Matemáticas con LaTeX

Elaboración de gráficos y textos

Carlos Abel Álvarez Pérez
Efrén Ricardo Baquero Torres

ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO
EDITORIAL

Álvarez Pérez, Carlos Abel
Matemáticas con látex : elaboración de gráficos y textos / Carlos Abel Álvarez Pérez; Efrén Ricardo Baquero Torres. – Bogotá : Escuela Colombiana de Ingeniería, 2020.

341 p. : il. (Colección de Matemáticas)

ISBN 978-958-8726-38-0

1. LÁTEX (LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN DE COMPUTADORES). 2. INTERFACES CON EL USUARIO (COMPUTADORES). 3. EDICIÓN. 4. FÓRMULAS MATEMÁTICAS. 5. GRÁFICOS POR COMPUTADOR.

CDD 006.68

Matemáticas con LATEX . Elaboración de gráficos y textos
Primera edición: enero de 2020

Ak 45 Nº 205-59
www.escuelaing.edu.co

Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería
PBX 668 3600 Ext. 397 • editor@escuelaing.edu.co

Dirección editorial
Cristina Salazar Perdomo
cristina.salazar@escuelaing.edu.co

Coordinación editorial
Jorge Cañas Sepúlveda
jorge.canas@escuelaing.edu.co

Diseño de portada
Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería

Corrección de estilo
Elkin Rivera Gómez

Impresión
Nuevas Ediciones S.A.S.

ISBN 978-958-8726-38-0

Impreso en Colombia - Printed in Colombia

Presentación

Si el lector está interesado en estos apuntes, es porque posiblemente ha tenido ciertas dificultades editando texto matemático con los programas tradicionales y sin duda le han contado acerca del LaTeX. Si es así, los autores pretenden llenarlo de entusiasmo con este material, mostrarle que no es tan difícil como se dice y que realmente se trata de lograr un dominio mínimo de un lenguaje de programación bien elemental, similar al html, pero que gracias a las modernas interfaces gráficas el trabajo es realmente sencillo.

El objetivo principal de estos apuntes es mostrar que para textos matemáticos, y en general en ciencias, LaTeX, junto con sus programas asociados, es una de las mejores opciones, si no la mejor. La idea es hacer una presentación lo más simplificada posible, en la que el lector aprenda a manejar los comandos básicos para edición de texto, texto matemático, tablas, gráficas y presentaciones.

El material está organizado en siete unidades principales y se espera que con una intensidad de dos horas diarias se pueda estudiar y comprender sin problemas en 20 o 30 días. Las primeras cuatro unidades necesitan aproximadamente cinco horas de estudio cada una. Las otras unidades comprenden elementos un poco avanzados, que tomarán el resto del tiempo. Al finalizar los apuntes se encuentran algunos apéndices que pueden ser de utilidad, en los cuales se presentan los esquemas generales de un artículo, de un libro y de un parcial, como también un par de galerías de símbolos.

En el apéndice A se citan los programas que se deben instalar, las páginas web de las que se pueden descargar y el procedimiento de instalación. Estos apuntes están diseñados especialmente para trabajar con el sistema operativo Windows y con un editor que puede ser TeXnicCenter o TexMaker.

Se espera que después de estudiar estos apuntes, el lector quede lo suficientemente animado como para que inicie su propio estudio y perfeccionamiento de LaTeX, para lo cual se recomienda especialmente seguir el texto ***El universo LaTeX*** del Dr. Rodrigo De Castro Korgi, de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Colombia, texto que ha motivado estos apuntes y varios cursillos que se han realizado en la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito. También se recomienda estudiar el libro **More Math Into LaTeX (4^a),** escrito por George Grätzer, profesor emérito de la Universidad de Manitoba en Canadá.

Se extiende un especial agradecimiento al grupo de profesores del curso Cálculo Vectorial de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, por sus valiosos aportes a las presentes notas.

Existe una comunidad mundial que está pendiente del desarrollo de las herramientas de LaTeX, a la que se puede consultar a través de la red. En www.ctan.org se encuentra todo lo relacionado con el tema.

LOS AUTORES

Contenido

1. Introducción **1**

2. Edición de texto y de texto matemático **5**
2.1. Paquetes `verbatim` y `comment` 7
2.2. Edición de texto 8
2.3. Texto matemático 10
2.4. Paréntesis 12
2.5. Arreglos 13
2.6. Paquete `bigints` 17

3. Tablas **21**
3.1. Tablas básicas 21
3.2. Tablas más elaboradas 28
3.3. Exportar tablas de Excel a LaTeX 32

4. Gráficos **35**
4.1. Generalidades 35
4.2. Relleno de figuras 40
4.3. Texto enmarcado 45
4.4. Graficación de curvas 47
4.5. Curvas a partir de su definición algebraica 51
4.6. Opción `algebraic` 55

4.7. Curvas paramétricas y polares 62
4.8. Regiones sombreadas 64
4.9. Nudos 72
4.10. Efectos con texto 74
4.11. Instrucción `psvectorian` 78
4.12. Resortes y zigzags 82
4.13. Utilización de Winplot y Excel 85
4.14. Inserción de imágenes de alta resolución 88

5. Opciones avanzadas con `PSTricks` **91**
5.1. Paquete `multido` 91
5.2. Instrucción `foreach` 95
5.3. Paquetes `calculus` y `calculator` 98
5.4. Paquete `ifthen` 102
5.5. Instrucción `psplotTangent` 105
5.6. Instrucción `psFourier` 108
5.7. Series de potencias 112
5.8. Instrucción `psStep` 115
5.9. Instrucción `psVolume` 116
5.10. Ecuaciones diferenciales con `psplotDiffEqn` 122
5.11. Instrucción `psplotImp` 126
5.12. Campo de direcciones 128
5.13. Ecuaciones diferenciales con `pstODEsolve` 130

6. Paquete `psplotThreeD` **137**
6.1. Instrucciones `pstThreeD` 137
6.2. Curvas parametrizadas 153
6.3. Superficies parametrizadas 155
6.4. Gráficos de la forma $z = f(x, y)$ 165
6.5. Instrucción `psSurfaceHiddenLines` 167
6.6. Ejemplos con `parametricplotThreeD` 172
6.7. Instrucción `psSolid` 198
6.8. Objetos prediseñados 201
6.9. Objeto `courbe` 208
6.10. Superficies fusionadas 212
6.11. Instrucción `psSurface` 220
6.12. Intersección con planos 222

7. Paquete Tikz **227**
7.1. Opción draw 228
7.2. Instrucción addplot 234
7.3. Restringir el dominio 238
7.4. Funciones definidas a trozos 239
7.5. Definición de funciones 242
7.6. Sombreado de regiones 244
7.7. Algunas funciones matemáticas 251
7.8. Tipos de flechas 254
7.9. Ejes trigonométricos 260
7.10. Gráficos en coordenadas polares 263
7.11. Relleno en coordenadas polares 266

8. Tikz en 3D **275**
8.1. Opción addplot3 275
8.2. Instrucción colormap 280
8.3. Opción z buffer 288
8.4. Restringir el dominio 299
8.5. Superficies de revolución 303

9. Presentaciones **305**
9.1. Presentaciones cortas 306
9.2. Estructura de una presentación 314

A. Instalación **317**
A.1. Editor TeXnicCenter 318
A.2. Editor TexMaker 320

B. Estructura de un artículo y de un libro **323**

C. Galerías de símbolos **329**

Referencias **337**

Índice alfabético **341**

CAPÍTULO 1

Introducción

El propósito de esta introducción es hacer ver que es posible producir documentos muy sencillos, para los cuales no se necesita conocer mucho código especializado. Antes de iniciar el estudio de la presente introducción, el lector debe haber leído con detenimiento el apéndice A sobre la instalación del programa; si ya lo revisó, entonces debe abrir el programa `TeXnicCenter` o `TexMaker`.

La estructura general de un documento hecho en LaTeX es la siguiente:

```
\documentclass[opciones]{clase}
Preámbulo
\begin{document}
Documento
\end{document}
```

La primera línea define la `clase` del documento. La instrucción `\documentclass` lo consigue y puede ser `article`, `book`, `report`, `memoir`, `slides` o `beamer`. Generalmente, `book` se utiliza para preparar libros, mientras que `slides` y `beamer` se usan para generar diapositivas. Entre las opciones se pueden indicar el tamaño de la fuente que se va a usar y la orientación del papel, que puede asignarse con `portrait` o `landscape`. También es posible incluir `onecolumn` o `twocolumn` para conseguir texto a una o dos columnas. Luego viene una parte en la que se incluyen los paquetes que se van a emplear, los comandos definidos y las demás instrucciones que el usuario desee agregar, esta estructura se denomina *preámbulo de documento.* El *entorno* principal del documento es `document`, que constituye todo el código desde la línea `\begin{document}` que determina el inicio del documento hasta `\end{document}`, donde termina el documento. Si el usuario lo desea, esta última línea puede ubicarse en algún otro lugar (después de `\begin{document}`), lo que hará que el compilador considere el código incluido hasta ahí e ignore la parte posterior. Generalmente, esto se hace con el propósito de detectar errores en la compilación.

Algunas opciones para el tamaño de la hoja son las siguientes:

a5paper (210 mm $\times$ 148 mm)	executivepaper (7,5 in $\times$ 10,5 in)
b5paper (250 mm $\times$ 176 mm)	legalpaper (8,5 in $\times$ 14 in).
a4 (297 mm $\times$ 210 mm)	letterpaper (279,4 mm $\times$ 215,9 mm)

Las abreviaturas `in` y `mm` indican pulgadas y milímetros, respectivamente.
Las longitudes asociadas al texto se pueden cambiar mediante la instrucción `\setlength{\longitud}{valor}`, que a su vez se puede incrementar con el comando `\addtolength{\longitud}{valor}`. Por ejemplo, la altura y el ancho del texto se determinan con `\textwidth` y `\textheight`, y las instrucciones `\setlength{\textwidth}{18cm}` y `\setlength{\textheight}{25cm}` asignan un ancho de 18 cm y un largo de 25 cm. Si desea profundizar más sobre el formato de página, el lector puede consultar [2].

Usando alguno de los compiladores señalados, el lector puede generar un documento nuevo y transcribir el siguiente código:

```
\documentclass[letterpaper,11pt]{report}
\begin{document}
Este es mi primer documento en \LaTeX, no es tan difícil
como creía, editar una fórmula centrada es sencillo,  así:
\[  x^2 + y^2 = a^2. \]
Al final, comprobaremos que hemos aprendido mucho en
relativamente poco tiempo.
\end{document}
```

Que luego de compilarlo debería generar un documento como el siguiente:

> Este es mi primer documento en LaTeX, no es tan difícil como creía, editar una fórmula centrada es sencillo, así:
>
> $$x^2 + y^2 = a^2.$$
>
> Al final, comprobaremos que hemos aprendido mucho en relativamente poco tiempo.

Bueno, realmente deben tener un par de problemas que ya han observado: que las tildes no aparecen. Esto se debe a que todos los programas vienen por defecto para trabajar en el idioma inglés y en este no se utilizan tildes. Para arreglar el problema hay que indicarle al programa el tipo de codificación usada y el idioma que se está utilizando (español); esto se hace con las siguientes dos instrucciones:

```
\usepackage[latin1]{inputenc}
\usepackage[spanish]{babel}
```

En algunos casos puede usarse la línea `\usepackage[utf8]{inputenc}`. Esta instrucción debe ir en el preámbulo.

Un documento un poco más complejo, que maneja un listado de ítems como un examen parcial, pero aún extremadamente sencillo, puede ser el siguiente:

```
\documentclass{article}
\usepackage[latin1]{inputenc}
\usepackage[spanish]{babel}
\usepackage{amsmath}
\begin{document}
\begin{center}
\textbf{ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA}\\
\textbf{Departamento de Matemáticas}\\
Primer parcial de Cálculo Diferencial, Gr: 10\\
\end{center}
\begin{enumerate}
\item Primer punto.
\begin{enumerate}
\item Primera opción.
\item Segunda opción.
```

```
\end{enumerate}
\item Segundo punto.
\item Tercer punto.
\item Cuarto punto.
\end{enumerate}
\end{document}
```

Luego de compilarlo, debe verse como se muestra a continuación.

ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA
Departamento de Matemáticas
Primer parcial de Cálculo Diferencial, Gr: 10

1. Primer punto.
    a) Primera opción.
    b) Segunda opción.
2. Segundo punto.
3. Tercer punto.
4. Cuarto punto.

No se debe olvidar que estos apuntes están escritos para que el lector los siga, escribiendo documentos en `TeXnicCenter` o `TexMaker`, y le permitan verificar que todo está quedando claro. Se recomienda que por cada ejercicio se genere y guarde un documento diferente, con el fin de trabajar inicialmente con documentos cortos que permitan localizar y corregir rápidamente los posibles errores de digitación.

Se espera que el lector ya esté lo suficientemente interesado como para que inicie su estudio de estas notas y dentro de muy poco tiempo esté digitando sus primeros documentos personales en LaTeX.

CAPÍTULO 2

Edición de texto y de texto matemático

En esta unidad se describen los rasgos más generales de un documento básico. Quizás esto es lo que la mayoría necesita para perder el temor e iniciarse en el apasionante mundo del LaTeX.

Una de las preocupaciones de los que se inician en este tipo de procesadores es que lo que se digita no es lo que se ve en el documento definitivo, como cuando se digitan instrucciones usando código html y luego se ve la página web resultante. Las instrucciones de LaTeX se pueden digitalizar en cualquier editor de texto plano, pero en estos apuntes se utilizará la interfaz gráfica del programa `TeXnicCenter` o del `TexMaker`. En éstos se digitan las instrucciones y luego se compila para generar tres tipos de archivos imprimibles (DVI, PS o PDF). Al final de este cuadernillo, en el apéndice A, están las instrucciones de instalación de los programas y de apertura de un documento básico para iniciar el estudio. La idea es que a medida que se avance en el texto se vayan digitando las instrucciones y compilando para observar los resultados.

La estructura de un documento LaTeX está conformada por tres partes principales: la definición de la *clase*, el *preámbulo* y el *cuerpo del documento*. En el preámbulo se establecen las características generales del documento y se cargan los paquetes auxiliares que se utilizarán en él. Hay que recordar que la idea no es comprender con precisión el papel de cada instrucción del preámbulo ni el de los paquetes auxiliares. Sólo se menciona que para un documento general se puede considerar un preámbulo como el que sigue:

```
\usepackage[latin1]{inputenc}
\usepackage[spanish]{babel}
\usepackage{color}
\usepackage{multicol}
\usepackage{amsmath}
\usepackage{amssymb}
\usepackage{enumerate}
\title{}
\author{}
\date{}
\setlength{\oddsidemargin}{0cm}
\setlength{\topmargin}{0cm}
\setlength{\textwidth}{16cm}
\setlength{\textheight}{23cm}
\linespread{1.15}
```

Varios paquetes pueden incluirse en una sola línea, por ejemplo:

```
\usepackage{color,multicol,amsmath,amssymb,enumerate}
```

De estas instrucciones básicas es importante destacar las siguientes:

```
\setlength{\oddsidemargin}{0cm}
\setlength{\topmargin}{0cm}
\setlength{\textwidth}{16cm}
\setlength{\textheight}{23cm}
```

que sirven para manejar los márgenes del documento. Por defecto, el programa asigna en la parte superior izquierda un margen de una pulgada. Pero podría ponerse, por ejemplo:

```
\setlength{\oddsidemargin}{1cm}
```

que introducirá un centímetro adicional en la parte superior. Las otras dos instrucciones indican el ancho y el largo del campo reservado para el texto en cada página del documento. El cuerpo del documento empieza con la instrucción \begin{document} y termina con la instrucción \end{document}, y todo lo que se incluye en medio de estas dos instrucciones es lo que se estudiará en las páginas que siguen.

2.1. Paquetes verbatim y comment

Los caracteres \, % y $ tienen un uso particular en LaTeX. El símbolo % antepuesto a un renglón del documento hace que todas las instrucciones de ese renglón sean ignoradas. Normalmente se utiliza para bloquear instrucciones o para hacer aclaraciones que no aparecerán en el documento definitivo. Con \ inician los comandos de LaTeX, \\ permite dar un salto de línea y $ encierra las expresiones matemáticas.

Si existe una parte del código hecho en LaTeX que no se desea compilar, pero se requiere conservar, puede usarse el carácter %. Pero si el parrafo es muy grande puede invocarse el paquete comment e incluir en el preámbulo del documento la instrucción \usepackage{comment}.
La estructura genérica de un párrafo que se desea dejar como comentario es

```
\begin{commnet}
Texto que se desea comentar
\end{commnet}
```

Si al compilar el documento se desea ver el código fuente, es necesario invocar el paquete verbatim e incluir en el preámbulo la línea \usepackage{verbatim}. Esto se logra con una estructura como la siguiente:

```
\begin{verbatim}
Código que no se desea compilar
\end{verbatim}
```

Cuando se trata de una línea o pocas líneas, también puede usarse

```
\verb"Código que no se desea compilar"
```

2.2. Edición de texto

Para la edición básica de un texto es importante el manejo de tamaños de letra y colores. A continuación se muestran ejemplos de tamaños de letra y los colores básicos que se pueden usar en LaTeX. En la columna de la izquierda está el comando y en la de la derecha, el resultado, es decir, como aparecerá en el documento una vez compilado.

`{\tiny Ejemplo}`	Ejemplo
`{\scriptsize Ejemplo}`	Ejemplo
`{\footnotesize Ejemplo}`	Ejemplo
`{\small Ejemplo}`	Ejemplo
`{\normalsize Ejemplo}`	Ejemplo
`{\large Ejemplo}`	Ejemplo
`{\Large Ejemplo}`	Ejemplo
`{\LARGE Ejemplo}`	Ejemplo
`{\huge Ejemplo}`	Ejemplo
`{\Huge Ejemplo}`	Ejemplo

Ahora se presentan algunos ejemplos en los que se combinan colores con tamaño de fuente.

`{\color{red} \tiny Ejemplo}`	Ejemplo
`{\color{yellow} \scriptsize Ejemplo}`	Ejemplo
`{\color{green} \footnotesize Ejemplo}`	Ejemplo
`{\color{blue} \small Ejemplo}`	Ejemplo
`{\color{cyan} \normalsize Ejemplo}`	Ejemplo
`{\color{magenta} \large Ejemplo}`	Ejemplo
`{\color{red} \Large Ejemplo}`	Ejemplo
`{\color{blue} \LARGE Ejemplo}`	Ejemplo
`{\color{green} \huge Ejemplo}`	Ejemplo
`{\color{magenta} \Huge Ejemplo}`	Ejemplo

También son útiles las siguientes instrucciones para resaltar textos o palabras.

`\emph{Ejemplo}`	*Ejemplo*
`\textbf{Ejemplo}`	**Ejemplo**
`\textit{Ejemplo}`	*Ejemplo*
`\textsl{Ejemplo}`	*Ejemplo*
`\texttt{Ejemplo}`	`Ejemplo`
`\textsc{Ejemplo}`	EJEMPLO
`\underline{Ejemplo}`	Ejemplo

Finalmente, dependiendo de la clase de documento que se ha definido, existen instrucciones generales muy importantes:

1. `\part{*}`, `\chapter{*}`, `\section{*}`, `\subsection{*}`, `\paragraphs{*}` y `\subparagraphs{*}`. Agrega respectivamente una *parte, capítulo, sección, subsección, parágrafo* o *subparágrafo* en un documento. El $*$ indica el nombre de este elemento.

2. `\begin{center}` $\cdots$ `\end{center}`, para centrar.

3. `\noindent`, para eliminar la sangría que LaTeX deja por defecto al iniciar cualquier párrafo.

4. `\begin{enumerate}` $\cdots$ `\end{enumerate}`, para enumerar una determinada serie de ítems e `\item` para indicar cada elemento en la lista.

5. `\begin{itemize}` $\cdots$ `\end{itemize}`, para crear una lista sin numeración (con viñetas). Hay que usar `\item` para indicar cada elemento de la lista.

6. `\begin{multicols}{`n`}` $\cdots$ `\end{multicols}`, para insertar n columnas en un documento. Este entorno requiere `\usepackage{multicol}`.

7. `\vskip`n`cm`, para insertar un espacio vertical de n centímetros; esto también se consigue con `\vspace{`n`cm}`.

8. `\hskip`n`cm`, para insertar un espacio horizontal de n centímetros; Esto también se consigue con `\hspace{`n`cm}`. Con `\,` se consigue un microespacio horizontal y con `\!` se retrocede un microespacio.

9. `\cdots`, para insertar tres puntos horizontales.

10. `\vdots`, para insertar tres puntos verticales.

11. `\rule{`a`cm}{`b`pt}`, para trazar una recta horizontal de a cm de longitud y b puntos de espesor.

2.3. Texto matemático

Para editar texto matemático se debe escribir la expresión entre un par de símbolos pesos ($). Los comandos básicos se aprenden rápidamente mediante su uso. Los programas como `TeXnicCenter` o `TexMaker` presentan una interfaz gráfica muy sencilla de manejar, en la que se encuentran todos los símbolos, operaciones, paréntesis y operadores básicos para editar texto matemático. Para acceder a una gran cantidad de simbolos matemáticos se debe invocar el paquete `amsmath`, es decir, incluir en el preámbulo la línea `\usepackage{amsmath}`. Este paquete acepta las opciones `leqno`, `reqno`, `fleqn`, `eqn`, que numeran y alinean las ecuaciones por la izquierda, derecha o a una distancia determinada del lado izquierdo. Por ejemplo, `\usepackage[reqno]{amsmath}`.

Si se desea *desplegar* la fórmula, puede escribirse usando `$$`. De manera alternativa, la instrucción `\displaystyle{fórmula}` despliega la fórmula, pero no la centra ni la enumera.

A continuación se presentan algunos ejemplos de los comandos más usados:

Comando	**Resultado**
`$x_i$`	x_i
`$x^i$`	x^i
`$\sqrt{x}$`	$\sqrt{x}$
`$\sqrt[n]{x}$`	$\sqrt[n]{x}$
`$\frac{x}{x+1}$`	$\frac{x}{x+1}$
`$\int f(x)dx $`	$\int f(x)\, dx$
`$\displaystyle\int f(x)\, dx $`	$\displaystyle\int f(x)\, dx$
`$\frac{\partial f}{\partial x}$`	$\frac{\partial f}{\partial x}$
`$\lim_{x\rightarrow a}f(x)$`	$\lim_{x\rightarrow a}f(x)$
`$\lim\limits_{x\rightarrow a}f(x)$`	$\lim\limits_{x\rightarrow a}f(x)$

`$\sum_{n=1}^{\infty} x_{n}$`	$\sum_{n=1}^{\infty} x_n$
`$\sum \limits_{n=1}^{\infty}x_{n}$`	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} x_n$
`$\mathscr{L}\{f(t)\}(s)$`	$\mathscr{L}\{f(t)\}(s)$

El comando `\mathscr` requiere incluir en el preámbulo `\usepackage{mathrsfs}`. Para centrar texto matemático generando una "caja" de despliegue matemático que se puede enumerar, se abre el texto con `\[` y se cierra con `\]`. Debe tenerse en cuenta que esta instrucción es para texto matemático y, por lo tanto, no es necesario el uso de los signos pesos. Si se quiere escribir texto dentro de un texto matemático desplegado debe usarse la instrucción `\text{ }`. A continuación se muestra un par de ejemplos de manejo de dichas cajas.

Con las instrucciones

```
\[
\int_{a}^{b}f(x)dx,
\]
```

se obtiene:

$$\int_{a}^{b} f(x)dx,$$

esta expresión también se logra con la sentencia `$$\int_a^bf(x)dx$$`, o alternativamente usando el *entorno* `\begin{equation}` $\cdots$ `\end{equation}`, que genera la numeración automática de la fórmula.

Agregando $*$, se evitará esto último. La misma expresión puede escribirse como

```
\begin{equation*}
\int_a^bf(x)dx .
\end{equation*}
```

Con las instrucciones

```
\[
\int_ {a}^{b}f(x)dx. \tag{1}
\]
```

se obtiene:

$$\int_a^b f(x)dx. \tag{1}$$

Con las instrucciones

```
\[
\int_a^b f(x)dx,\hskip{0.5cm}\text{integral definida.}\tag{2}
\]
```

se obtiene:

$$\int_a^b f(x)dx, \hskip{0.5cm}\text{integral definida.}\tag{2}$$

2.4. Paréntesis

Los signos de agrupación ( ), { } , [ ] , $\langle\,\rangle$ se consiguen escribiéndolos directamente como texto, pero las llaves se obtienen con `\{` y `\}`. Estos caracteres pueden ajustarse al tamaño deseado. Solo se debe agregar la instrucción `\left( ... \right )` y el ajuste de tamaño se hace automático. La sintaxis en otros casos es la siguiente:

`$(\frac{a}{b})$`	$(\frac{a}{b})$
`$\left( \frac{a}{b} \right )$`	$\left(\frac{a}{b} \right)$
`$\big[ \frac{a}{b} \big ]$`	$\big[\frac{a}{b} \big]$
`$\bigg[\frac{a}{b} \bigg ]$`	$\bigg[\frac{a}{b} \bigg]$
`$\Big\{ \frac{a}{b} \Big\}$`	$\Big\{ \frac{a}{b} \Big\}$
`$\Bigg\{ \frac{a}{b} \Bigg \}$`	$\Bigg\{ \frac{a}{b} \Bigg \}$

Por ejemplo,

$$\left(\left(\frac{a}{a+b}-\frac{b}{a+b}\right)^{-1}+\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a+b}\right)^{-1}\right)^{-1}=\frac{a-b}{2a}$$

Se logra compilando el siguiente código

```
$$\left( \left( \frac{a}{a+b}-\frac{b}{a+b}\right)^{-1}%
+\left( \frac{a}{a+b}+\frac{b}{a+b}\right) ^{-1}\right)%
 ^{-1}= \frac{a-b}{2a}$$
```

2.5. Arreglos

El entorno `array` permite hacer un despliegue de texto matemático utilizando arreglos, esto es, una estructura ordenada por varias filas o columnas. Este entorno es una instrucción que puede usarse en particular para escribir matrices. La instrucción básica es

```
\begin{array}{rcl}
 &  & \\
 & & \\
\end{array}
```

Obsérvese que la separación de las columnas se hace con `&` y la separación de las filas con `\\`. Las instrucciones `{rcl}` indican el alineado de las columnas. En este caso, se tienen tres columnas: la primera alineada a la derecha (`right`), la segunda centrada (`center`) y la tercera alineada a la izquierda (`left`).

Por ejemplo, con las instrucciones

```
\[ \begin{array}{rcl}
\displaystyle \int_{1}^{3}x^{2}dx & = & %
  \big[ \frac{1}{3}x^{3} \big]_{1}^{3} \\[0.4cm]
 & = & \frac{1}{3}[3^{3}-1^{3}] \\[0.2cm]
 & = & \frac{1}{3}(27-1) =  \dfrac{26}{3}
 \end{array} \]
```

se obtiene:

$$
\begin{aligned}
\int_1^3 x^2 dx &= \left[\tfrac{1}{3}x^3\right]_1^3 \\
&= \tfrac{1}{3}[3^3 - 1^3] \\
&= \tfrac{1}{3}(27-1) = \frac{26}{3}
\end{aligned}
$$

Con las instrucciones

```
\[ \left(
\begin{array}{rrr}
 1 & -2  & -3 \\
 4 &  0  &  5 \\
 -3 &  1 & 7
 \end{array}
 \right) \]
```

se obtiene:

$$
\left(
\begin{array}{rrr}
1 & -2 & -3 \\
4 & 0 & 5 \\
-3 & 1 & 7
\end{array}
\right)
$$

Cuando la expresión ocupa más de una línea, puede utilizarse el *entorno* `multline`, cuyo uso se ilustra a continuación:

```
\begin{multline}
\int t^6e^{-2t}dt= -\frac{1}{2}e^{-2t}t^6 %
-\frac{3}{2} e^{-2t}t^5
-\frac{15}{4}e^{-2t}t^4 -\frac{15}{2} e^{-2t}t^3\\
-\frac{45}{4}e^{-2t}t^2 -\frac{45}{4}e^{-2t}t-%
\frac{45}{8}e^{-2t}+c
\end{multline}
```

este código genera la siguiente expresión:

$$
\begin{multline}
\int t^6e^{-2t}dt= -\frac{1}{2}e^{-2t}t^6 -\frac{3}{2} e^{-2t}t^5 -\frac{15}{4}e^{-2t}t^4 -\frac{15}{2} e^{-2t}t^3\\
-\frac{45}{4}e^{-2t}t^2 -\frac{45}{4}e^{-2t}t-\frac{45}{8}e^{-2t}+c \quad (2.1)
\end{multline}
$$

Usando `multline*` se evita la numeración.

El entorno `\begin{eqnarray}` $\cdots$ `\end{eqnarray}` proporciona resultados semejantes a `equation` y `array` juntos. Para justificar las fórmulas, se emplea la instrucción `&=&`.

La siguiente rutina de comandos

```
\begin{eqnarray}
a^8- b^8 &=& (a^4+ b^4)(a^4- b^4) \\
&=& (a^4+ b^4)(a^2+ b^2)(a^2- b^2) \nonumber \\
&=& (a^4+ b^4)(a^2+ b^2)(a+ b)(a- b)
\end{eqnarray}
```

produce como resultado:

$$
\begin{aligned}
a^8 - b^8 &= (a^4+b^4)(a^4-b^4) && (2.2)\\
&= (a^4+b^4)(a^2+b^2)(a^2-b^2) \\
&= (a^4+b^4)(a^2+b^2)(a+b)(a-b) && (2.3)
\end{aligned}
$$

Se ha usado el comando `\nonumber`, para evitar numerar la expresión correspondiente.

Las siguientes instrucciones:

```
\begin{eqnarray}
\mathscr{L}^{-1}\left\{\ln\left(\frac{s^2+1}{s^2+4}\right)
\right\}
&=&\mathscr{L}^{-1}\left\{\ln(s^2+1)-\ln(s^2+4)\right\}\\
&=&\frac{-1}{t}\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{d}{ds}
\left(\ln(s^2+1)-\ln(s^2+4)\right)\right\}\nonumber\\
&=&\frac{-1}{t}\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{2s}{s^2+1}
- \frac{2s}{s^2+4} \right \} \nonumber \\
&=&\frac{-1}{t}\left( 2\cos t - 2 \cos (2t) \right) \\
&=&\frac{2 \cos (2t)}{t} - \frac{2 \cos t}{t}
\end{eqnarray}
```

producen como resultado

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L}^{-1}\left\{\ln\left(\frac{s^2+1}{s^2+4}\right)\right\} &= \mathscr{L}^{-1}\left\{\ln(s^2+1)-\ln(s^2+4)\right\} && (2.4)\\
&= \frac{-1}{t}\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{d}{ds}\left(\ln(s^2+1)-\ln(s^2+4)\right)\right\}\\
&= \frac{-1}{t}\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{2s}{s^2+1}-\frac{2s}{s^2+4}\right\}\\
&= \frac{-1}{t}\left(2\cos t-2\cos(2t)\right) && (2.5)\\
&= \frac{2\cos(2t)}{t}-\frac{2\cos t}{t} && (2.6)
\end{aligned}
$$

Por último, en esta sección se presenta la manera de escribir una función definida a trozos. Se utiliza la instrucción `\begin{cases}` $\cdots$ `\end{cases}` y las filas se editan exactamente igual que las de la instrucción `array`. A continuación se muestra un ejemplo.

Con las instrucciones

```
\[ f(x)=
\begin{cases}
\sin x, & \text{si} \hskip0.3cm x < -1 \\
3x+2, & \text{si} \hskip0.3cm -1 \leq x \leq 2 \\
\cos x, &  \text{si} \hskip0.3cm x > 2 \\
\end{cases} \]
```

se obtiene

$$
f(x)=
\begin{cases}
\sin x, & \text{si} \hskip0.3cm x < -1 \\
3x+2, & \text{si} \hskip0.3cm -1 \leq x \leq 2 \\
\cos x, & \text{si} \hskip0.3cm x > 2
\end{cases}
$$

Recuérdese que estamos estudiando los primeros pasos para aprender a digitar en LaTeX y que posiblemente lo más importante es tener la necesidad, para así empezar a practicar e iniciar el camino y convertirse en un Texperto.

2.6. Paquete `bigints`

Para dar un tamaño adecuado a las integrales, puede usarse el paquete `bigints`. Para cargarlo, se debe incluir en el preámbulo `\usepackage{bigints}`. Este paquete agrega de manera automática el paquete `amsmath`.
Cuando se incluye la línea `\usepackage[T1]{fontenc}`, es posible que se genere un conflicto con el paquete `bigints`. Una forma de corregirlo es incluir la instrucción `\renewcommand\familydefault{lmr}`, después de cargar el paquete `bigints`.

Por ejemplo, con las siguientes instrucciones se consigue la integral de un vector

- $$\int \left(\begin{array}{c} -e^{-t} \\ \cos t \\ -2\sin\left(2t\right) \end{array} \right) dt = \left(\begin{array}{c} e^{-t} \\ \sin t \\ \cos 2t \end{array} \right)$$

```
$$\bigint \left( \begin{array}{c}
-e^{-t} \\ \cos t \\ -2\sin \left( 2t\right)
\end{array} \right) dt = \left(
\begin{array}{c} e^{-t} \\ \sin t \\ \cos 2t
\end{array} \right) $$
```

- $$\oint_C \left(\begin{array}{c} -\sin t \\ 2t \\ 3t^{2} \\ \sqrt{t-1} \end{array} \right) dt = \left(\begin{array}{c} \cos t \\ t^{2} \\ t^{3} \\ \frac{2}{3}\sqrt{\left(t-1\right)^{3}} \end{array} \right)$$

```
$$\bigoint_C \left( \begin{array}{c}
-\sin t \\  2t \\  3t^{2} \\ \sqrt{t-1}
\end{array} \right) dt= \left(  \begin{array}{c}
\cos t \\ t^{2} \\ t^{3} \\
\frac{2}{3}\sqrt{\left( t-1\right) ^{3}}
\end{array} \right) $$
```

Las otras opciones son:

`\bigint` `\bigints` `\bigintss` `\bigintsss` `\bigintssss`
`\bigoint` `\bigoints` `\bigointss` `\bigointsss` `\bigointssss`

Ejercicios

1. Escribir en LaTeX las siguientes expresiones matemáticas:

   - $$x^{y^z} + x_{k_j}$$

   - $$\int_0^\infty e^{-x^2/2}\,dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

   - $$\frac{\dfrac{x^2-2x-3}{x-3}}{\dfrac{x^2+5x+4}{x+4}} = \frac{\dfrac{(x+1)(x-3)}{(x-3)}}{\dfrac{(x+1)(x+4)}{(x+4)}} = 1$$

   - $$\begin{aligned} \int_0^{\sqrt{2}} \int_y^{\sqrt{4-y^2}} \ln(x^2+y^2)\,dxdy &= \int_0^{\pi/4} \int_0^2 r\ln r^2\,drd\theta \\ &= \int_0^{\pi/4} \frac{1}{2}\left[r^2\left(\ln r^2 - 1\right)\right]_0^2 d\theta \\ &= \pi\ln 2 - \tfrac{\pi}{2} \end{aligned}$$

   - $$\begin{pmatrix} e^t\cos t & e^t\sin t \\ e^{-t}\cos t & -e^{-t}\sin t \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} e^{-t}\sec t & e^t\sec t \\ e^{-t}\csc t & -e^t\csc t \end{pmatrix}$$

2. Escriba el código necesario para obtener las siguientes expresiones:

$$\bigintss_0^x \left(\begin{array}{c} 2t \\ 1 \\ \dfrac{1}{1+t^2} \end{array}\right) dt = \left(\begin{array}{c} x^2 \\ x \\ \arctan x \end{array}\right)$$

$$\int \left(\begin{pmatrix} e^{-t}\sin t & e^{-t}\sin t \\ e^{t}\cos t & e^{t}\sin t \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} (1-e^{-2t})\sin t \\ e^{2t}\sin t - \cos t \end{pmatrix} \right) dt = \begin{pmatrix} e^{-t} \\ e^{t} \end{pmatrix}$$

$$\int_a^b \begin{pmatrix} 0 & 4t & 4e^t \\ -1 & 4e^{-t} & 2 \\ 0 & 0 & 2e^{-2t} \end{pmatrix} dt = \begin{pmatrix} 0 & 2\left(b^2-a^2\right) & 4\left(e^b-e^a\right) \\ a-b & 4\left(e^{-a}-e^{-b}\right) & 2\left(b-a\right) \\ 0 & 0 & e^{-2a}-e^{-2b} \end{pmatrix}$$

3. Si el lector ha seguido paso a paso las instrucciones dadas hasta el momento no debería tener problemas para digitar el siguiente ejemplo de parcial. Al finalizar los apuntes, en el apéndice B se presentan un par de galerías de símbolos matemáticos que pueden ser de utilidad.

Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito
Examen final de Cálculo Integral

Alumno: ______________________________

Nota:

a) El tiempo total para el parcial es de 2 horas (120 minutos)

b) No utilizar calculadora graficadora ni consultar textos.

c) Contestar exactamente cinco puntos.

---

1. Calcular cada una de las siguientes antiderivadas

$$a)\ \int \frac{6x^2-3x+1}{(4x+1)(x^2+1)}dx \qquad b)\ \int \sin\sqrt{x}\ dx$$

2. Encontrar el volumen generado al hacer girar alrededor de la recta $x = \ln 3$ la región limitada por el eje x, la recta $x = \ln 3$ y la curva $y = 2(e^x - 1)$.

3. Un tanque de almacenamiento de agua tiene forma de cilindro circular recto acostado, y una de las tapas extremas

es una lámina vertical en forma de disco de radio a metros. Hallar la fuerza total ejercida por el agua sobre esta tapa (recuerde que para el agua $\rho = 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, además para los cálculos tome $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$).

4. Para cualquier resorte que cumpla la ley de Hooke (es decir, $F(x) = kx$), demuestre que el trabajo realizado para estirar el resorte una distancia d está dado por $W = \frac{1}{2}kd^2$.

5. Hallar la suma exacta de las series

$$a)\quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2-1} \qquad\qquad b)\quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{4^{n+1}}{5^n}$$

6. Diga si las series son absolutamente convergentes, condicionalmente convergentes o divergentes. Justifique en detalle su respuesta

$$a)\quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(1+\sqrt{n})} \qquad\qquad b)\quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\ln n}$$

7. Diga si cada una de las integrales es convergente o divergente. Calcule el valor exacto de las integrales convergentes

$$a)\quad \int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2}dx \qquad\qquad b)\quad \int_1^{\infty} \frac{2}{4x^2-1}dx$$

CAPÍTULO 3

Tablas

El manejo de tablas combinado con texto matemático es complicado en otros editores tipográficos de texto, y si además no se tiene el editor adecuado, el trabajo puede ser realmente desesperante. En esta unidad se estudian varias formas de describir tablas con una flexibilidad admirable.

3.1. Tablas básicas

En esta sección se estudia la edición básica de tablas. La instrucción genérica es la siguiente:

```
\begin{tabular}{ccc}
& & \\
& & \\
& & \\
\end{tabular}
```

Obsérvese que las instrucciones generales son similares a las del entorno `array`, pero en este caso se genera una tabla y no una matriz. Si además se desea tener líneas de separación en las celdas de la tabla, entonces se sustituye `{ccc}` por `{|c|c|c|}` para insertar líneas de separación verticales, y entre línea y línea se usa la instrucción `\hline` para líneas de separación horizontales.

A continuación se muestran algunos ejemplos de tablas:

Las instrucciones

```
\begin{tabular}{lrrrr}
\textbf{Periodo} & \textbf{03-1} &
\textbf{03-2} & \textbf{04-1} & \textbf{04-2} \\
Ingeniería Civil & 79 & 40 & 93 & 36 \\
Ingeniería Eléctrica & 17 & 11 & 20 & 17 \\
Ingeniería de Sistemas & 145 & 81 & 126 & 58 \\
Ingeniería Industrial & 220 & 120 & 227 & 114 \\
Ingeniería Electrónica & 321 & 177 & 251 & 111 \\
Economía & 15 & 11 & 20 & 14 \\
Administración & 49 & 47 & 20 & \\
Matemáticas & & & 2 & \\
\textbf{Total} & 859 & 489 & 786 & 370 \\
\end{tabular}
```

generan la siguiente tabla[1], en la que se relaciona el número de estudiantes matriculados en la Escuela para cursar primer semestre o en los periodos indicados.

Periodo	**03-1**	**03-2**	**04-1**	**04-2**
Ingeniería Civil	79	40	93	36
Ingeniería Eléctrica	17	11	20	17
Ingeniería de Sistemas	145	81	126	58
Ingeniería Industrial	220	120	227	114
Ingeniería Electrónica	321	177	251	111
Economía	15	11	20	14
Administración	49	47	20	
Matemáticas			2	
Total	859	489	786	370

Con el comando

[1]Tomada del *Informe del rector 2004*. Bogotá: Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería.

```
\multicolumn{n}{forma}{argumento}
```

se pueden agrupar *n* columnas en una sola celda, la `forma` puede ser `c/r/l` o | y el `argumento` es el texto o caracteres que se desean insertar. La instrucción

```
\multirow{n}{ancho}[desplazamiento]{argumento},
```

permite agrupar `n` filas en una sola celda de un `ancho` se puede hacer un `desplazamiento` vertical y `argumento` es el párrafo o caracteres que se desean incluir. Para esta instrucción es indispensable incluir en el preámbulo del documento `\usepackage{multirow}`. Las líneas entre columnas *n* y *m* se controlan con `\cline{n-m}`.

Se presentan ahora algunas tablas que ilustran las posibilidades señaladas.

- Usando `\multicolumn`

```
\begin{tabular}{|c|c|c|} \hline
\multicolumn{2}{|c|}{Nombre} & Edad \\\hline
Carlos & Abel & 20 \\ \hline
\end{tabular}
```

Nombre		Edad
Carlos	Abel	20

- Usando `\multirow`

Nombre	Carlos
	Abel

```
\begin{tabular}{|c|c|} \hline
\multirow{2}{*}{Nombre} & Carlos\\ \cline{2-2}
& Abel \\ \hline
\end{tabular}
```

- Usando los anteriores

Nombre-País		Paolo
		James
Colombia	Perú	Fútbol

```
\begin{tabular}{cc|c} \hline
\multicolumn{2}{c|}{
 \multirow{2}{*}{Nombre-Pais}}& Paolo \\
\multicolumn{2}{c|}{}& James \\ \hline
Colombia & Per\'u & Futbol\\ \hline
\end{tabular}
```

A continuación se muestran algunas modificaciones a la misma tabla. Se presentan las instrucciones y luego el resultado. Es importante que el lector observe cuáles son las modificaciones en la nueva tabla y cuáles son los comandos utilizados. Para más detalles, ver el texto **El universo LaTeX** en la unidad correspondiente a tablas.

- Tablas con líneas

Periodo	**03-1**	**03-2**	**04-1**	**04-2**
Ingeniería Civil	79	40	93	36
Ingeniería Eléctrica	17	11	20	17
Ingeniería de Sistemas	145	81	126	58
Ingeniería Industrial	220	120	227	114
Ingeniería Electrónica	321	177	251	111
Economía	15	11	20	14
Administración	49	47	20	
Matemáticas			2	
Total	859	489	786	370

```
\begin{center}
\begin{tabular}{|l|r|r|r|r|} \hline
\textbf{Periodo} & \textbf{03-1} & \textbf{03-2} &
\textbf{04-1} & \textbf{04-2} \\\hline
Ingeniería Civil & 79 & 40 & 93 & 36 \\\hline
```

```
Ingeniería Eléctrica & 17 & 11 & 20 & 17 \\\hline
Ingeniería de Sistemas & 145 & 81 & 126 & 58\\\hline
Ingeniería Industrial & 220 & 120 & 227 &114\\\hline
Ingeniería Electrónica &321 & 177 &251& 111 \\\hline
Economía & 15 & 11 & 20 & 14 \\\hline
Administración & 49 & 47 & 20 & \\\hline
Matemáticas & & & 2 & \\\hline
\textbf{Total} & 859 & 489 & 786 & 370 \\\hline
\end{tabular}
\end{center}
```

- Tablas con líneas diferentes

```
\begin{center} \begin{tabular}{|l||r|r|r|r|}\hline
\textbf{Periodo} & \textbf{03-1} & \textbf{03-2} &
\textbf{04-1} &  \textbf{04-2} \\ \hline \hline
Ingeniería Civil & 79 & 40 & 93 & 36 \\ \hline
Ingeniería Eléctrica & 17 & 11 & 20 & 17 \\\hline
Ingeniería de Sistemas & 145 & 81 & 126 &58\\\hline
Ingeniería Industrial & 220 & 120 & 227&114\\\hline
Ingeniería Electrónica & 321 & 177 & 251&111\\\hline
Economía & 15 & 11 & 20 & 14 \\ \hline
Administración & 49 & 47 & 20 &  \\ \hline
Matemáticas &  &  &2 &  \\ \hline
\textbf{Total} & 859 & 489 & 786 & 370 \\ \hline
\end{tabular} \end{center}
```

Periodo	**03-1**	**03-2**	**04-1**	**04-2**
Ingeniería Civil	79	40	93	36
Ingeniería Eléctrica	17	11	20	17
Ingeniería de Sistemas	145	81	126	58
Ingeniería Industrial	220	120	227	114
Ingeniería Electrónica	321	177	251	111
Economía	15	11	20	14
Administración	49	47	20	
Matemáticas			2	
Total	859	489	786	370

- Tablas con líneas en algunas casillas.

Estudiantes matriculados en primer semestre				
Periodo	**03-1**	**03-2**	**04-1**	**04-2**
Ingeniería Civil	79	40	93	36
Ingeniería Eléctrica	17	11	20	17
Ingeniería de Sistemas	145	81	126	58
Ingeniería Industrial	220	120	227	114
Ingeniería Electrónica	321	177	251	111
Economía	15	11	20	14
Administración	49	47	20	
Matemáticas			2	
Total	859	489	786	370

```
\begin{tabular}{|l||r|r|r|r|}\hline
\multicolumn{5}{|c|}{\textbf{Estudiantes
matriculados a primer semestre }}\\\hline\hline
\textbf{Periodo} & \textbf{03-1} & \textbf{03-2} &
\textbf{04-1} & \textbf{04-2} \\ \cline{2-5}
Ingeniería Civil & 79 & 40 & 93 & 36 \\\cline{2-5}
Ingeniería Eléctrica & 17 & 11 & 20 & 17 \\ \cline{2-5}
Ingeniería de Sistemas & 145 & 81 & 126 & 58\\\cline{2-5}
Ingeniería Industrial & 220 & 120 & 227 & 114\\\cline{2-5}
Ingeniería Electrónica & 321 & 177 & 251 & 111\\\cline{2-5}
Economía & 15 & 11 & 20 & 14 \\ \cline{2-5}
Administración & 49 & 47 & 20 &  \\ \cline{2-5}
Matemáticas &  &  &2 &  \\ \hline
\hskip1cm \vline \hskip1cm \textbf{Total} & 859 & 489 &
786 & 370 \\ \hline
\end{tabular}
```

- Las instrucciones `\setlength{\arrayrulewidth}{0.5mm}` determinan el grosor de las líneas tanto vertical como horizontalmente (0,5 mm en este caso).

  `\renewcommand{\arraystretch}{0,9}` mantiene la separación entre filas en 0.9 veces la separación normal.

\setlength{\tabcolsep}{12pt} establece la separación entre columnas de 12 pts. Por ejemplo:

```
\setlength{\arrayrulewidth}{0.5mm}
\setlength{\tabcolsep}{13pt}
\renewcommand{\arraystretch}{0.9}
\begin{center} \begin{tabular}{|l||r|r|r|r|}\hline
\multicolumn{5}{|c|}{\textbf{Estudiantes matriculados a
primer semestre}}\\\hline\hline
\textbf{Periodo} & \textbf{03-1} & \textbf{03-2} &
\textbf{04-1} &  \textbf{04-2} \\ \hline
Ingeniería Civil & 79 & 40 & 93 & 36 \\ \hline
Ingeniería Eléctrica & 17 & 11 & 20 & 17 \\ \hline
Ingeniería de Sistemas & 145 & 81 & 126 & 58 \\\hline
Ingeniería Industrial & 220 & 120 & 227 & 114 \\\hline
Ingeniería Electrónica & 321 & 177 & 251 & 111 \\\hline
Economía & 15 & 11 & 20 & 14 \\ \hline
Administración & 49 & 47 & 20 &  \\ \hline
Matemáticas &  &  &2 &  \\ \hline
\textbf{Total} & 859 & 489 & 786 & 370 \\ \hline
\end{tabular}
\end{center}
```

Estudiantes matriculados en primer semestre				
Periodo	**03-1**	**03-2**	**04-1**	**04-2**
Ingeniería Civil	79	40	93	36
Ingeniería Eléctrica	17	11	20	17
Ingeniería de Sistemas	145	81	126	58
Ingeniería Industrial	220	120	227	114
Ingeniería Electrónica	321	177	251	111
Economía	15	11	20	14
Administración	49	47	20	
Matemáticas			2	
Total	859	489	786	370

3.2. Tablas más elaboradas

En esta sección se estudiarán otros detalles útiles cuando se hacen tablas en LaTeX. En particular, se muestra la manera de hacer tablas con párrafos, manejo de tablas muy largas y la utilización del Excel para agilizar el proceso de su elaboración.

El siguiente ejemplo se podrá ver la edición general de los comandos y luego se presentarán las modificaciones necesarias para lograr el resultado mostrado. La idea es que el lector haga las modificaciones para familiarizarse con la edición y compilación en LaTeX. Para tener acceso a algunos de los comandos utilizados es necesario cargar en el preámbulo del documento la instrucción `\usepackage{array}`.

El siguiente código

```
\begin{center}
\begin{tabular}{|l|p{2.5cm}|p{6cm}|}\hline
\multicolumn{3}{|c|}{\textbf{Convenios con universidades}}
\\ \hline
\textbf{País} &\textbf{Universidad}&\textbf{Objeto}\\ \hline
Alemania & HRK Hochschulrek Torkonferenz & Movilidad de
estudiantes de pregrado, maestría y doctorado.
Intercambio de profesores visitantes. Intercambio de
información en campos de experiencia.\\ \hline
Argentina & Universidad Nacional de La Plata &
Investigaciones conjuntas, intercambio de información
científica y técnica, intercambio de estudiantes de pregrado,
intercambio de profesores y pasantías.\\ \hline
\multicolumn{3}{l}{*\tiny Información tomada del Informe del rector 2004.
Bogotá: Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería.}\\
\end{tabular}
\end{center}
```

genera la tabla que se muestra a continuación:

Convenios con universidades		
País	**Universidad**	**Objeto**
Alemania	HRK Hochschulrek Torkonferenz	Movilidad de estudiantes de pregrado, maestría y doctorado. Intercambio de profesores visitantes. Intercambio de información en campos de experiencia.
Argentina	Universidad Nacional de La Plata	Investigaciones conjuntas, intercambio de información científica y técnica, intercambio de estudiantes de pregrado, intercambio de profesores y pasantías.

*Información tomada del *Informe del rector 2004*. Bogotá: Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería.

Ahora, cambie `p{2.5cm}` por `m{2.5cm}` y `p{6cm}` por `m{6cm}` y observe los cambios en la tabla. Anteponga a las instrucciones de país, universidad y objeto la frase `\multicolumn{1}{c}{palabra correspondiente}`. Con estos dos cambios la tabla debe verse como se muestra a continuación:

Convenios con universidades		
País	**Universidad**	**Objeto**
Alemania	HRK Hochschulrek Torkonferenz	Movilidad de estudiantes de pregrado, maestría y doctorado. Intercambio de profesores visitantes. Intercambio de información en campos de experiencia.
Argentina	Universidad Nacional de La Plata	Investigaciones conjuntas, intercambio de información científica y técnica, intercambio de estudiantes de pregrado, intercambio de profesores y pasantías.

*Información tomada del *Informe del rector 2004*. Bogotá: Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería.

Ejercicio

Cambie el color del texto como se muestra en la tabla anterior.

Convenios con universidades		
País	**Universidad**	**Objeto**
Alemania	HRK Hochschulrek Torkonferenz	Movilidad de estudiantes de pregrado, maestría y doctorado. Intercambio de profesores visitantes. Intercambio de información en campos de experiencia.
Argentina	Universidad Nacional de La Plata	Investigaciones conjuntas, intercambio de información científica y técnica, intercambio de estudiantes de pregrado, intercambio de profesores y pasantías.

*Información tomada del *Informe del rector 2004*. Bogotá: Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería.

Obsérvese que en los ejemplos anteriores ninguna de las tablas empieza en una página y termina en otra. De hecho, LaTeX no permite partir las tablas; para ello se debe trabajar con la opción:

```
\begin{longtable}
...
\end{longtable}
```

en lugar de `\begin{tabular}` ··· `\end{tabular}`. Para que el comando sea reconocido es indispensable agregar en el preámbulo del documento la instrucción `\usepackage{longtable}`.

Las tablas que se presentan en lo que sigue se escribieron con esta última opción.

En el ejemplo que se muestra se utilizan cálculos matemáticos que pueden hacerse por separado. En estos y otros casos de tablas muy extensas se recomienda el poder de cálculo y velocidad de copiado de programas como Excel.

La siguiente tabla se ha producido mediante Excel. Los números en cada columna se generan por medio de fórmulas del programa; el resto de simbología se ha escrito manualmente y usando las posibilidades del programa para la repetición (por ejemplo, al escribir &). Se selecciona y copia el texto escrito en

Excel y se pega en el editor de LaTeX.

En la siguiente imagen se muestra la digitación hecha en Excel y luego el resultado obtenido después de compilar.

<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th><th>F</th><th>G</th><th>H</th><th>I</th><th>J</th></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="5">\begin{center}</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="5">\begin{longtable}{|c|c|c|c|c|} \hline</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>x_k</td><td>&</td><td>$\sqrt[3]{x_k}$</td><td>&</td><td>$\sqrt[2]{x_k}$</td><td>&</td><td>x_k^2</td><td>&</td><td>x_k^3</td><td>\\ \hline</td></tr>
<tr><td>4</td><td>0,00</td><td>&</td><td>0,0000</td><td>&</td><td>0,0000</td><td>&</td><td>0,000</td><td>&</td><td>0,000</td><td>\\ \hline</td></tr>
<tr><td>5</td><td>0,25</td><td>&</td><td>0,5000</td><td>&</td><td>0,6300</td><td>&</td><td>0,063</td><td>&</td><td>0,016</td><td>\\ \hline</td></tr>
<tr><td>6</td><td>0,50</td><td>&</td><td>0,7071</td><td>&</td><td>0,7937</td><td>&</td><td>0,250</td><td>&</td><td>0,125</td><td>\\ \hline</td></tr>
<tr><td>7</td><td>0,75</td><td>&</td><td>0,8660</td><td>&</td><td>0,9086</td><td>&</td><td>0,563</td><td>&</td><td>0,422</td><td>\\ \hline</td></tr>
<tr><td>8</td><td>1,00</td><td>&</td><td>1,0000</td><td>&</td><td>1,0000</td><td>&</td><td>1,000</td><td>&</td><td>1,000</td><td>\\ \hline</td></tr>
<tr><td>9</td><td>1,25</td><td>&</td><td>1,1180</td><td>&</td><td>1,0772</td><td>&</td><td>1,563</td><td>&</td><td>1,953</td><td>\\ \hline</td></tr>
<tr><td>10</td><td>1,50</td><td>&</td><td>1,2247</td><td>&</td><td>1,1447</td><td>&</td><td>2,250</td><td>&</td><td>3,375</td><td>\\ \hline</td></tr>
<tr><td>11</td><td>1,75</td><td>&</td><td>1,3229</td><td>&</td><td>1,2051</td><td>&</td><td>3,063</td><td>&</td><td>5,359</td><td>\\ \hline</td></tr>
<tr><td>12</td><td>2,00</td><td>&</td><td>1,4142</td><td>&</td><td>1,2599</td><td>&</td><td>4,000</td><td>&</td><td>8,000</td><td>\\ \hline</td></tr>
<tr><td>13</td><td>2,25</td><td>&</td><td>1,5000</td><td>&</td><td>1,3104</td><td>&</td><td>5,063</td><td>&</td><td>11,391</td><td>\\ \hline</td></tr>
<tr><td>14</td><td>2,50</td><td>&</td><td>1,5811</td><td>&</td><td>1,3572</td><td>&</td><td>6,250</td><td>&</td><td>15,625</td><td>\\ \hline</td></tr>
<tr><td>15</td><td>2,75</td><td>&</td><td>1,6583</td><td>&</td><td>1,4010</td><td>&</td><td>7,563</td><td>&</td><td>20,797</td><td>\\ \hline</td></tr>
<tr><td>16</td><td>3,00</td><td>&</td><td>1,7321</td><td>&</td><td>1,4422</td><td>&</td><td>9,000</td><td>&</td><td>27,000</td><td>\\ \hline</td></tr>
<tr><td>17</td><td colspan="3">\end{longtable}</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>18</td><td colspan="3">\end{center}</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

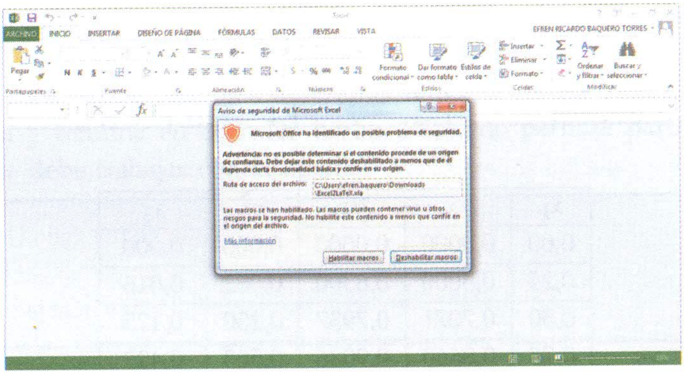
x_k	$\sqrt[3]{x_k}$	$\sqrt[2]{x_k}$	x_k^2	x_k^3
0,00	0,0000	0,0000	0,000	0,000
0,25	0,5000	0,6300	0,063	0,016
0,50	0,7071	0,7937	0,250	0,125
0,75	0,8660	0,9086	0,563	0,422
1,00	1,0000	1,0000	1,000	1,000
1,25	1,1180	1,0772	1,563	1,953
1,50	1,2247	1,1447	2,250	3,375
1,75	1,3229	1,2051	3,063	5,359
2,00	1,4142	1,2599	4,000	8,000
2,25	1,5000	1,3104	5,063	11,391
2,50	1,5811	1,3572	6,250	15,625
2,75	1,6583	1,4010	7,563	20,797
3,00	1,7321	1,4422	9,000	27,000

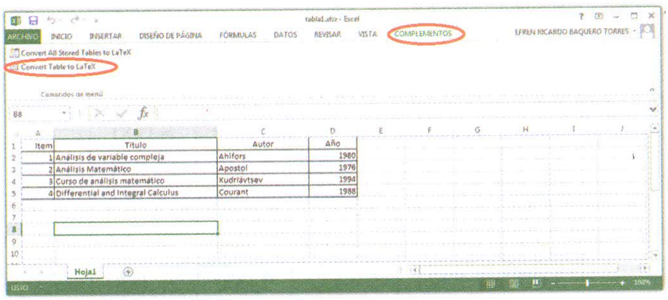
Otra posibilidad de mostrar datos obtenidos en Excel se presenta en la siguiente sección.

3.3. Exportar tablas de Excel a LaTeX

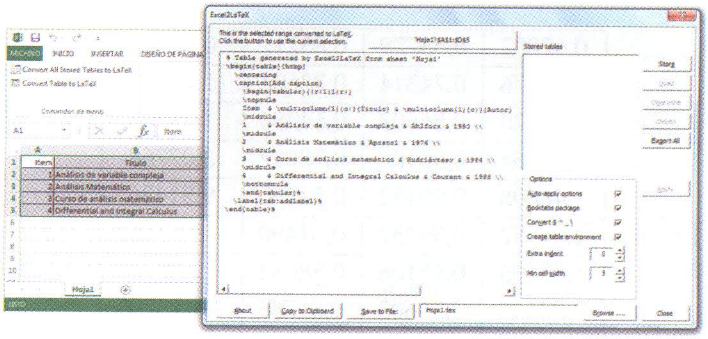
En Microsoft Excel existe una macro que permite convertir un conjunto de celdas de una hoja de cálculo en una tabla hecha en LaTeX. El producto es un fragmento de código que puede copiarse en un documento y compilarse. La macro en mención se denomina Excel2LaTeX.
Para realizar este procedimiento es necesario descargar el archivo `Excel2LaTeX`, que funciona en `Windows` y también en `Mac OS X`. Una posibilidad de descarga es el sitio web `https://ctan.org/tex-archive/support/excel2latex`.

Después de descargarlo y ejecutarlo, éste se instala en el complemento del programa Excel.





Luego se deben seleccionar las datos de la tabla que se desean exportar y elegir `convertir tabla a LaTeX`. Esto despliega una ventana con algunas opciones de configuración y el respectivo código LaTeX. Por último, sólo se debe cortar y pegar un editor LaTeX.



Es de agregar, por la experiencia de los autores, que hay que revisar algunos detalles de edición, pues todos los atributos no siempre se conservan a la perfección, aunque si el lector sabe manejar tablas hechas en LaTeX, ajustar la edición no será complicado. Los datos contenidos en las celdas del ejemplo anterior producen la siguiente tabla.

Cuadro 3.1: Add caption

Ítem	**Título**	**Autor**	**Año**
1	Análisis de variable compleja	Ahlfors	1980
2	Análisis matemático	Apostol	1976
3	Curso de análisis matemático	Kudriávtsev	1994
4	Differential and Integral Calculus	Courant	1988

En este caso, se remplazaron las instrucciones `\bottomrule`, `\midrule` y `\toprule` por `\hline`. Además, se asignó un título o se suprimió la instrucción `\caption`.

Ejercicios

1. En esta tabla se muestran los valores de las funciones seno, coseno y tangente, entre $x = 0$ y $x = \pi$, tomando quince valores en este intervalo. Haga los cálculos en otro programa y escriba el código necesario para obtener la tabla.

Ángulo	sen x	cos x	tan x
0,00000	0,00000	1,00000	0,00000
0,20944	0,20791	0,97846	0,21256
0,41888	0,40674	0,91842	0,44523

0,62832	0,58779	0,83217	0,72654
0,83776	0,74314	0,73634	1,11061
1,04720	0,86603	0,64786	1,73205
1,25664	0,95106	0,58082	3,07768
1,46608	0,99452	0,54490	9,51436
1,67552	0,99452	0,54490	−9,51436
1,88496	0,95106	0,58082	−3,07768
2,09440	0,86603	0,64786	−1,73205
2,30383	0,74314	0,73634	−1,11061
2,51327	0,58779	0,83217	−0,72654
2,72271	0,40674	0,91842	−0,44523
2,93215	0,20791	0,97846	−0,21256
3,14159	0,00000	1,00000	0,00000

2. Escribir una tabla en la que se muestren los valores de la función $f(x) = 1/(1+x^2)$ en el intervalo $[-1,1]$, tomando valores cada $0,1$.

3. Escribir una tabla con cuatro columnas, en las que se muestre lo siguiente: en la primera, valores de x desde 0 hasta 5, muestreando cada $0,2$; en la segunda, los valores para la función e^x; en la tercera, los valores de $\ln x$, y en la cuarta los de e^{-x}.

4. En el siguiente ejemplo se muestra una tabla para marcar las respuestas en una prueba de selección múltiple. Escriba el código necesario para obtenerla.

1	a	b	c	d	**11**	a	b	c	d	**21**	a	b	c	d
2	a	b	c	d	**12**	a	b	c	d	**22**	a	b	c	d
3	a	b	c	d	**13**	a	b	c	d	**23**	a	b	c	d
4	a	b	c	d	**14**	a	b	c	d	**24**	a	b	c	d
5	a	b	c	d	**15**	a	b	c	d	**25**	a	b	c	d
6	a	b	c	d	**16**	a	b	c	d	**26**	a	b	c	d
7	a	b	c	d	**17**	a	b	c	d	**27**	a	b	c	d
8	a	b	c	d	**18**	a	b	c	d	**28**	a	b	c	d
9	a	b	c	d	**19**	a	b	c	d	**29**	a	b	c	d
10	a	b	c	d	**20**	a	b	c	d	**30**	a	b	c	d

CAPÍTULO 4

Gráficos

En este capítulo se estudiará uno de los paquetes gráficos que se pueden usar con el LaTeX. Se trata del paquete `PSTricks`, que realmente es tan potente que se puede comparar con un *software* de diseño gráfico. Para utilizarlo, hay que cargar en el preámbulo del documento los paquetes

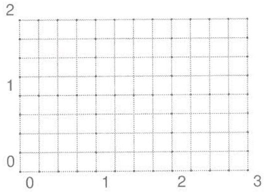
`\usepackage{pstricks,pst-grad,pst-plot,pst-coil}`.

4.1. Generalidades

La sintaxis básica de un gráfico en `PSTricks` es la siguiente:

```
\begin{pspicture}(a,b)(c,d)
-Instrucciones de la gráfica-
\end{pspicture}
```

Esta estructura crea un área rectangular de trabajo. Las coordenadas del vértice inferior izquierdo son (a, b) y las del vértice superior derecho son (c, d). Una construcción útil es la *grilla*, que se obtiene con la instrucción `\psgrid`; algunas opciones para este comando son `subgriddiv=m`, que divide cada unidad en m subintervalos; `griddots=n` agrega en cada unidad n puntos y `gridlabels` controla el tamaño de las etiquetas. Por ejemplo, en el siguiente gráfico se separa un área de trabajo con vértices opuestos $(-1,-1)$ y $(3,3)$. Luego se crea una grilla con vértices en opuestos en $(0,0)$ y $(3,2)$. Si se desea construir una grilla, que ocupe toda el área de trabajo, basta con agregar la instrucción `\psgrid`; las opciones las tomará por defecto.



El código completo que se requiere compilar es:

```
\documentclass{article}
\usepackage{pstricks,pst-grad,pst-plot,pst-coil}
\begin{document}
\begin{center}
\begin{pspicture}(-1,-0.5)(3,2.5)
\psgrid[subgriddiv=2,griddots=4,gridlabels=6pt](0,0)(3,2)
\end{pspicture}
\end{center}
\end{document}
```

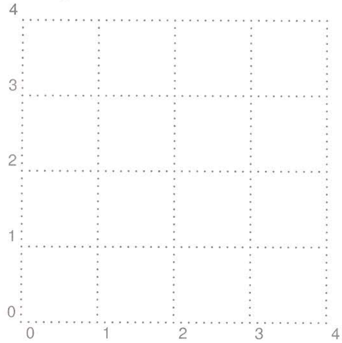
La región de graficación es un rectángulo y es extremadamente útil contar con una cuadrícula de pista para realizar las gráficas. Por tal razón, es recomendable introducir la definición de un nuevo objeto en el preámbulo del documento con opciones predeterminadas y cuando se requiera solamente invocarla. Se trata de una "grilla":

```
\newpsobject{grilla}{psgrid}{subgriddiv=1,griddots=10,gridlabels=6pt}
```

Los comandos de centrado son opcionales y se utilizarán, evidentemente, si se quieren los gráficos centrados. Para ilustrar el uso de la definición anterior, se puede compilar

```
\begin{pspicture}(0,0)(4,4)
\grilla(0,0)(4,4)
\end{pspicture}
```

Lo cual genera la siguiente figura:



La opción

```
\psline[opciones]{extremos}(a,b)(c,d)
```

traza una línea entre los puntos (a,b) y (c,d). De manera general, con la instrucción `\psline[opciones]{extremos}}`$(x_0,y_0)(x_1,y_1)\cdots(x_n,y_n)$, se traza una poligonal con vértices (x_0,y_0), (x_1,y_1), $\cdots(x_n,y_n)$.
Los `extremos` son las características de los puntos terminales.

Algunas opciones adicionales se presentan a continuación:

Sintaxis	Característica
`linestyle`	Tipo de línea, `solid/dashed/none/dotted`
`linewidth`	Grosor de línea
`linecolor`	Color de línea, `red/blue/green/orange/gray` etc.
`linearc`	Radio de arco en vértices de una poligonal, usando `\psline`
`unit`	Unidades a que se van a usar. También admite `xunit/yunit`

Cuando se requiere repetir algunas opciones en varias instrucciones, se puede utilizar el comando `\psset{opciones}`, estas `opciones`, se incluirán después de su inserción.

En PSTricks se tienen predefinidos los siguientes colores:

Código	Color
gray	gris
lightgray	gris claro
darkgray	gris oscuro
black	negro
white	blanco
yellow	amarillo

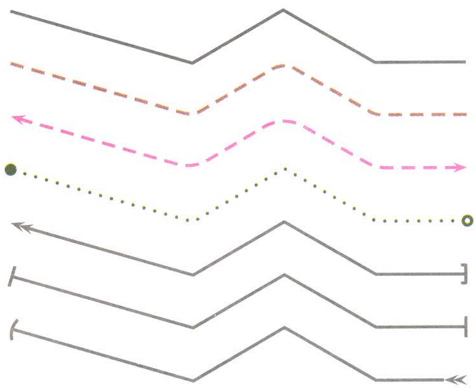
Código	Color
red	rojo
green	verde
blue	azul oscuro
cyan	azul claro
magenta	rosado
orange	anaranjado

Los colores se pueden degradar o combinar en la proporción que el usuario desee. La escritura `\color1!x` utiliza una proporción x de *color1*, donde x es un número real entre 0 y 100. Además, la instrucción `\color1!x!color2!y` mezcla x porcentaje de *color1* con y porcentaje de *color2*. Incluso se pueden mezclar varios colores.

A continuación se muestran un par de ejemplos de poligonales. El lector puede digitar el siguiente código:

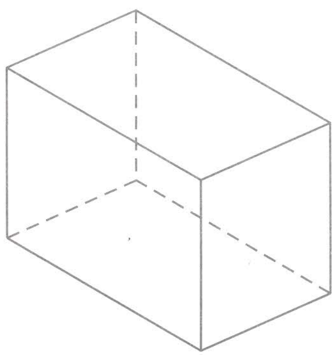
```
\begin{pspicture}(0,1)(6,5)
\psset{linewidth=1.2pt,xunit=1.2,yunit=0.6}
\grilla(0,1)(5,8)
\psline[linestyle=dashed,linecolor=red!30!gray,%
linearc=0.3](0,7)(2,6)(3,7)(4,6)(5,6)
\psline[linestyle=dashed,linecolor=magenta,%
linearc=0.5]{<->}(0,6)(2,5)(3,6)(4,5)(5,5)
\psline[linestyle=dotted,linecolor=green!30!black]%
{*-o}(0,5)(2,4)(3,5)(4,4)(5,4)
\psline(0,8)(2,7)(3,8)(4,7)(5,7)
\psline{<<-]}(0,4)(2,3)(3,4)(4,3)(5,3)
\psline{|-|}(0,3)(2,2)(3,3)(4,2)(5,2)
\psline{(-<<}(0,2)(2,1)(3,2)(4,1)(5,1)
\end{pspicture}
```

Al bloquear la grilla (recuerden que se hace anteponiendo el símbolo % en el renglón correspondiente) y compilar, se debe visualizar el siguiente gráfico:



Ejercicios

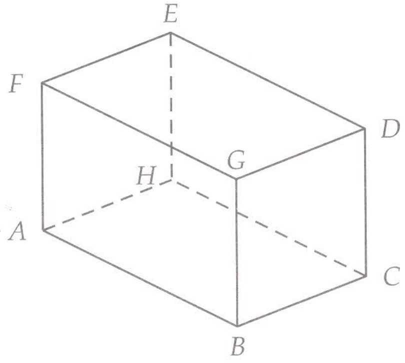
1. Utilizando los comandos estudiados, realizar el siguiente gráfico.



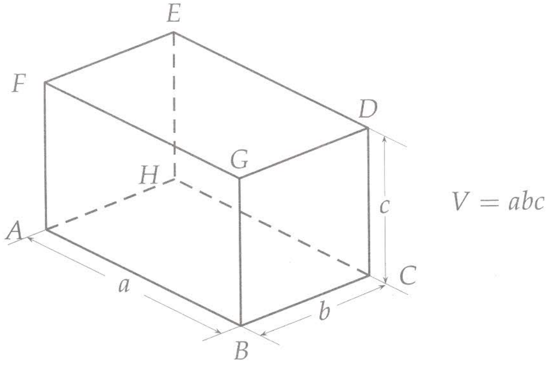
2. Utilizar el comando

```
\rput(a,b){Texto o símbolo}
```

para ponerles nombre a los vértices de la caja, como se muestra a continuación.



3. Trazar cotas a la caja para dar sus dimensiones y una fórmula que indique el volumen, como se muestra a continuación.



4.2. Relleno de figuras

En esta sección se continúa trabajando con el paquete PSTricks para hacer gráficos. A continuación se presenta una tabla con los comandos básicos de las figuras más usuales.

COMANDO	FIGURA
`\psdot[opciones](a,b)`	Dibuja un punto en (a,b).
`\psdots[opciones]` `(x1,y1)(x2,y2)...(xn,yn)`	Dibuja n puntos en (x_1,y_1), $(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$. Admite las opciones `dotstyle/` `dotsize/` `dotscale/` `dotangle`. El comando `\psdots*` dibuja el punto relleno.

`\pspolygon[opciones]` $(x_0, y_0) \cdots (x_n, y_n)$	Traza un polígono con vértices $(x_0, y_0), \cdots, (x_n, y_n)$.
`\psframe[opciones]` $(x_0, y_0)(x_1, y_1)$	Traza un rectángulo con vértices opuestos $(x_0, y_0), (x_1, y_1)$.
`\pstriangle[opciones]` `(x,y)(b,h)`	Traza un triángulo isósceles con base b centrada en (x, y) y de altura h.
`\psdiamond[opciones]` `(x,y)(h,v)`	Traza un rombo centrado en (x, y), semidiagonal horizontal h y semidiagonal vertical v.
`\pscircle[opciones](x,y){r}`	Traza un círculo centrado en (x, y) y de radio r.
`\psarc[opciones]` `{flechas}(x,y){r}`$\{\alpha\}\{\beta\}$	Traza un arco de circunferencia centrada en (x, y) y de radio r, el ángulo es tomado de α a β en sentido antihorario.
`\pswedge[opciones]` `(x,y){r}`$\{\alpha\}\{\beta\}$	Traza un sector circular de la circunferencia centrada en (x, y) y de radio r; el ángulo es tomado de α a β en sentido antihorario.
`\psellipse[opciones]` `(x,y)(a,b)`	Traza una elipse centrada en el punto (x, y), semieje horizontal a y semieje vertical b.
`\psparabola[opciones]{flechas}` $(x_0, y_0)(m_1, m_2)$	Traza una parábola que pasa por el punto (x_0, y_0) y tiene vértice (m_1, m_2).

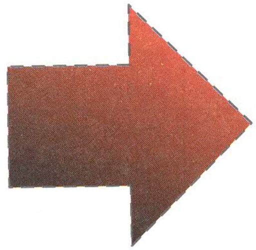
Los ángulos son medidos en grados sexagesimales, entre -360 y 360. Las opciones son las mismas que para línea, excepto para `\psarc`, que se utiliza en `linearc`.

Existen varios tipos de sombreado o relleno para regiones cerradas, pero los más usuales son `vlines/hlines/crosshatch/solid/gradient`; este último proporciona un sombreado gradual. El tipo de relleno se escoge con el parámetro `fillstyle`.

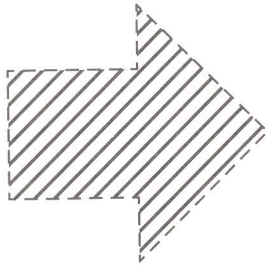
Algunas opciones de relleno se presentan en la siguiente tabla:

Opción	**Característica**
`fillstyle`	Tipo de relleno, `vlines/crosshatch`, etc.
`fillcolor`	Color de relleno
`hatchsep`	Determina la separación de líneas
`hatchcolor`	Color del achurado
`hatchangle`	Ángulo de las líneas
`hatchwidth`	Grosos de las líneas de relleno
`gradangle`	Ángulo en degradado, usando `gradient`
`gradbegin/gradend`	Color de inicio y final, usando `gradient`

Las siguientes figuras son ejemplos del uso de los comandos descritos antes, con el código necesario:



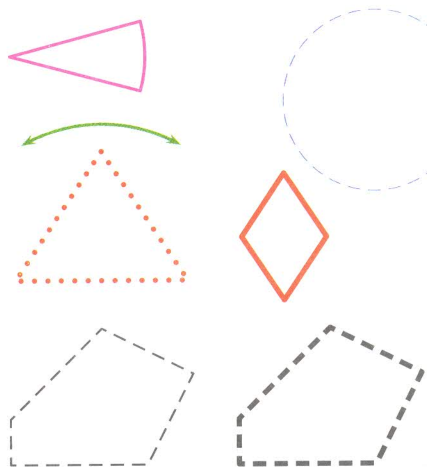
```
\begin{pspicture}(0,0)(4,4)
\pspolygon[linestyle=dashed,fillstyle=gradient,%
gradangle=-30,gradbegin=red,gradend=black](0,1)%
(2,1)(2,0)(4,2)(2,4)(2,3)(0,3)(0,1)
\end{pspicture}
```



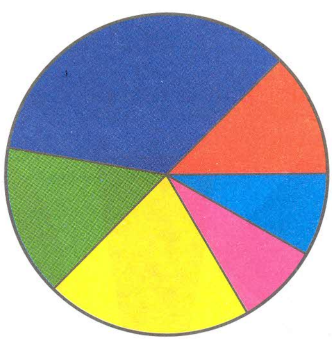
```
\begin{pspicture}(0,0)(4,4)
\pspolygon[linestyle=dashed,fillstyle=hlines,%
hatchwidth=1.3pt](0,1)(2,1)(2,0)(4,2)(2,4)(2,3)(0,3)(0,1)
\end{pspicture}
```

Ejercicios

1. Hacer las figuras que se muestran a continuación, utilizando estos nuevos comandos:



2. Hacer el gráfico del siguiente diagrama de pastel.

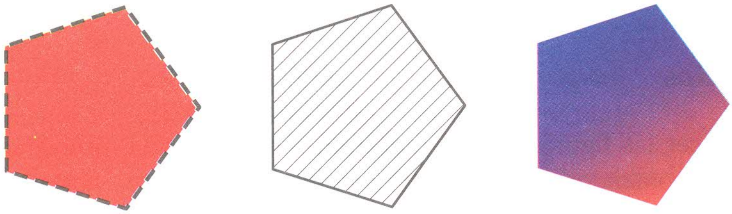


En cada uno de los sectores circulares se usaron las opciones

[fillstyle=solid,fillcolor=red]

y en cada caso se cambia el color del relleno.

3. Dibujar los siguientes pentágonos regulares utilizando diferentes estilos de relleno.



En el primer pentágono se usaron las opciones

[linewidth=1.5pt,linestyle=dashed,fillstyle=solid, fillcolor=red],

para el segundo

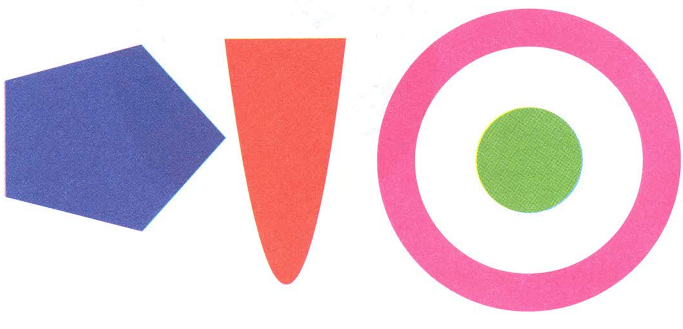
[linewidth=1pt,fillstyle=hlines,hatchwidth=0.3pt]

y para el tercero

[linestyle=none,fillstyle=gradient,gradangle=30, gradbegin=blue,gradend=red,gradmidpoint=1].

4. Otra forma de dar relleno con un determinado color es mediante la opción * en la figura. Por ejemplo, en lugar de `\polygon` utilizar `\polygon*`; así, la figura se rellena con el color asignado a linecolor.

Dibujar las siguientes figuras usando comandos *.



4.3. Texto enmarcado

En esta sección se presenta la manera de enmarcar un texto dentro de diferentes figuras y cómo trabajar con él como un objeto unificado.

Las opciones de marcos son `\psframebox`, `\pstribox`, `\psdiabox`, `\ovalbox` y `\pscirclebox`, que generan marcos rectangulares, triangulares, en forma de rombo, circulares y en forma de óvalo, respectivamente. Su estructura es

```
\psframebox[opciones]{texto}
```

El tamaño del marco depende del texto y se ajusta automáticamente. Con la opción `framesep` se pueden dar también las diversas opciones de relleno y tipos de líneas para los cuadros.

El comando `\rput`, que se estudió antes, admite la opción de rotación α, así:

```
\rput[posición]{α}(x,y){objeto}
```

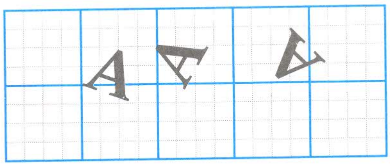
Las opciones de posición son `c`, `r`, `l`, `t`, `b`, `tr`, `br`, `bl` y `tl`, que colocan el objeto centrado en el punto (x,y), a la derecha, a la izquierda, arriba, abajo y sus combinaciones, respectivamente. De manera similar el comando `\uput` permite colocar un objeto separado del punto (a,b). Esta separación es por defecto 5 pt. La sintaxis básica es:

```
\uput[k](a,b){objeto}
```

El argumento `k` puede ser `r/u/l/d` que corresponde a `right/up/left/down` o combinaciones de estas `ur/ul/dl/dr`. Además el comando `\uput*` oculta los elementos detrás del objeto que se desea insertar.
Con las siguientes instrucciones se ubica la letra **A** en diversos puntos de una grilla, con un ángulo diferente en cada caso.

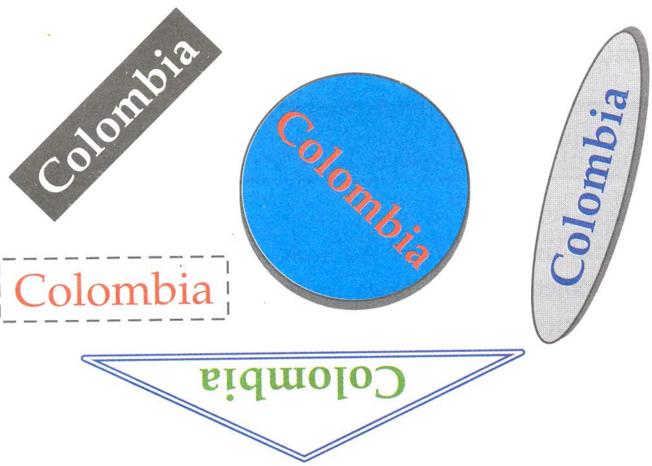
```
\begin{pspicture}(0,-1)(5,3)
\psgrid[subgriddiv=4,gridcolor=cyan,%
subgridcolor=lightgray,gridlabels=0](0,0)(5,3)
\rput[bl]{-20}(1,1){\Huge \bf A}
\rput[c]{60}(2,2){\Huge \bf A}
```

```
\rput[tr]{135}(4,2){\Huge \bf A}
\end{pspicture}
```



Ejercicios

Realizar los siguientes letreros:



Para generar la sombra se debe dar la opción `shadow=true` y para la doble línea, `doubleline=true`.

4.4. Graficación de curvas

Para iniciar el estudio de la graficación de curvas, es necesario primero aprender a colocar el sistema de ejes coordenados; la instrucción genérica es la siguiente:

```
\psaxes[opciones](x0,y0)(x1,y1)(x2,y2)
```

Con esta orden se crea un sistema coordenado con centro en (x_0, y_0). Los otros dos puntos son los extremos diagonales del rectángulo de graficación.

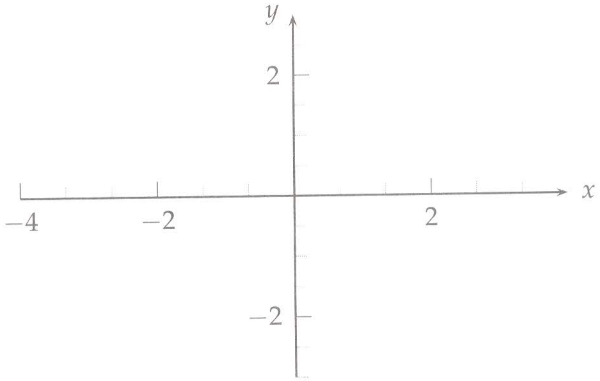
Las flechas se pueden obtener incluyendo en las opciones `arrows=->/<->/-`, según el caso. La instrucción `[$x$,a][$y$,b]` agrega la etiqueta a los ejes horizontal (x) y vertical (y). Estos elementos se ubican alrededor del punto terminal del eje, con ángulos a y b, respectivamente. La sintaxis en este caso es la siguiente:

```
\psaxes[opciones](x0,y0)(x1,y1)(x2,y2)[$x$,a][$y$,b]
```

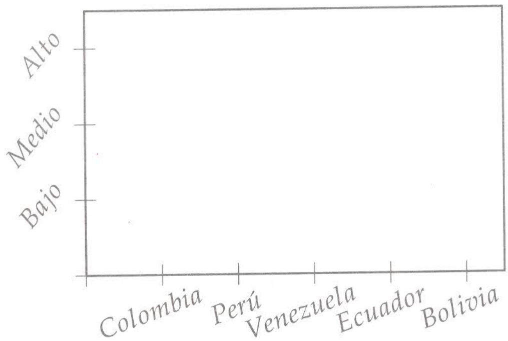
Ahora se muestran algunas opciones que se emplean para dar otras características a los ejes, con una breve descripción de cada una.

Sintaxis	**Significado**
`axesstyle`	Tipo de ejes, `polar/frame/none`
`ticks`	Hace marcas en los ejes, `x/y/all/none`
`tickstyle`	Ubicación de la marca, `full/top/bottom`
`subticks`	Número de subdivisiones, por unidad
`ticksize`	Tamaño de las marcas
`labels`	Etiqueta cada marca, `all/none`
`dx/dy`	Incremento entre cada marca
`Dx/Dy`	Incremento entre las etiquetas
`labelFontSize`	Tamaño de fuente en los ejes
`xLabels/yLabels`	Conjunto de etiquetas
`xLabelsRot/yLabelsRot`	Ángulo de rotación de cada etiqueta

La opción `subticks` también puede manejarse por separado en cada eje, es decir, definir `xsubticks` o `ysubticks`. La opción `labelFontSize` admite los tamaños usuales de texto, \scriptstyle/\footnotesize/\small/\Large, etc. Se presentan ahora dos ejemplos de ejes, en los que se utilizan algunas de estas instrucciones.




```
\begin{pspicture}(-2,-3)(3,3)
\psset{xunit=1.2cm,yunit=0.8cm}
\psaxes[labels=all,ticksize=6pt,Dx=2,Dy=2,dx=1.5,dy=2,arrows%
=->,xsubticks=3,ysubticks=4](0,0)(-3,-3)(3,3)[$x$,0][$y$,180]
\end{pspicture}
```




```
\begin{pspicture}(-1,-2)(5,3)
\psaxes[axesstyle=frame,xLabels={,Colombia,Perú,%
Venezuela,Ecuador,Bolivia},xLabelsRot=20,yLabels=%
```

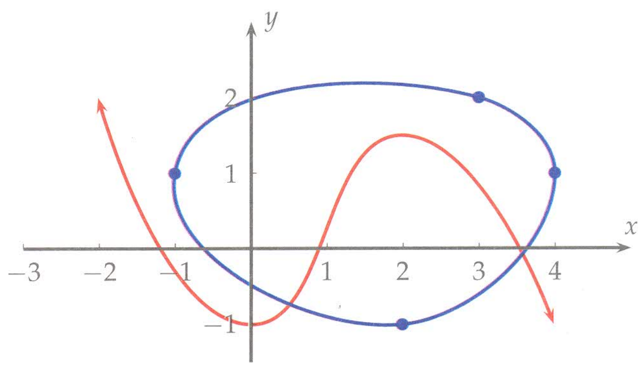
```
{,Bajo,Medio,Alto},yLabelsRot=50,tickstyle=full](5.5,3.5)
\end{pspicture}
```

La primera forma de dibujar curvas es mediante interpolación. En este caso, el comando principal es:

```
\pscurve[opciones]{flechas}(x0,y0)···(xn,yn)
```

que traza una curva que pasa por los puntos base $(x_0, y_0) \cdots (x_n, y_n)$, en ese orden. También puede usarse `\psccurve` para trazar una curva cerrada y `\psecurve` que pasa por los puntos indicados, pero no se muestran en el gráfico ni el primero ni el último. Si se quieren ver los puntos base, se introduce la opción `showpoints=true`.

El siguiente gráfico



se obtiene al compilar estas instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-2,-2)(5,4)
\psset{unit=1.2,linewidth=1.3pt}
\pscurve[linecolor=red,arrows=<->](-2,2)(0,-1)(2,1.5)(4,-1)
\psccurve[linecolor=blue,showpoints=true](-1,1)%
(2,-1)(4,1)(3,2)
\psaxes[labels=all,ticks=all,tickstyle=full,%
ticksize=2pt]{->}(0,0)(-3,-1.5)(5,3)[$x$,90][$y$,0]
\end{pspicture}
```

Para trazar el gráfico de la función $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ por interpolación, entre $x = -2$ y $x = 2$ con incrementos de $0,2$, se procede como se indica a continuación:

1. Generar los puntos utilizando Excel.

2. Agregar la simbología adicional necesaria, en Excel.

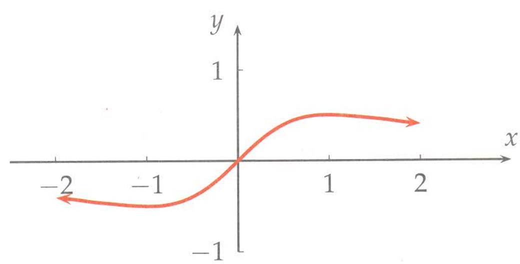
3. Copiar y pegar en `TeXnicCenter` o `TexMaker`.

4. Compilar.

Los pasos 1 a 3 deben producir el siguiente código:

```
\begin{pspicture}(-3,-1)(3,2)  \psset{unit=1.2cm}
\psaxes[labels=all,ticks=all,tickstyle=full,ticksize=2pt]%
{->}(0,0)(-2.5,-1)(3,1.5)[$x$,90][$y$,180]
\pscurve[linewidth=1.3pt,linecolor=red]{<->}(-2,-0.40)%
(-1.80,-0.42)(-1.60,-0.45)(-1.40,-0.47)(-1.20,-0.49)%
(-1.00,-0.50)(-0.80,-0.49)(-0.60,-0.44)(-0.40,-0.34)%
(-0.20,-0.19)(0,0)(0.20,0.19)(0.40,0.34)(0.60,0.44)%
(0.80,0.49)(1.00,0.50)(1.20,0.49)(1.40,0.47)(1.60,0.45)%
(1.80,0.42)(2,0.40)
\end{pspicture}
```

Al compilar, produce este gráfico:



Ejercicios

1. En forma similar al ejemplo anterior, dibujar los gráficos de las funciones $\sin x$ y $\cos x$ en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.

2. Cambiar las opciones en los ejes.

4.5. Curvas a partir de su definición algebraica

En esta sección se muestra la forma de graficar funciones a partir de su definición algebraica. La instrucción general para funciones de variable y valor real es:

```
\psplot[opciones]{x1}{x2}{función}
```

con ella se traza el gráfico de la función en el dominio $[x_1, x_2]$. Las opciones son las mismas que para líneas, además de que se puede agregar `plotstyle` para el estilo del trazado y `plotpoints` para indicar la cantidad de puntos para el muestreo de la función en el intervalo. Las opciones de plotstyle son `dots`, `polygon`, `curve`, `ecurve`, `ccurve` y `line`; se recomienda usar `curve` para curvas abiertas y `ccurve` para curvas cerradas.

Hay que tener precaución y conocimiento de la función. Por ejemplo, si la función tiene asíntotas verticales, entonces el dominio se debe escoger adecuadamente para evitar tomar las asíntotas, porque de lo contrario el gráfico se "dispara" y se sale de la página o produce mensajes de error.

La función se debe digitar en lenguaje `PostScript` para que sea reconocida. Las instrucciones para las funciones básicas que se pueden trabajar son como se muestran en la tabla.

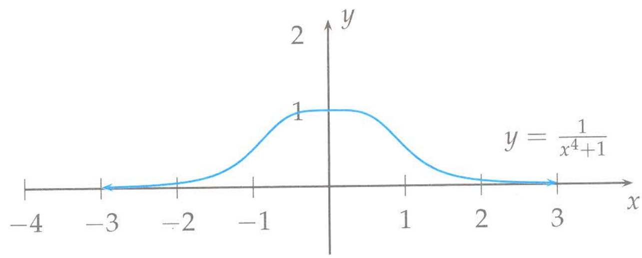
Obsérvese que en este código los espacios también son código y por tal razón se debe dejar un solo espacio entre variables y función, como se muestra en la tabla. Para otro tipo de funciones se puede usar la graficación por interpolación, como ya se estudió en la sección pasada, o paquetes complementarios de `PSTricks` como `algebraic`, que estudiaremos en la siguiente sección.

Sintaxis	**Función**
`a neg`	$-a$
`a b add`	$a+b$
`a b sub`	$a-b$
`a b mul`	$a \cdot b$
`a b div`	$\frac{a}{b}$
`a b exp`	a^b

Sintaxis	**Función**
`a sqrt`	$\sqrt{a}$
`a log`	$\log_{10}(a)$
`a ln`	$\ln(a)$
`a sin`	$\sin(a)$
`a cos`	$\cos(a)$
`a tan`	$\tan(a)$

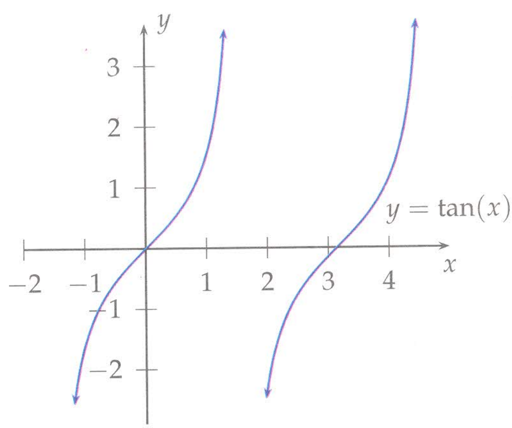
Se ilustra lo anterior con algunos ejemplos y su respectivo código:

- Escritura de algunas funciones
  - `x 1 add x 2 add div`, $\frac{x+1}{x+2}$
  - `x sin 1 add 2 exp`, $(1+\sin x)^2$
  - `x 2 exp 1 add sqrt`, $\sqrt{1+x^2}$
- La función $y = \dfrac{1}{x^4+1}$



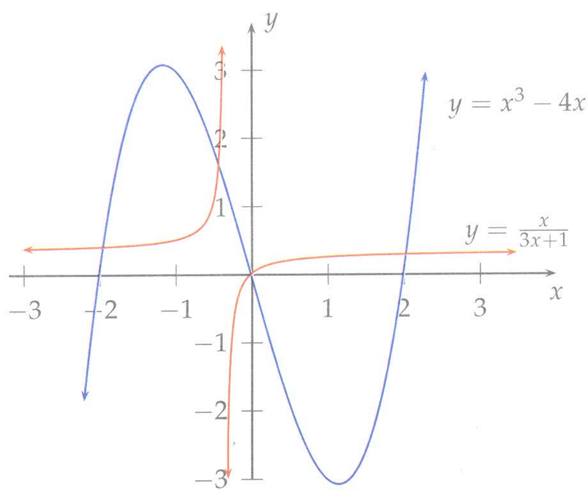

```
\begin{pspicture}(-4,-1)(4,2.2)
\psaxes{->}(0,0)(-4,-0.9)(4,2.2)[$x$,-90][$y$,0]
\psset{plotstyle=curve,linewidth=0.8pt,arrows=<->}
\psplot[linecolor=blue]{-3}{3}{1 x 4 exp 1 add div}
\rput(3,0.6){$y=\frac{1}{x^4+1}$}
\end{pspicture}
```

- La función $y = \tan x$



```
\begin{pspicture}[yunit=0.7](-3,-3)(4,4)
\psaxes{->}(0,0)(-2,-2.9)(5,3.7)[$x$,-90][$y$,0]
\psset{plotstyle=curve,linewidth=0.7pt,%
arrows=<->,linecolor=blue}
\psplot{-1.2}{1.3}{180 x mul 3.14 div tan}
\psplot{1.95}{4.45}{180 x mul 3.14 div tan}
\rput(5,0.6){$y=\tan(x)$}
\end{pspicture}
```

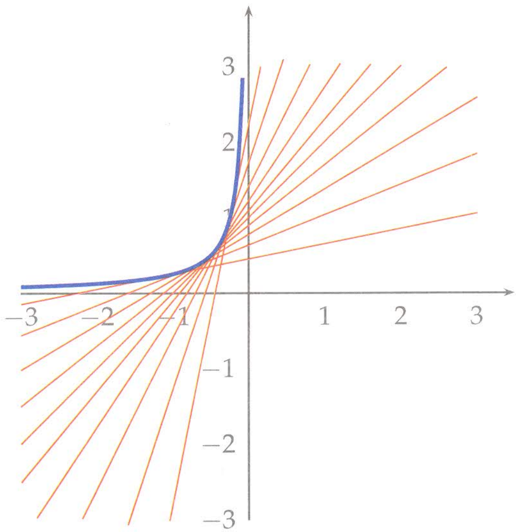
- Los siguientes gráficos ilustran el uso de esta escritura. Se presenta, además, el código requerido para conseguirlo.




```
\begin{pspicture}(-3,-3)(4,4)
\psaxes{->}(0,0)(-3,-3)(4,3)[$x$,-90][$y$,0]
\psset{plotstyle=curve,linewidth=0.7pt,arrows=<->}
\psset{linecolor=blue}
\psplot{-2.2}{2.3}{x 3 exp x 4 mul sub}
\psset{linecolor=red}
\psplot{-0.3}{3.5}{x 3 x mul 1 add div}
\psplot{-3}{-0.38}{x 3 x mul 1 add div}
\rput(3.5,2.5){$y=x^3-4x$}
```

```
\rput(3.5,0.6){$y=\frac{x}{3x+1}$}
\end{pspicture}
```

- Este gráfico:



se obtiene con las siguientes instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-3,-3)(3,4)
\psset{ticksize=2pt,tickstyle=bottom}
\psaxes{->}(0,0)(-3,-3)(3.5,4)
\psset{plotstyle=curve,linecolor=red,linewidth=0.5pt}
\psplot{-3}{2}{1 x add}
\psplot{-3}{2.6}{0.8 x mul 0.8 sqrt add}
\psplot{-3}{3}{0.6 x mul 0.6 sqrt add}
\psplot{-3}{3}{0.4 x mul 0.4 sqrt add}
\psplot{-3}{3}{0.2 x mul 0.2 sqrt add}
\psplot{-1.6}{0.45}{3 x mul 3 sqrt add}
\psplot{-1.05}{0.15}{5 x mul 5 sqrt add}
\psplot{-3}{1.6}{1.2 x mul 1.2 sqrt add}
\psplot{-2.8}{1.2}{1.5 x mul 1.5 sqrt add}
```

```
\psplot{-2.2}{0.8}{2 x mul 2 sqrt add}
\psplot[linecolor=blue,linewidth=1.5pt]%
{-3}{-0.088}{1 4 x mul div neg}
\end{pspicture}
```

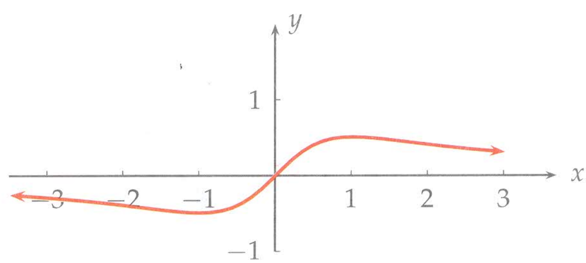
4.6. Opción algebraic

PSTricks permite hacer gráficos con una sintaxis alterna, basta con escribir la ecuación y agregar las opciones de trazado. El comando algebraic permite hacer el gráfico con introducir la expresión algebraica de la curva, es decir, la secuencia de comandos

```
\begin{picture}(a,c)(b,d)
\psplot[algebraic,otras opciones]{a}{b}{f(x)}
\end{pspicture}
```

Determina un rectángulo con vértices opuestos en (a, c) y (b, d), donde se grafica la función $f(x)$ en $[a, b]$ y f se escribe en una sola expresión. Además del paquete pst-plot, es necesario agregar pst-math; es decir, en el preámbulo del documento se deben incluir las instrucciones \usepackage{pst-plot} y \usepackage{pst-math}. Ahora se ilustra lo anterior con dos ejemplos:

- El gráfico de la función $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$, que anteriormente se había presentado, ahora se hace con ayuda de la opción algebraic.



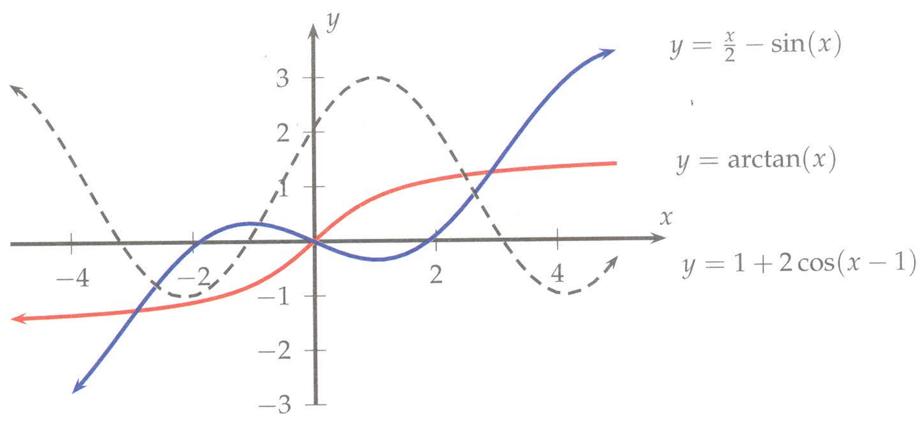
El código requerido es:

```
\begin{pspicture}(-3,-1)(3,2)
\psaxes[labels=all,ticks=all,tickstyle=full,%
ticksize=2pt]{->}(0,0)(-3.5,-1)(3.7,2)[$x$,0][$y$,0]
\psplot[algebraic,linewidth=1.3pt,linecolor=red,%
arrows=<->]{-3.5}{3}{x/(x^2+1)}
\end{pspicture}
```

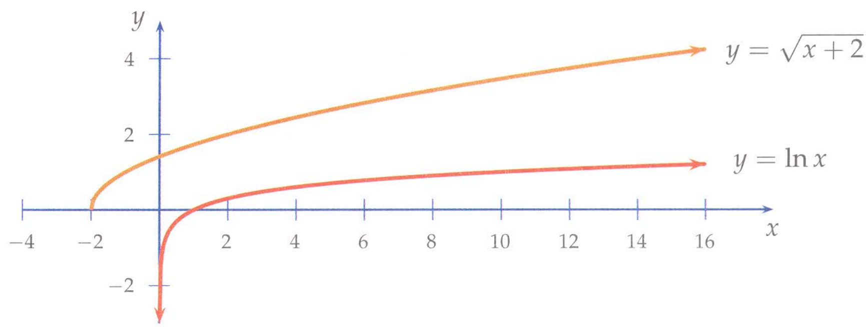
- Las siguientes instrucciones

```
\begin{pspicture}[unit=0.7](-4,-3)(6,4)
\psaxes[Dx=2,Dy=1,arrows=->](0,0)(-5,-3)(5.8,4)%
[$x$,90][$y$,0]
\psset{algebraic,linewidth=1.5pt}
\psplot[linecolor=red,arrows=<-]{-5}{5}{ATAN(x)}
\psplot[linecolor=blue,arrows=<->]{-4}{5}{x/2-sin(x)}
\psplot[linewidth=1.2pt,linestyle=dashed,arrows=<->]%
{-5}{5}{1+2*cos(x-1)}
\rput(7.3,3.5){$y=\frac{x}{2}-\sin(x)$}
\rput(7.3,1.4){$y=\arctan(x)$}
\rput(8,-0.5){$y=1+2\cos(x-1)$}
\end{pspicture}
```

producen este gráfico:



- Las funciones $y = \ln x$ y $y = \sqrt{x+2}$ se muestran a continuación:



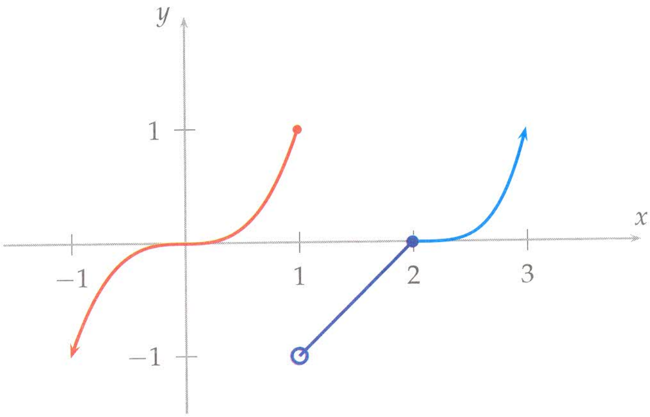
Se requiere el siguiente código:

```
\begin{pspicture}(-2,-2)(10,3)
\psset{xunit=0.5cm,yunit=0.5cm,linecolor=black}
\psaxes[Dx=2,Dy=2,labelFontSize=\scriptstyle,%
tickcolor=blue,linecolor=blue]{->}(0,0)(-4,-3)%
(18,5)[$x$,270][$y$,180]
\psset{algebraic,plotpoints=500}
\psplot[linecolor=red,linewidth=1.5pt,arrows=<->,
yMinValue=-10,yMaxValue=10]{0.001}{16}{log(x)}
\psplot[linecolor=orange,linewidth=1.5pt,%
yMaxValue=5,arrows=->]{-2}{16}{sqrt(x+2)}
\uput[l](19.3,1.3){$y=\ln x$}
\uput[l](20.5,4.25){$y=\sqrt{x+2}$}
\end{pspicture}
```

- La función definida a trozos

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ x-2 & \text{si} \quad x \in (1,2] \\ (x-2)^4 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

posee el siguiente gráfico:



Para mostrar este dibujo se usaron las siguientes instrucciones:

```
\begin{pspicture}[unit=1.5](-1,-2)(4,3)
\psaxes[linewidth=0.8pt,linecolor=gray,arrows=->]%
(0,0)(-1.6,-1.5)(4,2)[$x$,90][$y$,180]
\psset{algebraic,linewidth=1.2pt}
\psplot[linecolor=red,arrows=<-]{-1}{1}{x^3}
\psplot[linecolor=blue]{1}{2}{x-2}
\psplot[linecolor=cyan,arrows=->]{2}{3}{(x-2)^4}
\pscircle*[linecolor=red](1,1){0.6mm}
\pscircle[linecolor=blue](1,-1){1mm}
\pscircle*[linecolor=blue,border=1pt](2,0){0.8mm}
\end{pspicture}
```

Ejercicios

1. Graficar las siguientes funciones[1] en el intervalo $[-5,5]$

   a) $f(x) = x^2$

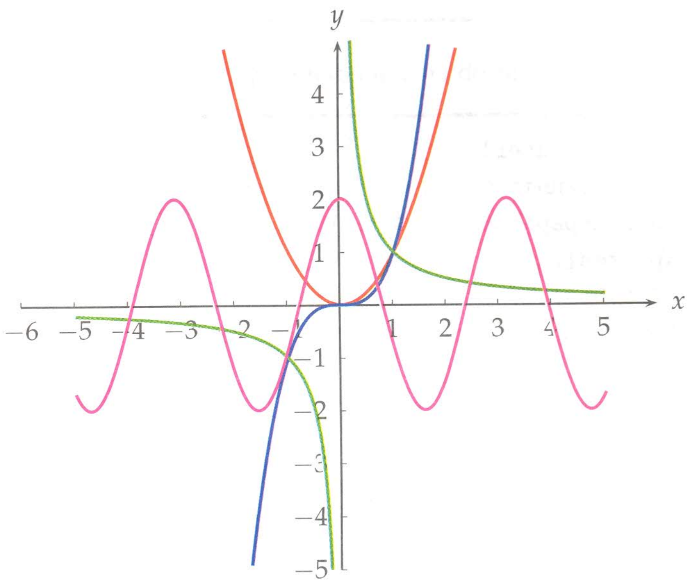
   b) $g(x) = x^3$

   c) $h(x) = \dfrac{1}{x}$

   d) $i(x) = 2\cos(2x)$

[1]Tenga en cuenta que para funciones trigonométricas es necesario pasar x a grados, usando la expresión $\frac{180x}{\pi}$; en lenguaje `PostScript` se tiene `(180 x mul 3.1416 div)`

A continuación se muestran los gráficos de dichas funciones, pintadas todas en el mismo plano; es deseable que el lector las organice en planos independientes e intente hacerles ciertas modificaciones, como por ejemplo de dominio, color, grosor, etc.



El código utilizado en el gráfico anterior es el siguiente:

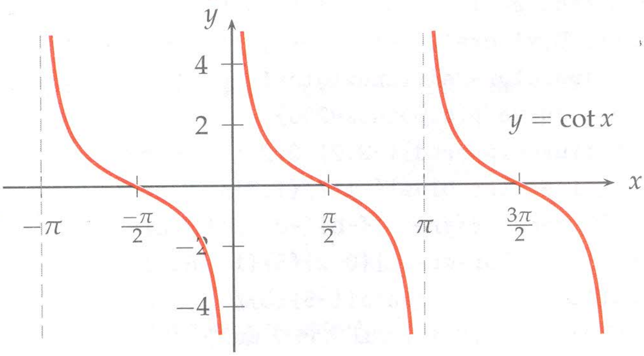
```
\begin{center}
\psset{xunit=0.7cm,yunit=0.7cm}
\begin{pspicture}(-6,-5)(6,5)
\psaxes[labels=all,ticks=all,tickstyle=full,ticksize%
=2pt,Dx=1,Dy=1,dx=1,dy=1]{->}(0,0)(-6,-5)(6,5)
\psset{linecolor=red,linewidth=1.2pt,%
plotstyle=curve,plotpoints=200}
\psplot[linecolor=red]{-2.2}{2.2}{x 2 exp}
\psplot[linecolor=blue]{-1.7}{1.7}{x 3 exp}
\psplot[linecolor=green]{-5}{-0.2}{1 x div}
\psplot[linecolor=green]{0.2}{5}{1 x div}
\psplot[linecolor=magenta]{-5}{5}%
{2 x mul 180 3.1416 div mul cos 2 mul}
```

```
\rput(6.4,0){$x$}
\rput(0,5.4){$y$}
\end{pspicture}
\end{center}
```

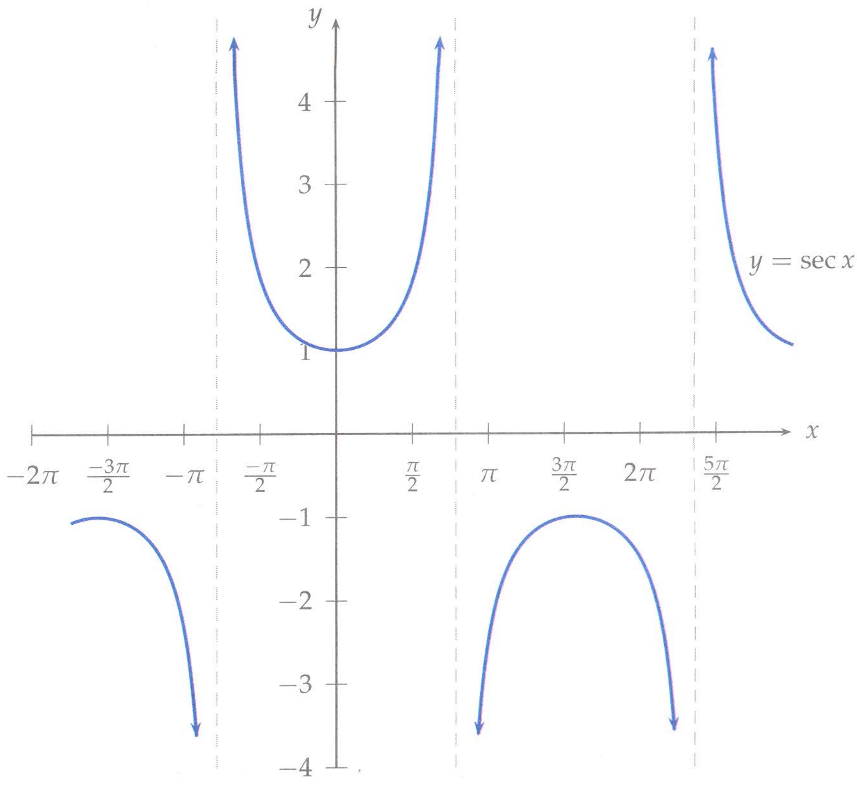
También se puede obtener mediante estas instrucciones:

```
\begin{center}
\psset{xunit=0.7cm,yunit=0.7cm}
\begin{pspicture}(-6,-5)(6,5)
\psaxes[labels=all,ticks=all,tickstyle=full,ticksize%
=2pt,Dx=1,Dy=1,dx=1,dy=1]{->}(0,0)(-6,-5)(6,5)
\psset{algebraic,linecolor=red,linewidth=1.2pt,%
plotstyle=curve,plotpoints=200}
\psplot[linecolor=red]{-2.2}{2.2}{x^2}
\psplot[linecolor=blue]{-1.7}{1.7}{x^3}
\psplot[linecolor=green]{-5}{-0.2}{1/x}
\psplot[linecolor=green]{0.2}{5}{1/x}
\psplot[linecolor=magenta]{-5}{5}{2*cos(2*x)}
\rput(6.4,0){$x$}
\rput(0,5.4){$y$}
\end{pspicture}
\end{center}
```

2. Graficar



3. Hacer el siguiente gráfico

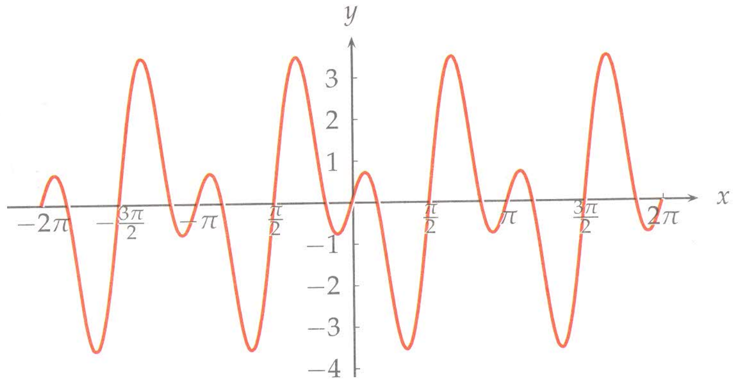


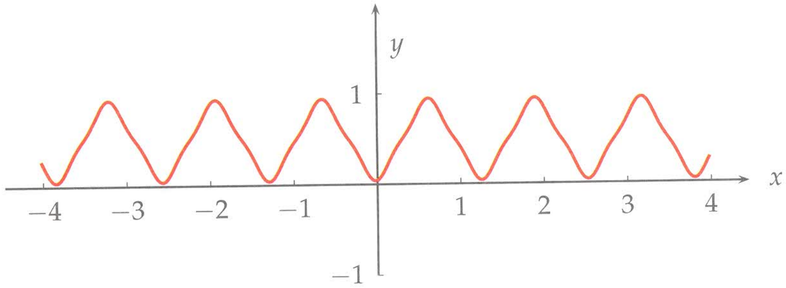
4. Graficar las siguientes funciones en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$

   a) $f(x) = 4 \sin x \cos 3x$

   b) $g(x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{4}{\pi^2}\left(\cos(\pi x) + \frac{1}{9}\cos(3\pi x)\right)$

A continuación se muestran los gráficos pedidos. El lector debe hacer su propia digitación hasta obtener los gráficos.





4.7. Curvas paramétricas y polares

En esta sección se estudia cómo se pueden realizar gráficos en coordenadas paramétricas y polares. No hay que olvidar que las funciones se deben digitar en lenguaje `PostScript`, o usar la expresión algebraica, sin olvidar agregar la opción `algebraic`.

Recuérdese que una función en coordenadas paramétricas es de la forma

$$\overrightarrow{\alpha}(t) = \langle x(t), y(t) \rangle, \quad t \in [a, b]$$

y que para pasar una función de coordenadas polares a paramétricas se hace

$$x(t) = f(t)\cos t, \qquad\qquad y(t) = f(t)\sin t$$

donde $f(t) = r(t)$ es la ecuación original en coordenadas polares de la función.

La estructura general para dibujar una curva, en este caso, es:

```
\parametricplot[opciones]{a}{b}{x(t) y(t)}
```

Otra manera de hacer el mismo procedimiento consiste en usar la instrucción

```
\psparametricplot[opciones]{a}{b}{x(t) | y(t)}
```

El intervalo $[a, b]$ es donde toma los valores el parámetro t y está dado en grados. Por esta razón, si en la función parametrizada aparece la variable t en una función que no sea trigonométrica, entonces es necesario convertirla a radianes haciendo la operación $\frac{\pi t}{180}$; en lenguaje `PostScript` se tiene: `(3.1416 t mul 180 div)`

Ejercicios

Graficar las siguientes funciones:

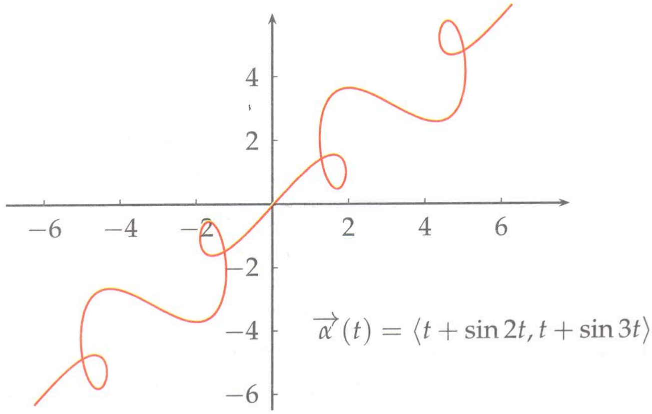
1. $\overrightarrow{\alpha}(t) = \langle t + \sin 2t, t + \sin 3t \rangle$
2. $r(t) = 3\left(\sin t + \sin^3(\frac{5t}{2})\right)$

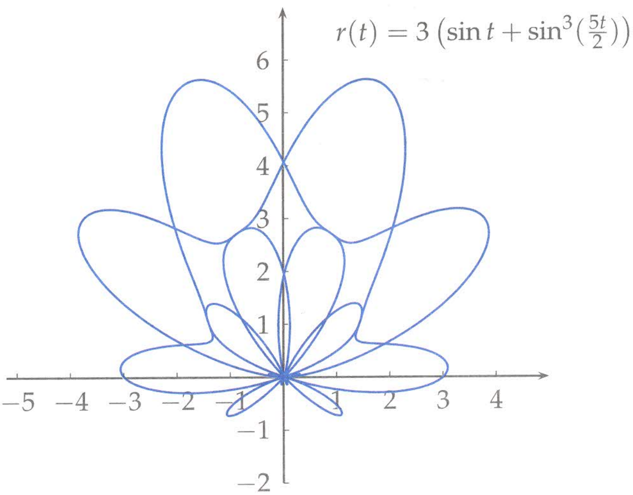
Obsérvese que la primera curva está dada directamente en coordenadas paramétricas, mientras que la segunda está en coordenadas polares.

Para la segunda función se debe escribir

$$x(t) = 3\left(\sin t + \sin^3\left(\frac{5t}{2}\right)\right)\cos t, \qquad y(t) = 3\left(\sin t + \sin^3\left(\frac{5t}{2}\right)\right)\sin t$$

A continuación se muestran los gráficos pedidos.





El lector debe digitar su propio código, hasta obtener los gráficos pedidos y mostrados antes.

4.8. Regiones sombreadas

En esta sección se presenta la manera de sombrear regiones limitadas por curvas, las cuales pueden estar dadas en coordenadas rectangulares, paramétricas, polares o figuras básicas ya estudiadas. La instrucción general es

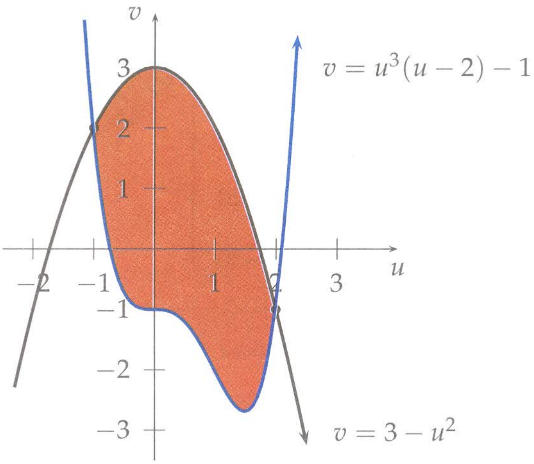
```
\pscustom[opciones iniciales]{
curvas
\fill[opciones de relleno]} }
```

que sirve para rellenar la región limitada por las curvas dadas, que se deben digitar una a continuación de la otra, y el punto final de una debe ser el punto inicial de la siguiente hasta cerrar la región. Las opciones en `fill` son las ya estudiadas para relleno de regiones.

Las opciones `fillstyle=solid/vlines/hlines/crosshatch/gradient` determinan el tipo de líneas en relleno y su separación cambia con `hatchsep=3pt`. La instrucción `linestyle=none` impide que en la región sombreada se dibuje la frontera.

Se ilustra lo anterior con unos ejemplos.

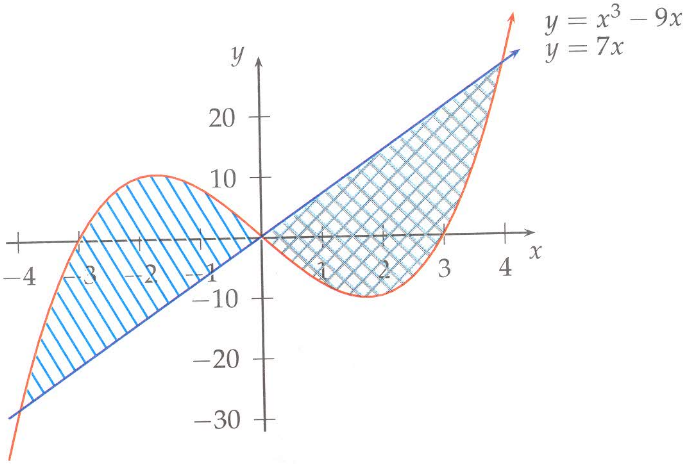
- Para rellenar la región acotada por los gráficos de las funciones $y = 3 - x^3$ y $y = x^3(x-2) - 1$, cuyo gráfico es el siguiente:



se puede usar el código:

```
\begin{pspicture}(-3,-4)(4,4)
\psset{algebraic}
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=gray!40!red,%
linestyle=none]{
\psplot{-1}{2}{3-x^2} \psplot{-1}{2}{x^3*(x-2)-1} }
\psaxes[linewidth=0.5pt]{->}(0,0)(-2.5,-3.5)(4,3.9)%
[$u$,270][$v$,180]
\psdot*(-1,2) \psdot*(2,-1)
\psplot[,linewidth=1.2pt,arrows=->]{-2.3}{2.5}{3-x^2}
\psplot[linecolor=blue,linewidth=1.2pt,arrows=->]%
{-1.15}{2.35}{x^3*(x-2)-1}
\uput[l](5.5,3){$v=u^3(u-2)-1$}
\uput[l](4.5,-3){$v=3-u^2$}
\end{pspicture}
```

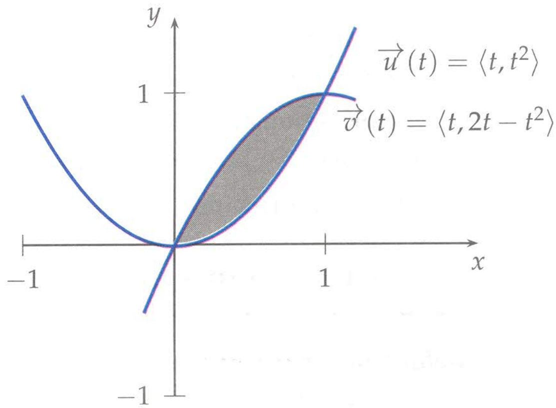
- Para rellenar la región acotada por los gráficos de las funciones $y = x^3 - 9x$ y $y = 7x$.



Se puede usar esta secuencia de comandos:

```
\begin{pspicture}(-5,-3)(5,4)
\psset{algebraic,xunit=0.9cm,yunit=0.1cm}
\psaxes[Dy=10]{->}(0,0)(-4.2,-32)(4.5,30)%
[$x$,-90][$y$,180]
\pscustom[fillstyle=vlines,hatchangle=30,%
hatchcolor=cyan,linestyle=none]{
\psplot{-4}{0}{x^3-9*x}
\psplot{-4}{0}{7*x} }
\pscustom[fillstyle=crosshatch,hatchcolor=%
cyan!30!gray,linestyle=none]{
\psplot{0}{4}{x^3-9*x}
\psplot{0}{4}{7*x}  }
\psset{arrows=->}
\psplot[linecolor=red]{-4.2}{4.2}{x^3-9*x}
\psplot[linecolor=blue]{-4.2}{4.3}{7*x}
\uput[r](4.2,35){$y=x^3-9x$}
\uput[r](4.2,30){$y=7x$}
\end{pspicture}
```

- Para sombrear la región acotada por los gráficos de las funciones escritas en forma paramétrica $\overrightarrow{u}(t) = \langle t, t^2 \rangle$ y $\overrightarrow{v}(t) = \langle t, 2t - t^2 \rangle$.



Las instrucciones que se requieren son:

```
\begin{pspicture}(-2,-1)(4,3)
\psset{unit=2}
\psaxes{->}(0,0)(-1,-1)(2,1.5)[$x$,270][$y$,180]
\psset{algebraic,linewidth=1.2pt,plotpoints=100}
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=gray,%
linestyle=none]{
\psparametricplot{0}{1}{t|t^2}
\psparametricplot{1}{0}{t|2*t-t^2}  }
\psset{linecolor=blue}
\psparametricplot{-1}{1.2}{t|t^2}
\psparametricplot{-0.2}{1.2}{t|2*t-t^2}
\uput[l](2.2,1.2){$u(t)=\langle t,t^2 \rangle  $}
\uput[l](2.4,0.8){$v(t)=\langle t,2t-t^2 \rangle  $}
\end{pspicture}
```

- Las expresiones $r = 2$ y $r = 4\sin(2t)$ representan, respectivamente, una circunferencia de radio 2 y una flor de cuatro pétalos. Los puntos de corte están dados por $4\sin(2t) = 2$, con lo cual

$$t = \frac{(12n+1)\pi}{12}, \; t = \frac{(12n+5)\pi}{12}, \; n \in \mathbb{Z}$$

además de estos mismos agregando $\frac{\pi}{2}$. Algunos valores son

$$\frac{\pi}{12} \approx 0,26, \; \frac{5\pi}{12} \approx 1,31, \; \frac{13\pi}{12} \approx 3,4, \; \frac{17\pi}{12} \approx 4,45, \; \frac{7\pi}{12} \approx 1,83, \; \frac{11\pi}{12} \approx 2,88$$

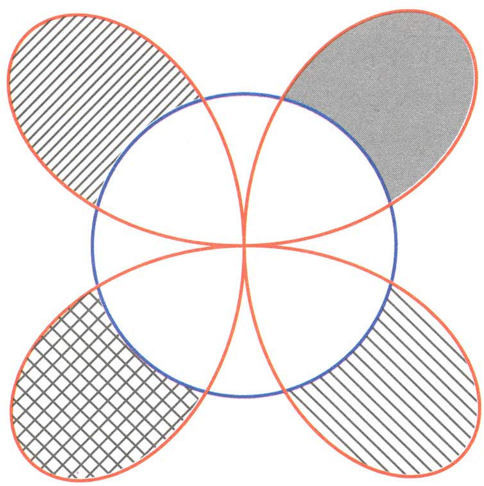
Hay que tener claridad en lo relacionado con la forma como se recorre la región que se va a sombrear.

En el siguiente ejemplo se utilizan diferentes opciones de relleno, según la región que se considere. Se presentan la gráfica y el código utilizado.

En este ejemplo se usa la estructura

```
\def\función(variables){expresión}
```

que permite definir una `función` que lleva unas `variables` y determinada por la `expresión`. Cuando se requiera, puede invocarse mediante `\función`.

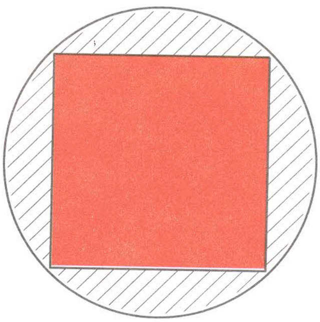


```
\begin{pspicture}(-4,-4)(4,4)
\def\f{4*cos(t)*sin(2*t)|4*sin(t)*sin(2*t)}
\psset{algebraic,linewidth=1.2pt,linecolor=red,%
plotpoints = 500}
\pscustom[fillstyle = solid, fillcolor =gray,%
linestyle=none]{
```

```
\psparametricplot{0.26}{1.31}{\f}
\psparametricplot{1.31}{0.26}{2*cos(t)|2*sin(t)}}
\pscustom[fillstyle=crosshatch,linestyle=none]{
\psparametricplot{3.4}{4.45}{\f}
\psparametricplot{4.45}{3.4}{2*cos(t)|2*sin(t)} }
\pscustom[fillstyle=hlines,hatchsep=2pt]{
\psparametricplot{4.97}{6.02}{\f}
\psparametricplot{2.88}{1.83}{2*cos(t)|2*sin(t)} }
\pscustom[fillstyle=vlines,hatchsep=3pt,linestyle=none]{
\psparametricplot{1.83}{2.88}{\f}
\psparametricplot{6.02}{4.97}{2*cos(t) | 2*sin(t)} }
\psparametricplot[linecolor=blue]%
{0}{6.29}{2*cos(t) | 2*sin(t)}
\psparametricplot{0}{6.29}{\f}
\end{pspicture}
```

Ejercicios

1. Trazar un cuadrado rojo inscrito en una circunferencia y hacer un sombreado con líneas delgadas para la región entre el cuadrado y la circunferencia. A continuación se muestra la figura.

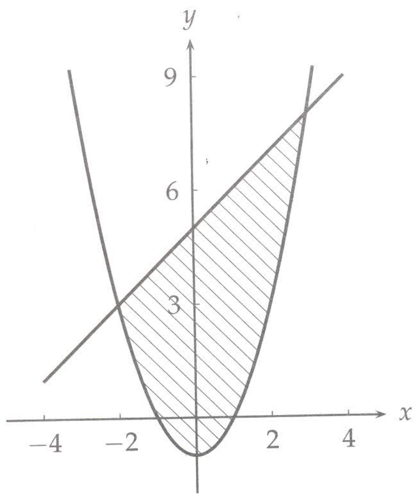


Para la cual se utilizó el siguiente código:

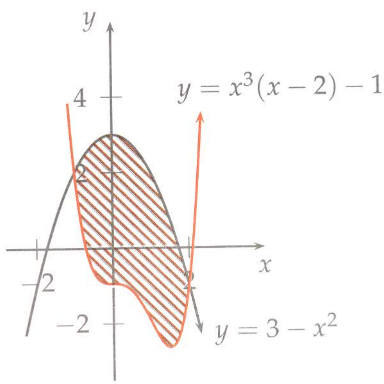
```
\begin{pspicture}(-3,-3)(3,3)
\pscircle(0,0){2.05}
\psline[fillstyle=solid,fillcolor=red]%
(1.414,1.414)(-1.414,1.414)(-1.414,-1.414)%
(1.414,-1.414)(1.414,1.414)
\pscustom[linestyle=none]{ \psarc(0,0){2}{45}{135}
\psline(-1.414,1.414)(1.414,1.414)
\fill[fillstyle=hlines,hatchwidth=0.3pt]}
\pscustom[linestyle=none]{ \psarc(0,0){2}{135}{225}
\psline(-1.414,-1.414)(-1.414,1.414)
\fill[fillstyle=hlines,hatchwidth=0.3pt]}
\pscustom[linestyle=none]{ \psarc(0,0){2}{225}{315}
\psline(1.414,-1.414)(-1.414,-1.414)
\fill[fillstyle=hlines,hatchwidth=0.3pt]}
\pscustom[linestyle=none]{  \psarc(0,0){2}{315}{405}
\psline(1.414,1.414)(1.414,-1.414)
\fill[fillstyle=hlines,hatchwidth=0.3pt]}
\end{pspicture}
```

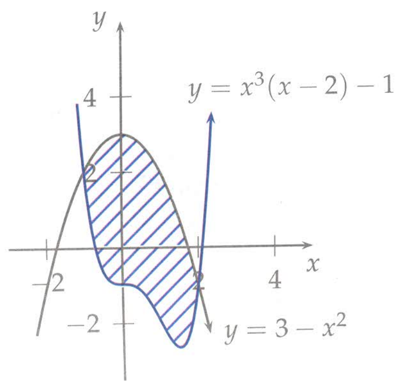
2. Sombrear la región finita comprendida entre los gráficos de las funciones $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = x + 5$

A continuación se muestra el gráfico. El lector debe hacer su propio código hasta obtener el gráfico pedido.

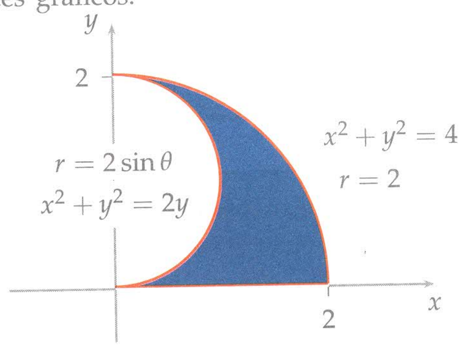


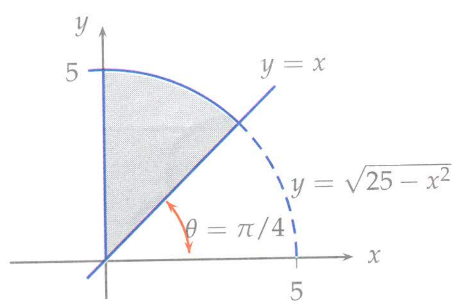
3. Escriba el código necesario para conseguir los siguientes gráficos. Se debe hacer coincidir el gráfico con el tipo de relleno que se muestra.

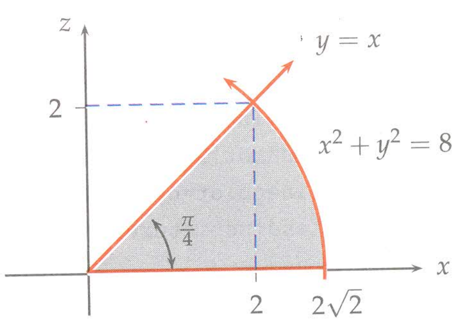


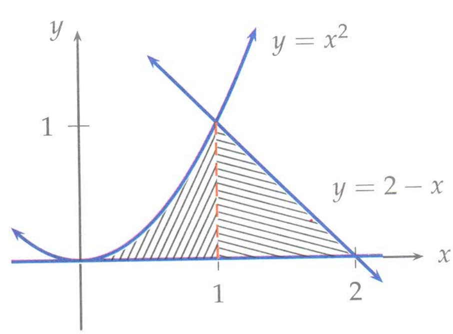


4. Determine las instrucciones en LaTeX que le permitan realizar los siguientes gráficos:









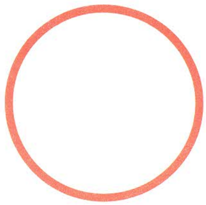
4.9. Nudos

Con algunos objetos prediseñados, es posible incluir nudos en un documento editado en LaTeX. Para usar estas instrucciones se requiere `\usepackage{pst-knot}`.

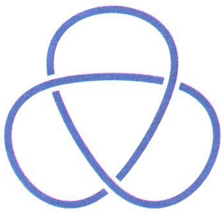
La estructura básica es:

```
\begin{pspicture}(a,b)(c,d)
\psKnot[opciones](p,q){tipo}
\end{pspicture}
```

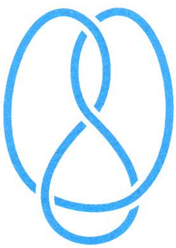
La instrucción `knotscale` permite dar escala al nudo y `knotborder` ajusta el tipo de borde en cada cruce. Si el lector lo desea, puede consultar [6]; para profundizar en teoría de nudos y la documentación del paquete `pst-knot`, puede encontrarse en [16]. Algunos ejemplos se muestran a continuación:



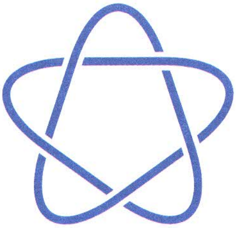
```
\begin{pspicture}(-2,-2)(2,2)
\psKnot[linewidth=3pt,%
linecolor=red](0,0){0-1}
\end{pspicture}
```



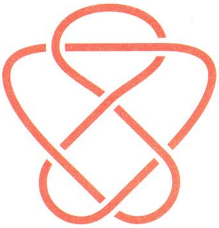
```
\begin{pspicture}(-2,-2)(2,2)
\psKnot[linewidth=3pt,%
linecolor=blue](0,0){3-1}
\end{pspicture}
```



```
\begin{pspicture}(-2,-1)(2,2)
\psKnot[linewidth=3pt,%
linecolor=cyan](0,1){4-1}
\end{pspicture}
```



```
\begin{pspicture}(-2,-1)(2,2)
\psKnot[linewidth=3pt,%
linecolor=blue](0,1){5-1}
\end{pspicture}
```



```
\begin{pspicture}(-2,-1)(2,2)
\psKnot[linewidth=3pt,%
linecolor=red](0,1){6-2}
\end{pspicture}
```

```
\begin{pspicture}(-2,-1)(2,2)
\psKnot[linewidth=3pt,%
linecolor=blue](0,1){6-3}
\end{pspicture}
```

```
\begin{pspicture}(-2,-1)(2,2)
\psKnot[linewidth=3pt,%
linecolor=black](0,1){7-4}
\end{pspicture}
```

```
\begin{pspicture}(-2,-1)(2,2)
\psKnot[linewidth=3pt,%
linecolor=orange](0,1){7-5}
\end{pspicture}
```

4.10. Efectos con texto

Con ayuda de los paquetes `pst-text` y `pst-3d`, es posible dar *sombra* u otros efectos a un objeto, por lo cual se requiere incluir en el preámbulo del documento `\usepackage{pst-text,pst-3d}`. La sintaxis básica para conseguir este efecto es

```
\psshadow[opciones]{Objeto}
```

Algunas opciones son `Tshadowangle`, que determina el ángulo de inclinación de la proyección; `Tshadowcolor`, el color de dicha proyección, y `Tshadowsize`, su factor de escala de la proyección.

La instrucción `\scalebox{a}[b]{Objeto}` cambia el tamaño de un `Objeto` en un factor a de escala horizontal y un factor b de escala vertical. Es posible utilizar solamente `\scalebox{a}{Objeto}`, que cambia el tamaño de un `Objeto` en un factor a de escala. La orden `\rotatebox{a}{Objeto}` rota el `Objeto` un ángulo a y `\reflectbox{Objeto}` refleja el objeto. Para su uso requiere incluir en el preámbulo `\usepackage{graphicx}` y `\usepackage[dvips]{graphics}`.

Algunos editores requieren incluir los paquetes con las siguientes opciones: `\usepackage[dvips]{graphics}` y `\usepackage[pdftex]{graphicx}`.

Se presentan algunos ejemplos de su empleo y el resultado obtenido.

- `\psshadow[Tshadowangle=40,Tshadowsize=1.5,%`
  `Tshadowcolor=gray!30]{\scalebox{4}[5]{Escuela}}`

- `\psshadow[Tshadowangle=20,Tshadowsize=1.2,%`
  `Tshadowcolor=gray!30]{\scalebox{4}[5]%`
  `{\reflectbox{Escuela}}}`

- `\psshadow[Tshadowangle=-30,Tshadowsize=1.2,%`

```
Tshadowcolor=blue!30]{\scalebox{4}[3]{Escuela}}
```

- `\rotatebox{10}{\psshadow[Tshadowangle=40,Tshadowsize%`
  `=1.2,Tshadowcolor=blue!40]{\scalebox{4}[3]{Escuela}}}`

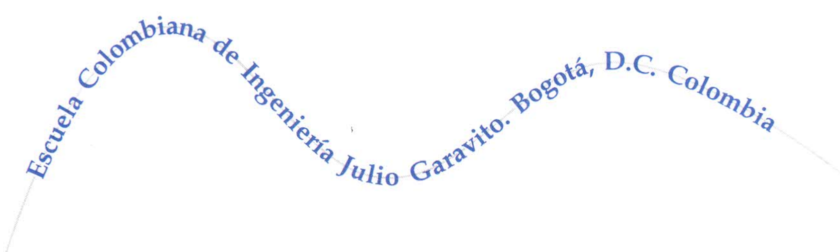
- `\psshadow[Tshadowcolor=orange!60!green!50]%`
  `{\scalebox{3}[2]{$\displaystyle \int_a^b f(x) dx$}}`

El comando

```
\pstextpath[posición]{curva}{texto}
```

Presenta el `texto` a lo largo de cierta `curva`. La posición puede ser `c`, centrada; `l`, cargada a la izquierda del gráfico o `r`, a la derecha.

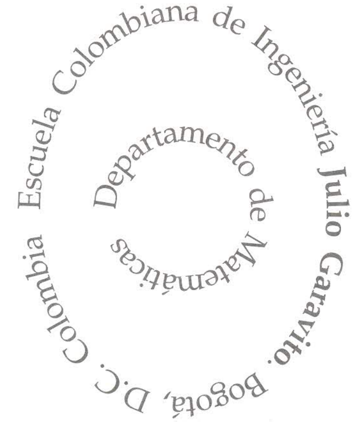
- Con ayuda de la instrucción `\pscurve`, se traza una curva y sobre ella un texto




```
\begin{pspicture}(11,4)
\psset{linecolor=lightgray}
\pstextpath[c]{\pscurve(0,0)(2,3)(5,1)(8,2.5)(11,1)}%
{\blue \bf Escuela Colombiana de Ingeniería Julio %
```

```
Garavito. Bogotá, D.C. Colombia}
\end{pspicture}
```

- Utilizando las funciones vectoriales $\overrightarrow{\alpha}(t) = \langle 2\cos(t), -\frac{5}{2}\sin(t)\rangle$ y $\overrightarrow{\beta}(t) = \langle \cos(t), -\sin(t)\rangle$ se escribe un texto sobre ella, como se muestra enseguida:




```
\begin{pspicture}(-3,-3)(3,3)
\psset{linecolor=lightgray,linestyle=none}
\psset{algebraic,plotstyle=curve}
\pstextpath[l]{
\psparametricplot{-\psPi}{\psPi}{2*cos(t) |-2.5*sin(t)}}%
{\large Escuela Colombiana de Ingeniería {\bf Julio%
Garavito}. Bogotá, D.C. Colombia}
\pstextpath[l]{
\psparametricplot{-\psPi}{\psPi}{cos(t) |-sin(t)}}%
{\large Departamento de Matemáticas}
\end{pspicture}
```

La instrucción:

```
\pscharpath[opciones]{texto}
```

permite dar sombra y dar relleno al texto. Por ejemplo, la instrucción

```
\pscharpath[shadowcolor=gray!50,shadowsize=3pt,%
shadowangle=30,shadow=true,fillstyle=solid,fillcolor=blue]%
{\LARGE Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito}
```

produce el siguiente texto.

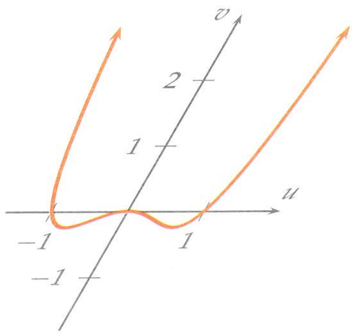
Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito

Las instrucciones \pstilt y \psTilt proporcionan una perspectiva del objeto (abatimiento). La diferencia está en que el segundo preserva la longitud del objeto. La sintaxis básica es

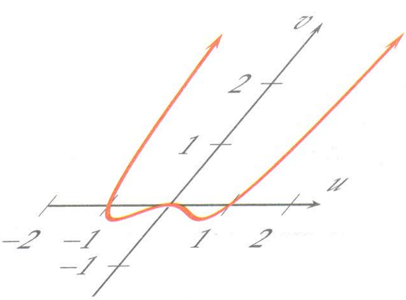
```
\pstilt[opciones]{angulo}{Objeto}
```

Se muestran ahora ejemplos del uso de este comando.

```
\pstilt{60}{
\begin{pspicture}(-1,-2)(2,3)
\psaxes[arrows=->](0,0)(-2,-2)%
(2,3)[$u$,90][$v$,180]
\psplot[algebraic,linecolor=red,%
linewidth=1.4pt,arrows=<->]%
{-1.5}{1.5}{x^4-x^2}
\end{pspicture} }
```




```
\psTilt{40}{
\begin{pspicture}(-2,-1)(2,1.5)
\psaxes[arrows=->](0,0)(-2,-2)%
(2,3)[$u$,90][$v$,180]
\psplot[algebraic,%
linecolor=red,linewidth%
=1.4pt,arrows=<->]%
{-1.5}{1.5}{x^4-x^2}
\end{pspicture} }
```



4.11. Instrucción psvectorian

Dentro del paquete PSTricks existe una galería de símbolos, que se pueden utilizar para crear o adornar un texto; se trata del comando \psvectorian. Las posibilidades dependen mucho de la creatividad del lector.

Para cargar estas opciones es indispensable agregar al preámbulo del documento la instrucción \usepackage{psvectorian}. A la fecha hay disponibles 196 símbolos; para usar alguno de estos, es suficiente agregar la siguiente línea de código:

```
\psvectorian[opciones]{n}
```

Donde n es un número entero positivo de los 196 disponibles. Es posible declarar una sola sentencia o crear un gráfico, y dentro de éste, ubicar los objetos deseados.

Además de las opciones ya mencionadas, es posible usar las siguientes:

Opción	Descripción
scale	Escala del símbolo.
opacity	Opacidad. Un valor entre 0 y 1.
width/height	Dimensiones. Agregando una sola, la razón se conserva.
flip/mirror	Invierte horizontal o verticalmente la figura.
color	Color de la figura.

La instrucción opacity puede usarse en los paquetes PSTricks y Tikz, como se verá más adelante.

De acuerdo con las necesidades de la tarea, puede utilizarse el entorno picture; en este caso, la estructura genérica es

```
\begin{pspicture}(a,b)(c,d)
\rput[ubicación]{A}(x,y){\psvectorian[opciones]{n}}
\end{pspicture}
```

La instrucción rput admite un argumento de ubicación, que puede ser c center, r right, l left, b bottom, t top, o alguna combinación entre ellos como tr/tl/br/bt. Además, A es el ángulo de rotación de la figura que se ubica en el punto (x, y).

La siguiente instrucción permite imprimir todos los caracteres disponibles.

```
\multido{\iA=1 + 1}{196}{\psvectorian{\iA}}
```

Enseguida se presentan ejemplos con el respectivo código.

- El tipo de fuente se consigue con la inclusión del paquete calligra; es decir, se debe añadir la línea \usepackage{calligra} en el preámbulo.

  Departamento de Matemáticas

  ```
  \psvectorian[scale=0.7,mirror,color=black!50!blue]{156}
  \calligra{\huge Departamento de Matemáticas} %
  \psvectorian[scale=0.7,color=black!50!blue]{156} \\
  \psvectorian[scale=0.2,color=black!50!red]{68}
  ```

- También se utiliza la instrucción \psframe[opciones](a,b)(c,d), que genera un cuadro con vértices opuestos (a, b) y (c, d). Esta región puede sombrearse.

  ```
  \begin{pspicture}(-6,-4)(6,4)
  \renewcommand*{\psvectorianDefaultColor}%
  {black!70!red!80}
  \psframe[linewidth=0.4pt,fillstyle=solid,%
  fillcolor=gray!30,opacity=0.5](-6,-3)(6,3)
  \rput[c]{90}(-5,2){\psvectorian[width=2cm]{62}}
  \rput[c]{90}(5,-2){\psvectorian[width=2cm,%
  mirror,flip]{62}}
  \rput(0,1.8){\textcolor{black!60!blue}{\LARGE %
  \calligra{Escuela Colombiana de Ingeniería}}}
  ```

```
\rput(0,0.5){\textcolor{black!60!blue}{\LARGE %
\calligra{Julio Garavito}}}
\rput[c](0,-2){\textcolor{black!60!blue}{\LARGE%
\calligra{Bogotá}}}
\rput[c]{-20}(2.8,0.5){%
\psvectorian[width=1.2cm,mirror]{57} }
\rput[c]{20}(-2.8,0.5){%
\psvectorian[width=1.2cm]{57} }
\rput[c](1,2.5){\psvectorian[width=2cm]{87}}
\rput[c](-1,2.5){\psvectorian[width=2cm,mirror]{87} }
\rput[c](1.8,-2){%
\psvectorian[width=1.2cm,mirror]{158}}
\rput[c](-1.7,-2){\psvectorian[width=1.2cm]{158} }
\rput[c](0.7,-0.5){%
\psvectorian[width=1.5cm,mirror]{77}}
\rput[c](-0.7,-0.5){\psvectorian[width=1.5cm]{77} }
\end{pspicture}
```

- Una tarjeta con varios elementos


```
\begin{pspicture}(-7,-5)(7,5)
\psframe[linewidth=0.4pt,fillstyle=solid,%
fillcolor=gray!20,opacity=0.5](-7,-5)(7,5)
\rput[tl](-7,5){\psvectorian[width=2cm]{63}}
\rput[bl](-7,-5){\psvectorian[width=2cm,flip]{63}}
\rput[br](7,-5){\psvectorian[width=2cm,flip]{64}}
\rput[tr](7,5){\psvectorian[width=2cm]{64}}
\rput[tl](-2.5,5){\psvectorian[width=5cm]{60}}
\rput[bl](-2.5,-5){\psvectorian[width=5cm,flip]{60}}
\rput[bl]{-90}(-7,2){\psvectorian[width=4cm]{46}}
\rput[bl]{90}(7,-2){\psvectorian[width=4cm,mirror]{46}}
\rput(0,1){\textcolor{black!60!blue}{\LARGE %
```

```
\calligra{Escuela Colombiana de Ingeniería}}}
\rput(0,0.15){\textcolor{black!60!blue}{\LARGE %
\calligra{Julio Garavito}}}
\rput[c](0,-2.3){\textcolor{black!60!blue}{\LARGE %
\calligra{Bogotá}}}
\rput[b](-2,-2.8){\psvectorian[width=1cm]{124}}
\rput[b](2,-2.8){\psvectorian[width=1cm,mirror]{124}}
\rput[bc](0.8,-0.8){\psvectorian[width=1.5cm]{56}}
\rput[bc](-0.7,-0.8){\psvectorian[width=1.5cm]{55}}
\end{pspicture}
```

4.12. Resortes y zigzags

En esta sección se estudia la manera de hacer resortes y zigzags (resistencias), que son útiles para diseñar gráficos de circuitos eléctricos y gráficos de sistemas de resortes en física.

Las instrucciones básicas son:

```
\pszigzag[opciones]{flechas}(x1,y1)(x2,y2)
\pscoil[opciones]{flechas}(x1,y1)(x2,y2)
```

Donde las opciones y las flechas son como las utilizadas en `\psline` que ya se han estudiado. Además de éstas, se tienen unas opciones propias de los resortes y zigzags: `coilwidth=`n, `coilheight=`a, `coilaspect=`α. Los dos primeros son para el ancho y el número de crestas y el tercero es para el aspecto del resorte (no para zigzag); n es una medida en centímetros, $a > 0$ y $0 < \alpha < 90^o$.

A continuación se muestran algunos resortes y zigzags; el lector debe digitar su propio código.

En la primera fila se presentan el resorte y el zigzag con las opciones por defecto del programa; en la segunda fila se usaron las opciones

```
[linewidth=1.4pt,coilheight=0.6]
```

en la tercera fila

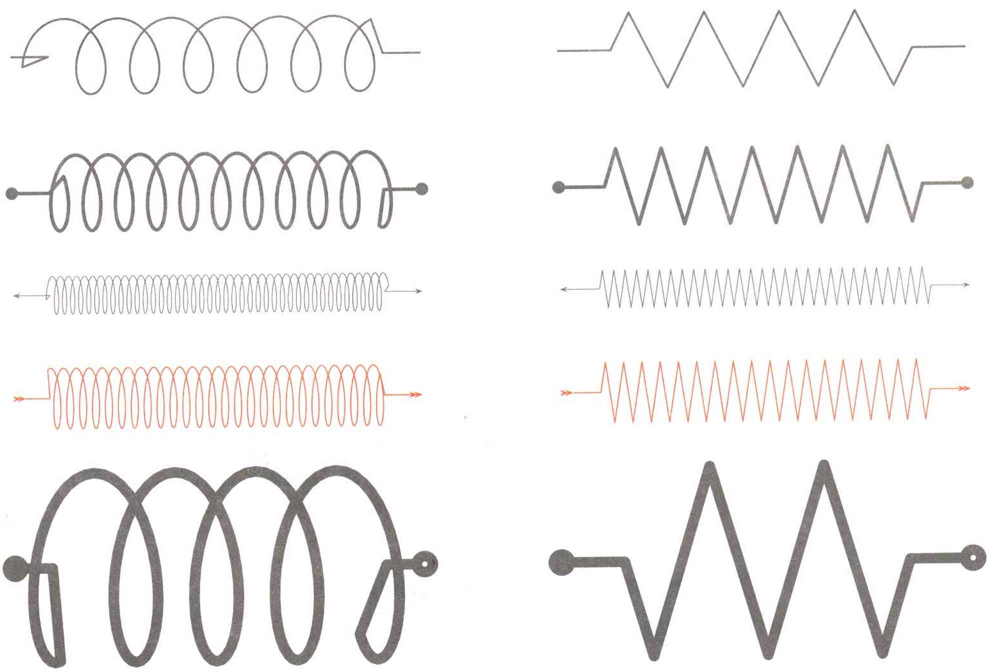
```
[linewidth=0.3pt,coilheight=0.3,coilwidth=0.5cm]
```

en la cuarta fila

```
[linecolor=red,linewidth=0.4pt,coilheight=0.3,coilwidth=0.8cm]
```

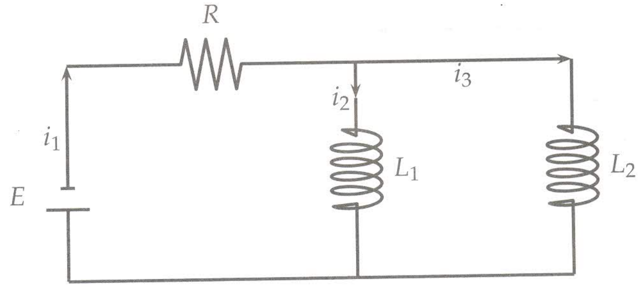
y en la quinta fila

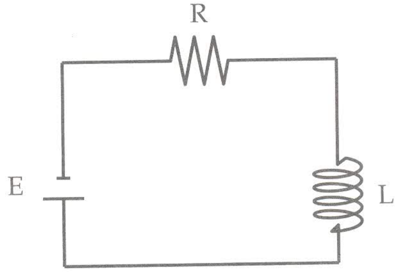
```
[linewidth=4pt,coilheight=0.6,coilwidth=2.5cm]
```

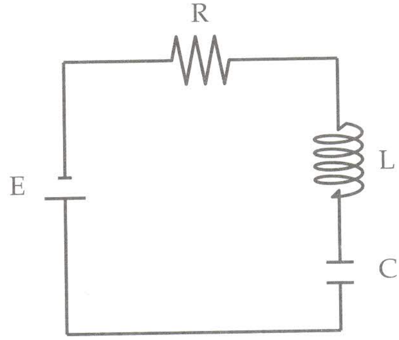


Ejercicios

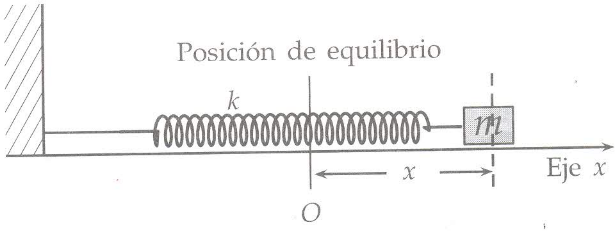
1. Hacer los gráficos de los siguientes circuitos eléctricos.

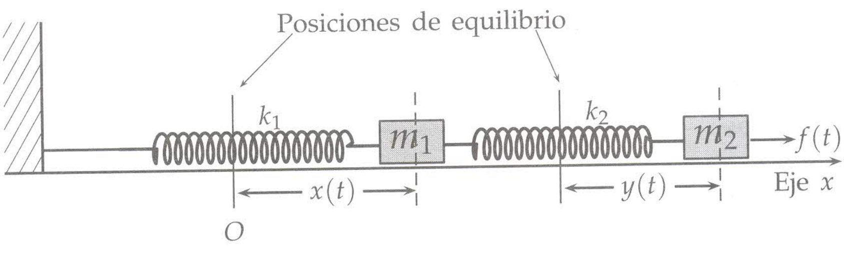






2. Hacer los siguientes diagramas masa-resorte.



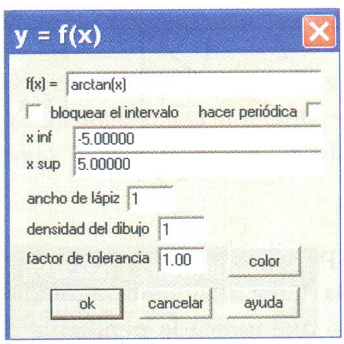


4.13. Utilización de Winplot y Excel

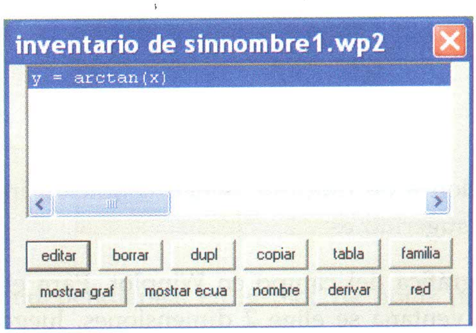
Para finalizar el estudio básico de graficación se considera como apoyo el uso de otros programas de graficación analítica para generar gráficos. Se utiliza el programa Winplot, que es de distribución libre, y también el Excel, para hacer gráficos que necesitan muchos cálculos y comandos, o que no están predefinidas en el lenguaje `PostScript`. Incluso si se cuenta con datos obtenidos de forma experimental, este procedimiento permite representarlos gráficamente.

Por ejemplo, para hacer el gráfico de la función $\arctan x$, por interpolación, el lector debe seguir cada uno de los pasos y revisar que efectivamente se obtiene el resultado deseado. El proceso sugerido es el siguiente:

1. Se hace el gráfico en Winplot. En el menú ventana se elige 2 dimensiones, luego en la opción Ecua se elige explícita y se digita la función como se muestra en la siguiente figura.



2. Se pide la tabla de datos de la función y se guarda en el bloc de notas. En inventario se elige la opción tabla, como se muestra en la siguiente figura:



3. Se abre el archivo con Excel así:

   a) Abrirlo con la opción ancho fijo.

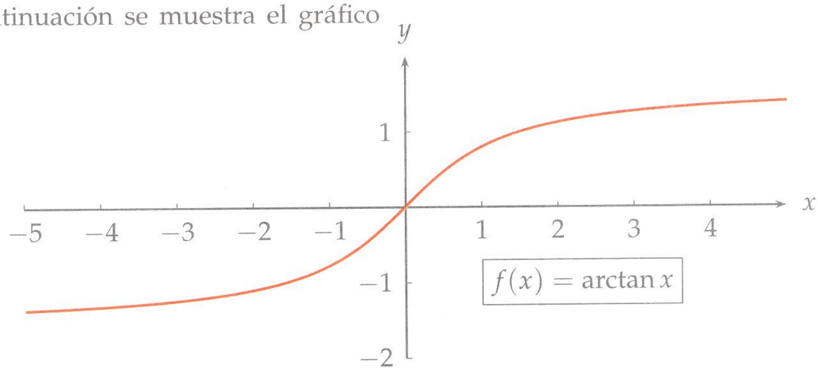
   b) Establecer las columnas en Excel.

   c) Darles a las columnas el formato de texto.

   d) Insertar la simbología faltante.

4. Copiar el código y pegarlo en la estructura de gráfico en el `TeXnicCenter` o `TexMaker`, y hacer los ajustes de presentación finales.

A continuación se muestra el gráfico



Presentar el campo de pendientes de la ecuación diferencial y algunas curvas solución puede ser una tarea realmente agotadora, teniendo en cuenta que cada pequeño segmento que indica la pendiente del campo, hay que digitarlo por separado y con cada trayectoria de solución; un gráfico básico puede contener alrededor de 500 o más puntos que se deben digitar. Esta gran cantidad de trabajo puede minimizar si se utilizan un par de programas auxiliares de uso común.

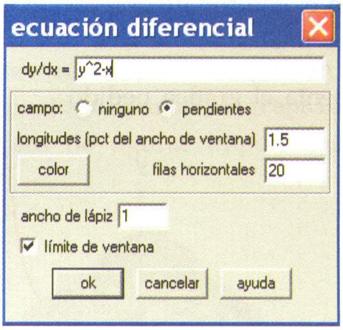
Si se desea graficar el campo de pendientes asociado a la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = y^2 - x,$$

y trazar las soluciones de ésta que tienen condición inicial $(2,2)$, $(-1,-2)$ y $(0,0)$. El proceso sugerido es:

1. Generar la gráfica del campo en Winplot. Para el campo de pendientes en el menú ventana se elige 2 dimensiones, luego en la opción `Ecua` se

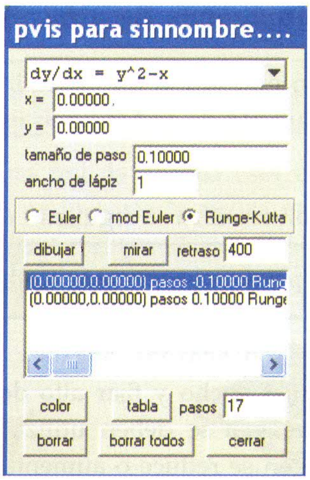
elige `Ecua dif` $\frac{dy}{dx}$ y se digita la función, como se muestra en la siguiente figura.



2. Exportar el gráfico como documento PicTex.

3. Abrir el archivo PicTex con `TeXnicCenter` o `TexMaker` y copiar el código.

4. Generar las soluciones. En el menú, se elige trayectoria y se da el punto inicial; con paso positivo avanza hacia adelante, y con negativo, hacia atrás. Luego se elige tabla y se guarda en el bloc de notas, como se muestra en el gráfico.

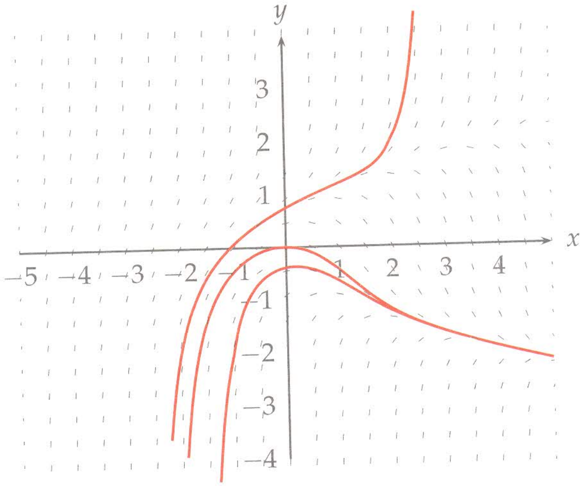


5. Generar archivos independientes en el bloc de notas para el campo de pendientes y para cada una de las soluciones.

6. Abrir cada archivo con el Excel exactamente igual que en el ejercicio anterior.

7. Pegar el código en el entorno de graficación en `TeXnicCenter` o `TexMaker` y hacer los ajustes finales.

A continuación se presenta el gráfico pedido.



4.14. Inserción de imágenes de alta resolución

En esta última sección se muestra la forma de insertar figuras externas en un documento LaTeX. El resultado de la inserción es mucho mejor con imágenes de alta resolución.

Para importar un gráfico se utiliza la siguiente estructura:

```
\includegraphics[opciones]{gráfica}
```

Las principales opciones son `scale=`s, `angle=`α, `width=`w, `height=`h, que sirven para escalar, rotar, fijar ancho y fijar alto de la imagen, respectivamente. Las opciones `width` y `heigth` se deben utilizar en forma simultánea; si se emplea sólo una, la imagen se reduce o aumenta proporcionalmente a la otra. Para el gráfico se debe dar la ruta completa de la ubicación, o preferiblemente guardar la imagen en la misma carpeta del documento raíz y entonces simplemente se coloca el nombre completo de la imagen, incluido el tipo de gráfico.

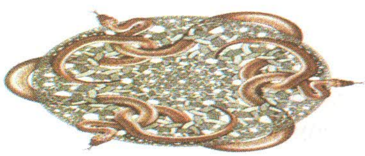
Por comodidad y compatibilidad, se recomienda utilizar imágenes tipo eps (encapsulado PostScript); existen programas de uso libre, como el Gimp, que convierten las imágenes a eps con un simple clic, o incluso hay aplicaciones que hacen la conversión *online*.

Para poder insertar imágenes es necesario cargar en el preámbulo del documento los paquetes `\usepackage{graphics,graphicx}`. A continuación se muestran un par de ejemplos de figuras importadas, utilizando diferentes opciones para modificarlas.

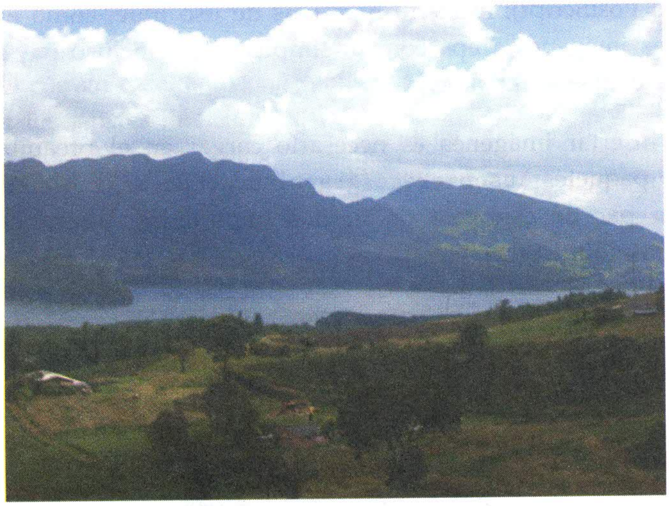
El código para insertar esta figura es:

```
\includegraphics[scale=0.8]{serpientes.eps}
```

Es importante tener en cuenta que la gráfica está en la misma carpeta que el documento. En esta forma se importa la figura igual a como se guardó la original, pero reducida al 80 % de su tamaño real. Algunas modificaciones de esta misma imagen son las siguientes.



A continuación se muestran otro par de ejemplos de imágenes insertadas.



Ejercicios

1. Conseguir una imagen de alta resolución en formato jpg o diferente, convertirla a eps, insertarla en un documento LATEX, hacerle algunas modificaciones y presentarla en una tabla.

2. Inserte una fotografía en un documento LATEX.

CAPÍTULO 5

Opciones avanzadas con PSTricks

El paquete PSTricks ha evolucionado bastante. Hoy se encuentran muchas opciones que ayudan a elaborar procesos de una manera más fácil y con un menor número de instrucciones. En este capítulo se exploran algunos de estos adelantos.

5.1. Paquete multido

La instrucción multido permite realizar varias veces una misma instrucción, con parámetros que varían de acuerdo con una progresión aritmética. Es necesario cargar el paquete mediante la instrucción \usepackage{multido}. La sintaxis en general es:

```
\multido{variables}{repetitiones}{tarea}
```

La variable se escribe como un valor inicial más un incremento. Estos elementos tienen unos caracteres reservados para ser nombrados. Los más importantes son los siguientes: \d para distancias; por ejemplo, se puede nombrar como \d o \dx. \n para números enteros o números con igual cantidad de cifras decimales; \r para número real, que se puede incrementar con algún número que tenga máximo cuatro cifras decimales; \i para números enteros, que se pueden incrementar con números enteros. Para lo descrito anteriormente, también pueden usarse caracteres en mayúscula.

- En la instrucción \multido{\rx=2+3.5}{9}{\rx, }, se declara un número real que se llama rx. La rutina genera una lista de nueve elementos, que empieza en 2 y tendrá incrementos de 3.5 cada uno, con una "," al final de cada valor. Esto produce los siguientes valores:

  2.0, 5.5, 9.0, 12.5, 16.0, 19.5, 23.0, 26.5, 30.0,

- Se pueden anidar estructuras, por ejemplo, con las instrucciones

```
\multido{\ix=5+ -2}{8}{
  \multido{\iy=\ix + 1}{2}{$\frac{\ix}{\iy},$
  }
  }
```

  Se definen dos números enteros que se denominan \ix e \iy. El primero comienza en 5 y tendrá ocho incrementos de -2 cada uno. El segundo, empieza en el valor que tenga \ix y tendrá dos incrementos de 1 cada uno. La rutina genera una lista de fracciones cuyo numerador y denominador son \ix e \iy, respectivamente.
  $\frac{5}{5},\frac{5}{7},\ \frac{3}{3},\frac{3}{5},\ \frac{1}{1},\frac{1}{3},\ \frac{-1}{-1},\frac{-1}{1},\ \frac{-3}{-3},\frac{-3}{-1},\ \frac{-5}{-5},\frac{-5}{-3},\ \frac{-7}{-7},\frac{-7}{-5},\ \frac{-9}{-9},\frac{-9}{-7},$

- Las siguientes instrucciones permiten graficar las primeras quince funciones de la sucesión de funciones $f_k(x) = kx^k(1-x)$, para k desde 0 hasta 15.

```
\begin{pspicture}(-1.5,-1)(8,4)
\psset{unit=7}
\psaxes[dy=0.1,Dy=0.1,ticks=y,linewidth=0.2pt,%
  showorigin=false]{->}(0,0)(1.15,0.45)
\multido{\nx=0+ 1}{15}{
\psplot[algebraic,yMaxValue=0.4,linewidth=0.5pt,%
  plotpoints=500]{0}{1}{\nx*x^\nx*(1-x)}
  }
\end{pspicture}
```

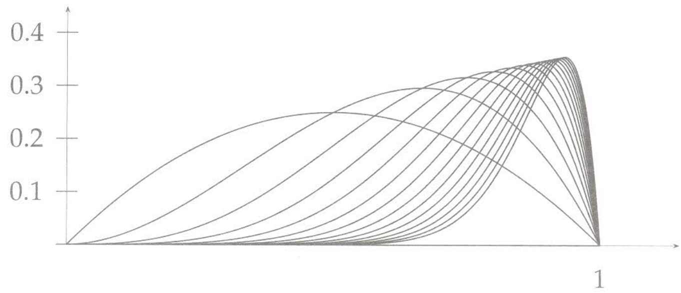


Gráfico de $f_k(x) = kx^k(1-x)$, $k = 0, 1, 2, \cdots, 15$.

- En la siguiente secuencia de comandos se grafican las primeras diez funciones de la sucesión $f_n(x) = nx(1-x)^n$, iniciando en $n = 1$.

```
\begin{pspicture}(-1.5,-1)(8,4)
\psset{algebraic,unit=7}
\psaxes[dy=0.1,Dy=0.1,ticks=y,linewidth=0.2pt,%
showorigin=false]{->}(0,0)(1.15,0.4)
\multido{\nx=1+ 1}{10}{
\psplot[yMaxValue=0.4,linewidth=0.7pt,plotpoints=90,%
linecolor=red!30!black]{0}{1}{\nx*x*(1-x)^\nx}
}
\end{pspicture}
```

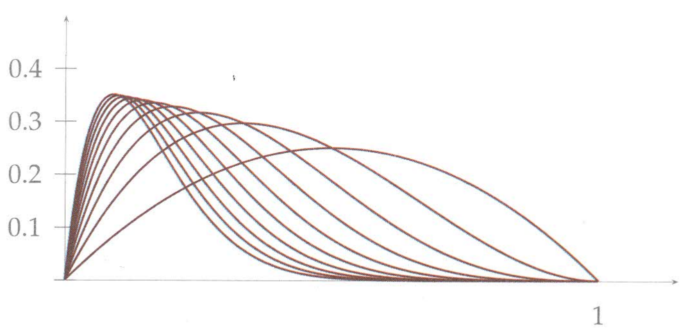
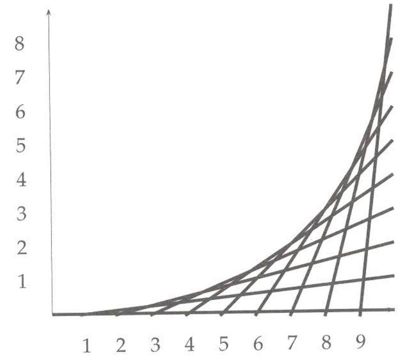


Gráfico de $f_n(x) = nx(1-x)^n$, $n = 1, 2, 3, \cdots, 10$.

- Con ayuda del comando `multido`, se pueden generar las líneas rectas con la ecuación $f(x) = \frac{k}{10-k}(x-k)$, que une los puntos $(k,0)$ con $(10,k)$ para $0 \leq k \leq 10$. Esto se logra con la instrucción

```
\begin{pspicture}(0,0)(5,5)
\psaxes[labelFontSize=\scriptstyle,ticks=none,%
  linewidth=0.2pt]{->}(0,0)(10,10)
  \multido{\rx=0+1}{10}{
    \psplot[algebraic,yMinValue=0,linewidth=1.2pt]%
    {0}{10}{(\rx/(10-\rx))*(x-\rx)}
    }
\end{pspicture}
```

lo cual produce la siguiente figura.



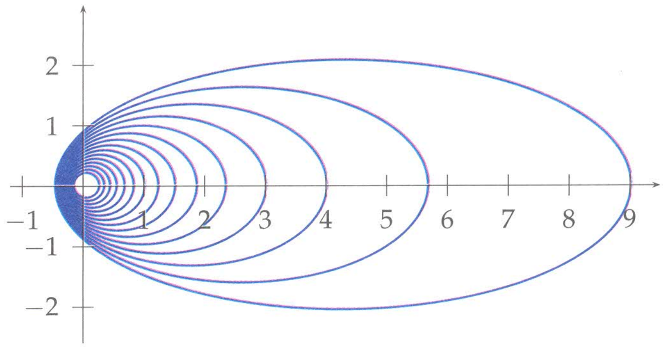
- Las siguientes quince elipses en coordenas polares, escritas en la forma

$$r = \frac{k}{2 - k\cos\theta}$$

para k desde $1,8$ disminuyendo $0,2$ en cada iteración, se logran con el siguiente código

```
\begin{pspicture}(-1.2,-2.5)(8,2.5)
\psset{unit=0.8}
\multido{\rx=1.8+-0.1}{15}{
\psplot[algebraic,polarplot,linewidth=0.8pt,%
plotpoints=500,linecolor=blue]{0}{TwoPi}%
```

```
{\rx/(2-\rx*cos(x))}
}
\psaxes[ticks=all,linewidth=0.4pt]{->}%
(0,0)(-1.2,-2.6)(9.5,3)
\end{pspicture}
```



En este caso se usó `TwoPi` para indicar 2π; también puede utilizarse `Pi` para π.

5.2. Instrucción `foreach`

Otra manera de hacer una tarea varias veces es por medio de la instrucción `\foreach`. Este comando realiza una tarea, para determinados objetos, seleccionados de un conjunto predeterminado. La sintaxis es

```
\foreach \valor in {x_1, x_2, ··· ,x_n}{tarea}
```

Esta instrucción ejecuta una `tarea` para cada elemento (`valor`) en el conjunto $\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$.

La instrucción

```
\foreach \expo in {2,4,5,8,10,15,20,30}{$x^{\expo},$}
```

imprime las potencias (que se denominan `expo`) de x, donde el exponente se toma del conjunto $\{2,4,5,8,10,15,20,30\}$. El resultado es

x^2, x^4, x^5, x^8, x^{10}, x^{15}, x^{20}, x^{30},

Si se desea imprimir todos los exponentes pares entre 2 y 30, sin enumerar la lista completa, se puede usar la instrucción

```
\foreach \expo in {2,4,...,30}{$x^{\expo},$}
```

Que produce
x^2, x^4, x^6, x^8, x^{10}, x^{12}, x^{14}, x^{16}, x^{18}, x^{20}, x^{22}, x^{24}, x^{26}, x^{28}, x^{30},

El conjunto puede contener dos o más posibles valores, y hay que listar los elementos separándolos con /. Si la tarea depende de dos valores, cada uno en un conjunto diferente, esto puede ordenarse así:

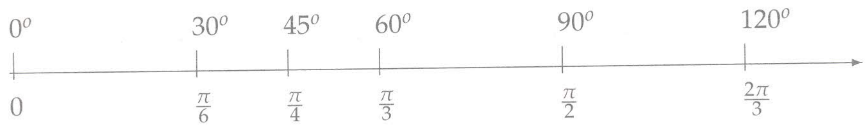
```
\foreach \x/\y in {x1/y1, x2/y2, ... ,xn/yn}{tarea}
```

Este comando selecciona \x $\in \{x_1, x_2, \cdots, x_n,\}$ y \y $\in \{y_1, y_2, \cdots, y_n\}$; con tales valores realiza la `tarea`.

Las siguientes instrucciones permiten dibujar un vector, y sobre él se hacen marcas; en las partes superior e inferior se ubican los valores del conjunto señalado.

```
\setlength{\unitlength}{0.08cm}
\begin{picture}(120,25)
\put(0,8){\vector(1,0){140}}
\foreach \x/\y in {0/$0$, 30/$\frac{\pi}{6}$,
  45/$\frac{\pi}{4}$, 60/$\frac{\pi}{3}$,
  90/$\frac{\pi}{2}$, 120/$\frac{2\pi}{3}$}{%
    \put(\x,14){$\x^o$}
    \put(\x,1){\y} \put(\x,8){$|$}
  }
\end{picture}
```

El resultado es



Es posible crear estructuras "anidadas". Por ejemplo:

```
\foreach \x in {2,4,...,10}{
\foreach \y in {3,5,...,9}{ $\frac{\x}{\y},$
  }  }
```

produce una lista de fracciones, donde el numerador y el denominador se seleccionan de los conjuntos $\{2,4,...,10\}$ y $\{3,5,...,9\}$, respectivamente.

$\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \frac{2}{11}, \quad \frac{4}{3}, \frac{4}{5}, \frac{4}{7}, \frac{4}{9}, \frac{4}{11}, \quad \frac{6}{3}, \frac{6}{5}, \frac{6}{7}, \frac{6}{9}, \frac{6}{11}, \quad \frac{8}{3}, \frac{8}{5}, \frac{8}{7}, \frac{8}{9}, \frac{8}{11},$

Otros ejemplos, con sus respectivos códigos, se presentan a continuación:

- $a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13} \quad a_{14} \quad a_{15} \quad a_{16}$
  $a_{21} \quad a_{22} \quad a_{23} \quad a_{24} \quad a_{25} \quad a_{26}$
  $a_{31} \quad a_{32} \quad a_{33} \quad a_{34} \quad a_{35} \quad a_{36}$
  $a_{41} \quad a_{42} \quad a_{43} \quad a_{44} \quad a_{45} \quad a_{46}$

  ```
  \foreach \i in {1,2,...,7}{
  \foreach \j in {1,2,...,6}{
  $a_{\i \j}$ \hspace{0.1cm}}\\
   }
  ```

- Los coeficientes binomiales aparecen ordenados en forma del triángulo de Pascal:

$$\binom{0}{0}$$

$$\binom{1}{1} \quad \binom{1}{0}$$

$$\binom{2}{2} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{0}$$

$$\binom{3}{3} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{0}$$

$$\binom{4}{4} \quad \binom{4}{3} \quad \binom{4}{2} \quad \binom{4}{1} \quad \binom{4}{0}$$

$$\binom{5}{5} \quad \binom{5}{4} \quad \binom{5}{3} \quad \binom{5}{2} \quad \binom{5}{1} \quad \binom{5}{0}$$

$$\binom{6}{6} \quad \binom{6}{5} \quad \binom{6}{4} \quad \binom{6}{3} \quad \binom{6}{2} \quad \binom{6}{1} \quad \binom{6}{0}$$

```
\foreach \j in {0,1,...,5}{
  \begin{center}
  \foreach \i in {\j,...,0}
   { $\binom{\,\j\,}{\i}\hspace{3 mm}$  }
  \end{center}
}
```

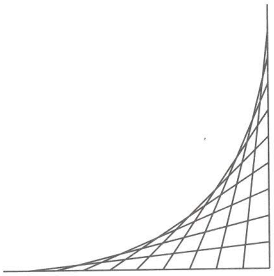
- Se seleccionan elementos de un conjunto de palabras que se sustituyen por comandos que dan color a la palabra "Hola"

```
\foreach \name in {{red}, {orange}, {yellow}, {green},
   {cyan}, {blue}, {purple}}{\textcolor{\name}{Hola }
   }
```

Hola Hola Hola Hola Hola Hola Hola

- El siguiente gráfico, y su código respectivo, permite trazar las líneas que unen los puntos $(k,0)$ y $(0,k)$ para $k = 0, 1, ..., 10$.

```
\begin{pspicture}(0,0)(5,4)
\psset{unit=0.5}
\foreach \x in{0,1,...,10}{
\psline[linewidth=0.6pt]%
  (\x,0)(10,\x)
  }
\end{pspicture}
```



5.3. Paquetes `calculus` y `calculator`

El paquete `calculator` permite hacer cálculos numéricos dentro de la estructura de un documento LaTeX y utilizarlo según las necesidades del usuario.

Para usar estos paquetes es necesario incluir en el preámbulo del documento `\usepackage{calculator}` y `\usepackage{calculus}`. El lector puede consultar la documentación en [3]. Algunos de los comandos más importantes son:

Comando	Descripción
\COPY{a}{\x}	Copia el valor a y lo guarda en \x.
\MAX{a}{b}{\x}	Asigna en \x el máximo entre a y b.
\MIN{a}{b}{\x}	Asigna en \x el mínimo entre a y b.
\ADD{a}{b}{\x}	Guarda en \x la suma a y b.
\SUBTRACT{a}{b}{\x}	Guarda en \x la resta entre a y b.
\MULTIPLY{a}{b}{\x}	Guarda en \x el producto entre a y b.
\DIVIDE{a}{b}{\x}	Guarda en \x el cociente entre a y b.
\SQUARE{a}{\x}	Asigna a \x el cuadrado de a.
\CUBE{a}{\x}	Asigna a \x el cubo de a.
\POWER{a}{b}{\x}	Asigna a \x la potencia b de a, a^b.
\ABSVALUE{a}{\x}	Guarda en \x el valor absoluto de a.
\INTEGERPART{a}{\x}	Guarda en \x la parte entera de a.
\FLOOR{a}{\x}	Similar a \INTEGERPART.
\FRACTIONALPART{a}{\x}	Guarda en \x la parte fraccionaria de a.
\TRUNCATE[n]{a}{\x}	Asigna a \x, a truncado n cifras.
\ROUND[n]{a}{\x}	Similar a \ROUND.
\EXP{a}{\x}	Guarda en x, e^a.
\LOG{a}{\x}	Guarda en x, $\ln a$.
\EXP[a]{b}{\x}	Guarda en x la potencia b de a, a^b.
\SIN{a}{\x}	Asigna a \x, seno de a, en rad.
\COS{a}{\x}	Asigna a \x, coseno de a, en rad.
\TAN{a}{\x}	Asigna a \x, tangente de a, en rad.
\DEGREESSIN{a}{\x}	\SIN, en grados sexagesimales.
\DEGREESCOS{a}{\x}	\COS, en grados sexagesimales.
\DEGREESTAN{a}{\x}	\TAN, en grados sexagesimales.
\SINH{a}{\x}	Asigna a \x seno hiperbólico de a.
\COSH{a}{\x}	Asigna a \x coseno hiperbólico de a.
\TANH{a}{\x}	Asigna a \x tangente hiperbólico de a.
\LCM{a}{b}{\u}	m.c.m. entre a y b, se guarda en \u.
\GCD{a}{b}{\u}	m.c.d. entre a y b, se guarda en \u.
\LOG[a]{b}{\u}	$\log_a b$ se guarda en \u.
\DEGtoRAD{a}{\u}	Convierte grados a radianes, lo guarda en \u.
\RADtoDEG{a}{\u}	Convierte a radianes a grados sexagesimales.
\FRACTIONSIMPLIFY{a}{b}{\x}{\y}	Simplifica la fracción $\frac{a}{b}$ a la forma $\frac{x}{y}$.

De la misma manera, las funciones trigonométricas inversas y las funciones hiperbólicas inversas se usan como

`\ARCSIN{a}{\x}`, `\ARCCOS{a}{\x}`, `\ARCTAN{a}{\x}`, `\ARCCOT{a}{\x}`,$\cdots$
`\ARSINH{a}{\x}`, `\ARCOSH{a}{\x}`, `\ARTANH{a}{\x}`, `\ARCOTH{a}{\x}`,$\cdots$

La siguiente tabla

a	b	$\frac{a}{b}$	$\frac{x}{y}$	Max(a,b)	$\sqrt{b}$	b^2
2	2	$\frac{2}{2}$	1	2	1.41422	4
2	4	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{2}$	4	2	16
2	6	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{3}$	6	2.44948	36
5	5	$\frac{5}{5}$	1	5	2.23605	25
5	7	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{7}$	7	2.64575	49
5	9	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{9}$	9	3	81
8	8	$\frac{8}{8}$	1	8	2.82841	64
8	10	$\frac{8}{10}$	$\frac{4}{5}$	10	3.16228	100
8	12	$\frac{8}{12}$	$\frac{2}{3}$	12	3.4641	144

se genera con el código:

```
\multido{\ix=2+3}{3}{
  \multido{\iy=\ix+2}{3}{
   \FRACTIONSIMPLIFY{\ix}{\iy}{\num}{\div}
   \MAX{\ix}{\iy}{\mayor}
   \SQUAREROOT{\iy}{\raiz}
   \SQUARE{\iy}{\cuad}
\begin{tabbing}
   \hspace*{0.5cm}\=\hspace*{0.5cm}\=\hspace*{1cm}\= %
   \hspace*{1cm}\=\hspace*{2cm}\=\hspace*{2cm}\=%
   \hspace*{1cm}\kill
   $\ix$ \> $\iy$ \> $\frac{\ix}{\iy}$ \> %
   \ifthenelse{\div=1}
```

```
 {$\num$}{$\frac{\num}{\div}$} \> $\mayor$ \>%
  $\raiz$\>$\cuad$\\
 \end{tabbing}
}
}
```

Se ilustra ahora la sintaxis de algunas de las funciones anteriores

1. $\alpha = 45$, $\sin 45 = 0.85094$.

```
$\alpha=45$, \SIN{45}{\a} $\sin 45=\a$
```

2. Una secuencia de cálculos.

```
$x=3$ \SQUARE{3}{\x}
$x^2=\x$ \ADD{\x}{3}{\y}
$x+3=\y$
\DIVIDE{\x}{\y}{\z}
$\frac{\x}{\y}=\z$
\TRUNCATE[3]{\z}{\w}
$z=\x$
\SQUAREROOT{\z}{\zz}
$\sqrt{\z}=\zz$
\FRACTIONSIMPLIFY{\x}{\y}%
  {\num}{\dem}
$\frac{\x}{\y}= %
  \frac{\num}{\dem}$
\SUBTRACT{\y}{\x}{\x}
$x=\x$, $y=\y$,
\POWER{\y}{\x}{\xx}
$y^x=\xx$
```

$x = 3$

$x^2 = 9$

$x + 3 = 12$

$\frac{9}{12} = 0.75$

$z = 9$

$\sqrt{0.75} = 0.86601$

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$x = 3$, $y = 12$, $y^x = 1728$

3. $\alpha = 60$, $\cos 60 = 0.49998$

```
$\alpha=60$, \DEGREESCOS{60}{\a} $\cos 60=\a$
```

4. $\alpha = 45$, $\tan 45 = 1.62009$

```
\alpha=45$, \TAN{45}{\a} $\tan 45=\a$
```

5. $\alpha = 0.5$, $\arccos 0.5 = 59.999$

```
$\alpha=0.5$, \ARCCOS{0.5}{\aa}
\RADtoDEG{\aa}{\u} $\arccos 0.5=\u$
```

6. $\log_2 8 = 3$

```
\LOG[2]{8}{\u}  $\log_2 8=\u$
```

7. $m.c.d.(625, 100) = 25$

```
\GCD{625}{100}{\sol} $m.c.d.(625,100)=\u$
```

8. $m.c.m.(625, 100) = 2500$

```
\LCM{625}{100}{\u} $m.c.m.(625,100)=\u$.
```

5.4. Paquete `ifthen`

La instrucción

```
\ifthenelse{prueba}{accion 1}{accion 2}
```

Realiza la `accion 1`, si la `prueba` (expresión booleana) es verdadera; en caso contrario, realiza la `accion 2`. Este paquete, además, permite usar las expresiones lógicas `\AND`, `\OR`, `\NOT`.

Para utilizarlo es indispensable incluir en el preámbulo del documento la línea `\usepackage{ifthen}`. Otras proposiciones booleanas permitidas son:

Comando	**Descripción**
`x < y`	Determina si $x < y$.
`x = y`	Determina si $x = y$.
`x > y`	Determina si $x > y$.
`\isodd{x}`	Determina si x es impar.
`\isundefined{termino}`	Determina si `termino` está definido.
`\equal{nombre1}{nombre2}`	Compara si `nombre1` y `nombre2` son iguales.
`\lengthtest{x<y}`	Determina si las longitudes x e y, satisfacen $x < y$.
`\lengthtest{x=y}`	Determina si las longitudes x e y, satisfacen $x = y$.
`\lengthtest{x>y}`	Determina si las longitudes x e y, satisfacen $x > y$.
`\boolean{nombre}`	Determina si `nombre` es verdadero.

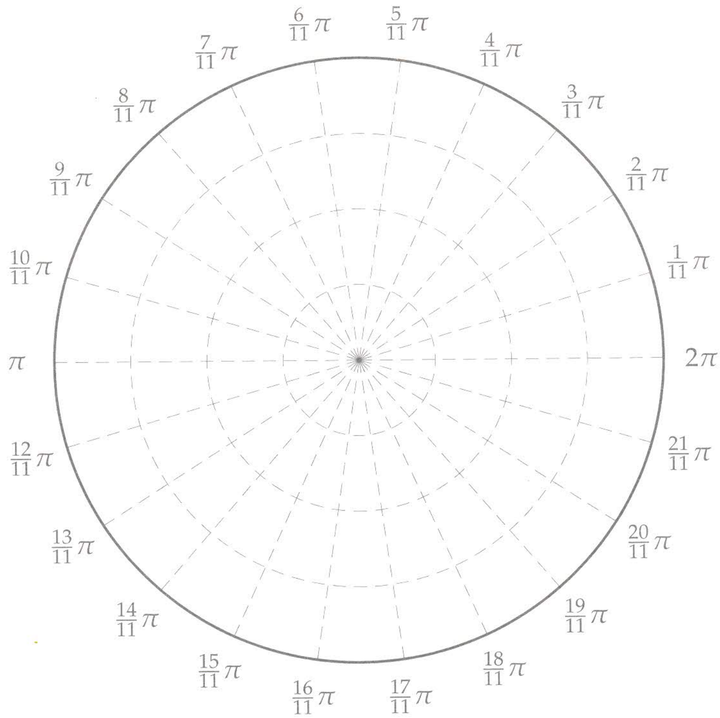
La lista con los números primos menores de 160 se genera con las siguientes instrucciones:

```
\multido{\ix=2+1}{160}{
  \ifthenelse{\ix=2\OR\ix=3}{$\ix$,\\}{}
  \COPY{0}{\p} \SQRT{\ix}{\n}
  \INTEGERPART{\n}{\n}
  \multido{\iy=2+1}{\n}{
    \INTEGERDIVISION{\ix}{\iy}{\b}{\c}
    \ifthenelse{\c=0}{\ADD{1}{\p}{\p}}{}
    \ifthenelse{\p=0\AND\iy=\n}{$\ix$,\\}{}
  }
}
```

Cuyo resultado es el siguiente

2,	31,	73,	127,
3,	37,	79,	131,
5,	41,	83,	137,
7,	43,	89,	139,
11,	47,	97,	149,
13,	53,	101,	151,
17,	59,	103,	157,
19,	61,	107,	
23,	67,	109,	
29,	71,	113,	

Para generar una grilla en coordenadas polares y dividir el círculo en $2n$ arcos iguales, cada uno de ellos mide π/n radianes; se puede usar la siguiente rutina de comandos. En este caso se dividió en 22 arcos.



El código necesario es:

```
\begin{pspicture}(-5,-5)(5,5.5)
\pscircle[linewidth=1pt](0,0){4}
\def\ra{22}
\DIVIDE{\ra}{2}{\raa}
\DIVIDE{360}{\ra}{\delta}
\multido{\ir=1+1}{4}{
\pscircle[linewidth=0.2pt,linestyle=dashed](0,0){\ir}}
\multido{\nx=1+1}{\ra}{
\MULTIPLY{\nx}{\delta}{\ang}
```

```
\DEGREESCOS{\ang}{\ax}
\DEGREESSIN{\ang}{\ay}
\MULTIPLY{\ax}{4}{\axx}
\MULTIPLY{\ay}{4}{\ayy}
\MULTIPLY{\ax}{4.5}{\axxx}
\MULTIPLY{\ay}{4.5}{\ayyy}
\psline[linewidth=0.2pt,linestyle=dashed](0,0)(\axx,\ayy)
\FRACTIONSIMPLIFY{\nx}{\raa}{\num}{\dem}
\ifthenelse{\dem=1}
{\ifthenelse{\num=1}{\rput[c](\axxx,\ayyy){$\pi$}}%
{\rput[c](\axxx,\ayyy){$\num\pi$}}}
{\rput[c](\axxx,\ayyy){$\frac{\num}{\dem}\pi$} }
}
\end{pspicture}
```

El lector puede cambiar la línea `\def\ra{22}` por otro número natural par y compilar este código para ver los cambios producidos.

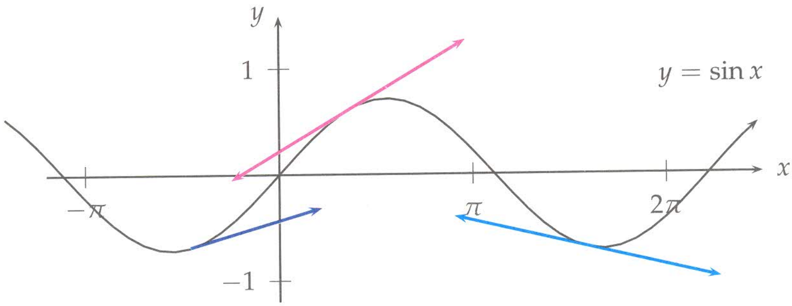
5.5. Instrucción `psplotTangent`

La instrucción que permite trazar un segmento o vector tangente a la curva $f(x)$ en el punto a, con un dx como incremento en la dirección de x, es la siguiente:

```
\psplotTangent[opciones]{a}{dx}{f(x)}
```

Las opciones son las mismas que se utilizan básicamente en `PSTricks`; algunas adicionales son `\psplotTangent*`, que dibuja el segmento iniciando en el punto de tangencia, y `Tnormal`, que grafica un vector normal a la curva en el punto indicado.

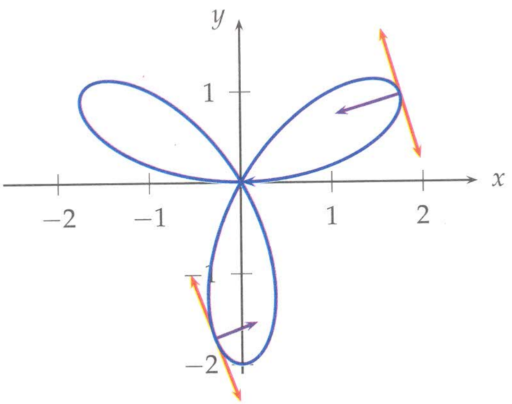
Para la curva $y = \sin x$, se presentan vectores tangentes en $x = 1$, $x = 4{,}5$ y $x = -1{,}3$



Lo anterior se logra compilando

```
\begin{pspicture}(-3,-1)(7,2)
\psaxes[xunit=\psPi,yunit=1.2,trigLabels=true]{->}%
  (0,0)(-1.2,-1.2)(2.5,1.5)[$x$,0][$y$,180]
\psplot[algebraic,linecolor=black,arrows=->]{-4}{7}{sin(x)}
\psset{algebraic,linewidth=1.2pt}
\psplotTangent[linecolor=magenta,arrows=<->]{1}{2}{sin(x)}
\psplotTangent[linecolor=cyan,arrows=<->]{4.5}{2}{sin(x)}
\psplotTangent*[linecolor=blue,arrows=->]{-1.3}{2}{sin(x)}
\put(5,1.2){$y=\sin x$}
\end{pspicture}
```

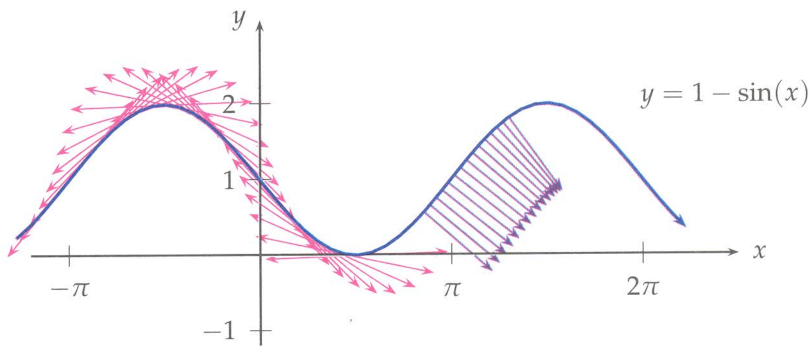
Para la curva, $r = 2\sin\theta$, escrita en coordenadas polares, se utiliza la opción polarplot. Además, se trazan vectores tangente y normales, cuando $\theta = 0{,}5$ y $\theta = 1{,}4$.



Las instrucciones son:

```
\begin{pspicture}(-2,-3)(3,2)
\psset{unit=1.2}
\psaxes{->}(0,0)(-2.6,-2.1)(2.6,1.8)[$x$,0][$y$,180]
\psset{linewidth=1.2pt,algebraic,polarplot,%
linecolor=red,arrows=<->}
\psplotTangent{0.5}{0.75}{2*sin(3*x)}
\psplotTangent{1.4}{0.75}{2*sin(3*x)}
\psset{Tnormal,algebraic,polarplot,linecolor=violet,arrows=<-}
\psplotTangent*{0.5}{0.75}{2*sin(3*x)}
\psplotTangent*{1.4}{0.5}{2*sin(3*x)}
\psplot[plotpoints=200,linecolor=blue]{0}{\psPi}{2*sin(3*x)}
\end{pspicture}
```

Con ayuda del comando `\multido`, se trazan varios vectores tangentes y normales.



El código para este ejemplo es el siguiente:

```
\begin{pspicture}(-4,-2.2)(6,3.2)
\multido {
  \r=-3.2+0.2}{25}{
  \psplotTangent[algebraic,linecolor=magenta,%
  arrows=<->,linewidth=0.5pt]{\r}{1.5}{1-sin(x)}
  }
\multido{
\r=2.7+0.1}{15}{
\psplotTangent*[Tnormal,algebraic,linecolor=violet,%
arrows=<-,linewidth=0.5pt]{\r}{1.5}{1-sin(x)} }
```

```
\psaxes[xunit=\psPi,trigLabels=true,Dy=1,dy=1]{->}(0,0)%
  (-1.2,-1.2)(2.5,3.1)[$x$,0][$y$,180]
\psplot[algebraic,linecolor=blue,arrows=->,linewidth=1.2pt]%
  {-4}{7}{1-sin(x)}
\put(5,2){$y=1-\sin(x)$}
\end{pspicture}
```

5.6. Instrucción psFourier

PSTricks permite graficar algunos términos de la serie de Fourier de una función f, mediante la instrucción \psFourier. Esta opción requiere incluir en el preámbulo del documento la línea \usepackage{pstricks-add,pst-func}.

Si f es una función periódica de periodo 2π, entonces

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$$

los coeficientes a_n y b_n pueden determinarse mediante las expresiones

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{\pi} f(t)\, \cos(nt)\, dt, \qquad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{\pi} f(t)\, \sin(nt)\, dt.$$

Para graficar una suma parcial de la serie de Fourier de $f(x)$, con $x \in [u, v]$, la sintaxis es la siguiente:

```
\psFourier[cosCoeff=a0 a1 a2 ..., sinCoeff=b1 b2 ...]{u}{v}
```

La función

$$f(x) = 4 - \frac{2x}{\pi}, \quad \text{con } x \in [0, 2\pi),\ f(x + 2\pi) = f(x),$$

puede expresarse en serie de Fourier, como

$$f(x) = 2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} \sin(nx)$$

en este caso $a_n = 0$ para todo $n > 0$ y $b_n = \frac{4}{\pi n}$. Algunos de los coeficientes b_n (aproximados) son:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b_n	1,273	0,637	0,424	0,318	0,255	0,212	0,182	0,159	0,141	0,127

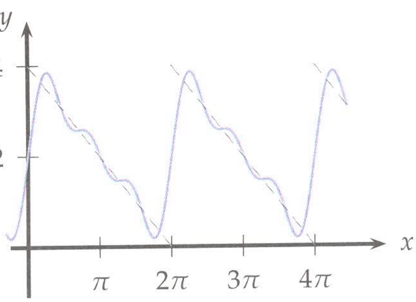
El siguiente código permite graficar

$$f(x) = 2 + \sum_{n=1}^{N} \frac{4}{\pi n} \sin(nx)$$

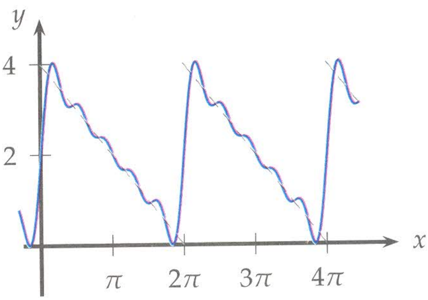
para algunos valores de N.

```
\documentclass{book}
\usepackage{amsmath,pstricks-add,pst-func}
\begin{document}
\psset{unit=0.7,plotpoints=1500}
\begin{pspicture}(-1,-1.5)(14.5,4.5)
\psaxes[xunit=\psPi,trigLabels,linewidth=1.5pt]{->}%
(0,0)(-0.25,-1.1)(4.4,4.5)
\psFourier[sinCoeff=1.273 0.637 0.424,cosCoeff=4 0 0 0,%
linecolor=blue!30]{-1}{14}
\psFourier[sinCoeff=1.273 0.637 0.424 0.318 0.255,%
cosCoeff=4 0 0 0 0 0,linecolor=blue]{-1}{14}
\psFourier[sinCoeff=1.273 0.637 0.424 0.318 0.255 0.212%
0.181,cosCoeff=4 0 0 0 0 0 0 0,linecolor=green]{-1}{14}
\psFourier[sinCoeff=1.273 0.637 0.424 0.318 0.255 0.212%
0.182 0.159 0.141 0.127 0.116 0.106 0.098 0.091 0.085,%
cosCoeff=4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0,%
linecolor=red]{-1}{14}
\psset{algebraic,linecolor=gray,linewidth=0.4pt,%
linestyle=dashed,yMaxValue=4}
\psplot{0}{TwoPi}{4-2*x/Pi}
\psplot{6.28}{12.56}{8-2*x/Pi}
\psplot{12.56}{14}{12-2*x/Pi}
\end{pspicture}
\end{document}
```

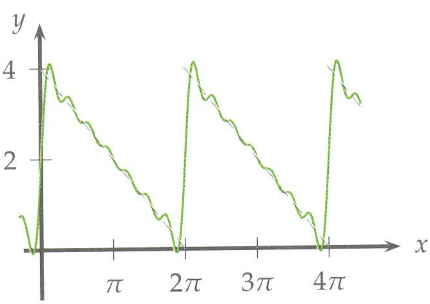
Estos mismos gráficos se presentan ahora de manera separada.



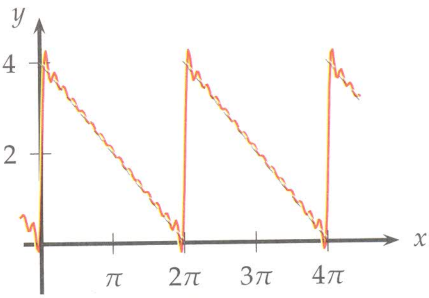
$N = 3$



$N = 5$



$N = 7$



$N = 15$

La función

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in [0, \pi) \\ \frac{(2\pi - 1)}{\pi}(x - \pi) + 1 & x \in [\pi, 2\pi] \end{cases}$$

donde $f(x + 2\pi) = f(x)$, puede expresarse en serie de Fourier en la forma

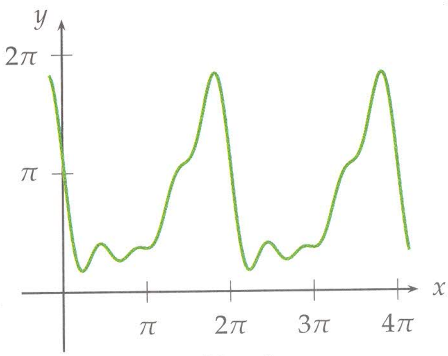
$$f(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + \pi\right) + \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1 - 2\pi}{\pi n}\sin(nx) + \frac{\left(1 - (-1)^n\right)(2\pi - 1)}{\pi^2 n^2}\cos(nx)\right]$$

Algunos de los coeficientes están en la siguiente tabla:

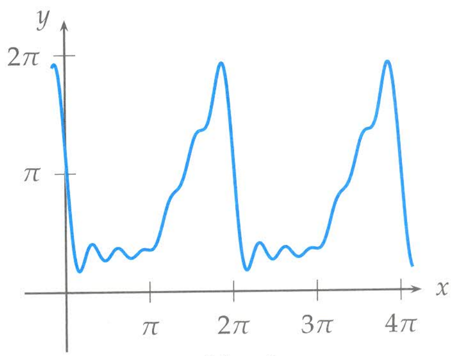
n	1	2	3	4	5	6	7	8
a_n	1,071	0	0,119	0	0,043	0	0,022	0
b_n	-1,682	-0,841	-0,561	-0,420	-0,336	-0,280	-0,240	-0,210

n	9	10	11	12	13	14	15	16
a_n	0,013	0	0,009	0	0,006	0	0,005	0
b_n	-0,187	-0,168	-0,153	-0,140	-0,129	-0,120	-0,112	-0,105

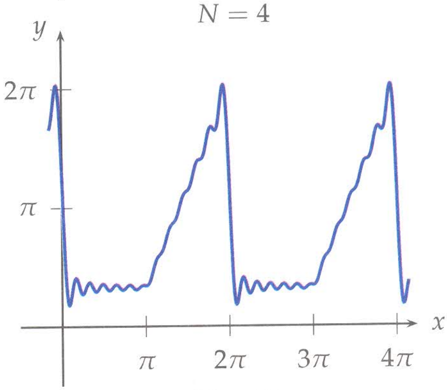
Los gráficos correspondientes se presentan a continuación:



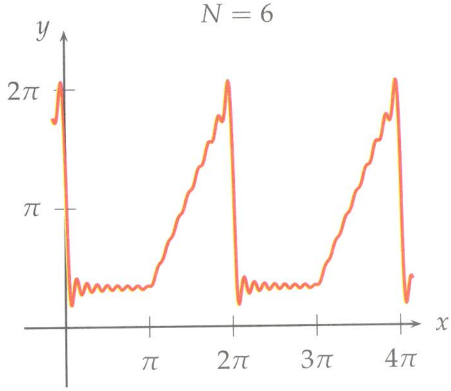
$N = 4$



$N = 6$



$N = 12$



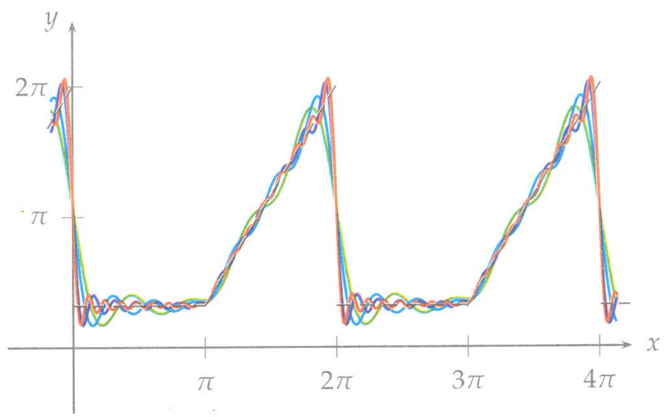
$N = 16$

Los gráficos anteriores que están sobrepuestos se generan con el siguiente código:

```
\begin{pspicture}(-1,-1)(8,4.7)
\psset{unit=0.6}
\psaxes[xunit=\psPi,yunit=\psPi,trigLabels=true,%
ytrigLabels] {->}(0,0)(-0.5,-0.5)(4.25,2.3)[$x$,0][$y$,180]
\psset{plotpoints=500,linewidth=1pt}
\psFourier[sinCoeff=-1.682 -0.841 -0.561 -0.420,cosCoeff=%
4.642 1.071 0 0.119,linecolor=green]{-0.5}{13}
\psFourier[sinCoeff=-1.682 -0.841 -0.561 -0.420 -0.336 -0.280,%
cosCoeff=4.642 1.071 0 0.119 0 0.043,linecolor=cyan]{-0.5}{13}
\psFourier[sinCoeff=-1.682 -0.841 -0.561 -0.420 -0.336 -0.280 %
-0.24 -0.21 -0.187 -0.168 -0.153 -0.14,cosCoeff=4.642 1.071%
0 0.119 0 0.043 0 0.022 0 0.013 0 0.009,linecolor=blue]{-0.5}{13}
```

```
\psFourier[sinCoeff=-1.682 -0.841 -0.561 -0.420 -0.336 -0.280 %
-0.24   -0.21   -0.187   -0.168   -0.153   -0.14   -0.129
-0.12 -0.112 -0.105,%
cosCoeff=4.642 1.071 0 0.119 0 0.043 0 0.022 0 0.013 0 0.009 0 %
0.006 0 0.005,linecolor=red]{-0.5}{13}
\psset{linecolor=black,linewidth=0.7pt,linestyle=dashed}
\psplot{0}{Pi}{1}
\psplot[algebraic]{Pi}{TwoPi}{(2*\Pi-1)*(x-\Pi)/\Pi+1}
\psplot{TwoPi}{9.4}{1}
\psplot[algebraic]{9.4}{12.6}{(2*\Pi-1)*(x-3*\Pi)/\Pi+1}
\psplot[algebraic]{-0.6}{0}{(2*\Pi-1)*(x+\Pi)/\Pi+1}
\psplot{12.6}{13.3}{1}
\end{pspicture}
```

que al compilarse se ven así:



5.7. Series de potencias

Dada una serie de potencias, alrededor de x_0

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x - x_0)^n$$

La instrucción

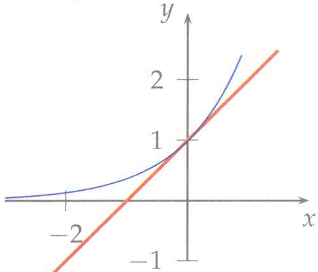
```
\Sum(k,a,b,N,a_n(x))
```

permite graficar la suma parcial de esta serie. Hay que tener en cuenta que la variable de sumación es k; ésta inicia en a y llega hasta N, con incrementos de b unidades, y el término n−ésimo es $a_n(x)$.

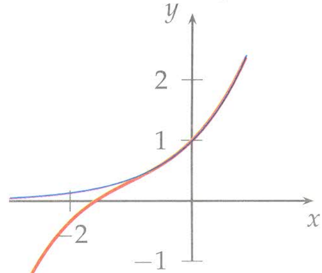
1. La expansión en serie de Taylor de la función $f(x) = e^x$, alrededor de $x = 0$, es

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \cdots$$

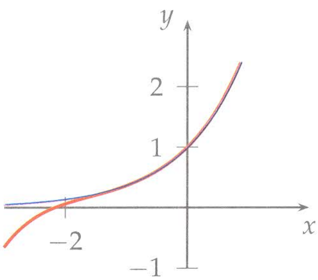
ahora se presentan los gráficos de algunas de estas sumas parciales



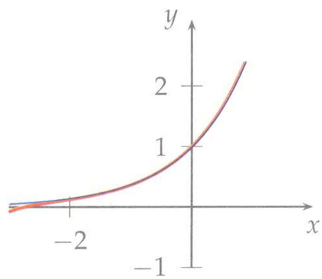
$N = 1$



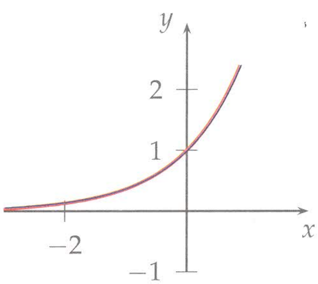
$N = 3$



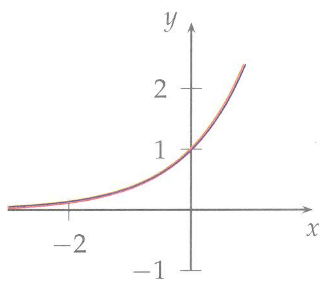
$N = 5$



$N = 7$



$N = 9$

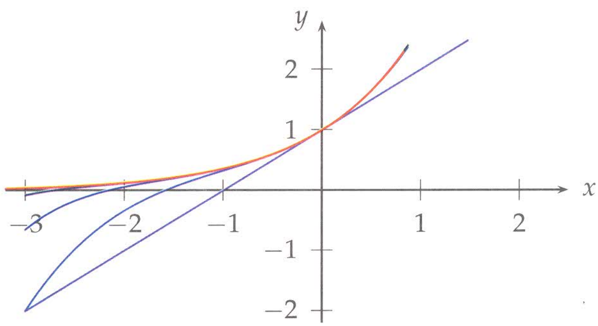


$N = 11$

El código requerido es:

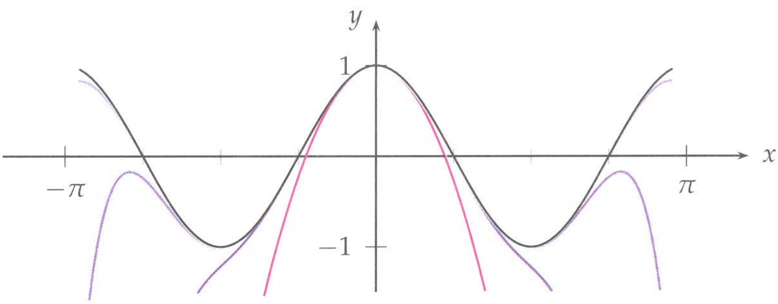
```
\begin{multicols}{2}
\multido {\i=1+2}{6}{ \begin{pspicture}(-3,-2)(3,3)
\psset{algebraic,yMaxValue=2.5,yMinValue=-2}
\psaxes[Dx=2]{->}(0,0)(-2.5,-0.8)(1.5,3.1)%
[$x$,-90][$y$,180]
\psplot[linewidth=1.2pt,linecolor=red]%
{-3}{2}{Sum(r,0,1,\i,x^(r)/fact(r))}
\psplot[linewidth=0.5pt,linecolor=blue]{-3}{2}{Euler^x}
\rput(0,-1.5){$N=\i$}
\end{pspicture}  }
\end{multicols}
```

Que también se pueden generar en un solo gráfico.



2. La función $f(x) = \cos(x/2)$ posee expansión en serie alrededor de $x = 0$

$$\cos(x/2) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{4^n\, n!}$$



Que se genera con la siguiente rutina de comandos:

```
\begin{pspicture}(-4,-2)(4,2) % trigLabelBase=2
\psset{unit=1.3}
\psaxes[xunit=\psPi,trigLabels=true,xsubticks=4]{->}%
 (0,0)(-1.2,-1.5)(1.2,1.5)[$x$,0][$y$,180]
\multido {\i=1+2}{5}{
  \MULTIPLY{0.1}{\i}{\ax}
  \MULTIPLY{0.5}{\i}{\axx}
  \definecolor{coli}{rgb}{0.85, \ax, \axx}
  \psplot[plotpoints=500,algebraic,
  linewidth=0.8pt,linecolor=coli,%
  yMinValue=-1,yMaxValue=1.5]{-3}{3}%
  {Sum(r,0,1,\i,(-1)^r*4^r*x^(2*r)/fact(2*r))}
  }
\psplot[algebraic, yMinValue=-1,yMaxValue=1,%
linewidth=0.8pt,linecolor=black,%
plotpoints=500]{-3}{3}{cos(2*x)}
\end{pspicture}
```

En estos gráficos se hace uso de los comandos aritméticos propios del paquete `calculator`, con el propósito de definir colores diferentes en cada curva.

5.8. Instrucción psStep

Para graficar una función escalonada, con n valores obtenidos a partir de la función $f(x)$, sobre el intervalo (a,b), puede ser útil la instrucción

```
\psStep[opciones](a,b){n}{f(x)}.
```

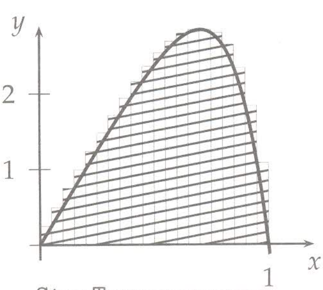
Entre las opciones para los rectángulos, se encuentran:

`StepType=lower/upper/Riemann/infimum/supremum.`

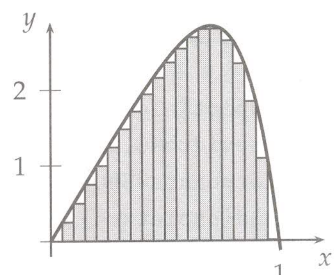
Para la función $f(x) = 5(1-x^6)\sin(x)$, $x \in [0,1]$, se presentan varios gráficos con distintas opciones de rectángulos; en cada una hay diferentes formas de relleno.

```
\begin{pspicture}(-2,-1.5)(3.5,3.5)
\psset{algebraic,xunit=3cm,yunit=1cm}
\psStep[StepType=infimum,linewidth=0.7pt,fillstyle=solid,%
fillcolor=gray!50](0,1){20}{5*(1-x^6)*sin(x)}
\psaxes{->}(0,0)(0,-0.2)(1.2,2.9)[$x$,-90][$y$,180]
\psplot[linewidth=1.25pt,plotpoints=400]%
 {0}{1.005}{5*(1-x^6)*sin(x)}
\rput(0.5,-1){\verb"StepType=infimum"}
\end{pspicture}
```

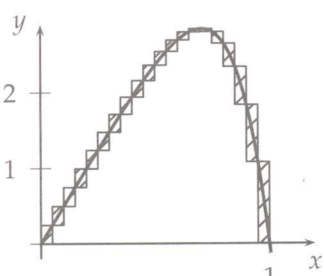
La opción `StepType` puede cambiarse como se muestra en cada gráfico.



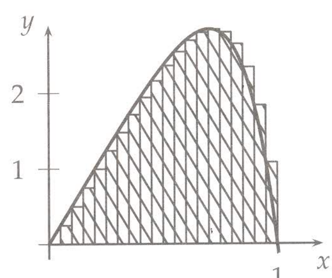
`StepType=supremum`



`StepType=infimum`



`StepType=Riemann`



`StepType=lower,fillstyle=`
`hlines,hatchangle=120,hatchsep=4pt]`

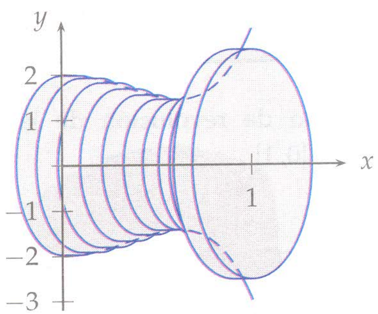
5.9. Instrucción `psVolume`

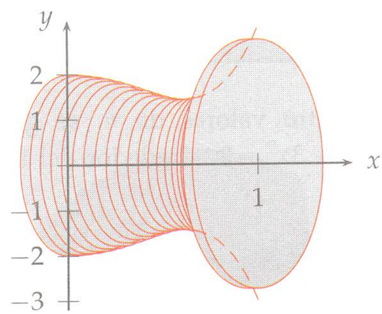
En `PSTricks`, se pueden generar sólidos de revolución de una función $f(x)$, alrededor del eje x, para $x \in [a,b]$. La instrucción que realiza esta tarea es

```
\psVolume[Opciones](a,b){n}{f(x)}
```

Esto requiere invocar el paquete `pst-func`, que se consigue agregando la instrucción `\usepackage{pst-func}` en el preámbulo del documento.

El gráfico de la función $f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 2$ gira alrededor del eje x, con $0 \leq x \leq 1$, con 10 y 20 rectángulos; los gráficos correspondientes son:

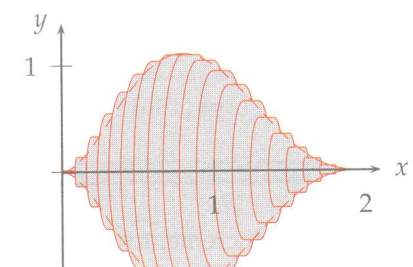




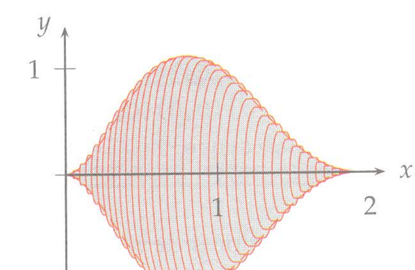
Las instrucciones requeridas son las siguientes:

```
\begin{pspicture}(-1,-3)(4.5,3.5)
\psset{algebraic,xunit=2.5,yunit=0.7}
\psVolume[fillstyle=solid,fillcolor=gray!50,linecolor=red,%
linewidth=0.4pt](0,1){20}{4*x^4-3*x^2+2}
\psaxes{->}(0,0)(0,-3.2)(1.5,3.2)[$x$,0][$y$,180]
\end{pspicture}
```

El gráfico de $f(x) = x^2(2-x)^3$ gira alrededor del eje x, para $x \in [0,2]$. Se presenta la instrucción `\psVolume`, con dos valores diferentes de n.



$n = 20$

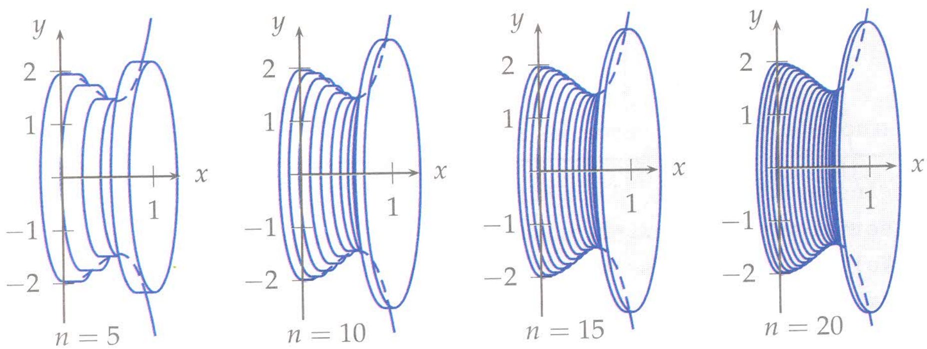


$n = 40$

El código que produce este gráfico es:

```
\begin{pspicture}(-1,-3)(4,3)
\psset{algebraic,xunit=2,yunit=1.5}
\psVolume[fillstyle=solid,fillcolor=gray!50,%
 linecolor=red,linewidth=0.4pt](0,2){20}{x^2*(2-x)^3}
\psaxes{->}(0,0)(0,-1.7)(2.1,1.7)[$x$,0][$y$,180]
\rput(1,-1.8){$n=20$}
\end{pspicture}
```

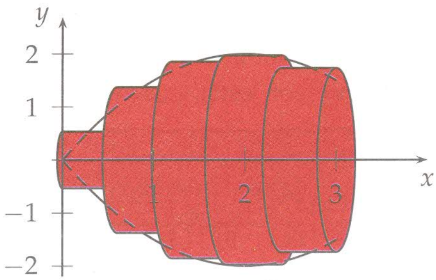
Para cuatro valores de n, se genera el sólido de revolución de la curva $y = 4x^4 - 3x^2 + 2$, alrededor del eje x, con $x \in [0,1]$.



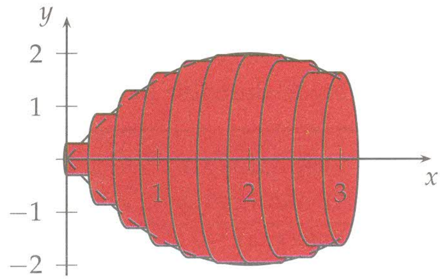
Estos gráficos se obtienen con las siguientes instrucciones:

```
\foreach \n in {5,10,15,20}{
\begin{pspicture}(-0.5,-3)(2.5,3)
\psset{algebraic,xunit=1.2,yunit=0.8}
\psVolume[fillstyle=solid,fillcolor=gray!\n,%
linecolor=blue](0,1){\n}{4*x^4-3*x^2+2}
\psaxes{->}(0,0)(0,-2.75)(1.3,2.75)[$x$,0][$y$,180]
\end{pspicture}}
```

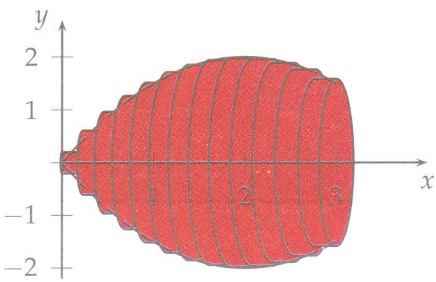
Para cuatro valores de n, iniciando en 5 con cuatro incrementos de cuatro unidades cada uno, se genera el sólido de revolución de la curva $y = \frac{1}{2}x(4-x)$, alrededor del eje x, con $x \in [1,3]$.



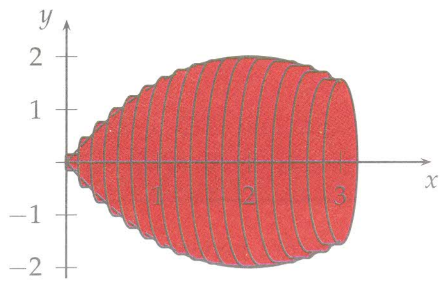
$n = 5$



$n = 9$



$n = 13$



$n = 17$

El código respectivo es:

```
\multido{\i=5+4}{4}{
\begin{pspicture}(-1,-3)(5,2.8)
\psset{algebraic,xunit=1.2,yunit=0.9}
\psVolume[fillstyle=solid,fillcolor=blue!40!gray]%
(0,3){\i}{0.5*x*(4-x)}
\psaxes{->}(0,0)(0,-2.2)(4,2.7)[$x$,-90][$y$,180]
\rput(2,-3){$n=\i$}
\end{pspicture}
}
```

La instrucción

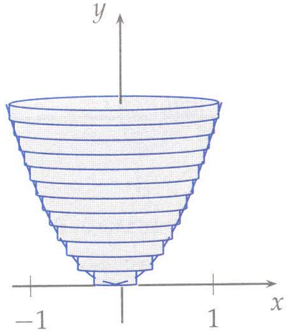
```
\psrotate(a,b){A}{objeto}
```

gira un `objeto`, un ángulo `A`, alrededor del punto `(a,b)`. Se presentan algunos ejemplos de su uso.

- Si el gráfico de la función $4y = x^2$, para $x \in [0,1]$, gira alrededor del eje y, este sólido de revolución puede representarse utilizando el comando \psVolume. En este caso se harán con $n = 12$ subintervalos. Lo que se acaba de describir se representa gráficamente con estas instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-3,-1)(4,4)
\psset{xunit=1.2cm,yunit=2cm,algebraic}
\psaxes{->}(0,0)(-1.2,-0.5)(1.7,1.8)[$x$,-90][$y$,180]
\rput(0,0){\psrotate(0,0){90}{
\psVolume[fillstyle=solid,fillcolor=gray!30,%
  linecolor=blue,linewidth=0.6pt](0,2){12}{sqrt(x)/2}
  }
}
\psline{-}(0,1.2)(0,1.4)
\end{pspicture}
```

y la figura generada es:

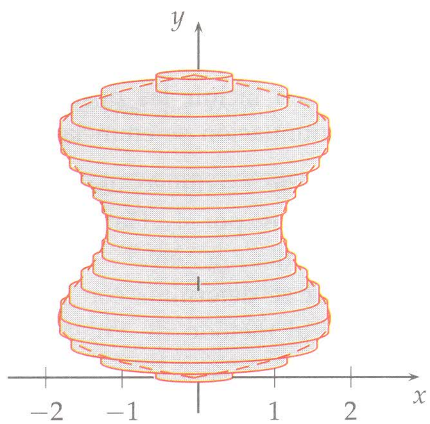


- La curva descrita por la expresión $x = -\frac{3}{10}y(y-4)(y^2-4y+5)$, para $y \in [0,4]$, gira alrededor del eje y. El gráfico con 20 rectángulos se consigue con las siguientes instrucciones

```
\begin{pspicture}(-3,-1)(4,7)
\psset{xunit=1.2,yunit=1.2,algebraic}
\psaxes{->}(0,0)(-2.5,-1)(2.9,4.95)[$x$,-90][$y$,180]
\rput(0,0){\psrotate(0,0){90}{
\psVolume[fillstyle=solid,fillcolor=gray!40,%
```

```
linecolor=blue,algebraic,linewidth=0.6pt,%
opacity=0.6](0,4){20}{-0.25*x*(x-4)*(x^2-4*x+5)}
}
}
\psline{-}(0,1.2)(0,1.4)
\end{pspicture}
```

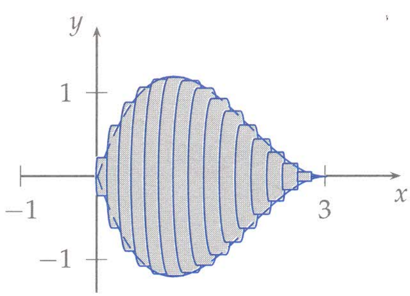
su gráfico se muestra a continuación.



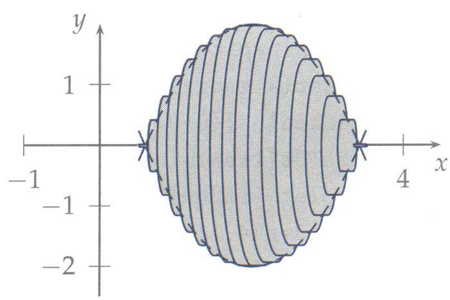
Ejercicios

Obtener para cada función, el sólido de revolución mostrado y utilizar diferentes intervalos.

1. $y = \frac{x}{3}(x-3)^2$, $x \in [0,3]$



2. $y = 2-(x-2)^2$, $x \in [\frac{1}{2}, \frac{7}{2}]$



5.10. Ecuaciones diferenciales con psplotDiffEqn

La instrucción \psplotDiffEqn permite obtener aproximaciones numéricas y graficar la solución de una ecuación diferencial de orden n.

$$y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \cdots, y^{(n-1)})$$

con condiciones iniciales $y(a)$, $y'(a)$, $\cdots, y^{(n-1)}(a)$; siendo x la variable independiente, $x \in [a, b]$. Para este problema la sintaxis es:

```
\psplotDiffEqn[Opciones]{a}{b}{y(a) y'(a)···}{f(x,y,y',··· ,y^(n-1))}
```

Entre las opciones se pueden incluir las posibilidades que ofrece PSTricks, además de otras que a continuación se enuncian.

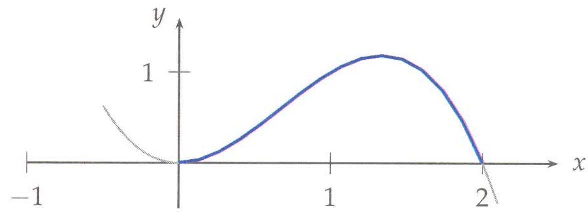
La ecuación diferencial puede escribirse usando la opcion algebraic o en forma de vector, separándolas por |. Hay que tener en cuenta que y[0] representa a y, y[1], representa a y', etc.
El método que se va a usar se determina con la opción method: euler/ rk4/ varrkiv, que corresponde al método de Euler y al método de Runge-Kutta de cuarto orden.
El método varrkiv utiliza el método de Runge-Kutta con variable de paso varsteptol, que por defecto es $0,01$ y controla la tolerancia en el algoritmo.

Para la ecuación diferencial

$$y' = 4x - 3x^2, \; y(0) = 0$$

se utilizará el método de Runge Kutta de cuarto orden (rk4), con 16 puntos; además, se presentan la gráfica y su solución exacta, $y = 2x^2 - x^3$. Esto se logra compilando el siguiente código:

```
\begin{pspicture}(-2,-1.3)(5,2.2)
\psset{algebraic,xunit=2,yunit=1.2}
\psaxes{->}(0,0)(-1,-0.5)(2.5,1.6)[$x$,0][$y$,180]
\psplot[linecolor=gray]{-0.5}{2.1}{2*x^2-x^3}
\psplotDiffEqn[linecolor=blue,plotpoints=16,%
method=rk4,linewidth=1.2pt]{0}{2}{0}{4*x-3*x^2}
\end{pspicture}
```



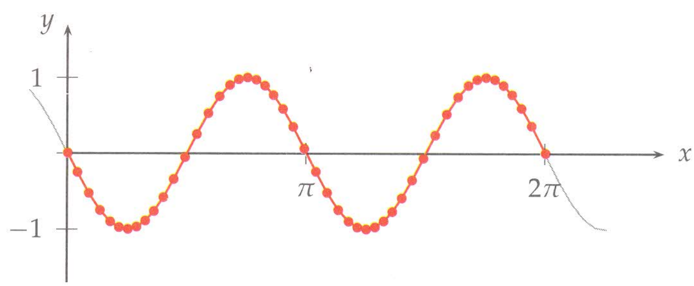
Para la ecuación diferencial

$$y'' = -4y,\ \ y(0) = 0,\ \ y'(0) = -2$$

En este caso, la ecuación se escribe en forma de vector `y[1],-4y[0]`. Las instrucciones son las siguientes:

```
\begin{pspicture}(0,-2)(7.5,2)
\psset{method=varrkiv,algebraic}
\psplot[linecolor=gray,showpoints=false,%
linewidth=0.6pt]{-0.5}{7.1}{-sin(2*x)}
\psaxes[xunit=\psPi,trigLabels]{->}%
(0,0)(0,-2)(2.5,2)[$x$,0][$y$,180]
\psplotDiffEqn[showpoints=true,linecolor=red,%
varsteptol=.0001]{0}{\psPiTwo}{0 -2}{y[1]|-4*y[0]}
\end{pspicture}
```

La solución es $y = -\sin(2x)$ se presenta en la gráfica siguiente:



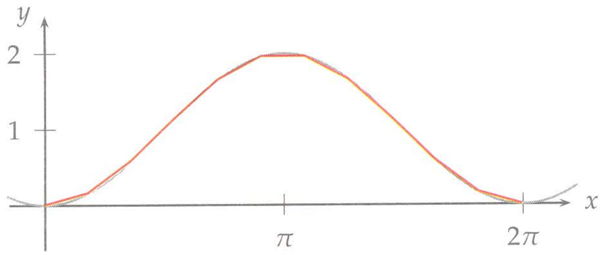
Se presentan enseguida otras ecuaciones diferenciales y el código necesario para lograr el gráfico que se muestra.

- La ecuación diferencial

$$y'' + y = 1, \; y(0) = y'(0) = 0$$

tiene por solución $y = 1 - \cos x$. El código con el método de Runge-Kutta, con 12 puntos y la gráfica para este caso, se presenta a continuación:

```
\begin{pspicture}(-1,-1.5)(2.2,3)
\psaxes[xunit=\psPi,trigLabels]{->}%
(0,0)(-0.5,-1.6)(2.2,2.5)[$x$,0][$y$,180]
\psplot[algebraic,linecolor=gray]{-0.5}{7}{1-cos(x)}
\psplotDiffEqn[algebraic,linecolor=red,method=rk4,%
plotpoints=12]{0}{TwoPi}{0 0}{y[1]|1-y[0]}
\end{pspicture}
```



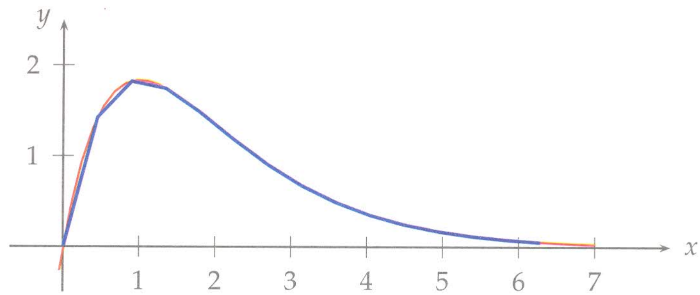
- El problema con valor inicial

$$y' = 5(1-x)e^{-x}, \; y(0) = 0, \; x \in [0, 2\pi],$$

cuya solución es $y = 5xe^{-x}$,

```
\begin{pspicture}(-1,-0.5)(8,3)
\psset{unit=0.9}
\def\f(#1){5*#1*Euler^(-#1)}
\def\g(#1){5*(1-#1)*Euler^(-#1)}
\psaxes{->}(0,0)(-0.7,-0.5)(8,2.5)[$x$,0][$y$,180]
\psplot[algebraic,linecolor=red]{0}{\psPiTwo}{\f(x)}
\psplotDiffEqn[algebraic,linecolor=blue,plotpoints=15,%
```

```
method=rk4,linewidth=1.3pt]{0}{\psPiTwo}{0}{\g(x)}
\end{pspicture}
```

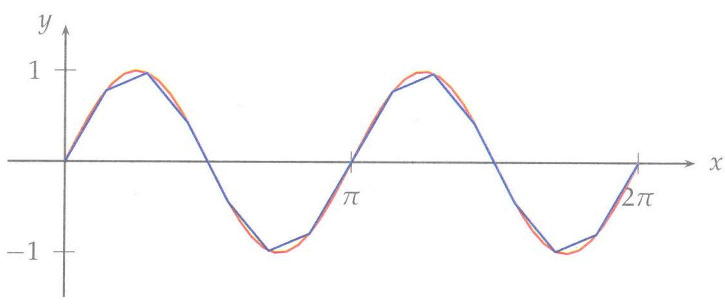


- Se considera la ecuación diferencial

$$y' = 2\cos(2x),\ y(0) = 0$$

con quince puntos en el intervalo $[0, 2\pi]$.

```
\begin{pspicture}(-1,-2)(9,2)
\psaxes[xunit=\psPi,trigLabels]{->}(0,0)(-0.7,-1.5)%
(2.2,1.5)[$x$,0][$y$,180]
\psplot[algebraic,linecolor=red]{0}{\psPiTwo}{sin(2*x)}
\psplotDiffEqn[algebraic,linecolor=blue,plotpoints=15,%
method=rk4]{0}{\psPiTwo}{0}{2*cos(2*x)}
\end{pspicture}
```

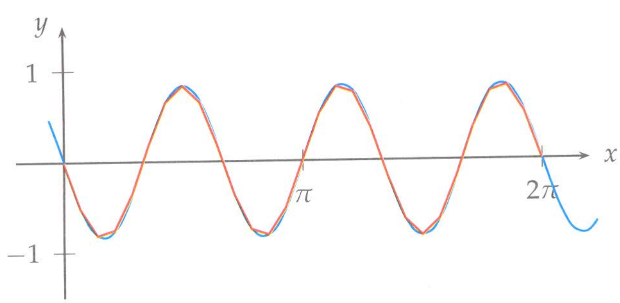


- El problema con valor inicial

$$y'' = -9y,\ y(0) = 0,\ y'(0) = -3,$$

con $x \in [0, 2\pi]$.

```
\begin{pspicture}(-1,-1.5)(7,2)
\psaxes[xunit=\psPi,trigLabels,yunit=1.2]%
{->}(0,0)(-0.2,-1.5)(2.2,1.5)[$x$,0][$y$,180]
\psplot[algebraic,linecolor=cyan,plotstyle=curve]%
{-0.2}{7}{-sin(3*x)}
\psplotDiffEqn[algebraic,linecolor=red,%
plotpoints=15,method=varrkiv,varsteptol=.01]%
{0}{\psPiTwo}{0 -3}{y[1]|-9*y[0]}
\end{pspicture}
```



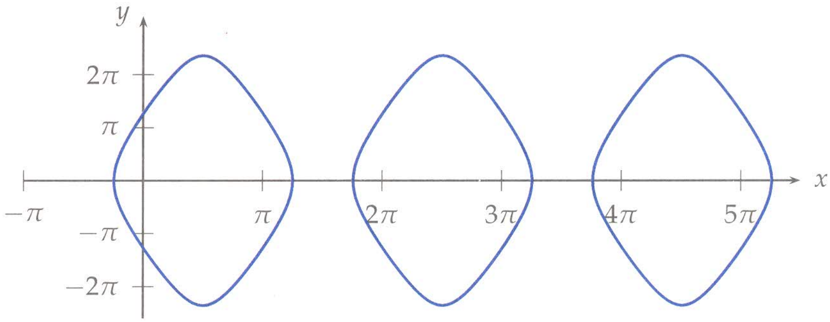
5.11. Instrucción psplotImp

El comando \psplotImp permite hacer gráficos de funciones definidas implícitamente. La instrucción general es:

```
\psplotImp[opciones](x0,y0)(x1,y1){f(x,y)}
```

Es de anotar que f se escribe en la forma $f(x, y) = 0$. Este comando requiere el paquete pstricks-add y pst-func, es decir, se deben incluir en el preámbulo del documento la sentencia \usepackage{pstricks-add,pst-func}.
Los incrementos en x determinan la suavidad de la curva, que puede controlarse con la instrucción stepFactor.

La expresión $\sin x + \cos y = 0,3$ define a y implícitamente como función de x. Se escribe $f(x,y) = \sin x + \cos y - 0,3 = 0$ y se presenta la gráfica para una región del plano.




```
\begin{pspicture}(-1,-2)(8,2.4)
\psset{xunit=0.5,yunit=0.7}
\psaxes[xunit=\psPi,trigLabels,ytrigLabels]{->}(0,0)%
(-0.9,-2.6)(5.5,3.1)[$x$,0][$y$,180]
\psplotImp[algebraic,linecolor=blue,stepFactor=0.1,%
linewidth=1pt](-0.9,-2.5)(17,3){sin(x)+cos(y)-0.3}
\end{pspicture}
```

En algunas ocasiones el comando `\psplotImp` produce unas "líneas" en el gráfico, lo que puede corregirse definiendo un área de trabajo, sin líneas en la frontera, donde sólo se ubique el gráfico deseado. Esto se logra con los comandos `\psclip` y `\psframe`.

Por ejemplo, para la expresión $y^3 - y^2 - 3y + x = 0$.

```
\begin{pspicture}(-3,-2)(4,3)
\psset{unit=0.7}
\psaxes[Dy=2,Dx=2]{->}(0,0)(-3,-2.1)(4,3.5)[$x$,0][$y$,90]
\psclip{\psframe[linewidth=0,linestyle=none](-3,-2)(4,3)}
\psplotImp[linecolor=red,stepFactor=0.1,algebraic]%
(-3.1,-2.1)(4,3){y^3-y^2-3*y+x}
\endpsclip
\end{pspicture}
```

Lo cual produce el siguiente dibujo

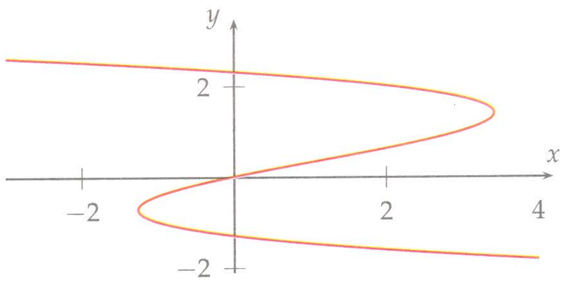


Gráfico de $y^3 - y^2 - 3y + x = 0$.

5.12. Campo de direcciones

Otra función importante en PSTrikcks es la siguiente instrucción

```
\psVectorfield[Opciones](x0,y0)(x1,y1){f(x,y)}
```

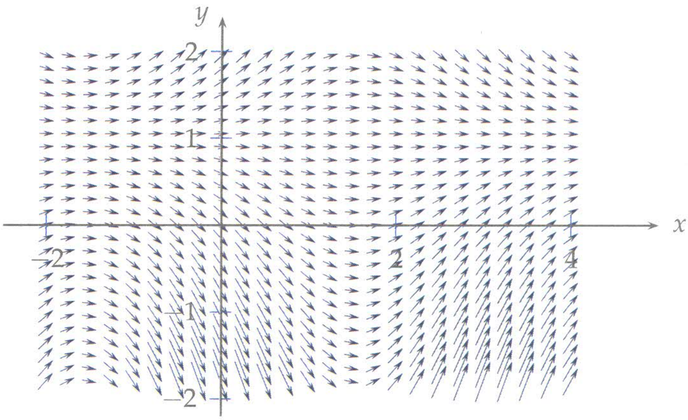
que permite graficar un campo de pendientes $y' = f(x,y)$, para $x_0 \leq x \leq x_1$, $y_0 \leq y \leq y_1$. Las opciones Δx y Δy pueden remplazarse por Dx y Dy, respectivamente. El lector puede consultar la documentación completa de este comando en [11].

Se presentan algunos campos de direcciones y su respectivo código.

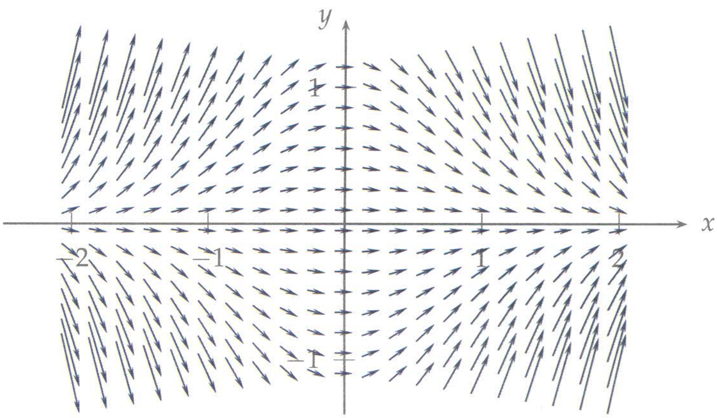
1. El campo de direcciones determinado por la expresión $y' = -\cos(x)(1-y)$, para $(x,y) \in [-2,4] \times [-2,2]$, se puede graficar con las siguientes instrucciones

```
\begin{pspicture}[unit=1.2cm](-2,-2.5)(5,3)
\psVectorfield[algebraic,Dx=0.2,Dy=0.1,linecolor=%
red!70!black](-2,-2)(4,2){-cos(x)*(1-y)}
\psaxes[Dx=2,Dy=1,labelFontSize=,tickcolor=blue]%
{->}(0,0)(-2.5,-1.8)(4.5,2.6)[$x$,0][$y$,180]
\end{pspicture}
```

su gráfico se muestra enseguida:



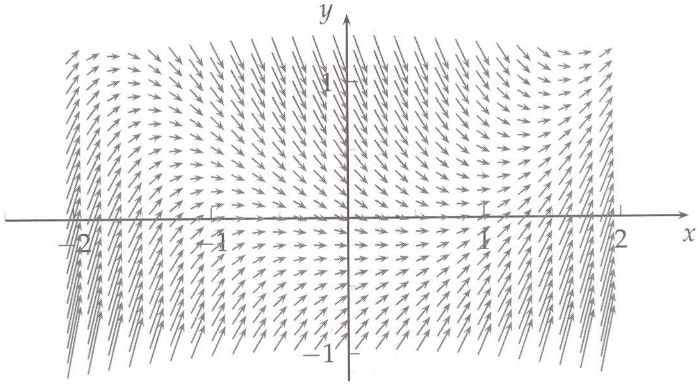
2. El campo de Direcciones de $y' = -2xy$.



El código necesario para generar este gráfico se presenta a continuación:

```
\begin{pspicture}(-4,-3)(4,3)
\psset{unit=1.8cm,algebraic}
\psaxes{->}(0,0)(-2.5,-1.5)(2.5,1.5)[$x$,0][$y$,180]
\psVectorfield[Dx=0.2,Dy=0.15,arrowlength=2,%
arrowsize=2pt,linewidth=0.5pt,linecolor=black!70!blue]%
(-2,-1)(2,1){-2*x*y}
\end{pspicture}
```

3. Para la ecuación diferencial, $y' = x^2 - 2y - \frac{1}{2}$, el campo de direcciones respectivo es el siguiente:



Que requiere las siguientes instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-4.5,-2.5)(4.5,3)% \psgrid
\psset{unit=1.8cm}
\psaxes[ticksize=0 4pt,tickstyle=inner,subticks=2,%
arrows=->](0,0)(-2.5,-1.2)(2.5,1.5)[$x$,-90][$y$,180]
\psVectorfield[algebraic,Dx=0.15,Dy=0.1,linewidth=0.6pt,%
linecolor=black!70](-2,-0.9)(2,1.2){x^2-2*y-0.5}
\end{pspicture}
```

5.13. Ecuaciones diferenciales con pstODEsolve

Dada una ecuación diferencial de primer orden $y' = f(x,y)$, para $x \in [a,b]$, con la condición inicial $y(a) = y_0$, existe en PSTricks la posibilidad de graficar una solución aproximada de dicha ecuación diferencial; es el comando \pstODEsolve, cuya documentación puede consultarse en [4].
La instrucción básica es:

```
\pstODEsolve[opciones]{Resultado}{Formato}{a}{b}{N}{y0}{f(x,y)}
```

Se requiere incluir el paquete pst-ode, es decir, hay que agregar en el preámbulo del documento la sentencia \usepackage{pst-ode}. La solución se guarda con el nombre Resultado y se debe agregar esta instrucción:

```
\listplot[opciones]{Resultado}
```

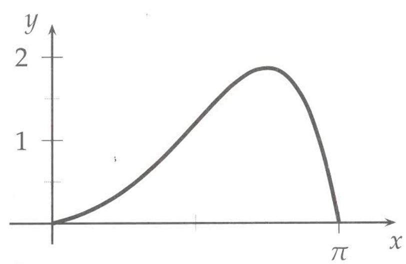
para que produzca el gráfico. Entre las opciones para `Resultado` pueden incluirse `algebraic/algebraicIC/algebraicOutputFormat`. Las opciones para `plotstyle` pueden ser `curve/cspline/dots`.

Lo anterior se ilustra a continuación,

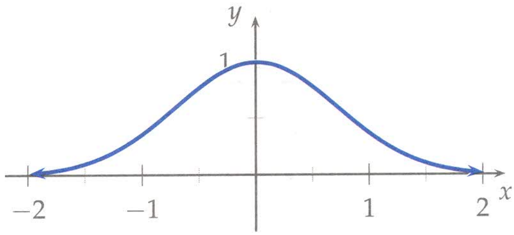
1. La ecuación diferencial $y' = \frac{1}{4}\cos(t)\,e^t + y$, con la condición $y(0) = 0$, puede resolverse en $t \in [0, \pi]$, con las siguientes instrucciones; se usará $N = 15$. Los datos se guardan y se grafican con el nombre `Y1`.

   ```
   \begin{pspicture}[unit=1.3](0,-0.5)(6,3)
   \pstODEsolve[algebraic]{Y1}{(t) 0}{0}{\psPi}{15}{0}%
   {0.25*cos(t)*Euler^t+y[0]}
   \listplot[plotstyle=curve,linewidth=1.5pt]{Y1}
   \psaxes[xunit=\psPi,trigLabels,subticks=2,arrows=->]%
   (0,0)(-0.15,-0.5)(1.2,2.4)[$x$,-90][$y$,180]
   \end{pspicture}
   ```

   Que producen el siguiente resultado:

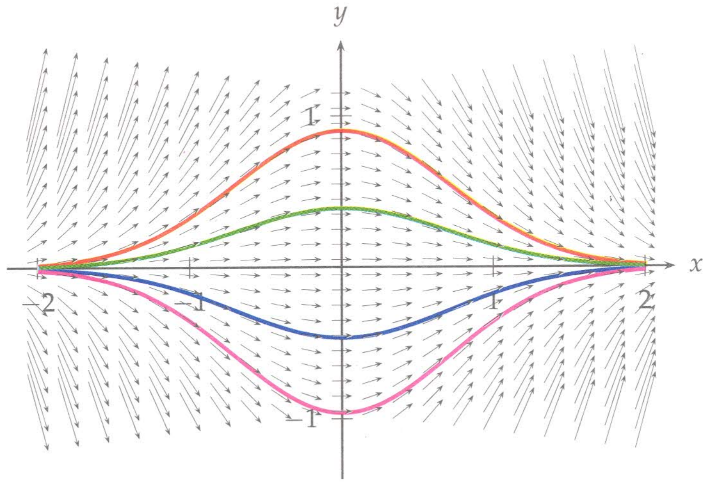
2. En el siguiente gráfico se presenta la solución del problema $y' = -2xy$, $y(-2) = e^{-4}$, para $-2 \leq t \leq 2$ y $N = 20$. Puede comprobarse que está muy aproximada a la solución $y = e^{-x^2}$.



El código que se requiere es:

```
\begin{pspicture}(-2.5,-0.5)(2.5,1.5)
\psaxes[subticks=2,arrows=->](0,0)(-2.5,-0.5)(2.5,1.4)%
[$x$,-90][$y$,180]
\pstODEsolve[algebraic,algebraicIC]{Y2}{(t) 0}{-2}{2}%
{20}{Euler^(-4)}{-2*t*y[0]}
\listplot[plotstyle=curve,linewidth=1.5pt,arrows=<->]{Y2}
\end{pspicture}
```

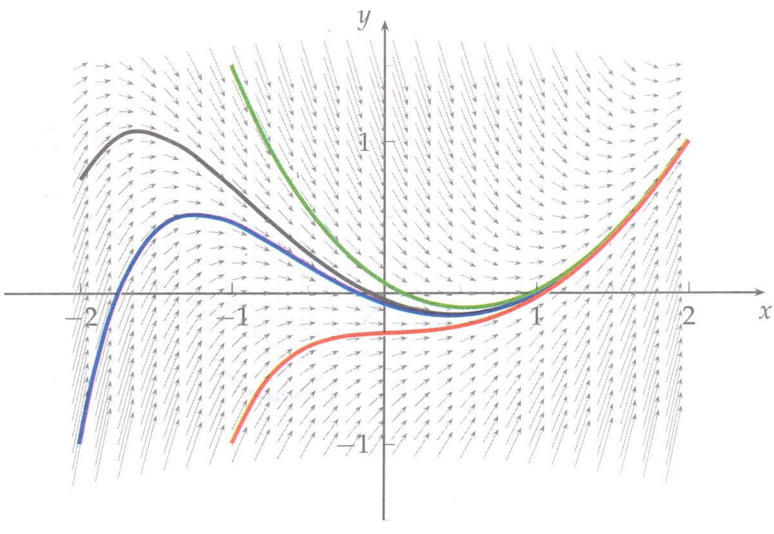
3. El campo de direcciones de $y' = -2xy$, cuya solución general es $y = ce^{-x^2}$, se muestra a continuación; se resuelve la ecuación diferencial con diversas condiciones iniciales. Estos datos se guardan con los nombres Y_i, $i = 1, 2, 3, 4$.



Todo esto se logra con las siguientes instrucciones:

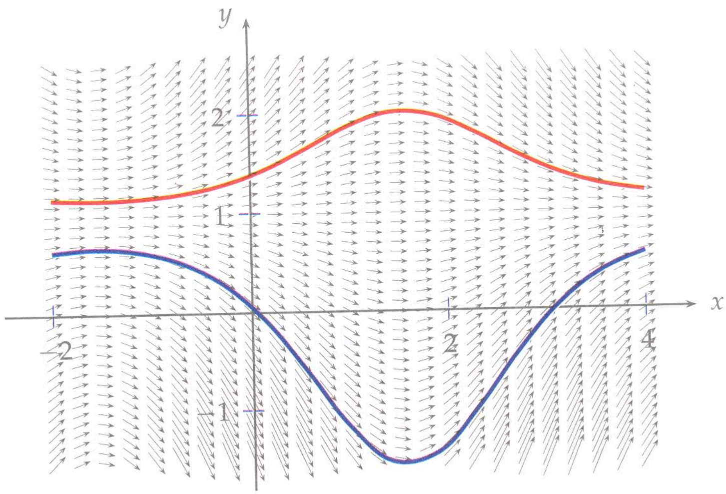
```
\begin{pspicture}[unit=2](-4,-2)(4,2.5)
\psaxes{->}(0,0)(-2.2,-1.2)(2.2,1.2)[$x$,0][$y$,90]
\psset{algebraicIC,algebraic}
\pstODEsolve{Y1}{(t) 0}{-2}{2}{100}%
 {(0.35/Euler)^2}{-2*t*y[0]}
\pstODEsolve{Y2}{(t) 0}{-2}{2}{100}%
 {-(0.25/Euler)^2}{-2*t*y[0]}
\pstODEsolve{Y3}{(t) 0}{-2}{2}{100}%
 {(0.23/Euler)^2}{-2*t*y[0]}
\pstODEsolve{Y4}{(t) 0}{-2}{2}{100}%
 {-(0.36/Euler)^2}{-2*t*y[0]}
\psset{plotstyle=curve,linewidth=1.5pt}
\listplot[linecolor=red]{Y1}
\listplot[linecolor=blue]{Y2}
\listplot[linecolor=green]{Y3}
\listplot[linecolor=magenta]{Y4}
\psVectorfield[algebraic,Dx=0.2,Dy=0.1]%
(-2,-0.95)(2,0.85){-2*x*y}
\end{pspicture}
```

4. Cuatro soluciones y el campo de direcciones de la ecuación diferencial $y' = x^2 - 2y - \frac{1}{2}$.



```
\begin{pspicture}[unit=2cm](-2.5,-2.5)(2.5,3.5)
\psaxes[ticksize=0 4pt,tickstyle=inner,subticks=2,%
arrows=->](0,0)(-2.5,-1.5)(2.5,1.8)[$x$,-90][$y$,180]
\psVectorfield[algebraic,Dx=0.15,Dy=0.1,linecolor=%
black!70](-2,-1)(2,1.5){x^2-2*y-0.5}
\psset{plotstyle=curve,algebraicIC,algebraic,%
linewidth=1.5pt}
\pstODEsolve{Y1}{(t) 0}{-2}{2}{14}{0.75}{t^2-2*y[0]-0.5}
\pstODEsolve{Y2}{(t) 0}{-2}{2}{14}{-1}{t^2-2*y[0]-0.5}
\pstODEsolve{Y3}{(t) 0}{-1}{2}{14}{1.5}{t^2-2*y[0]-0.5}
\pstODEsolve{Y4}{(t) 0}{-1}{2}{14}{-1}{t^2-2*y[0]-0.5}
\psset{plotstyle=curve,algebraicIC}
\listplot{Y1}
\listplot[linecolor=blue]{Y2}
\listplot[linecolor=green]{Y3}
\listplot[linecolor=red]{Y4}
\end{pspicture}
```

5. Se muestra ahora el campo de direcciones de $y' = -\cos(x)(1-y)$, con dos soluciones; en este caso se usó $N = 15$.

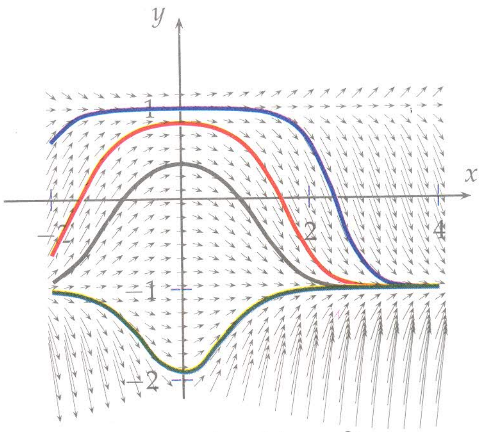


El código en este caso es:

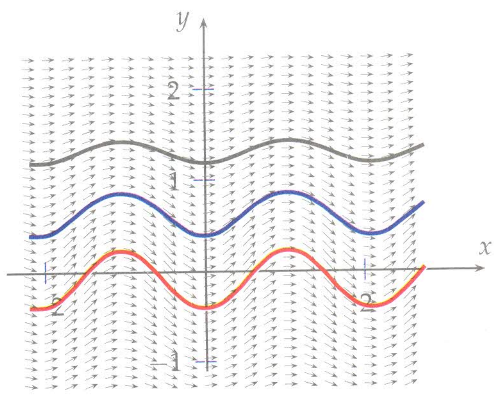
```
\begin{pspicture}[unit=1.3cm](-2,-3)(4,4)
\psVectorfield[algebraic,Dx=0.25,Dy=0.1]%
(-2,-1.5)(4,2.5){-cos(x)*(1-y)}
\psaxes[Dx=2,Dy=1,labelFontSize=,tickcolor=blue]{->}%
(0,0)(-2.5,-1.8)(4.5,2.6)[$x$,0][$y$,180]
\psset{plotstyle=curve,algebraicIC,algebraic}
\pstODEsolve{Y1}{(t) 0}{-2}{4}{15}{0.62}{-cos(t)*(1-y[0])}
\listplot[linecolor=blue,linewidth=1.5pt]{Y1}
\pstODEsolve{Y1}{(t) 0}{-2}{4}{15}{1.15}{-cos(t)*(1-y[0])}
\listplot[linecolor=red,linewidth=1.5pt]{Y1}
\end{pspicture}
```

Ejercicios

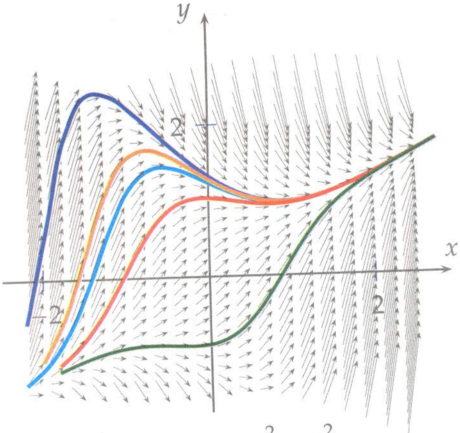
A partir de las ecuaciones diferenciales señaladas, escriba y compile el código que le permita representar el campo de direcciones y algunas de las soluciones presentadas. Estime las condiciones iniciales para conseguir dichas soluciones.



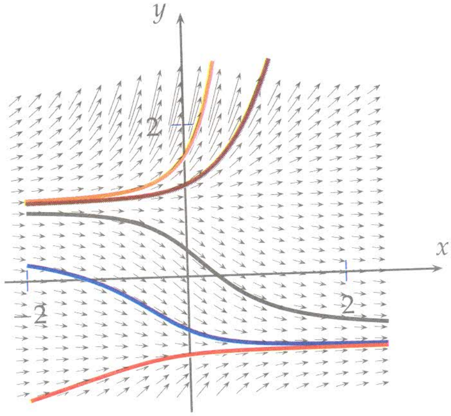
$y' = -x\cos(x/4)(1-y^2)$



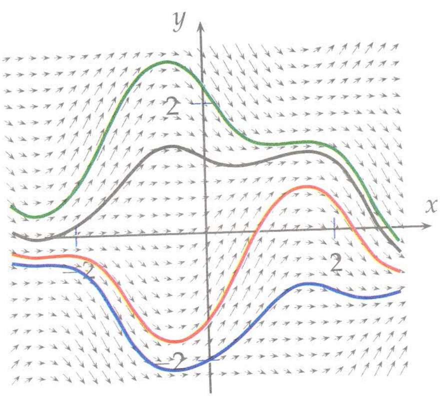
$y' = \sin(3x)/(y^2+1)$



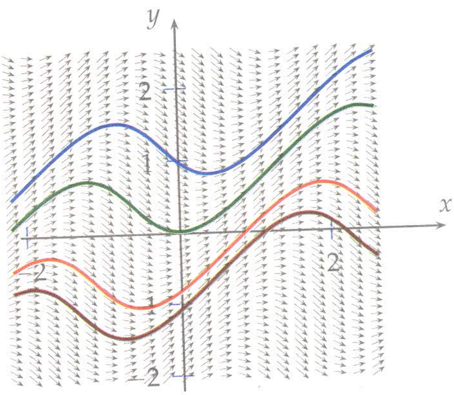
$y' = 1 - xy + x^2 - y^2$



$y' = (y^2 - 1)/(x^2 + 1)$



$y' = \sin(2x - y) + \cos(x + y)$



$y' = \sin(2x - y)$

CAPÍTULO 6

Paquete psplotThreeD

En PSTricks existe un paquete que permite representar objetos tridimensionales: psplotThreeD. Dicho paquete se invoca incluyendo en el preámbulo del documento la instrucción \usepackage{pst-3dplot}. La documentación de este paquete se consigue en [13].

6.1. Instrucciones pstThreeD

En esta sección se muestran algunas de las instrucciones básicas:

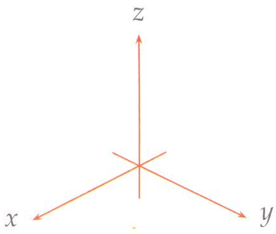
- \pstThreeDCoor[Opciones] dibuja un sistema tridimensional de coordenadas. La instrucción IIIDticks les agrega marcas a los ejes, IIIDlabels enumera dichas marcas y su valor por defecto es true; es decir, agregar IIIDlabels o IIIDlabels=true tiene el mismo efecto.
- \pstThreeDDot[opciones](a,b,c) dibuja un punto de coordenadas (a, b, c). La opción drawCoor=true presenta unas líneas discontinuas, que corresponden a la proyección del punto en el plano xy. La opción dotstyle da forma al punto; por ejemplo square, triangle, *, \square*, etc.
- \pstThreeDLine[opciones]{flecha}(a,b,c)(p,q,r) presenta una línea desde el punto (a, b, c) hasta el punto (p, q, r). Si se desea hacer un vector,

se debe agregar en las opciones `arrows=->`; algunos atributos adicionales pueden ser `arrowsize` y `linewidth`, que varían la *punta* de la flecha y el *grosor* de la línea, respectivamente.

- `\pstThreeDPlaneGrid[opciones](a,b)(c,d)` traza un plano coordenado para valores en $[a,b] \times [c,d]$; `subticks` permite dividirlo con una grilla. Algunas de las opciones son `planeGrid=xy/yx/yz`.

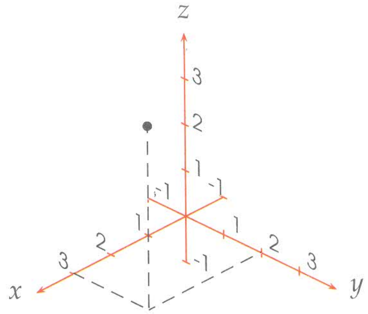
Es importante anotar que aunque se trabaja con objetos de tres coordenadas, el gráfico está en una región bidimensional; por esto, todas las instrucciones se inician en la forma `\begin{pspicture}(a,b)(c,d)`, que separa un área de trabajo, que es un rectángulo con vértices opuestos (a,b) y (c,d).

Ejemplo de lo anterior son los siguientes gráficos



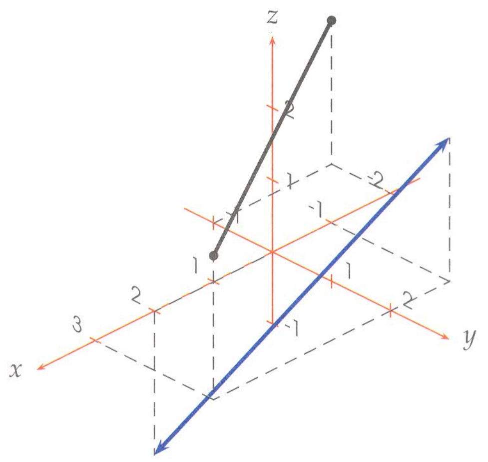

```
\begin{pspicture}(-2,-1)(2,3)
\pstThreeDCoor
\end{pspicture}
```

```
\begin{pspicture}(-2,-1)(2,3)
\psset{unit=0.5}
\pstThreeDCoor[
IIIDticks,IIIDlabels]
\pstThreeDDot[
drawCoor=true](3,2,4)
\end{pspicture}
```



En el segundo gráfico se incluye el punto $(3,2,4)$.

Ahora se dibuja el segmento que une los puntos $(3,-1,1)$, $(-1,3,3)$. Para evitar los puntos terminales se utiliza `dotstyle=none` y se agrega la flecha.



Lo anterior se obtiene compilando estas instrucciones:

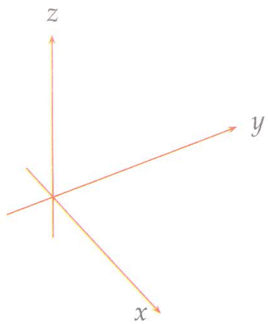
```
\begin{pspicture}(-2,-3)(3,3)
\psset{unit=1.1}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,zMax=3,yMax=3,xMin=-2.5,yMin=-1.5,%
  IIIDticks=true,IIIDlabels=true]
\pstThreeDLine[drawCoor=true,linewidth=1.5pt,linecolor=black]%
  (3,2,2)(-2,-1,2)
\pstThreeDLine[linewidth=1.5pt,linecolor=blue,arrows=<->]%
  (-1,2,2)(2,0,-2)
\pstThreeDDot[drawCoor=true](3,2,2)
\pstThreeDDot[drawCoor=true](-2,-1,2)
\pstThreeDDot[drawCoor=true,dotstyle=none](-1,2,2)
\pstThreeDDot[drawCoor=true,dotstyle=none](2,0,-2)
\end{pspicture}
```

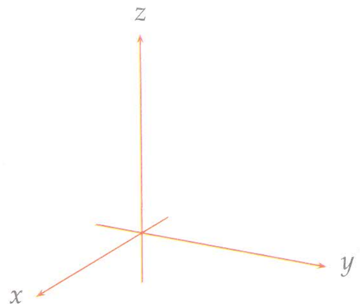
Si se desea rotar los ejes coordenados, las opciones `Alpha` y `Beta` lo permiten; la sintaxis es `\pstThreeDCoor[Alpha=A,Beta=B]`. Estos parámetros permiten ubicar la figura de acuerdo con el punto de visión deseado. Por defecto, `Alpha`=45 y `Beta`=30.

Al compilar

```
\begin{pspicture}[unit=0.7](-1,-2)(2,2.5)
\pstThreeDCoor[Alpha=120,Beta=40]
\end{pspicture}
```

Se obtiene el primer gráfico y en el segundo se usa `Alpha=60,Beta=20`.





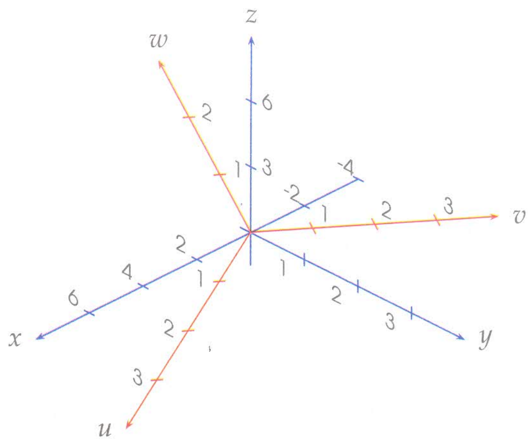
En la siguiente tabla se presentan algunas de las opciones que los comandos descritos con anterioridad admiten, con una breve descripción y los valores que por defecto tienen. Algunos se presentan sólo para x, y analogamente se aplican en y y z.

Nombre	**Tipo**	**Descripción**	**Valor por defecto**
`xMin,xMax`	valor	Valores mínimo y máximo, en el eje x	-1 y 4
`nameX`	texto	Nombre del eje x	x
`spotX`	ángulo	Ángulo sobre el eje, donde se ubica la etiqueta	180
`IIIDticks`	false/true	Hace marcas en los ejes	false
`IIIDlabels`	false/true	Muestra etiquetas en los ejes	false
`Dx`	valor	Incremento en las etiquetas del eje x	1
`IIIDxTicksPlane`	$xy/xz/yz$	Muestra marcas en uno de los planos coordenados	xy
`IIIDticksize`	valor	Tamaño de las marcas en los ejes	$0,1$
`IIIDxticksep`	valor	Distancias de las etiquetas a las marcas en los ejes	$-0,4$

RotX	ángulo	Ángulo de rotación alrededor del eje x	0
xRotVec	ángulo	Ángulo de rotación en x	0
RotSequence	$xyz/\cdots/zyz$ quaternion	Determina el orden de rotación	xyz
RotAngle	ángulo	Ángulo de rotación de acuerdo con RotSequence.	0
IIIDOffset	`{<a,b,c>}`	Traslada el origen del sistema de coordenadas al punto (a,b,c)	`{(0,0,0)}`

La instrucción RotAngle=A,xRotVec=a,yRotVec=b,zRotVec=c, incluida en las opciones del sistema de coordenadas, permite rotar un ángulo A alrededor del vector $\langle a,b,c\rangle$.

Se muestran un sistema de coordenadas xyz y otro sistema rotado un ángulo 30^o uvw alrededor del vector $\langle 1,1,1\rangle$, con el respectivo cambio en el nombre de los ejes.

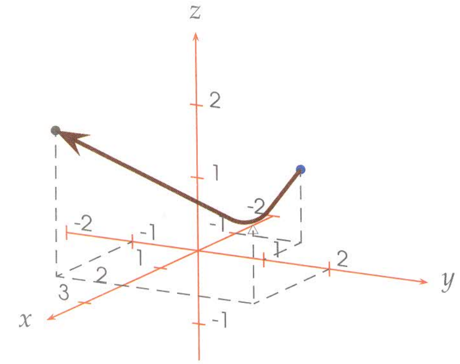


Este gráfico se consigue con las siguientes instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-4,-3)(4,3)
\pstThreeDCoor[IIIDyticksep=0.5,IIIDticks=true,%
IIIDlabels=true,linecolor=blue,xMin=-2,yMin=-0.2,%
```

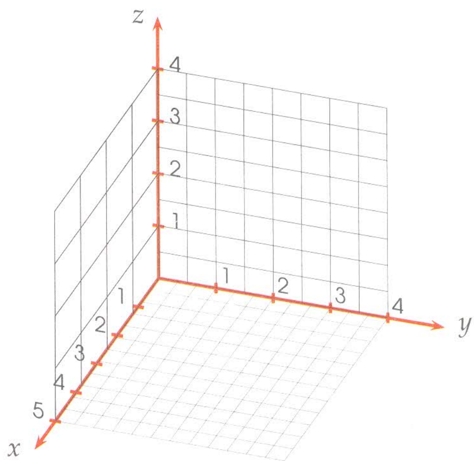
```
zMin=-0.5,zMax=3,Dx=2,Dz=3]
\pstThreeDCoor[linecolor=red,RotSequence=quaternion,%
RotAngle=30,xRotVec=1,yRotVec=1,zRotVec=1,xMin=0,%
yMin=0,zMin=0,zMax=3,nameX=$u$,nameZ=$w$,nameY=$v$,%
IIIDticks=true,IIIDlabels=true]
\end{pspicture}
```

Ahora se utiliza la opción `linearc`, que es el radio del arco en los vértices de una poligonal, así como también la opción `dotstyle`.




```
\begin{pspicture}(-3,-2)(3,3)
\psset{Alpha=60,Beta=15}
\pstThreeDCoor[xMin=-2,xMax=4,yMin=-2,yMax=3.5,zMin=-1.5,%
zMax=3,IIIDlabels,IIIDticks]
\pstThreeDDot[linecolor=blue,drawCoor=true](-1,1,1)
\pstThreeDDot[drawCoor=true](2,-1,2)
\pstThreeDDot[dotstyle=*,drawCoor=true](2,2,1)
\pstThreeDLine[linecolor=red!40!black,arrowscale=2,%
linewidth=1.5pt,linearc=0.4]{->}(-1,1,1)(2,2,1)(2,-1,2)
\end{pspicture}
```

En la siguiente figura se muestran grillas en cada uno de los planos coordenados. Se rota un ángulo de 70°, además del uso de otras de las opciones mencionadas antes.



Para conseguirlo, se requiere la siguiente rutina de instrucciones:

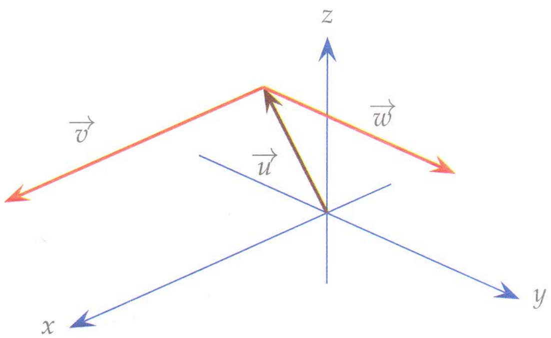
```
\begin{pspicture}(-5,-3)(5,4)
\psset{Alpha=70}
\pstThreeDCoor[xMin=0,yMin=0,zMin=0,xMax=6,%
yMax=5,zMax=5,linewidth=1.2pt,IIIDticks,%
IIIDticksize=0.1pt,IIIDlabels=true,spotZ=180]
\pstThreeDPlaneGrid[planeGrid=xy,subticks=12,%
linewidth=0.1pt](0,0)(5,4)
\pstThreeDPlaneGrid[planeGrid=yz,subticks=8,%
linewidth=0.2pt](0,0)(4,4)
\pstThreeDPlaneGrid[planeGrid=xz,subticks=4,%
linewidth=0.3pt](0,0)(5,4)
\end{pspicture}
```

La instrucción:

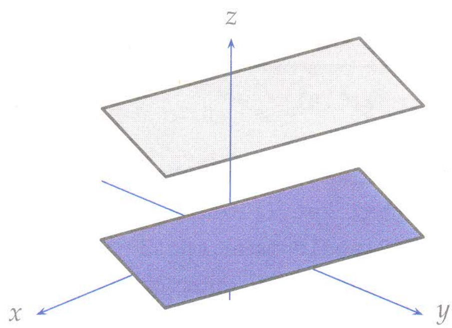
```
\pstThreeDSquare[Options](u⃗)(v⃗)(w⃗)
```

dibuja un cuadrado con un vértice en el punto términal del vector $\vec{u}$, y con lados determinados por los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$.

Entre las posibilidades está la configuración de rellenar la figura con las opciones `fillstyle=solid/gradient/none/hlines/vlines` para el tipo de relleno y `fillcolor` para el color de relleno.



Si $\overrightarrow{u} = \langle -1, 1, 3\rangle$, $\overrightarrow{v} = \langle 7, 3, 3\rangle$, $\overrightarrow{w} = \langle 2, 3, 1\rangle$ son los vectores descritos anteriormente, entonces se pueden obtener dos cuadriláteros. En el segundo se cambia el vector $\overrightarrow{u}$ por $\langle -1, 1, 1\rangle$.



Esto se consigue con el código:

```
\begin{pspicture}(-3,-2)(3,3)
\psset{unit=1,arrowsize=0.1,linewidth=1.2pt}
\pstThreeDSquare[fillstyle=solid,fillcolor=gray!30]%
(-1,1,3)(7,3,3)(2,3,1)
\pstThreeDCoor[xMin=-1,xMax=3,yMin=-2,yMax=3,zMin=-1,%
zMax=3,linecolor=blue]
\pstThreeDSquare[fillstyle=solid,fillcolor=blue!40]%
(-1,1,1)(7,3,3)(2,3,1)
\end{pspicture}
```

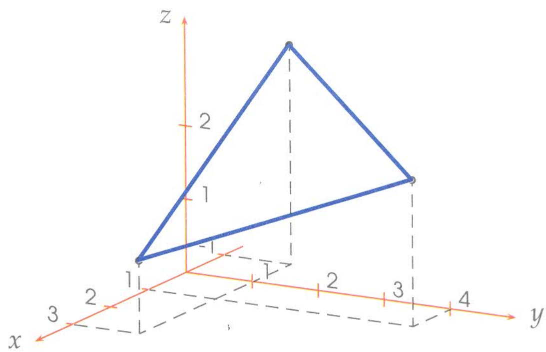
El triángulo con vértices en los puntos (a, b, c), (p, q, r) y (r, s, t) se logra con la instrucción:

```
\pstThreeDTriangle[opciones](a,b,c)(p,q,r)(r,s,t)
```

En particular, para dibujar el triángulo con vértices $(3,1,1)$, $(1,4,2)$ y $(-1,1,3)$, se utilizan la siguientes instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-2,-1)(3,3)
\psset{Alpha=60,Beta=15}
\pstThreeDCoor[xMin=-1.5,xMax=4,yMin=0,yMax=5,zMin=0,%
zMax=4,IIIDticks,IIIDlabels,spotZ=180]
\pstThreeDTriangle[drawCoor=true,linewidth=1.5pt,%
linecolor=blue](3,1,1)(1,4,2)(-1,1,3)
\end{pspicture}
```

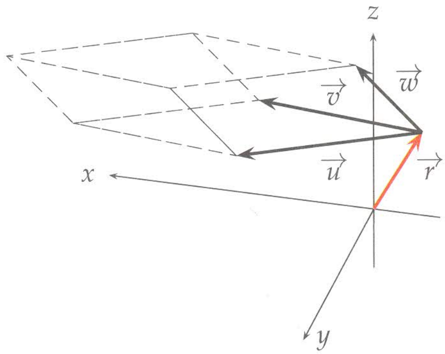
y el resultado es:

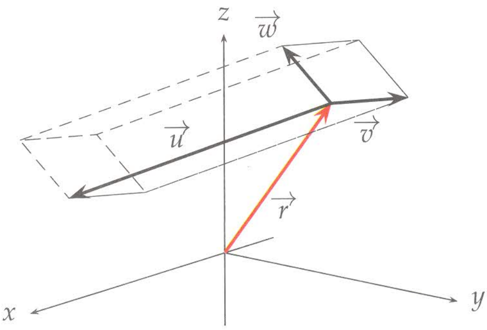


El comando:

\pstThreeDBox[opciones]($\overrightarrow{r}$)($\overrightarrow{u}$)($\overrightarrow{v}$)($\overrightarrow{w}$)

permite dibujar una caja con vértice en el punto terminal del vector $\overrightarrow{r}$ y con lados determinados por los vectores $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{w}$.





Los gráficos anteriores se generaron con el mismo código, excepto por la rotación. Para abreviar, se definió el comando \ve.

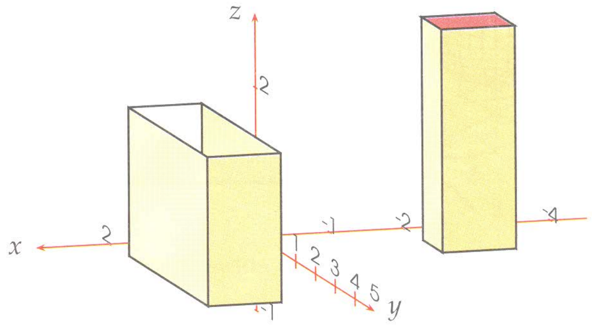
```
\newcommand{\ve}[1]{$\overrightarrow{#1}$}
\begin{pspicture}(-4,-1.5)(1,2.5)
\psset{unit=0.8,Alpha=-15}
\pstThreeDCoor[xMin=-1,xMax=4,yMin=0,%
yMax=4,zMin=-1,zMax=3,linecolor=black]
\psset{arrows=->,arrowsize=0.2,linewidth=1.2pt}
\pstThreeDLine[linecolor=red](0,0,0)(-1,1,2)
\pstThreeDLine[linecolor=black](-1,1,2)(2,-1,1)
\pstThreeDLine[linecolor=black](-1,1,2)(1,4,3)
\pstThreeDLine[linecolor=black](-1,1,2)(0,1,3)
\pstThreeDBox[linestyle=dashed,linewidth=0.4pt,%
arrows=-](-1,1,2)(3,-2,-1)(2,3,1)(1,0,1)
\uput[0](0.4,0.6){\ve{r}}
\uput[0](-1,0.6){\ve{u}}
\uput[0](-1,1.7){\ve{v}}
\uput[0](0.1,1.9){\ve{w}}
\end{pspicture}
```

Los diferencia el ángulo de rotación. Se agregó al inicio la sentencia \psset{Alpha=50,Beta=15}.

De manera similar, con el comando:

```
\psBox[opciones](r⃗){ancho}{largo}{alto}
```

se muestra una caja con alto, largo y ancho determinados. El *vértice inferior* lo determina el vector $\overrightarrow{r}$. Se ilustra lo anterior con el siguiente ejemplo y su respectivo código.



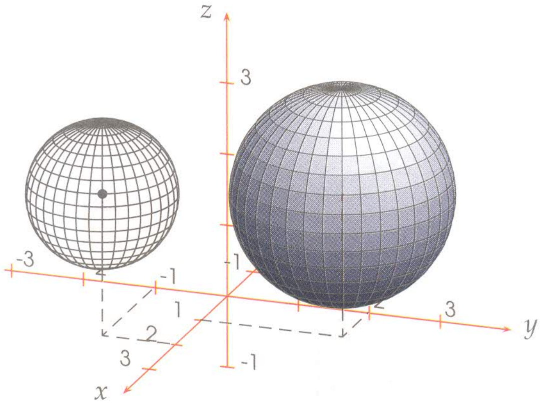

```
\begin{pspicture}(-3,-1)(5,3)
\psset{Alpha=15,Beta=10}
\pstThreeDCoor[xMin=-4.5,xMax=3,%
zMax=3,yMax=6,IIIDticks,IIIDlabels,spotZ=180]
\psBox[showInside=true](1,1,0){1}{2}{4}
\psBox[showInside=false,drawCoor=true](-3,1,0){1}{3}{1}
\end{pspicture}
```

El comando:

```
\pstThreeDSphere[Opciones](x,y,z){r}
```

muestra una esfera de centro en el punto (x,y,z) y radio r. Es posible usar la instrucción `SegmentColor={[cmyk]{a,b,c,d}}`, la cual determina un color de acuerdo con las proporciones de `cyan`, `magenta`, `yellow` y `black` que se deseen; es decir $0 \leq a,b,c,d \leq 1$.

Ahora se muestran dos esferas, con centro en $(1,2,2)$ y $(2,-1,1)$, radios 1,5 y 1, respectivamente.



El código es el siguiente:

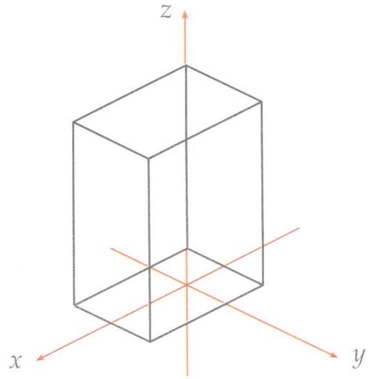
```
\begin{pspicture}(-4,-1.5)(3,4)
\psset{Alpha=70,Beta=20}
\pstThreeDCoor[xMin=-3,yMax=4,yMin=-3.1,%
IIIDticks=true,IIIDlabels=true,spotZ=180]
\pstThreeDSphere[SegmentColor={[cmyk]{0.5,0.4,0.1,0.7}},%
linewidth=0.3pt](1,2,2){1.5}
\pstThreeDSphere[SegmentColor={[cmyk]{0,0,0,0}},%
linewidth=0.5pt](2,-1,2){1}
\pstThreeDDot[dotstyle=x,drawCoor=true](1,2,2)
\pstThreeDDot[drawCoor=true](2,-1,2)
\end{pspicture}
```

La instrucción:

```
\pstThreeDPrism[opciones,height=k](x1,y1,z1)(x2,y2,z2)...
(xn,yn,zn)(x1,y1,z1)
```

muestra un prisma de altura k, cuya base es la región determinada por los puntos (x_1, y_1, z_1), $(x_2, y_2, z_2), \cdots (x_n, y_n, z_n)$. Obsérvese que el primero y el último punto coinciden para cerrar dicho polígono.

```
\begin{pspicture}(-3,-2)(3,4)
\psset{unit=0.7}
\pstThreeDCoor[xMin=-3,%
xMax=4,yMin=-2,yMax=4,%
zMin=-2,zMax=6,spotZ=180]
\pstThreeDPrism[height=4]%
(2,-1,0)(2,1,0)(-1,1,0)%
(-1,-1,0)(2,-1,0)
\end{pspicture}
```



Otros comandos predeterminados similares a los anteriores, son:

- `\pstParaboloid[opciones]{h}{r}` muestra un paraboloide de altura h y radio en la base r.

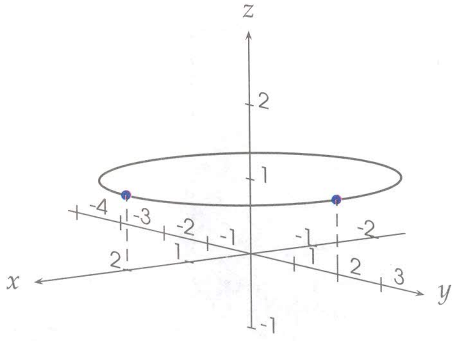
- `\pstThreeDEllipse[opciones](a,b,c)`$(x_1,y_1,z_1)(x_2,y_2,z_2)$ presenta una elipse con centro en el punto (a,b,c). Los vectores (x_1,y_1,z_1) y (x_2,y_2,z_3) determinan los semiejes mayor y menor, respectivamente. Si se desea sólo una parte de la elipse, las opciones `beginAngle` y `endAngle` permiten dar el ángulo de inicio y final para conseguirlo.

- `\pstThreeDCircle[opciones](a,b,c)`$(x_1,y_1,z_1)(x_2,y_2,z_2)$ dibuja una circunferencia con centro en el punto (a,b,c) y contenida en el plano determinado por los vectores (x_1,y_1,z_1) y (x_2,y_2,z_2); estos vectores no requieren ser ortogonales, pero sí deben ser linealmente independientes. El radio lo determina la norma del vector (x_1,y_1,z_1). Las especificaciones del comando son las mismas que en el caso de la elipse.

- `\pstIIIDCylinder[opciones](a,b,c){r}{h}`, grafica, en el punto (a,b,c) como centro de la base, un cilindro con altura h y radio de la base r.

A continuación se ilustrarán los comandos descritos anteriormente.

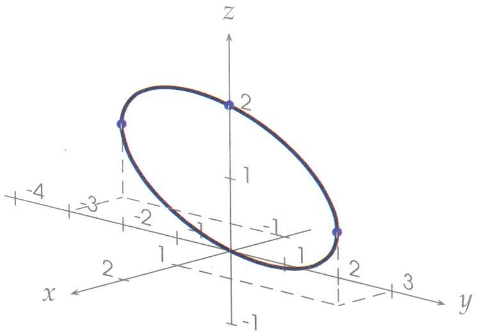
- Una circunferencia centrada en el punto $(0,0,1)$, con radio 2 y una elipse con centro en el punto $(0,0,1)$, cuyos semiejes se determinan por los vectores $\langle 0,0,1\rangle$ y $\langle 1,3,0\rangle$.



El código necesario para conseguirla, es el siguiente

```
\begin{pspicture}[Alpha=30,Beta=10](-3,-1)(3,3)
\pstThreeDCoor[xMax=3.5,yMax=4,yMin=-4.2,%
xMin=-2.5,zMax=3,linecolor=black,IIIDticks,IIIDlabels]
\pstThreeDCircle(0,0,1)(-2,0,0)(1,1,0)
\psset{drawCoor=true,linecolor=blue}
\pstThreeDDot(2,0,1)
\pstThreeDDot(0,2,1)
\end{pspicture}
```

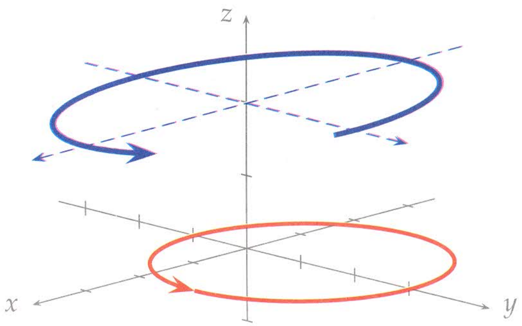
La elipse y su respectivo código se muestran a continuación.




```
\begin{pspicture}[Beta=15](-3,-1.5)(3,3.5)
\pstThreeDCoor[xMax=3,yMax=4,yMin=-4.2,xMin=-1.5,%
```

```
zMax=3,linecolor=black,IIIDticks,IIIDlabels]
\pstThreeDEllipse[linecolor=black!70!blue,%
linewidth=1.3pt](0,0,1)(0,0,1)(1,3,0)
\psset{drawCoor=true,linecolor=blue}
\pstThreeDDot(1,3,1)
\pstThreeDDot(-1,-3,1)
\pstThreeDDot(0,0,2)
\end{pspicture}
```

- Ahora se muestra una parte de la elipse centrada en el punto $(0,0,2)$. Los semiejes mayor y menor se determinan con ayuda de los vectores $\langle 3,0,0\rangle$ y $\langle 0,2,0\rangle$. También se presenta una circunferencia centrada en $(0,1,0)$, en el plano determinado por los vectores $\langle 2,0,0\rangle$ y $\langle 0,2,0\rangle$.



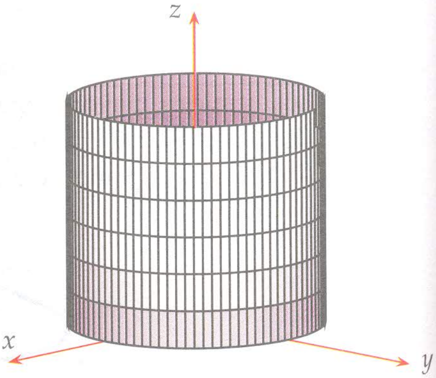
Para este fin, se deben compilar las siguientes instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-3,-2)(3,3)
\pstThreeDCoor[xMin=-3.5,yMin=-3.5,yMax=4.5,%
linecolor=black,IIIDticks]
\psset{arrowscale=1.5,arrows=->}
\pstThreeDCircle[linecolor=red,linewidth=1.5pt]%
(0,1,0)(2,0,0)(0,2,0)
\pstThreeDEllipse[linecolor=blue,linewidth=2pt,%
beginAngle=80,endAngle=380](0,0,2)(3,0,0)(0,2,0)
\psset{arrows=->,linecolor=blue,linewidth=0.5pt,%
linestyle=dashed}
```

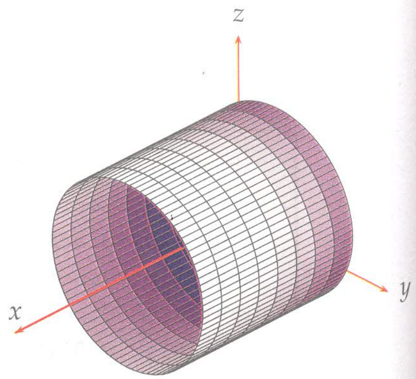
```
\pstThreeDLine(-4,0,2)(4,0,2)
\pstThreeDLine(0,-3,2)(0,3,2)
\end{pspicture}
```

- Se presentan dos cilindros, uno de ellos rotado; se muestran con sus respectivas instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-3,-1)(3,4)
\psset{Beta=12,arrowscale=1.5}
\pstThreeDCoor[zMax=4.2,%
zMin=0,spotZ=180,xMax=3.5,%
spotX=90]
\psCylinder[SegmentColor=%
{[cmyk]{0.4,0.8,0.2,0.1}},%
increment=4](0,0,0){1.7}{3}
\pstThreeDLine[linecolor=red]%
(0,0,2.62)(0,0,4)
\end{pspicture}
```



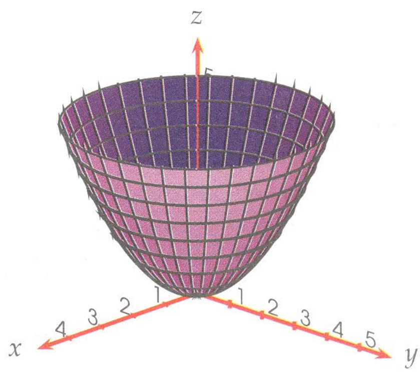

```
\begin{pspicture}(-4,-1)(3,2)
\pstThreeDCoor[zMax=4,%
xMax=6,zMin=0,spotX=90]
\psCylinder[%
SegmentColor={[cmyk]%
{0.4,0.8,0.2,0.1}},%
RotY=-90,RotX=-90,%
increment=4,linewidth%
=0.4pt](0,0,-1){2}{4}
\pstThreeDLine[linecolor=red]%
(1.5,0,0)(6,0,0)
\end{pspicture}
```



- Los siguientes comandos generan un paraboloide.

```
\begin{pspicture}(-3,-1.5)(3,4)
\psset{Beta=20,unit=0.75}
\pstThreeDCoor[xMax=4,yMax=6,zMin=0,zMax=5.5,%
IIIDticks,IIIDlabels=true,linewidth=1.5pt]
\pstParaboloid[showInside=false,SegmentColor={[cmyk]%
{0.2,0.7,0.1,0.1}}]{4}{3}
\pstThreeDLine[arrows=-,linecolor=red](0,0,2.9)(0,0,5.2)
\end{pspicture}
```

Y el resultado es:



6.2. Curvas parametrizadas

Para graficar curvas parametrizadas mediante la función vectorial

$$\overrightarrow{r}(t) = \langle x(t), y(t), z(t)\rangle, \;\; a \leq t \leq b$$

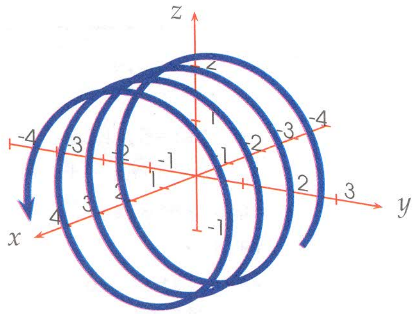
puede usarse la instrucción:

```
\parametricplotThreeD[opciones](a,b){x(t)|y(t)|z(t)}
```

Ahora se ilustra lo anterior:

1. La curva con ecuación:

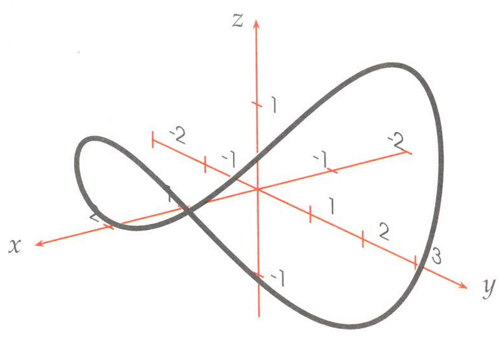
$$\overrightarrow{r}(t) = \left\langle \frac{3}{20}t, \cos t, \sin t \right\rangle, \;\; t \in [-7, 16]$$



puede graficarse con las siguientes instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-3,-2.5)(3,3)
\psset{unit=0.8,Alpha=55,Beta=15}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,linewidth=0.6pt,%
zMax=3,xMin=-4,yMin=-4,xMax=5,spotZ=180,dx=2]
\parametricplotThreeD[xPlotpoints=200,linecolor=blue,%
linewidth=2.5pt,plotstyle=curve,%
algebraic,arrows=->](-7,16){0.15*t|2*cos(t)|2*sin(t)}
\end{pspicture}
```

2. El gráfico de la función vectorial $\overrightarrow{r}(t) = \langle 2\cos t, 2\sin t, \cos(2t)\rangle$, que corresponde a la intersección de las superficies con ecuaciones $4z = x^2 - y^2$ y $x^2 + y^2 = 4$, es:



Este gráfico se obtiene con el siguiente código:

```
\begin{pspicture}(-3,-2)(3,2.5)
\psset{Alpha=35,Beta=20}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,linewidth=0.6pt,%
zMax=2,xMin=-2,zMin=-1.5,yMin=-2,xMax=3,spotZ=180]
\parametricplotThreeD[algebraic,xPlotpoints=200,%
linecolor=black,linewidth=2pt,plotstyle=curve]%
(-\psPi,\psPi){2*cos(t) | 2*sin(t) | cos(2*t)}
\end{pspicture}
```

6.3. Superficies parametrizadas

Para graficar superficies parametrizadas en la forma

$$\mathbf{r}(t,u) = \langle x(t,u), y(t,u), z(t,u)\rangle, \;\; a \leq t \leq b, \;\; c \leq u \leq d$$

puede usarse la instrucción:

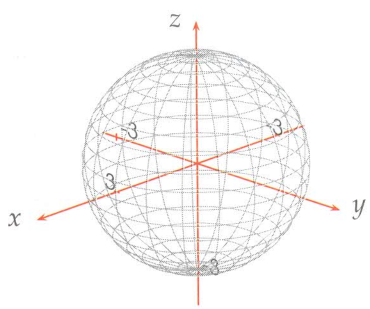
```
\parametricplotThreeD[opciones](a,b)(c,d){x(t,u)|y(t,u)|z(t,u)}
```

Se presentan algunas situaciones en las que se usa el comando y también se muestra una manera alternativa de hacerlo utilizando las instrucciones vistas antes.

1. En el siguiente gráfico se emplean sentencias para conseguir el trazo en dos sentidos. Este corresponde a la esfera con ecuación paramétrica

   $$\mathbf{r}(t,u) = \langle 3\cos(t)\sin(u), 3\sin(t)\sin(u), 3\cos(u)\rangle, \;\; 0 \leq t \leq 2\pi, \;\; 0 \leq u \leq \pi,$$

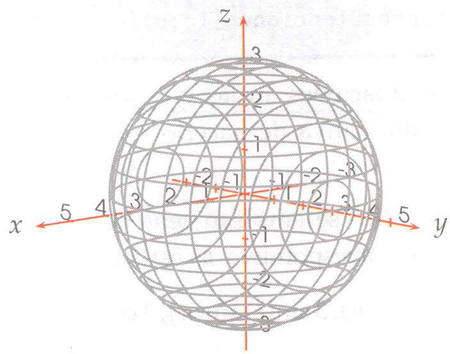
   que se muestra gráficamente a continuación:



Esta figura es generada por el siguiente código:

```
\begin{pspicture}(-4,-3)(4,3.2)
\psset{algebraic,unit=0.5,Alpha=45,Beta=20}
\pstThreeDCoor[Dx=3,deltax=3,Dy=3,deltay=3,deltaz=3,%
Dz=3,IIIDticks,IIIDlabels,linewidth=0.6pt,zMax=4,xMin=-4,%
zMin=-4,yMin=-3.5,yMax=5.3,xMax=6,spotZ=180]
\psset{plotstyle=curve,yPlotpoints=20,linewidth=0.3pt,%
linecolor=black!60!blue}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(0,\psPi)%
{3*cos(t)*sin(u) | 3*sin(t)*sin(u) | 3*cos(u)}
\parametricplotThreeD(0,\psPi)(0,\psPiTwo)%
{3*cos(u)*sin(t) | 3*sin(u)*sin(t) | 3*cos(t)}
\end{pspicture}
```

2. La misma superficie del ejemplo anterior, con un pequeño cambio.

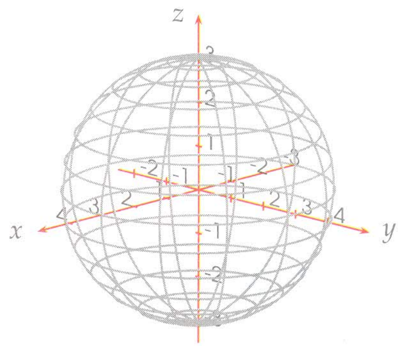


Y el código que se requiere es:

```
\begin{pspicture}(-3,-3)(4,3)
\psset{algebraic,unit=0.9,Alpha=40,Beta=10}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,linewidth=0.6pt,%
zMax=4,xMin=-3,zMin=-3,yMin=-3,yMax=6,xMax=5,spotZ=180]
\psset{plotstyle=curve,yPlotpoints=15,linecolor=gray}
\parametricplotThreeD(-\psPi,\psPi)(0,\psPi)%
```

```
{3*cos(t)*sin(u) | 3*sin(t)*sin(u) | 3*cos(u)}
\parametricplotThreeD(-\psPi,\psPi)(0,\psPi)%
{ 3*sin(t)*sin(u)| 3*cos(u)|3*cos(t)*sin(u)}
\end{pspicture}
```

3. Para obtener el trazo en ambas direcciones, también se puede complementar el comando \parametricplotThreeD con \multido, para la misma esfera del ejemplo anterior:



Y el código respectivo es:

```
\begin{pspicture}(-4,-3)(4,4)
\psset{algebraic,unit=0.8,Alpha=45,Beta=15}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,linewidth=0.6pt,%
zMax=4,xMin=-3,zMin=-4,yMin=-3,yMax=5,xMax=5,spotZ=180]
\psset{plotstyle=curve,yPlotpoints=15,linecolor=gray}
\parametricplotThreeD(-\psPi,\psPi)(0,\psPi)%
{3*cos(t)*sin(u) | 3*sin(t)*sin(u) | 3*cos(u)}
\multido{\r=0+0.5}{6}{
 \parametricplotThreeD(-\psPi,\psPi)%
 {3*cos(t)*cos(\r)| 3*cos(t)*sin(\r) | 3*sin(t)}
}
\end{pspicture}
```

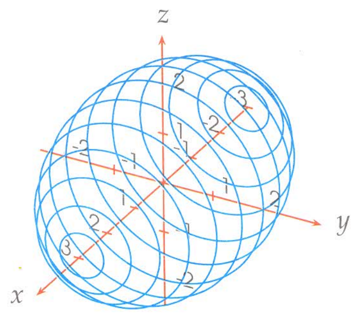
4. El elipsoide con ecuación paramétrica

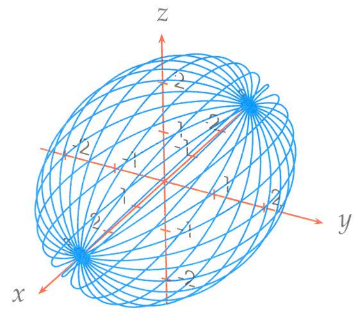
$$\mathbf{r}(t,u) = \langle 3\cos t, 2\cos u \sin t, 2\sin t \sin u\rangle, \quad -\pi \leq t \leq \pi, \quad 0 \leq u \leq \pi;$$

es producto de compilar

```
\begin{pspicture}(-2,-2)(3,2)
\psset{unit=0.7,Alpha=60,Beta=30}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,linewidth=0.6pt,%
zMax=3,xMin=-3,zMin=-2.5,yMin=-2.5,yMax=3.2,xMax=4.5]
\parametricplotThreeD[algebraic,plotstyle=curve,%
yPlotpoints=15,linewidth=0.6pt,linecolor=cyan]%
(-\psPi,\psPi)(0,\psPi)%
{3*cos(u)| 2*cos(t)*sin(u)| 2*sin(t)*sin(u)}
\end{pspicture}
```

cuyo gráfico es el primero de los siguientes:





Es de anotar que un trazado lleva las líneas en un sentido y el otro gráfico las lleva en un sentido distinto; esto se consigue intercambiando t por u, y sus respectivos dominios de definición. Para este caso, se incluye el siguiente procedimiento:

```
\parametricplotThreeD[algebraic,plotstyle=curve,%
yPlotpoints=15,linewidth=0.6pt,linecolor=cyan]%
(-\psPi,\psPi)(0,\psPi){3*cos(t) |%
2*cos(u)*sin(t) | 2*sin(u)*sin(t)}
```

5. El cilindro, cuya ecuación paramétrica es $\overrightarrow{r}(t,u) = \langle 3\cos t, -1+5u, \sin t\rangle$, $t \in [-\pi,\pi]$, $u \in [0,1]$, puede obtenerse con estas instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-3,-3)(5,3.4)
\psset{algebraic,unit=0.8,Alpha=35,Beta=10}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,%
linewidth=0.5pt,zMax=4,xMin=-3,zMin=-3,%
yMin=-3,yMax=9,xMax=4,spotZ=180]
\psset{plotstyle=curve,yPlotpoints=15,linecolor=gray}
\parametricplotThreeD(-\psPi,\psPi)(0,1)%
{3*cos(t) | -1+5*u | 3*sin(t)}
\multido{\r=0+0.5}{12}{
\parametricplotThreeD(0,1){3*cos(\r)| -1+5*t| 3*sin(\r)}
}
\end{pspicture}
```

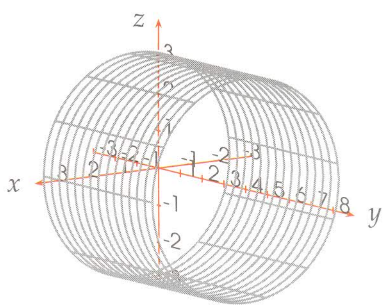
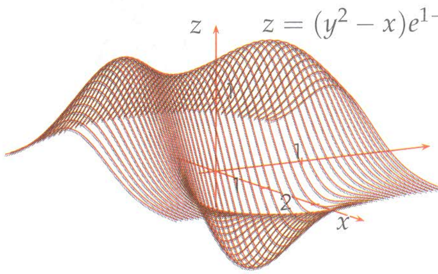


Gráfico de la superficie $\overrightarrow{r}(t,u) = \langle 3\cos t, -1+5u, \sin t\rangle$.

6. Gráfico de la función $z = (y^2 - x)e^{1-x^2-y^2}$, usando la siguiente parametrización:

$$\mathbf{r}(t,u) = \langle t, u, (u^2 - t)e^{1-t^2-u^2}\rangle, \quad -2 \le u \le 2, \quad -2 \le t \le 2.$$



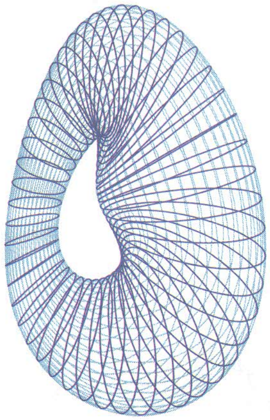
y su correspondiente lista de instrucciones.

```
\begin{pspicture}(-3,-2)(4,4)
\psset{algebraic,unit=1.5cm,Alpha=120,Beta=15}
\pstThreeDCoor[IIIDticksize=0.05,IIIDzticksep=0.1,%
xMin=-1,xMax=3,yMin=-1,yMax=3,zMin=-1,zMax=2,%
spotZ=180,IIIDticks,IIIDlabels]
\parametricplotThreeD[drawStyle=xyLines,%
plotstyle=curve,yPlotpoints=50,linewidth=0.4pt,%
linecolor=red!45!black](-1.5,2)(-1.6,1.5)%
{t|u|(1.4*u^2-t)*Euler^(1-t^2-u^2)}
\rput(1.7,2){$z=(y^2-x)e^{1-x^2-y^2}$}
\end{pspicture}
```

7. La función vectorial

$$\overrightarrow{r}(u,v) = \big\langle (3 - \sin v + 2\cos u - \cos u \cos v)\cos v, (2 - \cos v)\sin u, \\ (4 + (2 - \cos v)\cos u)\sin v \big\rangle$$

para $(u,v) \in [0,2\pi] \times [0,1]$, se representa gráficamente como se muestra a continuación:



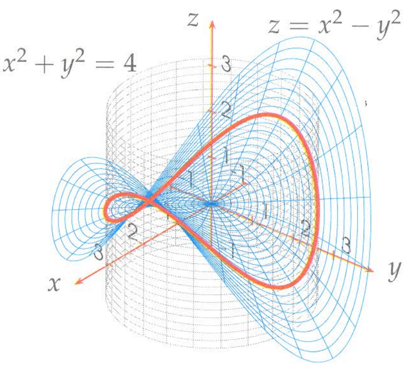
Para obtenerla, es necesario compilar las siguientes instrucciones:

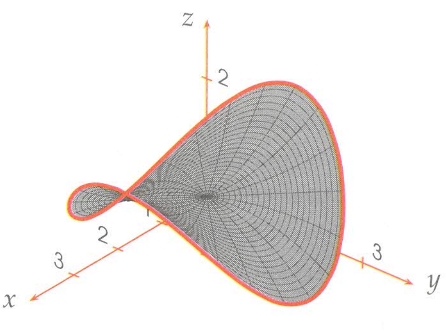
```
\begin{pspicture}[xunit=0.3cm,yunit=0.4cm](-2,-3)(2,2.5)
\psset{algebraic,Alpha=20,Beta=-10}
\psset{plotstyle=curve,yPlotpoints=40,linewidth=0.4pt}
\parametricplotThreeD[linecolor=cyan!40!gray]%
(0,\psPiTwo)(0,\psPiTwo)%
{(3-sin(t)+2*cos(u)-cos(u)*cos(t))*cos(t)|%
(2-cos(t))*sin(u)|(4+(2-cos(t))*cos(u))*sin(t)}
\parametricplotThreeD[linecolor=blue!50!black]%
(0,\psPiTwo)(0,\psPiTwo)%
{(3-sin(u)+2*cos(t)-cos(t)*cos(u))*cos(u)|%
(2-cos(u))*sin(t)|(4+(2-cos(u))*cos(t))*sin(u)}
\end{pspicture}
```

8. Las expresiones $4z = x^2 - y^2$ y $x^2 + y^2 = 4$ representan un paraboloide hiperbólico y un cilindro. Pueden parametrizarse en la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{\alpha}(u,v) &= \langle u\cos(t), u\sin(t), u^2\cos(2t)/4\rangle,\ t \in [0,2\pi]\ \ u \in [-2,2],\\
\overrightarrow{\beta}(t,u) &= \langle 2\cos(t), 2\sin(t), u\rangle,\ t \in [0,2\pi]\ \ u \in [-2,2].
\end{aligned}$$

La curva de intersección se parametriza como $\overrightarrow{r}(t) = \langle 2\cos(t), 2\sin(t), \cos(2t)\rangle$, con $t \in [0,2\pi]$. En los siguientes gráficos se muestra dicha situación:

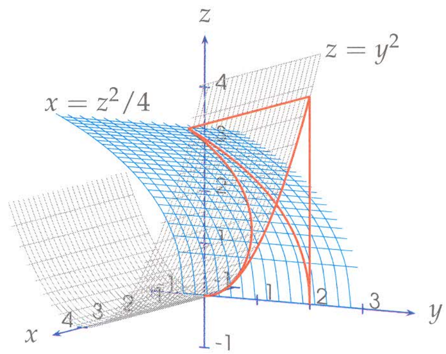


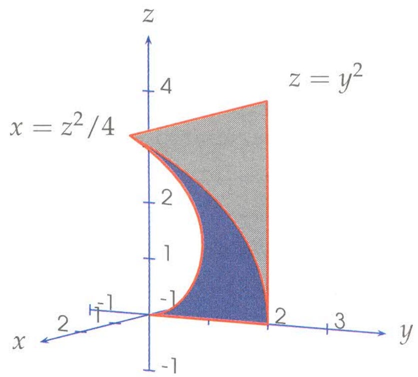


```
\begin{pspicture}(-3,-2.5)(3,3)
\psset{algebraic,Alpha=50,Beta=30,unit=0.8,plotstyle=curve}
\pstThreeDCoor[spotZ=180]
\psset{linewidth=0.2pt,xPlotpoints=200,linecolor=gray}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(-2,2)%
{2*cos(t)|2*sin(t)|u}
\parametricplotThreeD(-2,2)(0,\psPiTwo)%
{2*cos(u)|2*sin(u)|t}
\psset{linecolor=cyan}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(0,3)%
{u*cos(t)|u*sin(t)|u^2*cos(2*t)/4}
\parametricplotThreeD(0,3)(0,\psPiTwo)%
{t*cos(u)|t*sin(u)|t^2*cos(2*u)/4}
\psset{linecolor=red}
\parametricplotThreeD[linewidth=1.5pt]%
(0,\psPiTwo){2*cos(t)|2*sin(t)|cos(2*t)}
\pstThreeDPut(0,3,5){$z=x^2-y^2$}
\pstThreeDPut(3,0,4){$x^2+y^2=4$}
\end{pspicture}
```

```
\begin{pspicture}[unit=0.9](-3,-2)(3,2.5)
\psset{algebraic,Alpha=50,Beta=30,plotstyle=curve}
\pstThreeDCoor[spotZ=180,IIIDticks,IIIDlabels,zMax=3]
\parametricplotThreeD[fillstyle=solid,fillcolor=gray]%
(0,\psPiTwo)(0,2){u*cos(t)|u*sin(t)|u^2*cos(2*t)/4}
\parametricplotThreeD[linewidth=0.2pt]%
(0,2)(-\psPi,\psPi){t*cos(u)|t*sin(u)|t^2*cos(2*u)/4}
\parametricplotThreeD[linewidth=0.2pt]%
(0,\psPiTwo)(0,2){u*cos(t)|u*sin(t)|u^2*cos(2*t)/4}
\psset{linecolor=red}
\parametricplotThreeD[linewidth=1.5pt,plotpoints=90]%
(0,\psPiTwo){2*cos(t)|2*sin(t)|cos(2*t)}
\end{pspicture}
```

9. Las expresiones $z = y^2$, $x = z^2/4$, $y = 2$ y $x = 0$ determinan un sólido, cuyo gráfico se muestra a continuación:



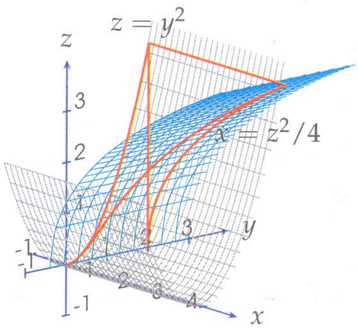


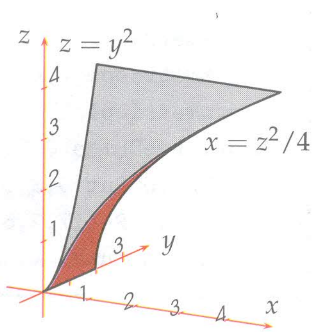
Para obtenerlo, se requiere compilar las siguientes instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-2,-1)(3,4)
\psset{algebraic,Alpha=60,Beta=10,xunit=0.8,yunit=0.7}
\pstThreeDCoor[xMax=5,zMax=5,IIIDticks,IIIDlabels,%
linecolor=blue]
\psset{drawStyle=xyLines,linewidth=0.3pt,plotstyle=curve}
\psplotThreeD[linecolor=gray](0,4)(2.2,-1.5){y^2}
\psplotThreeD[linecolor=cyan,yPlotpoints=15](0,4.2)%
(-0.4,3){2*sqrt(x)}
\psset{linecolor=red,linewidth=0.8pt,xPlotpoints=40,%
yPlotpoints=10}
\parametricplotThreeD(0,2){0|t|t^2}
\parametricplotThreeD(0,4){t^2/4|2|t}
\parametricplotThreeD(0,2){t^4/4|t|t^2}
\pstThreeDLine(0,2,0)(0,2,4)(4,2,4)
\pstThreeDPut(0,3,5){$z=y^2$}
\pstThreeDPut(7,2,5){$x=z^2/4$}
\end{pspicture}
```

```
\begin{pspicture}(-2,-1)(3,4)
\psset{algebraic,Alpha=60,Beta=10,xunit=0.9,yunit=0.75}
\pstThreeDCoor[xMax=3.2,zMax=5,IIIDticks,IIIDlabels,%
linecolor=blue]
\psset{linecolor=red,linewidth=0.8pt}
\parametricplotThreeD(0,4){t^2/4|2|t}
\parametricplotThreeD(0,2){t^4/4|t|t^2}
\pstThreeDLine(0,2,0)(0,2,4)(4,2,4)
\pscustom[fillstyle=hlines,hatchsep=1pt,linewidth=0.1pt]{
\parametricplotThreeD(0,2){0|t|t^2}
\pstThreeDLine(0,2,4)(0,2,0)(0,0,0) }
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=gray!80!blue,%
opacity=0.6]{
\parametricplotThreeD(0,2){t^4/4|t|t^2}
\parametricplotThreeD(2,0){t^4/4|2|t^2}
\pstThreeDLine(0,2,0)(0,0,0) }
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=gray,opacity=0.6]{
\parametricplotThreeD(0,2){t^4/4|2|t^2}
\pstThreeDLine(4,2,4)(0,2,4)(0,2,0) }
\psset{drawStyle=xyLines,linewidth=0.3pt,plotstyle=curve}
\pstThreeDPut(0,3,4.5){$z=y^2$}
\pstThreeDPut(6,2,4.5){$x=z^2/4$}
\end{pspicture}
```

Intercambiando las opciones Alpha=130, Beta=15 y los colores, se obtienen las siguientes vistas de la misma figura:





6.4. Gráficos de la forma $z = f(x,y)$

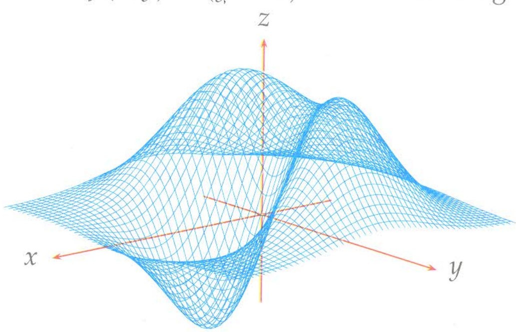
Para graficar funciones escritas en la forma $z = f(x,y)$, con $x \in [a,b]$ y $y \in [c,d]$; se usa esta instrucción:

```
\psplotThreeD[opciones](a,b)(c,d){f(x,y)}
```

Las opciones que admite este comando son las mismas de las utilizadas en PSTricks y algunas adicionales, que se presentan a continuación:

Nombre	**Descripción**	**Opciones**	**Por defecto**
`plotstyle`	Señala el tipo de curva	`dots/line/polygon/` `curve/ecurve/ccurve` `none`	`none`
`showpoints`	Muestra los puntos sobre el gráfico	`true/false`	false
`xPlotpoints`	Número de puntos en x	número natural	25
`yPlotpoints`	Número de puntos en y	número natural	25
`drawStyle`	Dirección de líneas sobre el gráfico	`yLines/xyLines` `/yxLines`	`xLines`
`hiddenLine`	Permite esconder líneas sobre el gráfico	`true/false`	`false`
`opacity`	Opaca el gráfico o región de relleno	valor en $[0,1]$	1

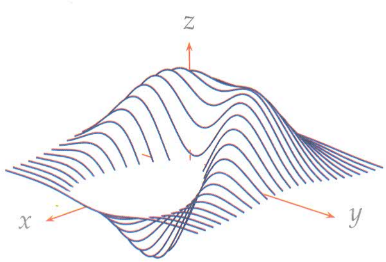
El gráfico de la función $f(x,y) = (y^2 - x)e^{1-x^2-y^2}$ es el siguiente:



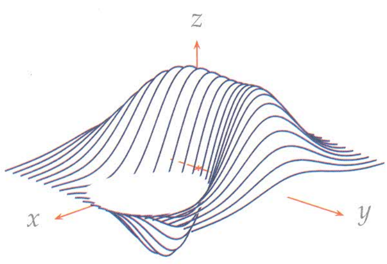
y se logra compilando estas instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-2.5,-2)(5,3)
\psset{algebraic,unit=1.3,Alpha=40,Beta=15}
\pstThreeDCoor[xMin=-1,xMax=3,yMin=-1,yMax=3,zMin=-1,zMax=2]
\psplotThreeD[plotstyle=curve,drawStyle=xyLines,%
yPlotpoints=50,xPlotpoints=50,linewidth=0.2pt,%
linecolor=cyan](-2,2)(-2,2){(y^2-x)*Euler^(1-x^2-y^2)}
\rput(1.7,2){$z=(y^2-x)e^{1-x^2-y^2}$}
\end{pspicture}
```

La opción `hiddenLine` permite obtener trazados en gráficos, como se ilustra a continuación. Estos gráficos utilizan la opción `algebraic` y corresponden al gráfico de la función $z = (y^2 - x)e^{1-x^2-y^2}$.



drawStyle=yLines,yPlotpoints=60



drawStyle=xLines,xPlotpoints=60

para conseguir el primer gráfico se requieren estas instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-2.5,-3)(3,3)
\psset{algebraic,unit=0.9,Beta=20,Alpha=45}
\pstThreeDCoor[xMin=-1,xMax=3,yMin=-1,yMax=3,zMin=-0.2,zMax=2]
\psplotThreeD[plotstyle=curve,linewidth=0.5pt,%
  drawStyle=yLines,yPlotpoints=60,linecolor=black!60!blue,%
  hiddenLine=true,opacity=0.85](-2,2)(-2,2)%
  {(y^2-x)*Euler^(1-x^2-y^2)}
\end{pspicture}
```

6.5. Instrucción `psSurfaceHiddenLines`

Al introducir el comando `\psplotThreeD`, se presentó la opción `hiddenLines`, La cual posee una versión similar: la instrucción `\psSurfaceHiddenLines`. Su uso requiere el paquete `pst-shl`, es decir, se debe incluir en el preámbulo del documento la línea `\usepackage{pst-shl}`. Esta instrucción puede documentarse en el blog disponible en [7], donde se encuentran varias instrucciones y ejemplos.

La sentencia:

```
\psSurfaceHiddenLines[opciones](a,b)(c,d){f(x,y)}
```

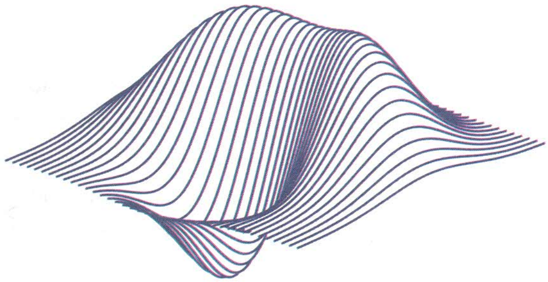
ayuda a dar realce, entre otros elementos, a un gráfico hecho en `PSTricks`. Otras de las opciones adicionales a las ya presentadas en `PSTricks` son las siguientes:

Instrucción	Características
`nP`	Número de puntos
`nL`	Número de líneas
`bicolor`	Permite un gráfico con dos colores intercalados
`ColorsLines`	Determina los colores que se van a usar con `bicolor`.
`contourcolor`	Determina colores de la línea de contorno
`contourwidth`	Grosor de la línea de contorno
`viewpoint`	Determina el punto de visión
`lightsrc`	Punto de iluminación sobre la superficie
`Decran`	Distancia del objeto al plano sobre el cual se proyecta
`hue`	Color degradado en la parte externa
`inhue`	Color degradado en la parte interna
`inouthue`	Color degradado en ambas partes

Las opciones para `hue/inhue/inouthue` dependen del sistema de coloración que se use, `HSB`, `RGB` o `CMYK`; estos elementos se encuentran más detallados en la sección (6.7).

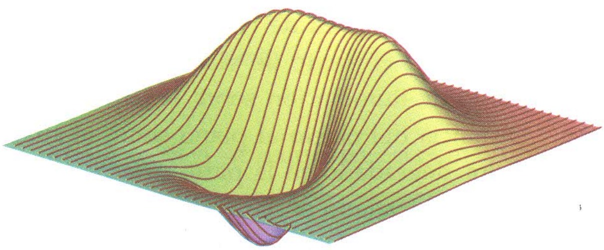
Ahora se muestran ejemplos del uso de este comando y algunas variaciones.

- La función $z = (y^2 - x)e^{1-x^2-y^2}$.



```
\begin{pspicture}(-5,-3)(5,3)
\psset{algebraic,nP=150,nL=40,Decran=120,%
viewpoint=70 40 20 rtp2xyz}
\psSurfaceHiddenLines[linecolor=black!60!blue]%
(-2,2)(-2,2){(y^2-x)*Euler^(1-x^2-y^2)}
\end{pspicture}
```

- En el siguiente gráfico se utiliza la instrucción \psSurface para trazar la superficie con ecuación $f(x,y) = (y^2 - x)e^{1-x^2-y^2}$. Sobre ella, un poco separada, se traza con líneas rojas la misma superficie, usando la instrucción \psSurfaceHiddenLines.



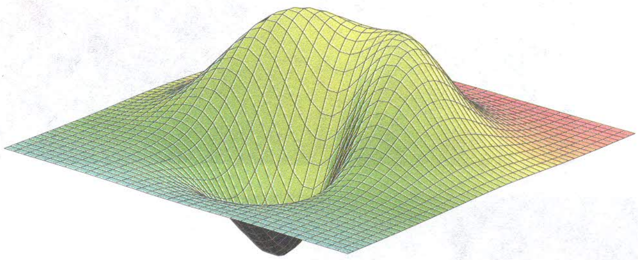
$z = (y^2 - x)e^{1-x^2-y^2}$

El código requerido es:

```
\begin{pspicture}(-4,-2)(4,2)
\psset{algebraic,unit=1.2,nP=150,nL=40,Decran=75,
viewpoint=60 40 20 rtp2xyz,lightsrc=viewpoint}%
```

```
\psSurface[inouthue=0 0.9 0.5 1,ngrid=0.05 0.1,%
incolor=red,linewidth=0.2pt,grid](-2.5,-2.5)(2.5,2.5)%
{(y^2-x)*Euler^(1-x^2-y^2)}
\rput(0,0.1){\psSurfaceHiddenLines[linewidth=0.6pt,%
linecolor=black!60!red](-2.5,2.5)(-2.5,2.5)%
{(y^2-x)*Euler^(1-x^2-y^2)}}
\rput(0,-2){$z=(y^2-x)e^{1-x^2-y^2}$}
\end{pspicture}
```

- Ahora se elimina la instrucción \psSurfaceHiddenLines y se agrega la opción grid, la cual, usada con el comando \psSurface, muestra una grilla sobre el gráfico.

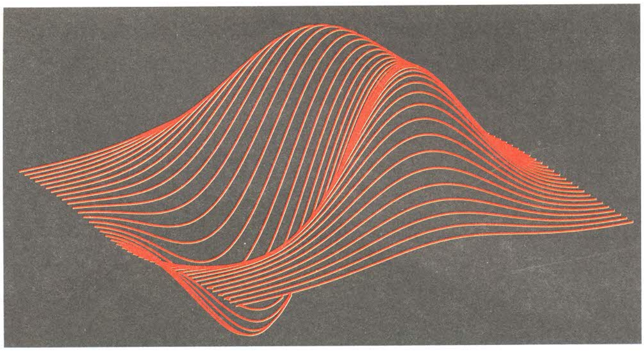


$$z = (y^2 - x)e^{1-x^2-y^2}$$

```
\begin{pspicture}(-5,-3)(5,3)
\psset{algebraic,unit=1.1,Decran=75,%
viewpoint=60 40 20 rtp2xyz,lightsrc=20 20 30}
\psSurface[inouthue=0 0.9 0.5 1,ngrid=0.1 0.15,%
incolor=red,linewidth=0.2pt](-2.5,-2.5)(2.5,2.5)%
{(y^2-x)*Euler^(1-x^2-y^2)}
\rput(0,-2.2){$z=(y^2-x)e^{1-x^2-y^2}$}
\end{pspicture}
```

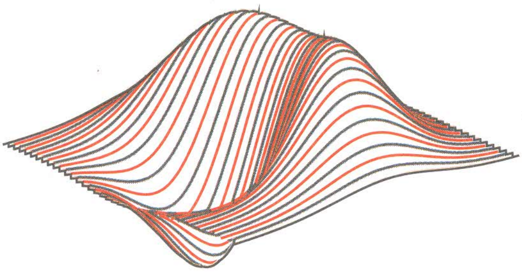
- Con ayuda de la instrucción \psframe*, se puede dar contraste al gráfico, pues ésta crea un marco y lo rellena de color negro.

```
\begin{pspicture}(-4,-3)(4,3)
\psframe*(-3.5,-2.2)(3.5,2.2)
\psset{algebraic,nP=120,nL=40,Decran=75,%
viewpoint=60 60 20 rtp2xyz}
\psSurfaceHiddenLines[linecolor=red]%
(-2,2)(-2,2){(y^2-x)*Euler^(1-x^2-y^2)}%
\rput(0,-2.7){$z=(y^2-x)e^{1-x^2-y^2}$}
\end{pspicture}
```



$$z = (y^2 - x)e^{1-x^2-y^2}$$

- Ahora se presenta la función $z = (y^2 - x)e^{1-x^2-y^2}$, empleando la instrucción bicolor.



```
\begin{pspicture}(-3,-3)(3,2)
\psset{nP=100,nL=40,unit=0.7,Decran=75,%
```

```
viewpoint=30 50 20 rtp2xyz,lightsrc=viewpoint}
\psSurfaceHiddenLines[bicolor,contour,%
contourwidth=0.8pt,contourcolor=black,%
ColorsLines={(red)(gray)},](-2,2)(-2,2)%
{(y^2-x)*Euler^(1-x^2-y^2)}
\end{pspicture}
```

- En este gráfico se combina la instrucción \psframe* con bicolor.

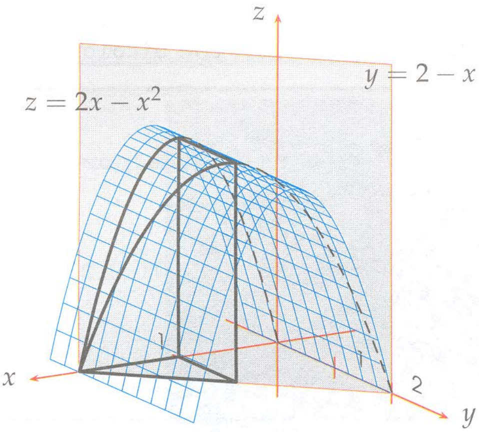
```
\begin{pspicture}(-4,-3)(4,3)
\psset{nP=100,nL=75,viewpoint=30 40 20 rtp2xyz,Decran=40}
\psframe*(-4,-2)(4,2)
\psSurfaceHiddenLines[algebraic,bicolor,%
ColorsLines={(red)(gray)},linewidth=0.7pt](-2,2)(-2,2)%
{(y^2-x)*Euler^(1-x^2-y^2)}
\rput(0,-2.5){$z=(y^2-x)e^{1-x^2-y^2}$}
\end{pspicture}
```

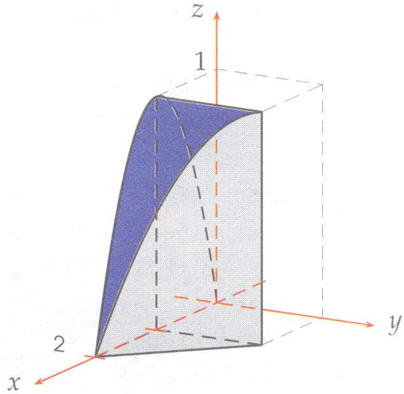
$z = (y^2 - x)e^{1-x^2-y^2}$

6.6. Ejemplos con parametricplotThreeD

En esta sección se presentan algunas situaciones en las que se usan los elementos vistos. El lector puede hacerlos con un número menor de instrucciones o utilizar otros comandos.

1. A continuación se muestra el sólido determinado por las expresiones $0 \leq z \leq 2x - x^2$, $0 \leq y \leq 2 - x$, $1 \leq x \leq 2$:





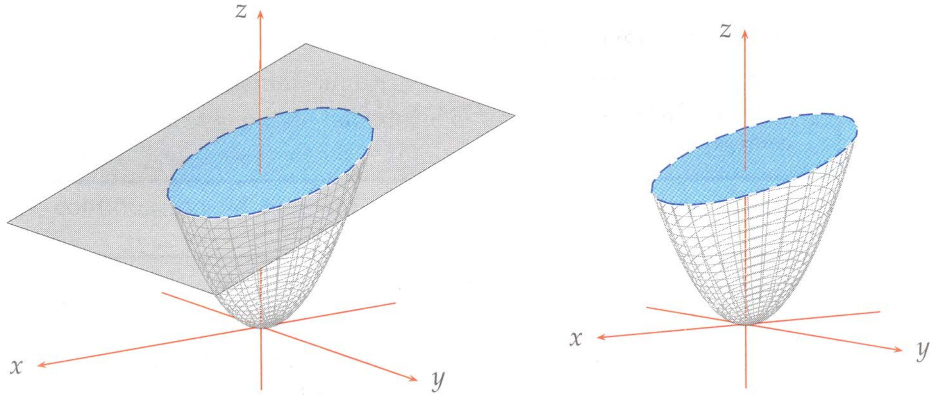
Para este dibujo se requieren las siguientes instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-3,-1.5)(3,4.5)
\psset{algebraic,Alpha=30,Beta=15,unit=1.5}
\pstThreeDSquare[fillcolor=gray!25,fillstyle=solid,%
linecolor=red,linewidth=0.2pt](2,0,0)(-2,2,0)(0,0,3)
\pstThreeDCoor[deltaz=2,IIIDzticksep=0.5,xMin=-0.8,xMax=3,%
yMin=-0.9,yMax=3,zMin=-0.5,zMax=3,spotZ=180,IIIDticks,IIIDlabels]
\psplotThreeD[drawStyle=xyLines,xPlotpoints=30,yPlotpoints=10,%
linecolor=cyan,linewidth=0.3pt](0,2)(-0.5,2){2*(2*x-x^2)}
\pstThreeDLine[linecolor=black,linewidth=1.2pt](1,0,0)(1,0,2)%
(1,1,2)(1,1,0)(2,0,0)(1,0,0)(1,1,0)
\psset{linecolor=black,linewidth=0.9pt}
\parametricplotThreeD(1,2){t|0|4*t-2*t^2}
\parametricplotThreeD(1,2){t|2-t|4*t-2*t^2}
\psset{linestyle=dashed,linewidth=0.7pt}
\parametricplotThreeD(0,1){t|0|4*t-2*t^2}
```

```
\parametricplotThreeD[linecolor=black](0,1){t|2-t|4*t-2*t^2}
\pstThreeDPut(0,2.5,3){$y=2-x$}
\pstThreeDPut(1,-1.5,2){$z=2x-x^2$}
\end{pspicture}
```

```
\begin{pspicture}(-3,-1.5)(3,4)
\psset{algebraic,unit=1.6,Alpha=60,Beta=15}
\pstThreeDCoor[deltaz=2,IIIDzticksep=0.5,xMin=-0.8,xMax=3,%
yMin=-0.4,yMax=2,zMin=0,zMax=2.5,spotZ=180,IIIDticks,IIIDlabels]
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=blue!40!gray!80]{
\psset{linestyle=dashed,linewidth=0.7pt}
\parametricplotThreeD(1,2){t|0|4*t-2*t^2}
\parametricplotThreeD(2,1){t|2-t|4*t-2*t^2}
\pstThreeDLine[linestyle=none](1,1,2)(1,0,2)
}
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=lightgray!70]{
\parametricplotThreeD(2,1){t|2-t|4*t-2*t^2}
\pstThreeDLine[linestyle=none](1,1,2)(1,1,0)(2,0,0)
 }
\psset{linestyle=dashed,linewidth=0.7pt}
\parametricplotThreeD(0,1){t|0|4*t-2*t^2}
\pstThreeDLine(2,0,0)(1,0,0)(1,0,2)
\pstThreeDLine(1,0,0)(1,1,0)
\pstThreeDLine[linewidth=0.2pt]%
(1,0,2)(0,0,2)(0,1,2)(0,1,0)(1,1,0)
\pstThreeDLine[linestyle=dashed,linewidth=0.2pt](1,1,2)(0,1,2)
\pstThreeDCoor[xMin=-0.8,xMax=2,yMin=-0.4,yMax=1,zMin=0,%
zMax=1.4,spotZ=180,IIIDticks,nameX=,nameY=,nameZ=,linestyle=%
dashed,arrows=-]
\uput[0](-0.3,2){$1$}
\end{pspicture}
```

2. El sólido acotado por el plano con ecuación $x + 4z = 5$ y el paraboloide con ecuación $z = x^2 + y^2$ es:



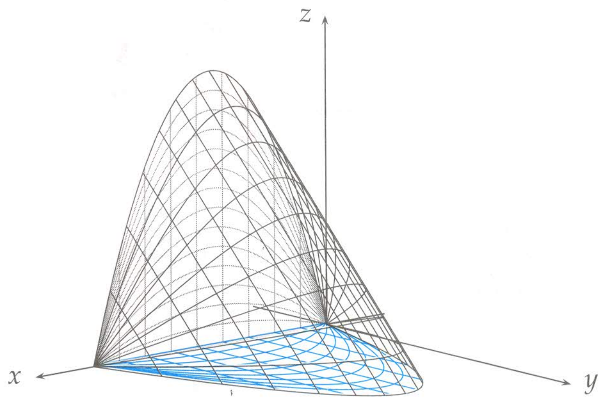
Para lograr estos dos gráficos se requiere usar las siguientes instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-3,-2)(3,4)
\psset{algebraic,xunit=1.2cm,yunit=1.5cm,Alpha=35,Beta=10}
\pstThreeDCoor[IIIDzticksep=0.1,xMin=-1.8,xMax=3,%
yMin=-1.9,yMax=3, zMin=-0.5,zMax=2.5,spotZ=180]
\psset{linecolor=gray,linewidth=0.3pt}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(0,1.125){(-1/8)+u*cos(t)|%
 u*sin(t)|u^2-(u*cos(t))/4+1/64}
\parametricplotThreeD(0,1.125)(0,\psPiTwo){(-1/8)+t*cos(u)|%
 t*sin(u)|t^2-(t*cos(u))/4+1/64}
\pstThreeDSquare[fillstyle=solid,fillcolor=gray!50,opacity=0.3,%
 linecolor=black](2,-2,0.75)(-4,0,1)(0,4,0)
\parametricplotThreeD[linestyle=dashed,linecolor=blue,%
linewidth=1.2pt] (0,\psPiTwo){(-1/8)+(9/8)*cos(t)|(9/8)*sin(t)|%
(41-9*cos(t))/32}
\parametricplotThreeD[fillstyle=solid,fillcolor=cyan!40,%
opacity=0.4, linestyle=none](0,\psPiTwo)(0,1.125)%
{(-1/8)+u*cos(t)|u*sin(t)|(1/4)*(5-((-1/8)+u*cos(t)))}
\end{pspicture}
```

```
\begin{pspicture}(-3,-2)(3,4)
\psset{xunit=1.2cm,yunit=1.6cm,Alpha=35,Beta=5}
\pstThreeDCoor[IIIDzticksep=0.1,xMin=-1.8,xMax=2,yMin=-1.9,%
```

```
yMax=3,zMin=-0.5,zMax=2.3,spotZ=180]
\psset{algebraic,linecolor=gray,linewidth=0.3pt}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(0,1.125){(-1/8)+u*cos(t)|%
 u*sin(t)|u^2-(u*cos(t))/4+1/64}
\parametricplotThreeD(0,1.125)(0,\psPiTwo){(-1/8)+t*cos(u)|%
 t*sin(u)|t^2-(t*cos(u))/4+1/64}
\parametricplotThreeD[linestyle=dashed,linecolor=blue,%
linewidth=1.2pt](0,\psPiTwo){(-1/8)+(9/8)*cos(t)|(9/8)*sin(t)%
|(41-9*cos(t))/32}
\parametricplotThreeD[fillstyle=solid,fillcolor=cyan!40,%
opacity=0.8,linestyle=none](0,\psPiTwo)(0,1.125)%
{(-1/8)+u*cos(t)|u*sin(t)|(1/4)*(5-((-1/8)+u*cos(t)))}
\end{pspicture}
```

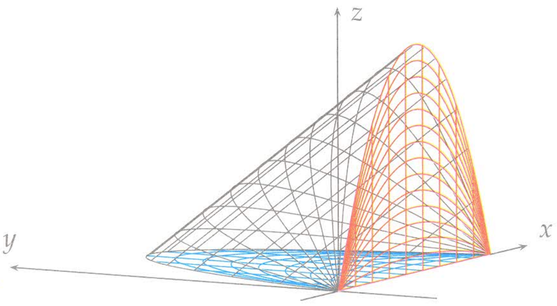
3. La expresión $z+2y=8x-2x^2$, en el primer octante, representa la figura que se muestra enseguida, en la cual se usan varias parametrizaciones para cada superficie que la limita:



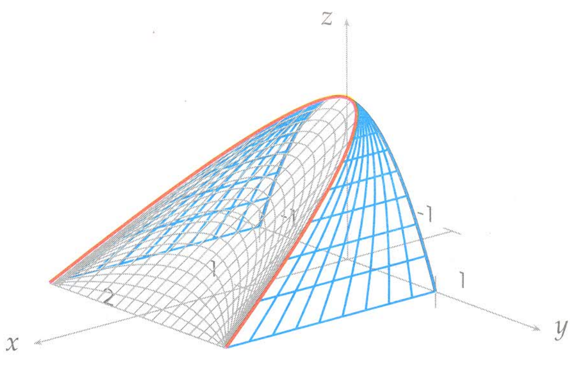

```
\begin{pspicture}[algebraic,plotstyle=curve](-4,-1)(4,4)
\psset{Beta=25,Alpha=40,yunit=0.4,linewidth=0.4pt}
\pstThreeDCoor[linecolor=black,xMin=-1,xMax=5,yMin=-1.5,%
yMax=5,zMin=0,zMax=9,spotZ=180]
\parametricplotThreeD[linecolor=gray,yPlotpoints=15]%
(0,4)(0,1){t |0 |2*u*t*(4-t)}
\parametricplotThreeD[linecolor=gray,yPlotpoints=10]%
```

```
(0,1)(0,4){u |0 |2*u*(1-t)*(4-u)}
\parametricplotThreeD[linecolor=cyan,yPlotpoints=10]%
(0,4)(0,1){t |u*t*(4-t) | 0}
\parametricplotThreeD[linecolor=cyan,yPlotpoints=10]%
(0,1)(0,4){u |u*(1-t)*(4-u) | 0 }
\parametricplotThreeD[linecolor=black,yPlotpoints=10]%
(0,4)(0,1){t |u*t*(4-t) |2*t*(1-u)*(4-t) }
\parametricplotThreeD[linecolor=black,yPlotpoints=15]%
(0,1)(0,4){u | u*t*(4-u) | 2*u*(1-t)*(4-u) }
\end{pspicture}
```

Cambiando `Beta=20,Alpha=-120`, se obtiene el siguiente gráfico.

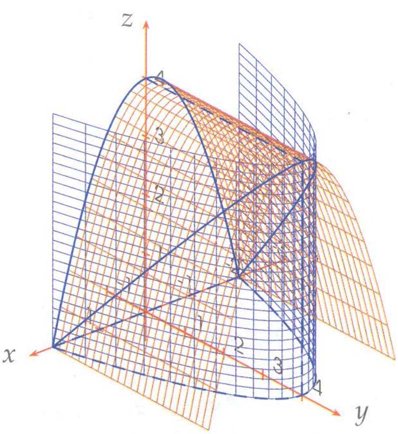


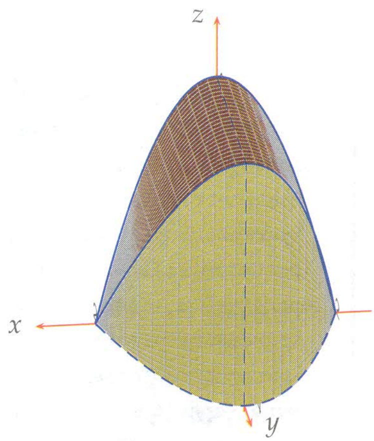
4. El plano con ecuación $x+2x=2$ y el cilindro $z=1-y^2$ limitan el sólido que se muestra a continuación:



```
\begin{pspicture}[algebraic,plotstyle=curve](-4,-1.5)(3,3)
\psset{Beta=15,Alpha=40,xunit=1.8cm,yunit=2cm}
\pstThreeDCoor[linecolor=gray,xMin=-1,xMax=3,yMin=-1.5,%
yMax=2.2,zMin=0,zMax=1.5,IIIDticks,IIIDlabels,spotZ=180]
\parametricplotThreeD[linecolor=black,linewidth=1.2pt]%
(-1,1){0 | t |1-t^2}
\parametricplotThreeD[yPlotpoints=10,linecolor=cyan]%
(-1,1)(0,2){t^2*u | t | 1- t^2}
\parametricplotThreeD[yPlotpoints=20,linecolor=cyan]%
(0,2)(-1,1){u^2*t | u | 1-u^2}
\parametricplotThreeD[yPlotpoints=20,linecolor=gray,%
linewidth=0.5pt](-1,1)(0,1){2-2*(1-t^2)*u | t |(1-t^2)*u}
\parametricplotThreeD[linecolor=gray,linewidth=0.5pt,%
yPlotpoints=20](0,1)(-1,1){2-2*t+2*t*u^2 | u |t*(1-u^2)}
\parametricplotThreeD[linecolor=red,linewidth=1.2pt]%
(-1,1){2*t^2 | t | 1-t^2}
\end{pspicture}
```

5. El sólido acotado por los gráficos de las expresiones $z = 4 - x^2$, $y = 4 - x^2$, $y = 0$, $z = 0$ es:





Estos gráficos se consiguen al compilar el código que se muestra a continuación:

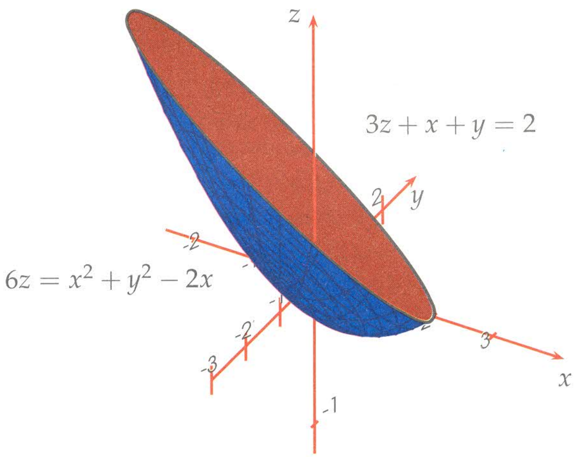
```
\begin{pspicture}(-2,-2)(4,5)
\psset{xunit=0.9cm,yunit=0.8cm,Alpha=40,Beta=25}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,xMin=-3,xMax=4,%
yMin=-1,yMax=5,zMin=-0.5,zMax=5,spotZ=180]
\psset{algebraic,opacity=0.8,linewidth=0.3pt}
\psset{linecolor=blue!40!black}
\parametricplotThreeD(-2,2)(0,4){t|4-t^2|u}
\parametricplotThreeD(0,4)(-2,2){u|4-u^2|t}
\psset{algebraic,linecolor=cyan!20!red}
\parametricplotThreeD(-2,2)(0,4){t|u|4-t^2}
\parametricplotThreeD(0,4)(-2,2){u|t|4-u^2}
\psset{plotstyle=curve,linecolor=blue,linewidth=0.7pt}
\parametricplotThreeD[linestyle=dashed](-2,2){t|4-t^2|0}
\parametricplotThreeD[linewidth=0.7pt](-2,2){t|4-t^2|4-t^2}
\parametricplotThreeD(-2,2){t|0|4-t^2}
\pstThreeDLine[linestyle=dashed](0,0,4)(0,4,4)(0,4,0)
\pstThreeDLine[linestyle=dashed](-2,0,0)(2,0,0)
\end{pspicture}
```

```
\begin{pspicture}(-3,-2)(3.5,4.5)
\psset{algebraic,xunit=0.9cm,yunit=0.8cm,Alpha=7,Beta=20}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,xMin=-2.6,xMax=3,%
yMin=-1,yMax=5,zMin=-0.5,zMax=5,spotZ=180]
\pscustom[fillcolor=red!40!black,fillstyle=solid,%
opacity=0.4, linestyle=none]{
 \parametricplotThreeD(-2,2){t|0|4-t^2}
 \parametricplotThreeD(-2,2){-t|4-t^2|4-t^2} }
\pscustom[fillcolor=yellow!60!black,fillstyle=solid,%
opacity=0.4,linestyle=none]{
 \parametricplotThreeD(-2,2){t|4-t^2|0}
 \parametricplotThreeD(-2,2){-t|4-t^2|4-t^2}  }
\psset{opacity=0.2,linewidth=0.4pt,linecolor=gray}
\parametricplotThreeD(-2,2)(0,1){t|4*u-u*t^2|4-t^2}
\parametricplotThreeD(0,1)(-2,2){u|4*t-t*u^2|4-u^2}
\parametricplotThreeD(-2,2)(0,1){t|4-t^2|4*u-u*t^2}
\parametricplotThreeD(0,1)(-2,2){u|4-u^2|4*t-t*u^2}
```

```
\psset{plotstyle=curve,linecolor=blue,linewidth=0.7pt}
\parametricplotThreeD[linestyle=dashed](-2,2){t|4-t^2|0}
\parametricplotThreeD(-2,2){t|4-t^2|4-t^2}
\parametricplotThreeD(-2,2){t|0|4-t^2}
\pstThreeDLine[linewidth=0.4pt,linestyle=dashed]%
(0,0,4)(0,4,4)(0,4,0)
\end{pspicture}
```

6. El sólido acotado por los gráficos del paraboloide con ecuación $6z = x^2 + y^2 - 2x$ y el plano con ecuación $3z + x + y = 2$ se muestra a continuación. La curva de intersección está dada por la función vectorial

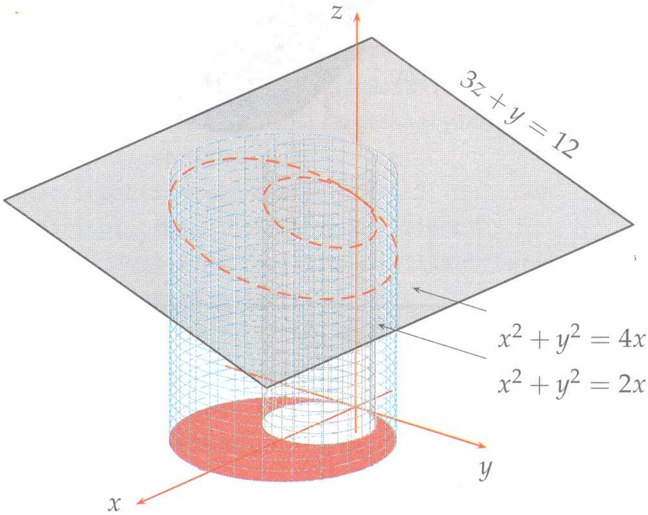
$$\overrightarrow{r}(t) = \left\langle \sqrt{5}\cos(t), -1 + \sqrt{5}\sin(t), 1 - \frac{\sqrt{5}}{3}\cos(t) - \frac{\sqrt{5}}{3}\sin(t) \right\rangle,\ t \in [0, 2\pi].$$




```
\begin{pspicture}(-4,-2.5)(4,4)
\psset{algebraic,xunit=0.9cm,yunit=2cm,Alpha=150,Beta=15}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,xMin=-2.5,xMax=4.2,yMin=-3,%
yMax=3,zMin=-1.2,zMax=1.8,spotZ=180,spotY=-90,spotX=-90]
\parametricplotThreeD[fillcolor=cyan!50!blue,fillstyle=solid,%
linestyle=none,yPlotpoints=800](0,2.24)(0,\psPiTwo)%
{t*cos(u)|-1+t*sin(u)|(1/6)-(1/3)*t*sin(u)+t^2/6-(1/3)*t*cos(u)}
```

```
\psset{linewidth=0.6pt}
\parametricplotThreeD[yPlotpoints=10,linecolor=blue!60!black]%
(0,\psPiTwo)(0,2.24){u*cos(t)|-1+u*sin(t)|%
(1/6)-(1/3)*u*sin(t)+u^2/6-(1/3)*u*cos(t)}
\parametricplotThreeD[yPlotpoints=16,linecolor=blue!60!black]%
(0,2.24)(0,\psPiTwo){t*cos(u)|-1+t*sin(u)|%
(1/6)-(1/3)*t*sin(u)+t^2/6-(1/3)*t*cos(u)}
\parametricplotThreeD[fillstyle=solid,fillcolor=red!70!black,%
linestyle=none,opacity=0.8](0,\psPiTwo)(0,2.24)%
{u*cos(t)|-1+u*sin(t)|1-(1/3)*u*cos(t)-(1/3)*u*sin(t)}
\parametricplotThreeD[plotstyle=curve,linewidth=1.2pt,%
linecolor=black](0,\psPiTwo){sqrt(5)*cos(t)|-1+sqrt(5)*sin(t)|%
1-(sqrt(5)/3)*cos(t)-(sqrt(5)/3)*sin(t)}
\rput(2,1){$3z+x+y=2$}
\rput(-3,0){$6z=x^2+y^2-2x$}
\end{pspicture}
```

7. El sólido limitado por los planos $z = 0$, $3z + y = 12$, exterior al cilindro con ecuación $x^2 + y^2 = 2x$ e interior al cilindro con ecuación $x^2 + y^2 = 4x$, es el siguiente:

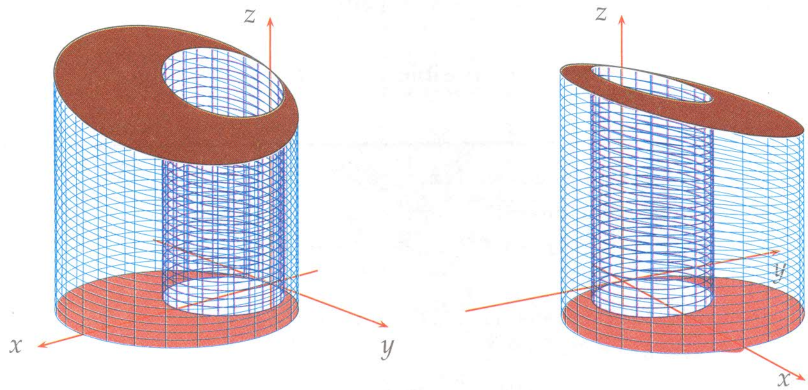


Unas parametrizaciones para las curvas de intersección de los cilindros

y el plano son:
$x = 1 + \cos t,\ y = \sin t,\ z = 4 - \frac{1}{3}\sin t$ y $x = 2 + 2\cos t,\ y = 2\sin t,$
$z = 4 - \frac{2}{3}\sin t,\ t \in [0, 2\pi]$.
La construcción anterior es posible compilando el código:

```
\begin{pspicture}[unit=0.7cm,algebraic](-3,-1.5)(3,5)
\pstThreeDCoor[linewidth=0.6pt,xMin=-1,xMax=6,%
yMin=-3,yMax=3,zMin=-0.5,zMax=7.5,spotZ=180,spotY=-90,%
Alpha=50,Beta=20]
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=lightgray!50!red,%
linestyle=none]{
\parametricplotThreeD[plotstyle=curve,linecolor=black,%
linewidth=0.4pt](0,\psPiTwo){1+cos(t)|sin(t)|0}
\parametricplotThreeD[plotstyle=curve,linecolor=black,%
linewidth=0.4pt](\psPiTwo,0){2+2*cos(t)|2*sin(t)|0}
}
\psset{linecolor=cyan!50,linewidth=0.2pt,plotstyle=curve}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(0,5){2+2*cos(t)|2*sin(t)|u}
\parametricplotThreeD(0,5)(0,\psPiTwo){2+2*cos(u)|2*sin(u)|t}
\psset{linecolor=gray!80,linewidth=0.3pt,plotstyle=curve}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(0,5){1+cos(t)|sin(t)|u}
\parametricplotThreeD(0,5)(0,\psPiTwo){1+cos(u)|sin(u)|t}
\pstThreeDSquare[fillstyle=solid,fillcolor=gray!50,%
opacity=0.5,linecolor=black](-4,3,3)(10,0,0)(0,-6,2)
\parametricplotThreeD[linestyle=dashed,plotstyle=ccurve,%
 linecolor=red,linewidth=0.7pt](0,\psPiTwo)%
{1+cos(t)|sin(t)|4-(1/3)*sin(t)}
\parametricplotThreeD[linestyle=dashed,plotstyle=ccurve,%
 linecolor=red,linewidth=0.7pt](\psPiTwo,0)%
{2+2*cos(t)|2*sin(t)|4-(2/3)*sin(t)}
\psset{linewidth=0.4pt,linecolor=black,arrows=->}
\pstThreeDLine(0,3,2.6)(0,1.3,2.6)
\pstThreeDLine(0,3,1.7)(0,0.5,1.7)
\rput(3,6.5){\psrotate(0,0){-42}{$3z+y=12$}}
\rput(3.8,1.2){$x^2+y^2=4x$}
\rput(3.8,0.4){$x^2+y^2=2x$}
\end{pspicture}
```

A continuación se presenta el sólido en mención, en dos vistas diferentes.



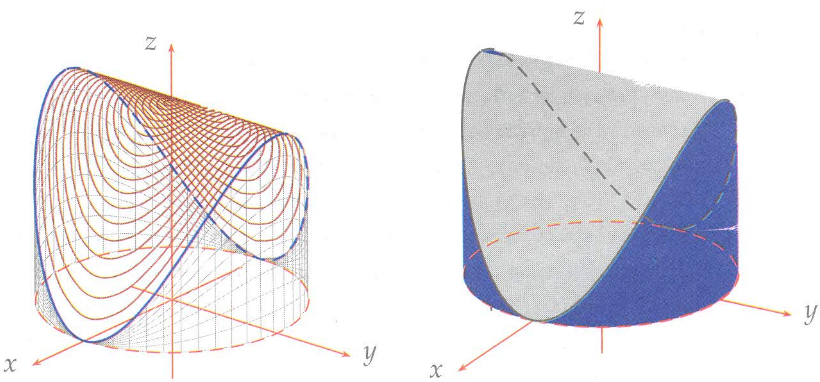
Y el código respectivo es:

```
\begin{pspicture}(-3,-1.2)(2,3.5)
\psset{xunit=0.8,yunit=0.75,Alpha=40,Beta=20,algebraic}
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=lightgray!50!red,%
linestyle=none]{%
\parametricplotThreeD[plotstyle=curve,linecolor=black,%
linewidth=0.4pt] (0,\psPiTwo){1+cos(t)|sin(t)|0}
\parametricplotThreeD[plotstyle=curve,linecolor=black,%
linewidth=0.4pt](\psPiTwo,0){2+2*cos(t)|2*sin(t)|0}
}
\pstThreeDCoor[linewidth=0.6pt,xMin=-1,xMax=5,yMin=-3,%
yMax=3,zMin=-0.5,zMax=6,spotZ=180,spotY=-90]
\psset{linecolor=blue,linewidth=0.3pt,plotstyle=curve}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(0,1)%
{1+cos(t)|sin(t)|4*u-(1/3)*u*sin(t)}
\parametricplotThreeD(0,1)(0,\psPiTwo)%
{1+cos(u)|sin(u)|4*t-(1/3)*t*sin(u)}
\psset{linecolor=cyan,linewidth=0.2pt,plotstyle=curve}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(0,1)%
 {2+2*cos(t)|2*sin(t)|4*u-(2/3)*u*sin(t)}
\parametricplotThreeD(0,1)(0,\psPiTwo)%
{2+2*cos(u)|2*sin(u)|4*t-(2/3)*t*sin(u)}
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=red!60!black,linestyle=none]{
\parametricplotThreeD[plotstyle=ccurve](0,\psPiTwo)%
```

```
{1+cos(t)|sin(t)|4-(1/3)*sin(t)}
\parametricplotThreeD[plotstyle=ccurve](\psPiTwo,0)%
{2+2*cos(t)|2*sin(t)|4-(2/3)*sin(t)}
}
\parametricplotThreeD[plotstyle=ccurve,linecolor=black,%
linewidth=0.5pt](0,\psPiTwo){1+cos(t)|sin(t)|4-(1/3)*sin(t)}
\parametricplotThreeD[plotstyle=ccurve,linecolor=black,%
linewidth=0.5pt](\psPiTwo,0){2+2*cos(t)|2*sin(t)|4-(2/3)*sin(t)}
\end{pspicture}
```

El segundo gráfico se logra incluyendo la instrucción
\pstThreeDCoor[....,Alpha=120,Beta=20]

8. El sólido limitado por el plano $z = 0$, y los cilindros con ecuaciones $x^2 + y^2 = 1$ y $z = 1 - x^2$, es el siguiente:



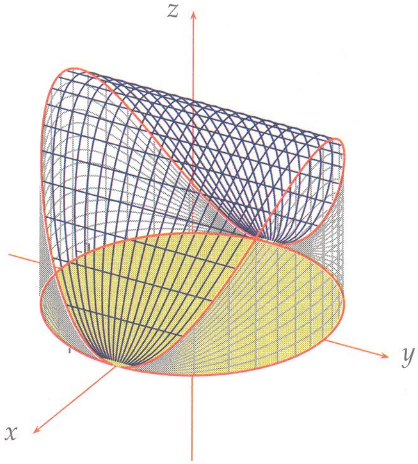
Las instrucciones que permiten hacer estos gráficos son:

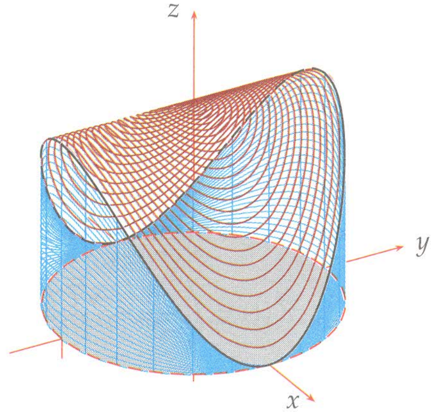
```
\begin{pspicture}(-3,-1)(3,4)
\psset{algebraic,xunit=2cm,yunit=2.5cm,Alpha=50,Beta=15}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,xMin=-0.8,xMax=1.6,%
yMin=-0.4,yMax=1.7,zMin=-0.4,zMax=1.5,spotZ=180]
\parametricplotThreeD[linewidth=0.4pt,plotstyle=curve,%
yPlotpoints=20,linecolor=red!60!black](-\psPi,\psPi)(0,1)%
{u*cos(t)|u*sin(t)|1-(u*cos(t))^2}
\parametricplotThreeD[linewidth=0.2pt,plotstyle=curve,%
```

```
yPlotpoints=10,linecolor=black!50](-\psPi,\psPi)(0,1)%
{cos(t)|sin(t)|u*(1-(cos(t))^2)}
\parametricplotThreeD[linewidth=0.2pt,yPlotpoints=50,%
 linecolor=black!60](0,1)(0,\psPiTwo)%
 {cos(u)|sin(u)|t*(1-(cos(u))^2)}
\psset{plotstyle=curve}
\parametricplotThreeD[linecolor=red,linewidth=0.5pt,%
linestyle=dashed](0,\psPiTwo){cos(t)|sin(t)|0}
\parametricplotThreeD[linecolor=blue,linewidth=0.8pt,%
linestyle=dashed](1.57,4.7){cos(t)|sin(t)|(sin(t))^2}
\parametricplotThreeD[linecolor=blue,linewidth=0.8pt]%
(-1.57,1.57){cos(t)|sin(t)|(sin(t))^2}
\end{pspicture}
```

```
\begin{pspicture}(-3,-1)(3,4)
\psset{algebraic,xunit=2cm,yunit=2.5cm,Alpha=60,Beta=10}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,xMin=-0.8,xMax=2.1,%
yMin=-0.4,yMax=1.6,zMin=-0.4,zMax=1.5,spotZ=180]
\parametricplotThreeD[fillstyle=solid,fillcolor=gray!60,%
opacity=0.7,linestyle=none](1.57,4.7)(0,1)%
{u*cos(t)|u*sin(t)|1-(u*cos(t))^2}
\parametricplotThreeD[fillstyle=solid,fillcolor=gray!30!blue,%
opacity=0.7,linestyle=none,plotstyle=curve,yPlotpoints=60]%
(0,\psPiTwo)(0,1){cos(t)|sin(t)|u*(1-(cos(t))^2)}
\parametricplotThreeD[fillstyle=solid,fillcolor=gray!60,%
opacity=0.7,linestyle=none](-1.57,1.57)(0,1)%
{u*cos(t)|u*sin(t)|1-(u*cos(t))^2} \psset{plotstyle=curve}
\parametricplotThreeD[linecolor=red,linewidth=0.5pt,%
linestyle=dashed](0,\psPiTwo){cos(t)|sin(t)|0}
\parametricplotThreeD[linecolor=black,linewidth=0.8pt,%
linestyle=dashed](1.57,4.7){cos(t)|sin(t)|(sin(t))^2}
\parametricplotThreeD[linecolor=black,linewidth=0.8pt]%
(-1.57,1.57){cos(t)|sin(t)|(sin(t))^2}
\end{pspicture}
```

Una pequeña variación en la forma como se parametriza el mismo sólido se muestra enseguida:





Las instrucciones para el primer gráfico son las siguientes:

```
\begin{pspicture}(-2.5,-2)(3,4.5)
\psset{algebraic,xunit=2cm,yunit=2.5cm,Alpha=60,Beta=20}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,xMin=-0.8,xMax=2.1,%
yMin=-1.4,yMax=1.5,zMin=-0.8,zMax=1.5,spotZ=180]
\parametricplotThreeD[fillstyle=solid,fillcolor=gray!40!%
yellow,linestyle=none,opacity=0.5]%
(0,\psPiTwo)(0,1){u*cos(t)|u*sin(t)|0}
\psset{linewidth=0.6pt,linecolor=gray,xPlotpoints=200,%
yPlotpoints=15,plotstyle=ecurve}
\parametricplotThreeD(-1,1)(0,1){t|sqrt(1-t^2),u*(1-t^2)}
\parametricplotThreeD(0,1)(-1,1){u|sqrt(1-u^2),t*(1-u^2)}
\parametricplotThreeD(-1,1)(0,1){t|-sqrt(1-t^2),u*(1-t^2)}
\parametricplotThreeD(0,1)(-1,1){u|-sqrt(1-u^2),t*(1-u^2)}
\psset{linewidth=0.5pt,linecolor=blue!40!black,%
xPlotpoints=200,yPlotpoints=20,plotstyle=ecurve}
\parametricplotThreeD(-1,1)(0,1){t|(1-2*u)*sqrt(1-t^2),1-t^2}
\parametricplotThreeD(0,1)(-1,1){u|(1-2*t)*sqrt(1-u^2),1-u^2}
\psset{linecolor=red,linewidth=0.8pt}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo){cos(t)|sin(t)|0}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo){cos(t)|sin(t)|(sin(t))^2}
\end{pspicture}
```

9. Al parametrizar la región acotada por la intersección de las superficies con ecuaciones:

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 4$$

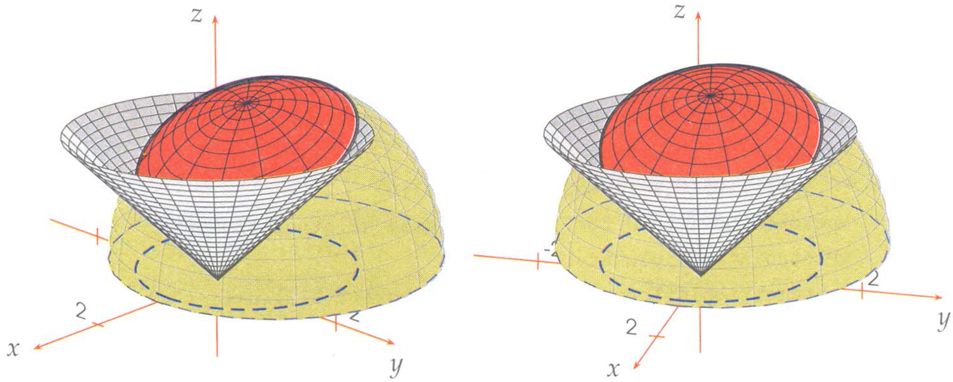
La curva de intersección está dada por $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{7}{4}$, que se puede representar mediante la expresión

$$\overrightarrow{r}(t) = \left\langle \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}\cos t, \frac{\sqrt{7}}{2}\sin t, \frac{1}{2}\sqrt{8 - 2\sqrt{7}\cos t} \right\rangle,\ t \in [0, 2\pi]$$

y para parametrizar la región interior, se puede usar la expresión

$$\overrightarrow{r}(u,v) = \left\langle -\frac{1}{2} + u\cos v, u\sin v, \frac{1}{2}\sqrt{15 - 4u\cos v - 4u^2} \right\rangle$$

$u \in [0, \sqrt{7}/2]$, $v \in [0, 2\pi]$. En el siguiente gráfico se muestra esta situación:



El código necesario es:

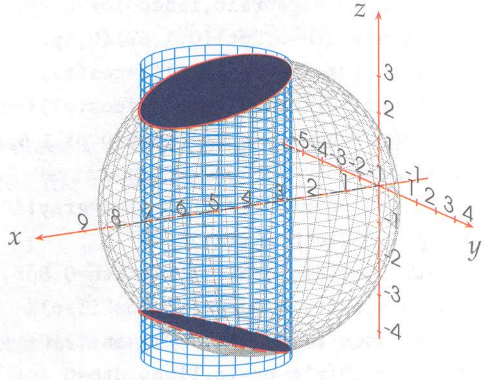
```
\begin{pspicture}(-1.5,-1.2)(3.2,3.5)
\psset{algebraic,yunit=1.2,xunit=1.1,Alpha=45,Beta=20}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,xMin=-3.5,xMax=3.1,%
yMin=-2.8,yMax=3,zMin=-0.9,zMax=3.1,spotZ=180,spotY=-90]
\parametricplotThreeD[algebraic,fillstyle=solid,%
fillcolor=gray!50!yellow,opacity=0.5,linecolor=gray,%
xPlotpoints=90,yPlotpoints=15,linewidth=0.2pt](0,\psPiTwo)%
```

```
(0,1.57){-1+2*cos(t)*sin(u)|2*sin(t)*sin(u)|2*cos(u)}
\parametricplotThreeD[algebraic,linecolor=gray,xPlotpoints=90,%
yPlotpoints=15,linewidth=0.2pt](0,1.57)(0,\psPiTwo)%
{-1+2*cos(u)*sin(t)|2*sin(u)*sin(t)|2*cos(t)}
\defFunction[algebraic]{cono2}(u,v){u*cos(v)}{-u*sin(v)}{u}
\psSolid[object=surfaceparametree,base=0 pi 1 4,%
viewpoint=50 45 20 rtp2xyz,Decran=32,opacity=0.2,%
function=cono2,incolor=gray!40,fillcolor=gray!40,%
linewidth=0.5\pslinewidth,ngrid=20 20]
\parametricplotThreeD[algebraic,linewidth=0.8pt,linecolor=blue,%
linestyle=dashed,plotstyle=curve](0,\psPiTwo)%
{-1/2+(sqrt(7)/2)*cos(t)|(sqrt(7)/2)*sin(t)|0}
\parametricplotThreeD[algebraic,linewidth=0.4pt,%
linestyle=dashed,linecolor=blue](0,\psPiTwo)%
{-1+2*cos(t)|2*sin(t)|0}
\parametricplotThreeD[algebraic,fillstyle=solid,opacity=0.6,%
fillcolor=red!80!gray,linestyle=none](0,\psPiTwo)(0,1.32)%
{-1/2+u*cos(t)|u*sin(t)|(1/2)*sqrt(15-4*u*cos(t)-4*u^2)}
\parametricplotThreeD[algebraic,linewidth=1.2pt,linecolor=black,%
plotstyle=curve](0,\psPiTwo){(-1/2)+(sqrt(7)/2)*cos(t)|%
(sqrt(7)/2)*sin(t)|(1/2)*sqrt(8-2*sqrt(7)*cos(t))}
\parametricplotThreeD[algebraic,linewidth=0.3pt,plotstyle=ccurve,%
linecolor=blue!30!black,yPlotpoints=10](0,\psPiTwo)(0,1.32)%
{-1/2+u*cos(t)|u*sin(t)|(1/2)*sqrt(15-4*u*cos(t)-4*u^2)}
\parametricplotThreeD[algebraic,linewidth=0.3pt,plotstyle=curve,%
yPlotpoints=14,linecolor=blue!30!black](0,1.32)(0,\psPiTwo)%
{-1/2+t*cos(u)|t*sin(u)|(1/2)*sqrt(15-4*t*cos(u)-4*t^2)}
\defFunction[algebraic]{cono}(u,v){u*cos(v)}{u*sin(v)}{u}
\psSolid[object=surfaceparametree,base=0 pi -1 2.2,opacity=0.2,%
viewpoint=50 45 20 rtp2xyz,Decran=32,function=cono,%
incolor=gray!20,fillcolor=gray!20,linewidth=0.5\pslinewidth,%
ngrid=20 20]
\end{pspicture}
```

10. La esfera cuya ecuación es $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 16$ se intersecta con el cilindro cuya ecuación es $(x-5)^2 + y^2 = 4$, y ambos se intersectan en una curva, determinada por la función vectorial

$$\overrightarrow{r}(t) = \langle 5 + 2\cos(t), 2\sin(t), \sqrt{21 - 2(5 + 2\cos(t))}\,\rangle,$$

para $t \in [0, 2\pi]$. El gráfico de la región interior a dicha curva es:

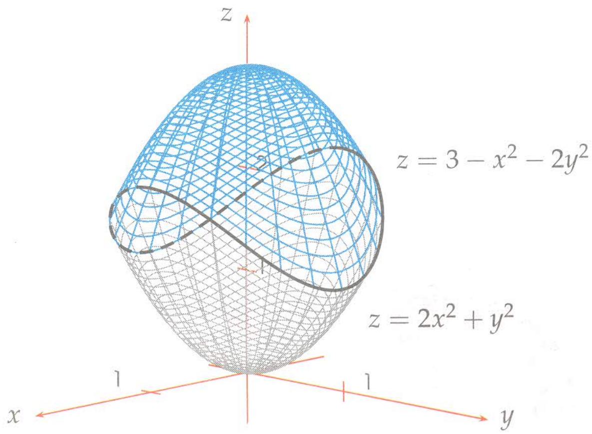


Y el código requerido se muestra a continuación:

```
\begin{pspicture}[algebraic](-6,-3)(3,3)
\psset{unit=0.6cm,Alpha=30,Beta=15}
\psset{algebraic,plotstyle=curve,linewidth=0.4pt,%
linecolor=cyan,xPlotpoints=200,yPlotpoints=30,opacity=0.8}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(-4,4){5+2*cos(t)|2*sin(t)|u}
\parametricplotThreeD(-4,4)(0,\psPiTwo){5+2*cos(u)|2*sin(u)|t}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,xMin=-1.5,xMax=10.5,%
yMin=-5,yMax=5,zMin=-4.2,zMax=4.8,spotZ=180,spotY=-90]
\psset{algebraic,plotstyle=curve,linewidth=0.2pt,%
linecolor=gray,xPlotpoints=200,yPlotpoints=40,opacity=0.7}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(0,\psPi)%
{4+4*cos(t)*sin(u)|4*sin(t)*sin(u)|4*cos(u)}
\parametricplotThreeD(0,\psPi)(0,\psPiTwo)
  {4+4*cos(u)*sin(t)|4*sin(u)*sin(t)|4*cos(t)}
\parametricplotThreeD[linewidth=1.2pt,linecolor=red]%
(0,\psPiTwo){5+2*cos(t)|2*sin(t)|sqrt(21-2*(5+2*cos(t)))}
\parametricplotThreeD[linewidth=1.2pt,linecolor=red,%
linestyle=dashed](0,\psPiTwo){5+2*cos(t)|2*sin(t) | %
-sqrt(21-2*(5+2*cos(t)))}
\parametricplotThreeD[fillstyle=solid,fillcolor=blue!40!black,%
linestyle=none](0,\psPiTwo){5+2*cos(t) | 2*sin(t) |%
sqrt(21-2*(5+2*cos(t)))}
```

```
\parametricplotThreeD[fillstyle=solid,fillcolor=blue!40!black,%
linestyle=none](0,\psPiTwo){5+2*cos(t)|2*sin(t)|%
-sqrt(21-2*(5+2*cos(t)))}
\pstThreeDDot[drawCoor=true](8,0,0)
\end{pspicture}
```

11. El sólido acotado por los gráficos de las superficies con ecuaciones $z = 2x^2 + y^2$ y $z = 3 - x^2 - 2y^2$ es:

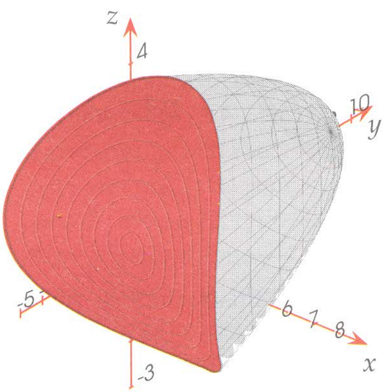


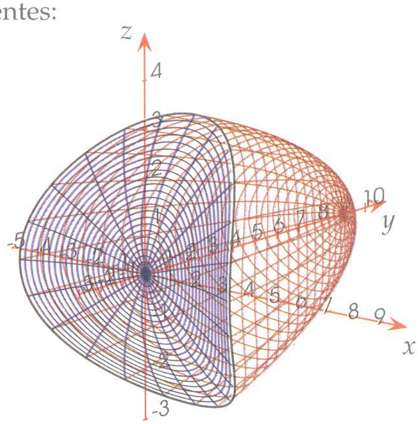
Los comandos necesarios para hacer esta ilustración se pueden ver a continuación:

```
\begin{pspicture}(-3,-2)(3,5)
\psset{algebraic,xunit=1.6cm,yunit=1.4cm}
\pstThreeDCoor[IIIDzticksep=0.1,xMin=-0.8,xMax=3,%
yMin=-0.4,yMax=2.1,zMin=-0.5,zMax=5,spotZ=180,IIIDticks,%
IIIDlabels,Alpha=45,Beta=15]
\psset{linecolor=gray,linewidth=0.4pt,plotstyle=curve}
\parametricplotThreeD(0,1)(0,\psPiTwo){t*cos(u)|t*sin(u)|%
2*(t*cos(u))^2+(t*sin(u))^2}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(0,1){u*cos(t)|u*sin(t)|%
2*(u*cos(t))^2+(u*sin(t))^2}
\psset{linecolor=cyan!70!gray,linewidth=0.6pt,plotstyle=curve}
```

```
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(0,1){u*cos(t)|u*sin(t)|%
3-(u*cos(t))^2-2*(u*sin(t))^2}
\parametricplotThreeD(0,1)(0,\psPiTwo){t*cos(u)|t*sin(u)|%
3-(t*cos(u))^2-2*(t*sin(u))^2}
\psset{algebraic,linecolor=black,linewidth=1.2pt}
\parametricplotThreeD(0,\psPi){cos(t)|sin(t)|1+(cos(t))^2}
\parametricplotThreeD[linestyle=dashed](\psPi,\psPiTwo)%
{cos(t)|sin(t)|1+(cos(t))^2}
\uput[0](0.8,0.5) {$z=2x^2+y^2$}
\uput[0](0.8,2) {$z=3-x^2-2y^2$}
\end{pspicture}
```

12. El sólido acotado por el paraboloide con ecuación $8y + 5x^2 + 6z^2 = 9$ y el paraboloide hiperbólico con ecuación $16y = 4z^2 - x^2$ se muestran a continuación de dos maneras diferentes:





Las instrucciones requeridas para los dos gráficos se presentan enseguida:

```
\begin{pspicture}[algebraic,xunit=0.5cm,yunit=0.7cm](-2,-2)(2,4)
\pstThreeDCoor[xMin=-4,xMax=9,yMin=-5,yMax=11,zMin=-3,%
zMax=5,linewidth=0.6pt,spotZ=180,spotY=-90,spotX=-90,%
Alpha=140,Beta=20,IIIDticks,IIIDlabels,arrowscale=2.0]
\parametricplotThreeD[fillstyle=solid,fillcolor=gray!50,%
linestyle=none,plotstyle=curve,opacity=0.3](0,\psPiTwo)%
(0,1){4*u*cos(t)|(1/8)*(72-5*(4*u*cos(t))^2-6*(3*u*sin(t))^2)%
```

```
|3*u*sin(t)}
\parametricplotThreeD[linecolor=gray!30!black,linewidth=0.1pt,%
plotstyle=curve,opacity=0.3,yPlotpoints=10](0,\psPiTwo)(0,1)%
{4*u*cos(t)|(1/8)*(72-5*(4*u*cos(t))^2-6*(3*u*sin(t))^2)|%
 3*u*sin(t)}
\parametricplotThreeD[linecolor=gray!30!black,linewidth=0.1pt,%
plotstyle=curve,opacity=0.3,xPlotpoints=20](0,1)(0,\psPiTwo)%
{4*t*cos(u)|(1/8)*(72-5*(4*t*cos(u))^2-6*(3*t*sin(u))^2)|%
 3*t*sin(u)}
\parametricplotThreeD[fillstyle=solid,fillcolor=blue!20!red,%
plotstyle=curve,linestyle=none,opacity=0.07](0,\psPiTwo)(0,1)%
{4*u*cos(t)|(1/16)*( 4*(3*u*sin(t))^2-(4*u*cos(t))^2)|3*u*sin(t)}
\parametricplotThreeD[linecolor=gray!30!black,linewidth=0.1pt,%
plotstyle=curve,opacity=0.3,yPlotpoints=10](0,\psPiTwo)(0,1)%
{4*u*cos(t)|(1/16)*( 4*(3*u*sin(t))^2-(4*u*cos(t))^2)|3*u*sin(t)}
\parametricplotThreeD[linecolor=red!60!black,plotstyle=ccurve]%
(0,\psPiTwo){4*cos(t)|(13/4)*(sin(t))^2-1|3*sin(t)}
\end{pspicture}
```

```
\begin{pspicture}[algebraic,xunit=0.45cm,yunit=0.6cm](-4,-2)(3,4)
\pstThreeDCoor[xMin=-5,xMax=9,yMin=-3,yMax=11,zMin=-3,zMax=5,%
linewidth=0.6pt,spotZ=180,spotY=-90,spotX=-90,%
Alpha=120,Beta=10,IIIDticks,IIIDlabels,arrowscale=2.0]
\psset{linecolor=red!60!black,linewidth=0.3pt,plotstyle=curve}
\parametricplotThreeD[xPlotpoints=100](0,\psPiTwo)(0,1)%
{4*u*cos(t)|(1/8)*(72-5*(4*u*cos(t))^2-6*(3*u*sin(t))^2)%
|3*u*sin(t)}
\parametricplotThreeD(0,1)(0,\psPiTwo)%
{4*t*cos(u)|(1/8)*(72-5*(4*t*cos(u))^2-6*(3*t*sin(u))^2)%
|3*t*sin(u)}
\psset{linecolor=blue!30!black,linewidth=0.3pt,plotstyle=curve}
\parametricplotThreeD[xPlotpoints=100](0,\psPiTwo)(0,1)%
{4*u*cos(t)|(1/16)*(4*(3*u*sin(t))^2-(4*u*cos(t))^2)|3*u*sin(t)}
\parametricplotThreeD(0,1)(0,\psPiTwo)%
{4*t*cos(u)|(1/16)*(4*(3*t*sin(u))^2-(4*t*cos(u))^2)|3*t*sin(u)}
\psset{linecolor=black,linewidth=0.8pt,plotstyle=ccurve,%
```

```
xPlotpoints=200}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)%
{4*cos(t)|(13/4)*(sin(t))^2-1|3*sin(t)}
\end{pspicture}
```

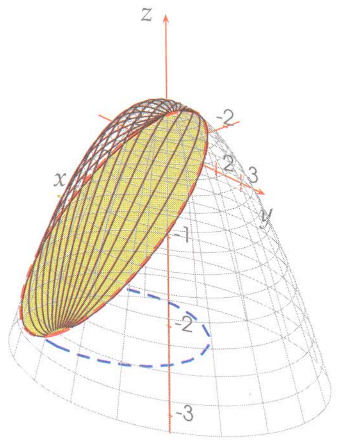
13. Las superficies con ecuaciones

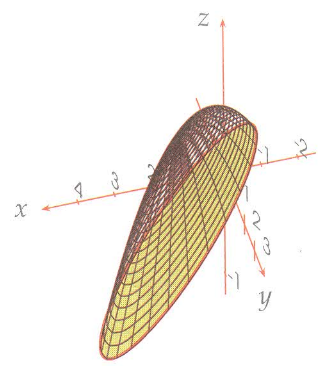
$$-18x - 5 + 8y = 36z,\ 36z = 18 - 9x^2 - 4y^2$$

determinan el sólido que se muestra a continuación. La intersección de estas dos superficies, proyectada en el plano $z = -2$, está determinada por la función vectorial

$$\overrightarrow{r}(t) = \langle 1 + 2\cos(t), -1 + 3\sin(t), -2\rangle$$

En el gráfico se puede ver de color azul.





Para lograr el primero de ellos se requiere seguir estas instrucciones:

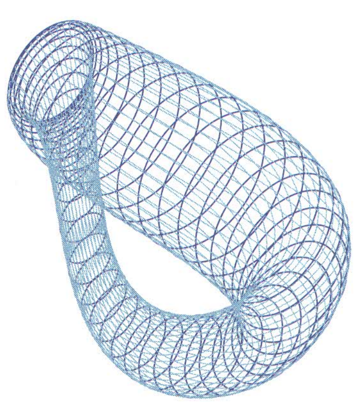
```
\begin{pspicture}[algebraic](-2.5,-4)(3,2)
\psset{xunit=0.5cm,yunit=1.2cm,Alpha=40,Beta=10}
\pstThreeDCoor[IIIDticks,IIIDlabels,xMin=-2.5,xMax=3,%
yMin=-2.8,yMax=4,zMin=-3.2,zMax=1.5,spotZ=180,spotY=-90]
\parametricplotThreeD[linewidth=0.9pt,linecolor=blue,%
linestyle=dashed](0,\psPiTwo){1+2*cos(t)|-1+3*sin(t)|-2}
```

```
\parametricplotThreeD[fillstyle=solid,fillcolor=gray!40!%
yellow,linestyle=none,opacity=0.6](0,\psPiTwo)(0,1)%
{1+2*u*cos(t)|-1+3*u*sin(t)|-(31/36)-u*cos(t)+(2/3)*u*sin(t)}
\psset{plotstyle=curve,linewidth=0.3pt,linecolor=gray,%
xPlotpoints=90,yPlotpoints=20}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(0,1.4)%
{sqrt(6)*u*cos(t)|(3*sqrt(6)/2)*u*sin(t)|(1/2)-(3/2)*u^2}
\parametricplotThreeD(0,1.4)(0,\psPiTwo)%
{sqrt(6)*t*cos(u)|(3*sqrt(6)/2)*t*sin(u)|(1/2)-(3/2)*t^2}
\parametricplotThreeD[plotstyle=curve,linewidth=1.4pt,%
linecolor=red,linestyle=dashed](0,\psPiTwo)%
{1+2*cos(t)|-1+3*sin(t)|-(31/36)-cos(t)+(2/3)*sin(t)}
\psset{plotstyle=ecurve,linewidth=0.4pt,linecolor=black%
!75!red,xPlotpoints=90,yPlotpoints=16}
\parametricplotThreeD(-0.98,2.98)(0,1)
{t|-1+(3*u-(3/2))*sqrt(3+2*t-t^2)|1/2-(1/4)*t^2-%
(1/9)*(-1+(3*u-(3/2))*sqrt(3+2*t-t^2))^2}
\end{pspicture}
```

14. Para $u \in [0, 2\pi]$ y $v \in [0, \pi]$, la función vectorial

$$\overrightarrow{r}(u,v) = \langle 6\cos(v)(1+\sin(v)) + 4(1-\cos(v)/2)\cos(u+\pi), \\ 16\sin(v), 4(1-\cos(v)/2)\sin(u)\rangle$$

determina la siguiente superficie:



Las instrucciones requeridas son:

```
\begin{pspicture}(-4,-4)(4,4.2)
\psset{algebraic,xunit=0.22cm,yunit=0.2cm,Alpha=30,Beta=40}
\psset{plotstyle=curve,linecolor=blue!50!black,yPlotpoints=50,%
drawStyle=xLines,hiddenLine=true,linewidth=0.5pt}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(0,\psPiTwo){6*cos(u)*(1+sin(u))%
+4*(1-cos(u)/2)*cos(t+3.14)|16*sin(u)|4*(1-cos(u)/2)*sin(t)}
\psset{plotstyle=curve,linecolor=cyan!40!gray,yPlotpoints=40,%
hiddenLine=true,linewidth=0.4pt}
\parametricplotThreeD(0,\psPiTwo)(0,\psPiTwo)%
{6*cos(t)*(1+sin(t))+4*(1-cos(t)/2)*cos(u+\psPi)|16*sin(t) %
|4*(1-cos(t)/2)*sin(u)}
\end{pspicture}
```

El problema de los tanques

Un tanque en forma de paraboloide se inclina, si se manteene fijo el vértice. El gráfico que representa esta situación puede hacerse de acuerdo con las siguientes consideraciones: el paraboloide con ecuación $4z = x^2 + y^2$ se intersecta con el plano, cuya ecuación es $z = 2 - \left(\sqrt{2} - 1\right)(x - 2)$. Estas superficies determinan la parte del plano dentro del paraboloide que simularán el líquido dentro de un tanque inclinado. Al remplazar una ecuación en la otra, se sigue

$$4\left(-\left(\sqrt{2}-1\right)x + 2\sqrt{2}\right) = x^2 + y^2$$

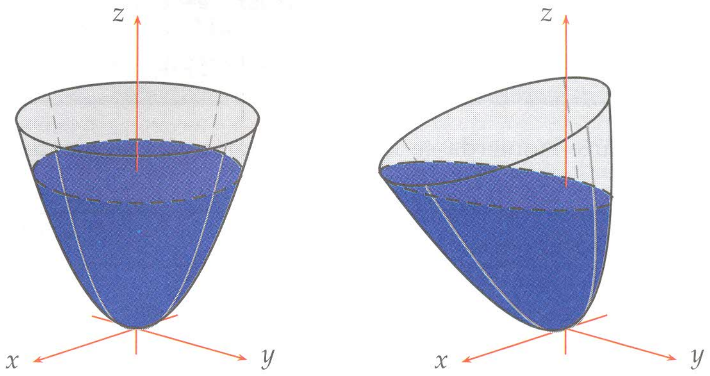
Al completar el trinomio, se obtiene $8\sqrt{2} = x^2 - 4\left(\sqrt{2}-1\right)x + y^2$; es decir, $12 = \left(2 - 2\sqrt{2} + x\right)^2 + y^2$. Al parametrizar en la forma, $x = -2 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}\cos t$, $y = 2\sqrt{3}\sin t$, de la ecuación del paraboloide, se sigue que $4z = \left(-2 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}\cos t\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\sin t\right)^2$; es decir $z = 6 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}(\sqrt{2} - 1)\cos t$. Entonces la curva de intersección está determinada por:

$$\overrightarrow{\alpha}(t) = \left\langle -2 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}\cos t, 2\sqrt{3}\sin t, 6 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)\cos t\right\rangle$$

Que para efectos del dibujo puede aproximarse numéricamente como:

$$\overrightarrow{\alpha}(t) \approx \langle 0.83 + 3.46\cos t,\ 3.46\sin t,\ 3.17 + 1.43\cos t\rangle$$

Con las expresiones descritas antes, se elaboran los siguientes dibujos:



Para conseguir los gráficos anteriores se define una estructura llamada **bloque**, que es el dibujo del tanque; posteriormente, se rota un ángulo determinado para dar el efecto del líquido desplazado por la inclinación del tanque.

```
\def\bloque{
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=lightgray!60,linestyle=none]{
\psset{linecolor=black,linewidth=0.9pt,plotstyle=curve}
\parametricplotThreeD(0,6.28){4*cos(t)|4*sin(t)|4} }
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=lightgray!60,linestyle=none]{
\psset{linewidth=0.6pt,plotstyle=curve}
\parametricplotThreeD(-2.83,2.83){t|-t|t^2/2} }
\psset{linewidth=0.6pt,plotstyle=curve,linecolor=gray,linestyle=dashed}
\parametricplotThreeD(-4,0){t|0|t^2/4}
\parametricplotThreeD(-4,0){0|t|t^2/4}
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=blue!50!gray,linestyle=none]{
\parametricplotThreeD(-2.83,2){-t|t|t^2/2} }
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=blue!30!gray,linestyle=none]{
\psset{linecolor=black,linewidth=0.9pt,linestyle=solid}
\parametricplotThreeD(0,6.28)%
{0.83+3.46*cos(t)|3.46*sin(t)|3.117+1.43*cos(t)} }
\psset{plotstyle=curve,linestyle=solid,linewidth=0.8pt}
\parametricplotThreeD[linecolor=black,linewidth=0.9pt]%
(0,6.28){4*cos(t)|4*sin(t)|4}
\parametricplotThreeD[linecolor=gray](0,4){t|0|t^2/4}
```

```
\parametricplotThreeD[linecolor=gray,](0,4){0|t|t^2/4}
\parametricplotThreeD[linecolor=black](-2.83,2.83){t|-t|t^2/2}
\parametricplotThreeD[linewidth=0.9pt,linestyle=dashed,%
linecolor=black](0,6.28)%
{0.83+3.46*cos(t)|3.46*sin(t)|3.117+1.43*cos(t)} }
```

El gráfico de la parte izquierda se logra compilando las siguientes instrucciones:

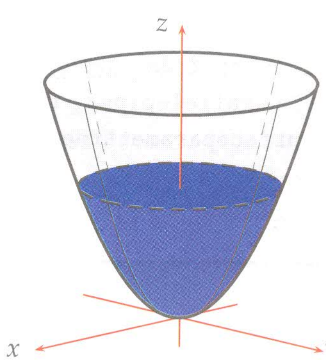
```
\begin{pspicture}[algebraic](-3,-1)(4,4)
\psset{xunit=0.4cm,yunit=0.6cm,Alpha=47,Beta=10}
\pstThreeDCoor[linewidth=0.6pt,xMin=-2,xMax=5,yMin=-2,%
yMax=5,zMin=-0.5,zMax=6,spotZ=180]
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=lightgray!60,linestyle=none]{
\psset{linecolor=black,linewidth=0.9pt,plotstyle=curve}
\parametricplotThreeD(0,6.28){4*cos(t)|4*sin(t)|4} }
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=lightgray!60,linestyle=none]{
\psset{linewidth=0.6pt,plotstyle=curve}
\parametricplotThreeD(-2.83,2.83){t|-t|t^2/2}  }
\psset{linewidth=0.6pt,plotstyle=curve,linecolor=gray,linestyle=dashed}
\parametricplotThreeD(-4,0){t|0|t^2/4}
\parametricplotThreeD(-4,0){0|t|t^2/4}
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=blue!50!gray,linestyle=none]{
\psset{linewidth=0.6pt,plotstyle=curve}
\parametricplotThreeD(-2.45,2.45){-t|t|t^2/2} }
\pscustom[fillstyle=solid,fillcolor=blue!30!gray,linestyle=none]{
\psset{linecolor=black,linewidth=0.9pt,linestyle=dashed}
\parametricplotThreeD(0,6.28){3.46*cos(t)|3.46*sin(t)|3} }
\psset{plotstyle=curve,linestyle=solid}
\parametricplotThreeD[linecolor=black,linewidth=0.9pt]%
(0,6.28){4*cos(t)|4*sin(t)|4}
\parametricplotThreeD[linewidth=0.6pt,linecolor=gray](0,4){t|0|t^2/4}
\parametricplotThreeD[linewidth=0.6pt,linecolor=gray](0,4){0|t|t^2/4}
\pstThreeDLine[linewidth=0.6pt,linecolor=red](0,0,3)(0,0,5)
\parametricplotThreeD[linewidth=0.9pt,linecolor=black]%
(-2.83,2.83){t|-t|t^2/2}
\parametricplotThreeD[linecolor=black,linewidth=0.9pt,%
linestyle=dashed](0,6.28){3.46*cos(t)|3.46*sin(t)|3}
\end{pspicture}
```

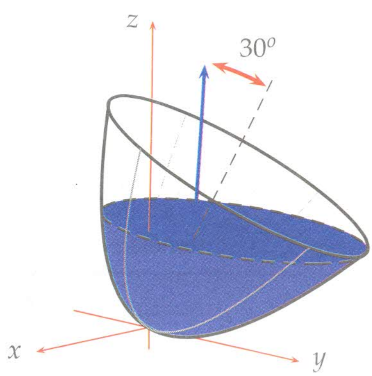
Para el gráfico de la derecha, se presenta una rutina que invoca a **bloque** y lo rota un ángulo de 20 grados alrededor del vértice del paraboloide.

```
\begin{pspicture}[algebraic](-3,-1)(4,4)
\psset{xunit=0.4cm,yunit=0.6cm,Alpha=47,Beta=10}
\pstThreeDCoor[linewidth=0.6pt,xMin=-2,xMax=5,yMin=-2,%
yMax=5,zMin=-0.5,zMax=6,spotZ=180]
\rput(0,0){ \psrotate(0,0){20}{\bloque} }
\pstThreeDLine[linewidth=0.6pt,linecolor=red](0,0,2.7)(0,0,6)
\end{pspicture}
```

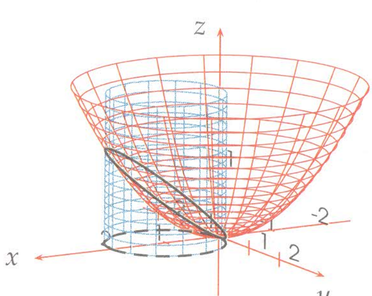
Ejercicios

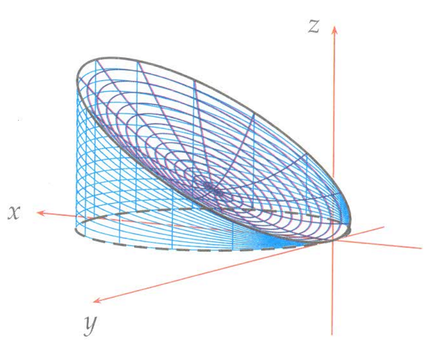
1. Hacer los siguientes gráficos:





2. Realizar el gráfico del sólido acotado por los gráficos de las expresiones $x^2 + y^2 = 2x$, $x^2 + y^2 = 3z$, $z = 0$.





6.7. Instrucción psSolid

Dentro del paquete PSTricks existe la instrucción psSolid, con algunas características propias. Con esta instrucción es posible agregar objetos cuya forma está predeterminada. La sintaxis básica es la siguiente:

```
\begin{pspicture}(a,b)(c,d)
\psSolid[object=nombre,args=argumentos,opciones](a,b,c)
\end{pspicture}
```

Este comando presenta el elemento nombre, que es alguno de los objetos previamente establecidos. Los argumentos dependen básicamente del tipo de objeto, lo que lo ubica en el punto (a,b,c). Algunos objetos predefinidos se encuentran en la siguiente lista:

point, line, vector, plan, grille, cube, cylindre, cylindrecreux, cone, conecreux, tronccone, troncconecreux, sphere, calottesphere, calottespherecreuse, tore, tetrahedron, octahedron, dodecahedron, isocahedron, anneau, prisme, prismecreux, parallelepiped, face, polygonregulier, ruban, surface, surface*, surfaceparamettree, pie, fusion, geode, load, offfile, objfile, datfile.

Por ejemplo, la sentencia:

```
\psSolid[object=cube,a=k](p,q,r)
```

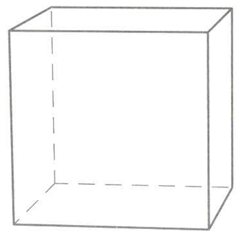
dibuja un cubo de lado k, con centro en el punto (p,q,r). De no indicarlo, la longitud a es por defecto a=1 y el centro en el origen.

La opción viewpoint=a b c es el punto desde donde se visualiza el gráfico, en este caso (a,b,c), mientras que viewpoint=a b c rtp2xyz utiliza cordenadas esféricas (ρ,θ,ϕ).

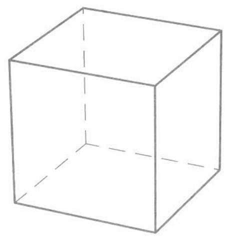
La instrucción action puede utilizarse como none/draw/draw*/draw**. Estas posibilidades muestran diferentes tipos de gráfico (con líneas discontinuas de fondo, sin líneas de fondo) o muestran el sólido con superficies sólidas.

Ahora se presentan dos ejemplos. La diferencia entre ellos es el uso de las opciones viewpoint=20 10 10 rtp2xyz y viewpoint=20 10 10.

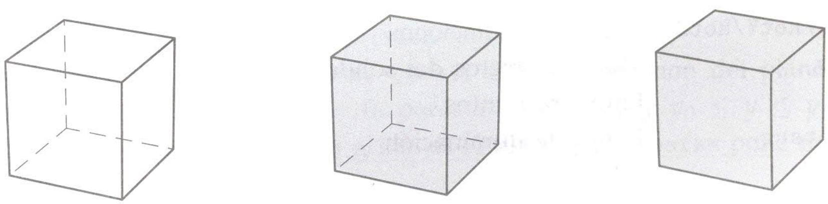
```
\begin{pspicture}(-2,-2)(2,2)
\psset{unit=0.5,%
viewpoint=20 10 10 rtp2xyz}
\psSolid[action=draw*,%
object=cube,a=2]
\end{pspicture}
```



```
\begin{pspicture}(-2,-2)(2,1.5)
\psset{unit=0.5,%
viewpoint=20 10 10}
\psSolid[action=draw*,%
object=cube,a=2]
\end{pspicture}
```



Estas tres figuras



se obtienen al compilar y cambiar `action=draw/draw*/draw*`.

```
\begin{pspicture}(-2,-1)(2,1)
\psset{viewpoint=20 10 10,Decran=20}
\psSolid[action=draw,object=cube,a=2]
\end{pspicture}
```

Además de las opciones usadas en `\PSTricks`, se puede incluir `ngrid= n m`, que determina si n y m son enteros positivos, la cantidad de marcas sobre el eje x y el eje y, respectivamente, y si se agrega un número racional (no entero) positivo; estos valores determinan la longitud de dichas marcas.

La opción Decran=d indica que d es la distancia perpendicular desde el punto de visión al plano sobre el cual se proyecta el objeto. Otras opciones son las siguientes:

Opción	**Descripción**	**Valores posibles**
plotstyle	Tipo de trazo	dots/line/polygon/curve ecurve/ccurve/none
showpoints	Muestra gráfico con puntos	true/false
xPlotpoints	Cantidad de puntos en x	por defecto 25
yPlotpoints	Cantidad de puntos en y	por defecto 25
drawStyle	Estilos de curva	xLines/yLines/ xyLines/yxLines
hiddenLine	Oculta parte del gráfico	true/false
algebraic	Notación para funciones	true/false
fillcolor	Color exterior	
incolor	Color interior	
axesboxed	Caja en el gráfico	true/false
labelsep	Distancia de etiqueta al eje	
hollow	Muestra el objeto hueco	true/false
RotX/RotY/RotZ	Determina rotaciones	
show	Muestra objetos del sólido	
num	Enumera puntos	
lightscr	Punto de iluminación	

La opción hue permite utilizar una coloración en forma degradada. También se usan inhue para la parte interna y inouthue en ambas caras de la superficie.

Estas opciones dependen del sistema de colores que se use: HSB, RGB o CMYK. RGB (Red-Green-Blue); HSB (Hue Saturation Brightness), que significa tono-saturación-brillo, y CMYK (Cyan Magenta Yellow Black).
La opción hue puede recibir:

- Dos parámetros en la forma hue=a b, donde $0 \leq a \leq 1$, $0 \leq b \leq 1$, para el sistema HSB.
- Cuatro parámetros hue=a b p q, donde p, q son los parámetros para saturación y brillo.

- Seis parámetros en la forma `hue=a b c p q r (hsb)`, donde a, p son los límites para H (tono); b, q son los límites para S (saturación), y c, r son los límites para B (brillo).
- En el sistema CMYK, la instrucción `hue=a b c d p q r s` determina el tipo de coloración, siendo a, p los límites para C; b, q los límites para M; c, r los límites para Y, y d, s los límites para K. Para `inhue` y `inouthue`, el tratamiento es similar.

6.8. Objetos prediseñados

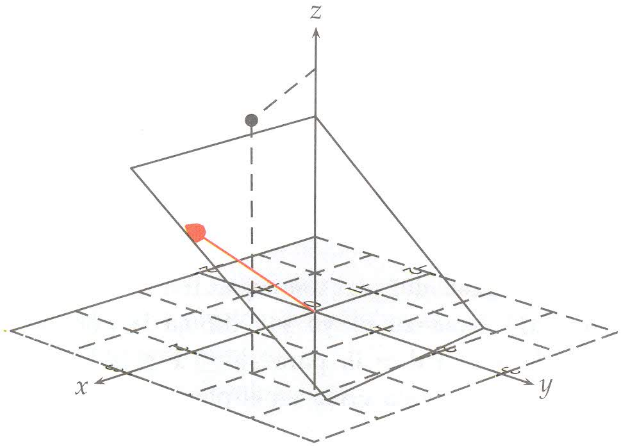
Se presenta ahora la sintaxis requerida para insertar otros objetos típicos.

- `\psSolid[object=point,args=a b c]` dibuja un punto con coordenadas (a, b, c).
- `\psSolid[object=line,args=x0 y0 z0 x1 y1 z1]` dibuja un segmento desde el punto (x_0, y_0, z_0) hasta el punto (x_1, y_1, z_1).
- `\psSolid[object=vecteur,args=a b c]` dibuja un vector con componentes (a, b, c).
- `\psSolid[object=plan,definition=equation,`
  `args={[a b c d]},base=x0 x1 y0 y1]` dibuja la porción del plano con ecuación $ax + by + cz + d = 0$, para $x_0 \leq x \leq x_1$ y $y_0 \leq y \leq y_1$. La opción `plangrid` dibuja una grilla en el plano y `planmarks` pone marcas enumeradas.
- `\psSolid[object=prisme,h=k,base=x1 y1...xn yn x1 y1,axe=a b c]` muestra un prisma de altura k, cuya base está determinada por los puntos (x_1, y_1), $\cdots (x_n, y_n)$; para cerrar la base es necesario repetir el punto inicial, y el eje de simetría lo determina el vector $\langle a, b, c\rangle$. La opción `ngrid=n m` determina el número de líneas verticales (n) y horizontales (m) en los lados del prisma. La base puede ser una curva. Más adelante se muestra un ejemplo de esta posibilidad.
- `\psSolid[object=dodecahedron,a=k]` muestra un dodecaedro con k como longitud de sus aristas.
- `\psSolid[r1=b,r0=a,object=tore]` muestra un toro, con radios interior y exterior a y b, respectivamente.

- `\psSolid[object=geode,ngrid=N n]` muestra un poliedro convexo inscrito en una esfera. La `N` determina el tipo de poliedro: 3 tetraedro, 4 octaedro y 5 isocaedro; la `n` es el número de divisiones en *línea del borde.*

- `\axesIIID(a,b,c)(p,q,r)` dibuja los ejes coordenados, x entre a y p; y entre b y q; z entre c y r. En caso tal, la opción `showOrigin=true/false` permite que la parte faltante, hasta el origen, se dibuje con líneas discontinuas. Las instrucciones `axisnames` determinan el nombre de los ejes, por ejemplo `axisnames={a,b,c}`, mientras que `arrowsize/arrowinset` controla el tamaño de la cabeza de la flecha, longitud y ancho.

Algunos ejemplos de estas instrucciones se muestran a continuación:

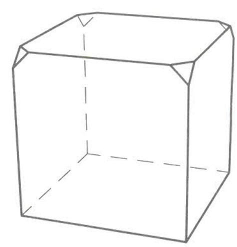



```
\begin{pspicture}(-4,-3)(3,3)
\psset{viewpoint=20 30 20,Decran=40}
\axesIIID[labelsep=5pt](-2,-2,-1)(3.5,3.5,3)
\psSolid[object=plan,definition=equation,args={[0 0 1 0]},%
base=-2 3 -2 3,linestyle=dashed,plangrid,planmarks,%
fillcolor=gray!20,opacity=0.4]
\psSolid[object=plan,definition=equation,fillcolor=gray!20,%
args={[1 1 1 -1]},base=-1 2 -1 2,opacity=0.4]
\psSolid[object=point,args=2 1 3]
\psSolid[object=line,linestyle=dashed,args=2 1 0 2 1 3]
```

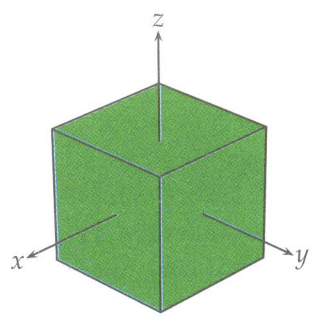
```
\psSolid[object=vecteur,linecolor=red,args=3 1 2]
\end{pspicture}
```

La opción trunc permite truncar los vértices de un polígono; esto puede ser all o enumerar los vértices que se desean truncar. Además, trunccoeff determina el coeficiente de truncamiento, valor que es un número en el intervalo $[0,1]$.

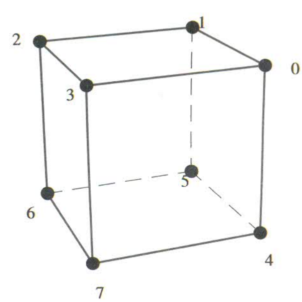
```
\begin{pspicture}(-2,-2)(2,2)
\psset{Decran=20,unit=0.55,%
viewpoint=20 20 20 rtp2xyz}
\psSolid[action=draw*,%
object=cube,trunccoeff=0.2,%
trunc=0 1 2 3]
\end{pspicture}
```



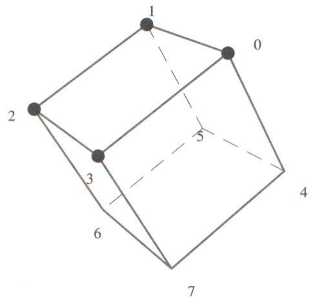
```
\begin{pspicture}(-3,-1.5)(2,1)
\psset{Decran=20,viewpoint=20 20 15}
\psSolid[object=cube,a=2.5,%
fillcolor=gray!60!green]
\axesIIID[showOrigin=false]
(1,1,1)(3,3,3)
\end{pspicture}
```



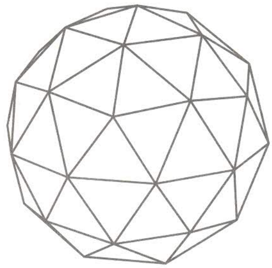

```
\begin{pspicture}(-3,-2)(2,1)
\psset{unit=0.8,%
viewpoint=20 10 20 rtp2xyz,Decran=12}
\psSolid[action=draw,object=cube,%
RotZ=30,show=all,num=all]
\end{pspicture}
```



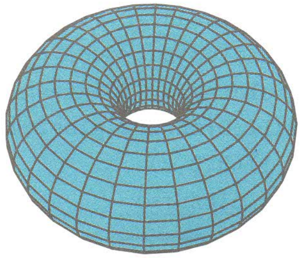
```
\begin{pspicture}(-3,-2)(2,1)
\psset{Decran=14,unit=0.7,%
viewpoint=20 10 20 rtp2xyz}
\psSolid[action=draw,%
 object=cube,RotX=30,RotZ=40,%
 show=0 1 2 3,num=all]
\end{pspicture}
```



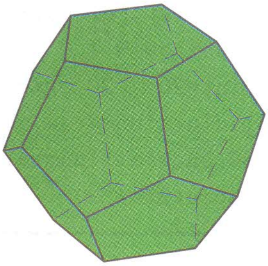

```
\begin{pspicture}(-3,-2)(2,2)
\psset{Decran=20,unit=0.7,%
viewpoint=10 10 20 rtp2xyz}
\psSolid[object=geode,ngrid=5 1]
\end{pspicture}
```



```
\begin{pspicture}(-3,-2)(3,2)
\psset{unit=0.25,Decran=30,%
viewpoint=20 20 50 rtp2xyz}
\psSolid[r1=3,r0=2,ngrid=25%
30,object=tore,fillcolor=%
cyan!60!gray,action=draw**]
\end{pspicture}
```

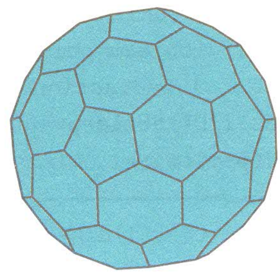


```
\begin{pspicture}(-3,-2)(2,2)
\psset{Decran=100,unit=0.25,%
 viewpoint=50 20 30 rtp2xyz}
\psSolid[object=dodecahedron,%
 a=2.5,RotZ=90,action=draw*,%
 fillcolor=green!40!gray]
\end{pspicture}
```

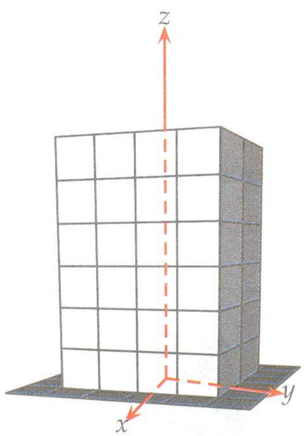


Las siguientes figuras se diferencian en el uso de la instrucción dualreg.

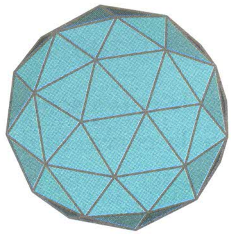
```
\begin{pspicture}(-3,-2)(2,2)
\psset{Decran=50,unit=0.75,%
 viewpoint=20 20 30 rtp2xyz}
\psSolid[object=geode,dualreg,%
 ngrid=5 1, action=draw**,%
 fillcolor=cyan!60!gray]
\end{pspicture}
```



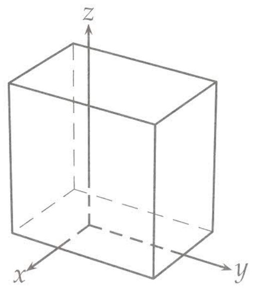
```
\begin{pspicture}(-3,-2)(2,4.5)
\psset{viewpoint=50 50 20 %
rtp2xyz,lightsrc=viewpoint,%
Decran=50,unit=0.5}
\psSolid[object=grille,%
base=-3 3 -3 3,ngrid=6 6]
\psSolid[object=prisme,%
base=2 2 0 2 -2 2 -2 -2 2%
 -2 2 -1 2 0 2 1 2 2,%
 ngrid=6,h=6]
\axesIIID[linewidth=1pt,%
linecolor=red,arrowsize=5pt,%
planmarks](3,3,7.2)(5,5,8)
\end{pspicture}
```




```
\begin{pspicture}(-3,-2)(2,2)
\psset{Decran=50,unit=0.75,%
viewpoint=20 20 30 rtp2xyz}
\psSolid[object=geode,action=draw**,%
ngrid=5 1,fillcolor=cyan!60!gray]
\end{pspicture}
```



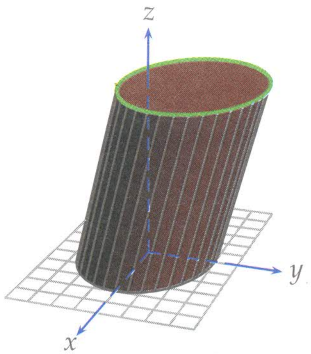
```
\begin{pspicture}(-3,-2)(2,3)
\psset{viewpoint=30 20 20,%
 Decran=40,unit=0.8}
\psSolid[object=prisme,base=1 2 -1 2%
-1 -1 1 -1,h=3,action=draw*]
\axesIIID[labelsep=4pt](1,2,1)(2,3,4)
\end{pspicture}
```

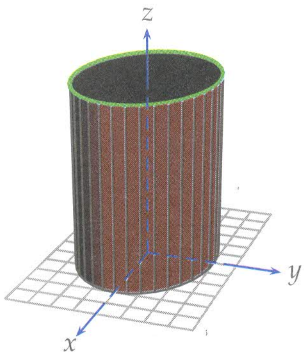


Al definir una función de manera parametrizada, en la forma:

```
\defFunction[opciones]{nombre}(t){x(t)}{y(t)}{z(t)}
```

Es posible agregar un prisma cuya base no sea un polígono, sino una curva. Esto se hace incluyendo la definición de la base `base=a b {F} CourbeR2`, que usa la función F como base, con dominio en $[a, b]$, y termina con la instrucción `CourbeR2`.





Si se desea la curva sombreada hay que utilizar `CourbeR2+`, y si no se requiere el trazo de la curva, se debe usar `CourbeR2_`. La opción `axe=a b c` determina la dirección del vector paralelo al eje de simetría de la figura. La otra figura se obtiene incluyendo entre las opciones del prisma la instrucción `axe=0 1 4`. Es decir, se amplió la sentencia

`\psSolid[object=prisme, ... ,base=0 \psPiTwo {F1} CourbeR2+,axe=0 1 4]`.

El código requerido para la primera figura es el siguiente:

```
\begin{pspicture}(-3,-1.5)(3,4)
\psset{lightsrc=30 30 10,viewpoint=50 20 25 rtp2xyz,%
  Decran=50,unit=0.35cm}
\psSolid[object=grille,base=-6 6 -4 4,action=draw,%
  linecolor=gray]
\defFunction[algebraic]{F1}(t){4*cos(t)}{3*sin(t)}{}
\psSolid[object=prisme,h=8,fillcolor=black!60!red,base=0%
\psPiTwo {F1} CourbeR2+]%
\defFunction[algebraic]{F2}(t){4*cos(t)}{3*sin(t)}{8}
\psSolid[object=courbe,r=0,function=F2,range=0 \psPiTwo,%
linewidth=2\pslinewidth,linecolor=green]
\axesIIID[linecolor=blue](6,4,8)(8,6,10)
\end{pspicture}
```

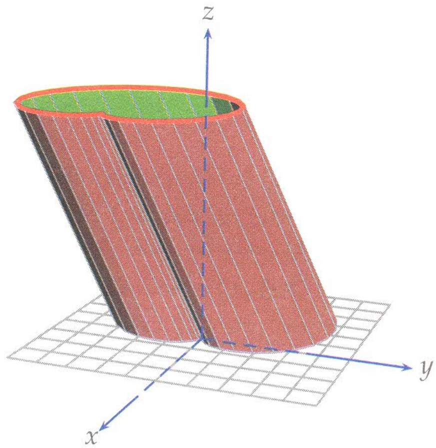
Con la expresión:

$$\overrightarrow{r}(t) = \langle 3(1-\cos(t))\cos(t), 3(1-\cos(t))\sin t(t)\rangle\ ,\ t \in [0,2\pi]$$

cuyo gráfico es una cardioide, se puede construir un prisma inclinado en la dirección del vector $\langle 0,-1,2\rangle$. Las instrucciones son:

```
\begin{pspicture}(-3,-1.5)(3,4)
\psset{lightsrc=30 30 20,viewpoint=40 20 20%
rtp2xyz,Decran=40,unit=0.4cm}
\psSolid[object=grille,base=-6 4 -5 5,action=draw,%
linecolor=gray]
\defFunction[algebraic]{F}(t)%
{3*(1-cos(t))*cos(t)}{3*(1-cos(t))*sin(t)}{}
\psSolid[object=prisme,h=8,fillcolor=gray!60!red,%
linewidth=0.5 pt,linecolor=gray,hollow,base=0 \psPiTwo%
{F} CourbeR2+,axe=0 -1 2]%
\defFunction[algebraic]{G}(t){-0.8+3*(1-cos(t))*cos(t)}%
{-3.9+3*(1-cos(t))*sin(t)}{7}
\psSolid[object=courbe,r=0,function=G,range=0 \psPiTwo,%
linewidth=1.5 pt,linecolor=red]
\axesIIID[linecolor=blue](6,4,8)(8,7,10)
\end{pspicture}
```

y el gráfico que logra es:



6.9. Objeto courbe

A partir de la curva parametrizada en la forma

$$\overrightarrow{F}(t) = \langle x(t), y(t), z(t)\rangle,\ t \in [p,q]$$

Puede crearse un cilindro de radio r que tenga la forma determinada por la función $\overrightarrow{F}(t)$.

A continuación se presenta la estructura genérica, en la que se determina una región de trabajo cuyos vértices opuestos son (u,v) y (s,w). Es necesario declarar el objeto que se desea, `object=courbe` en este caso, el cual se ubica en el punto (a,b,c); el radio de dicho cilindro es `k`, el dominio se establece con `range=p q` y la cantidad de líneas sobre la superficie se controla con la opción `ngrid`.

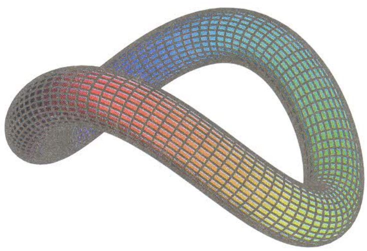
```
\begin{pspicture}(u,v)(s,w)
\psset{algebraic,opciones}
\defFunction{F}(t){x(t)}{y(t)}{z(t)}
\psSolid[object=courbe,range=p q,ngrid=n m,%
function=F,r=k](a,b,c)
\end{pspicture}
```

El lector puede agregar las opciones del paquete `PSTricks` que considere necesarias para cambiar las características del gráfico.

- Ejemplo de lo anterior es el siguiente gráfico que utiliza la función

  $$\overrightarrow{F}(t) = \langle 2\cos(t), 3\sin(t), \cos(2t)\rangle,\ t \in [0, 2\pi]$$

  para crear sobre ella un cilindro de radio $0,5$ pt, que lleva su forma.

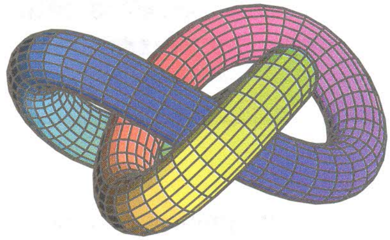


```
\begin{pspicture}(-3,-2)(3,2.5)
\psset{algebraic,lightsrc=10 20 10,%
viewpoint=20 15 10,Decran=20}
\defFunction{F}(t){2*cos(t)}{3*sin(t)}{cos(2*t)}
\psSolid[object=courbe,range=0 6.28,ngrid=100 30,%
function=F,hue=0 1 0.7 0.8,r=0.5](0,0,0)
\end{pspicture}
```

- La función vectorial

  $$\overrightarrow{r}(t) = \langle \sin(t) + 2\sin(2t), \cos(t) - 2\cos(2t), -\sin(3t)\rangle,\ t \in [0, 2\pi]$$

  permite obtener el siguiente nudo:



Las instrucciones que se necesitan para producirlo son las siguientes:

```
\begin{pspicture}[unit=2](-2,-3)(2,3)
\psset{lightsrc=30 30 10,viewpoint=40 20 10,Decran=30}
\defFunction[algebraic]{F}(t){sin(t)+2*sin(2*t)}%
{cos(t)-2*cos(2*t)}{-sin(3*t)}
\psSolid[object=courbe,range=0 6.28,ngrid=80 20,%
function=F,hue=0 1 0.7 1,action=draw**,r=0.5]
\end{pspicture}
```

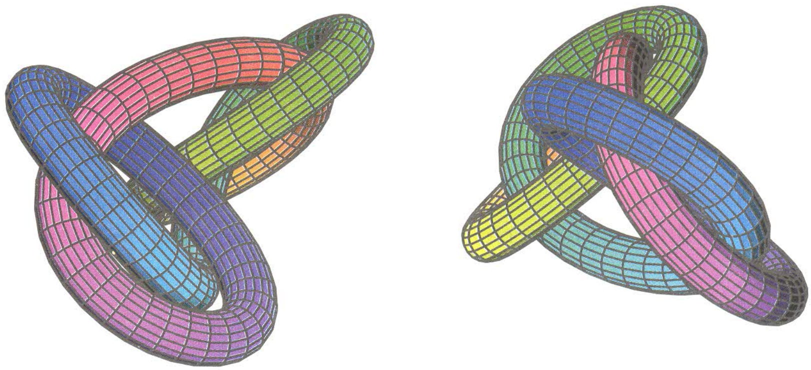
- Para la función $\overrightarrow{r}(t) = \langle x(t), y(t), z(t)\rangle,\ \ t \in [0, 2\pi]$, donde

$$\begin{aligned}
x(t) &= -\frac{1}{5}\cos t - \frac{13}{10}\sin t - \frac{1}{2}\cos(3t) - \frac{4}{5}\sin(3t) \\
y(t) &= -\frac{1}{10}\cos(2t) - \frac{3}{10}\sin(2t) + \frac{2}{5}\cos(4t) + \frac{1}{2}\sin(4t) \\
z(t) &= \frac{7}{10}\cos(3t) - \frac{2}{5}\sin(3t).
\end{aligned}$$

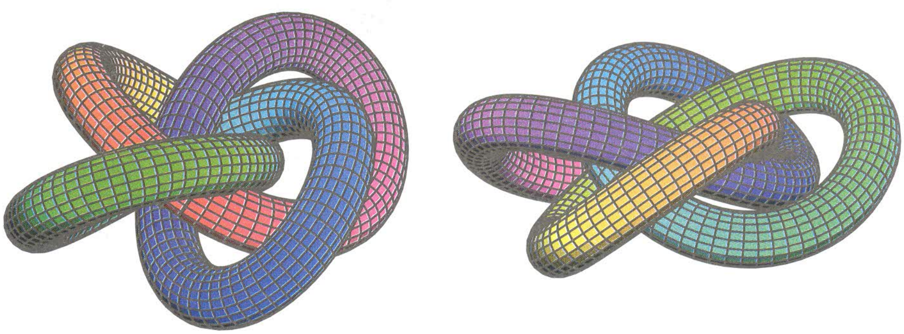
Estas instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-5,-5)(5,5)
\psset{lightsrc=20 20 20,viewpoint=15 25 20 rtp2xyz,unit=0.5}
\defFunction[algebraic]{F}(t){-0.2*cos(t)-1.3*sin(t)-%
0.5*cos(3*t)-0.8*sin(3*t)}{-0.1*cos(2*t)-0.3*sin(2*t)+%
0.4*cos(4*t)+0.5*sin(4*t)}{0.7*cos(3*t)-0.4*sin(3*t)}
\psSolid[object=courbe,range=0 6.28,ngrid=120 20,%
function=F,hue=0 1 0.7 1,action=draw**,r=0.15]
\end{pspicture}
```

Permiten crear el siguiente gráfico. Se muestran dos vistas distintas, se cambió solamente el punto de visión y la iluminación, esto es `lightsrc=20 -20 10,viewpoint=15 -20 15 rtp2xyz`.



- De manera similar a los ejemplos anteriores, la función $\overrightarrow{r}(t) = \left\langle \cos(t) - 2\cos(3t), \sin(t) + \frac{3}{2}\sin(3t), \frac{4}{5}\sin(4t) \right\rangle$, con $t \in [0, 2\pi]$, permite crear el siguiente nudo:

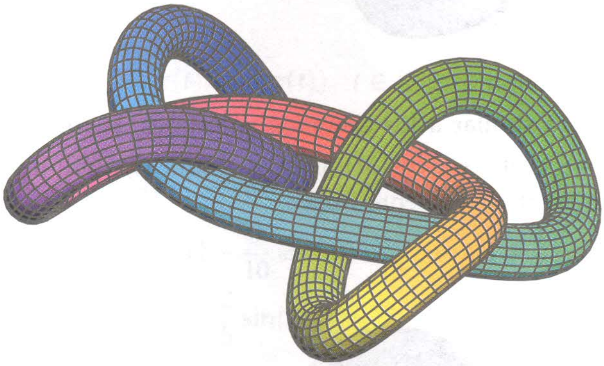


Esto se consigue compilando las siguientes instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-3,-3)(3,2.5)
\psset{lightsrc=-20 -10 20,viewpoint=-40 -10 20,%
Decran=60,unit=0.75}
\defFunction[algebraic]{F}(t){cos(t)-2*cos(3*t)}%
{sin(t)+1.5*sin(3*t)}{0.8*sin(4*t)}
\psSolid[object=courbe,range=0 6.28,ngrid=200 20,%
```

```
function=F,hue=0 1 0.7 1,action=draw**,r=0.4]
\end{pspicture}
```

- Con ayuda de la función
  $\overrightarrow{r}(t) = \left\langle \frac{1}{2}\cos(t) - \frac{5}{4}\cos(3t), \frac{7}{4}\sin(t) + \frac{5}{4}\sin(3t), \frac{2}{5}\sin(4t) - \frac{3}{10}\sin(6t) \right\rangle$,
  $t \in [0, 2\pi]$, se puede crear el siguiente nudo:



```
\begin{pspicture}[unit=1.5](-4,-2.5)(4,3)
\psset{lightsrc=30 30 40,viewpoint=30 20 20,Decran=50}
\defFunction[algebraic]{F}(t){0.5*cos(t)-1.25*cos(3*t)}%
{1.75*sin(t)+1.25*sin(3*t)}{0.4*sin(4*t)-0.3*sin(6*t)}
\psSolid[object=courbe,range=0 6.28,ngrid=180 20,%
function=F,hue=0 1 0.7 1,action=draw**,r=0.25]
\end{pspicture}
```

6.10. Superficies fusionadas

Al incluir varias superficies en un mismo gráfico, es posible que unas oculten parcial o totalmente a otras. Para evitar esto y observarlas como un solo objeto en el que todas sean visibles, se puede usar la instrucción `\composeSolid` o el objeto `fusion`.

La idea básica es definir las funciones que interactúan, luego crear la superficie o curva, indicar su respectivo nombre, adicionar las opciones que se deseen y también incluir la instrucción `action=none` para evitar que se dibuje. Por último, crear un objeto y, con él, la instrucción `fusion` junto con la sentancia `base`; en esta última, hay que incluir los nombres de los objetos creados antes.

Es necesario cargar el comando `solidmemory` en las instrucciones iniciales, y posteriormente, al crear los objetos, adicionarle un nombre a cada uno, mediante la opción `name`.

De manera genérica, si F y G representan dos superficies y $H(t)$ representa una curva, parametrizadas por las expresiones:
$F(u,v) = \langle x(u,v), y(u,v), z(u,v)\rangle$, $G(u,v) = \langle x(u,v), y(u,v), z(u,v)\rangle$ y $H(t) = \langle x(t), y(t), z(t)\rangle$; en donde $(u,v) \in [a,b] \times [c,d]$ y $t \in [p,q]$.

La estructura básica para dibujar el sólido en el que las funciones mencionadas antes están presentes es:

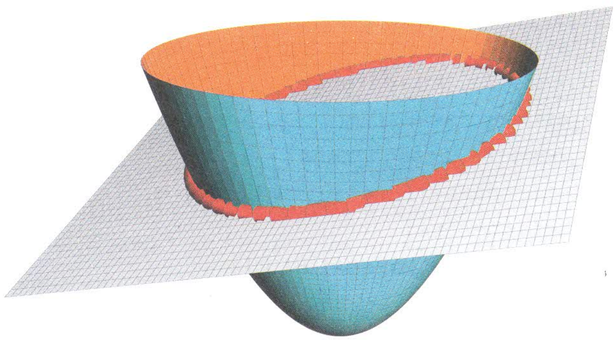
```
\begin{pspicture}(a,b)(c,d)
\psset{algebraic,solidmemory}
\defFunction{F}(u,v){x(u,v)}{y(u,v)}{z(u,v)}
\defFunction{G}(u,v){x(u,v)}{y(u,v)}{z(u,v)}
\defFunction{H}(t){x(t)}{y(t)}{z(t)}
\psSolid[object=surfaceparametree,function=F,%
base=a b c d,name=A1,action=none]
\psSolid[object=surfaceparametree,function=G,%
base=a b c d,name=B1,action=none]
\psSolid[object=courbe,function=H,base=p q,%
name=C1,r=k,action=none]
\psSolid[object=fusion,base=A1 B1 C1]
\composeSolid
\end{pspicture}
```

Es posible que en algunos editores se pueda obviar la sentencia `\composeSolid`.

Cabe anotar que se debe indicar el tipo de cada curva, `surfaceparametree` y `courbe`; se agrega el dominio con la instrucción `base`. Los nombres se indican con `name`, en este caso `A1`, `B1` y `C1`, respectivamente. Por tratarse de la opción `courbe` se requiere indicar el radio, por tal motivo debe agregarse `r=k`. Además de lo anterior, el lector puede utilizar las opciones que considere necesarias para combinar los atributos del gráfico.

Ahora se presentan algunos gráficos que ilustran el empleo de la opciones antes mencionadas.

- Las expresiones $z = x^2 + y^2$ y $10z + 2x - 2y = 17$ representan un paraboloide y un plano, respectivamente. La curva de intersección está dada por
$$\left(x + \frac{1}{10}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{10}\right)^2 = \frac{43}{25}$$
y puede parametrizarse como
$$x = \frac{-1}{10} + \frac{\sqrt{43}}{5}\cos t,\;\; y = \frac{1}{10} + \frac{\sqrt{43}}{5}\sin t,\;\; z = \frac{87}{50} - \frac{\sqrt{43}}{25}\cos t - \frac{\sqrt{43}}{25}\sin t.$$
Con las siguientes instrucciones, usando valores aproximados, puede hacerse esta representación.



```
\begin{pspicture}(-5,-0.5)(5,6)
\psset[pst-solides3d]{viewpoint=10 15 25 rtp2xyz,%
Decran=15,lightsrc=15 10 10}
\defFunction[algebraic]{F}(u,v){u*cos(v)}{u*sin(v)}{u^2}
```

```
\defFunction[algebraic]{G}(u,v){u}{v}{1.7-0.2*u+0.2*v}
\defFunction[algebraic]{H}(t){-0.1+1.31*cos(t)}%
{0.1+1.31*sin(t)}{1.78-0.26*cos(t)+0.26*sin(t)}
\psSolid[object=courbe,range=0 6.29,linecolor=red,%
fillcolor=red,function=H,name=C1,r=0.06,ngrid=60 30,%
action=none]
\psSolid[object=surfaceparametree,fillcolor=orange,%
incolor=cyan,function=F,linewidth=0.1pt,ngrid=60 50,%
base=0 1.55 0 6.29,name=A1,action=none]
\psSolid[object=surfaceparametree,linecolor=gray!10,%
ngrid=60 80,base=-2 2 -2 2,fillcolor=gray!10,%
function=G,linecolor=gray!40,ngrid=40 50,name=B1,%
action=none]
\psSolid[object=fusion,linewidth=0.05pt,base=B1 A1 C1]
\end{pspicture}
```

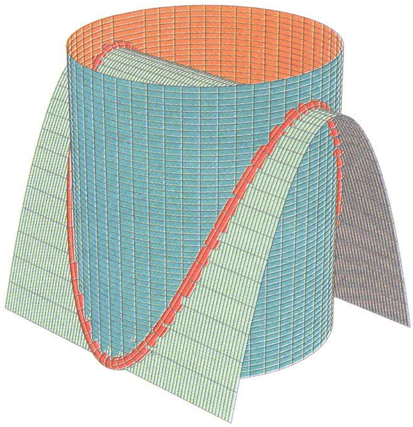
- En este gráfico se crea, con ayuda de la instrucción `object=cylindrecreux`, un cilindro de radio 4 y altura 9; luego se rota, se nombra como `A1` y se ubica en el punto $(0, 0, -2)$.

Después se crea un cilindro parabólico, con la instrucción `object=ruban` (también llamado cinta o banda); se denomina `A2`, y también se rota y se ubica en el punto $(-5, 0, 4)$. Esta banda corresponde a la ecuación $z = \frac{1}{2}x^2 - 2$.

La curva de intersección, llamada G, puede parametrizarse como:

$$\overrightarrow{r}(t) = \left\langle 4\cos t, 4\sin t, 8\cos^2 t - 2 \right\rangle = \langle 4\cos t, 4\sin t, 2 + 4\cos 2t \rangle$$

Con ayuda de esta función se crea el objeto `courbe`, que se nombra como `A3`. Se agregan varias de las opciones presentadas anteriormente, y por último, se fusionan.



```
\begin{pspicture}(-4,-2.5)(4,4)
\psset{algebraic,viewpoint=-30 30 20,Decran=20,%
linewidth=0.2pt,plotstyle=curve,solidmemory}
\psSolid[object=cylindrecreux,r=4,h=9,ngrid=50 50,%
incolor=orange,fillcolor=cyan!40!gray,name=A1,%
opacity=0.6,linecolor=gray!40!,](0,0,-2)
\defFunction{F}(t){t}{}{(1/2)*t^2-2}
\psSolid[object=ruban,h=10,RotZ=-90,RotX=-90,%
base=-4 4 {F} CourbeR2+,ngrid=80,incolor=gray,%
fillcolor=blue!20!green!30,linecolor=gray!40,%
name=A2](-5,0,4)
\defFunction{G}(t){4*sin(t)}{4*cos(t)}{2-4*cos(2*t)}
\psSolid[object=courbe,range=0 6.28,ngrid=70 8,%
fillcolor=red,function=G,name=A3,r=0.2]
\psSolid[object=fusion,base=A1 A3 A2]
\end{pspicture}
```

- El elipsoide parametrizado por:

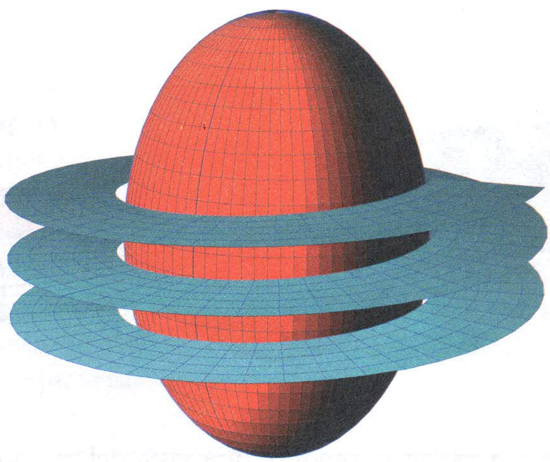
$$G(u,v) = \langle 2\cos u \sin v, 2\sin u \sin v, 3\cos v\rangle\ ,\ u \in [0,2\pi],\ \ v \in [0,\pi].$$

y la hélice

$$F(u,v) = \langle v\cos u, v\sin u, u/8\rangle\,, \; u \in [-8,8],\; v \in \left[2, \frac{7}{2}\right].$$

Se presentan en un gráfico que requiere las siguientes instrucciones:

```
\begin{pspicture}(-2,-2)(2,2)
\psset[pst-solides3d]{viewpoint=20 30 15 rtp2xyz,%
Decran=20,lightsrc=15 -5 5}
\defFunction[algebraic]{F}(u,v)%
{v*cos(u)}{v*sin(u)}{u/8}
\defFunction[algebraic]{G}(u,v)%
{2*cos(u)*sin(v)}{2*sin(u)*sin(v)}{3*cos(v)}
\psset{object=surfaceparametree,linecolor=white,%
linewidth=0.1pt,ngrid=120 5}
\psSolid[base=-7 9 2.1 3.5,incolor=cyan!50,%
function=F,name=A1,action=none]
\psset{linecolor=blue,ngrid=80 30}
\psSolid[base=0 6.28 0 3.15,incolor=yellow!20!red,%
function=G,name=B1,action=none]
\psSolid[object=fusion,base=B1 A1]
\end{pspicture}
```



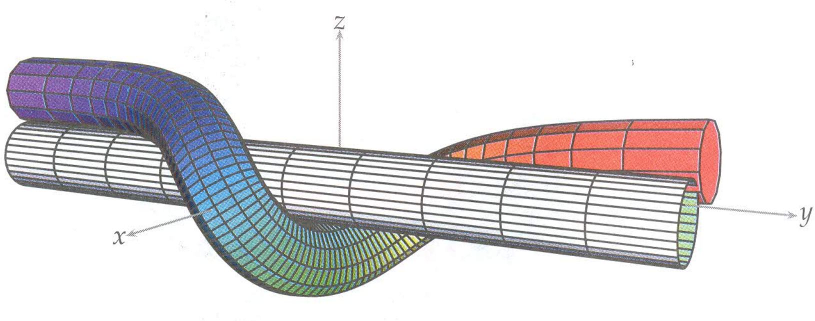
- La función vectorial

$$\overrightarrow{r}(t) = \langle 2(1+\cos(t)), -2\tan((t+1)/2), 2\sin(t)\rangle$$

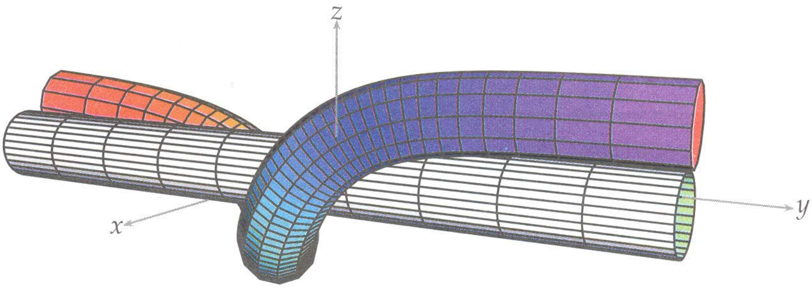
permite crear un tubo de radio 1, que se compone con un cilindro. El código que se requiere es el siguiente:

```
\begin{pspicture}(-6,-2)(6,3)
\psset{lightsrc=30 30 10,viewpoint=30 30 10 %
rtp2xyz,Decran=15}
\defFunction[algebraic]{F}(t)%
{2*(1+cos(t))}{-2*tan((t+1)/2)}{2*sin(t)}
\psSolid[object=courbe,range=-3.75 1.75,ngrid=72 12,%
function=F,hue=0 0.8 0.7 1,action=none,name=A1,r=1]
\psSolid[object=cylindrecreux,h=20,r=1,RotX=90,name%
=B1,incolor=green!30,action=none,ngrid=10 30](2,10,0)
\psSolid[object=fusion,base=A1 B1]
\composeSolid
\axesIIID[linecolor=gray,showOrigin=false]%
(6,9,0.5)(9,12,4)
\end{pspicture}
```

y el gráfico correspondiente es:



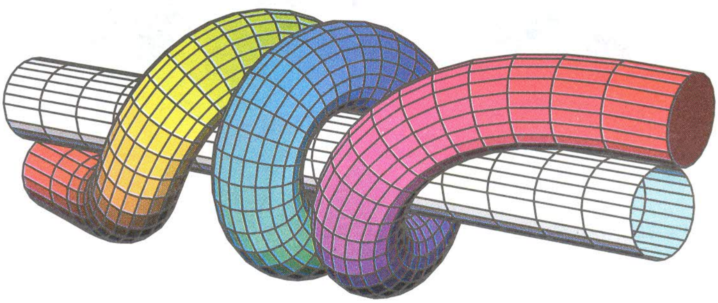
Una pequeña variación produce otra vista del mismo gráfico.



- Con ayuda de la función

$$\overrightarrow{r}(t) = \langle 2(1+\cos(3t)), 2\tan(t/2), 2\sin(3t)\rangle$$

Se puede crear un tubo, cuya forma la determina la función $\overrightarrow{r}(t)$ que a su vez se curva sobre un cilindro.



```
\begin{pspicture}(-5,-2.5)(5,2)
\psset{algebraic,lightsrc=40 30 20,viewpoint=60 60 15}
\defFunction{F}(t){2*(1+cos(3*t))}{2*tan(t/2)}{2*sin(3*t)}
\psSolid[object=courbe,range=-2.75 2.75,ngrid=80 20,%
function=F,hue=0 1 0.7 1,action=none,name=A1,r=1]
\psSolid[object=cylindrecreux,h=20,r=1,RotX=90,%
incolor=cyan!30,name=B1,ngrid=15 25](2,10,0)
\psSolid[object=fusion,base=A1 B1]
\end{pspicture}
```

6.11. Instrucción psSurface

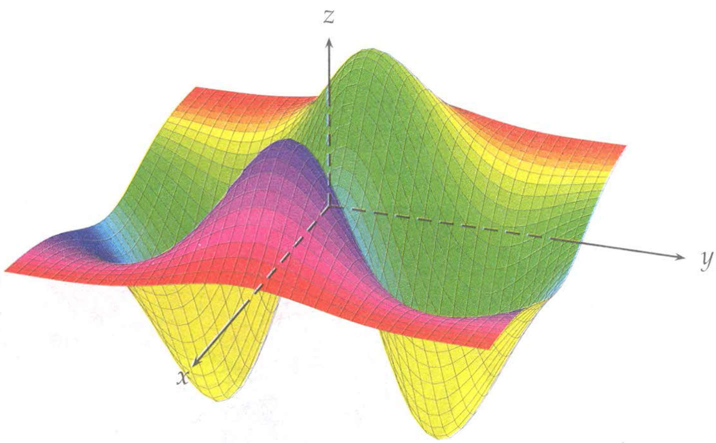
Para graficar en tres dimensiones funciones de la forma $z = f(x, y)$, donde $(x, y) \in [a, c] \times [b, d]$, se puede usar la instrucción:

```
\psSurface[opciones](a,b)(c,d){f(x,y)}
```

La documentación puede encontrarse en [12].

A continuación, algunos ejemplos del empleo de esta instrucción:

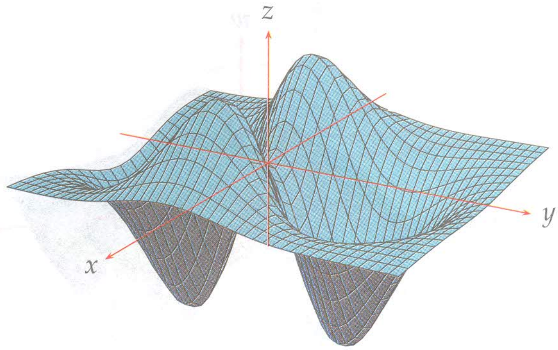
- Gráfico de la función $z = (x^2 - 2y^2)e^{1-x^2-y^2}$



El código necesario es el siguiente:

```
\begin{pspicture}(-3,-2.5)(4,2)
\psset{viewpoint=25 20 25 rtp2xyz,Decran=40}
\psSurface[algebraic,plotstyle=ccurve,ngrid=0.1 0.1,%
incolor=yellow,hue=0 1,linewidth=0.1\pslinewidth,Zmin=-1,%
Zmax=1](-2,-2)(2,2){(x^2-2*y^2)*Euler^(1-x^2-y^2)}
\axesIIID(2,2,1)(3,3,1.5)
\end{pspicture}
```

- Gráfico de la función $z = (x^2 - 2y^2)e^{1-x^2-y^2}$, con algunas variaciones:

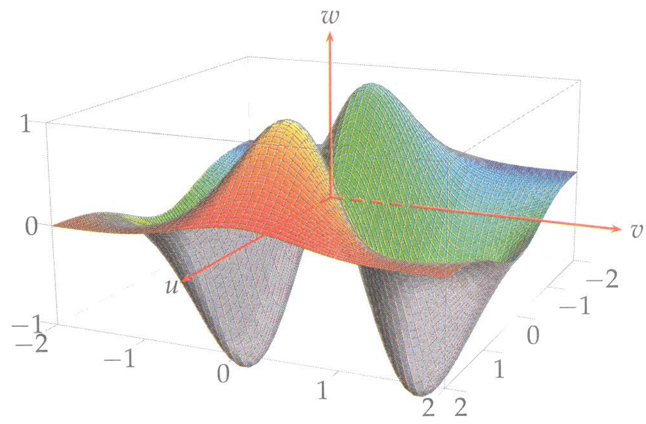


Para lograrlo, hay que incluir los siguientes comandos:

```
\begin{pspicture}(-4,-3)(4,3)
\psset{viewpoint=10 30 20 rtp2xyz,Decran=15}
\psSurface[algebraic,plotstyle=curve,ngrid=0.2 0.1,%
linewidth=0.4pt,fillcolor=cyan!50,incolor=gray]%
(-2,-2)(2,2.5){(x^2-2*y^2)*Euler^(1-x^2-y^2)}
\psset{showOrigin=true,linewidth=0.4pt,linecolor=red}
\axesIIID(-3,-2,-1)(3,3,1.5)
\end{pspicture}
```

- La misma función $z = (x^2 - 2y^2)e^{1-x^2-y^2}$, con otras características, se logra con este código:

```
\begin{pspicture}(-4,-4)(4,3)
\psset{algebraic,unit=1.6,viewpoint=15 25 20 rtp2xyz,%
Decran=15,lightsrc=20 15 10}
\psSurface[hue=0.6 0,ngrid=80 50,incolor=gray!60,%
axesboxed,Zmin=-1,Zmax=1,plotstyle=ccurve,%
linecolor=black!60,linewidth=0.2pt,showAxes=false]%
(-2,-2)(2,2){(x^2-2*y^2)*Euler^(1-x^2-y^2)}
\axesIIID[linewidth=0.8pt,linecolor=red,%
axisnames={u,v,w}](1,1,0)(3,3,1.5)
\end{pspicture}
```

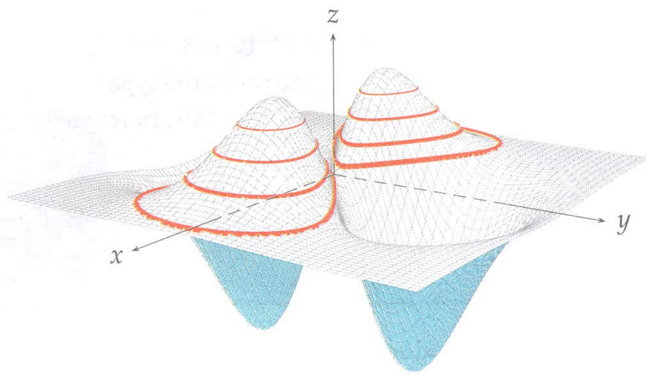


6.12. Intersección con planos

La opción \psSurface también permite dibujar las curvas de intersección de una función $z = f(x,y)$, con n planos cuyas ecuaciones son de la forma $ax+by+cz+d=0$. En este caso, se deben agregar las siguientes instrucciones:

Instrucción	Características
intersectionplan	Determina las ecuaciones de los planos que se desean intersectar con el gráfico. Hay que recordar que la ecuación $ax+by+cz+d=0$ se representa por [a b c d]; se pueden incluir varios planos.
intersectioncolor	Determina el color de las líneas de intersección; pueden agregarse varios colores, tantos como planos a intersectar se incluyan.
intersectionlinewidth	Grosor de las líneas de intersección.
intersectiontype	Tipo de intersección; un valor no negativo traza la intersección.

- En el siguiente gráfico, se muestran la función $f(x,y) = (x^2 - 2y^2)e^{1-x^2-y^2}$ y las curvas de intersección con los planos cuyas ecuaciones son $z = 0,75$, $z = 0,5$, $z = 0,25$ y $z = 0,05$.




```
\begin{pspicture}(-4,-3)(4,3)
\psset{algebraic,viewpoint=10 32 20 rtp2xyz,Decran=15}
\psSurface[plotstyle=curve,linewidth=0.1pt,ngrid=40 60,%
fillcolor=black!30!yellow!60,intersectioncolor=(blue),%
intersectionplan={[0 0 1 -0.75] [0 0 1 -0.5] [0 0 1 -0.25]%
[0 0 1 -0.05]},intersectionlinewidth=2 2.2 2.5 3,%
intersectiontype=1,incolor=gray!50,linecolor=gray]%
(-2.5,-2.2)(2.5,2.5){(x^2-2*y^2)*Euler^(1-x^2-y^2)}
\axesIIID[linewidth=0.1pt,linecolor=red,%
linewidth=0.1pt](2,1.5,0.5)(3,3,1.5)
\end{pspicture}
```

- La función $f(x,y) = \sin\left(\pi\sqrt{x^2+y^2}\right)$ se parametriza como

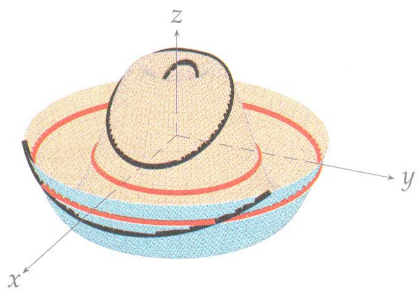
$$F(u,v) = \langle u\cos(v), u\sin(v), \sin(\pi u)\rangle, \ u \in [0,2], \ v \in [0,2\pi].$$

con las siguientes instrucciones se obtiene su gráfico junto con las curvas de intersección con los planos $z = -0,3$ y $2x + 3z - 2 = 0$.

```
\begin{pspicture}(-4,-3.5)(4,3)
\psset{algebraic,viewpoint=20 25 25 rtp2xyz,%
Decran=20,plotstyle=ecurve}
\defFunction[algebraic]{F}(u,v){u*cos(v)}%
{u*sin(v)}{sin(\psPi*u)}
\psSolid[object=surfaceparametree,ngrid=60 80,%
base=0 2 0 6.28,intersectioncolor=(red) (black),%
```

```
intersectionplan={[0 0 1 0.3] [2 0 3 -2]},%
intersectionlinewidth=2,intersectiontype=1,%
fillcolor=orange!30,incolor=cyan!40,function=F,%
linecolor=gray,,linewidth=0.1pt]
\axesIIID[showOrigin=true,linewidth=0.3pt,%
linecolor=black](2,2,0.5)(4,3,1.5)
\end{pspicture}
```

y el siguiente es el producto obtenido.

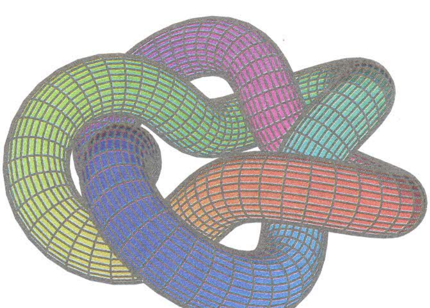


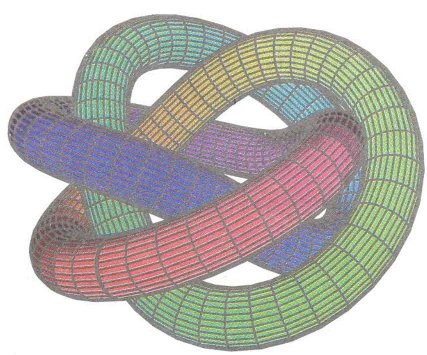
Ejercicios

1. Realice los siguientes gráficos. En algunos de ellos se dan indicaciones.

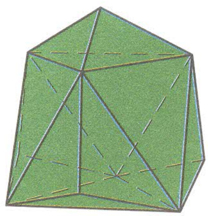
$$x = (3 + \cos(5t))\sin(2t),\quad y = (3 + \cos(5t))\cos(2t),\quad z = \sin(5t).$$

$$x = (4 + \cos(4t))\cos(3t),\quad y = (4 + \cos(4t))\sin(3t),\quad z = 2\sin(4t).$$



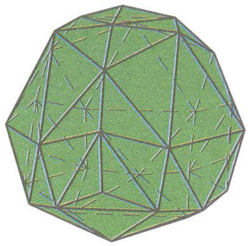


`object=geode.`



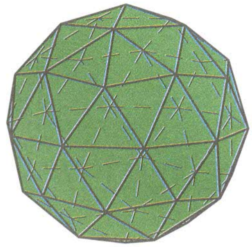
`ngrid=3 1`

`object=geode.`



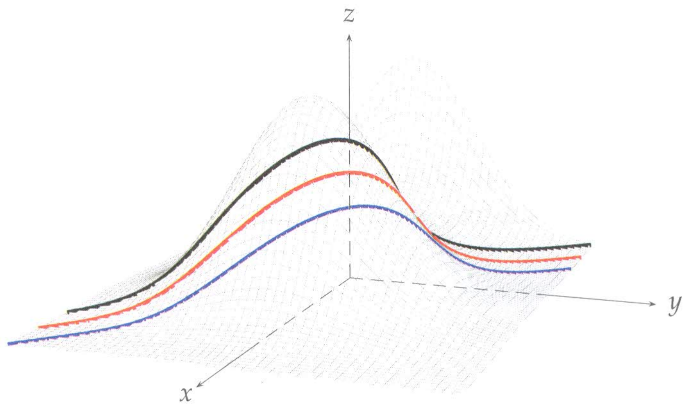
`ngrid=3 2`

`object=geode.`



`ngrid=2 1`

2. Construya un gráfico en el que la función $z = e^{-x^3/3+x-y^2}$ es cortada por los planos $2x + 2y - 2z - 1 = 0$, $x + y - z - 1 = 0$ y $x + y - z = 0$.



CAPÍTULO 7

Paquete Tikz

Los paquetes Tikz y pgf proporcionan herramientas poderosas para hacer gráficos en dos y tres dimensiones. El lector puede consultar la documentación completa en [18].

Básicamente, para generar un gráfico usando el paquete Tikz se requiere incluir \usepackage{tikz} y \usepackage{pgfplots} en el preámbulo del documento.

Hay que anotar que, a la fecha, en algunos editores los paquetes babel y Tikz generan un conflicto, es decir, la instrucción \usepackage[spanish]{babel} no permite compilar de manera satisfactoria un documento hecho en LaTeX que incluya \usepackage{tikz} o \usepackage{pgfplots}. Es posible que las siguientes líneas corrijan esta anomalía.

```
\documentclass{book}
\usepackage[latin1]{inputenc}
\usepackage[T1]{fontenc}
\usepackage{lmodern}
\usepackage[spanish]{babel}
```

Para generar un gráfico, hay que incluir una estructura como la siguiente:

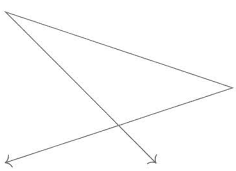
```
\begin{tikzpicture}
instrucciones
\end{tikzpicture}
```

Si se trata de una sola instrucción, puede utilizarse la secuencia

```
\tikz instrucciones
```

7.1. Opción draw

En Tikz existen varias funciones que permiten hacer gráficos, una de estas es \draw. Un ejemplo de su uso es el siguiente:



```
\tikz \draw[<->](0,0)--(3,1)--(0,2)--(2,0);
```

Algunos de los comandos básicos más empleados son los siguientes

- \draw(a,b) -- (c,d); dibuja un segmento rectilíneo desde el punto (a,b) hasta el punto (c,d). También se puede dibujar una poligonal con vértices (x_1,y_1), (x_2,y_2), $\cdots$ (x_n,y_n), usando la instrucción \draw $(\mathrm{x_1},\mathrm{y_1})$ -- $(\mathrm{x_2},\mathrm{y_2})$ $- - \cdots$ -- $(\mathrm{x_n},\mathrm{y_n})$;

- \draw(a,b) circle [radius=r]; grafica una circunferencia con centro en el punto (a,b) de radio r. Es necesario especificar las unidades de r.

- \draw(a,b) ellipse [x radius=p, y radius=q]; presenta una elipse con centro en el punto (a,b) y alargada p y q unidades, en x e y, respectivamente. Es necesario especificar las unidades de p y q.

- \draw(a,b) rectangle (c,d); dibuja en rectángulo con vértices opuestos en los puntos (a,b) y (c,d).

- `\draw(p,q) arc [start angle=`α`,end angle=`β`,x radius=a,y radius=b];` dibuja un arco de elipse, iniciando en el punto (p,q), con ángulo α y terminando en β. Dicha elipse está alargada `a` y `b` unidades en x e y, respectivamente. Si se trata de un arco de circunferencia, el comando es `\draw(p,q) arc [start angle=`α`,end angle=`β`, radius=r];` siendo r el radio de la circunferencia. Lo anterior también se logra con la instrucción `\draw (p,q) arc (`$\alpha:\beta:r$`)`.

- `\draw[opciones] (a,b) grid (c,d);` dibuja una grilla, con vértices opuestos en los puntos (a,b) y (c,d).

- `\draw[->] (a,b) -- (c,d) node [anchor=west]{z};` traza una flecha desde el punto (a,b) hasta el punto (c,d), la etiqueta como z. La ubicación puede variarse como `west/south/north/east`.

Algunas de las `opciones` que pueden utilizarse son:

Instrucción	**Características**
`line width`	Determina el grosor de la línea.
`height/width`	Alto y largo del gráfico, respectivamente.
`dashed`	Hace discontinua la línea.
`xlabel, ylabel`	Nombre de los ejes.
`xtick, ytick`	Etiqueta los ejes donde se indique.
`xmin, xmax,`	Valores máximo y mínimo para x.
`axis equal`	Conserva las proporciones en los ejes.
`axis lines`	Adjunta escala en los ejes.
`rotate`	Ángulo de rotación del objeto.
`grid`	Crea una grilla, acepta `minor/major/both/none`.
`xtick distance`	Determina la distancia entre marcas en los ejes.
`scale`	Determina la escala de la figura.
`xscale/yscale`	Determina la escala en x e y.
`minor tick num=k`	Hace k marcas (o `ticks`) en los ejes.
`xlabel/ylabel`	Nombra los ejes coordenados.
`axis x line`	Ubicación del eje x, `left/middle/right/box/top/bottom`.
`xlabel style`	Opciones de la etiqueta en x, fuente, tamaño, etc.

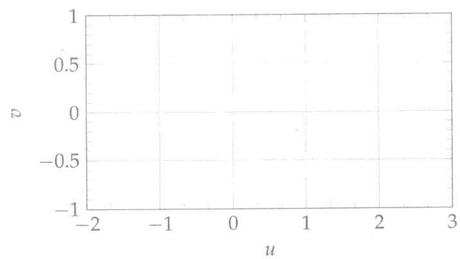
En ciertos casos, las opciones se enuncian para x y poseen también su versión para y o z. La instrucción `minor tick num=k` también puede seleccionarse de manera separada con `minor y tick num=a` o `minor x tick num=b`, para distinto

número de marcas en cada eje. Se utiliza el entorno axis para definir las características del área de trabajo. Las dimensiones de la figura se asignan con las sentencias x=a cm y y=b cm, dentro de las opciones.
El grosor de las líneas puede determinarse especificando un número de puntos, aunque existe una equivalencia. Estas posibilidades se muestran en la siguiente tabla:

Abreviación	**Equivalencia**
ultra thin	line width=0.1pt
very thin	line width=0.2pt
thin	line width=0.4pt
semithick	line width=0.6pt
thick	line width=0.8pt
very thick	line width=1.2pt
ultra thick	line width=1.6pt

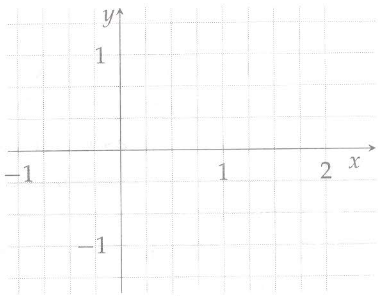
- Una grilla sencilla se consigue con estas instrucciones:

```
\begin{tikzpicture}[scale=0.75]
\begin{axis}[height=5cm,width=8cm,xmin=-2,xmax=3,%
ymin=-1,ymax=1,grid,xlabel=$u$,ylabel=$v$,%
minor x tick num=2, minor y tick num=4]
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```



- El siguiente código genera un sistema de coordenadas, con una grilla incluida, de tres marcas intermedias. Además, se usa la opción xlabel style para determinar la ubicación de las etiquetas en los ejes.

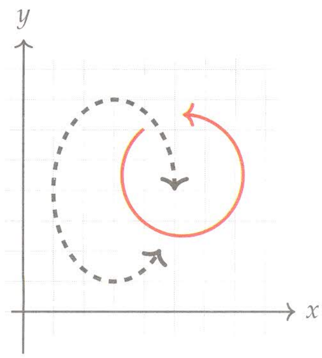
```
\begin{tikzpicture}[scale=0.9]
\begin{axis}[x=1.5cm,y=1.4cm,xmin=-1.1,%
xmax=2.49,ymin=-1.5, ymax=1.5,xlabel=$x$,%
ylabel=$y$,x label style={below=5mm},%
axis lines=center,xtick distance=1,ytick %
distance=1,grid=both,xlabel=$x$,minor y %
tick num=2,minor x tick num=3,ylabel=$y$,%
xlabel style={at=(current axis.right of %
origin),anchor=west},ylabel style={at=%
(current axis.above origin), anchor=south}]
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```



- Un gráfico con grilla y arcos de elipse.

```
\begin{tikzpicture}
\draw[step=0.5cm,gray,ultra thin](-0.3,-0.4)%
 grid (4.2,4.2);
\draw[<->,dashed,ultra thick](2.5,2)arc [start%
angle=0,end angle=320,x radius=1cm, y radius=1.5cm];
\draw[->,red,very thick](2,3) arc (130:450:1);
\draw[->,thick] (-0.2,0) -- (4.5,0)node[anchor=west]{$x$};
\draw[->,thick] (0,-0.7) -- (0,4.5)node[anchor=south]{$y$};
\end{tikzpicture}
```

El código anterior genera el siguiente gráfico:

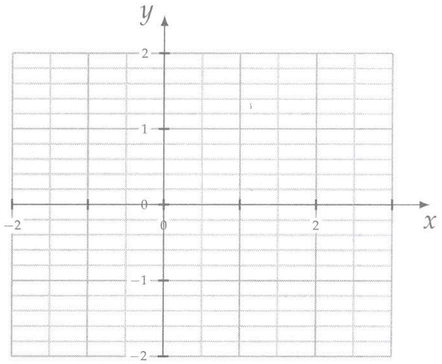


- Con ayuda del paquete `tkz-euclide` se pueden emplear unas variaciones de los comandos descritos antes. No olvidar incluir en el preámbulo la línea `\usepackage{tkz-euclide}`. Algunas de estas alternativas son:

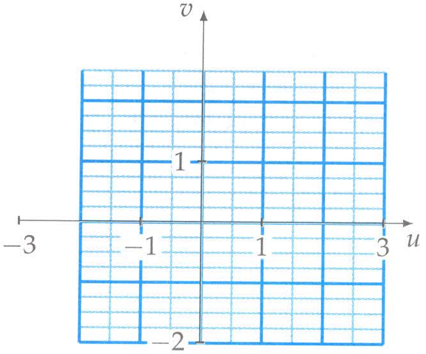
Instrucción	**Características**
`\tkzInit`	Determina características de la región de trabajo.
`\tkzGrid`	Traza una grilla. Se subdivide con `subxstep`/`subystep`.
`\tkzLabelX`	Agrega etiquetas en el eje x.
`\tkzAxeX`	Dibuja el eje x, `step` controla distancia entre marcas.
`\tkzDrawX`	Dibuja el eje x.
`\tkzAxeXY`	Dibuja el sistema de coordenadas.
`\tkzText(a,b){M}`	Imprime M en el punto (a,b).

Ejemplo de lo anterior es el siguiente diagrama:

```
\begin{tikzpicture}
\tkzInit[xmin=-2,xmax=3,%
ymin=-2,ymax=2]
\tkzGrid[sub,subxstep=0.5,%
subystep=1]
\tkzLabelX[label options=%
{font=\tiny},step=2]
\tkzLabelY[label options=%
{font=\tiny}]
\tkzDrawX  \tkzDrawY
\end{tikzpicture}
```

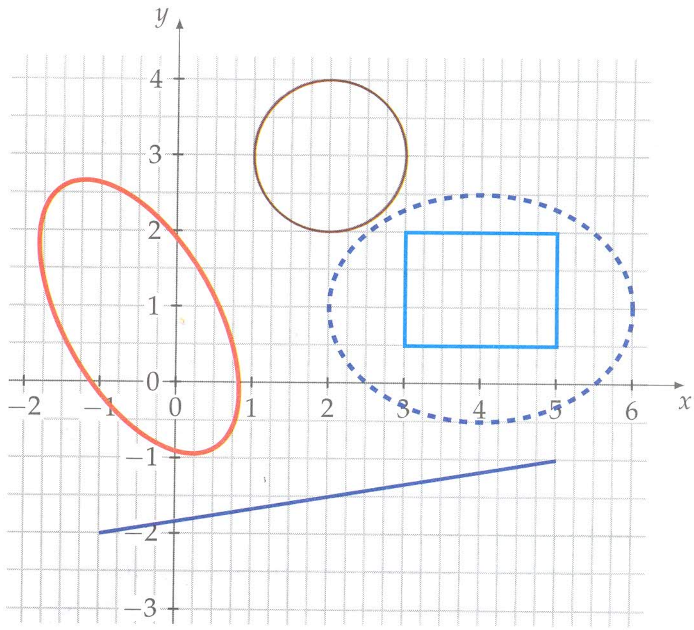


- Una grilla con otros atributos.




```
\begin{tikzpicture}%
[scale=0.8]
\tkzInit[xmin=-3,xmax=3,%
ymin=-2,ymax=3]
\tkzGrid[line width=0.4mm,%
color=cyan,sub,subxstep=0.5,%
subystep=0.25](-2,-2)(3,2)
\tkzAxeX[step=2,label=$u$]
\tkzAxeY[step=3,label=$v$]
\end{tikzpicture}
```

- Es posible combinar las instrucciones descritas anteriormente.




```
\begin{tikzpicture}
\tkzInit[xmin=-2.2,xmax=6.2,ymin=-3.2,ymax=4.3]
\tkzGrid[color=gray,sub,subxstep=0.25,subystep=0.5,%
```

```
line width=0.06pt]
\tkzAxeXY
\draw[red!40!black,line width=0.3mm] (2,3)%
circle [radius=1cm];
\draw[cyan,line width=0.5mm] (3,0.5)rectangle (5,2);
\draw[blue,line width=0.5mm] (-1,-2) -- (5,-1);
\draw[red,line width=0.6mm,rotate=30](0,1)%
ellipse(1cm and 2cm);
\draw[blue,line width=0.6mm,dashed](4,1)%
ellipse(2 cm and 1.5cm);
\end{tikzpicture}
```

7.2. Instrucción addplot

Para insertar el gráfico de una función $f(x)$, con $x \in [a,b]$, en el entorno Tikz, puede usarse la siguiente instrucción:

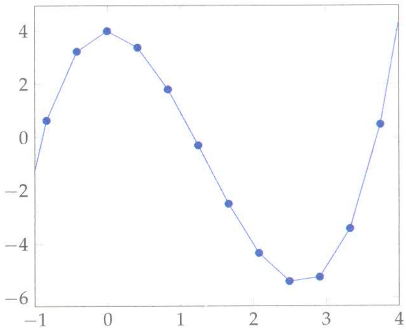
```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}
\addplot[opciones] {f(x)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

Además de los colores, algunas de las opciones que se pueden usar son:

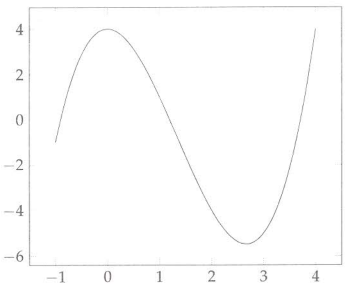
Instrucción	Acción
samples	Número de puntos del gráfico
domain	Determina el dominio de la función
smooth	Dibuja la curva suave, sin puntos

- Gráfico de $f(x) = 4 - x^2(4 - x)$, con puntos

```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[
 xmin=-1,xmax=4]
\addplot {4-x^2*(4-x)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```



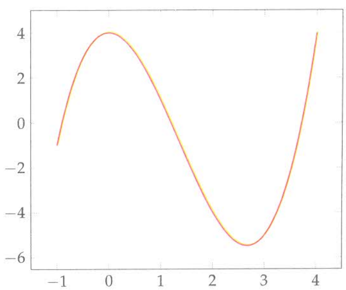
- $f(x) = 4 - x^2(4 - x)$, usando la opción smooth



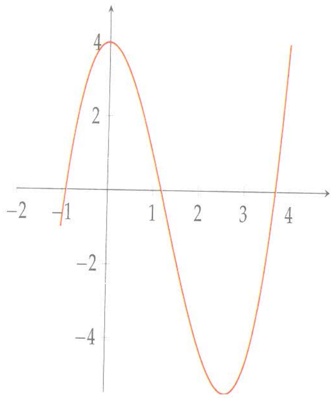

```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}
\addplot[
 smooth,domain=-1:4]
 {4-x^2*(4-x)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

- $f(x) = 4 - x^2(4 - x)$, usando otras opciones.

```
\begin{tikzpicture}%
[scale=0.6]
\begin{axis}[ymax=5]
\addplot[red,
domain=-1:4,samples=100]
{4-x^2*(4-x)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```



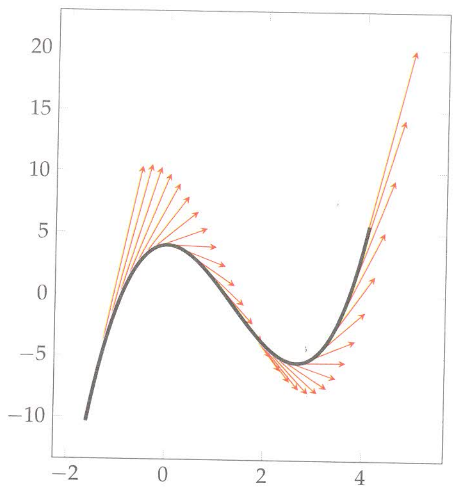
La ubicación de los ejes coordenados puede determinarse con las instrucciones axis y line=center y axis x line=center.




```
\begin{tikzpicture}%
[yscale=0.9,xscale=0.6]
\begin{axis}[ymax=5,%
xmax=4.9,axis y line%
=center,axis x line=center]
\addplot[red,domain=-1:4,%
line width=0.7pt,samples=95]%
{4-x^2*(4-x)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

La opción `quiver` dibuja vectores (flechas) en el punto (x,y), en la dirección del vector $\langle u,v\rangle$. Para la función $f(x)=4-x^2(4-x)$, es claro que $f'(x)=3x^2-8x$; por tanto, la instrucción `quiver={u=1,v=3*x^2-8*x}` presenta un vector tangente a la curva $f(x)$. El número de éstos se establece con `samples` y `-stealth` determina el tipo de flecha.

```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}
\addplot[red,-stealth,
quiver={u=1,v=3*x^2-8*x},
samples=30,domain=-1.5:4]
{4-x^2*(4-x)};
\addplot[black,samples=150,
domain=-1.6:4,
line width=0.6mm]
{4-x^2*(4-x)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

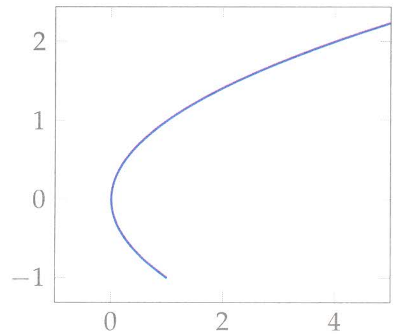


Se puede dar el caso de que las ecuaciones estén en forma parametrizada.

- La instrucción `\addplot[smooth,thick,blue]({t^2},{t});` dibuja la curva suave (sin puntos) de la función $y^2=x$, para $x\in[-1,4]$. Usando la parametrización

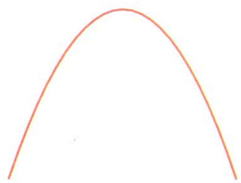
$$\overrightarrow{r}(t) = \left\langle t^2, t \right\rangle, \quad t \in [-1, 4].$$

```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[xmin=-1,xmax=5,%
width=5cm,height=4cm]
\addplot[smooth,thick,%
blue,domain=-1:4]({x^2},{x});
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```



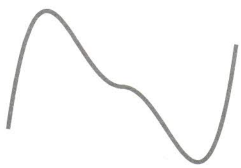
- Otra manera de hacerlo en una sola instrucción se muestra a continuación:

```
\tikz\draw[red!90!black,thick,domain=-1.5:1.5]%
plot(\x,{1-\x*\x});
```



- La misma situación anterior, pero con la función $y = x^4 - 2x^2$.

```
\tikz\draw[domain=-1.5:1.5,ultra      thick,samples=120]%
plot(\x,{\x^4-2*\x^2});
```



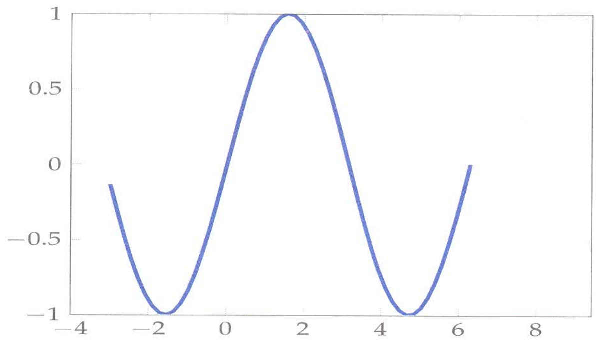
7.3. Restringir el dominio

Con la opción

```
restrict expr to domain={Expresión}{a:b}
```

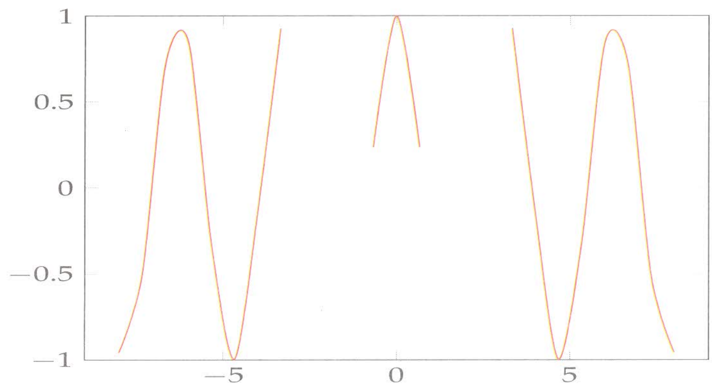
Se restringe el gráfico a los valores en los que la `Expresión` toma valores entre a y b. Esta `Expresión` puede ser boolena.

En el siguiente ejemplo se grafica la función $\sin x$. El dominio se restringe de la siguiente manera: la expresión `{(x<=2*pi)*(x>=-pi)}` es verdadera si $x \leq 2\pi$ y $x \geq -\pi$; se requiere que siempre sea verdadera. Por lo tanto, el dominio es `{1:1}`.




```
\begin{tikzpicture}[scale=0.8]
\begin{axis}[xmin=-4, xmax=3*pi,ymin=-1,ymax=1]
\addplot[domain=-2*pi:2*pi,samples=70,blue,%
ultra thick,restrict expr to domain=%
{(x<=2*pi)*(x>=-pi)}{1:1}]{sin(deg(x))};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

La expresión `(x^2>1)+(x^2<=9)` es verdadera si $x^2 > 1$ o si $x^2 \leq 9$; el dominio se indica como `{1:1}`. Por lo tanto, se escogen los valores que la hacen verdadera. Esto se usa para hacer el gráfico de la función $y = \cos(2x)$.



Las instrucciones que se requieren son:

```
\begin{tikzpicture}[yscale=0.8,xscale=1.2]
\begin{axis}[xmin=-9,xmax=9,ymin=-1,ymax=1]
\addplot[domain=-8:8,smooth,restrict expr to domain=%
{(x^2>1)+(x^2<=9)}{1:1},red]{cos(2*deg(x))};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

7.4. Funciones definidas a trozos

Presentamos algunos ejemplos de funciones definidas a trozos, con sus respectivas instrucciones.

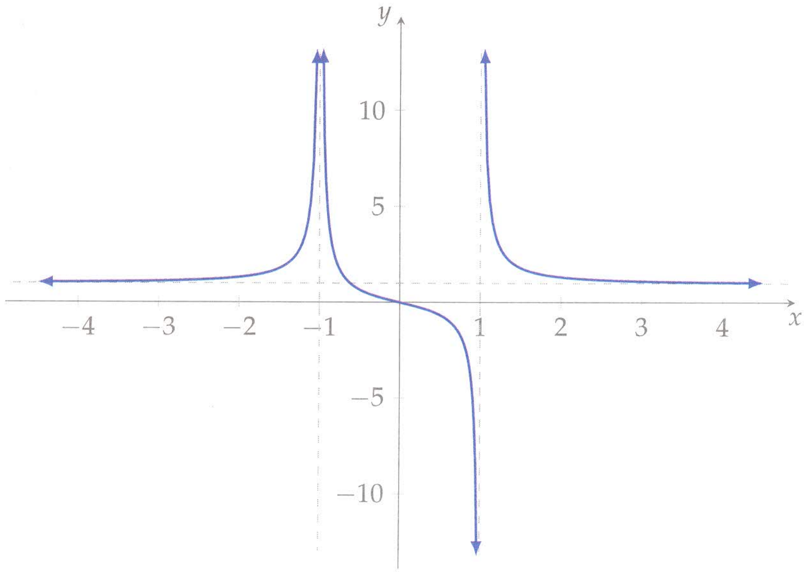
- Gráfico de la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{x^2-1} & |x| > 1 \\ \dfrac{x}{x^2-1} & |x| < 1 \end{cases}$$

  Si se desea usar un conjunto de opciones en varias sentencias, para evitar escribirlas en cada caso se puede usar la instrucción

```
\pgfplotsset
```

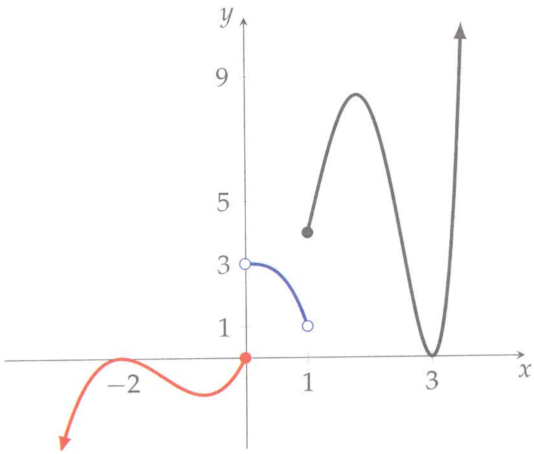
  Este comando es una versión del `\psset` que se presentó en `PSTricks`.




```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[
width=10cm,height=3in,axis lines=middle,
xmin=-4.9,xmax=4.9,ymin=-13.9,ymax=13.9,
xlabel=$x$,ylabel=$y$,xlabel style={anchor=north},%
ylabel=$y$,ylabel style={anchor=east}]
\addplot[smooth,dashed,gray] coordinates {(-6,1) (6,1)};
\addplot[smooth,dashed,gray] coordinates {(-1,13) (-1,-13)};
\addplot[smooth,dashed,gray] coordinates {(1,13) (1,-13)};
\pgfplotsset{mark=none,samples=100}
\addplot[line width=0.9pt,domain=-4.5:-1.04,blue,<->,%
 >=latex]{x^2/(x^2-1)};
\addplot[line width=0.9pt,domain=-0.963:0.963,blue,<->,%
 >=latex]{x/((1+x)*(x-1))};
\addplot[line width=0.9pt,domain=1.04:4.5,blue,<->,%
 >=latex]{x^2/(x^2-1)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

- Gráfico de la función

$$f(x) = \begin{cases} x(x+2)^2 & x \leq 0 \\ 3 - 2x^3 & 0 < x < 1 \\ x^3(x-3)^2 & x \geq 1 \end{cases}$$




```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[
axis lines=middle,xmin=-3.9,xmax=4.5,ymin=-2.9,ymax=10.9,%
xtick={-2,1,3},ytick={1,3,5,9}xlabel style={anchor=north},%
xlabel=$x$,ylabel=$y$,ylabel style={anchor=east}]
\pgfplotsset{mark=none,samples=100}
\addplot[domain=-3:0,blue,line width=1.2pt,<-,>=latex,%
red]{x^3+4*x^2+4*x};
\addplot[domain=0:1,blue,line width=1.2pt]{3-2*x^3};
\addplot[domain=1:3.5,black,line width=1.3pt,->,>=latex]%
{x^3*(x-3)^2};
\addplot[color=blue,fill=white,only marks,mark=*]%
coordinates{(1,1)(0,3)};
\addplot[color=red,only marks,mark=*]coordinates{(0,0)};
\addplot[only marks,mark=*]coordinates{(1,4)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

7.5. Definición de funciones

En Tikz se pueden definir funciones para utilizarlas posteriormente o disminuir el número de caracteres que se usan. La estructura básica es la siguiente:

```
\def\nombre(variables){definición de la función}
```

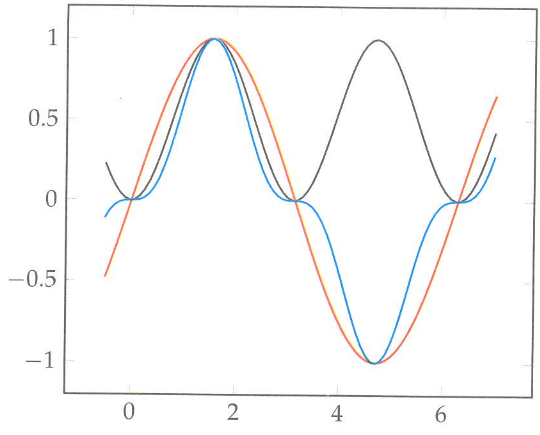
Por ejemplo, la función $g(x,y) = \sqrt{x+y}$ se puede definir de la siguiente manera:

```
\def\g(#1,#2){sqrt(#1+#2)}
```

También puede incluirse la instrucción cuando se declara el inicio de un gráfico en Tikz, es decir

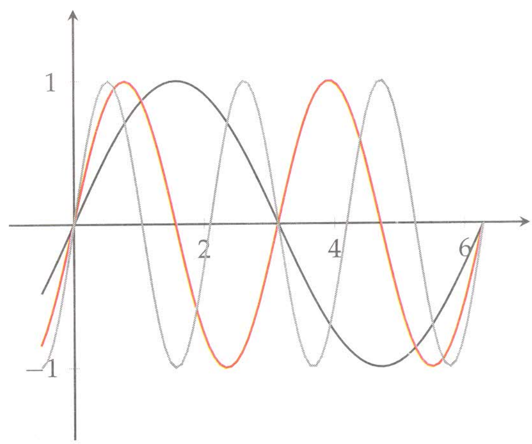
```
\begin{tikzpicture}[
  declare function={f(\x,\u)= sqrt(\x+\u); }]
⋮
\end{tikzpicture}
```

- Gráfico de $y = (\sin x)^u$, para $u = 1,2,3$. Hay que recordar el uso de deg(x), que ya se justificó.



```
\begin{tikzpicture}[declare function=%
{f(\x,\u)= (sin(deg(\x))^\u);  }]
\begin{axis}[domain=-0.5:7,samples=80,thick]
\addplot [red]{f(x,1)};
\addplot [black]{f(x,2)};
\addplot [cyan]{f(x,3)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

- Gráfico de $g(x) = \sin(ux)$, para $u = 1,2,3$.



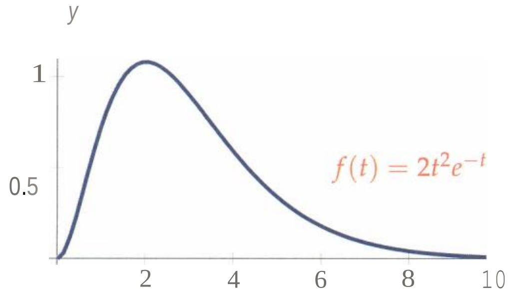

```
\documentclass{article}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage{pgfplots,tikz}
\def\g(#1,#2){sin(#1*#2)}
\begin{document}
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[axis y line=center,axis x line=middle,%
xmin=-1,xmax=7,ymin=-1.5,ymax=1.5,domain=-0.5:2*pi,%
samples=80,thick]
    \addplot [black] {\g(deg(x),1)};
    \addplot [red]  {\g(deg(x),2)};
```

```
\addplot [gray]{\g(deg(x),3)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
\end{document}
```

La instrucción

```
\addplot [opciones] {f (x)} node [color] at (ax.s cs: a, b) {$y=f (x) $};
```

además de graficar la función $f(x)$, agregará en el punto (a, b) el rótulo $y = f(x)$ con el `color` deseado. Ejemplo de lo anterior es el siguiente gráfico:




```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis} [height=6cm,width=8cm,
axis y line=center, axis x line=middle, xmin=-0.2,%
xmax=10.9,ymin=-0.4,ymax=1.45,xlabel=$t$,ylabel=$y$]
\addplot [domain=0: 10.2,color=black!60!blue,samples=75,%
line width=0.5mm] {2*x~2*exp(-x)} no de [red] at %
(axis cs: 8,0.5) {$f(t)=2t~2e~{-t}$};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

7.6. Sombreado de regiones

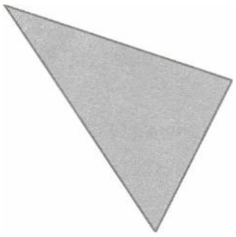
Para sombrear una región acotada por unos `límites`, se utiliza la instrucción `\filldraw[opciones] límites;`

Por ejemplo, la orden

```
\filldraw [fill=gray,draw=black, thickJ (2,0)--(3,0)--(4, -1)--(2,0)
```

dibuja un triángulo con vértices en (2, O), (3, O) Y (4, -1), relleno de color gris; la línea que determina la frontera es negra, con grosor `thick`. Es de anotar que el último punto puede suprimirse e incluir la opción -- `cycle;` para que haga el cierre de la región.

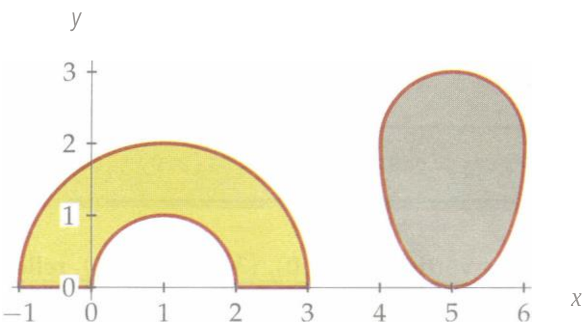
Las opciones `fill` y `draw` determinan el color de relleno y el color de la línea que describe la frontera. Estos gráficos



se consiguen con el siguiente código:

```
\begin{tikzpicture}
\filldraw[fill=gray,draw=black,thickJ%
(2,0)--(3,2)--(0,3)--(2,0);
\filldraw[fill=gray!40!red,draw=black,thickJ%
(4,1)--(6,0)--(5,3)--cycle;
\end{tikzpicture}
```

Las siguientes regiones sombreadas corresponden en el primer caso a la región comprendida entre dos circunferencias concéntricas de radios 2 y 1, respectivamente, y en el segundo caso, a una porción de circunferencia de radio 1 y una porción de elipse, que se inicia en el punto (4,2).



Esto se consigue compilando el siguiente código:

```
\begin{tikzpieture}[seale=1.2]
\tkzlnit [xmin=-1. 1,xmax=6.2,ymin=-0.4,ymax=3.2]
\filldraw[fill=yellow!10!gray,draw=red!60!blaek,
line width=0.5mm] (6,2) are (0:180:1) (4,2) are %
[start angle=180,end angle=360,x radius=1em,%
y radius=2em] ;
\filldraw[fill=yellow!60!gray,draw=red!60!blaek,%
line width=0.5mm] (2,0) -- (3,0) are (0:180:2) %
-- (0,0) are (180:0:1);
\tkzAxeXY
\end{tikzpieture}
```

La opción `pattern` permite cambiar el relleno. Esto puede realizarse con alguna de las siguientes opciones:

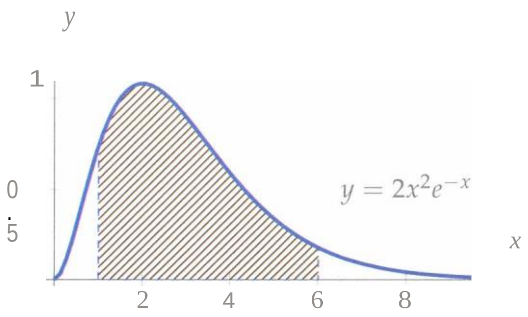
`horizontal lines! vertical lines! north east lines! erosshateh! north west lines! grid! dots! erosshateh dots! fivepoint,ed stars! sixpointed stars`

Precaución

Se ha observado que la opción `pattern` genera conflicto con documentos que utilicen los paquetes `pst-shl` y `pst-solides3d`. Se recomienda no usarlos simultáneamente o tener cuidado al incluir en el preámbulo del documento la instrucción `\usepaekage{pst-shl,pst-solides3d}` y utilizar la opción `pattern` del paquete `\tikz;` esto generaría un conflicto al momento de compilar o los atributos deseados no se obtendrían a la perfección.

Ahora se presentan unos ejemplos de regiones del plano sombreadas y su código respectivo.

1. Sombreado de la región bajo la curva $y = 2x^2e^{-x}$, para x E [1,6].

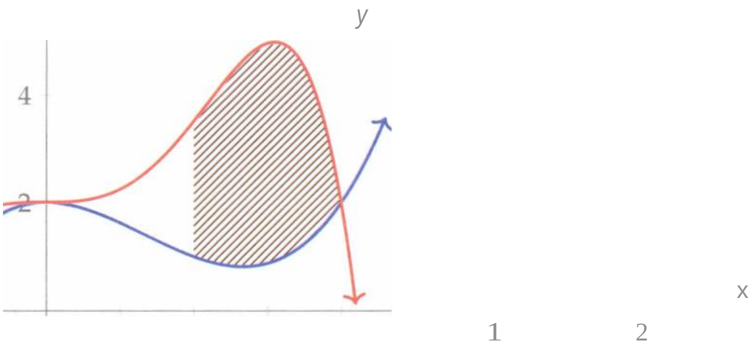
- 


```
\begin{tikzpieture}
\begin{axis} [height=6em,width=8em,
axis y line=eenter, axis x line=middle, xmin=-0.2,%
xmax=10.9,ymin=-0.4,ymax=1.45,xlabel=$x$,ylabel=$y$]
\addplot[eolor=blue,fill=red,dashed,domain=1:6,%
pattern=north east lines,samples=60] {2*x-2*exp(-x)}%
\elosedeyele;
\addplot [domain=O: 10.2,eolor=blue,samples=75,%
line width=0.5mm] {2*x-2*exp(-x)} no de [blaek] at %
(axis es: 8,0.5) {$y=2x-2e-{-x}$};
\end{axis}
\end{tikzpieture}
```

2. La reglOn acotada por los gráficos de las expresiones $y = x^3 - 2x^2 +$ 2 Y $Y = -$ ~$x5 + 2x^3 +$ 2, se puede rellenar compilando las siguientes instrucciones:

```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[height=6cm,width=8cm,xticklabels={""1,,2},
axis y line=center, axis x line=middle, xmin=-0. 5, xmax=2. 8,
ymin=-0.4,ymax=5.8,xlabel=$x$,ylabel=$y$J
\addplot[domain=1:2,name path=fJ {x-3-2*x-2+2};
\addplot[domain=1:2,name path=gJ {-0.5*x-5+2*x-3+2};
\addplot[color=blue,fill=red,pattern=north east lines,%
samples=60J fill between [of=g and f];
\addplot[color=blue,domain=-0.3:2.3,samples=80,%
line width=0.4mm,->] {x-3-2*x-2+2};
\addplot[color=red,domain=-0.3:2.1,samples=80,%
line width=0.4mm,->] {-0.5*x-5+2*x-3+2};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

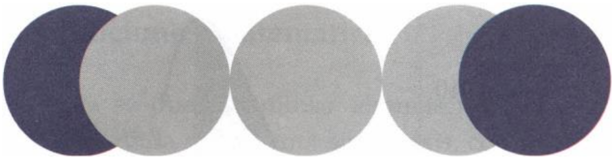
que produce el siguiente gráfico:



El entorno

```
\begin{scope}
instrucciones
\end{scope}
```

Hará que el alcance de las instrucciones en el gráfico sea local. Por ejemplo, este dibujo:



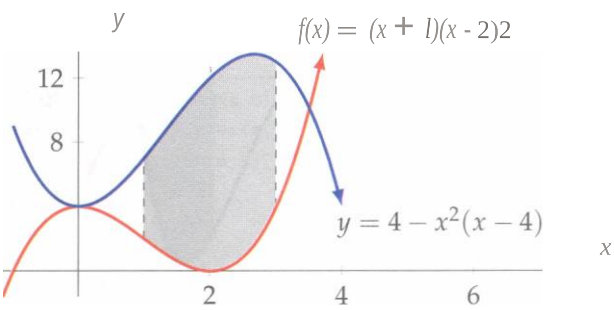
se consigue con las siguientes instrucciones:

```
\begin{tikzpicture}
\begin{scope} [fill=black!70!blueJ
\fill (1,1) circle (1);
\begin{scope} [fill=grayJ
\fill (2,1) circ le (1); \fill (4,1) circle (1);
\fill (6,1) circle (1);
\end{scope}
\fill (7,1) circle (1);
\end{scope}
\end{tikzpicture}
```

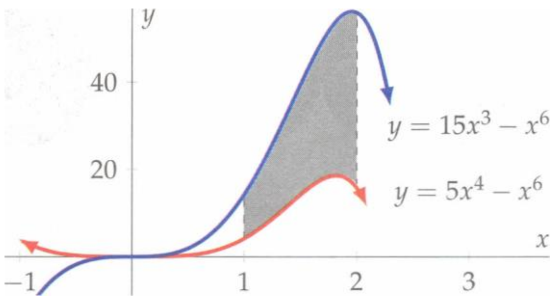
Ejercicios

Escriba, usando `Tikz`, el código requerido para producir los siguientes gráficos:

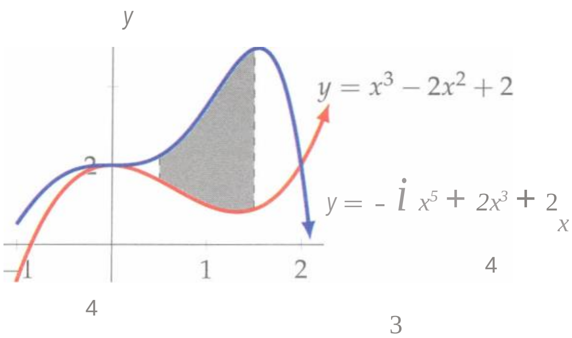
a) $f(x) = (x + l)(x - 2)2$ Y $Y = 4 - x2(x - 4)$.



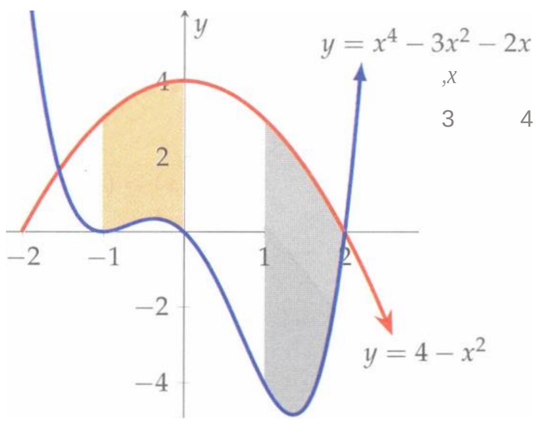
b) $y = 5x^4 - x^6$ y $y = 15x^3 - x^6$.



c) $y = x^3 - 2x^2 + 2$ y $y = -\frac{1}{2}x^5 + 2x^3 + 2$.



d) $f(x) = x^4 - 3x^2 - 2x$ y $y = 4 - x^2$.



7.7. Algunas funciones matemáticas

Con el paquete Tikz se pueden utilizar algunas funciones matemáticas que realizan cálculos. Enseguida se presenta su sintaxis, con una breve descripción.

Comando	Alternativa	Descripción
`\pgfmathadd{a}{b}`	`add(a,b)`	suma a y b
`\pgfmathsubtract{a}{b}`	`subtract(a,b)`	resta b de a
`\pgfmathneg{a}`	neg Ca)	cambia de signo a a
`\pgfmathmultiply{a}{b}`	`multiply(a,b)`	multiplica a y b
`\pgfmathdivide{a}{b}`	`divide(a,b)`	divide a y b
`\pgfmathdiv{a}{b}`	`div(a,b)`	División entera entre a y b
`\pgfmathfactorial{n}`	`factorial (n)`	factorial de n
`\pgfmathsqrt{a}`	`sqrt (a)`	raíz cuadrada de a
`\pgfmathpow{a}{b}`	`pow(a,b)`	evalúa a^b
`\pgfmathe`	e	e ~2,71828182846
`\pgfmathpi`	`pi`	n ~3,14159265359
`\pgfmathexp{a}`	exp Ca)	aproxima el valor de eX
`\pgfmathln{a}`	Ln Ca)	logaritmo natural de al
`\pgfmathlogten{a}`	`log10(a)`	loglO a (aproximado)
`\pgfmathlogtwo{a}`	`log2(a)`	log2 a (aproximado)
`\pgfmathabs{a}`	`abs (a)`	valor absoluto de a
`\pgfmathmod{a}{b}`	`mod(a,b)`	residuo de dividir a en b
`\pgfmathMod{a}{b}`	`Mod(a,b)`	valor no negativo de mod Ca , b)
`\pgfmathsign{a}`	`sign(a)`	signo de a
`\pgfmathrnd`	`rnd`	número aleatorio en (0,1)
`\pgfmathgcd{a}{b}`	`gcd(a,b)`	máximo común divisor
`\pgfmathisodd{a}`	Lsodd , a)	vale 1 si a es impar y 0 en otro caso
`\pgfmathiseven{a}`	`iseven(a)`	vale 1 si a es par y 0 en otro caso
`\pgfmathisprime{a}`	`isprime(a)`	vale 1 si a es primo y 0 en otro caso
`\pgfmathequal{a}{b}`	`equal(a,b)`	retorna 1 si $a = b$ Y 0 en otro caso
`\pgfmathgreater{a}{b}`	`greater(a,b)`	retorna 1 si $a > b$ Y 0 en otro caso
`\pgfmathless{a}{b}`	`less (avb)`	retorna 1 si $a < b$ Y 0 en otro caso
`\pgfmathnotequal{a}{b}`	`notequal(a,b)`	retorna 1 si a t= b Y 0 en otro caso
`\pgfmathnotgreater{a}{b}`	`notgreater(a,b)`	retorna 1 si $a < b$ Y 0 en otro caso
`\pgfmathnotless{a}{b}`	`notless(a,b)`	retorna 1 si a 2: b Y 0 en otro caso
`\pgfmathand{a}{b}`	`and(a,b)`	retorna 1 si $a = 1$ Y $b = 1$
`\pgfmathor{a}{b}`	`or(a,b)`	retorna 1 si $a = 1$ o $b = 1$
`\pgfmathnot{a}`	`not (a)`	retorna 1 si $a = 0$ Y 0 en otro caso
`\pgfmathifthenelse{a}{b}{c}`	`ifthenelse(a,b,c)`	retorna b si a t= 0, e en otro caso
`\pgfmathtrue`	`true`	retorna 1
`\pgfmathfalse`	`false`	retorna 0
`\pgfmathrad{a}`	r ad Ca)	convierte a (en grados) a radianes
`\pgfmathdeg{a}`	`deg(a)`	convierte a (en radianes) a grados

Existen formas simplificadas de usar estos operadores. Por ejemplo:

a ? b : e, si *a* es verdadera entonces *b*, de lo contrario c.

Las funciones trigonométricas y sus inversas, que retornan su valor en grados, se usan con las siguientes instrucciones y sus respectivas abreviaturas.

```
\pgfmathsin{a}, sin(a)          \pgfmatheosee{a}, eosee(a)
\pgfmatheos{a}, eos(a)          \pgfmathasin{a}, asin(a)
\pgfmathtan{a}, tan (a)         \pgfmathaeos{a}, aeos(a)
\pgfmatheot{a}, eot(a)          \pgfmathatan{a}, atan (a)
\pgfmathsee{a}, see(a)          \pgfmathatantwo{y}{x},atan2(y,x) .
```

La función `atan2 (y .x)`, que representa a arctan (~) ,se determina en el respectivo cuadrante.

Las funciones hiperbólicas se utilizan con los siguientes comandos y sus respectivas abreviaciones: `\pgfmathsinh{a}, sinh Ca)`, `\pgfmatheosh{a}, cosh Ca)` y `\pgfmathtanh{a}, tanh Ca)`.

Se ilustran algunos comandos, en los que se incluyen la sintaxis y el producto al compilar.

- 3 + 5 = 8.0

  ```
  \pgfmathadd{3}{S} $3+S=\pgfmathresult$
  ```

- 3/5 = 0.59999

  ```
  \pgfmathdivide{3}{S} $3/S=\pgfmathresult$
  ```

- 3-5= -2.0

  ```
  \pgfmathsubtraet{3}{S} $3-S=\pgfmathresult$
  ```

- [3/5] = O

```
\pgfmathdiv{3}{5} $3/5=\pgfmathresult$
```

- arctan(-1) : 45.0

```
\pgfmathparse{atan(1)} $\arctan(-1)=\pgfmathresult$
```

- ¿7 es primo? 1

```
$7$ es primo? \pgfmathisprime{7} $\pgfmathresult$
```

- ¿20 es primo? O

```
$20$ es primo? \pgfmathisprime{20} $\pgfmathresul t$
```

- sin(45) = 0.7071

```
$\sin(45)=$\pgfmathsin{45} $\pgfmathresult$
```

- tan(7f/4) = 1.0

```
\pgfmathpars"e{tan(deg(divide (p .4»)}
$\tan(\pi/4)=\pgfmathresult$
```

- arctan(-1) : -45.0

```
\pgfmathparse{atan2(-1,1)} $\arctan(-1)=\pgfmathresult$
```

- arctan(-1) = 135.0

```
\pgfmathparse{atan2(1,-1)} $\arctan(-1)=\pgfmathresult$
```

- ¿5 > 4? Verdad

```
\textquestiondown$5>4 $?
\ifthenelse{5>4}{Verdad}{Falso}
```

- ¿S $<$ 4? Falso

```
\textquestiondown$5<4 $?
\ifthenelse{5<4}{Verdad}{Falso}
```

- Una lista de números primos

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37,
41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83,
89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131,
137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179,

```
\foreach \x in {2, ... ,180}{
\pgfmathisprime{\x}
\ifthenelse{\equal{\pgfmathresult}{1}}{\x,\,}{\hskip-0.2cm}
}
```

7.8. Tipos de flechas

La instrucción

```
\tikz \draw[ arrows={-Nombre[opciones]}] (a,b)--(c,d);
```

Dibuja una flecha desde el punto *(a,b)* hasta el punto *(c,d)*. Donde `Nombre` determina la *forma* de la cabeza de la flecha. Puede utilizarse cualquiera de las siguientes variaciones:

```
Stealth/Arc Barb/Bar/Bracket/Hooks/Parenthesis/Straight Barb
Circle/Diamond/Ellipse/Kite/Latex/Latex/Rectangle/Square/Tee Barb
```

Entre las opciones que pueden incluirse, están:

Instrucción	**Tarea**
lengh	Longitud de la punta
open	Punta sin relleno
line width	Grosor de la línea
round	Redondea las líneas
angle	Ángulo en la punta de la flecha

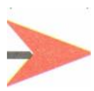
Algunos ejemplos, con su respectivo código, se muestran a continuación:

I5mm
I()1
.--1>

```
\tikz{\draw[
line width=1.5mm,-{Triangle[length=15mm, round,open]}]%
(0,0) -- (3,0);
\draw [1 <-> 1] (2, 0.7) -- no de [above=lmm] {15mm} ++( -12mm, O) ;
}
```

•

I2mm
I()1

• 

```
\tikz{
\draw[line width=lmm,-{Stealth[red,length=12mm]}]%
(0,0) -- (3,0);
\draw[I<->I] (3,0.5) -- no de [above=lmm] {12mm} ++(-12mm,0);
}
```

I5mm
I()1
-}>

•

```
\tikz{\draw[line width=1mm,
-{Stealth[open,round,length=15mm]}] (0,0) -- (2,0);
\draw [1 <-> 1] (2, 0.7) -- node [above=1mm] {15mm} ++( -12mm, 0);
}
```

- 

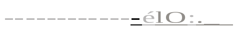
```
\tikz \draw[arrows={-Stealth[inset=2pt,angle=45:12pt]}]
    (0,0)--(3,0);
```

- 

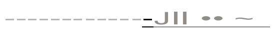
```
\tikz \draw[arrows={-Circle[length=10pt,inset=5pt]}]
 (0,0)--(3,0);
```

-

```
\tikz \draw[arrows={-Stealth[scale length=2]}]
 (0,0)--(3,0);
```

- 

```
\tikz \draw[arrows={-Stealth[scale length=2]}]
 (0,0) (3,0);
```

- 

```
\tikz \draw[arrows={-Stealth[inset=2pt,angle=45:12pt]}]
    (0,0)--(3,0);
```

```
\tikz      \draw [arrows={-Stealth          length=1.5]}]
[scale
 (0,0.5) -- (3,0.5);
```

```
\tikz       \draw [arrows={-Stealth [scale      length=2]}]
 (0,0)    (3,0);
```

```
\tikz [ultra thick] \draw[arrows={-Stealth[color=black]}]
 (0,0)--(3,0);
```

```
\tikz       \draw[arrows={-Circle[length=10pt,inset=5pt]}]
 (0,0)--(3,0);
```

```
\tikz      \draw[arrow~={-Diamond[length=10pt,inset=5pt]}]
 (0,0)--(3,0);
```

```
\tikz      \draw[arrows={-Ellipse[length=10pt,inset=5pt]}]
 (0,0)--(3,0);
```

- 

```
\tikz \draw[arrows={-Kite [length=10pt,
inset=5pt]}]
(0,0)--(3,0);
```

-

```
\tikz \draw[arrows={-Latex[length=10pt,inset=5pt]}]
(0,0)--(3,0);
```

- 

```
\tikz \draw[arrows={-Rectangle[length=10pt,inset=5pt]}]
(0,0)--(3,0);
```

- 

```
\tikz \draw[arrows={-Square [length=10pt, inset=5pt]}]
(0,0)--(3,0);
```

- 

```
\tikz \draw[arrows={-Circle[open,length=10pt,in~et=5pt]}]
(0,0)--(3,0);
```

-

```
\tikz \draw[arrows={-Diamond[open,length=10pt,inset=5pt]}]
(0,0)--(3,0);
```

- 

```
\tikz \draw[arrows={-Ellipse [open,length=10pt, inset=5pt]}]
         (0,0)--(3,0);
```

- 

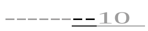
```
\tikz \draw[arrows={-Kite[open,length=10pt,inset=5pt]}]
     (0,0)--(3,0);
```

- 

```
\tikz \draw[arrows={-Latex [open,length=10pt, inset=5pt]}]
     (0,0)--(3,0);
```

- 

```
\tikz \draw[arrows={-Latex[open,length=10pt,inset=5pt]}]
     (0,0)--(3,0);
```

- 

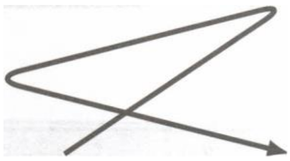
```
\tikz          \draw[a~rows={-Rectangle[open,length=10pt,%
inset=5pt]}] (0,0)--(3,0);
```

- 

```
\tikz \draw[arrows={-Square[open,length=10pt,inset=5pt]}]
       (0,0)--(3,0);
```

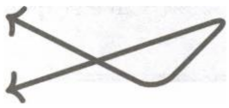
•

```
\tikz \draw[-latex,thick,rounded          corners=12pt,
line width=2pt] (0,0) -- (3,2) -- (-1,1)    (3,0);
```



• r--~

```
\ tikz \draw [<->, thick, rounded corners=8pt, line width=2pt]
%
(0,0) -- (3,1) -- (2,0) -- (0,1);
```

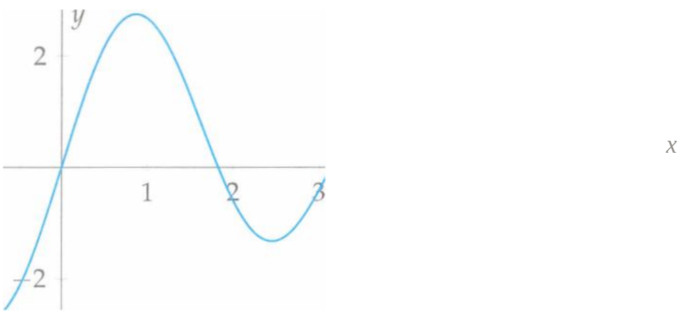


7.9. Ejes trigonométricos

En Tikz es posible hacer gráficos de funciones trigonométricos, que requieren el uso de etiquetas que generalmente involucran múltiplos de π. En esta sección se presentan esas posibilidades.
Básicamente, las opciones son las mismas que ya se mostraron, tan sólo se deben agregar algunas sentencias nuevas. Por ejemplo, para indicar las unidades en la variable independiente x, se puede emplear la instrucción `trig format plots=rad`, o al momento de definir la función usar la expresión deg Cx):

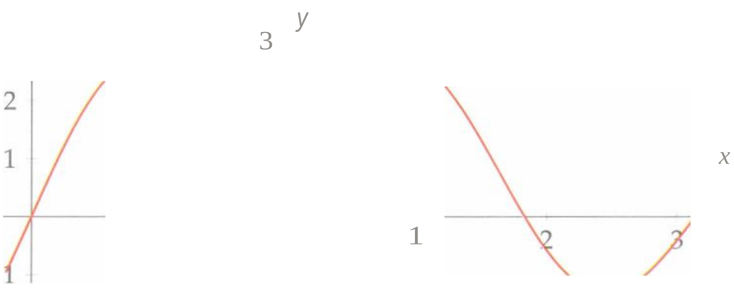
```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis} [width=7cm,height=6cm,ymin=-3,ymax=3,xmin=-0.9 ,%
xmax=3. 5,axis lines=middle, trig format plots=rad, smooth, %
domain=-1:3.2,xlabel={$x$},ylabel={$y$}]
\addplot[thick,cyan] {sin(x)+2*sin(2*x)};
\end{axis}
```

```
\end{tikzpicture}
```

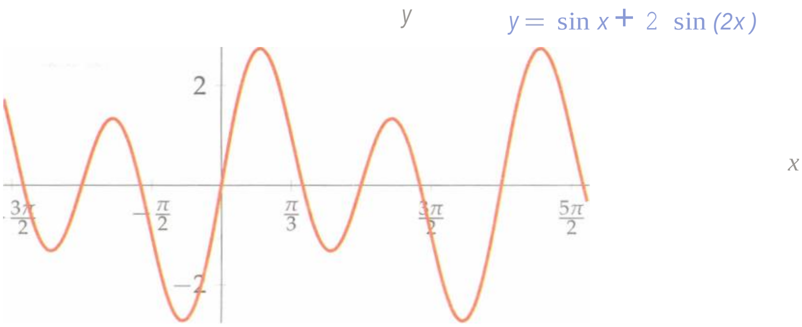


Otro ejemplo se consigue con los siguientes comandos:

```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis} [yscale=0.9,axis lines=middle,smooth,%
ymin=-1.5,ymax=2.9,xmin=-0.5,xmax=3.5,domain=-0.2:3.2,%
xlabel={$x$},ylabel={$y$}]
\addplot [thick,red] {sin(deg(x))+2*sin(2*deg(x))};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

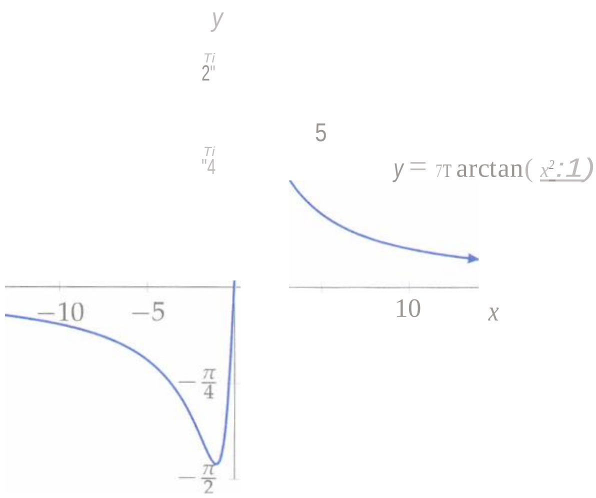


Los rótulos en los ejes pueden conseguirse indicando el punto donde se hace la marca con `xtick` y asignando el rótulo con `xticklabels`.




```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis} [axis lines=middle,height=6cm,width=8cm,%
ymin=-2.8,ymax=3.9,xmin=-4.9,xmax=9.4,xtick ={-4.71,%
-1.57,1.57,4.71,7.85},xticklabels = {$-\frac{-3\pi}{2}$,%
$-\frac{\pi}{2}$,$\frac{\pi}{3}$,$\frac{3\pi}{2}$,%
$\frac{5\pi}{2}$}, domain=-4.9:8.2,xlabel={$x$},ylabel={$y$}]
\addplot[smooth,very thick,red]{sin(deg(x))+2*sin(2*deg(x))};
\end{axis}
\node[blue] at (4.5,4) {$y=\sin x + 2 \sin(2x)$};
\end{tikzpicture}
```

•



```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis} [xmin=-14.9,xmax=14.9,axis lines = center,%
ymin = -pi/2,ymax=(pi/2)*1.25,xlabel=$x$,ylabel=$y$,%
xlabel style={anchor=north},ylabel style={anchor=east},%
samples = 100,ytick = {-1.5708,-0.7853,0.7853,1.5708},%
yticklabels = {$-\frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{4}$,%
$\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$}, domain=-13.2:14.2,%
xlabel={$x$},ylabel={$y$}]
\addplot [-latex,smooth,thick,blue] {pi*rad(atan(x/(x-2+1 )))};
\end{axis}
\node [black] at (7,4) {$y=\pi\arctan (\frac{x}{x-2+1})$};
\end{tikzpicture}
```

7.10. Gráficos en coordenadas polares

Para hacer gráficos cuyas ecuaciones están expresadas en coordenadas polares, se debe incluir en el preámbulo del documento la instrucción `\usepgfplotslibrary{polar}` e iniciar en el entorno del gráfico que se usa este sistema de coordenadas; esto se logra con el entorno `polaraxis`. La estructura básica de una figura con tales características es:

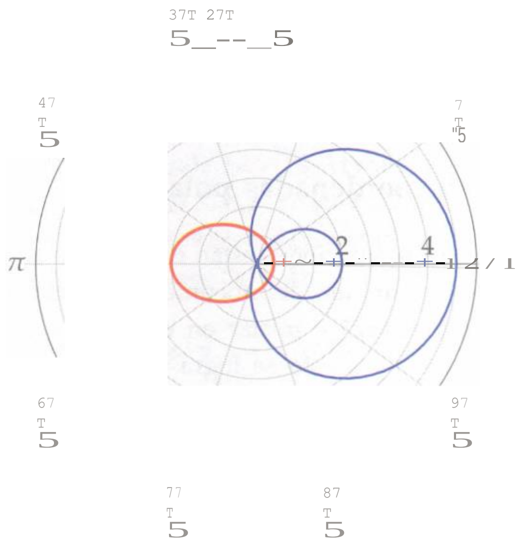
```
\begin{tikzpicture}
\begin{polaraxis} [opciones]
instrucciones
\end{polaraxis}
\end{tikzpicture}
```

Las etiquetas se pueden hacer de manera genérica o indicando uno por uno los valores deseados. Los siguientes ejemplos ilustran esta diferencia .

- *r=2+5cose* y *r=4/(3+2cose)*

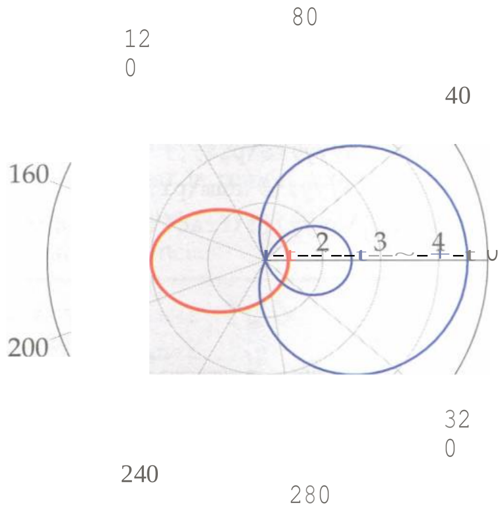
```
\begin{tikzpicture}
\begin{polaraxis} [xtick={0,36, ... ,324,359},%
ytick={1, ... ,7},yticklabels={"2",4,,,6},xticklabels=%
{,$\frac{\pi}{5}$,$\frac{2\pi}{5}$,$\frac{3\pi}{5}$,%
```

```
$\frac{4\pi}{S}$,$\pi$, $\frac{6\pi}{S}$,$\frac{7\pi}{S}$,%
$\frac{8\pi}{S}$,$\frac{9\pi}{S}$,$2\pi$}]
\addplot[red,line width=1.2pt,domain=0:360,%
samples=200] {4/(3+2*cos(x))};
\addplot[line width=0.8pt,domain=0:360,samples=100,%
blue] {2+S*cos(x)};
\end{polaraxis}
\end{tikzpicture}
```



• Las mismas funciones del caso anterior.

```
\begin{tikzpicture}
\begin{polaraxis}[xtick={0,40, ... ,360},%
yticklabels={,,2,3,4}]
\addplot[red,line width=1.2pt,domain=0:360,samples=200]%
{4/(3+2*cos(x))};
\addplot[line width=0.8pt,domain=0:360,samples=100,blue]%
{2+S*cos(x)};
\end{polaraxis}
\end{tikzpicture}
```

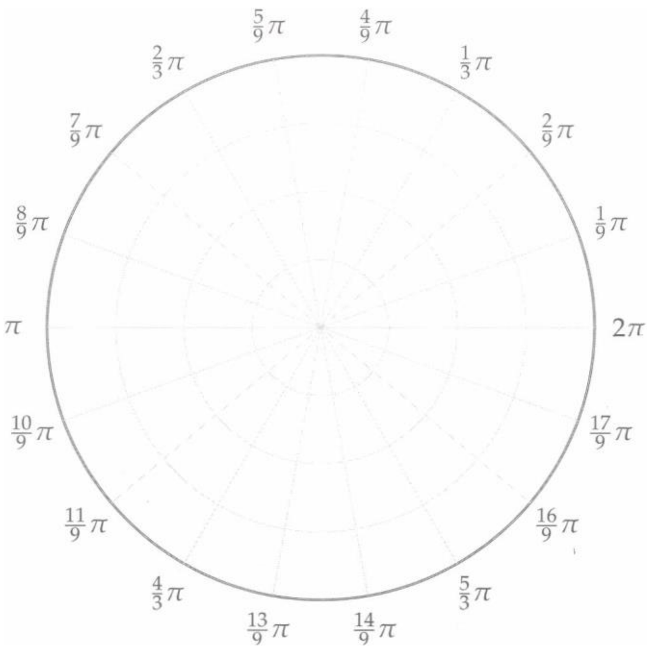


Ahora se construye una grilla en coordenadas polares, ejercicio que ya se había presentado usando el paquete `PSTricks`; ahora se hace usando `Tikz`. El código necesario es el siguiente:

```
\begin{tikzpicture}
\draw[line width=0.9pt,smooth] (0,0) circle [radius=4cm];
\def\ra{18} %debe usarse un número par
\DIVIDE{\ra}{2}{\raa}
\DIVIDE{360}{\ra}{\delta}
\multido{\ir=1+1}{4}{
\draw [gray! 40, line width=0. 3pt] (0, 0) circle [radius=\ir cm]
;
}
\multido{\nx=1+1}{\ra}{
\MULTIPLY{\nx}{\delta}{\ang}
\DEGREESCOS{\ang}{\ax}
\DEGREESSIN{\ang}{\ay}
\MULTIPLY{\ax}{4}{\axx}
\MULTIPLY{\ay}{4}{\ayy}
\MULTIPLY{\ax}{4.5}{\axxx}
\MULTIPLY{\ay}{4.5}{\ayyy}
\draw[gray!40,line width=0.3pt] (0,0) -- (\axx,\ayy);
```

```
\FRACTIONSIMPLIFY{\nx}{\raa}{\num}{\dem}
\ifthenelse{\dem=1}{
\ifthenelse{\num=1}{
\node at (\axxx,\ayyy){$\pi$};}
{\node at(\axxx,\ayyy){$\num\pi$};}}
{\node at (\axxx,\ayyy){$\frac{\num}{\dem}\pi$};
}
}
\end{tikzpicture}
```

y el resultado obtenido es:



7.11. Relleno en coordenadas polares

Para hacer relleno de regiones en gráficos escritos en coordenadas polares, se debe invocar la librería `fillbetween`, que permite rellenar regiones entre curvas; esto se logra incluyendo la instrucción `\usepgfplotslibrary{fillbetween}`, en el preámbulo del documento.

Si se desea describir la región que hay que rellenar, es indispensable determinar las curvas que la limitan, nombradas y posteriormente indicar el relleno. De manera general, para sombrear la región acotada por las curvas $f(x)$, con $x \in [a, b]$ y $g(x)$, con $x \in [c, d]$, que en este caso se nombran como A y B, se deben incluir las siguientes sentencias:

```
\addplot[name path=A,domain=a:b]{f(x)};
\addplot[name path=B,domain=c:d] {g(x)};
\tikzfillbetween[of=A and B] {opciones}
```

Se puede acceder a las opciones de relleno, incluyendo en el preámbulo del documento la instrucción `\usepgflibrary{patterns}`. El patrón de relleno se puede utilizar con cualquiera de las siguientes opciones:

```
horizontal lines/ vertical lines/ north east lines/ crosshatch/
north west lines/ grid/ dots/ crosshatch dots/ fivepointed stars/
sixpointed stars
```

Si no se selecciona ninguna en particular, el relleno se hace `solid` por defecto.

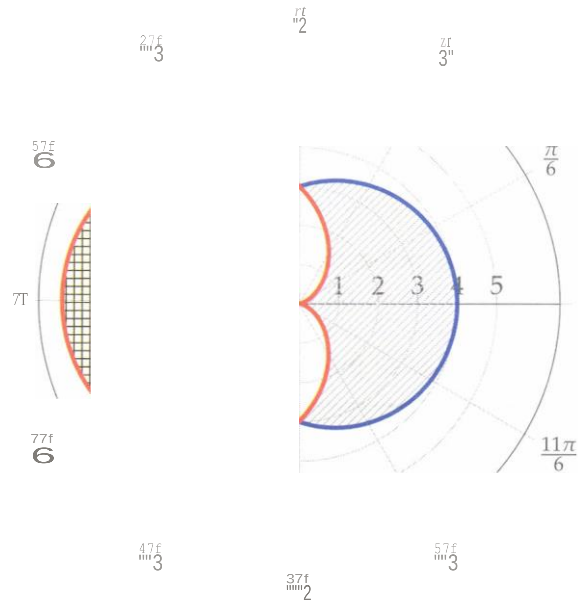
- En este ejemplo se presentan los gráficos de $r = 3 + \cos\theta$ y $r = 3 - 3\cos\theta$. La intersección se da en $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$, o también 90^0 o 270^0.

  Las instrucciones que se presentan a continuación

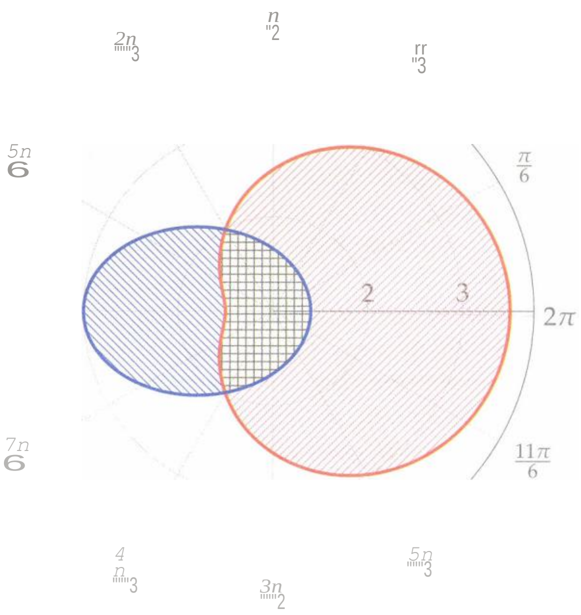
  ```
  \begin{tikzpicture}
  \begin{polaraxis}[ytick=~O,l, ... ,S},yticklabels={,l, ... ,S},%
  xticklabels={,,$\frac{\pi}{6}$,$\frac{\pi}{3}$,%
  $\frac{\pi}{2}$,$\frac{2\pi}{3}$,%
  $\frac{S\pi}{6}$,$\pi$,$\frac{7\pi}{6}$,%
  $\frac{4\pi}{3}$,$\frac{3\pi}{2}$,%
  $\frac{S\pi}{3}$,$\frac{11\pi}{6}$}]
  \addplot[domain=-90:90,name path=B,mark=none] {3+cos(x)};
  \addplot[domain=-90:90,name path=A,mark=none] {3-3*cos(x)};
  \addplot[domain=90:270,name path=C,mark=none]{3+cos(x)};
  \addplot[domain=90:270,name path=D,mark=none]{3-3*cos(x)};
  ```

```
\tikzfillbetween[of=A and B]%
{pattern=north east lines,pattern color=gray!50}
\tikzfillbetween[of=C and D]{pattern=grid}
\addplot+[mark=none,line width=2mm,domain=0:360%
samples=200,ultra thick,blue] {3+cos(x)};
\addplot+[mark=none,line width=2mm,domain=0:360,%
samples=200,ultra thick,red,solid]{3-3*cos(x)};
\end{polaraxis}
\end{tikzpicture}
```

producen el gráfico mencionado anteriormente.



- Ahora se presentan las funciones $r = 3 + 2\cos 8$ y $r = 4/(3 + 2\cos 8)$. Estas curvas se intersectan en *120°* y *240°*. Se utilizan diferentes tipos y colores de rellenos.

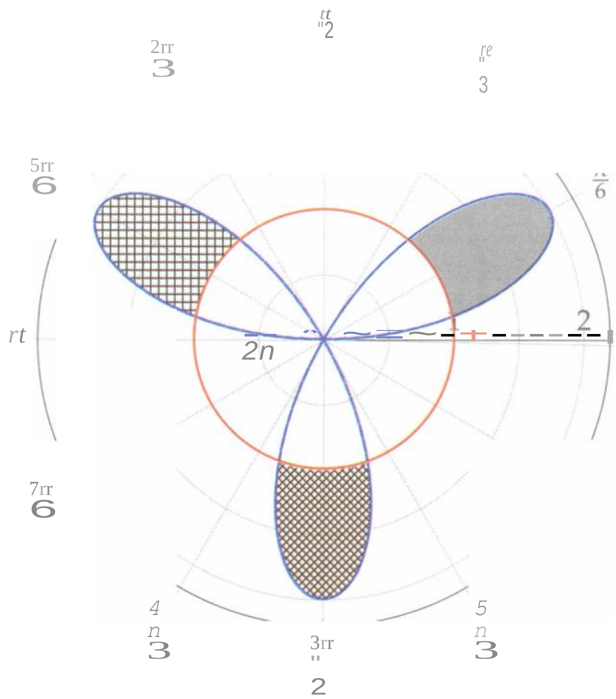


Para hacer este gráfico se requiere compilar las siguientes instrucciones:

```
\begin{tikzpicture}
\begin{polaraxis}[x tick style={color=gray!20},
xtick={O,30, ... ,330,359}, yticklabels={,,2,3},
xticklabels={,$\frac{\pi}{6}$,$\frac{\pi}{3}$,%
$\frac{\pi}{2}$,$\frac{2\pi}{3}$,$\frac{5\pi}{6}$,%
$\pi$, $\frac{7\pi}{6}$,$\frac{4\pi}{3}$,%
$\frac{3\pi}{2}$,$\frac{5\pi}{3}$,%
$\frac{11\pi}{6}$,$2\pi$}J
\addplot[name path=A,white,domain=120:240,samples=200J%
{3+2*cos(x)};
\addplot[name path=B,white,domain=120:240,samples=200J%
{4/(3+2*cos(x))};
\addplot[name path=C,white,domain=240:480,samples=200J%
{3+2*cos(x)};
\addplot[name path=D,white,domain=240:480,samples=200J%
{4/(3+2*cos(x))};
\tikzfillbetween[of=B and AJ {pattern=north west lines,%
pattern color=blue!60}
```

```
\tikzfillbetween[of=D and C]{pattern=north east lines,%
  pattern color=red!40}
\tikzfillbetween[of=A and D]{pattern=grid,%
pattern color=black!70}
\addplot[red,line width=1.2pt,domain=0:360,samples=200]%
{3+2*cos(x)};
\addplot[blue,line width=1.2pt,domain=0:360,samples=200]%
{4/(3+2*cos(x))};
\end{polaraxis}
\end{tikzpicture}
```

- Se muestran ahora los gráficos de $r = 2\sin(3\theta)$ y $r = 1$. Estas curvas se intersectan en $\theta = \frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{18}, \frac{13\pi}{18}, \frac{17\pi}{18}, \frac{25\pi}{18}, \frac{29\pi}{18}$ que equivalen también a $10°, 50°, 130°, 170°, 250°, 290°$. Se usan tres tipos de relleno



Las instrucciones necesarias para conseguirlo son:

```
\begin{tikzpicture}
\begin{polaraxis}[xtick={0,30, ... ,330,359},%
ytick={0,0.5, ... ,2},yticklabels={,,1,,2},%
xticklabels={,$\frac{\pi}{6}$,$\frac{\pi}{3}$,%
$\frac{\pi}{2}$,$\frac{2\pi}{3}$,$\frac{5\pi}{6}$,$\pi$,%
$\frac{7\pi}{6}$,$\frac{4\pi}{3}$,$\frac{3\pi}{2}$,%
$\frac{5\pi}{3}$,$\frac{11\pi}{6}$,$2\pi$}]
\tikzset{samples=100,line width=lmm}
\addplot+[domain=10:50,name path=A,white,mark=none]{l};
\addplot+[domain=50:10,name path=B,mark=none]{2*sin(3*x)};
\addplot+[domain=130:170,name path=C,mark=none] {2*sin(3*x)};
\addplot+[domain=170:130,name path=D,mark=none] {1};
\addplot+[domain=250:290,name path=E,mark=none]{l};
\addplot+[domain=286:250,name path=F,mark=none]{2*sin(3*x)};
\tikzfillbetween[of=A and B]{gray}
\tikzfillbetween[of=C and D]{pattern=grid}
\tikzfillbetween[of=E and F]{pattern=crosshatch}
\addplot+[mark=none,line width=1.2mm,domain=0:360,%
thick,blueJplot[smooth] {2*sin(3*x)};
\addplot+[mark=none,line width=1.2mm,domain=0:360,%
samples=100,thick,red,solid] {1};
\end{polaraxis}
\end{tikzpicture}
```

- Las expresiones $r = 2 - 5 \cos \ell$ y $r = 2$ se intersectan en ~, $\frac{3}{2}\pi$Y en otros puntos que requieren tratamiento numérico para hallarlos, los cuales son aproximadamente, 36,87, 143,13, 216,87, 323,13. El código que se requiere para conseguirlo y el gráfico se muestran a continuación:

```
\begin{tikzpicture}
\begin{polaraxis} [width=10cm,height=10cm,
xtick={30,60, ... ,330,359.7},ytick={1,2, ... ,7},%
yticklabels={,,2,,4,,6},xticklabels={,$\frac{\pi}{3}$,%
,$\frac{2\pi}{3}$,,$\pi$,,$\frac{4\pi}{3}$,,%
$\frac{5\pi}{3}$,,$2\pi$}]
\addplot+ [mark=none,line width=lmm,domain=90:143.13,%
samples=100,name path=Al,white]{2};
\addplot+[mark=none,line width=lmm,domain=90:143.13,%
```