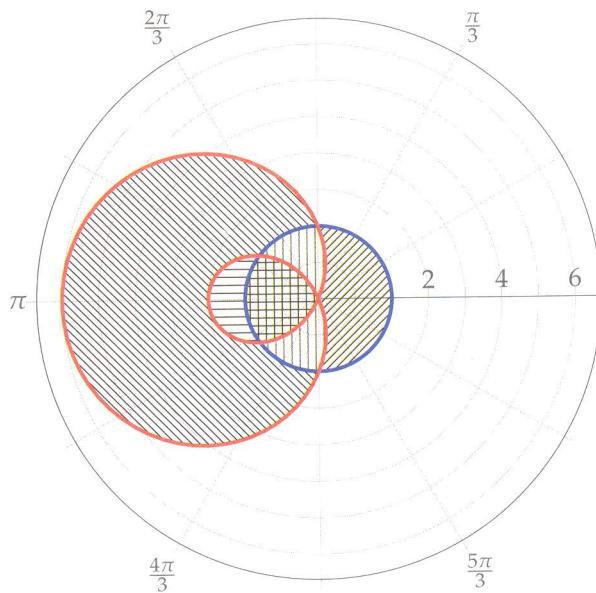
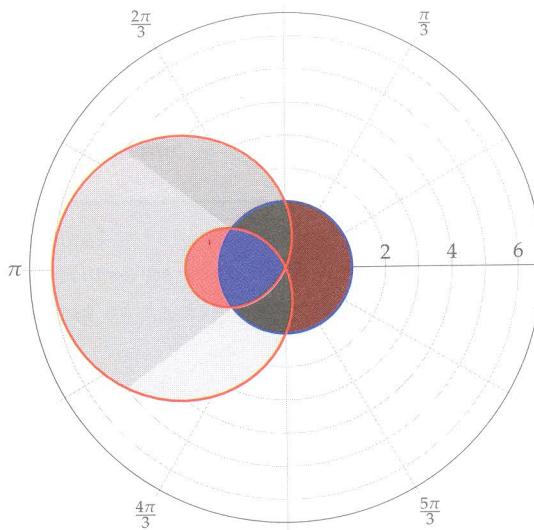


```
samples=100, name path=A2,white]{2-5*cos(x)};  
\addplot+[mark=none, line width=1mm,domain=143.13:216.87,%  
samples=100,thick,green,name path=A4]{2-5*cos(x)};  
\addplot+[mark=none, line width=1mm,domain=323.87:396.87,%  
samples=100,thick,green,name path=A3]{2-5*cos(x)};  
\addplot+[mark=none, line width=1mm,domain=216.87:270,%  
samples=100,thick,green,name path=A5]{2-5*cos(x)};  
\addplot+[mark=none, line width=1mm,domain=216.87:270,%  
samples=100,thick,green,name path=A6]{2};  
\addplot [draw=none,domain=293.35:323.13,name path=A8] %  
{2-5*cos(x)};  
\addplot [pattern=grid,domain=142:217,name path=A7]{2};  
\addplot [draw=none,domain=36.64:66.42,name path=A10] %  
{2-5*cos(x)};  
\addplot [draw=none,domain=216.87:270,name path=A11]{2};  
\addplot+[pattern=vertical lines,pattern color=black!70,%  
mark=none,domain=270:293.35,name path=A13]{2-5*cos(x)};  
\addplot+[pattern=vertical lines,pattern color=black!70,%  
mark=none,domain=90:66.42,name path=A12]{2-5*cos(x)};  
\addplot+[mark=none,domain=0:90,name path=A15]{2};  
\addplot+[mark=none,domain=-90:0,name path=A14]{2};  
\tikzfillbetween[of=A1 and A2]{pattern=north west lines}  
\tikzfillbetween[of=A3 and A4]{pattern=north west lines}  
\tikzfillbetween[of=A5 and A6]{pattern=north west lines}  
\tikzfillbetween[of=A8 and A1]{pattern=vertical lines,%  
pattern color=black!70}  
\tikzfillbetween[of=A8 and A10]{pattern=grid}  
\tikzfillbetween[of=A10 and A11]{pattern=vertical lines,%  
pattern color=black!70}  
\tikzfillbetween[of=A12 and A15]{pattern=north east lines}  
\tikzfillbetween[of=A13 and A14]{pattern=north east lines}  
\tikzfillbetween[of=A7 and A3]{pattern=horizontal lines}  
\addplot+[mark=none, line width=0.5mm,domain=0:360,%  
samples=100,blue,solid]{2};  
\addplot+[mark=none, line width=0.5mm,domain=0:360,%  
samples=100,red,solid]{2-5*cos(x)};  
\end{polaraxis}  
\end{tikzpicture}
```



Ejercicio

Realizar el mismo gráfico con otro tipo de relleno y coloreado.



CAPÍTULO 8

Tikz en 3D

Además de las opciones vistas antes, el paquete Tikz permite hacer representaciones de objetos tridimensionales (3D).

8.1. Opción addplot3

Para un gráfico en 3D de la ecuación $z = f(x, y)$, la instrucción básica en este caso es `\addplot3`, mientras que la estructura genérica para crear un gráfico en 3D con Tikz es la siguiente:

```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[opciones para los ejes]
\addplot3[opciones de la figura]{f(x,y)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

Algunos atributos del gráfico se deben incluir en las opciones de los ejes y otros en las opciones de la figura. Si la superficie está parametrizada, en la forma $r(t) = \langle x(t), y(t), z(t) \rangle$, la sintaxis es:

```
\addplot3[opciones de la figura]( {x(t)}, {y(t)}, {z(t)} );
```

Algunos elementos de un gráfico, y sus respectivas opciones, son los siguientes:

Característica	Opción
Tipo de gráfico	surf/mesh/contour gnuplot/
Vista del gráfico	view={a}{b}, a es azimut y b es elevación
Título del gráfico	title
Caja	3d box
Grilla sobre la superficie	grid
Color de la grilla	faceted color
Etiquetas	minor tick num, xtick/ytick/ztick
Indicar etiquetas	minor tick num
Puntos sobre el gráfico	scatter
Nombres de los ejes	xlabel/ylabel/zlabel
Dominio de la función	domain/y domain
Número de líneas	samples
Color de líneas	faceted color
Gráfico sin líneas	only marks
Color del gráfico	colormap/interior colormap
Asignación de variables	variable=\u,variable y=\v
Sombreado	shader=flat/interp/faceted/ flat corner/flat mean

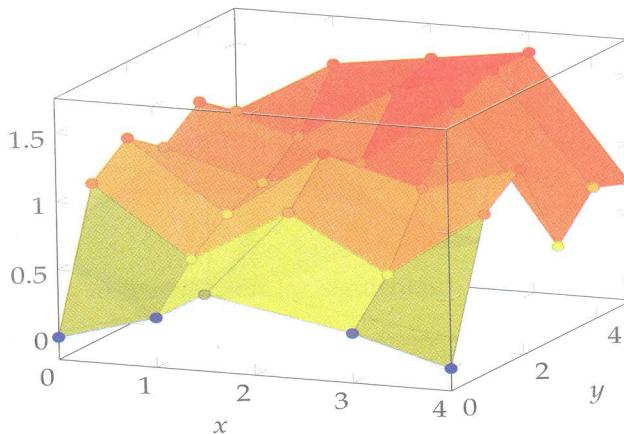
De manera alternativa, `view={a}{b}` también puede determinarse como `view/h`, `view/az` o `view/v`. Ejemplo de lo anterior son los siguientes gráficos:

- Es posible dar una lista de puntos (en forma matricial) y crear el gráfico que une estos puntos, para lo cual es necesario indicar que se harán n filas de puntos. En particular, al incluir la instrucción `mesh/rows=5` se declaran cinco puntos por cada fila. Otra alternativa es usar la opción `mesh/cols`. Las siguientes instrucciones

8.1. Opción addplot3

```
\begin{tikzpicture}[yscale=0.8]
\begin{axis}[view={25}{20},3d box,xlabel=$x$,ylabel=$y$]
\addplot3[surf,scatter,mesh/cols=5]
coordinates{
(0,0,0) (1,0,0.2) (1.5,0,0.4) (3,0,0.2) (4,0,0)
(0,1,1) (1,1,0.5) (2,1,0.9) (3,1,0.5) (4,1,1)
(0,2,1.2) (1,2,0.7) (2,2,1.2) (3,2,1) (4,2,1.2)
(0,3,1) (1,3,0.8) (2,3,1) (3,3,1.5) (4,3,0.5)
(0,4,1.2) (1,4,1) (2,4,1.4) (3,4,1.6) (4,4,0.8)
(0,5,1) (1,5,1.4) (2,5,1.5) (3,5,1.6) (4,5,0.7) };
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

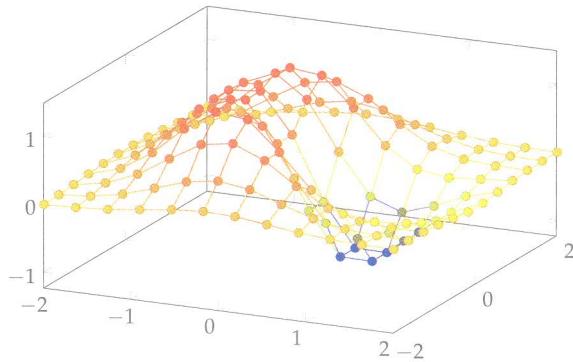
generan este gráfico:



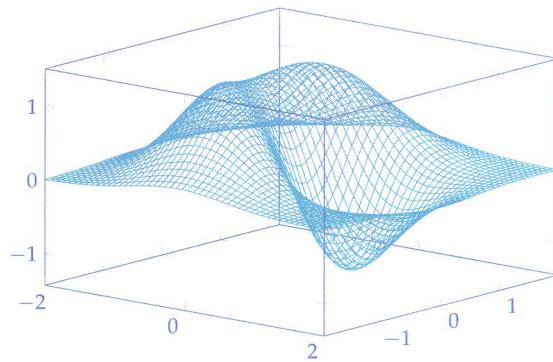
- Gráfico con una malla (mesh) y puntos sobre el gráfico (scatter).

```
\begin{tikzpicture}[scale=0.8]
\begin{axis}[title={$z=(y^2-x)e^{-\{1-x^2-y^2\}}$},%
width=10cm,height=7cm]
\addplot3+[mesh,scatter,samples=12,view={60}{25},%
domain=-2:2,y domain=-2:2]{(y^2-x)*exp(1-x^2-y^2)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

$$z = (y^2 - x)e^{1-x^2-y^2}$$



- Gráfico de una superficie (surf), con caja completa (3d plot) y etiquetas en un conjunto específico de puntos (xtick={-2,0,2}). Se agrega color a los ejes.

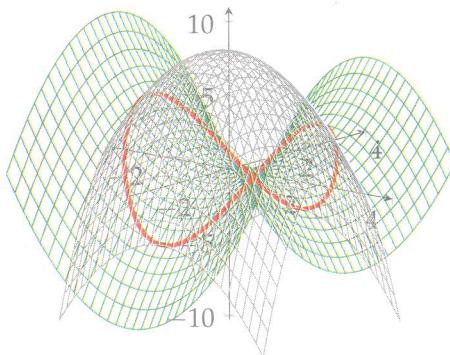


```
\begin{tikzpicture}[scale=0.8]
\begin{axis}[blue,3d box,view/h=40,view/v=20,%
zmax=1.5,xtick={-2,0,2},ytick={-1,0,1},%
ztick={-1,0,1},width=10cm,height=7cm]
\addplot3[mesh,draw=cyan!40!gray,samples=40,%
domain=-2:2,y domain=-2:2]{(y^2-x)*exp(1-x^2-y^2)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

- La curva de intersección de las superficies, con ecuaciones $z = x^2 - y^2$ y $z = 8 - x^2 - 3y^2$, puede parametrizarse como

$$\vec{r}(t) = \langle 2 \cos(t), 2 \sin(t), 8 \cos^2(t) - 4 \rangle$$

Su gráfico se presenta a continuación:



y las instrucciones requeridas son las siguientes:

```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[axis lines=center,view={40}{15},%
xmax=4,ymax=4,zmax=11]
\addplot3[opacity=0.3,mesh,samples=30,domain=-3:3,%
y domain=-3:3,gray!70!green]{x^2-y^2};
\addplot3[domain=0:2*pi,ultra thick,red,%
samples=50,smooth] ({2*cos(deg(x))},{2*sin(deg(x))},%
{8*cos(deg(x))^2-4});
\addplot3[opacity=0.3,mesh,domain=-2.5:2.5,%
samples=30,y domain=-2:2,gray]{8-x^2-3*y^2};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

8.2. Instrucción colormap

Para dar color a los gráficos se puede emplear el comando `\colormap`, el cual ofrece varias posibilidades predeterminadas; entre otras, están las siguientes:

autumn, blackwhite, bled, bluered, bone, bright, cold, cool, copper, copper2, earth, gray, greenyellow, hot, hot2, hsv2, jet, pastel, pink, redyellow, sepia, spring, summer, temp, thermal, violet, viridis, viridis high res, winter, PuBu, PuOr.

Según los requerimientos, es necesario indicar que para ubicar el objeto en el punto (a,b,c) , se puede agregar la siguiente línea:

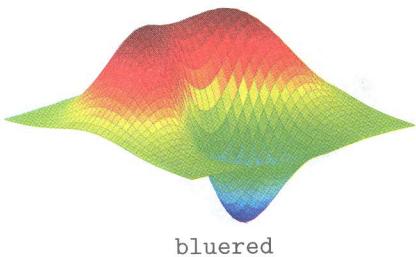
```
\node [ubicación] at (axis cs: a,b,c){objeto};
```

Las siguientes instrucciones permiten obtener el gráfico de la función $z = (y^2 - x)e^{1-x^2-y^2}$, para diferentes tipos en el comando `colormap`.

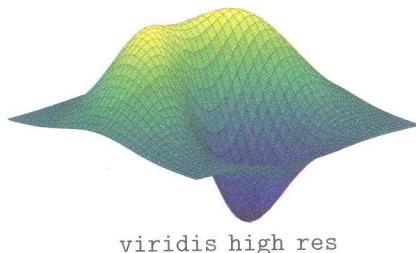
```
\begin{multicols}{2}
\foreach \x in {autumn, blackwhite, bled, bluered}{
%bone, bright, cold, cool, copper, copper2, earth, gray,%
greenyellow, hot, hot2, hsv2, jet, redyellow, pastel,%
pink, sepia, spring, summer, temp, thermal, violet, viridis,%
viridis high res, winter, PuBu, PuOr}{

\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[hide axis,view={50}{20},width=7cm,%
height=6cm,3d box]
\addplot3[surf,colormap/\x,domain=-2:2,samples=40]%
{0.5+(y^2-x)*exp(1-x^2-y^2)};
\node at (axis cs:1.5,-1) {\tt \x};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
}
\end{multicols}
```

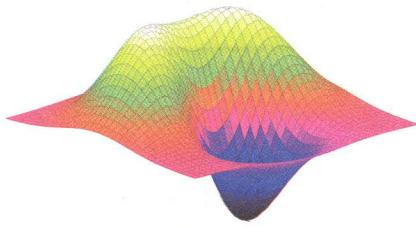
Algunas de éstas se muestran a continuación:



bluered



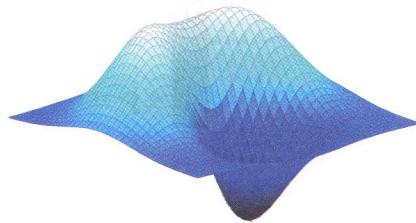
viridis high res



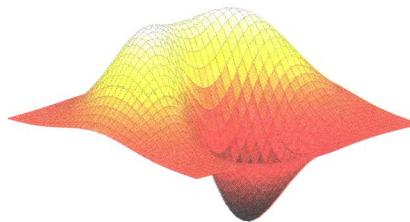
bright



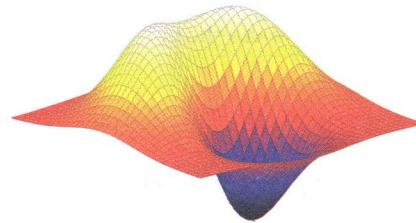
PuBu



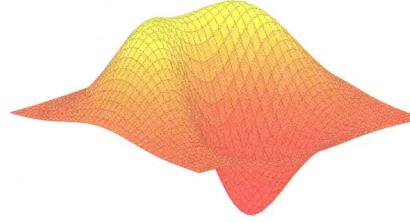
cold



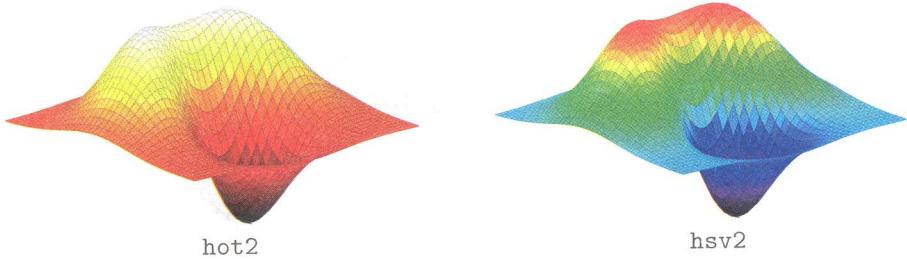
hot2



thermal

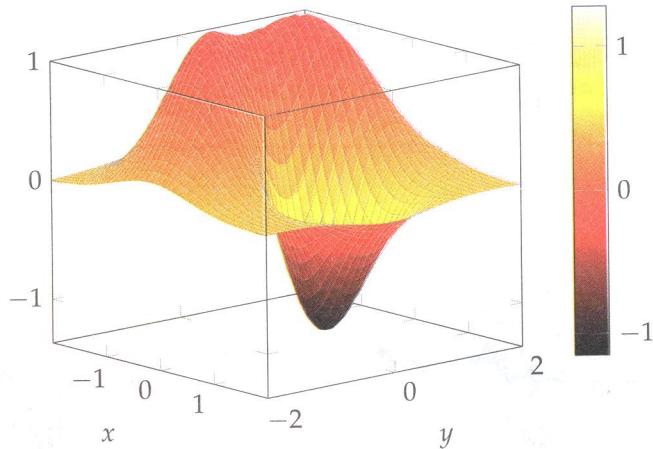


redyellow



- La barra con la escala de coloración se consigue con colorbar.

$$z = (y^2 - x)e^{1-x^2-y^2}$$



```
\begin{tikzpicture}[scale=0.8]
\begin{axis}[view={50}{15},colorbar,xlabel=$x$,%  

zmax=1,ylabel=$y$%,mesh/interior colormap name=hot,%  

xtick={-1,0,1},colormap/hot2,3d box,%  

title={$z=(y^2-x)e^{-\{1-x^2-y^2\}}$}  

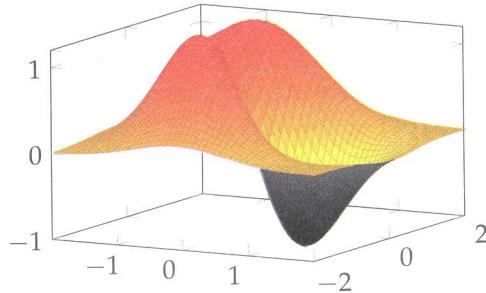
\addplot3[faceted color=gray,domain=-2:2,surf,%  

samples=40,line width=0.1pt]{(y^2-x)*exp(1-x^2-y^2)};  

\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

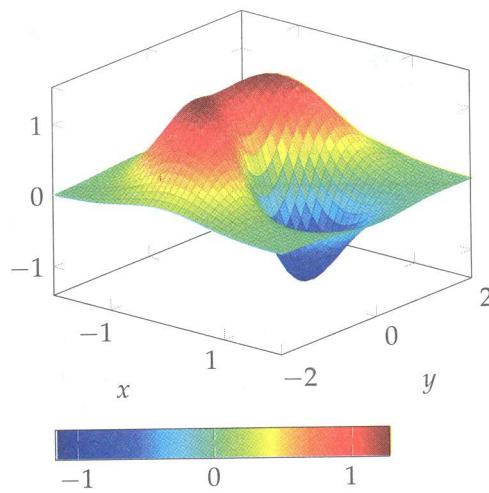
- Diferentes colores sobre la superficie.

```
mesh/interior colormap name=hot,colormap/blackwhite
```



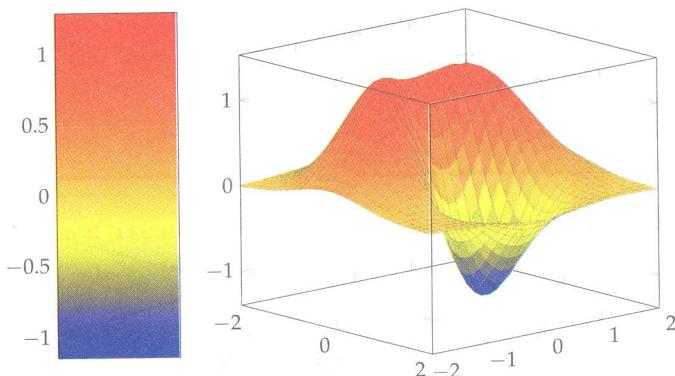
```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[view={30}{15},zmin=-1,zmax=1.2,
xtick={-1,0,1},mesh/interior colormap name=hot,
colormap/blackwhite,width=8cm,height=6cm]
\addplot3 [surf,domain=-2:2,samples=50]%
{(y^2-x)*exp(1-x^2-y^2)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

- En el siguiente gráfico se usa la opción colorbar horizontal.



```
\begin{tikzpicture}[scale=0.8]
\begin{axis}[xmin=-2,ymin=-2,xmax=2,ymax=2,%
view={40}{30},xtick={-1,1},colorbar horizontal,%
xlabel={$x$}, ylabel={$y$},zlabel={$z$},colormap/jet]
\addplot3[surf,domain=-2:2,samples=40]{%
(y^2-x)*exp(1-x^2-y^2)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

- En este gráfico se define un color llamado verdeoscuro, que se utiliza en la opción `faceted color`; además, se usan las opciones `colorbar` y `colormap`. Se incluye también la instrucción `colorbar left`, para ubicar la barra de altura a la izquierda. El comando `colorbar/width=2cm` determina un ancho de 2 cm en la barra.



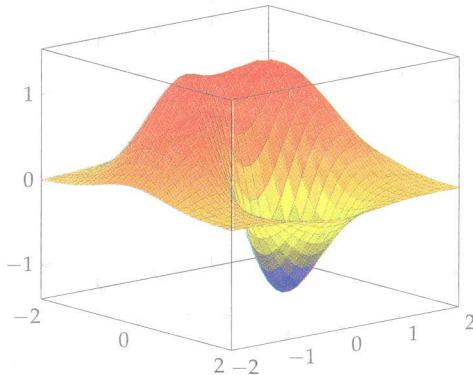
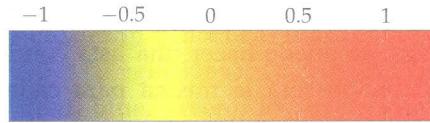
```
\definecolor{verdeoscuro}{rgb}{0.4,0.6,0.4}
\begin{tikzpicture}[scale=0.8]
\begin{axis}[mesh/interior colormap name=hot,3d box,%
view={50}{15},colorbar left,colorbar/width=2cm]
\addplot3[faceted color=verdeoscuro,domain=-2:2,surf,%
samples=30,line width=0.1pt]{(y^2-x)*exp(1-x^2-y^2)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

Es necesario recordar que es posible definir nuevos colores. La estructura básica es:

```
\definecolor{nombre}{rgb}{a,b,c}
```

donde a, b, c son números en $[0, 1]$.

- En este gráfico se usa `colorbar horizontal`. A esto se agrega `colorbar style`, que incluye unos elementos `xticklabel pos=upper` para ubicar las etiquetas sobre la barra; `at={(1,1.1)}` y `anchor=south east` para la ubicación; `width=7cm` y `colorbar/width=1.5cm` para las dimensiones.



```
\definecolor{verdeoscuro}{rgb}{0.4,0.6,0.4}
\begin{tikzpicture}[scale=0.8]
\begin{axis}[mesh/interior colormap name=hot,3d box,%
view={50}{15},colorbar horizontal,
colorbar style={at={(1,1.1)},anchor=south east,%
width=7cm,xticklabel pos=upper},colorbar/width=1.5cm]
\addplot3[faceted color=verdeoscuro,domain=-2:2,surf,%
samples=30,line width=0.1pt]{(y^2-x)*exp(1-x^2-y^2)};
\end{axis}
```

```
\end{tikzpicture}
```

Para definir otros colores en la barra colormap, se puede usar la siguiente rutina; en ella, la barra empieza en el color A, luego pasa por el color B y, por último, termina en el color C. Los valores a, b, c determinan la proporción de cada franja en la barra. Esta instrucción es necesario incluirla en las opciones de los ejes.

```
colormap={Nombre}{color(a)=(A) color(b)=(B) color(c)=(C)}
```

De manera alternativa, se puede hacer una lista con los colores que se desean en la barra. La proporción será la misma para cada uno. Es posible repetir colores.

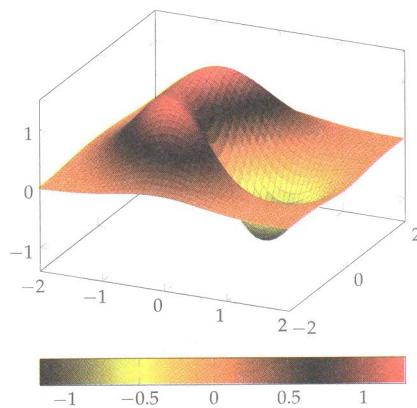
```
colormap={nombre}{color=(A1); color=(A2); ...color=(An);}
```

La siguiente estructura crea una barra de colores de nombre colorin.

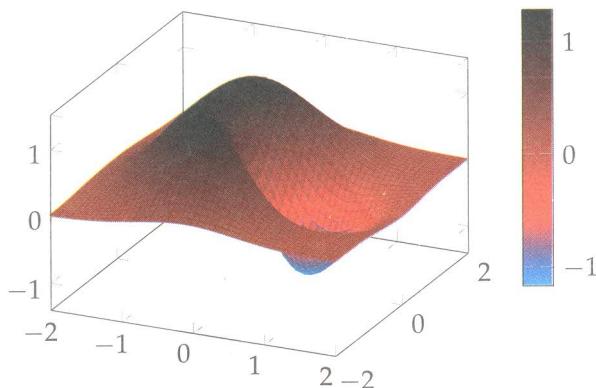
```
colormap={colorin}{color=(black); color=(yellow);
color=(orange); color=(black); color=(red);
```

- La siguiente figura se obtiene con las instrucciones mostradas. En este caso, se usó la opción colorbar horizontal.

```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[colormap={colorin}{color=(black);
color=(yellow); color=(orange); color=(black);
color=(red);},colorbar horizontal]
\addplot3 [surf,samples=50,domain=-2:2,surf]%
{(y^2-x)*exp(1-x^2-y^2)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```



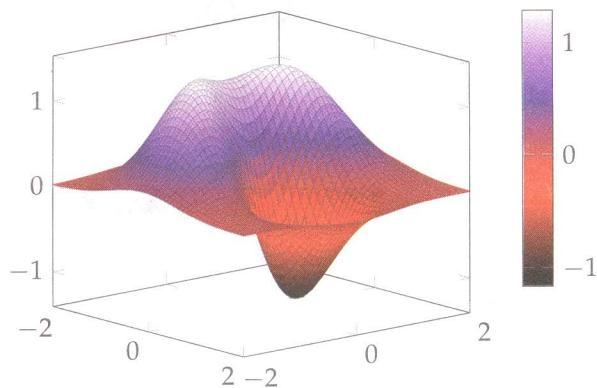
- Con la instrucción `colormap ={nombre}{rgb(0pt)=(0,0.7,1); rgb(20pt)=(1,0.1,0.1); rgb(80pt)=(0,0.1,0.1)}`, que usa el sistema de coloración `rgb` (red, blue, green), los tres valores corresponden a la proporción de cada uno. Con esto se da color al siguiente gráfico:



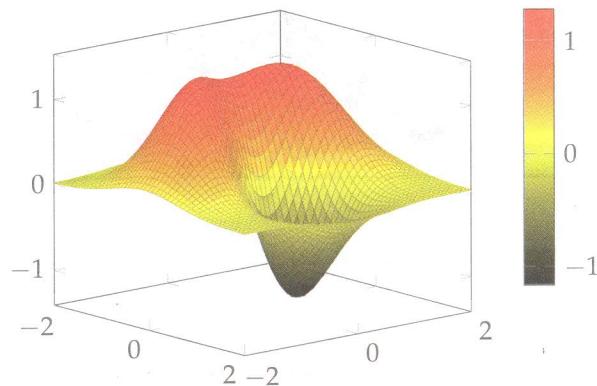
```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[colorbar,colormap ={color}{rgb(0pt)=(0,0.7,1);%
rgb(20pt)=(1,0.1,0.1); rgb(80pt)=(0,0.1,0.1)}]
\addplot3 [surf,samples=50,domain=-2:2,surf]%
{-(y^2-x)*exp(1-x^2-y^2)};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

- Otras posibles variaciones del mismo gráfico son las siguientes:

1. `colormap={colorin}{color(0)=(black) color(2)=(red)
color(4)=(violet) color(6)=(white)}.`



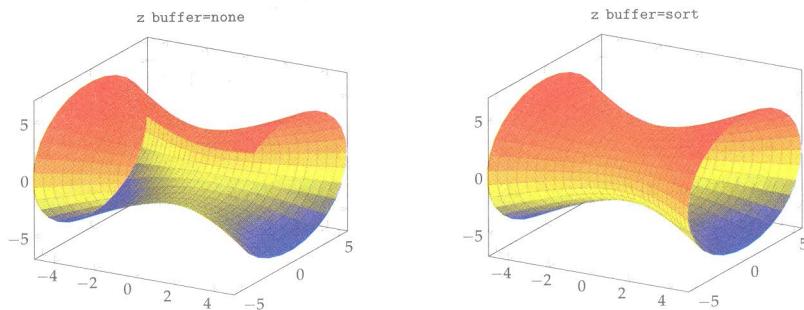
2. `colormap={color1}{color(0)=(black) color(2)=(yellow)
color(4)=(red)}`



8.3. Opción `z buffer`

Al realizar alguna figura, una región puede ocultarse por otra; esto puede controlarse en parte con `z buffer`, que evita sobreponer los puntos de `z`. Esta instrucción admite como opciones:

`default/none/auto/sort/reverse x seq/reverse y seq/reverse xy seq.`

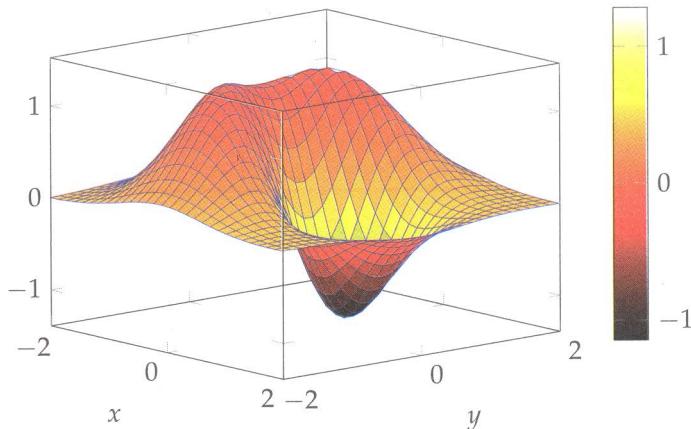


```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[title=\tt{z buffer=sort},view={30}{25}]
\addplot3[surf,samples=25,z buffer=sort,y domain=0:2*pi]%
({x},{sqrt(9+x^2)*cos(deg(y))},{sqrt(9+x^2)*sin(deg(y))});
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

Se utiliza la opción `faceted color=blue` para dar color azul a las líneas de la grilla y `line width=0.2pt` para determinar su grosor.

Enseguida se presentan algunos ejemplos de su uso.

- Gráfico de la función $f(x, y) = (y^2 - x)e^{1-x^2-y^2}$



```
\begin{tikzpicture}[scale=0.85]
\begin{axis}[view={50}{15},colorbar,xlabel=$x$,%  

ylabel=$y$%,mesh/interior colormap name=hot,%  

colormap/hot2,3d box,width=9cm,height=7cm]  

\addplot3[domain=-2:2,surf,samples=30,%  

faceted color=blue,line width=0.2pt]%(  

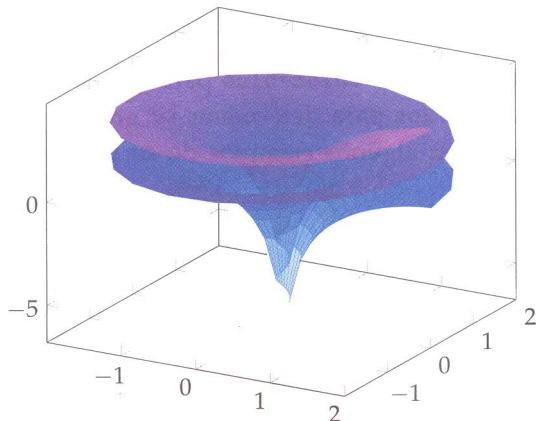
{(y^2-x)*exp(1-x^2-y^2)};  

\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

- La superficie de Dini, cuya parametrización es

$$x = a \cos(u) \sin(v), \quad y = a \sin(u) \sin(v), \quad z = a(\cos(v) + \ln(\tan(v/2))) + bu$$

En este caso, $a = 2$, y $b = 0,3$



```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[view={30}{25}]
\addplot3[surf,samples=40,samples y=30,z buffer=sort,%  

domain=0:4*pi,y domain=0.04:2,variable=\u,%  

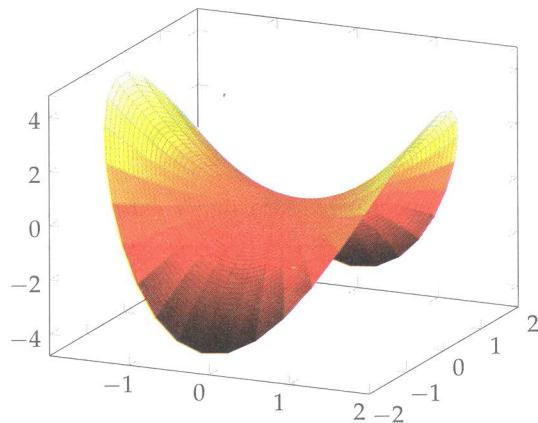
variable y=\v,colormap/cool]%(  

{2*cos(deg(u))*sin(deg(v))},%  

{2*sin(deg(u))*sin(deg(v))},%
```

```
{2*(cos(deg(v))+ln(tan(deg(v)/2)))+0.3*u};  
\end{axis}  
\end{tikzpicture}
```

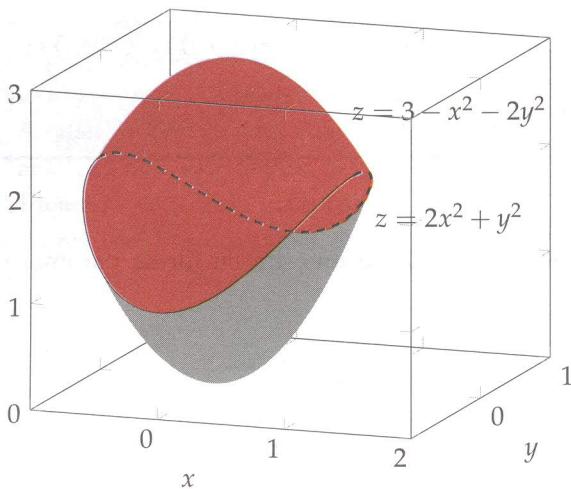
- La función $z = x^2 - y^2$ se muestra en forma parametrizada.



```
\begin{tikzpicture}[scale=0.9]  
\begin{axis}[view={25}{20}]  
\addplot3[surf,samples=40,domain=0:2,y domain=0:2*pi,%  
colormap/hot2,z buffer=sort,opacity=0.8,3d box] %  
({x*cos(deg(y))},{x*sin(deg(y))},{x^2*cos(2*deg(y))});  
\end{axis}  
\end{tikzpicture}
```

- A continuación se presenta el sólido determinado por la relación

$$2x^2 + y^2 \leq z \leq 3 - x^2 - 2y^2$$



Las instrucciones necesarias para hacer este gráfico son las siguientes:

```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[view={20}{15},xmin=-1,xmax=2,
ymin=-1,ymax=1,zmin=0, zmax=3,xlabel={$x$},ylabel={$y$},
xtick={-1,0,1,2},xticklabels={,0,1,2},ytick={-1,0,1},%
yticklabels={,0,1},3d box]
\addplot3[surf,shader=flat,samples=40,color=gray,% 
opacity=0.4,domain=0:1,y domain=0:2*pi,z buffer=sort]
({x*cos(deg(y))}, {x*sin(deg(y))},{2*(x*cos(deg(y)))^2% 
+(x*sin(deg(y)))^2});
\addplot3[surf,shader=flat,samples=40,opacity=0.6,% 
color=red!70!black,,domain=0:1,y domain=0:2*pi,% 
z buffer=sort] ({x*cos(deg(y))}, {x*sin(deg(y))},%, 
{3-(x*cos(deg(y)))^2-2*(x*sin(deg(y)))^2});
\addplot3[samples=40,color=black,y domain=0:pi,% 
line width=1pt,dashed] ({cos(deg(y))},{sin(deg(y))},% 
{2*(cos(deg(y)))^2+(sin(deg(y)))^2});
\addplot3[surf,shader=flat,samples=40,color=black,% 
y domain=pi:2*pi,z buffer=sort] ({cos(deg(y))},%, 
{sin(deg(y))},{2*(cos(deg(y)))^2+(sin(deg(y)))^2});
\node [above] at (axis cs:1.2,1,1){$z=2x^2+y^2$};

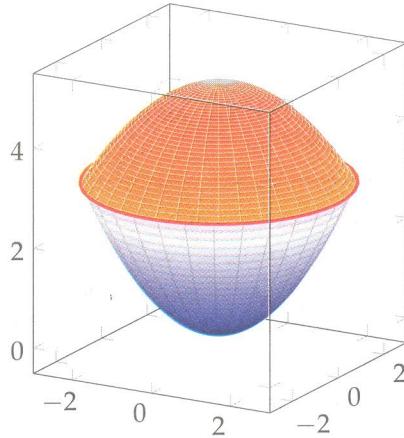
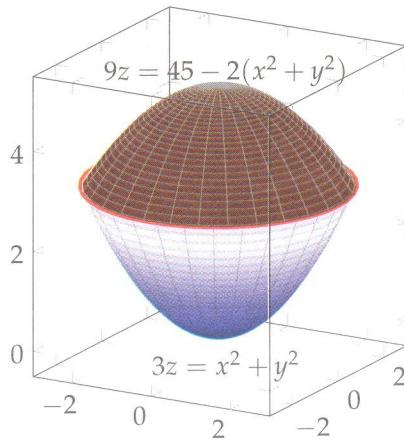
```

```
\node [above] at (axis cs:1.2,1,2){$z=3-x^2-2y^2$};  

\end{axis}  

\end{tikzpicture}
```

- A continuación se muestra el sólido acotado por los gráficos de las expresiones $3z = x^2 + y^2$ y $9z = 45 - 2(x^2 + y^2)$:



La curva de intersección puede parametrizarse en la forma

$$x = 3 \cos(t), \quad y = 3 \sin(t), \quad z = 3.$$

Las instrucciones requeridas para hacer el primer gráfico son

```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[width=6.5cm,height=7cm,%
view={30}{15},3d box=complete]
\addplot3[surf,domain=0:360,y domain=0:3,samples=30,%
opacity=0.7,colormap/violet] ({y*cos(x)},{y*sin(x)},%
{((y*cos(x))^2+(y*sin(x))^2)/3});
\addplot3[domain=0:360,samples=40,red,opacity=0.95,%
line width=1mm] ({3*cos(x)},{3*sin(x)},{3});
\addplot3[surf,faceted color=gray,domain=-180:179.9,%
y domain=0:3,samples=30,fill=red!40!black] ({y*cos(x)},{%
y*sin(x)},{(45-2*((y*cos(x))^2+(y*sin(x))^2))/9});
\node[] at (axis cs:-1,2,4.7) {$9z=45-2(x^2+y^2)$};
\node[] at (axis cs:-1,2,-1.2) {$3z=x^2+y^2$};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

■ Usando la parametrización

$$x = (3 + \cos(u/2) \sin(v) - \sin(u/2) \sin(2v)) \cos(u)$$

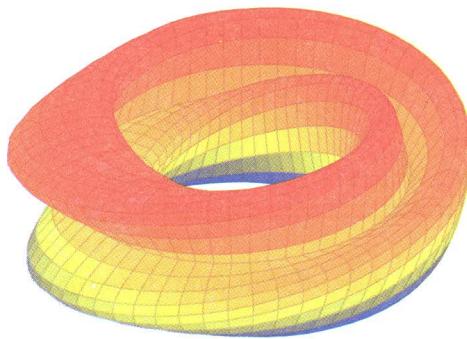
$$y = (3 + \cos(u/2) \sin(v) - \sin(u/2) \sin(2v)) \sin(u)$$

$$z = \sin(u/2) \sin(v) + \cos(u/2) \sin(2v)$$

para $u \in [0, 2\pi]$, $v \in [0, 2\pi]$. Las siguientes instrucciones

```
\begin{tikzpicture}[scale=1.5]
\begin{axis}[hide axis,view={-30}{50}]
\addplot3 [surf,colormap name=hot,3d box,samples=60,%
samples y=30,z buffer=sort,domain=0:360,y domain=0:360]%
{((3+cos(x/2)*sin(y)-sin(x/2)*sin(2*y))*cos(x)},%
{((3+cos(x/2)*sin(y)-sin(x/2)*sin(2*y))*sin(x)},%
{sin(x/2)*sin(y)+cos(x/2)*sin(2*y)});
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

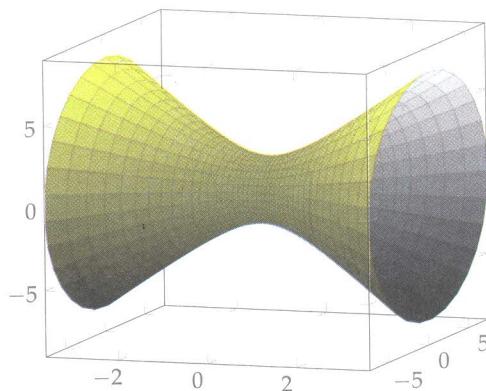
generan esta figura:



- El hiperboloide de un manto con ecuación cartesiana $y^2 + z^2 = 4 + 4x^2$ se parametriza en la forma

$$\vec{r}(x, y) = \langle \sinh y, 2 \cos x \cosh y, 2 \sin x \cosh y \rangle,$$

para $x \in [0, 2\pi]$, $y \in [-2, 2]$. Su gráfico, junto con el código requerido, se muestra a continuación.



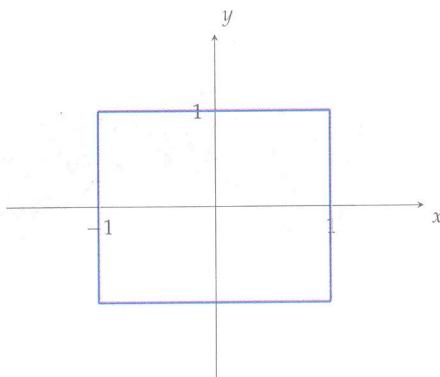
```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[view={20}{10},3d box]
```

```
\addplot3[surf,samples=30,domain=0:2*pi,y domain=-2:2,%
mesh/interior colormap={yellowblack}{color=(black) %
color=(yellow)},samples y=40,z buffer=sort,%
colormap/blackwhite]({sinh(y)},{2*cos(deg(x))*cosh(y)},{%
{2*cosh(y)*sin(deg(x))});%
\end{axis}%
\end{tikzpicture}
```

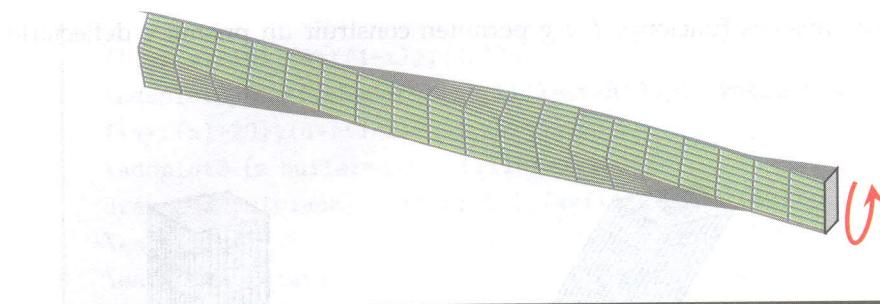
- Las funciones f y g se utilizan para determinar un cuadrado.

$$f(t) = \begin{cases} 1 & t < \frac{1}{4} \\ 3 - 8t & \frac{1}{4} \leq t \leq \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} < t < \frac{3}{4} \\ 8t - 7 & \frac{3}{4} \leq t \leq 1 \end{cases} \quad g(t) = \begin{cases} 8t - 1 & t \leq \frac{1}{4} \\ 1 & \frac{1}{4} < t < \frac{1}{2} \\ 5 - 8t & \frac{1}{2} \leq t \leq \frac{3}{4} \\ -1 & \frac{3}{4} < t \leq 1 \end{cases}$$

De tal manera que la función $\alpha(t) = \langle f(t), g(t) \rangle$, $t \in [0, 1]$ parametriza el cuadrado de lado 2, con centro en el origen, y cuyos lados son paralelos a los ejes coordenados.

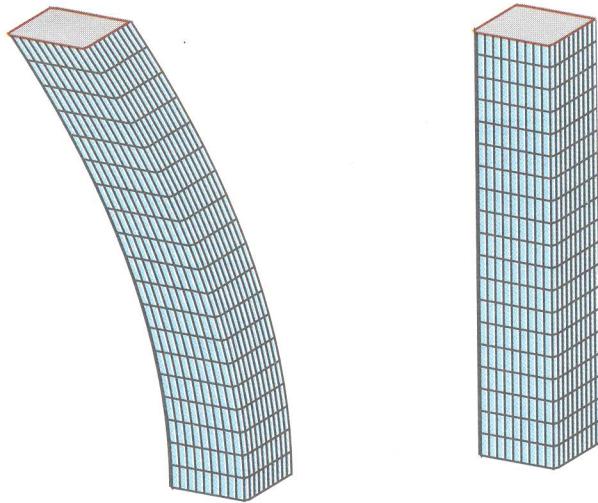


Con ayuda de estas funciones se puede aplicar una rotación a cada cuadrado y construir el siguiente gráfico:



```
\begin{tikzpicture}[scale=2,
declare function={f(\t)=(\t < 0.25) ?
1 : ((\t < 0.5) ?
(3-8*\t):((\t < 0.75) ? -1:(8*(\t-7)));
},
declare function={g(\t)=(\t<0.25) ?
(\t*8-1):((\t < 0.5) ?
1:((\t<0.75)?(5-8*\t):-1);
}
]
\begin{axis}[axis equal image,z buffer=sort,hide axis,%
domain=0:1, y domain = -20:30,samples=32,samples y=20,%
ylabel =y, xlabel=x,clip=false]
\addplot3 [surf,shader=flat,fill=green!30,draw=gray]%
(y,{f(x)*cos(3*y)-g(x)*sin(3*y)},%
{2*f(x)*sin(3*y)+2*g(x)* cos(3*y)});
\addplot3 [z buffer=auto, fill=gray!50, draw=black]%
table {x y z
30 -1 -2
30 1 -2
30 1 2
30 -1 2
30 -1 -2
};
\addplot3 [z buffer=auto, domain=-20:310, samples y=1,%
thick,red,->,>=stealth](32,{1.5*sin(x)},{2.5*cos(x)});
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

Las mismas funciones f y g permiten construir un prisma y deflectarlo.



Las instrucciones son las siguientes:

```
\begin{tikzpicture}[scale=2,
declare function={f(\t) =(\t < 0.25) ?
1 : ((\t < 0.5) ?
(3-8*\t):((\t < 0.75) ? -1:(8*(\t-7))); },
declare function={g(\t)=(\t<0.25)?
(\t*8-1):((\t < 0.5) ?
1:((\t<0.75)?(5-8*\t):-1); } ]
\begin{axis}[axis equal image,z buffer=sort,%
hide axis,domain=0:1,y domain=0:20,samples=40,%
samples y=20,view={30}{20}]
\addplot3[surf,shader=flat,fill=cyan!30,draw=black]%
({4*f(x)-(y/5)^2},{4*f(1-x)},{2*y});
\addplot3[z buffer=auto,fill=gray!50,draw=red!50!black]%
```

```

({4*f(x)-16},{4*f(1-x)},{40});
\addplot3 [surf,shader=flat,fill=cyan!30,draw=black]%
({4*f(x)+20},{4*f(1-x)+20},{2*y});
\addplot3 [z buffer=auto, fill=gray!50,%
draw=red!50!black] ({4*f(x)+20},{4*f(1-x)+20},{40});
\end{axis}
\end{tikzpicture}

```

8.4. Restringir el dominio

Al utilizar la opción `addplot`, es posible agregar una restricción al dominio de la función; esto es posible mediante el uso de la instrucción

```
restrict expr to domain={expresión}{a:b}
```

La expresión toma los valores en el conjunto $[a, b]$. Existen casos particulares, como `restrict x to domain={a:b}`, la cual puede cambiarse x por y o z , según el caso.

- La esfera centrada en el origen de radio 1 se intersecta con el cilindro con esta ecuación:

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + y^2 = \frac{3}{10}.$$

Determinando una curva que se parametriza como:

$$\vec{r}(t) = \left\langle \frac{1}{3} + \sqrt{\frac{3}{10}} (\cos t), \sqrt{\frac{3}{10}} (\sin t), \frac{\sqrt{530}}{30} \sqrt{1 - \frac{6\sqrt{30}}{53} \cos t} \right\rangle.$$

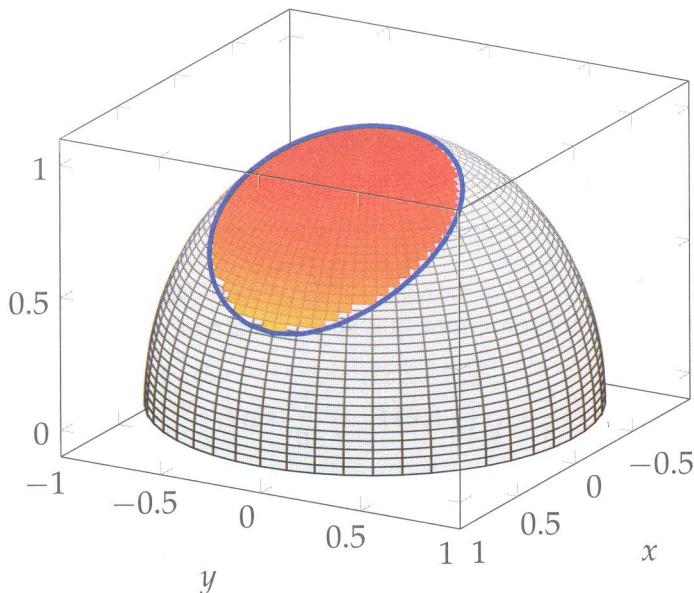
Para dibujar la parte de la esfera dentro del cilindro, se puede emplear la instrucción `restrict expr to domain={(x-1/3)^2+y^2}{0:0.3}`.

```

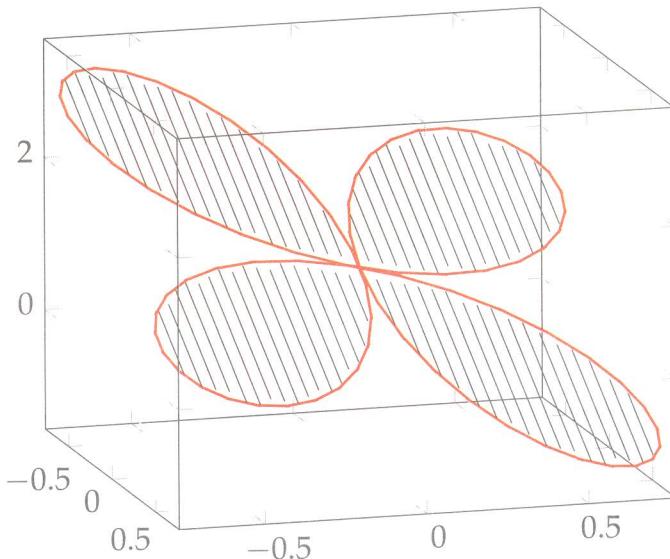
\begin{tikzpicture}[scale=1.2]
\begin{axis}[view={120}{25},3d box,xlabel={$x$},%
ylabel={$y$}]

```

```
\addplot3[surf,fill=gray!20,colormap/blackwhite,%
samples=50,domain=0:2*pi,y domain=0:pi/2,opacity=0.7,%
z buffer=sort] ({cos(deg(x))*sin(deg(y))},%
{sin(deg(x))*sin(deg(y))},{cos(deg(y))});%
\addplot3[surf,samples=50,domain=0:2*pi,%
z buffer=sort,y domain=0:pi,restrict expr to domain=%
{(x-1/3)^2+y^2}{0:0.3}] ({cos(deg(x))*sin(deg(y))},%
{sin(deg(x))*sin(deg(y))},{abs(cos(deg(y)))});%
\addplot3[surf,smooth,domain=0:2*pi,z buffer=sort,%
line width=1.5pt,blue] ({0.33+0.55*cos(deg(x))},%
{0.55*sin(deg(x))},{0.77*sqrt(1-0.62*cos(deg(x)))});%
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

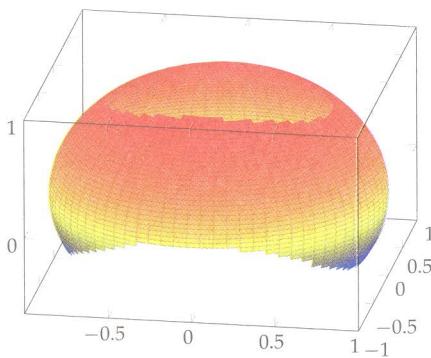


- La función $r = \sin(2\theta)$ se restringe al plano, cuya ecuación es $z = 1 - 2x - y$. Las instrucciones que se usan en este caso son las siguientes:



```
\begin{tikzpicture}[scale=1.2]
\begin{axis}[view={75}{15},3d box]
\addplot3[fill=gray,samples=80,domain=-2:2,%
y domain=-2:2,restrict expr to domain=%
{4*x^2*y^2-(x^2+y^2)^3}{0:1}]{1-2*x-y};
\addplot3[smooth,domain=0:2*pi,red,thick,samples=80]%
({cos(deg(y))*sin(2*deg(y))},{sin(deg(y))*sin(2*deg(y))},%
{1-2*cos(deg(y))*sin(2*deg(y))-sin(deg(y))*sin(2*deg(y))});
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

- La parte de la esfera unitaria restringida al conjunto $-\frac{3}{2} \leq y^2 - 2z \leq 1$ se dibuja usando la instrucción, `restrict expr to domain={y^2-2*z}{-1.5:1}`.



```
\begin{tikzpicture}[scale=0.75]
\begin{axis}[view={10}{30},3d box]
\addplot3[surf,samples=50,samples y=85,%
variable=u,variable y=v,domain=0:2*pi,%
y domain=0:pi,z buffer=sort,opacity=0.8,%
restrict expr to domain={y^2-2*z}{-1.5:1}]%
({cos(deg(u))*sin(deg(v))},{sin(deg(u))*sin(deg(v))},%
{cos(deg(v))});
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

- Se dibuja ahora el paraboloide hiperbólico, parametrizado en la forma

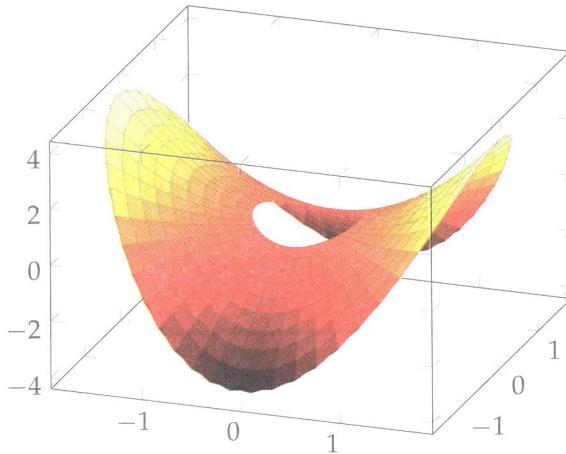
$$r(u, v) = \langle u \cos(v), u \sin(v), u^2 \cos(2v) \rangle, \quad u \in [-3, 3], \quad v \in [0, 2\pi],$$

con la restricción $\frac{1}{4} \leq x^2 + y^2 \leq 4$.

```
\begin{tikzpicture}
\begin{axis}[view={20}{30},samples=40,samples y=30,%
domain=-3:3,y domain=0:2*pi,z buffer=sort,%
variable=u,variable y=v,3d box]
\addplot3[surf,restrict expr to domain={x^2+y^2}%
{0.25:4},colormap/hot2]({u*cos(deg(v))},%
{u*sin(deg(v))},{u^2*cos(deg(2*v))});
\end{axis}

```

```
\end{tikzpicture}
```



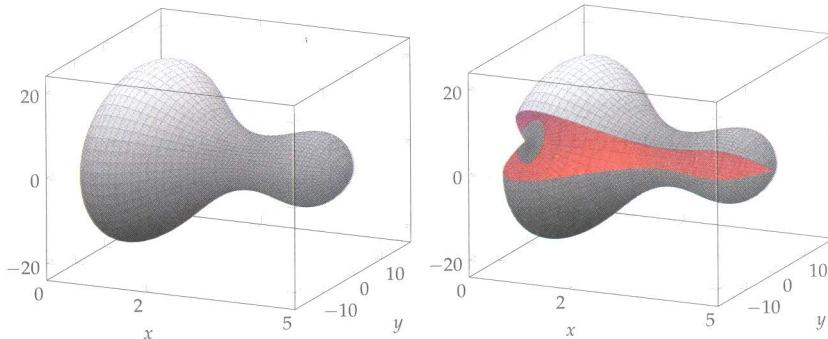
8.5. Superficies de revolución

La curva $y = f(x)$ en el plano genera la superficie de revolución que se puede parametrizar como

$$\vec{r}(x, y) = \langle x, f(x) \cos(y), f(x) \sin(y) \rangle.$$

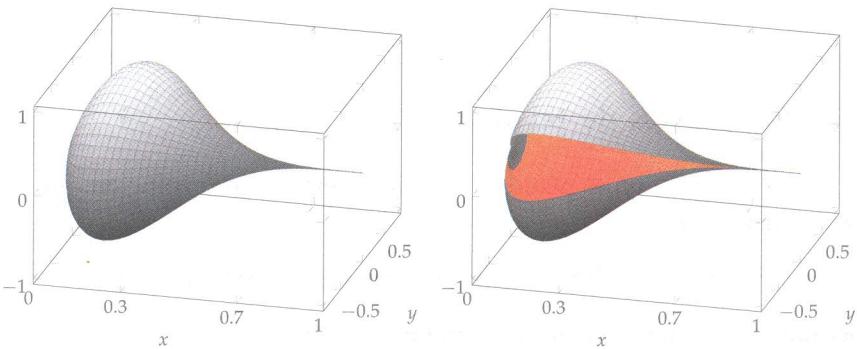
Ejemplo de lo anterior son los siguientes gráficos.

- La función $f(x) = x(5 - x)(x^2 - 6x + 10)$ gira alrededor del eje x , para $x \in [0, 5]$. Se presenta el gráfico con $y \in [-\pi, 3\pi/4]$.



```
\begin{tikzpicture}[scale=0.7]
\begin{axis}[mesh/interior colormap={redyellow}%
{color=(red) color=(violet)},colormap/blackwhite,%
3d box,view={25}{20},ytick={-10,0,10},xtick={0,2,5},%
xlabel={$x$},ylabel={$y$}]
\addplot3[surf,samples=50,domain=0:5,z buffer=sort,%
y domain=-pi:3*pi/4]%
{(x,{x*(5-x)*(x^2-6*x+10)*cos(deg(y))},%
{x*(5-x)*(x^2-6*x+10)*sin(deg(y))});
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

- La función $f(x) = 6x(1-x)^4(2-x)$, $x \in [0, 1]$ gira alrededor del eje x .



```
\begin{tikzpicture}[scale=0.7]
\begin{axis}[mesh/interior colormap={redyellow}%
{color=(red) color=(yellow)},colormap/blackwhite,%
3d box,view={15}{30},xtick={0,0.3,0.7,1},xlabel=%
{$x$},ylabel={$y$}]
\addplot3[surf,samples=50,domain=0:1,z buffer=sort,%
y domain=-pi:3*pi/4]%
{(6*x*(1-x)^4*(2-x))*cos(deg(y)),%
{(6*x*(1-x)^4*(2-x))*sin(deg(y))};
\end{axis}
\end{tikzpicture}
```

CAPÍTULO 9

Presentaciones

Beamer es una clase de L^AT_EX, para compilar un archivo original en PDF, como una presentación al estilo de Power Point. Un Beamer, al igual que cualquier documento L^AT_EX, está compuesto por un preámbulo y por un cuerpo del documento. En el preámbulo se pueden cargar o llamar prácticamente todos los subprogramas que se han aprendido a usar a lo largo de estos apuntes, salvo contadas excepciones. El cuerpo del documento está compuesto por diapositivas o transparencias que se digitán en el entorno *frame*, propio de Beamer.

La presentación del documento, como todos los de L^AT_EX, es de alta calidad y sin duda es la opción perfecta para hacer presentaciones con contenido matemático. Basta ver una presentación en Beamer para quedar cautivado y querer escribir las nuestras utilizando esta opción.

En la versión 2.9 de Miktex. no es necesario instalar el Beamer. Al compilar por primera vez uno de estos documentos, con el computador conectado a internet, éste instalará automáticamente los programas necesarios. Beamer está incluido en las últimas distribuciones de Miktex.

9.1. Presentaciones cortas

Una presentación sencilla realmente no necesita mucho trabajo con el dominio que ya se ha adquirido de L^AT_EX. Hay que familiarizarse con algunas instrucciones nuevas y luego compilar en PDF; así se obtendrá la presentación deseada. Los comandos `\title`, `\subtitle`, `\author` e `\institute` identifican la presentación y se ven en cada diapositiva. El título de cada diapositiva se determina con la instrucción `\titlepage` y la portada de la presentación se muestra con el comando `\maketitle`.

A continuación, la estructura básica de un documento:

```
\documentclass{beamer}
\title[Título corto]{Título largo}
\subtitle{Subtítulo}
\author[Nombre corto]{Nombre del autor}
\institute{Universidad}
\begin{document}
\begin{frame}
\titlepage
CONTENIDO DE LA DIAPOSITIVA
\end{frame}
\end{document}
```

Existen en Beamer algunos temas típicos, como hacer variar el aspecto de la presentación. Entre los más usados por los autores están Berlin, CambridgeUS, Copenhagen, Darmstadt, Frankfurt, Madrid y Warsaw. En algunos casos, el contenido puede no estar justificado; si el usuario de desea, se puede corregir este inconveniente incluyendo el paquete `\usepackage{ragged2e}` y la instrucción `\justifying`.

A continuación se da, un ejemplo sencillo de una presentación hecha en la clase Beamer. El color se cambió y se definió un nuevo azul. Lo que se logra incluyendo las instrucciones `\definecolor{azul}{RGB}{35,110,160}` e invocándolo mediante la sentencia `\setbeamercolor*[structure]{fg=azul}`. También se definió el comando `prop`, que incluye la proposición y tiene el estatus de teorema. El tema que se usa es Warsaw y el tipo de fuente se cambió con la inclusión de los paquetes `\usepackage{mathpazo,avant}`.

```
\documentclass[10pt,serif]{beamer}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[spanish]{babel}
\usepackage{color,array,amsmath,amsfonts,amsthm,mathrsfs}
\definecolor{azul}{RGB}{35,110,160}
\setbeamercolor*{structure}{fg=azul}
\title[Presentación con BEAMER]{PRESENTACIÓN ESTÁNDAR %
\\USANDO BEAMER}
\subtitle{Una Presentación corta}
\author[Abel Alvarez]{Carlos Abel Álvarez Pérez}
\institute[Escuela de Ingeniería]{Departamento de Matemáticas - %
Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito}
\date{Octubre de 2018}
\newtheorem{prop}{Proposición}
\usetheme{Warsaw}
\usefonttheme{Serif}
\usepackage{mathpazo,avant}
\usepackage{ragged2e}
\begin{document}
\begin{frame}
\maketitle
\end{frame}

\begin{frame}{Integrales}
\section{Transformada de Laplace}
Es conocido que al valor

$$\int_0^\infty e^{-t} \ln t dt = -\gamma$$


$$\int_0^\infty \frac{e^{-t}}{\ln t} dt = -\gamma$$

se le conoce como la constante de Euler-Mascheroni, %
denotada por  $\gamma$ . Su valor aproximado es:

$$\gamma = 0,577215664901532860607\cdots$$

\begin{prop}

$$\mathcal{L}\{\ln(t)\}(s) = -\frac{\gamma + \ln s}{s}$$

\end{prop}
\end{frame}
```

```

\begin{frame}
\begin{proof}
A partir de la función Gamma, se puede establecer que

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt, \quad , , , , ,$$


$$\Gamma'(r) = \int_0^{\infty} t^{r-1} \ln t e^{-t} dt$$

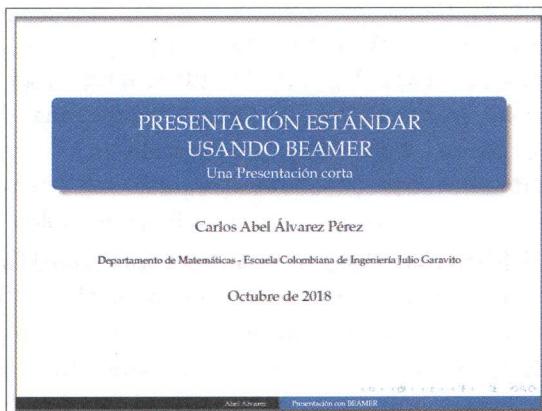
Es claro que  $\Gamma'(1) = \int_0^{\infty} t^{-1} e^{-t} dt$ .
Como  $\gamma = \Gamma'(1)$ , para  $s > 0$ ,
hacer el cambio  $t = su$ ,  $dt = sdu$  entonces
\begin{eqnarray*}
\gamma &=& \int_0^{\infty} \ln s \left( \int_0^{\infty} u^{-1} e^{-su} du \right) du \\
&=& \int_0^{\infty} s \ln s \left( \int_0^{\infty} u^{-1} e^{-u} du \right) du \\
&=& s \ln s \left( \frac{1}{s} \right) + s \mathcal{L}[\ln(t)](s)
\end{eqnarray*}
Despejando  $\mathcal{L}[\ln(t)](s)$ , se sigue que

$$\mathcal{L}[\ln(t)](s) = -\gamma - \ln s.$$

\end{proof}
\end{frame}
\end{document}

```

Al compilarse, produce las siguientes tres diapositivas.



Transformada de Laplace

Integrales

Es conocido que al valor

$$\int_0^\infty e^{-t} \ln t dt = \int_0^\infty \frac{\ln t}{e^t} dt = -\gamma,$$

se le conoce como la constante de Euler-Mascheroni, denotada por γ . Su valor aproximado es: $\gamma = 0,577215664901532860607\dots$

Proposición

$$\mathcal{L}\{\ln(t)\}(s) = -\frac{\gamma + \ln s}{s}$$

Acerca de Author: Presentación con BEAMER

Transformada de Laplace

Demostración.

A partir de la función Gamma, se puede establecer que

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt, \quad \Gamma'(r) = \int_0^\infty t^{r-1} (\ln t) e^{-t} dt$$

Es claro que $\Gamma'(1) = \int_0^\infty (\ln r) e^{-t} dt$. Como $\gamma = \Gamma'(1)$, para $s > 0$, hacer el cambio $t = su, dt = sdu$ entonces

$$\begin{aligned} \gamma &= \int_0^\infty (\ln r) e^{-t} dt = \int_0^\infty \ln(su) e^{-su} s du = s \ln s \left(\int_0^\infty e^{-su} du \right) \\ &\quad + s \int_0^\infty \ln(u) e^{-su} du = s \ln s \left(\frac{1}{s} \right) + s \mathcal{L}\{\ln(t)\}(s) \end{aligned}$$

Despejando $\mathcal{L}\{\ln(t)\}(s)$, se sigue que $\mathcal{L}\{\ln(t)\}(s) = \frac{-\gamma - \ln s}{s}$. \square

Acerca de Author: Presentación con BEAMER

El lector puede digitar este texto en un documento de TeXnicCenter o TexMaker en blanco y compilar en PDF para observar el resultado. Por el momento, el preámbulo del documento está compuesto por lo estrictamente necesario, pero el resultado no es tan especial como en verdad se quiere. Para lograr una presentación aceptable del documento hay que cargar en el preámbulo un par de programas; los primeros son los usuales para edición de texto matemático, colores, y `\usefonttheme{professionalfonts}` y `\usetheme{Frankfurt}`, que permite el manejo de una gran cantidad de fuentes y la apariencia final de la presentación, respectivamente.

A continuación se presenta la estructura de un documento Beamer un poco más elaborado pero básico, que sirve como plantilla, para modificarlo cada vez que se necesite una presentación rápida. Aquí va el código:

```
\documentclass[serif]{beamer}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[spanish]{babel}
\usepackage{color}
\usepackage{latexsym}
\usepackage{amsmath}
\usepackage{amssymb}
\newtheorem{Teo}{Teorema}
\newtheorem{Dem}{Demostración}
\newtheorem{Ej}{Ejemplo}
\newtheorem{Def}{Definición}
\newtheorem{Cor}{Corolario}
\title{PRESENTACIÓN ESTÁNDAR USANDO BEAMER}
\subtitle{Presentación corta}
\author[Alvarez]{Carlos Abel Álvarez Pérez}
\institute[Escuela de Ingeniería]{Departamento de Matemáticas -%
Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito}
\date{Octubre de 2018}
\usefonttheme{professionalfonts}
\usetheme{Frankfurt}
\begin{document}
\begin{frame}
\titlepage
\end{frame}
\begin{frame}{Axiomas de cuerpo para  $\mathbb{R}$ }
{Ejemplo para lista de ítems}
En el conjunto de los números reales se supone la existencia de dos%
operaciones llamadas \textit{adición} y \textit{multiplicación}, %
tales que para cada par de números reales  $x$ ,  $y$  se puede formar %
la suma  $x+y$  y el producto  $xy$  cuyos resultados son a su vez %
números reales y su significado se precisa en los siguientes axiomas.
\begin{itemize}
\item \textbf{Ax. 1} \textit{Propiedad conmutativa}
\[
x+y=y+x \hspace{1cm} \text{y} \hspace{1cm} xy=yx
\]
\item \textbf{Ax. 2} \textit{Propiedad asociativa}
\[
x+(y+z)=(x+y)+z \hspace{1cm} \text{y} \hspace{1cm} x(yz)=(xy)z
\]

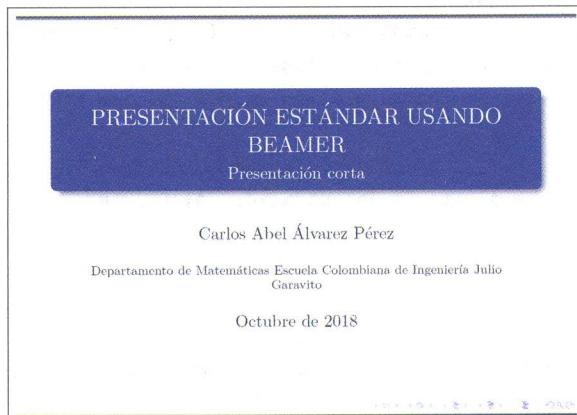

```

```
\]
\item \textbf{Ax. 3} \textit{Propiedad distributiva}
\[
x(y+z)=xy+xz
\]
\end{itemize}
\end{frame}
\begin{frame}{Axiomas de cuerpo para $\mathbb{R}$}{Continuación}
\begin{itemize}
\item [Ax.4] \textit{Existencia de elementos neutros.} Existen dos números reales distintos, que se indican por 0 y 1, llamados módulos, elementos neutros o identidades de la adición y la multiplicación respectivamente, tales que:  $x+0=x$  y  $(x)(1)=x$ 
\item [Ax.5] \textit{Existencia de inverso aditivo.} Dados dos números reales arbitrarios  $x,y$  existe un tercer número real  $z$  tal que  $x+z=y$ , este número  $z$  se designa por  $z=y-x$ . El número  $x-x$  se designa por  $0$  y el número  $0-x$  por  $-x$  y es llamado el inverso aditivo o el opuesto de  $x$ .
\item [Ax.6] \textit{Existencia de inverso multiplicativo.} Dados dos números reales  $x,y$  con  $x \neq 0$ , existe un número real  $z$  tal que  $xz=y$  designado por  $\frac{y}{x}$ . El número  $\frac{1}{x}$  se designa con  $1$  y al número  $\frac{1}{x}$  por  $x^{-1}$  llamado el recíproco o inverso multiplicativo de  $x$ .
\end{itemize}
\end{frame}
\begin{frame}{Ejemplos de teoremas y relacionados}
\begin{Teo}[de Bolzano]
Sea  $f$  continua en cada punto del intervalo cerrado  $[a,b]$  y supongamos que  $f(a)$  y  $f(b)$  tiene signos opuestos. Existe entonces por lo menos un  $c \in (a,b)$  tal que  $f(c)=0$ .
\end{Teo}
\begin{Dem}
En este espacio se digita la demostración del teorema.
\framebox{$\checkmark$}
\end{Dem}
\begin{Cor}
Si  $f$  es un polinomio y existen  $x_1 < x_2$  tales que  $f(x_1) < 0 < f(x_2)$  ó  $f(x_1) > 0 > f(x_2)$ , entonces  $f$ 


```

```
tiene una raíz en el intervalo $(x_1,x_2)$  
\end{Cor}  
  
\begin{alertblock}{Nota para resaltar algo}  
En el corolario es claro que la función polinómica es continua.  
\end{alertblock}  
\end{frame}  
  
\begin{frame}[allowframebreaks]  
\frametitle{Bibliografía}  
\begin{thebibliography}{10}  
\beamertemplatebookbibitems  
\bibitem[Apos]{Apostol} Apostol Tom M., \textit{Cálculus Volumen I}, Segunda edición, Editorial Reverté S.A. Barcelona, España. (1986)  
\bibitem[Till]{Till} Till Tantau, Joseph Wright, Vedran Miletic. \textit{User Guide to the Beamer Class}, Version 3.44. https://github.com/josephwright/beamer (2017)  
\bibitem[Kuhn]{kuhn} Walter Mora F., \textit{Cómo hacer Transparencias con la clase Beamer de \LaTeX}. Instituto Tecnológico de Costa Rica. Escuela de Matemática. (2007)  
\end{thebibliography}  
\end{frame}  
\end{document}
```

Al compilar el documento, debe obtenerse una presentación en PDF como la que se muestra a continuación.



Axiomas de cuerpo para \mathbb{R}
Ejemplo para lista de ítems

En el conjunto de los números reales se supone la existencia de dos operaciones llamadas *adición* y *multiplicación*, tales que para cada par de números reales x, y se puede formar la suma $x + y$ y el producto xy cuyos resultados son a su vez números reales y su significado se precisa en los siguientes axiomas.

- **Ax. 1 Propiedad conmutativa**

$$x + y = y + x \quad \text{y} \quad xy = yx$$

- **Ax. 2 Propiedad asociativa**

$$x + (y + z) = (x + y) + z \quad \text{y} \quad x(yz) = (xy)z$$

- **Ax. 3 Propiedad distributiva**

$$x(y + z) = xy + xz$$

Axiomas de cuerpo para \mathbb{R}
Continuación

Ax.4 *Existencia de elementos neutros.* Existen dos números reales distintos, que se indican por 0 y 1, llamados módulos, elementos neutros o identidades de la adición y la multiplicación respectivamente, tales que: $x + 0 = x$ y $(x)(1) = x$

Ax.5 *Existencia de inverso aditivo.* Dados dos números reales arbitrarios x, y existe un tercer número real z tal que $x + z = y$, este número z se designa por $z = y - x$. El número $x - x$ se designa por 0 y el número $0 - x$ por $-x$ y es llamado el inverso aditivo o el opuesto de x .

Ax.6 *Existencia de inverso multiplicativo.* Dados dos números reales x, y con $x \neq 0$, existe un número real z tal que $xz = y$ designado por $\frac{y}{x}$. El número $\frac{x}{x}$ se designa con 1 y al número $\frac{1}{x}$ por x^{-1} llamado el recíproco o inverso multiplicativo de x .

Ejemplos de teoremas y relacionados

Teorema (de Bolzano)
Sea f continua en cada punto del intervalo cerrado $[a, b]$ y supongamos que $f(a)$ y $f(b)$ tienen signos opuestos. Existe entonces por lo menos un $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$.

Demostración
En este espacio se digita la demostración del teorema.

Corolario
Si f es un polinomio y existen $x_1 < x_2$ tales que $f(x_1) < 0 < f(x_2)$ ó $f(x_1) > 0 > f(x_2)$, entonces f tiene una raíz en el intervalo (x_1, x_2)

Nota para resaltar algo
En el corolario es claro que la función polinómica es continua.

Bibliografía I

- Apostol Tom M., *Cálculos Volumen I*, Segunda edición, Editorial Reverté S.A. Barcelona, España. (1986)
- Till Tantau, Joseph Wright, Vedran Miletic. *User Guide to the Beamer Class*, Version 3.44. <https://github.com/josephwright/beamer> (2017)
- Walter Mora F., *Cómo hacer Transparencias con la clase Beamer de LATEX*. Instituto Tecnológico de Costa Rica. Escuela de Matemática. (2007)

Ejercicios

1. Los principales estilos que se pueden manejar con Beamer son: Bergen, Boadilla, Copenhagen, Dresden, Hannover, Luebeck, Ann Arbor, Berkeley, Darmstadt, Frankfurt, Ilmenau, Madrid, Warsaw, Antibes, Berlin, CambridgeUS, Malmoe y PaloAlto.
En la presentación anterior se utilizó el estilo Frankfurt, que permite guardar el documento y cambiar, una por una, las diferentes opciones, y después de compilar observar el resultado.
2. Un comando muy importante es \pause, que como su nombre lo indica genera una pausa en la diapositiva; de esta manera, la presentación muestra sólo lo correspondiente antes de la pausa, y al dar enter o siguiente aparece el contenido de la diapositiva hasta donde se encuentre la siguiente pausa. En la presentación anterior, colocar este comando en las diapositivas, de modo que aparezcan los ítems de a uno y no todos al tiempo.

9.2. Estructura de una presentación

Para una presentación un tanto más compleja, será necesario agregar únicamente un par de comandos más. En el preámbulo del documento se pueden dejar las mismas instrucciones que se dieron en la anterior sección para una presentación corta. Los cambios, principalmente, son en el cuerpo del documento y en las diapositivas.

Una primera diapositiva sigue siendo:

```
\begin{frame}  
\titlepage  
\end{frame}
```

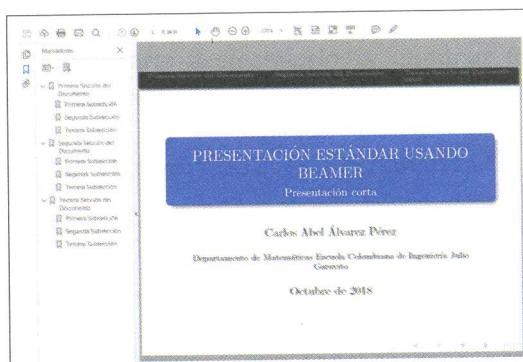
Que inserta el título de la presentación, el nombre del autor, la institución y la fecha, como apareció en la presentación corta de la sección anterior.

Al igual que en un capítulo en la estructura de un libro, en un documento Beamer se pueden incluir secciones y subsecciones con los comandos ya acostumbrados; por tal razón, una segunda diapositiva puede ser:

```
\begin{frame}{Tabla de contenido}  
\tableofcontents[pausesections]  
\end{frame}
```

Que inserta la tabla de contenido del documento con secciones y subsecciones. En este caso, además, se ha dado la instrucción `pausesections`, que hace que la tabla de contenido no aparezca toda en la presentación, sino por secciones a medida que se avance.

Con esta opción de documento se genera un índice `bookmarks` interactivo para navegar por las diferentes secciones del documento, como se muestra en el siguiente gráfico.



Ejercicios

1. Diseñar una presentación que tenga por lo menos dos secciones, y en cada una de ellas, tres subsecciones; compilar y revisar que todo funcione bien.
2. Dos comandos que también pueden ser de gran ayuda son `\block` y `\alertblock`, cuya digitación tiene la forma:

```
\begin{block}{Nombre o título}
Contenido
\end{block}
```

o

```
\begin{alertblock}{Nombre o título}
Contenido
\end{alertblock}
```

En la presentación diseñada en el punto 1, insertar algunos bloques para resaltar o alertar y compilar para observar el resultado.

3. Para insertar imágenes en una presentación Beamer, se hace exactamente igual que en un documento L^AT_EX. Debe tenerse en cuenta que la compilación es de *PS => PDF*. Insertar un par de imágenes en la anterior presentación.

APÉNDICE A

Instalación

Las instrucciones que se dan en este apéndice para instalar los programas son exclusivamente para sistemas operativos de Windows. Los programas básicos que se necesitan son Miktex, Ghostscript, Goshview y un editor, que puede ser TEXnicCenter o TexMaker.

El sitio web www.ctan.org es un repositorio en línea, en el que es posible adquirir los paquetes o sus actualizaciones, así como información reciente con la comunidad de usuarios L^AT_EX.

El proceso de instalación es el que se describe a continuación, en ese orden. Es importante tener en cuenta que si ya se tiene instalada una versión anterior de los programas es necesario desinstalarlos y eliminar todo lo relacionado con ellos, claro está que con excepción de sus documentos.

- Instalar Miktex 2.9 <https://miktex.org/download>
- Instalar Ghostscript 9.22 <https://www.ghostscript.com/download/>
- Instalar Gsview 4.9 <http://pages.cs.wisc.edu/~ghost/>
- Instalar TeXnicCenter <http://www.texniccenter.org/download/>

- Ir a inicio/programas/Miktex/Miktex Settings/Lenguajes y (activar sólo inglés/español y aceptar)
- Ir a inicio/Todos los programas/Miktex 2.9/Maintenance/Settings y /Refrescar las carpetas, estas últimas son Refresh FNDB y Update Formats, y por último aceptar.

Si el usuario desea utilizar texMaker en vez de TeXnicCenter, puede descargarlo libremente en <http://www.xm1math.net/texMaker/>.

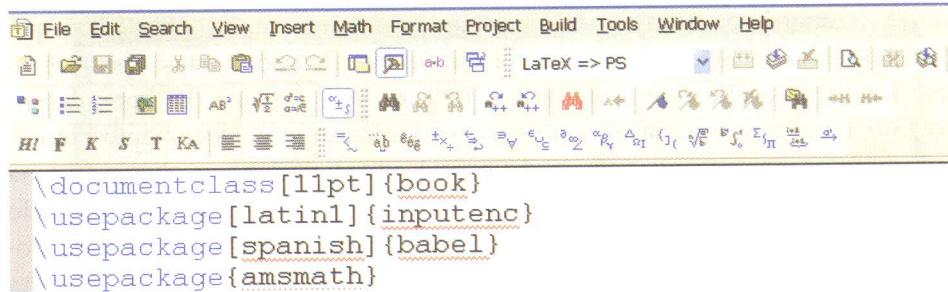
A.1. Editor TeXnicCenter

La primera interfaz para digitar que se presenta es TeXnicCenter, y cuando se abre por primera vez se deben aceptar unas condiciones haciendo *click* en siguiente hasta terminar. Si no carga automáticamente unos archivos y pide la ruta, generalmente están en C, en la carpeta Archivos de Programa, en MiKTeX 2.9; luego en la carpeta Miktex se selecciona bin y aceptar, entonces el programa está listo para trabajar.

Digite el siguiente código en una página en blanco en el programa TeXnicCenter:

```
\documentclass{book}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[spanish]{babel}
\usepackage[T1]{amsmath}
\begin{document}
Mi primer documento, con una fórmula $$x^2 + y^3 = z^4$$
\end{document}
```

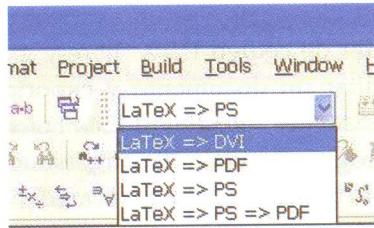
Posteriormente se debe guardar en una carpeta en el disco duro y ya, listos para trabajar; es recomendable guardarlo también con otro nombre y así tener la estructura de un documento básico disponible en todo momento. La interfaz del programa es como se muestra a continuación, en la cual se pueden observar los menús de herramientas para la edición básica.



```
\documentclass[11pt]{book}
\usepackage[latin1]{inputenc}
\usepackage[spanish]{babel}
\usepackage{amsmath}
```

En el menú más bajo se tienen las herramientas para edición básica de texto, como negrilla, cursiva, subrayado, etc. Luego aparecen los menús desplegables con símbolos y operaciones, flechas, letras griegas, etc. Es importante que se explore un poco cada una de las herramientas y que se ubique la posición de las más utilizadas.

Para compilar, hay que escoger una de las opciones que aparecen en el menú desplegable que se muestra a continuación.



En el primer ícono que se resalta en la siguiente imagen se da la orden de compilar, y con el siguiente, el que tiene la lupa, se puede observar el documento como aparecerá para imprimirlo.



Las cuatro opciones de compilación realmente producen el mismo documento, pero la principal diferencia radica en la resolución y la compatibilidad con los gráficos. Por ejemplo, si el documento contiene imágenes editadas con PSTricks, la mejor opción es compilar en PS, pero si no las contiene puede utilizarse sin problema el DVI. Las dos compilaciones en PDF son recomendables sólo para las versiones definitivas de los documentos, si es que se

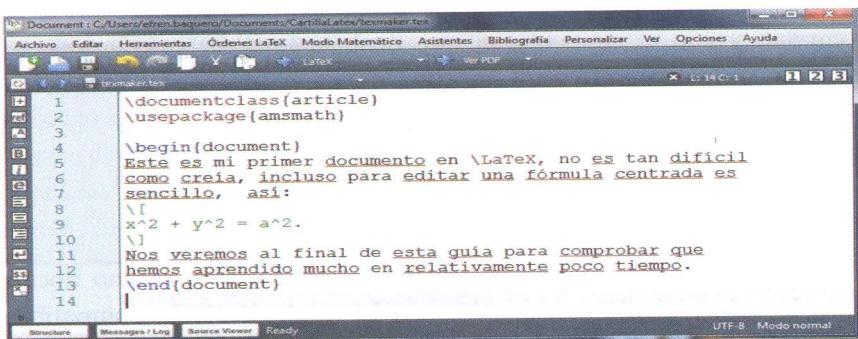
van a compartir electrónicamente con una variedad amplia de público que posiblemente no dispone de otra forma de visualización; estas opciones lo que hacen en realidad es convertir a PDF el DVI o el PS. La compilación en DVI tiene una ventaja enorme si se está revisando el documento compilado, porque se encuentra amarrado con el editor, y al hacer clic en alguna parte del documento se regresa al documento raíz, en el que se ha digitado lo correspondiente; esto es muy importante, en particular si se trata de documentos grandes en los que ubicar un error o cualquier cosa que necesita cambio puede ser extremadamente tedioso si se hace a ojo.

Es posible que en los primeros documentos que se trabajen se presenten errores de compilación, pero poco a poco serán menores los errores y mejores los resultados. En el programa aparecen resaltados con una marca roja los errores y su descripción para que puedan detectar y corregir al hacer clic sobre la "bolita" roja, el cursor se envía al renglón del error.

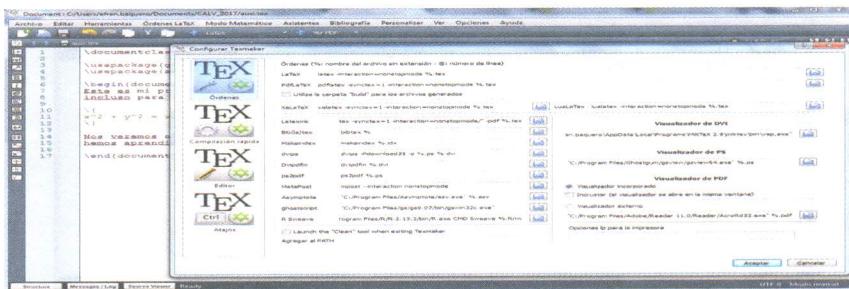
A.2. Editor TexMaker

TexMaker es un procesador de código L^AT_EX libre y gratuito, que posee varios elementos útiles para editar un documento y exportarlo en varios formatos. Además, posee varios asistentes, galerías de símbolos y configuraciones que abrevian el trabajo. El programa puede descargarse en el sitio <http://www.xm1math.net/texmaker/download.html>.

La apariencia básica de esta interfaz es la siguiente:



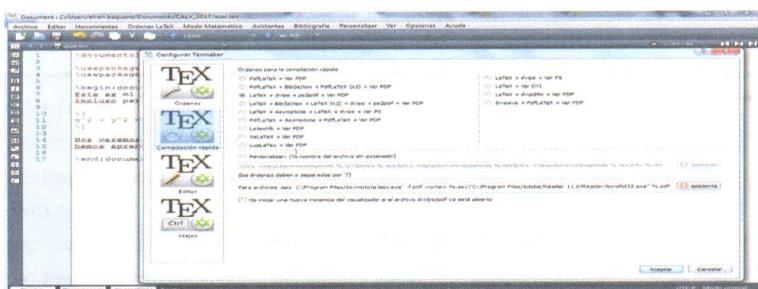
La configuración es sencilla. TexMaker tiene un visor incorporado de archivos en formato pdf, pero el usuario puede configurarlo para utilizar sus otros programas, según su preferencia.



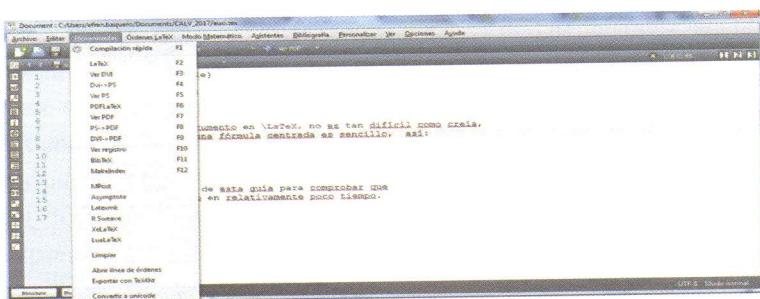
Algunos comandos útiles al momento de compilar o generar documentos en otros formatos se presentan en la siguiente tabla.

Opción	Ejecuta	Opción	Ejecuta
F1	Compilación rápida	F7	Ver Pdf
F2	Latex	F8	Convertir ps a pdf
F3	Ver dvi	F9	Convertir dvi a Pdf
F4	Convertir dvi a PS	F10	Ver log
F5	Ver ps	F11	Bibtex
F6	Pdflatex	F12	Makeindex

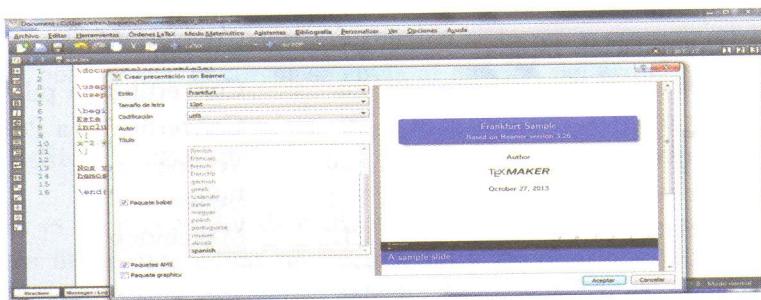
La compilación rápida es un conjunto de instrucciones que se ejecutan en una sola. Generalmente, Latex + dvips + ps2pdf + ver PDF. Esto se logra siguiendo la ruta opciones/configurar TexMaker/Compilación Rápida.



El lector puede explorar las herramientas que posee TexMaker y utilizar las que requiera. Puede crear *atajos* para obtener comandos específicos o llamar algunos entornos de los más usados en la creación de un archivo L^AT_EX.



Al asistente para crear presentaciones con el entorno Beamer se puede acceder con la ruta Asistentes/Crear presentación con Beamer. Dentro de este entorno, se pueden configurar muchas variantes.



APÉNDICE B

Estructura de un artículo y de un libro

En este apéndice se dan las estructuras generales para un documento estilo artículo, o estilo libro, y un esquema básico como para un examen parcial. Es conveniente que el lector digite estas estructuras y las guarde para utilizarlas cada vez que inicie un nuevo proyecto. En todos los casos, se presume que los documentos se están editando en español; si se hace en otro idioma, los comandos inputenc y los babel deben ser acordes con éste.

A continuación se presenta la estructura de un artículo.

```
\documentclass[12pt]{article}
\usepackage[utf8]{inputenc} ,
\usepackage[spanish]{babel}
\usepackage{color,multicol,amsmath,amssymb}
\usepackage{enumerate,array,longtable,graphicx}
\usepackage{pstricks}
\newpsobject{grilla}{psgrid}{subgriddiv=1,griddots=10,%
gridlabels=6pt}
\title{Título}
\author{Juan Valdez \footnote{Profesor de tiempo completo%}
Federaci\'on de cafeteros}}
```

```

\date{Fecha}
\setlength{\oddsidemargin}{1cm}
\setlength{\topmargin}{2cm}
\setlength{\textwidth}{15cm}
\setlength{\textheight}{20cm}
\linespread{1.15}
\begin{document}
Resumen del artículo en estilo abstract.
\begin{abstract}
\end{abstract}
\maketitle
\section{Primera sección}
Contenido $\cdots$
\subsection{Primera subsección}
Contenido $\cdots$
\subsection{Segunda subsección}
Contenido $\cdots$
\section{Segunda sección}
Contenido $\cdots$
\subsection{Primera subsección}
Contenido $\cdots$
\subsection{Segunda subsección}
$\vdots$.
Tantas secciones y subsecciones como sean necesarias.
\end{document}

```

A continuación se presenta la estructura de un libro, manejando unidades por separado. Cada unidad admite secciones, subsecciones y subsubsecciones, y se debe iniciar con `\chapter{Nombre}`, sin preámbulo de documento; lo mismo para los apéndices y para la introducción. Cuando se compila, sólo se hace el procedimiento en el documento raíz, que es el que se muestra a continuación.

```

\documentclass[12pt]{book}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[spanish]{babel}
\usepackage{color,multicol,amsmath,amssymb,enumerate}
\usepackage{array,longtable,graphicx}
\usepackage{pstricks}

```

```

\newpsobject{grilla}{psgrid}{subgriddiv=1,griddots=10,%
gridlabels=6pt}
\title{Titulo}
\author{Juan Valdez \footnote{Profesor de tiempo completo - %
Federaci\'on de cafeteros}}
\date{Fecha}
\setlength{\oddsidemargin}{1cm}
\setlength{\topmargin}{2cm}
\setlength{\textwidth}{15cm}
\setlength{\textheight}{18cm}
\linespread{1.15}

\begin{document}
\frontmatter
\maketitle
\include{introduccion}
\tableofcontents
\mainmatter
\include{Cap1}
\include{Cap2}
\include{Cap3}
\include{cap4}
\appendix
\include{Apend1}
\include{Apend2}
\include{Apend3}
\end{document}

```

Por \'ultimo, se presenta la estructura para un posible examen. Vale la pena destacar que el archivo LOGO_ECI1.eps, que es una figura que contiene el logo de la Escuela Colombiana de Ingenier\'ia Julio Garavito, se encuentra en la misma carpeta donde est\'a el documento de trabajo.

```

\documentclass[12pt]{article}
\usepackage[latin1]{inputenc}
\usepackage[spanish]{babel}
\usepackage{color,multicol,amsmath,amssymb,enumerate,array}
\usepackage{longtable,graphicx}

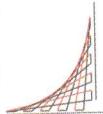
```

```
\usepackage{pst-all}
\usepackage{pstcol}
\newpsobject{grilla}{psgrid} {subgriddiv=1,%
griddots=10,gridlabels=6pt}
\setlength{\textwidth}{18cm}
\setlength{\textheight}{23cm}
\setlength{\oddsidemargin}{-1cm}
\setlength{\topmargin}{-1.5cm}
\date{ }
\begin{document}
\begin{multicols}{2}
\parbox{4cm}{\includegraphics [scale=0.3]{LOGO_ECI1.eps}}
\parbox{8cm}{\Large Departamento de Matemáticas}
Examen final de Ecuaciones Diferenciales
Profesor: \textit{Carlos Abel Álvarez Pérez}
Octubre 20 de 2018}
\end{multicols}
\vskip0.5cm
\begin{enumerate}[$\bullet$]
\item El tiempo para el parcial es de dos horas (120 minutos)
\item No está permitido consultar textos o apuntes.
\item Se puede utilizar calculadora.
\end{enumerate}
\vskip0.5cm
\begin{multicols}{2}
\begin{enumerate}
\item Primer punto
\begin{enumerate}
\item Opción 1
\item Opción 2
\item Opción 3
\item Opción 4
\end{enumerate}
\item Segundo punto
\begin{enumerate}
\item Opción 1
\item Opción 2
\item Opción 3
\item Opción 4
\end{enumerate}
\end{enumerate}

```

```
\end{enumerate}
\item Tercer punto
\begin{enumerate}
\item Opción 1
\item Opción 2
\item Opción 3
\item Opción 4
\end{enumerate}
\item Cuarto punto
\begin{enumerate}
\item Opción 1
\item Opción 2
\item Opción 3
\item Opción 4
\end{enumerate}
\item Quinto punto
\begin{enumerate}
\item Opción 1
\item Opción 2
\item Opción 3
\item Opción 4
\end{enumerate}
\item Sexto punto
\begin{enumerate}
\item Opción 1
\item Opción 2
\item Opción 3
\item Opción 4
\end{enumerate}
\end{enumerate}
\end{multicols}
\end{document}
```

Que luego de compilarlo, debería tener un aspecto como se muestra en la siguiente página.



ESCUELA
COLOMBIANA
DE INGENIERÍA
JULIO GARAVITO

Departamento de Matemáticas

Examen final de Ecuaciones Diferenciales

Profesor: Carlos Abel Álvarez Pérez

Enero 25 de 2018

- El tiempo para el parcial es de dos horas (120 minutos)
- No está permitido consultar textos o apuntes.
- Se puede utilizar calculadora.

1. Primer punto

- a) Opción 1
- b) Opción 2
- c) Opción 3
- d) Opción 4

2. Segundo punto

- a) Opción 1
- b) Opción 2
- c) Opción 3
- d) Opción 4

3. Tercer punto

- a) Opción 1
- b) Opción 2
- c) Opción 3
- d) Opción 4

4. Cuarto punto

- a) Opción 1
- b) Opción 2
- c) Opción 3
- d) Opción 4

5. Quinto punto

- a) Opción 1
- b) Opción 2
- c) Opción 3
- d) Opción 4

6. Sexto punto

- a) Opción 1
- b) Opción 2
- c) Opción 3
- d) Opción 4

APÉNDICE C

Galerías de símbolos

En este apéndice se darán algunas de las más importantes galerías de símbolos, letras especiales, operaciones, flechas, relaciones, etc. En cada caso, en la columna de la izquierda se encuentra el código L^AT_EX, y en la de la derecha, el resultado.

La mayoría de estos símbolos necesitan alguno de los programas `amsmath` o `amssymb`. Por tal razón, es conveniente cargar en el preámbulo del documento las instrucciones `\usepackage{amsmath}` y `\usepackage{amssymb}`.

LETRAS HEBREAS	
Código	Resultado
<code>\aleph</code>	\aleph
<code>\beth</code>	\beth
<code>\daleth</code>	\daleth
<code>\gimel</code>	\gimel

LETRAS GRIEGAS MINÚSCULAS					
Código	Resul.	Código	Resul.	Código	Resul.
\alpha	α	\iota	ι	\sigma	σ
\beta	β	\kappa	κ	\tau	τ
\gamma	γ	\lambda	λ	\upsilon	υ
\delta	δ	\mu	μ	\phi	ϕ
\epsilon	ϵ	\nu	ν	\chi	χ
\zeta	ζ	\xi	ξ	\psi	ψ
\eta	η	\pi	π	\omega	ω
\theta	θ	\rho	ρ	\varsigma	ς
\varepsilon	ε	\varpi	ϖ	\varphi	φ
\vartheta	ϑ	\varrho	ϱ		
\digamma	\digamma	\varkappa	\varkappa		

LETRAS GRIEGAS MAYÚSCULAS					
Código	Resul.	Código	Resul.	Código	Resul.
\Gamma	Γ	\Xi	Ξ	\Phi	Φ
\Delta	Δ	\Pi	Π	\Psi	Ψ
\Theta	Θ	\Sigma	Σ	\Omega	Ω
\Lambda	Λ	\Upsilon	Υ	\varPhi	\varPhi
\varGamma	\varGamma	\varXi	\varXi	\varPsi	\varPsi
\varDelta	\varDelta	\varPi	\varPi	\varOmega	\varOmega
\varTheta	\varTheta	\varSigma	\varSigma		
\varLambda	\varLambda	\varUpsilon	\varUpsilon		

SÍMBOLOS DE AGRUPACIÓN					
Código	Resul.	Código	Resul.	Código	Resul.
\{	{	\}	}	\backslash	\
\text{/}	/	\text{\langle}	\langle	\text{\rangle}	\rangle
\text{\vert}		\text{\Vert}	\	\lfloor	\lfloor
\text{\rfloor}	\rfloor	\text{\lceil}	\lceil	\text{\rceil}	\rceil
\text{\ulcorner}	\ulcorner	\text{\urcorner}	\urcorner	\text{\llcorner}	\llcorner
\text{\lrcorner}	\lrcorner				

RELACIONES BINARIAS

Código	Resul.	Código	Resul.	Código	Resul.
\in	\in	\equivv	\equiv	\vdash	\vdash
\leq	\leq	\subset	\subset	\propto	\propto
\ll	\ll	\subsetneq	\subsetneq	\bowtie	\bowtie
\prec	\prec	\sqsubsetneq	\sqsubsetneq	\sqsubset	\sqsubset
\preceq	\preceq	\smile	\smile	\Join	\Join
\sim	\sim	\perp	\perp	\ni	\ni
\simeq	\simeq	\mid	\mid	\geq	\geq
\gg	\gg	\succ	\succ	\succcurlyeq	\succcurlyeq
\approx	\approx	\cong	\cong	\doteq	\doteq
\supset	\supset	\supseteq	\supseteq	\sqsupseteq	\sqsupseteq
\frown	\frown	\models	\models	\parallel	\parallel
\dashv	\dashv	\asymp	\asymp	\sqsupset	\sqsupset
\leqq	\leqq	\geqq	\geqq	\leqslant	\leqslant
\geqlant	\geqlant	\eqslantless	\eqslantless	\eqslantgtr	\eqslantgtr
\lesssim	\lesssim	\gtrsim	\gtrsim	\lessapprox	\lessapprox
\gtrapprox	\gtrapprox	\approxeq	\approxeq	\gtrdot	\gtrdot
\lll	\lll	\ggg	\ggg	\lessgr	\lessgr
\gtrless	\gtrless	\lesseqgtr	\lesseqgtr	\gtreqless	\gtreqless
\lesseqqgtr	\lesseqqgtr	\gtreqless	\gtreqless	\doteqdot	\doteqdot
\eqcirc	\eqcirc	\circeq	\circeq	\triangleq	\triangleq
\risingdotseq	\risingdotseq	\fallingdotseq	\fallingdotseq	\backsim	\backsim
\thicksim	\thicksim	\backsimeq	\backsimeq	\thickapprox	\thickapprox
\preccurlyeq	\preccurlyeq	\succcurlyeq	\succcurlyeq	\curlyeqprec	\curlyeqprec
\curlyeqsucc	\curlyeqsucc	\precsim	\precsim	\succsim	\succsim
\precapprox	\precapprox	\succapprox	\succapprox	\subsetneqq	\subsetneqq
\supseteqq	\supseteqq	\Subset	\Subset	\Supset	\Supset
\Bumpeq	\Bumpeq	\vartriangleleft	\vartriangleleft	\Vdash	\Vdash
\vDash	\vDash	\trianglerighteq	\trianglerighteq	\Vdash	\Vdash
\smallsmile	\smallsmile	\trianglelefteq	\trianglelefteq	\smallfrown	\smallfrown
\shortmid	\shortmid	\shortparallel	\shortparallel	\bumpeq	\bumpeq
\between	\between	\vartriangleright	\vartriangleright	\pitchfork	\pitchfork
\varproto	\varproto	\blacktriangleleft	\blacktriangleleft	\backepsilon	\backepsilon
\therefore	\therefore	\blacktriangleright	\blacktriangleright	\because	\because

ACENTOS Y TIPOS DE LETRAS EN MATEMÁTICAS			
Código	Resul.	Código	Resul.
\acute{a}	á	\bar{a}	ā
\breve{a}	ă	\check{a}	ă
\dot{a}	à	\ddot{a}	ä
\ddot{a}	ä	\dddot{a}	ää
\grave{a}	à	\hat{a}	â
\widehat{a}	â	\mathring{a}	å
\tilde{a}	ã	\widetilde{a}	ã
\vec{a}	ã	\mathbf{A,B,C}	A, B, C
\mathcal{A,B,C}	A, B, C	\mathit{A,B,C}	A, B, C
\mathnormal{A,B,C}	A, B, C	\mathrm{A,B,C}	A, B, C
\mathsf{A,B,C}	A, B, C	\mathtt{A,B,C}	A, B, C
\boldsymbol{\alpha,\beta}	α, β	\mathbb{A,B,C}	A, B, C
\mathfrak{A,B,C}	Α, Β, Ζ		

\liminf	\liminf	\injlim	$\operatorname{inj}\lim$
\varliminf	\varliminf	\varinjlim	\varinjlim
\limsup	\limsup	\max	\max
\verb mín	\min	\Pr	\Pr
\sup	\sup	\projlim	$\operatorname{proj}\lim$
\varlimsup	\varlimsup	\varprojlim	\varprojlim
\int_a^b	\int_a^b	\oint_a ^b	$\oint_a ^b$
\iiint_a^b	\iiint_a^b	\iiint_a ^b	$\iiint_a ^b$
\prod_{i=1}^n	$\prod_{i=1}^n$	\coprod_{i=1}^n	$\coprod_{i=1}^n$
\bigcap_{i=1}^n	$\bigcap_{i=1}^n$	\bigcup_{i=1}^n	$\bigcup_{i=1}^n$
\bigwedge_{i=1}^n	$\bigwedge_{i=1}^n$	\bigvee_{i=1}^n	$\bigvee_{i=1}^n$
\bigsqcup_{i=1}^n	$\bigsqcup_{i=1}^n$	\biguplus_{i=1}^n	$\biguplus_{i=1}^n$
\bigotimes_{i=1}^n	$\bigotimes_{i=1}^n$	\bigoplus_{i=1}^n	$\bigoplus_{i=1}^n$
\bigodot_{i=1}^n	$\bigodot_{i=1}^n$	\sum_{i=1}^n	$\sum_{i=1}^n$

RELACIONES BINARIAS NEGADAS

Código	Resul.	Código	Resul.	Código	Resul.
\neq	\neq	\notin	\notin	\nless	$\not\lessdot$
\ngtr	$\not>$	\nleq	$\not\leq$	\ngeq	$\not\geq$
\nleqslant	$\not\leqslant$	\ngeqslant	$\not\geqslant$	\nleqq	$\not\leqq$
\ngeqq	$\not\geqq$	\lneq	\lneq	\gneq	\gneq
\lneqq	\lneqq	\gneqq	\gneqq	\lvertneqq	\lvertneqq
\gvertneqq	\gvertneqq	\lnsim	\lnsim	\gnsim	\gnsim
\lnapprox	\lnapprox	\gnapprox	\gnapprox	\nprec	\nprec
\varsupsetneqq	\varsupsetneqq	\npreceq	\npreceq	\nsucceq	\nsucceq
\precneqq	\precneqq	\succneqq	\succneqq	\precnsim	\precnsim
\succnnsim	\succnnsim	\precnapprox	\precnapprox	\succnapprox	\succnapprox
\ntriangleleft	\ntriangleleft	\ncong	\ncong	\nshortmid	\nshortmid
\nshortparallel	\nshortparallel	\nmid	\nmid	\nparallel	\nparallel
\ntriangleright	\ntriangleright	\nvDash	\nvDash	\nVdash	\nVdash
\ntrianglerighteq	\ntrianglerighteq	\nsim	\nsim	\nvdash	\nvdash
\ntrianglelefteq	\ntrianglelefteq	\nVDash	\nVDash	\nsubseteqq	\nsubseteqq
\nsupseteq	\nsupseteq	\nsubseteqqq	\nsubseteqqq	\nsupseteqq	\nsupseteqq
\varsubsetneq	\varsubsetneq	\supsetneq	\supsetneq	\subsetneq	\subsetneq
\varsupsetneq	\varsupsetneq	\subsetneqq	\subsetneqq	\supsetneqq	\supsetneqq
\varsubsetneqq	\varsubsetneqq	\nsucc	\nsucc		

FUNCIONES Y OPERADORES

Código	Resul.	Código	Resul.	Código	Resul.
\arccos	\arccos	\arcsin	\arcsin	\arctan	\arctan
\arg	\arg	\cos	\cos	\cosh	\cosh
\cot	\cot	\coth	\coth	\csc	\csc
\deg	\deg	\dim	\dim	\exp	\exp
\hom	\hom	\ker	\ker	\lg	\lg
\ln	\ln	\log	\log	\sec	\sec
\sin	\sin	\sinh	\sinh	\tan	\tan
\tanh	\tanh	\det	\det	\gcd	\gcd
\inf	\inf	\lim	\lim		

SÍMBOLOS DE OPERACIONES						
Código	Resul.	Código	Resul.	Código	Resul.	
\pm	\pm	\mp	\mp	\times	\times	
\cdot	\cdot	\circ	\circ	\bigcirc	\bigcirc	
\div	\div	\bmod	\bmod	\cap	\cap	
\cup	\cup	\sqcap	\sqcap	\sqcup	\sqcup	
\wedge	\wedge	\vee	\vee	\triangleleft	\triangleleft	
\triangleright	\triangleright	\bigtriangleup	\bigtriangleup	\bigtriangledown	\bigtriangledown	
\oplus	\oplus	\ominus	\ominus	\otimes	\otimes	
\oslash	\oslash	\odot	\odot	\bullet	\bullet	
\dagger	\dagger	\ddagger	\ddagger	\setminus	\setminus	
\smallsetminus	\smallsetminus	\wr	\wr	\amalg	\amalg	
\ast	\ast	\star	\star	\diamond	\diamond	
\lhd	\lhd	\rhd	\rhd	\unlhd	\unlhd	
\unrhd	\unrhd	\dotplus	\dotplus	\centerdot	\centerdot	
\ltimes	\ltimes	\rtimes	\rtimes	\leftthreetimes	\leftthreetimes	
\rightthreetimes	\rightthreetimes	\circleddash	\circleddash	\uplus	\uplus	
\barwedge	\barwedge	\doublebarwedge	\doublebarwedge	\curlywedge	\curlywedge	
\curlyvee	\curlyvee	\veebar	\veebar	\intercal	\intercal	
\doublecap	\doublecap	\doublecup	\doublecup	\circledast	\circledast	
\circledcirc	\circledcirc	\boxminus	\boxminus	\boxtimes	\boxtimes	
\boxdot	\boxdot	\boxplus	\boxplus	\divideontimes	\divideontimes	
\vartriangle	\vartriangle	\And	\And	&	$\&$	

FLECHAS						
Código	Resul.	Código	Resul.	Código	Resul.	
\leftarrow	\leftarrow	\rightarrow	\rightarrow	\longleftarrow	\longleftarrow	
\longrightarrow	\longrightarrow	\Leftarrow	\Leftarrow	\Rightarrow	\Rightarrow	
\Longleftarrow	\Longleftarrow	\Longrightarrow	\Longrightarrow	\leftrightsquigarrow	\leftrightsquigarrow	
\longleftrightsquigarrow	\longleftrightsquigarrow	\Leftrightsquigarrow	\Leftrightsquigarrow	\uparrow	\uparrow	
\Longleftrightsquigarrow	\Longleftrightsquigarrow	\downarrow	\downarrow	\Updownarrow	\Updownarrow	
\Downarrow	\Downarrow	\updownarrow	\updownarrow	\Updownarrow	\Updownarrow	
\nearrow	\nearrow	\searrow	\searrow	\swarrow	\swarrow	
\nwarrow	\nwarrow	\iff	\iff	\mapstochar	\mapstochar	
\mapsto	\mapsto	\longmapsto	\longmapsto	\hookleftarrow	\hookleftarrow	

FLECHAS

Código	Resul.	Código	Resul.	Código	Resul.
\hookrightarrow	↪	\leftharpoonup	←	\rightharpoonup	→
\leftharpoondown	⊜	\rightharpoondown	→	\leadsto	↔
\leftleftarrows	⤒	\rightrightarrows	⤓	\leftrightarrows	⤒
\rightleftarrows	⤔	\Lleftarrow	⤔	\Rrightarrow	⤓
\twoheadleftarrow	⤔⤔	\twoheadrightarrow	⤔⤔	\leftarrowtail	⤔⤔
\rightarrowtail	⤔⤔	\looparrowleft	⤔⤔	\looparrowright	⤔⤔
\upuparrows	⤔⤔	\downdownarrows	⤔⤔	\upharpoonleft	⤔
\upharpoonright	⤔	\downharpoonleft	⤔	\downharpoonright	⤔
\leftrightsquigarrow	⤔⤔⤔	\rightsquigarrow	⤔⤔⤔	\multimap	⤔⤔⤔
\nleftarrow	⤔⤔	\nrightarrow	⤔⤔	\nLeftarrow	⤔⤔
\nrightarrow	⤔⤔	\nleftrightarrow	⤔⤔	\nLeftrightarrow	⤔⤔
\dashleftarrow	⤔⤔⤔	\dashrightarrow	⤔⤔⤔	\curvearrowleft	⤔⤔
\curvearrowright	⤔⤔	\circlearrowleft	⤔⤔	\circlearrowright	⤔⤔
\leftrightharpoons	⤔⤔	\rightleftharpoons	⤔⤔	\Lsh	⤔⤔
\Rsh	⤔⤔				

SÍMBOLOS MISCELÁNEOS

Código	Resul.	Código	Resul.	Código	Resul.
\hbar	ℏ	\ell	ℓ	\imath	ᵢ
\jmath	ⱼ	\wp	℘	\partial	∂
\Im	ℑ	\Re	ℜ	\infty	∞
\prime	'	\emptyset	∅	\varnothing	∅
\forall	∀	\exists	∃	\smallint	∫
\triangle	△	\top	⊤	\bot	⊥
\P	¶	\S	§	\dag	†
\ddag	‡	\flat	♭	\natural	♮
\sharp	#	\angle	∠	\clubsuit	♣
\diamondsuit	◊	\heartsuit	♡	\spadesuit	♠
\surd	✓	\nabla	∇	\pounds	£
\neg	¬	\Box	□	\Diamond	◊

SÍMBOLOS MISCELÁNEOS					
\mho	ø	\hslash	ℏ	\complement	⌚
\backprime	\`	\nexists	\#	\Bbbk	₭
\diagup	/	\diagdown	\diagup	\blacktriangle	▲
\blacktriangledown	\blacktriangledown	\triangledown	\eth		ڏ
\square	\square	\blacksquare	\blacksquare	\lozenge	◊
\blacklozenge	\blacklozenge	\measuredangle	\angle	\sphericalangle	▫
\circledS	\circledS	\bigstar	\bigstar	\Finv	ڏ
\Game	\Game				

Los siguientes son caracteres de texto.

MÁS TILDÉS Y CARACTERES ESPECIALES					
Código	Resul.	Código	Resul.	Código	Resul.
\aa	å	\AA	Å	\ae	æ
\AE	Æ	\oe	œ	\OE	Œ
\ss	ß	\SS	SS	\ł	ł
\o	ø	\ø	\ø	\L	Ł
\'{o}	ó	\v{o}	ó	\r{u}	ú
\={o}	ö	\u{o}	ö	\.{g}	ǵ
\c{c}	ç	\t{oo}	ő	\^o	ô
\sim{n}	ñ	\u"	ü	\d{m}	ṁ
\H{o}	ő	\b{o}	ő	\`o	ò
\i	ı	\copyright	©	\&	&
\'{i}	í	\textbackslash	\`	\v{j}	ј
\textbar		\{	\{	\}	\}
\#	#	\textcircled{a}	@	\dag	†
\j	▮	\textasciicircum	^\circ	\ddag	‡
\\$	\$	\textbullet	•	\%	%
\P	¶	\textregistered	®	\S	§

Referencias

- [1] Feuersänger, C. (2010). *Manual for Package pgfplots*. Bonn: Universitat Bonn.
<http://www.bakoma-tex.com/doc/latex/pgfplots/pgfplots.pdf>
- [2] De Castro Korgi, R. (2003). *El universo LaTeX*. (2^a. ed). Bogotá, D.C.: Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia.
- [3] Fuster, R. (2014). *The calculator and calculus packages Scientific calculations with LATEX*. Valencia: Universitat Politècnica de València, rfuster@mat.upv.es, 88 p.p
<http://mirrors.ucr.ac.cr/CTAN/macros/latex/contrib/calculator/calculator.pdf>.
- [4] Grahn, A. (2017). *PSTricks - pst-ode*. A PSTricks package for solving initial value problems for sets of Ordinary Differential Equations (ODE), v0.11 <http://mirror.hmc.edu/ctan/graphics/pstricks/contrib/pst-ode/pst-ode-doc.pdf>.
- [5] Grätzer, G. (2007). *More math into LATEX*. (2^a. ed.). Manitoba: Springer, University of Manitoba, Canada, 622 p.p.
http://www.latexstudio.net/wp-content/uploads/2014/09/math_into_.Latex_.4ed.pdf.
- [6] Hausmann, J. C. (1978). *Knot theory: proceedings, Plans-sur-Bex*. Switzerland: Springer-Verlag. ISBN 978-3-540-08952-0.

-
- [7] Luque, M. (2017). *PSTricks: applications*. <http://pstricks.blogspot.com.co>. manuel.luque27@gmail.com.
 - [8] Mora, F. W. (2007). *Transparencias con la clase beamer de Latex*. San José: Instituto Tecnológico de Costa Rica, Escuela de Matemática. 19 pp.
<https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/HERRAmInternet/Beamer/BEAMER.pdf>.
 - [9] Mora, F. W. (2014). *Edición de textos científicos LATEX. Composición, diseño editorial, gráficos*. San José: Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica. ISBN 978-9977-66-227-5
<http://www.matematica.ciens.ucv.ve/files/Manuales/Manuales/LaTeX-EdiciondetextoscientificosLaTeX2014-Mora.W.Borbon.A.pdf>.
 - [10] Van Zandt, T. (2003). *PSTricks: PostScript macros for Generic TeX. User's Guide*.
<http://ctan.uniminuto.edu/graphics/pstricks/base/doc/pstricks-doc.pdf>.
 - [11] Van Zandt, T., Herbert Voß (2016). *PSTricks: pst-plot, plotting data and functions v1.75*.
<http://ctan.uniminuto.edu/graphics/pstricks/base/doc/pstricks-doc.pdf>.
 - [12] Vignault, Jean-Paul, Manuel Luque, Arnaud Schmittbuhl, Jurgen Gilg, Jean-Michel Sarlat, Herbert Voß (2015). *pst-solides3d. The Documentation - The Basics*.
<http://texdoc.net/texmf-dist/doc/generic/pst-solides3d/pst-solides3d-doc.pdf>.
 - [13] Voß, H. (2017). *PSTricks 3D plots: pst-3dplot. A PSTricks package for drawing 3d objects, v2.01*.
<http://ctan.uniminuto.edu/graphics/pstricks/contrib/pst-3dplot/doc/pst-3dplot-doc.pdf>.
 - [14] Voß, H. (2017). *pst-func. plotting special mathematical functions v0.46*
<http://ctan.uniminuto.edu/graphics/pstricks/contrib/pst-func/doc/pst-func-doc.pdf>.
 - [15] Voß, H., Dominique Rodríguez (2009). *PSTricks. pstricks-add. additional Macros for pstricks v3.17*.
<http://www2.washjeff.edu/users/rhigginbottom/latex/resources/pstricks-add-manual.pdf>.

- [16] Voß, H. (2009). *PSTricks: pst-knot Plotting special knots; v.0.02.* <http://http://mirrors.ibiblio.org/CTAN/graphics/pstricks/contrib/pst-knot/pst-knot-doc.pdf>.
- [17] Tantau, T., Joseph Wright, Vedran Miletic (2015). *The beamer class - User Guide for version 3.36.* <http://texdoc.net/texmf-dist/doc/latex/beamer/doc/beameruserguide.pdf>.
- [18] Tantau, T. The TikZ and PGF Packages Manual for version 3.0.1a. Institut für Theoretische Informatik Universität zu Lübeck. <http://sourceforge.net/projects/pdf>.

Índice alfabético

A

array, 13
arrowinset, 202
arrowsize, 202
axesIID, 202
axisnames, 202

B

Big, 12
bigg, 12

C

calculator, 98
calculus, 98
Centrar, 9
 una fórmula, 11
Clase, 1
 article, 1
 book, 1
 report, 1
cline, 23
Color de texto, 8
colores, 38
comment, 7
composeSolid, 212
courbe, 208

CourbeR2, 206

cylindrecieux, 215

D

defFunction, 206
displaystyle, 10
dodecahedron, 201

E

Ejes coordenados, 47
Enumerar, 9
Estructura
 de un artículo, 323
 de un examen, 325
 de un libro, 324
Excel2LaTeX, 32
 Excel2LaTeX.xla, 32

F

fillcolor, 200
flip, 78
foreach, 95
Función a trozos, 16
fusion, 212

G

Galería de símbolos, 329

G

Gráficas
de figuras básicas, 40
de rectas y polígonos, 37

Graficación

a partir de la ecuación, 51
apoyados en Excel, 50
apoyados en Winplot, 85
campo de pendientes, 86
ecuaciones paramétricas, 62
en coordenadas polares, 62
por interpolación, 47

H

hline, 22
hollow, 200
hue, 200

I

ifthen, 102
inhue, 200
inouthue, 200

Insertar

columnas, 9
espacio horizontal, 9
espacio vertical, 9
imágenes de alta resolución, 88
puntos horizontales, 9
puntos verticales, 9
Instrucciones de instalación, 317
intersectioncolor, 222
intersectionlinewidth, 222
intersectionplan, 222
itemize, 9

J

justifying, 306

K

knotborder, 72
knotscale, 72

L

Lenguaje PostScript, 51
lightscr, 200
linearc, 142

M

Márgenes, 6
Matrices, 13
mirror, 78
multicolumn, 23
multido, 91
multirow, 23
multiline, 14

N

name, 213
nonumber, 15

O

opacity, 78
Opciones de compilación, 319

P

parametricplotThreeD
Ejemplos, 172
pgf, 227
plangrid, 201
planmarks, 201
Preámbulo, 6
preámbulo, 2
Presentaciones
Beamer, 305
Presentaciones Beamer
con índice, 314
cortas, 306
prisme, 201
psBox, 146
pscirclebox, 45
psFourier, 108
psframebox, 45

- psplotDiffEqn, 122
psplotImp, 126
psplotTangent, 105
psplotThreeD, 137
 drawCoor, 137
 IIIDlabels, 141
 IIIDOffset, 141
 IIIDticks, 141
 IIIDxTicksPlane, 141
parametricplotThreeD, 153
psplotThreeD, 165
 drawStyle, 165
 hiddenLine, 165
 plotstyle, 165
 xPlotpoints, 165
pstIIDCylinder, 149
pstParaboloid, 149
pstThreeDBox, 145
pstThreeDCircle, 149
pstThreeDCoor, 137
pstThreeDEllipse, 149
pstThreeDLine, 137
pstThreeDPlaneGrid, 138
pstThreeDPrism, 148
pstThreeDSphere, 147
pstThreeDSquare, 143
pstThreeDTriangle, 145
RotX, 141
spotX, 141
psset, 37
psSolid, 198
 axesboxed, 200
 dodecahedron, 204
 drawStyle, 200
 geode, 204
 hue, 200
 incolor, 200
 plotstyle, 200
 viewpoint, 200
xPlotpoints, 200
psStep, 115
psSurface, 220
psSurfaceHiddenLines, 167
 bicolor, 167
 ColorsLines, 167
 Decran, 167
 nL, 167
 nP, 167
pst-3dplot, 137
pst-func, 126
pst-knot, 72
pst-ode, 130
pst-shl, 167
pstODEsolve, 130
 listplot, 131
PSTricks, 35
 algebraic, 55
 arrows, 47
 fillcolor, 65
 fillstyle, 65
 labelFontSize, 47
 parametricplot, 63
 psarc, 41
 psaxes, 47
 pscircle, 41
 pscurve, 49
 pscustom, 64
 psdiamond, 41
 psellipse, 41
 psframe, 41
 psgrid, 35
 pspolygon, 41
 pst-plot, 55
 psttriangle, 41
 pswedge, 41
 subticks, 47
 ticks, 47
 ticksoze, 47

- uput, 57
xLabels, 47
yLabelsRot, 47
psVectorfield, 128
psvectorian, 78
psVolumen, 117
- R**
ragged2e, 306
Relleno de figuras, 40
Resaltar un texto, 8
Resortes y zigzags, 82
RotX, 200
rput, 45
- S**
shadow, 46
solidmemory, 213
Sombreado de regiones, 64
stepFactor, 126
sum, 113
surfaceparametree, 213
- T**
Tablas, 21
 con ayuda del Excel, 30
 con párrafos, 28
 muy largas, 30
Tamaños de texto, 8
TeXMaker, 320
TeXnicCenter, 318
Texto
 psshadow, 74
 pst-3d, 74
 pst-text, 74
 Tshadowangle, 74
 Tshadowsize, 74
Texto enmarcado, 45
Tikz, 227
 addplot, 234
 addplot3, 275
 mesh, 276
 surf, 276
axis equal, 229
axis lines, 229
axis x line, 229
colorbar, 282
 hot, 284
colorbar horizontal, 283
colorbar left, 284
colormap, 282
 blackwhite, 283
 cool, 290
 jet, 283
dashed, 229
domain, 234
draw, 228
faceted color, 284
fillbetween, 267
filldraw, 244
grid, 229
height, 229, 237
line width, 229
minor tick num, 229
name path, 250
node, 292
pattern, 246
 precaución, 247
pgfmathresult, 252
pgfplotsset, 239
polaraxis, 263
quiver, 236
restrict expr to domain, 238
samples, 234
smooth, 234
tikzpicture, 228
tkzAxeX, 232
tkzAxeXY, 232
tkzDrawX, 232

tkzGrid, 232
tkzInit, 232
tkzLabelX, 232
tkzText, 232
usepgfplotslibrary, 263
width, 229, 237
 xlabel, 229
 xlabel style, 229
 xscale, 229
 z buffer, 288
trunc, 203
trunccoeff, 203
TwoPi, 95

U

uput, 45

V

varkiv, 122
verb, 7
verbatim, 7