de equilibrio. Se debe tener en cuenta que, se consideran los planteamientos de la teoría de la elasticidad, esta se describe a continuación:

La teoría de la elasticidad estudia la mecánica en los cuerpos sólidos, considerando estos como medios continuos. Debido a la aplicación de fuerzas, los sólidos se deforman, de esta manera cambian de forma y de volumen, donde el cambio se relaciona de manera proporcional al grado de la fuerza aplicada.

A continuación, se presenta el planteamiento analítico de la deformación:

1. La posición de un punto del cuerpo se define a través de un radio vector “r” el cual tiene componentes $x=x_1$, $y=x_2$ y $z=x_3$ en un sistema coordenado preestablecido.
2. Se aplica una fuerza que genera una deformación.
3. Cuanto el sólido se deforma, cada punto se desplaza.

Partiendo de lo anterior, tomando un punto en particular, donde “r” es el radio vector antes de la deformación y “r’” (con componentes x'_i) es el radio vector después de la deformación. El desplazamiento del punto debido a la deformación se estimará como $r'-r$, el cual se denota como “u”:

$$u_i = x'_i - x_i$$

El vector “u” se denomina el vector de desplazamiento. Las coordenadas finales del punto desplazado están en función de las coordenadas iniciales del punto antes de desplazarse. De esta manera, el vector de desplazamiento también es función de las coordenadas iniciales quedando de esta manera la deformación del cuerpo totalmente determinada. (Landau, Lifshitz, 2008).

Antes de definir el enfoque que se les dará a los elementos finitos, se debe tener claro el principio de la energía potencial mínima. Este establece que cuando el potencial de trabajo es independiente de la trayectoria, sucede que, de los campos cinemáticos admisibles, los que corresponden a condiciones de equilibrio llevan al límite la energía potencial total y si la condición extrema es mínima, el estado del equilibrio es estable.

Si se define la energía potencial (Π) como la suma del potencial de trabajo (W) y la energía de deformación unitaria (U):

$$\Pi = U + W$$

En el caso de materiales elásticos

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma^T \varepsilon d\Omega$$

$$W = - \int_{\Omega} u^T f d\Omega - \int_{\Gamma} u^T T d\Gamma - \sum_i u_i^T P^i$$

Donde,

σ = Vector de esfuerzos asociado a un elemento del dominio (Ω)

ε = Deformaciones unitarias que se asocian a los esfuerzos σ

u = Desplazamientos asociados a las fuerzas sobre el dominio (Ω)

f = Fuerzas de cuerpo que están actuando en el dominio

T = Tracciones que actúan en la frontera (Γ) del dominio

P = Fuerzas puntuales que actúan en la frontera del dominio

Formulación convencional en desplazamientos

Esta formulación se fundamenta en la aproximación del campo independiente de los desplazamientos.

Según Beltrán (1999), dentro del dominio del elemento finito, el campo independiente se interpola a través de funciones de forma, las cuales cumplen las siguientes condiciones:

- Cada función de forma se asocia a un nodo dentro del elemento, de esta forma toma el valor de 1 y se anula con los puntos asociados a las otras funciones de forma.
- Las funciones de forma que corresponden a cada elemento se definen de manera que haya continuidad del campo independiente cuando se pasa de un elemento a otro.
- Las funciones de forma permiten representar campos con un mínimo orden de variación, que varía con el tipo de problema. En elasticidad las funciones de forma representan exactamente campos de desplazamientos con variación lineal en el espacio.
- Las funciones de forma en cada elemento permiten el cálculo de las derivadas necesarias para el planteamiento del problema en forma débil.

En función de las condiciones anteriores, para el caso de un hexaedro (Ver Figura 7) se tienen situados nodos en cada uno de los extremos, con esto se obtienen ocho funciones de forma.

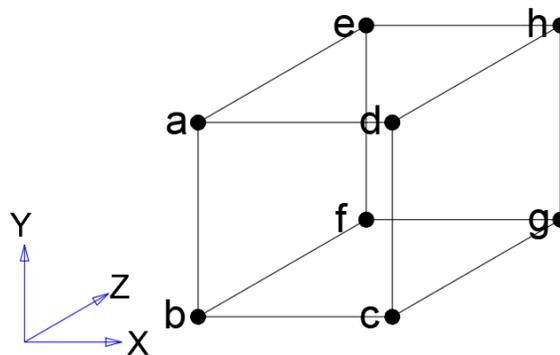


Figura 7 Elemento hexaédrico de ocho nodos

Para este caso se tiene que las funciones de forma en coordenadas locales e isoparamétricas son las siguientes:

$$\begin{aligned}
na &= \left(\frac{1}{8}\right) * (1 - r) * (1 + s) * (1 - t) & ne &= \left(\frac{1}{8}\right) * (1 - r) * (1 + s) * (1 + t) \\
nb &= \left(\frac{1}{8}\right) * (1 - r) * (1 - s) * (1 - t) & nf &= \left(\frac{1}{8}\right) * (1 - r) * (1 - s) * (1 + t) \\
nc &= \left(\frac{1}{8}\right) * (1 + r) * (1 - s) * (1 - t) & ng &= \left(\frac{1}{8}\right) * (1 + r) * (1 - s) * (1 + t) \\
nd &= \left(\frac{1}{8}\right) * (1 + r) * (1 + s) * (1 - t) & nh &= \left(\frac{1}{8}\right) * (1 + r) * (1 + s) * (1 + t)
\end{aligned}$$

Jouglard (2000) considera un elemento hexaédrico como el mostrado en la Figura 7 en un espacio de coordenadas paramétricas r, s, t . El elemento mostrado tiene coordenadas r, s, t como $[-1,1] \times [-1,1] \times [-1,1]$ siendo este un cubo tri-unitario.

Para el elemento descrito, las coordenadas espaciales x_i y los desplazamientos u_i son aproximadas en el elemento finito por las funciones de forma N_a que se encuentran en función de los valores nodales u_{ia} y x_{ia} como se muestra a continuación:

$$x_i(r, s, t) = \sum_{a=1}^8 N_a(r, s, t) x_{ia} = N^T x_i \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

$$u_i(r, s, t) = \sum_{a=1}^8 N_a(r, s, t) u_{ia} = N^T u_i$$

Donde,

$$N = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \ N_5 \ N_6 \ N_7 \ N_8]$$

Los desplazamientos virtuales para un cuerpo deformable se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\delta w = \frac{1}{2} \int_V \sigma \varepsilon \, dV - \delta w_{ext} = 0$$

Donde

$$\delta w_{ext} = \text{Trabajo virtual de cargas externas}$$

σ = Campo de tensiones $\sigma = [\sigma_{11} \sigma_{22} \sigma_{33} \sigma_{12} \sigma_{13} \sigma_{23}]$

ε = Campo de deformaciones $\varepsilon = [\varepsilon_{11} \varepsilon_{22} \varepsilon_{33} \gamma_{12} \gamma_{13} \gamma_{23}]$, $\varepsilon_{ii} = \frac{\delta u_i}{\delta x_i}$, $\gamma_{ij} = \frac{\delta u_i}{\delta x_j} + \frac{\delta u_j}{\delta x_i}$

Reemplazando las aproximaciones encontradas a los desplazamientos se tiene que:

$$\varepsilon = md \rightarrow e = J^{-1}A \rightarrow A = \begin{pmatrix} \frac{\delta n_a}{\delta r} & \frac{\delta n_b}{\delta r} & \frac{\delta n_c}{\delta r} & \frac{\delta n_d}{\delta r} & \frac{\delta n_e}{\delta r} & \frac{\delta n_f}{\delta r} & \frac{\delta n_g}{\delta r} & \frac{\delta n_h}{\delta r} \\ \frac{\delta n_a}{\delta s} & \frac{\delta n_b}{\delta s} & \frac{\delta n_c}{\delta s} & \frac{\delta n_d}{\delta s} & \frac{\delta n_e}{\delta s} & \frac{\delta n_f}{\delta s} & \frac{\delta n_g}{\delta s} & \frac{\delta n_h}{\delta s} \\ \frac{\delta n_a}{\delta t} & \frac{\delta n_b}{\delta t} & \frac{\delta n_c}{\delta t} & \frac{\delta n_d}{\delta t} & \frac{\delta n_e}{\delta t} & \frac{\delta n_f}{\delta t} & \frac{\delta n_g}{\delta t} & \frac{\delta n_h}{\delta t} \end{pmatrix}$$

$$m = \begin{pmatrix} e[[1,1]] & 0 & 0 & e[[1,2]] & 0 & 0 & e[[1,3]] & 0 & 0 & e[[1,4]] & 0 & 0 \\ 0 & e[[2,1]] & 0 & 0 & e[[2,2]] & 0 & 0 & e[[2,3]] & 0 & 0 & e[[2,4]] & 0 \\ 0 & 0 & e[[3,1]] & 0 & 0 & e[[3,2]] & 0 & 0 & e[[3,3]] & 0 & 0 & e[[3,4]] \\ e[[2,1]] & e[[1,1]] & 0 & e[[2,2]] & e[[2,2]] & 0 & e[[2,3]] & e[[1,3]] & 0 & e[[2,4]] & e[[1,4]] & 0 \\ e[[3,1]] & 0 & e[[1,1]] & e[[3,2]] & 0 & e[[1,2]] & e[[3,3]] & 0 & e[[1,3]] & e[[3,4]] & 0 & e[[1,4]] \\ 0 & e[[3,1]] & e[[2,1]] & 0 & e[[3,2]] & e[[2,2]] & 0 & e[[3,3]] & e[[2,3]] & 0 & e[[3,4]] & e[[2,4]] \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} e[[1,5]] & 0 & 0 & e[[1,6]] & 0 & 0 & e[[1,7]] & 0 & 0 & e[[1,8]] & 0 & 0 \\ 0 & e[[2,5]] & 0 & 0 & e[[2,6]] & 0 & 0 & e[[2,7]] & 0 & 0 & e[[2,8]] & 0 \\ 0 & 0 & e[[3,5]] & 0 & 0 & e[[3,6]] & 0 & 0 & e[[3,7]] & 0 & 0 & e[[3,8]] \\ e[[2,5]] & e[[1,5]] & 0 & e[[2,6]] & e[[1,6]] & 0 & e[[2,7]] & e[[1,7]] & 0 & e[[2,8]] & e[[1,8]] & 0 \\ e[[3,5]] & 0 & e[[1,5]] & e[[3,6]] & 0 & e[[1,6]] & e[[3,7]] & 0 & e[[1,7]] & e[[3,8]] & 0 & e[[1,8]] \\ 0 & e[[3,5]] & e[[2,5]] & 0 & e[[3,6]] & e[[2,6]] & 0 & e[[3,7]] & e[[2,7]] & 0 & e[[3,8]] & e[[2,8]] \end{pmatrix}$$

Donde

J = Jacobiano de la transformación de coordenadas

Se tiene en cuenta que el vector de tensiones σ esta relacionado con el vector ε a través de la ecuación constitutiva

$$\sigma = C\varepsilon = Cmd \rightarrow C = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ & \text{simétrica} & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ & & & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix}$$

Siendo C la matriz constituyente del material, esta matriz es para elementos elásticos lineales e isotrópicos (Wilson, 2002). En el caso de una variación arbitraria δd del vector de desplazamientos nodales se tiene una variación del campo de deformaciones y el trabajo externo quedarían de la siguiente manera

$$\delta\varepsilon = m\delta d, \quad \delta w_{ext} = \delta d f_{ext}$$

El vector de fuerzas externas es f_{ext} , reemplazando en el principio de desplazamientos virtuales se tiene

$$\delta w = \delta d^T \left(\int_V m^T \sigma d_V - f_{ext} \right) = 0$$

Esta se debe validar para cualquier variación de δd y se debe verificar que

$$f_{int} = \int_V m^T \sigma d_V = Kd = f_{ext}$$

Si f_{int} es el vector de fuerzas internas y la matriz de rigidez es

$$K = \int_V m^T C m d_V = \frac{1}{2} \iiint_{-1}^1 m^T C m \det[J] \delta r \delta s \delta t$$

Se debe resaltar que la matriz de rigidez K del elemento finito es de orden 24 y que para realizar la integración es posible utilizar la cuadratura de Gauss (Zienkiewicz y Taylor, 1994).

Capítulo III

Metodología

Para el desarrollo de la presente tesis se planteó una metodología de 4 fases, como se muestra en la Figura 8.

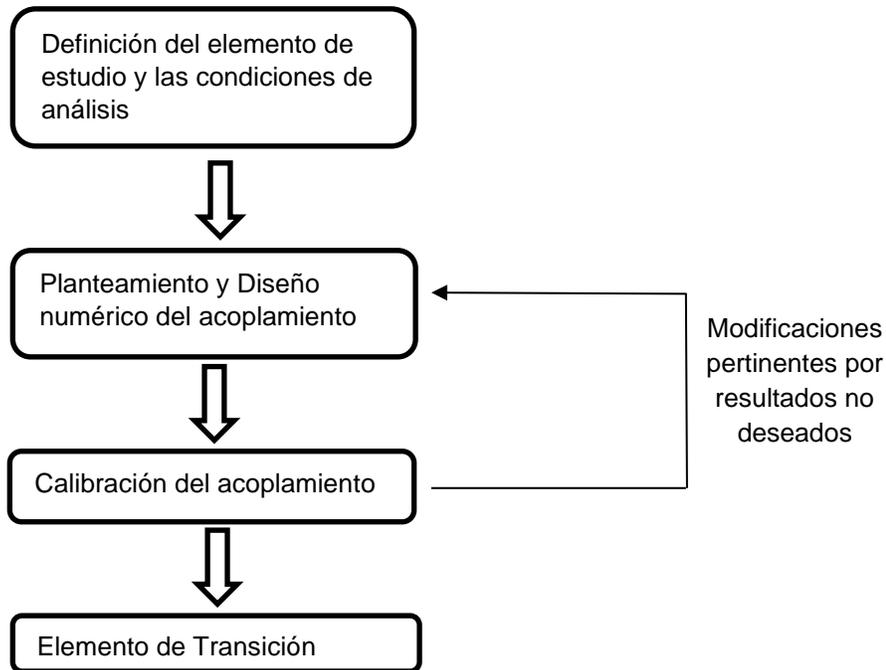


Figura 8 Fases diseño de elemento de transición para la modelación y análisis de interacción suelo, estructura.

De acuerdo con lo mostrado anteriormente, a continuación, se describen las diferentes fases desarrolladas para este proyecto:

Definición del Elemento de Estudio y las Condiciones de Análisis

En esta fase se definió el modelo de estudio, este se divide en dos componentes. En primer lugar, la estructura que será modelada corresponde a una columna en 3 dimensiones, en condición estática. El segundo componente corresponde al suelo y una zapata en concreto, este se conforma de una malla de 197 elementos y 324 nodos.

Este modelo se seleccionó teniendo en cuenta las limitaciones computacionales, esto hace referencia a que, al realizar los análisis en Excel, las capacidades de procesamiento son limitadas.

Cabe aclarar que en una próxima tesis se considerará el problema matricial completo para la superestructura, en este caso se aplicará la metodología que se está proponiendo en el presente documento.

Diseño Numérico del Acoplamiento

Con el fin de lograr un análisis que permita analizar la estructura y el suelo simultáneamente, se plantearon tres diferentes elementos de acoplamiento entre la columna y el suelo, a continuación, se describen las diferentes alternativas consideradas:

Alternativa 1.

Esta alternativa consideraba la representación de la columna en elementos finitos, luego de esto, se haría eliminación de nodos con la metodología de Gauss hasta dejar solo 4 elementos en la base. La idea de esta alternativa se fundamentaba en mostrar el comportamiento de la columna desde la aplicación de las fuerzas y la transmisión de los esfuerzos en el suelo.

Esta alternativa no se continuó desarrollando debido al gran número de nodos a simplificar requiriendo un análisis computacional demasiado exigente.

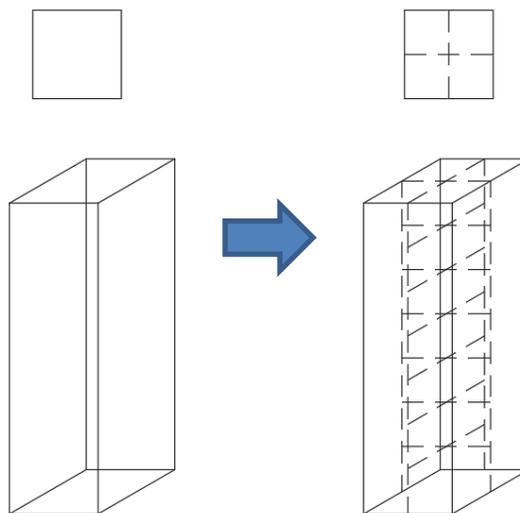


Figura 9 Alternativa 1 de elemento de acople

Alternativa 2

Esta alternativa se inspira en la alternativa anterior basándose en cuatro elementos hexaédricos unidos como se ve en la Figura 10, esta alternativa de elemento de transición buscaba simplificar los nodos numerados (13 nodos) que se ven en la misma figura con la metodología de Gauss, de esta manera solo quedarían 5 nodos. Los cuatro nodos inferiores se conectarían con la zapata modelada en elementos finitos, y el nodo superior se conectaría con el nodo inferior de la columna modelada con el método matricial.

Luego de realizar esta simplificación, se tomaría el valor numérico obtenido en el nodo superior del elemento de transición y se buscaría identificar las 6 variables (3 traslaciones y 3 momentos) que corresponderían a la respuesta de la columna luego de la interacción con el suelo. Esta alternativa se analizó con ayuda del software Mathematica pero, los análisis de simplificación tomaban un tiempo prolongado, adicionalmente, se obtenían matrices de 54x54 con valores teóricos representados en ecuaciones extensas. Lo anterior no permitió que la alternativa fuera práctica ni desarrollable.

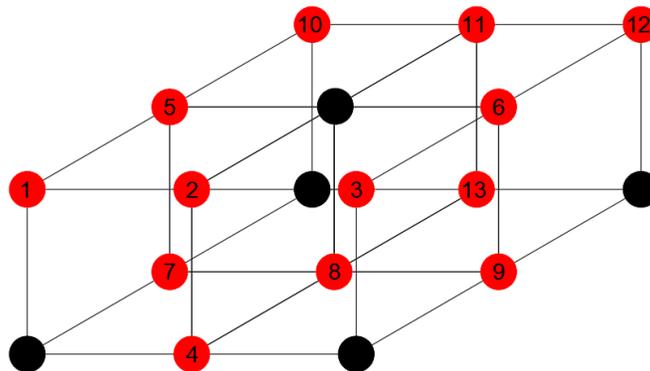


Figura 10 Alternativa 2 de elemento de acople

Alternativa 3

Esta alternativa consiste en dimensionar un elemento finito hexaédrico, muy rígido, en función de las 6 variables (3 fuerzas y 3 momentos) presentes en el nodo inferior de una columna. Se selecciono como elemento estructural la columna debido a que este es el elemento que transmite principalmente las cargas ejercidas por la estructura al suelo (Ver Figura 11).

Para dimensionar el elemento de transición, se ubican las 3 fuerzas (F_x , F_y , F_z) en tres de los cuatro nodos superiores del elemento, para determinar las dimensiones del elemento (L_1 , L_2 y L_3) se calculan los momentos generados por las fuerzas en los nodos superiores al centro del elemento de transición, de esta manera, asumiendo que las fuerzas y los momentos en el nodo inferior de la columna son variables conocidas, se deja así las dimensiones del elemento de transición (L_1 , L_2 y L_3) como incógnitas. Finalmente, se procede a solucionar un sistema de ecuaciones de 3 ecuaciones con 3 incógnitas.

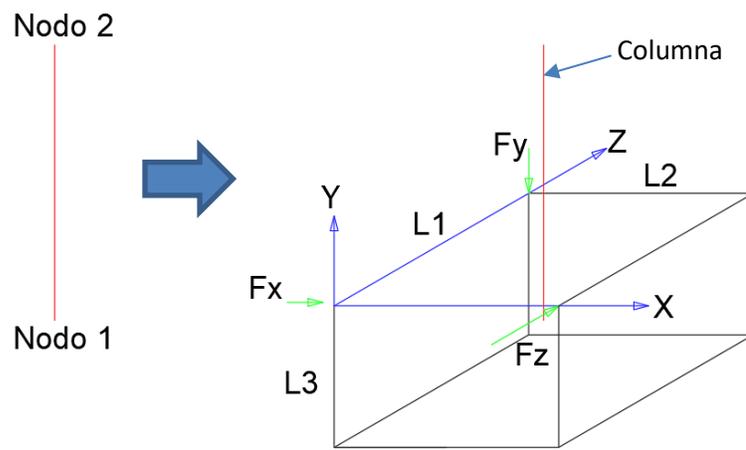


Figura 11 Alternativa 3 de elemento de acople

Como se mencionó anteriormente, a continuación, se presentan los momentos generados por las fuerzas aplicadas en los nodos superiores del elemento. Los momentos se calcularon al centro del elemento de transición:

$$M_x = F_y * (L_1/2) - F_z * (L_3/2)$$

$$M_y = F_x * (L_1/2) + F_z * (L_2/2)$$

$$M_z = F_y * (L_2/2) - F_x * (L_3/2)$$

Teniendo el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas planteado, se procede a despejar L_1 , L_2 y L_3 teniendo:

$$L1 = -\frac{-FxMx - FyMy + FzMz}{Fx Fy}$$

$$L2 = -\frac{FxMx - FyMy - FzMz}{Fy Fz}$$

$$L3 = -\frac{FxMx - FyMy + FzMz}{Fx Fz}$$

Determinando las dimensiones del elemento de transición nos permite aplicar las fuerzas reales que llegan a la columna y representar los momentos en función de la geometría del elemento. Teniendo en cuenta que este planteamiento permite convertir las cargas y momentos del nodo inferior de la columna en un elemento finito, se continua con el desarrollo de la metodología utilizando esta tercera alternativa.

Calibración del acoplamiento

Para verificar que la alternativa de elemento de transición entre la estructura y el suelo funciona, se realizaron los siguientes pasos:

1. En Excel se tomó una Hoja de cálculo donde se programó un sistema de análisis de elementos finitos en 3 dimensiones y una adaptación a la ecuación básica de un elemento pórtico espacial propuesta por Uribe (2002) mostrada en el Capítulo II Marco Teórico.

En el Capítulo VII Anexos se encuentra el manual de uso de la programación realizada en Excel para el análisis de la interacción suelo - estructura.

2. Con el fin de optimizar los análisis y disminuir el número de incógnitas, no se tuvo en cuenta las fuerzas de fijación presentes en la columna, por lo anterior, en la Figura 12 se presenta la ecuación básica de la columna adaptada.

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ M_{xi} \\ M_{yi} \\ M_{zi} \\ X_{ji} \\ Y_{ji} \\ Z_{ji} \\ M_{xj} \\ M_{yj} \\ M_{zj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI_x}{L^3} & \frac{6EI_x}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_x}{L^3} & \frac{6EI_x}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_x}{L^2} & \frac{4EI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_x}{L^2} & \frac{2EI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 \\ -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \\ -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_x}{L^3} & -\frac{6EI_x}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_x}{L^3} & -\frac{6EI_x}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_x}{L^2} & \frac{2EI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_x}{L^2} & \frac{4EI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 \\ -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \\ u_j \\ v_j \\ w_j \\ \theta_{xj} \\ \theta_{yj} \\ \theta_{zj} \end{bmatrix}$$

Figura 12 Ecuación básica de un elemento pórtico espacial, adaptado de Uribe (2002)

3. Se aplican las fuerzas y momentos iniciales que actuarán sobre el nodo superior de la columna, estas fuerzas generan unos desplazamientos y rotaciones en el nodo inferior los cuales se asumen con valores cercanos a cero inicialmente. De esta manera se obtienen las reacciones en el nodo inferior de la columna.

$$\begin{matrix} \text{Fuerzas} \\ \text{aplicadas} \end{matrix} \begin{bmatrix} F_n \\ F_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & K_{na} \\ K_{an} & K_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_n \\ \delta_a \end{bmatrix}$$

Desplazamientos
iniciales asumidos

Reacciones en
la base de la
columna

Figura 13 Análisis matricial inicial de la columna

4. Se dimensiona el elemento de transición desarrollado en la fase anterior, en función de las reacciones calculadas en el análisis matricial de la columna [Fa].
5. Teniendo en cuenta que se generó un programa de elementos finitos de 3 dimensiones que permite realizar el análisis del suelo y el elemento de transición. Se procede a generar una malla de elementos finitos definida para el suelo, la zapata y el elemento de transición (Ver Figura 14).

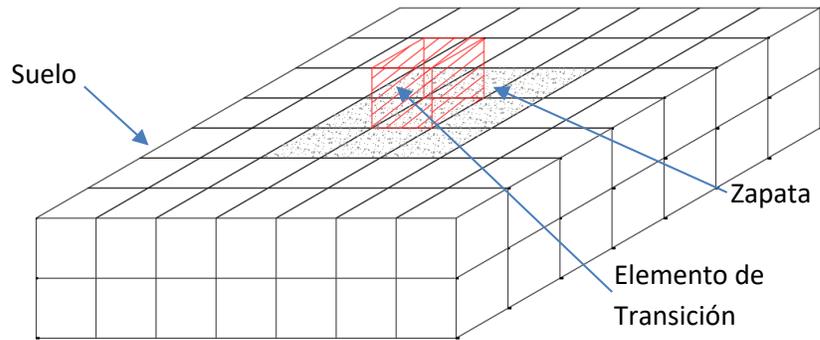


Figura 14 Modelo elemento de transición, zapata y suelo

6. Con el modelo de elementos finitos ajustado en el programa de Excel, se procede a realizar el análisis del conjunto de elemento de transición, zapata y suelo, que se encuentra sometido a las cargas aplicadas por la columna.
7. Con la respuesta del suelo obtenida del análisis de elementos finitos, se actualizan los valores de desplazamientos iniciales $[\delta_a]$ asumidos en el análisis matricial de la columna.
8. En este punto, el análisis se convierte en un problema de aproximaciones sucesivas como se ve en la Figura 15. El ciclo de aproximaciones sucesivas se continua hasta que los desplazamientos iniciales $[\delta_a]$ converjan y su variación sea mínima.

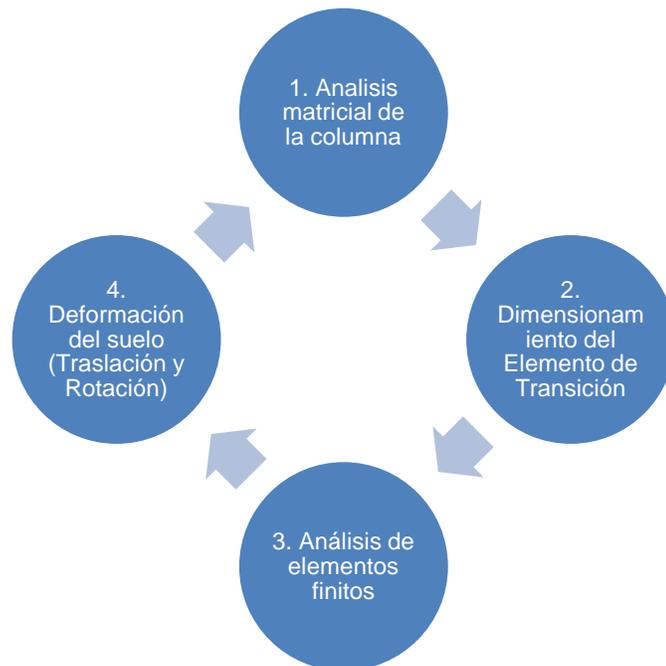


Figura 15 Ciclo de análisis para interacción suelo estructura

Elemento de Transición para la Modelación y Análisis de Interacción Suelo-Estructura

De acuerdo con la fase anterior, el elemento de transición que permite el análisis del suelo y la estructura en forma simultánea corresponde a un elemento en forma de hexaedro de rigidez infinita dimensionado en función de las reacciones producidas en el nodo inferior de una columna que se encuentre sometida a fuerzas y momentos.

El elemento presenta una rigidez infinita debido a que la intención es que no se deforme el elemento y las fuerzas y momentos se apliquen en proporciones iguales en la cimentación.

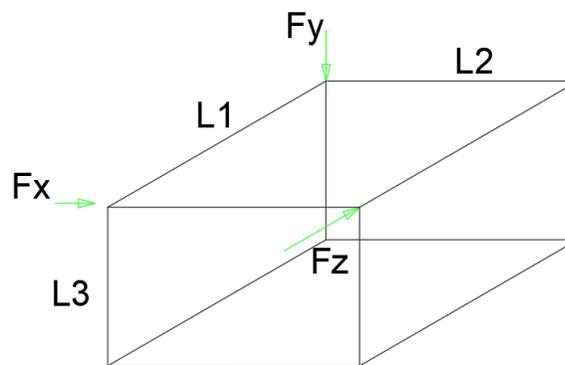


Figura 16 Elemento de transición

Con el fin de realizar análisis numéricos de la metodología propuesta y del elemento de transición desarrollado, a continuación, se describe el caso de estudio analizado, las condiciones y los diferentes modelos contemplados.

Como vemos en la Figura 17, el caso de estudio corresponde a una columna cuadrada (0.5 x 0.5m) de 3m de alto conectada a una zapata en concreto a través del elemento de transición, por último, la zapata se soporta sobre un mismo suelo homogéneo. En la parte superior de la columna se aplican tres fuerzas (F_x , F_y , F_z) y tres momentos (M_x , M_y , M_z), lo anterior teniendo en cuenta que el modelo se analiza en tres dimensiones.

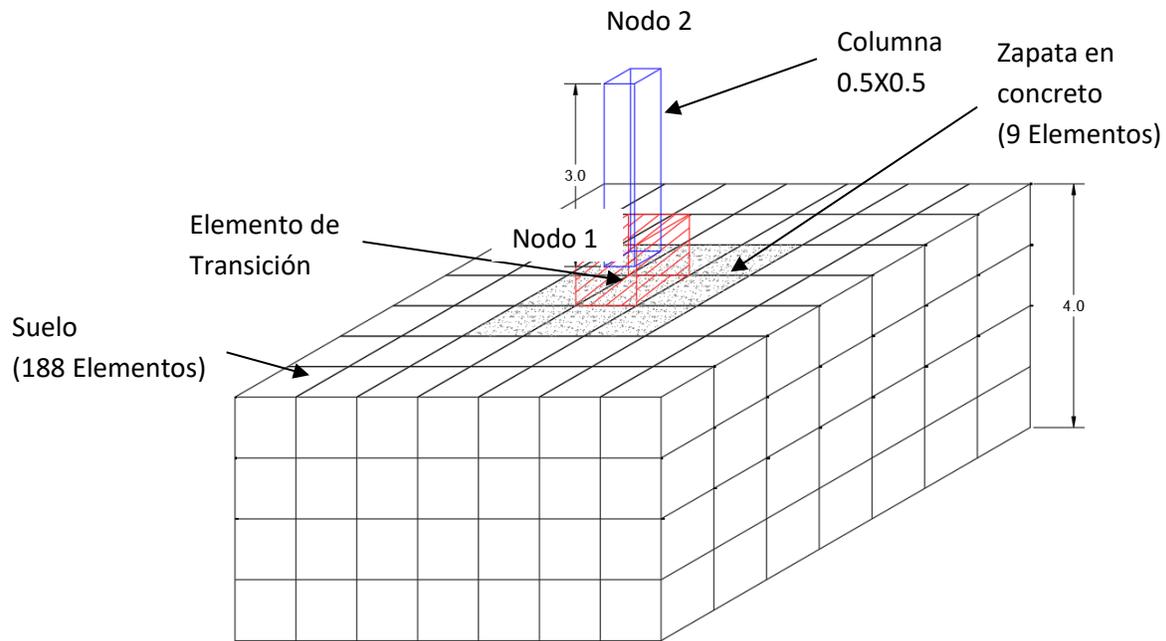


Figura 17 Caso de estudio

Para el caso de estudio descrito anteriormente se contemplaron cuatro diferentes modelos, en los cuales se mantuvieron las propiedades de los materiales (Concreto, Suelo y Elemento de transición) y las dimensiones de la columna. Como variables, se manejaron las fuerzas y momentos aplicados en la columna, el elemento de transición (el cual, como vimos anteriormente, se dimensiona en función de las fuerzas resultantes del análisis matricial) y, por último, la dimensión de la malla que representa el suelo y la zapata, la cual varía en función de las dimensiones del elemento de transición.

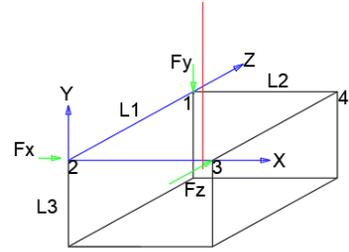
Como se planteó anteriormente, las propiedades de los materiales que se utilizaron en los análisis se describen en la Tabla 1, adicionalmente, las diferentes combinaciones de carga para cada modelo y las dimensiones iniciales del elemento de transición se describen en la Tabla 2.

Tabla 1 Propiedades de los materiales para los análisis

Material	Módulo de Elasticidad (ton/m ²)	Relación de Poisson
Suelo	2000	0,35
Concreto	2000000	0,30
Elemento de Transición	2000000000	0,30

Tabla 2 Modelos analizados

	Modelo	1	2	3	4
Fuerzas	Fuerza X (Ton)	10	-15	30	20
	Fuerza Y (Ton)	80	150	100	115
	Fuerza Z (Ton)	-30	-15	-45	-60
	Momento X (Ton*m)	100	75	105	130
	Momento Y (Ton*m)	-10	-10	-10	-10
	Momento Z (Ton*m)	25	35	50	30
Dimensiones Iniciales Elemento Transición	L1 (m)	1,2	0,9	1,5	1,4
	L2 (m)	1,1	0,4	1,4	0,8
	L3 (m)	3,5	0,7	1,4	1,6



Para los modelos propuestos se utilizó un sistema coordenado global en el cual el origen (0,0,0) se encuentra ubicado en el nodo 5. Adicionalmente, en la Figura 18 se muestra una guía de la numeración de los nodos (color negro) y elementos (color azul) utilizado en los análisis.

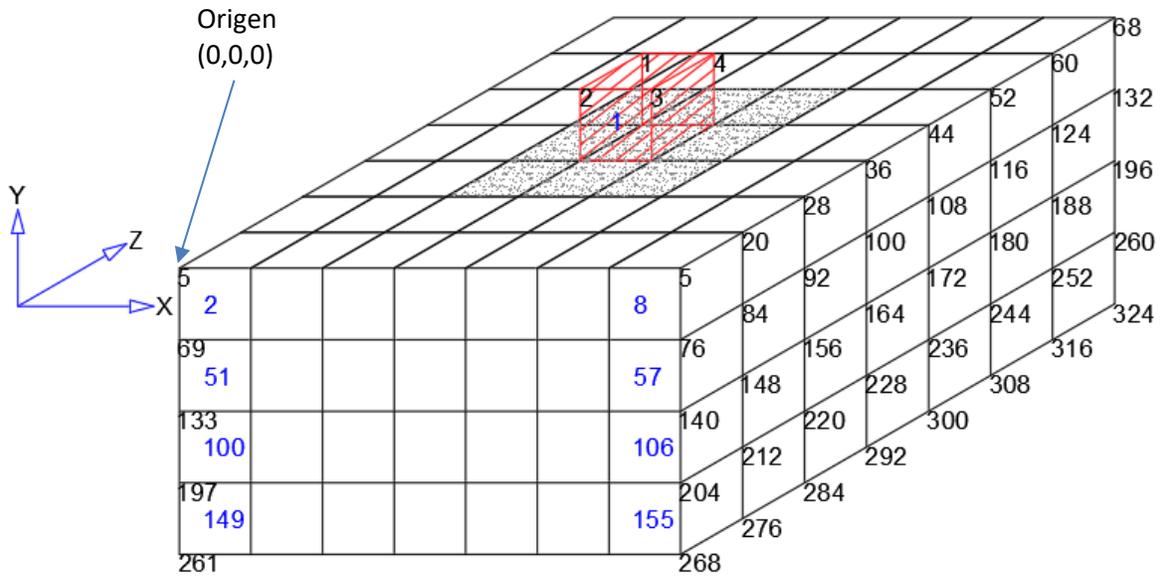


Figura 18 Sistema coordenado y numeración de nodos

Verificación de Análisis

Teniendo en cuenta los análisis planteados, se propone realizar una comprobación de los análisis y resultados obtenidos con el elemento de transición diseñado, en cada uno de los 4 modelos a analizar. Para realizar esta comprobación, se prevé generar una malla en elementos finitos en la cual se contemple la columna, la cimentación y el suelo.

Esta malla se compondrá de 186 nodos y 88 elementos hexaédricos, en la Figura 19 se presenta la malla generada para realizar el análisis de comprobación.

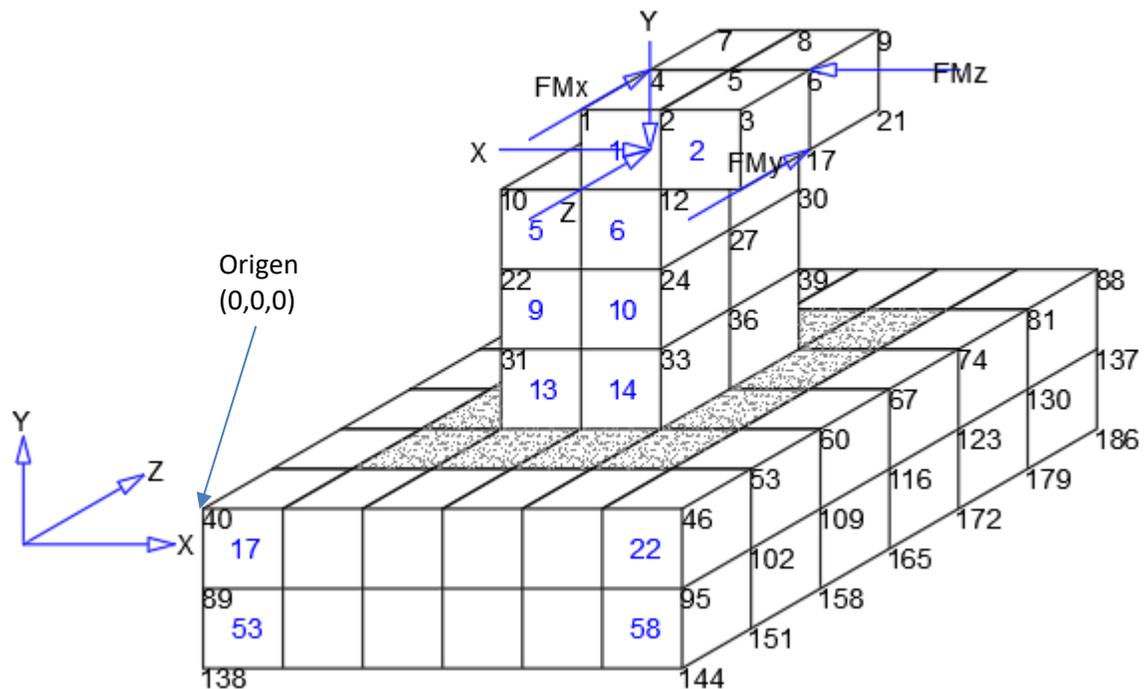


Figura 19 Sistema coordenado y numeración de nodos modelo de comprobación

Luego de realizar el análisis de la malla de elementos finitos se tomarán los resultados de desplazamientos obtenidos en los nodos 56, 57, 58, 63, 64, 65, 70, 71 y 72, se determinará el promedio de los desplazamientos en cada dirección y se comparará con los resultados obtenidos con el elemento de transición diseñado.

Capítulo IV

Resultados y contribución

Como resultado de los modelos analizados, se presentan el análisis matricial realizado en la columna, a partir de la ecuación básica de un elemento pórtico espacial - que fue adaptada de Uribe (2002) - y por último se presentan secciones transversales en las que se evidencia los desplazamientos de los nodos en el suelo y la zapata, además de los desplazamientos en el nodo inferior de la columna.

Como vemos en la Figura 20, en las secciones transversales se colocaron 2 secciones perpendiculares al eje Y (niveles 0 y -2) y un corte perpendicular al eje z (corte A-A).

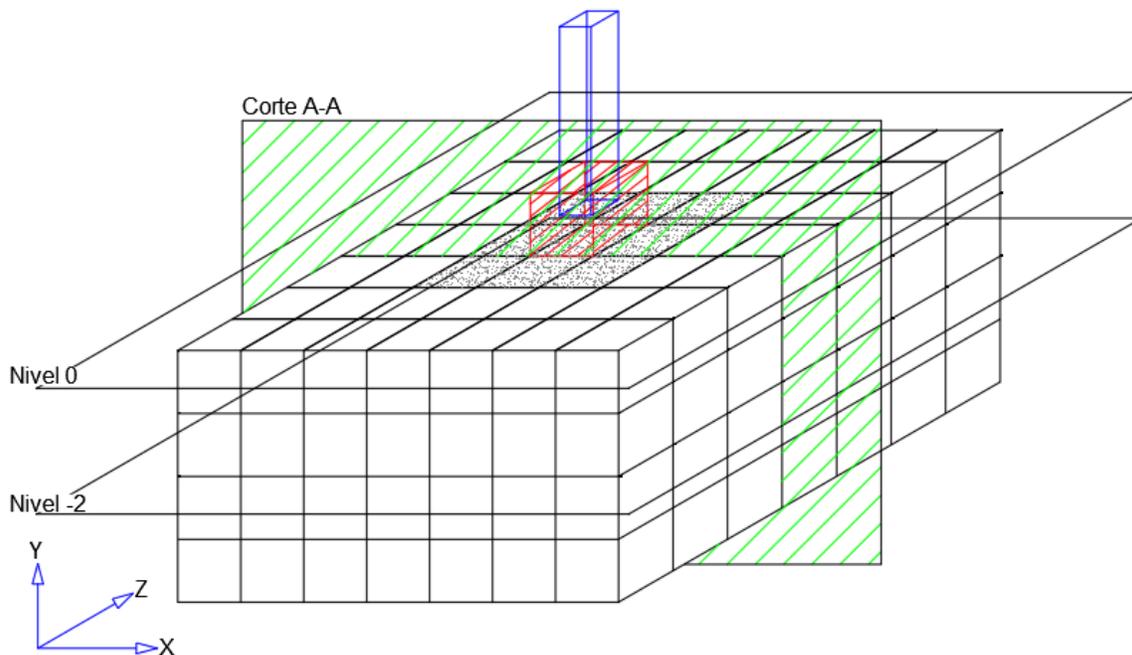


Figura 20 Secciones transversales de análisis

Con el fin de tener claridad de la influencia de la interacción entre todo el sistema y la zapata, se contemplaron graficas de deformaciones de la columna y la base de la zapata.

Luego de realizar el análisis de las diferentes combinaciones de fuerzas y momentos contemplados, se incluyen los resultados obtenidos del modelo en 3 dimensiones de verificación. Lo anterior corresponde a una malla en tres dimensiones, que representa el

sistema propuesto, finalmente, se comparan y analizan los resultados obtenidos en los dos análisis realizados.

A continuación, se presenta el análisis realizado para cada uno de los modelos contemplados:

Modelo 1

Para este modelo se dimensionó un elemento de transición inicial de 1.2mx1.1mx3.5m, las fuerzas y momentos aplicadas en el nodo superior de la columna corresponden a $F_x = -10$ Ton, $F_y = -80$ Ton, $F_z = 30$ Ton, $M_x = -10$ Ton*m, $M_y = 10$ Ton*m y $M_z = 5$ Ton*m.

Al realizar el análisis, se evidencia la respuesta del suelo debido a las fuerzas aplicadas por la columna, en la Figura 21 se muestra las deformaciones y giros resultantes en la columna resaltados en color verde.

		u2	v2	w2	θx2	θy2	θz2	u1	v1	w1	θx1	θy1	θz1		
X2	-10	4630	0	0	0	0	-6944	-4630	0	0	0	0	-6944	-8.9E-02	u2
Y2	-80	0	166667	0	0	0	0	0	-166667	0	0	0	0	1.2E-04	v2
Z2	30	0	0	4630	6944	0	0	0	0	-4630	6944	0	0	-6.3E-02	w2
M _{x2}	-10	0	0	6944	13889	0	0	0	0	-6944	6944	0	0	1.1E-02	θx2
M _{y2}	10	0	0	0	0	2445	0	0	0	0	0	-2445	0	-2.3E-02	θy2
M _{z2}	5	-6944	0	0	0	0	13889	6944	0	0	0	0	6944	-3.0E-02	θz2
=														X	
X1	10.00	-4630	0	0	0	0	6944	4630	0	0	0	0	6944	1.9E-05	u1
Y1	80.00	0	-166667	0	0	0	0	0	166667	0	0	0	0	6.0E-04	v1
Z1	-30.00	0	0	-4630	-6944	0	0	0	0	4630	-6944	0	0	-1.3E-02	w1
M _{x1}	100.00	0	0	6944	6944	0	0	0	0	-6944	13889	0	0	2.7E-02	θx1
M _{y1}	-10.00	0	0	0	0	-2445	0	0	0	0	0	2445	0	-2.7E-02	θy1
M _{z1}	25.00	-6944	0	0	0	0	6944	6944	0	0	0	0	13889	-2.7E-02	θz1

Figura 21 Resultado de análisis en la columna – Modelo 1

En la Figura 22 se evidencia gráficamente los desplazamientos en la columna, en el eje x se estima la deformación de 9cm en el nodo superior y en el nodo inferior en 0.012 mm.

Por otro lado, en el suelo se identifican las deformaciones resultantes en los nodos de la malla que representan el suelo y la placa de cimentación, para esto se realizaron 3 cortes en los que se puede evidenciar el desplazamiento y rotación de la zapata (Ver Figura 25).

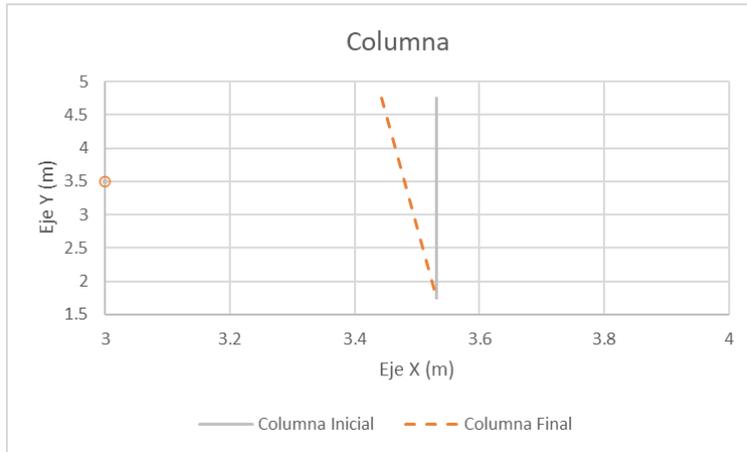


Figura 22 Modelo Columna – Modelo 1

En la Figura 23 se evidencia una deformación vertical e irregular debajo de la placa de cimentación, en este caso la deformación no es uniforme debido a la influencia de las fuerzas y los momentos en las tres direcciones en la cimentación.



Figura 23 Perfil de deformación bajo la zapata – Modelo 1

En la Figura 24 se puede ver la rotación y desplazamientos resultantes en la zapata donde se evidencia la influencia de la columna en la cimentación.



Figura 24 Vista en planta de la zapata – Modelo 1

Luego de este análisis se realizó la comprobación de los resultados con la malla en elementos finitos que representa todo el sistema (columna, cimentación y suelo). Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 3.

Tabla 3 Resultados modelo de comprobación – Modelo 1

RESUMEN DESPLAZAMIENTOS					
U56	2.44E-06	V56	3.34E-05	W56	1.86E-03
U57	8.83E-07	V57	2.73E-05	W57	1.86E-03
U58	-9.25E-07	V58	2.12E-05	W58	1.85E-03
U63	6.26E-06	V63	-8.70E-06	W63	1.86E-03
U64	6.13E-06	V64	-1.07E-05	W64	1.86E-03
U65	6.29E-06	V65	-1.29E-05	W65	1.86E-03
U70	1.34E-05	V70	-6.69E-05	W70	1.86E-03
U71	1.49E-05	V71	-6.59E-05	W71	1.86E-03
U72	1.59E-05	V72	-6.10E-05	W72	1.86E-03
PROMEDIOS					
Up	7.26E-06	Vp	-1.60E-05	Wp	1.86E-03
θxp	-2.55E-02	θyp	1.25E-02	θzp	2.27E-02

En la Tabla 4 se evidencia la comparación entre los resultados obtenidos en el análisis matricial que se muestran en la Figura 21 y los resultados obtenidos del modelo de verificación que se muestran en la Tabla 3 se puede comprobar que, aunque los resultados no son los mismos, los valores obtenidos están en el mismo orden de magnitud.

Tabla 4 Comparación resultados de análisis del Modelo 1

RESUMEN DESPLAZAMIENTOS POR AMBAS METODOLOGÍAS			
Elemento de transición Propuesto		Modelado en Malla de Elementos Finitos	
up	1.87E-05	up	7.26E-06
vp	6.05E-04	vp	-1.60E-05
Wp	-1.31E-02	Wp	1.86E-03
θ_{xp}	2.69E-02	θ_{xp}	-2.55E-02
θ_{yp}	-2.74E-02	θ_{yp}	1.25E-02
θ_{zp}	-2.74E-02	θ_{zp}	2.27E-02

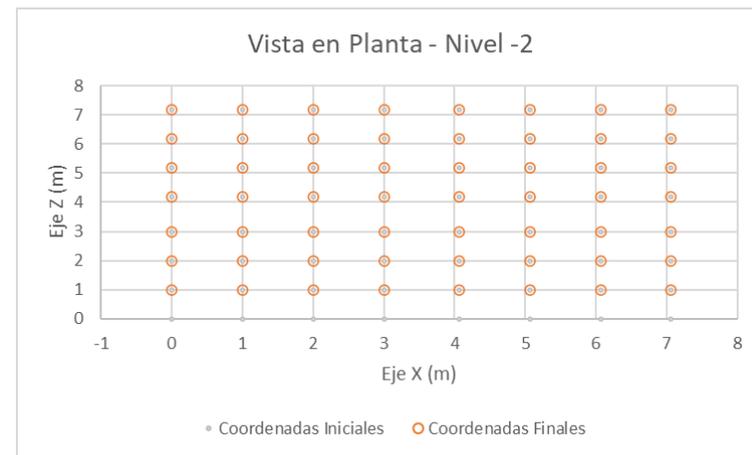
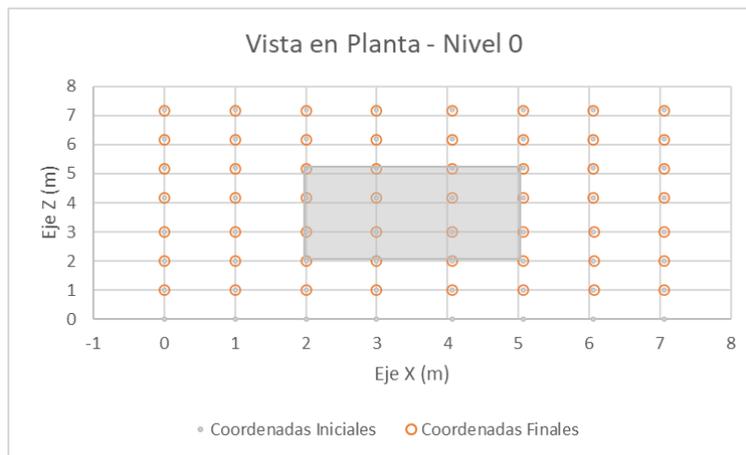
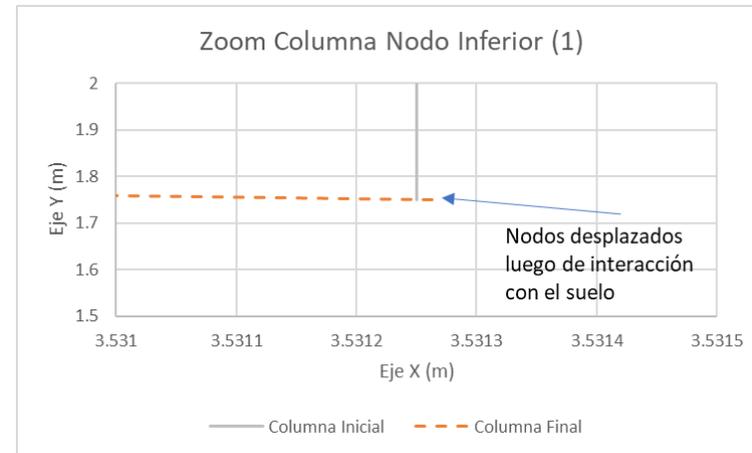
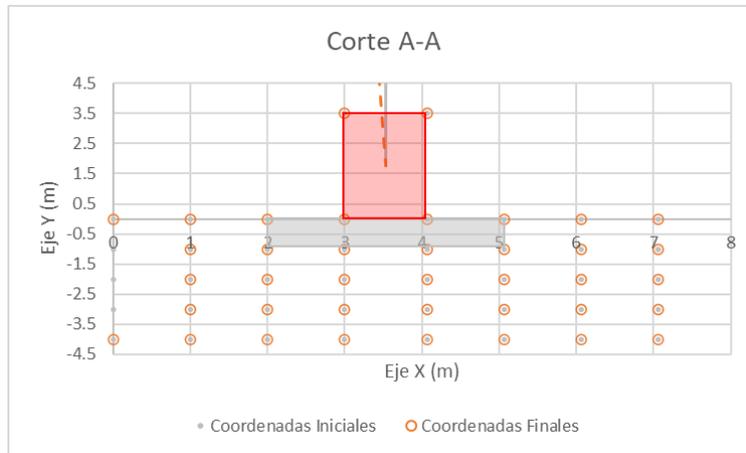


Figura 25 Secciones de análisis del suelo – Modelo 1

Modelo 2

En el segundo modelo las fuerzas y momentos aplicados corresponden a $F_x = 15$ Ton, $F_y = -150$ Ton, $F_z = 15$ Ton, $M_x = -30$ Ton*m, $M_y = 10$ Ton*m y $M_z = -80$ Ton*m. Con estas fuerzas y momentos, las dimensiones del elemento de transición corresponden a $0.9\text{m} \times 0.4\text{m} \times 0.7\text{m}$.

Como se ve en la Figura 26, la columna presenta deformaciones en la base que corresponde a la interacción de la estructura con el suelo. En la Figura 27 se muestra la condición inicial de la columna y la resultante luego de la aplicación de las fuerzas en el nodo superior de la columna, se estiman deformaciones en el eje x de 10cm en el nodo superior y de 0.03mm en el nodo inferior de la columna.

		u2	v2	w2	θ_{x2}	θ_{y2}	θ_{z2}	u1	v1	w1	θ_{x1}	θ_{y1}	θ_{z1}		
X2	15	4630	0	0	0	0	-6944	-4630	0	0	0	0	-6944	-1.0E-01	u2
Y2	-150	0	166667	0	0	0	0	0	-166667	0	0	0	0	-5.4E-04	v2
Z2	15	0	0	4630	6944	0	0	0	0	-4630	6944	0	0	9.8E-02	w2
M _{x2}	-30	0	0	6944	13889	0	0	0	0	-6944	6944	0	0	-4.1E-02	θ_{x2}
M _{y2}	10	0	0	0	0	2445	0	0	0	0	0	-2445	0	3.1E-02	θ_{y2}
M _{z2}	-80	-6944	0	0	0	0	13889	6944	0	0	0	0	6944	-4.4E-02	θ_{z2}
	=													X	
X1	-15.00	-4630	0	0	0	0	6944	4630	0	0	0	0	6944	-2.7E-05	u1
Y1	150.00	0	-166667	0	0	0	0	0	166667	0	0	0	0	3.6E-04	v1
Z1	-15.00	0	0	-4630	-6944	0	0	0	0	4630	-6944	0	0	-6.2E-03	w1
M _{x1}	75.00	0	0	6944	6944	0	0	0	0	-6944	13889	0	0	-2.6E-02	θ_{x1}
M _{y1}	-10.00	0	0	0	0	-2445	0	0	0	0	0	2445	0	2.7E-02	θ_{y1}
M _{z1}	35.00	-6944	0	0	0	0	6944	6944	0	0	0	0	13889	-2.7E-02	θ_{z1}

Figura 26 Resultado de análisis en la columna – Modelo 2

Adicionalmente, se realizó un análisis de los elementos finitos que representan el suelo y la cimentación, como se ve en la Figura 31 se evidencia deformación y rotación debido a la interacción con la columna.

Específicamente en la Figura 28 y la Figura 29 se muestra el perfil de deformación bajo la columna y el desplazamiento en planta, en este caso se evidencia la deformación irregular en la base de la cimentación, adicionalmente, el desplazamiento de la cimentación entre los ejes X y Y.

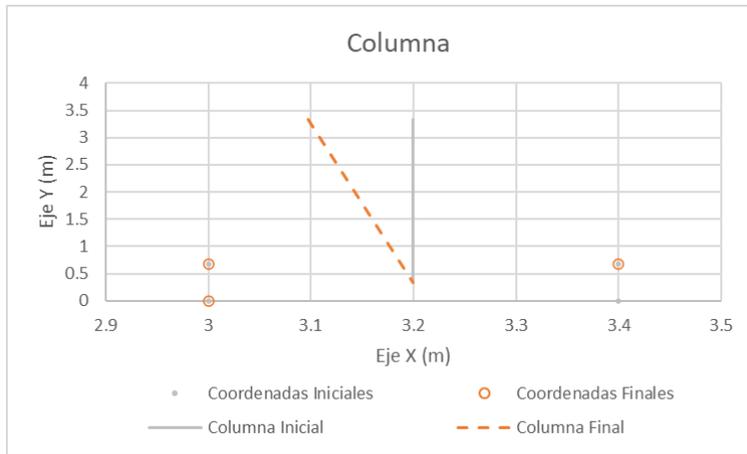


Figura 27 Modelo Columna – Modelo 2

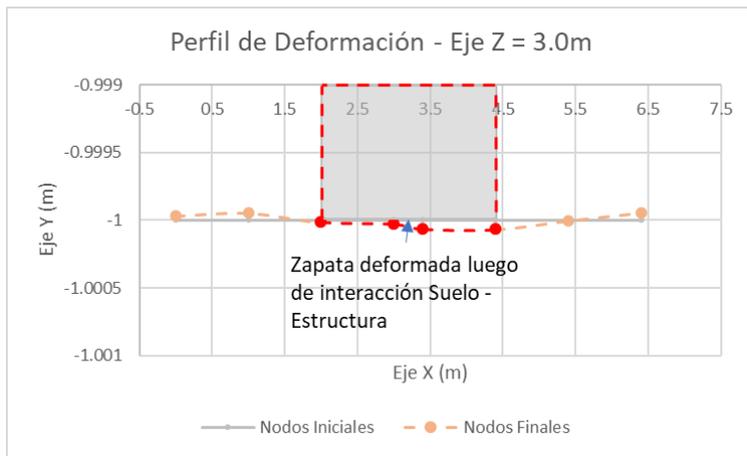


Figura 28 Perfil de deformación bajo la zapata – Modelo 2

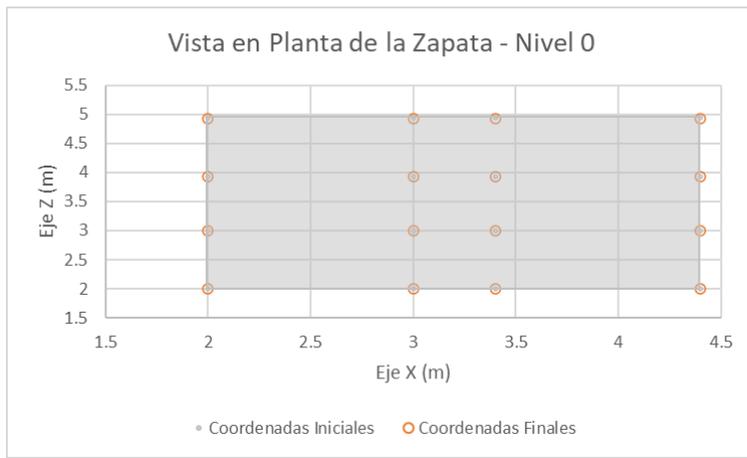


Figura 29 Vista en planta de la zapata – Modelo 2

Luego de este análisis se realizó la comprobación de los resultados con la malla en elementos finitos que representa todo el sistema (columna, cimentación y suelo). Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 5.

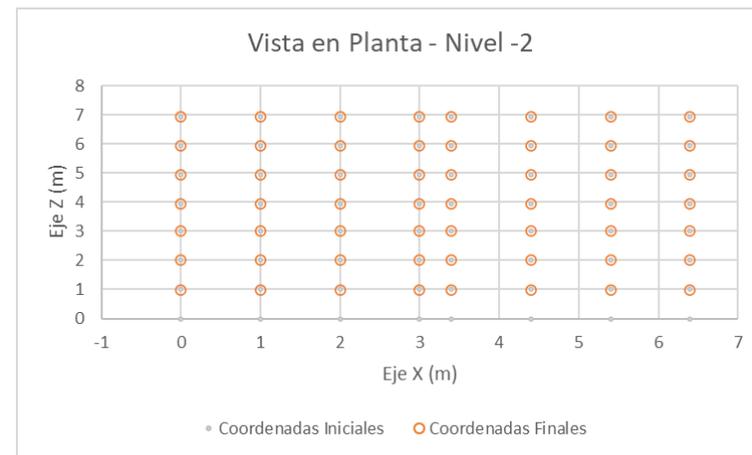
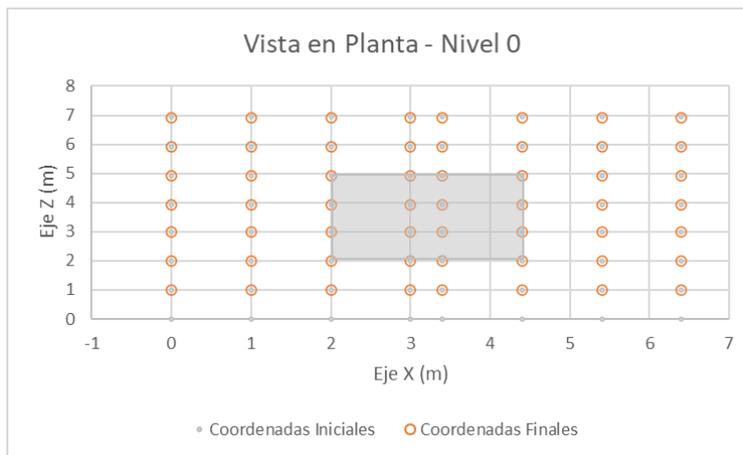
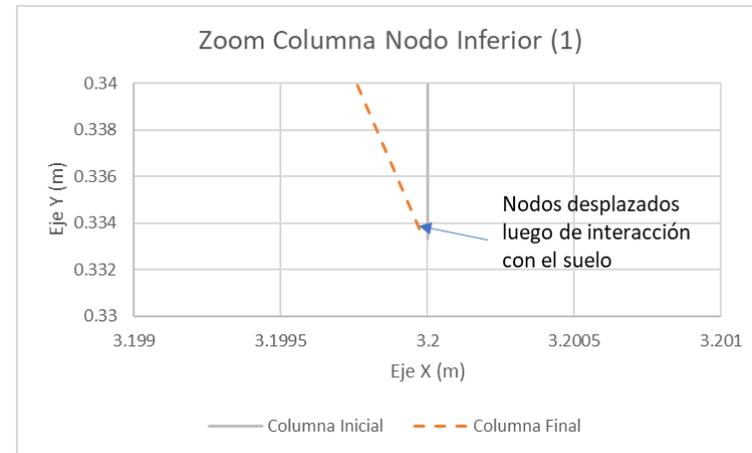
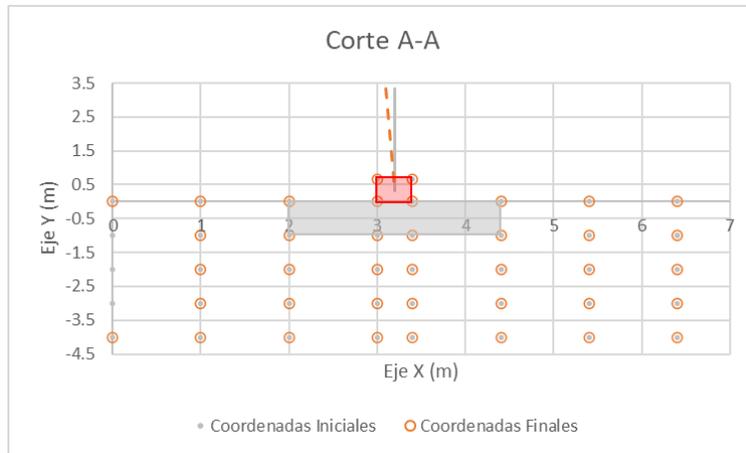
Tabla 5 Resultados modelo de comprobación – Modelo 2

RESUMEN DESPLAZAMIENTOS					
u56	-4.52E-06	v56	-7.31E-05	w56	-4.06E-03
u57	-1.11E-06	v57	-6.00E-05	w57	-4.06E-03
u58	2.87E-06	v58	-4.69E-05	w58	-4.05E-03
u63	-1.25E-05	v63	1.88E-05	w63	-4.07E-03
u64	-1.22E-05	v64	2.28E-05	w64	-4.07E-03
u65	-1.25E-05	v65	2.75E-05	w65	-4.06E-03
u70	-2.77E-05	v70	1.46E-04	w70	-4.07E-03
u71	-3.11E-05	v71	1.44E-04	w71	-4.07E-03
u72	-3.32E-05	v72	1.32E-04	w72	-4.07E-03
PROMEDIOS					
up	-1.47E-05	vp	3.46E-05	Wp	-4.06E-03
θxp	-2.56E-02	θyp	1.22E-02	θzp	2.26E-02

En la Tabla 6 se evidencia la comparación entre los resultados obtenidos en el análisis matricial que se muestran en la Figura 21 y los resultados obtenidos del modelo de verificación que se muestran en la Tabla 5 se puede comprobar que, aunque los resultados no son los mismos, los valores obtenidos están en el mismo orden de magnitud.

Tabla 6 Comparación resultados de análisis del Modelo 2

RESUMEN DESPLAZAMIENTOS POR AMBAS METODOLOGÍAS			
Elemento de transición Propuesto		Modelado en Malla de Elementos Finitos	
up	-2.67E-05	up	-1.47E-05
vp	3.63E-04	vp	3.46E-05
Wp	-6.23E-03	Wp	-4.06E-03
θxp	-2.62E-02	θxp	-2.56E-02
θyp	2.72E-02	θyp	1.22E-02
θzp	-2.70E-02	θzp	2.26E-02



Elemento de Transición
 Zapata en Concreto
 - - - - Columna Estado Inicial
 - - - - Columna Estado Final

Figura 30 Secciones de análisis del suelo – Modelo 2

Modelo 3

El elemento de transición para este modelo tiene dimensiones de 1.5m*1.4m*1.4m que corresponde a unas fuerzas aplicadas en el nodo superior de la columna iguales a $F_x = -30$ Ton, $F_y = -100$ Ton, $F_z = -45$ Ton, $M_x = 30$ Ton*m, $M_y = 10$ Ton*m y $M_z = 40$ Ton*m.

En la Figura 31 y Figura 32 se muestran los resultados del análisis matricial y la interacción del suelo para este modelo, en este se identifican los desplazamientos y rotaciones en el nodo inferior de la columna. En el nodo superior de la columna se estimó una deformación en el eje x de 9cm y en el nodo inferior de 0.05 mm.

		u2	v2	w2	θx2	θy2	θz2	u1	v1	w1	θx1	θy1	θz1		
X2	-30	4630	0	0	0	0	-6944	-4630	0	0	0	0	-6944	-9.1E-02	u2
Y2	-100	0	166667	0	0	0	0	0	-166667	0	0	0	0	3.2E-05	v2
Z2	45	0	0	4630	6944	0	0	0	0	-4630	6944	0	0	-6.5E-02	w2
M _{x2}	30	0	0	6944	13889	0	0	0	0	-6944	6944	0	0	1.5E-02	θx2
M _{y2}	10	0	0	0	0	2445	0	0	0	0	0	-2445	0	-2.3E-02	θy2
M _{z2}	40	-6944	0	0	0	0	13889	6944	0	0	0	0	6944	-2.9E-02	θz2
X1	30.00	-4630	0	0	0	0	6944	4630	0	0	0	0	6944	5.0E-05	u1
Y1	100.00	0	-166667	0	0	0	0	0	166667	0	0	0	0	6.3E-04	v1
Z1	-45.00	0	0	-4630	-6944	0	0	0	0	4630	-6944	0	0	-1.3E-02	w1
M _{x1}	105.00	0	0	6944	6944	0	0	0	0	-6944	13889	0	0	2.6E-02	θx1
M _{y1}	-10.00	0	0	0	0	-2445	0	0	0	0	0	2445	0	-2.7E-02	θy1
M _{z1}	50.00	-6944	0	0	0	0	6944	6944	0	0	0	0	13889	-2.7E-02	θz1

Figura 31 Resultado de análisis en la columna – Modelo 3

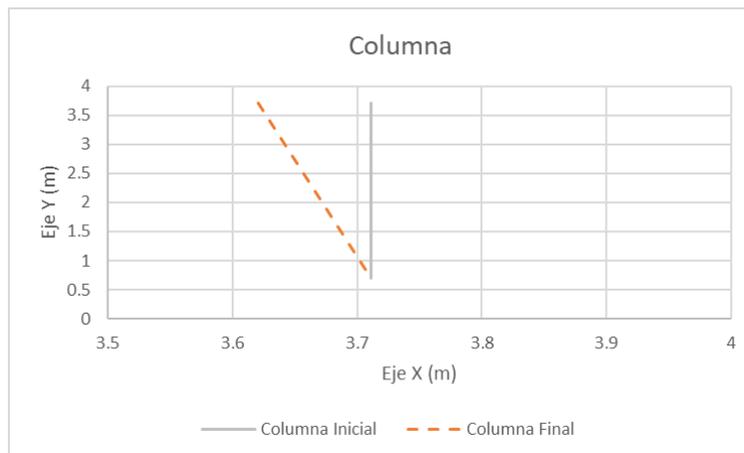


Figura 32 Modelo Columna – Modelo 3

En la Figura 35 se presenta la respuesta del suelo luego de la interacción con la columna, en esta se evidencia rotación en la columna y asentamientos.

Si se hace una revisión específica de los desplazamientos y rotaciones en la columna, se puede observar como la deformación en la base de la zapata es irregular en los extremos y en el centro es mínima, adicionalmente en planta se evidencia desplazamientos en el eje X y Z debidos a la interacción con la estructura.



Figura 33 Vista en planta de la zapata – Modelo 3



Figura 34 Perfil de deformación bajo la zapata – Modelo 3

Luego de este análisis se realizó la comprobación de los resultados con la malla en elementos finitos que representa todo el sistema (columna, cimentación y suelo). Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 7.

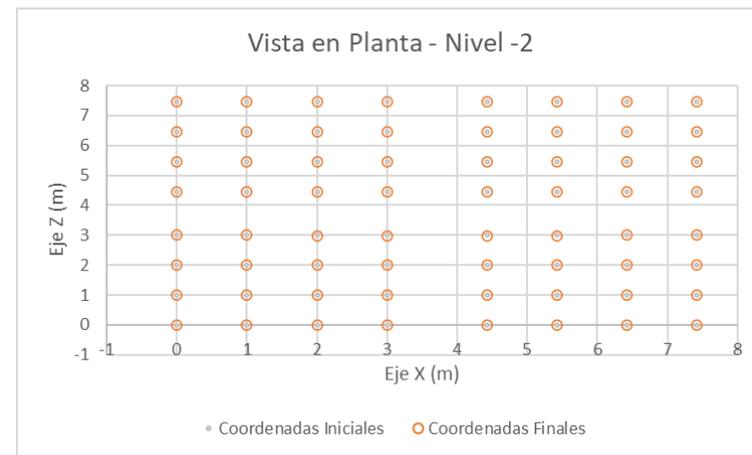
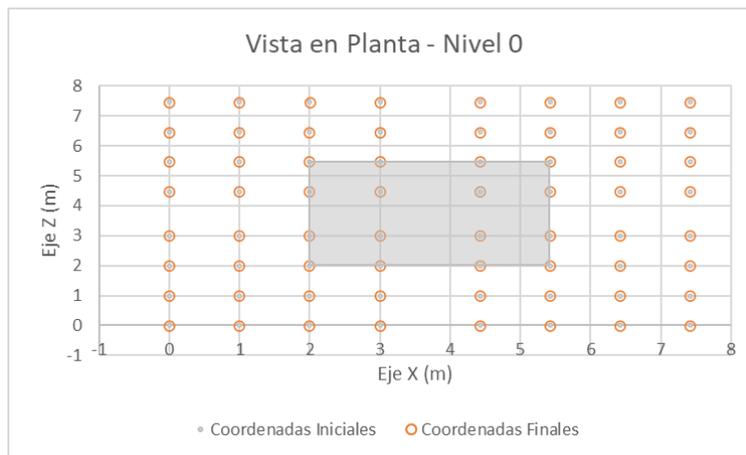
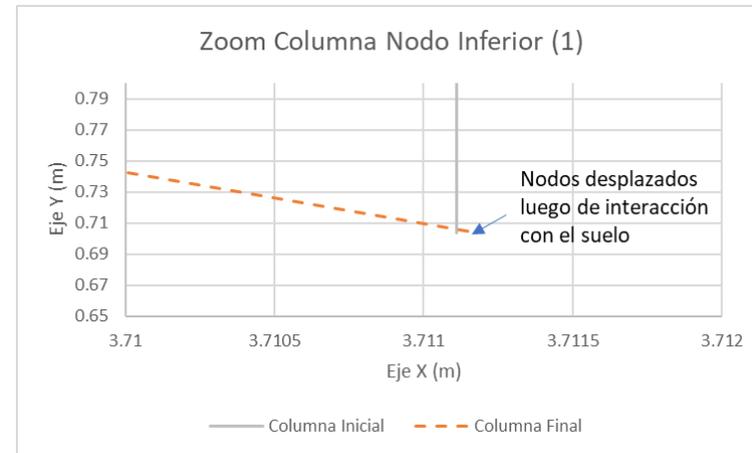
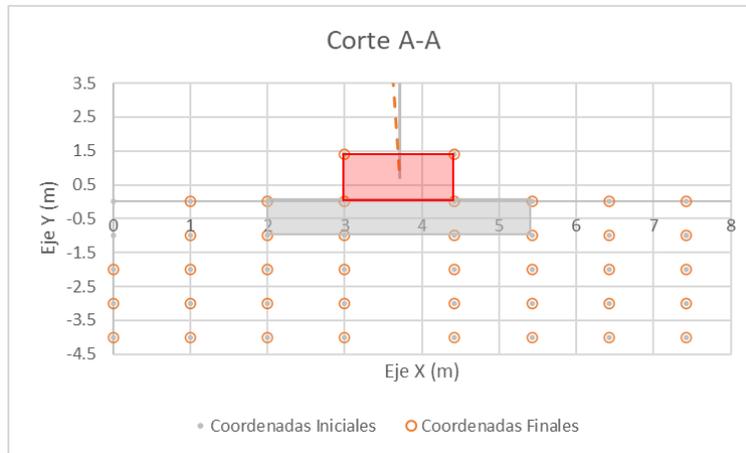
Tabla 7 Resultados modelo de comprobación – Modelo 3

RESUMEN DESPLAZAMIENTOS					
u56	7.88E-06	v56	1.15E-04	w56	6.38E-03
u57	2.53E-06	v57	9.40E-05	w57	6.38E-03
u58	-3.70E-06	v58	7.32E-05	w58	6.37E-03
u63	2.08E-05	v63	-2.98E-05	w63	6.39E-03
u64	2.03E-05	v64	-3.64E-05	w64	6.39E-03
u65	2.09E-05	v65	-4.40E-05	w65	6.38E-03
u70	4.50E-05	v70	-2.30E-04	w70	6.40E-03
u71	5.04E-05	v71	-2.26E-04	w71	6.40E-03
u72	5.37E-05	v72	-2.09E-04	w72	6.39E-03
PROMEDIOS					
up	2.42E-05	vp	-5.48E-05	Wp	6.39E-03
θxp	-2.55E-02	θyp	1.24E-02	θzp	2.27E-02

En la Tabla 8 se evidencia la comparación entre los resultados obtenidos en el análisis matricial que se muestran en la Figura 21 y los resultados obtenidos del modelo de verificación que se muestran en la Tabla 7 se puede comprobar que, aunque los resultados no son los mismos, los valores obtenidos están en el mismo orden de magnitud.

Tabla 8 Comparación resultados de análisis del Modelo 3

RESUMEN DESPLAZAMIENTOS POR AMBAS METODOLOGÍAS			
Elemento de transición Propuesto		Modelado en Malla de Elementos Finitos	
up	5.03E-05	up	2.42E-05
vp	6.32E-04	vp	-5.48E-05
Wp	-1.25E-02	Wp	6.39E-03
θxp	2.60E-02	θxp	-2.55E-02
θyp	-2.74E-02	θyp	1.24E-02
θzp	-2.74E-02	θzp	2.27E-02



Elemento de Transición
 Zapata en Concreto
 - - - Columna Estado Inicial - - - Columna Estado Final

Figura 35 Secciones de análisis del suelo – Modelo 3

Modelo 4

En el último modelo analizado se dimensiono un elemento de transición inicial de 1.4m*0.8m*1.6m, las fuerzas y momentos aplicadas en el nodo superior de la columna corresponden a $F_x = -20$ Ton, $F_y = -115$ Ton, $F_z = 60$ Ton, $M_x = 50$ Ton*m, $M_y = 10$ Ton*m y $M_z = 30$ Ton*m.

Como se muestra en la Figura 36, se identifican desplazamientos y rotaciones en la columna, los desplazamientos en el nodo inferior de la columna se asocian a la interacción entre el suelo y la estructura. En la Figura 37 y Figura 40 se pueden observar los desplazamientos obtenidos, para el nodo superior se obtuvo un desplazamiento en el eje x de 8.6cm y en el nodo inferior de $8.7e-5$ cm.

		u2	v2	w2	θx2	θy2	θz2	u1	v1	w1	θx1	θy1	θz1		
X2	-20	4630	0	0	0	0	-6944	-4630	0	0	0	0	-6944	-8.6E-02	u2
Y2	-115	0	166667	0	0	0	0	0	-166667	0	0	0	0	1.5E-04	v2
Z2	60	0	0	4630	6944	0	0	0	0	-4630	6944	0	0	-7.0E-02	w2
M _{x2}	50	0	0	6944	13889	0	0	0	0	-6944	6944	0	0	1.6E-02	θx2
M _{y2}	10	0	0	0	0	2445	0	0	0	0	0	-2445	0	-2.3E-02	θy2
M _{z2}	30	-6944	0	0	0	0	13889	6944	0	0	0	0	6944	-2.7E-02	θz2
	=													X	
X1	20.00	-4630	0	0	0	0	6944	4630	0	0	0	0	6944	8.7E-07	u1
Y1	115.00	0	-166667	0	0	0	0	0	166667	0	0	0	0	8.4E-04	v1
Z1	-60.00	0	0	-4630	-6944	0	0	0	0	4630	-6944	0	0	-1.8E-02	w1
M _{x1}	130.00	0	0	6944	6944	0	0	0	0	-6944	13889	0	0	2.7E-02	θx1
M _{y1}	-10.00	0	0	0	0	-2445	0	0	0	0	0	2445	0	-2.7E-02	θy1
M _{z1}	30.00	-6944	0	0	0	0	6944	6944	0	0	0	0	13889	-2.7E-02	θz1

Figura 36 Resultado de análisis en la columna – Modelo 4

Por otro lado, se realizaron análisis de la malla de desplazamientos del suelo y la cimentación (Ver Figura 40), en esta se identificó principalmente, una deformación irregular en la base de la zapata (Ver Figura 38), además, como se ve en la Figura 39 se evidencia desplazamiento de los nodos en sentido del eje Z.

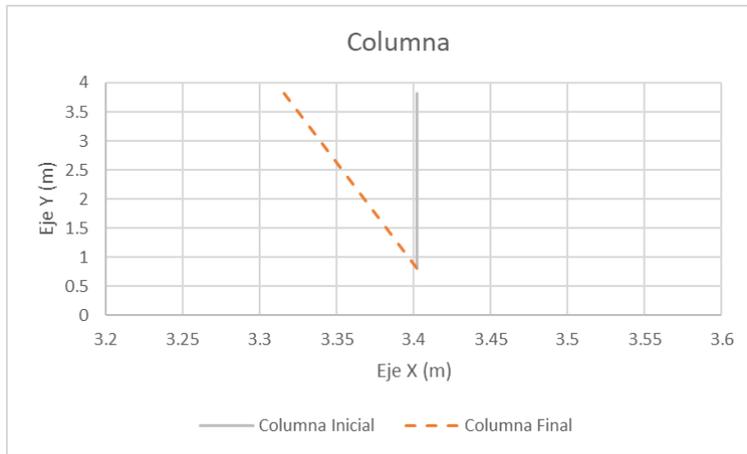


Figura 37 Modelo Columna – Modelo 4

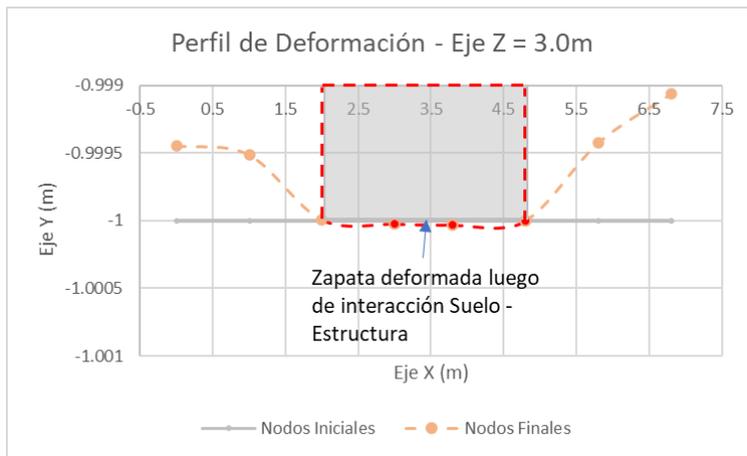


Figura 38 Perfil de deformación bajo la zapata – Modelo 4

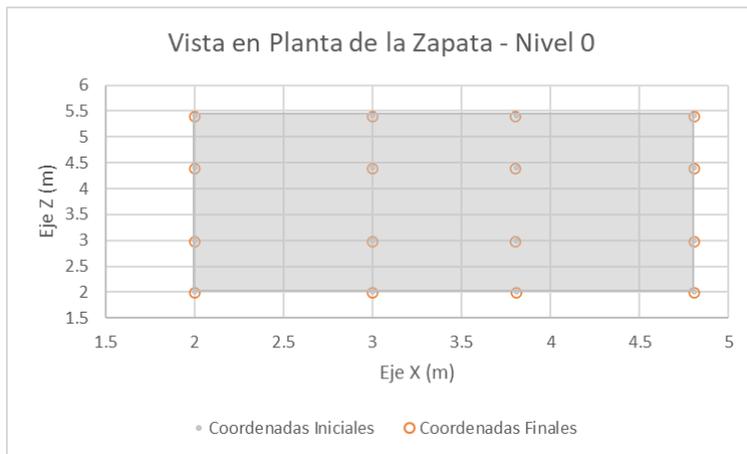


Figura 39 Vista en planta de la zapata – Modelo 4

Luego de este análisis se realizó la comprobación de los resultados con la malla en elementos finitos que representa todo el sistema (columna, cimentación y suelo). Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 9.

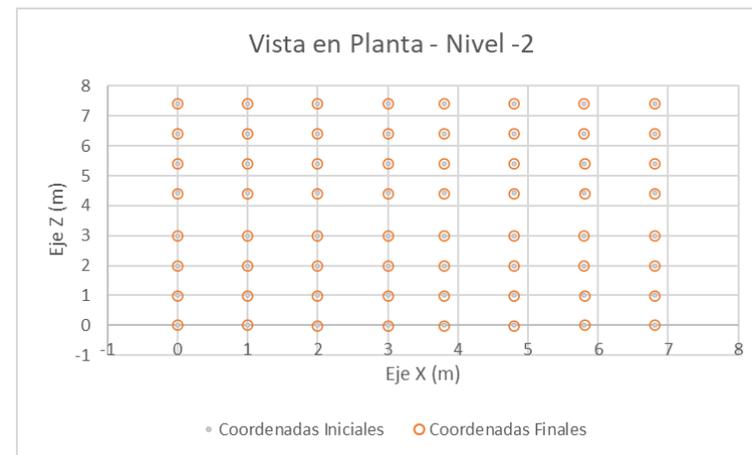
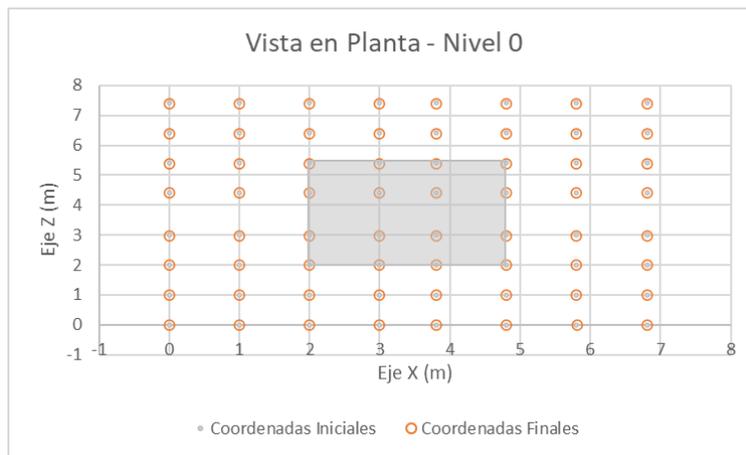
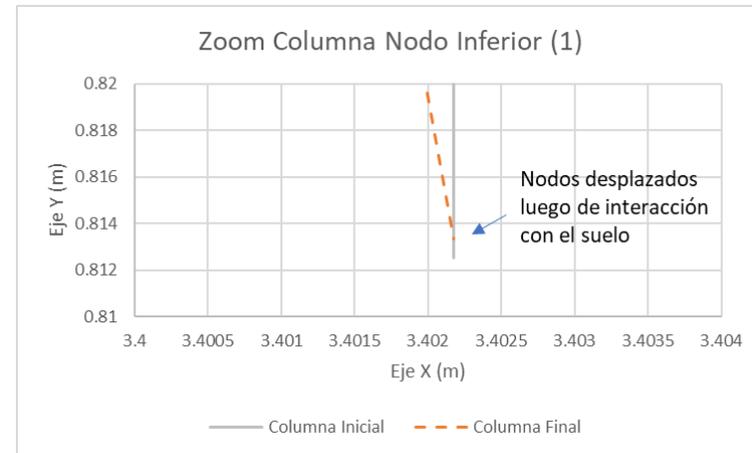
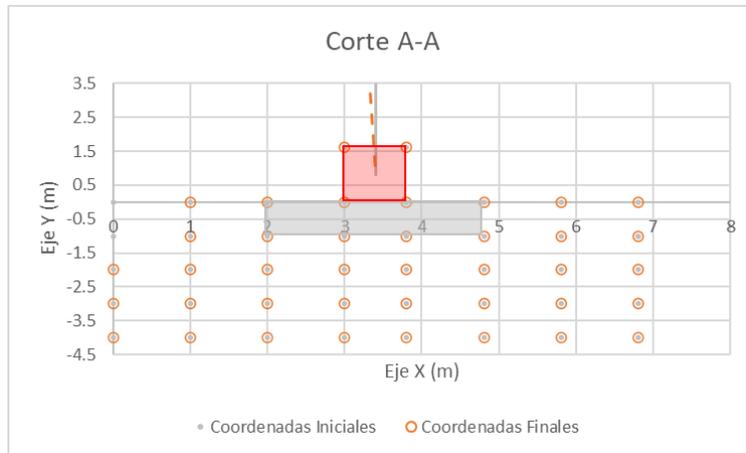
Tabla 9 Resultados modelo de comprobación – Modelo 4

RESUMEN DESPLAZAMIENTOS					
u56	7.88E-06	v56	1.15E-04	w56	6.38E-03
u57	2.53E-06	v57	9.40E-05	w57	6.38E-03
u58	-3.70E-06	v58	7.32E-05	w58	6.37E-03
u63	2.08E-05	v63	-2.98E-05	w63	6.39E-03
u64	2.03E-05	v64	-3.64E-05	w64	6.39E-03
u65	2.09E-05	v65	-4.40E-05	w65	6.38E-03
u70	4.50E-05	v70	-2.30E-04	w70	6.40E-03
u71	5.04E-05	v71	-2.26E-04	w71	6.40E-03
u72	5.37E-05	v72	-2.09E-04	w72	6.39E-03
PROMEDIOS					
up	2.42E-05	vp	-5.48E-05	Wp	6.39E-03
θ_{xp}	-2.55E-02	θ_{yp}	1.24E-02	θ_{zp}	2.27E-02

En la Tabla 9 se evidencia la comparación entre los resultados obtenidos en el análisis matricial que se muestran en la Figura 21 y los resultados obtenidos del modelo de verificación que se muestran en la Tabla 9 se puede comprobar que, aunque los resultados no son los mismos, los valores obtenidos están en el mismo orden de magnitud.

Tabla 10 Comparación resultados de análisis del Modelo 4

RESUMEN DESPLAZAMIENTOS POR AMBAS METODOLOGÍAS			
Elemento de transición Propuesto		Modelado en Malla de Elementos Finitos	
up	8.66E-07	up	2.42E-05
vp	8.44E-04	vp	-5.48E-05
Wp	-1.83E-02	Wp	6.39E-03
θ_{xp}	2.74E-02	θ_{xp}	-2.55E-02
θ_{yp}	-2.68E-02	θ_{yp}	1.24E-02
θ_{zp}	-2.74E-02	θ_{zp}	2.27E-02



Elemento de Transición
 Zapata en Concreto
 Columna Estado Inicial
 Columna Estado Final

Figura 40 Secciones de análisis del suelo – Modelo 4

Como se muestra en los modelos analizados, la cimentación de las diferentes columnas analizadas presenta deformaciones y rotaciones en la cimentación, esto, contrario a lo usualmente desarrollado en la práctica ingenieril, en donde como lo presenta Uribe (2002) se simplifica el análisis matricial de elementos estructurales asumiendo los desplazamientos y rotaciones en el nodo inferior de la columna como cero.

Teniendo en cuenta lo anterior y, luego de realizar las diferentes iteraciones, el elemento de transición mantiene sus dimensiones iniciales en cada modelo analizado, siendo las variaciones números decimales no representativos.

Capítulo V

Conclusiones

De acuerdo con los resultados obtenidos, se puede concluir que el elemento de transición dimensionado permite la modelación y análisis de interacción suelo–estructura en condición estática, en 3 dimensiones, con el método de los elementos finitos para modelar el suelo y, en forma simultánea, el uso del análisis matricial para la simulación de la estructura. De igual manera, la metodología presentada para dimensionar un elemento de transición entre la columna y el suelo permite una compatibilidad entre el análisis matricial de estructuras y el método de los elementos finitos. El elemento de transición dimensionado permite estimar las deformaciones y rotaciones resultantes de la interacción de la estructura con el suelo.

La comprobación realizada con el modelo conformado por una malla de elementos finitos en 3 dimensiones que representa todo el sistema (columna, zapata y suelo), mostro que, aunque los resultados numéricos no son los mismos, tienen un orden de magnitud similar, la diferencia entre estos se puede deber a que son metodologías diferentes. Por lo anterior, es posible afirmar que el elemento de transición diseñado da resultados confiables y en un orden de magnitud adecuado.

Las deformaciones resultantes de los análisis en el nodo inferior de la columna corresponden a valores cercanos a cero, este valor puede estar condicionado a las variables que no cambiaron entre modelos, es decir que, es posible que los resultados pueden variar con factores como las características del suelo, la geometría de la columna, la magnitud de las cargas, entre otros.

Al dimensionar el elemento de transición se encontró que este tiene dimensiones que en algunos casos son mayores que las dimensiones de la columna, en estos casos no se espera que esto afecte los análisis debido a que al tener una rigidez infinita las fuerzas se transmitirán al suelo en la misma magnitud que en la columna de igual manera se espera que no se generen excentricidades ni momentos adicionales a los utilizados para dimensionar el elemento.

Gracias a los resultados obtenidos se podría implementar este modelo en las áreas involucradas en el diseño general de obras civiles, al igual que en el análisis de otras

problemáticas como la distribución de cargas en sistemas placa-pilote, en sistemas de mejoramiento del suelo (inclusiones rígidas, columnas de grava) y otros. Lo anterior debido a que permitirá analizar a detalle el comportamiento entre las estructuras propuestas y el suelo, al igual, que las deformaciones que se generen en cada uno de estos.

Se evidencia en la cimentación que las deformaciones estimadas a través del modelo compuesto por el análisis matricial en la estructura, el elemento de transición y el modelo de elementos finitos para el suelo y la cimentación permite determinar las deformaciones en la base de la cimentación, siendo estas deformaciones no simétricas ni proporcionales, esto quiere que es posible estimar la influencia de las cargas y momentos aplicados en la columna en las tres dimensiones y su influencia en la cimentación.

Esta metodología nos permitirá reducir la incertidumbre y aumentar la redundancia. Lo anterior, tendrá como consecuencia diseños más seguros que respondan a las necesidades que se han evidenciado en los últimos años en Colombia.

Al evaluar las diferentes combinaciones de fuerzas y momentos, se encontró como limitaciones que, en algunas de estas, las dimensiones del elemento de transición son nulas, esto quiere decir que el elemento no se puede modelar en 3 dimensiones, por lo que no permite su análisis con el mallado que representa el suelo y la cimentación. En la Tabla 11 se presentan algunos ejemplos de lo anterior.

Tabla 11 Ejemplo de combinaciones de fuerza que presentan limitaciones

	Modelo	1	2	3	4
Fuerzas	Fuerza X (Ton)	-10	-10	10	35
	Fuerza Y (Ton)	-200	25	100	150
	Fuerza Z (Ton)	30	30	30	20
	Momento X (Ton*m)	-10	-25	-25	30
	Momento Y (Ton*m)	10	-48	-48	25
	Momento Z (Ton*m)	20	33	33	33
Dimensiones Iniciales Elemento Transición	L1 (m)	-0.4	0.6	-7.8	0.0
	L2 (m)	0.6	-3.0	-0.6	2.5
	L3 (m)	9.0	8.1	-18.5	2.9

Con base en estas combinaciones de cargas y momentos en donde las dimensiones del elemento modelado son nulas, en este caso la metodología propuesta no puede ser aplicada. Es preciso asegurar que en un primer dimensionamiento de las cargas que lleguen a la columna, se debe evaluar la posibilidad del uso de esta metodología.

Para próximas investigaciones, se recomienda implementar la metodología desarrollada en lenguajes de programación que permitan realizar el análisis en un menor tiempo y de manera óptima. Para lo anterior, el software a desarrollar deberá permitir analizar modelos estructurales complejos representados con el método matricial para la simulación de la estructura y de igual manera, que permita modelar el suelo y la cimentación para diferentes condiciones geotécnicas. Se debe tener en cuenta que la primera verificación que deberá realizar este programa es si las combinaciones de carga que lleguen a las diferentes columnas permiten dimensionar un elemento de transición de dimensiones no nulas.

Adicionalmente, luego de contar con el software anteriormente propuesto, se podrán desarrollar diferentes análisis de sensibilidad con diferentes variables, entre las que se pueden contemplar diferentes tipos de suelo, condiciones geotécnicas, materiales para la estructura, dimensiones, magnitud de cargas, entre otros.

En la investigación realizada no se contempla ninguna interfaz adicional, entre la interacción de la cimentación y el suelo, es claro que esta puede verse afectada por diferentes factores como los procesos constructivos por lo que en futuros proyectos esta puede ser considerada.

Por último, con la combinación del software y el análisis de sensibilidad realizado es posible determinar la interacción entre el suelo y la estructura y corroborar si la hipótesis usualmente utiliza de asumir los desplazamientos y rotaciones en el nodo inferior de la columna como cero son apropiados.

Capítulo VI

Bibliografía

- Atalaya, otro edificio en Medellín evacuado por fallas estructurales. (24 de octubre de 2019). El Tiempo. Recuperado de <https://www.eltiempo.com/colombia/medellin/evacuacion-de-edificio-atalaya-de-medellin-por-fallas-estructurales-426444>
- Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (2010). Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente NSR-10 Tomo 2. Bogota, Colombia: Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica
- Bojanowski C. (2014). Numerical modeling of large deformations in soil structure interaction problems using FE, EFG, SPH, and MM-ALE formulations. *Archive of Applied Mechanics*. (84) 743–55. Betancour, J. (22 de marzo de 2019). Incertidumbre en Medellín por nuevo edificio con fallas estructurales. El Tiempo. Recuperado de <https://www.eltiempo.com/colombia/medellin/incertidumbre-en-medellin-por-nuevo-edificio-con-fallas-estructurales-340566>
- Beltran, F. (1998) Teoría General del Método de los Elementos Finitos, Collado Villalba, España: E.T.S. Ingenieros Industriales
- Beltrán, F. (1999). Teoría general del método de los elementos finitos. Madrid
- Blanco, E., Cervera, M., & Suárez, B. (2015). Análisis matricial de estructuras. *Barcelona: CIMNE.3*
- Denicol, J., Davies, A y Krystallis, I. (2020) What are the Causes and Cures of Poor Megaproject Performance? A Systematic Literature Review and Reseach Agenda. *Project Managment Journal*. 00 (0), 1-18
- Delgado-Vargas, M. (1998) Interacción Suelo Estructura, Bogotá, Colombia: Escuela Colombiana de Ingeniería.
- Estudio revela fallas estructurales en unidad residencial de Rionegro. (07 de septiembre 2017). El Tiempo. Recuperado de <https://www.eltiempo.com/colombia/medellin/confirman-fallas-estructurales-en-edificio-altos-del-lago-en-rionegro-128182>

- El 23 de junio es la fecha límite para derribar el edificio Bernavent. (04 de mayo de 2018). El Tiempo. Recuperado de <https://www.eltiempo.com/colombia/medellin/en-junio-sera-la-implosion-del-edificio-bernavento-de-medellin-213520>
- Espinosa, M. (9 de mayo de 2018). Villarrica, el municipio que se cae y debe ser reubicado. El Tiempo. Recuperado de <https://www.eltiempo.com/colombia/otras-ciudades/villarrica-el-pueblo-tolimense-que-se-se-cae-y-debe-ser-reubicado-215278>
- Estudiantes de cuatro colegios de Pereira serán reubicados. (24 de enero de 2019). El Tiempo. Recuperado de <https://www.eltiempo.com/colombia/otras-ciudades/estudiantes-de-cuatro-colegios-seran-reubicados-por-fallas-de-las-edificaciones-318814>
- Estorff, O. y Quan, J. (2005) Direct coupling of EFGM-FEM and EFGM-BEM for dynamic soil structure interactions. *International Journal of Computational Methods*. (4) 627–44.
- García, M. (1992). Estudio y solución de fallas de la infraestructura de puentes-Curso de Patología de Estructuras. Bogotá D.C., Colombia: Asociación de Ingenieros Civiles de la Universidad Nacional de Colombia
- García, L. (1998). *Dinámica estructural aplicada al diseño sísmico*. Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Civil.
- Gong, J., Zou, D., Kong, X., Qu, Y. y Liu, J. (2019). An extended meshless method for 3D interface simulating soil-structure interaction with flexibly distributed nodes. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. (125) 105688.
- Goodman, R. Taylor, T y Brekke, T (1968). A model for the mechanics of jointed rock. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div.* 94 637-660.
- Guerrero, H. (2007-08). Localización y cuantificación de daño estructural aplicado a elementos finitos [Tesis de maestría]. Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- Hernandez, S. (27 de septiembre de 2018). Fallas estructurales dejan sin Vivienda a miles de personas en el país. RCN Radio. Recuperado de <https://www.rcnradio.com/colombia/fallas-estructurales-dejan-sin-vivienda-miles-de-personas-en-el-pais>

- Jie, Y., Tang, X., Luan, M. y Yang, Q. (2008) Adaptive element free Galerkin method applied to analysis of earthquake induced liquefaction. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*. (7), 217–224
- Jougard, C. E. (2000). Integración Numérica Consistente de Elementos Finitos Hexaédricos de Ocho Nodos. *Mecánica Computacional*, 19(9), 329-334.
- Landau, L. D. y Lifshitz, E. M. (2008). *Física teórica: Teoría De La Elasticidad (Vol. 7)*. Barcelona: Reverte.
- León, J. (2011). Interacción estática suelo-estructura análisis con el MEF. Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca, Ecuador.
- Lu, Y., Wang, Z. y Chong, K. (2005). A comparative study of buried structure in soil subjected to blast load using 2D and 3D numerical simulations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. (25) 275-288.
- Lu, B., Ding, X. y Wu, A. (2008). Modeling of rock discontinuity with meshless method. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*. (10) 2108–2117.
- La 'novela' del polémico puente Hisgaura no termina. (9 de diciembre de 2019). *El Tiempo*. Recuperado de <https://www.eltiempo.com/colombia/otras-ciudades/la-novela-del-polemico-puente-hisgaura-no-termina-441824>
- Moya-Barrios, J., Salazar-Ferro, R., Gómez-Agudelo, G. y Salazar-Ferro, F. (1999) *Excavaciones en Condiciones Complejas*, Bogotá, Colombia: Escuela Colombiana de Ingeniería
- Muñoz, E. (2011). Ingeniería de Puentes. En G. d. Javeriana, Ingeniería de Puentes (Vol. Tomo I y II). Bogotá D.C., Colombia: Javeriana.
- Osterberg, J. (1989) Necessary Redundancy in Geotechnical Engineering. *Journal of Geotechnical Engineering*. 115 (11), 1513 - 1531
- Ordenan evacuar edificio en Itagüí por fallas en una de las columnas. (29 de junio de 2018). *El Tiempo*. Recuperado de <https://www.eltiempo.com/colombia/medellin/ordenan-evacuar-edificio-en-itaguei-antioquia-por-fallas-estructurales-237474>
- Por fallas estructurales ordenan evacuación de un edificio en Medellín. (05 de enero de 2019). *El Tiempo*. Recuperado de <https://www.eltiempo.com/colombia/medellin/por-fallas-estructurales-ordenan-la-evacuacion-de-un-edificio-en-medellin-311654>

- Queiroz, W. y Breves, H. (2012). Numerical combination for nonlinear analysis structures coupled to layered soils. *Latin American Journal of Solids and Structures*. (1) 1-23
- Ramírez, C. (2013). Diseño de un elemento de transición que simule una correcta interacción estática suelo-estructura. *Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, Bogotá, Colombia*.
- Se identifican las razones por las que fracasan los megaproyectos en el mundo. (18 de febrero de 2020). *El Espectador*. Recuperado de <https://www.elespectador.com/noticias/ciencia/se-identifican-las-razones-por-las-que-fracasan-los-megaproyectos-en-el-mundo-articulo-905250>
- Terzaghi K. y Peck R. (1948). *Soil Mechanics In Engineering Practice*. Wiley: New York. 566
- Uribe, J. (2002). *Análisis de estructuras. Escuela colombiana de ingeniería, Bogotá*.
- Wilson, E. L. (2002). *Three-dimensional static and dynamic analysis of structures*.
- Zhang, X., Lu, M. y Wegner, J. (2000). A 2-D meshless model for jointed rock structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 10) 1649–1661.
- Zienkiewicz, O. C., & Taylor, R. L. (1994). *El método de los elementos finitos*.

Capítulo VII

Anexos

Anexo 1 Manual de Uso de la Programación Realizada

En el presente anexo se mostrará una guía de uso de la programación realizada, esta guía se dividirá en cuatro secciones, en la primera se dará una muestra inicial de lo que compone el libro de Excel, en la segunda parte se presentará las consideraciones para tener en cuenta en la estructura, luego se incluirá la información del suelo y finalmente se ejecutará la programación realizada en VBA (Visual Basic Application).

El Libro de Excel consta de 6 Hojas que se describen a continuación:

- Análisis: Presenta las propiedades y la ecuación básica de la columna a analizar, adicionalmente el dimensionamiento del elemento de transición.
- Gráficas: en esta se presentan algunos resultados de deformaciones del modelo analizado.
- Nodos: En esta se describen las coordenadas (x, y y z) de la malla del suelo, la columna y el elemento de transición, adicionalmente se colocan las fuerzas que actúan en la malla realizada.
- Elementos: Se enumeran los nodos de cada elemento, adicionalmente se incluyen las propiedades del material (suelo, zapata y elemento de transición)
- Calculadora: Esta hoja presenta el análisis de elementos finitos, se determina la matriz de rigidez de cada elemento planteado en la malla de análisis.
- Matriz: Se presenta la matriz total de todos los elementos de la malla propuesta, al final de la matriz se presentan las deformaciones de cada uno de los nodos de la malla propuesta.

Modelado de la columna.

En la hoja “Análisis” se deben ingresar las propiedades de la columna, dimensiones, material y fuerzas aplicadas en el nodo superior (Ver Figura 41).

Adicionalmente, se deben incluir los desplazamientos supuestos iniciales en el nodo inferior (Ver Figura 41) y verificar que las fuerzas aplicadas se puedan analizar con la presente metodología, esto se puede observar en la Figura 42.

Figura 41 Propiedades de la columna – Hoja “Análisis”

		u2	v2	W2	θ_{x2}	θ_{y2}	θ_{z2}	u1	v1	W1	θ_{x1}	θ_{y1}	θ_{z1}	
X2	35	4630	0	0	0	0	-6944	-4630	0	0	0	0	-6944	1.3E-01 u2
Y2	150	0	166667	0	0	0	0	0	-166667	0	0	0	0	9.3E-04 v2
Z2	20	0	0	4630	6944	0	0	0	0	-4630	6944	0	0	-6.0E-02 W2
M_{x2}	30	0	0	6944	13889	0	0	0	0	-6944	6944	0	0	2.1E-02 θ_{x2}
M_{y2}	25	0	0	0	0	2445	0	0	0	0	0	-2445	0	3.8E-02 θ_{y2}
M_{z2}	33	-6944	0	0	0	0	13889	6944	0	0	0	0	6944	5.2E-02 θ_{z2}
X1	-37.00	-4630	0	0	0	0	6944	4630	0	0	0	0	6944	1.3E-05 u1
Y1	-150.00	0	-166667	0	0	0	0	166667	0	0	0	0	0	3.2E-05 v1
Z1	-20.00	0	0	-4630	-6944	0	0	0	0	4630	-6944	0	0	-7.7E-04 W1
M_{x1}	30.00	0	0	6944	6944	0	0	0	0	-6944	13889	0	0	2.1E-02 θ_{x1}
M_{y1}	-25.00	0	0	0	0	-2445	0	0	0	0	0	2445	0	2.7E-02 θ_{y1}
M_{z1}	-138.00	-6944	0	0	0	0	6944	6944	0	0	0	0	13889	2.7E-02 θ_{z1}

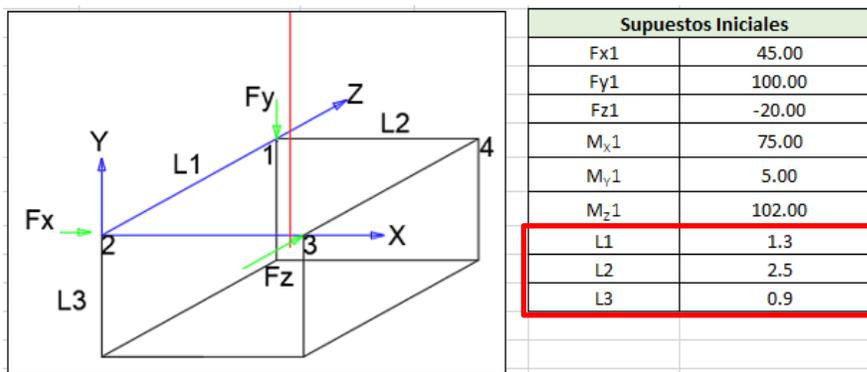
Fuerzas en el
Nodo Superior

Las celdas en color
verde se deben
actualizar a las
condiciones del análisis
a realizar.

Propiedades Columnas	
Elemento	2 1
E [ton/m2]	2000000
L[m]	3
A [m2]	0.25
B[m]	0.5
H[m]	0.5
I_z [m4]	0.0052
I_x [m4]	0.0052
n	0.2
G	833333.33
J	0.0088

Desplazamientos
iniciales
supuestos en el
nodo inferior

Figura 42 Verificación de las dimensiones del elemento de transición – Hoja “Análisis”



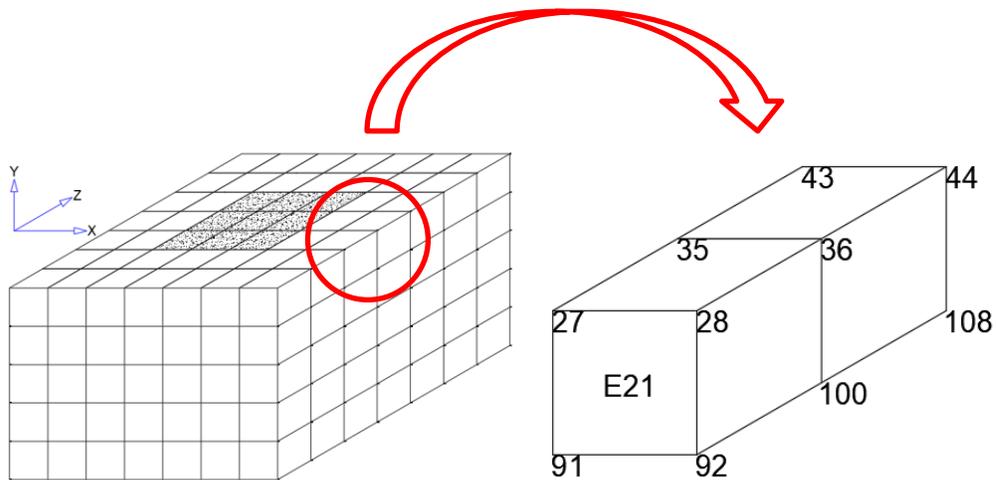
Se debe verificar que
las dimensiones del
elemento de transición
no sean menores o
iguales a cero.

Modelado del suelo y la cimentación

Para el modelado del suelo de cimentación se deben llevar a cabo los siguientes pasos:

1. Planteamiento de una malla de elementos finitos la cual debe tener la suficiente cantidad de elementos para representar el suelo y la cimentación. Adicionalmente presentar un sistema coordinado acorde con el planteado en la presente metodología.
2. Luego de definir la malla, se deberán numerar todos los nodos y los elementos de la malla (ver Figura 43).

Figura 43 Dimensionamiento y numeración de malla en elementos finitos.



3. Luego de tener la malla del suelo y la cimentación ajustada, se empieza a llenar la información en las hojas de cálculo. En la Figura 44 se presenta el orden que se debe tener al momento de incluir la información en la hoja "Nodos". Vale aclarar que el número de fila en la hoja corresponde al número de nodo en la malla definida, por lo anterior no se deben incluir ningún tipo de título.

Figura 44 Información de Nodos – Hoja "Nodos"

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	3	1	4	0	100.00	0			
2	3		3	45.00		0			
3	5	1	3	0	0	-20.00			
4	5	1	4	0	0	0			
5	0	0	0	0	0	0			

Restricciones de desplazamiento del nodo en Rx, Ry y Rz. En caso de aplicar, Colocar en la celda la palabra "Si"

Coordenadas del nodo en los ejes X, Y y Z.

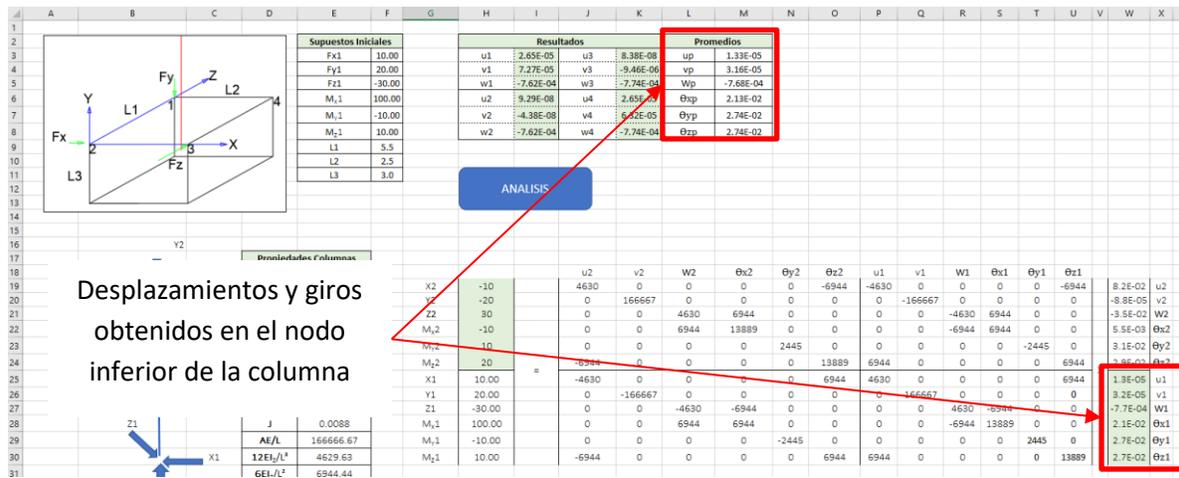
Fuerzas aplicadas en el Nodo, Fx, Fy y Fz

Luego de que se realice la ejecución de la macro se deberá ir a la Hoja “Análisis” y ver los resultados obtenidos. En la Figura 47 se muestran los desplazamientos y giros en las 3 direcciones, estimados con esta metodología.

Los resultados obtenidos corresponden a los desplazamientos promedio en los nodos superiores del elemento de transición, los giros con respecto a los 3 ejes se estimaron calculando la pendiente entre dos puntos.

De igual manera los resultados obtenidos se presentan en la ecuación básica de análisis de la columna.

Figura 47 Resultados del análisis – Hoja “Análisis”



Anexo 2 CD de Soporte

En este anexo se presenta CD con 4 copias del programa de modelo de interacción suelo estructura desarrollado en la presente tesis, en los cuales se muestra cada modelo contemplado y descrito en el Capítulo IV “Resultados y Contribución”.