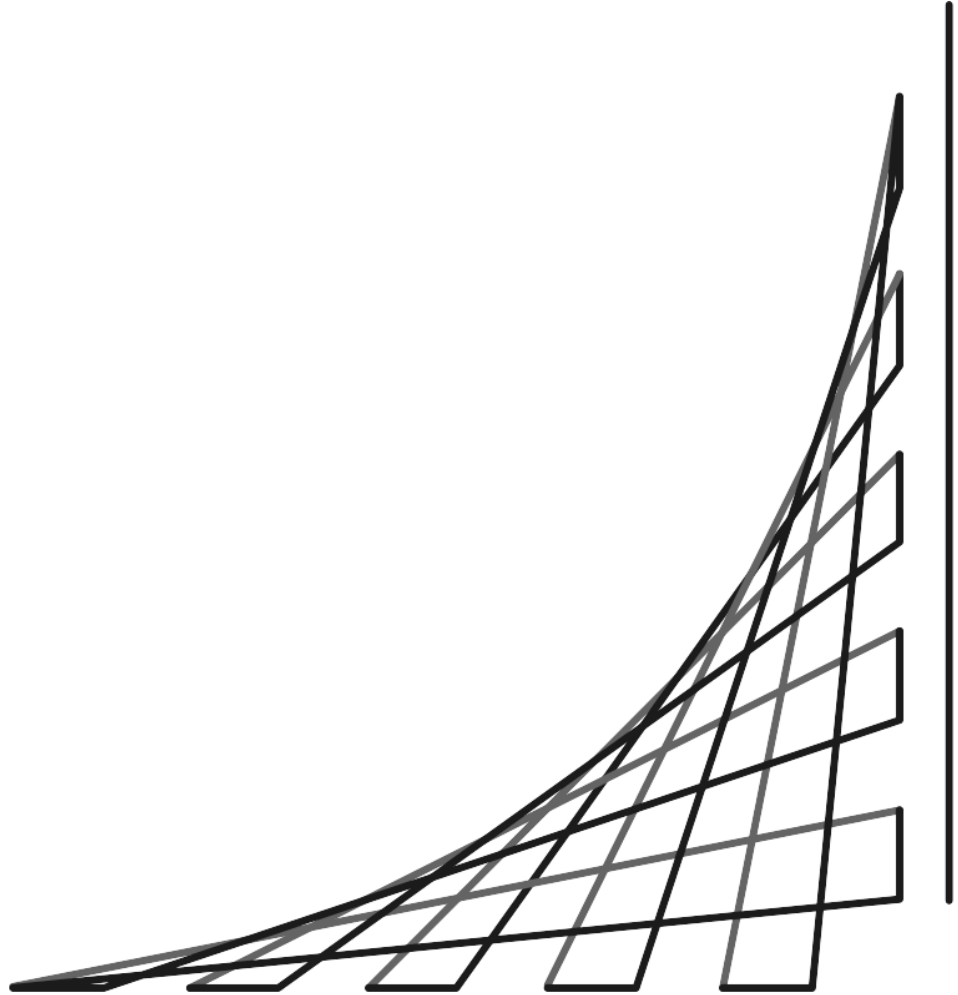


JUNIO DE 2016



PENSIÓN SUFICIENTE EN COLOMBIA

ESTIMACIÓN Y ALCANCE

JEL: D91 G23 H55

ANDRÉS FELIPE VARGAS MONROY
ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERIA JULIO GARAVITO
FACULTAD DE ECONOMÍA

PENSIÓN SUFICIENTE EN COLOMBIA. ESTIMACIÓN Y ALCANCE.

CLASIFICACIÓN JEL: D91, G23, H55

ANDRÉS FELIPE VARGAS MONROY

BOGOTÁ, COLOMBIA 2016-I

Trabajo de Grado de Economía

Dirigido por: ALVARO ALFONSO MORENO SUAREZ

PROGRAMA DE ECONOMÍA

ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO

RESUMEN

Bajo los criterios propuestos por la hipótesis del ciclo de vida, el presente estudio busca determinar las características del consumo de los jubilados en Colombia. Se realiza la estimación de una pensión suficiente que permita mantener los niveles de bienestar según dichas características y se validan los resultados frente al sistema de pensiones actuales. Encontrando que, en la mayoría de los casos, alcanzar una pensión que permita mantener los niveles deseados, no es posible tanto para el sistema público como para el privado bajo unos escenarios factibles.

ABSTRACT

Under the criteria proposed by the life-cycle hypothesis, this study aims to determine the characteristics of the consumption of retirement people in Colombia. It is estimate of an adequate pension which will maintain the levels of welfare according to the HCV characteristics and the results are validated against the current pension system. It found that, in most cases, reach a pension that will maintain the desired levels it is not possible for public and the private system under some plausible scenarios.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	1
1. ESPECIFICACIONES CONCEPTUALES Y TEORICAS DEL PROBLEMA.....	3
1.1 Desarrollo institucional del pago de pensiones.....	3
1.1.1 Evolución de los principios	3
2.1.1 Panorama Actual.....	5
1.2 Hipótesis del ciclo de vida (HCV).....	8
1.2.1 Modelo básico	9
1.2.2 Extensiones.....	11
1.2.3 Examen Empírico	13
1.3 ¿Qué es la pensión suficiente?.....	14
2. ASPECTOS EMPIRICOS	16
2.1 Datos	16
2.1.1 Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos 2006-2007.....	16
2.1.2 Estudio de Crecimiento Salarial Porvenir S.A. 2015	17
2.1.3 Implicaciones.....	17
3. METODOLOGÍA	20
3.1 Estimación de la pensión suficiente.....	20
3.2 Construcción de escenarios de alcance	23
3.2.1 Régimen Solidario de Prima Media con Prestación Definida	24
3.2.2 Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad.....	24
4. ESTIMACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	26
4.1 Análisis descriptivo.....	26
4.2 Análisis del patrón de consumo	32
4.3 Escenarios de alcance de la pensión suficiente.....	38
4.3.1 Régimen Solidario de Prima Media con Prestación definida.....	39
4.3.2 Régimen Solidario de Prima Media con Prestación definida.....	40
5. CONCLUSIONES	44
6. BIBLIOGRAFIA.....	46
ANEXOS	49

TABLAS

Tabla 1	6
Tabla 2	21

CUADROS

Cuadro 1	26
Cuadro 2	30
Cuadro 3	31
Cuadro 4	32
Cuadro 5	33
Cuadro 6	34
Cuadro 7	35
Cuadro 8	36
Cuadro 9	37
Cuadro 10	39

GRÁFICOS

Gráfico 1	5
Gráfico 2	26
Gráfico 3	27
Gráfico 4	28
Gráfico 5	28
Gráfico 6	29
Gráfico 7	29
Gráfico 8	41
Gráfico 9	41

INTRODUCCIÓN

El sistema de pensiones colombiano enfrenta una serie de retos para poder garantizar un aumento del bienestar social inherente a los sistemas de seguridad social eficientes. Las soluciones a estos problemas deben tener en cuenta las necesidades de la población y bajo éstas, encontrar los mejores mecanismos para satisfacerlas en armonía con los demás objetivos de la política económica. Estas necesidades están en función de las características de la población colombiana, que en la medida que estén esclarecidas, permitirán un mejoramiento de la seguridad social.

Con la observación del panorama actual colombiano y latinoamericano se observa que a nivel agregado la situación no es muy favorable en el tema de pensiones. Las características socio-económicas de la región no son las mejores para que la población pueda acceder a los servicios de la seguridad social. El desempleo y la informalidad como lo muestran los informes regionales son grandes obstáculos para poder obtener pensiones en la región y como se mostrará posteriormente este panorama determinaría también pensiones de menor cuantía.

En este orden de ideas el presente documento busca validar las características de la población según diferentes enfoques institucionales y teóricos para encontrar una definición que armonice las diferencias conceptuales y establece un término de pensión suficiente. Con este término, basado en una validación teórica de la Hipótesis de Ciclo de Vida, se determinan el nivel de una pensión suficiente para los miembros de la sociedad colombiana. De esta forma se podría validar las posibilidades de una persona para adquirir una pensión “correcta” según la normativa actual para de esta forma determinar los puntos en los que la legislación está en armonía con sus objetivos.

Para el cumplimiento de los objetivos planteados, el trabajo se divide en cuatro secciones según lo mencionado anteriormente: La primera parte busca conceptualizar el problema desde un punto de vista institucional y legal, observar las diferentes características económicas y contrastarlas con los objetivos de Latinoamérica y por último realizar un análisis en la medición del bienestar de la población para la proposición de concepto de pensión suficiente más estricto. La segunda parte muestra los aspectos empíricos para la

medición derivados de la información actual. La tercera propone la metodología para la estimación de la pensión suficiente y sus posteriores análisis en el alcance según el régimen en el que un afiliado se pueda encontrar. La cuarta parte muestra los resultados y por último se muestran las respectivas conclusiones.

1. ESPECIFICACIONES CONCEPTUALES Y TEORICAS DEL PROBLEMA

1.1 Desarrollo institucional del pago de pensiones

1.1.1 Evolución de los principios

A mediados del siglo XX, la seguridad social en los países desarrollados era reconocida como un factor imprescindible para aumentar el bienestar social. En estos países, la experiencia en el campo se manifestó en el desarrollo de sistemas de protección social mejor estructurados y con una mayor claridad de objetivos. Resultado de este proceso fueron los principios, propuestas y criterios aportados por el informe de Beveridge (1942) y la OIT (1952) para un sistema de seguridad social integral. Bajo este nuevo esquema se estableció que estos sistemas deben brindar prestaciones por montos suficientes que garanticen un mínimo adecuado¹.

La fijación de este monto fue un problema en su momento y la OIT introdujo el concepto de tasa de reemplazo para medir dicho nivel suficiente. Para las pensiones por vejez, dicha tasa de reemplazo es una medida relativa entre el valor de la prestación en periodo de jubilación y el valor del ingreso en edad laboral². La OIT manifestó que dicha tasa no podía ser inferior al 40% (45% desde 1967) para los trabajadores que en su momento contaran con treinta años cotizados (OIT, 1952). En este marco Latinoamérica acató a estas reformas desde las décadas de 1940 y 1950 (Mesa-Lago, 2004).

A finales del siglo XX, el desarrollo político de América Latina originó una serie de cambios en el manejo económico y social dirigido a una mayor eficiencia en la asignación de los recursos con el fin de garantizar, de la mejor manera, los derechos de la población. En este nuevo panorama se estableció en Colombia la Constitución Política de 1991 que en su capítulo 2 menciona los Derechos Sociales, Económicos y Culturales que gozan sus habitantes (Const., 1991). El nuevo sistema de seguridad social se estableció como un

¹ Ver Mesa-Lago, 2004, p.19.

² La definición general de tasa de reemplazo es la misma a la utilizada en el presente.

servicio público en el cual se garantizan una serie de derechos irrenunciables con el fin de lograr el *bienestar individual* de todas las personas de la nación³.

De esta forma se promulgó la Ley 100 de 1993 bajo los principios establecidos en la Constitución. Las pensiones por vejez se determinaron como un derecho irrenunciable para la población en la salida por vejez del mercado laboral con el propósito de cumplir con los principios generales establecidos anteriormente. Así se estableció el Sistema General de Pensiones (SGP) que garantiza el pago de las prestaciones por entidades:

- Públicas pertenecientes al Régimen Solidario de Prima Media con Prestación Definida (RPM).
- Privadas correspondientes al Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad (RAIS).

El pago de pensiones de dichos sistemas se financia con los recursos de los afiliados aportantes. Los recursos de los afiliados al RPM se abonan a una reserva común destinada al pago de los afiliados actuales, mientras que para los afiliados al RAIS los aportes se dirigen a una cuenta de ahorro pensional⁴. Sin embargo, aunque por afiliado la contribución es la misma, la liquidación de la prestación es diferente, lo que determina escenarios distintos para cumplir con el pago de una prestación que sea suficiente.

Estas diferencias en los montos de la liquidación, posteriormente de la entrada en vigencia del SGP, ocasionaron debates en la utilización de alguno de los dos sistemas principalmente en cuestiones de viabilidad financiera, costos de administración, equidad, eficiencia, etc.⁵. Sin embargo, este debate no es el objeto de este trabajo. El objetivo del presente estudio es mostrar los requisitos que un afiliado necesita tener para llegar a una pensión coherente con los principios del Sistema de Seguridad Social Colombiano, es decir, una pensión suficiente.

³ Véase Artículos 48 y 53 de la Constitución Política de Colombia (1991) y Ley 100 de 1993.

⁴ Véase Artículo 20 de la Ley 100 de 1993.

⁵ Para más información ver Kleinjans (2004), Mesa-Lago (2004), Ferranti (2002) y BBVA (2011).

2.1.1 Panorama Actual

Bajo el principio de suficiencia que permita un nivel de bienestar a cada persona, la observación de los resultados de los sistemas desarrollados se convierte en un asunto de interés. La presente sección da un vistazo a la situación actual del país y se observa su comportamiento con respecto a otros países de la región.

Las condiciones en primera instancia son muy heterogéneas en la región. Por ejemplo, en el presente, la OCDE encuentra en Latinoamérica y el Caribe una tasa de reemplazo neta esperada es de 76% si tienen ingresos bajos, 66% si tienen ingresos promedio y 57% para personas de ingresos altos que empiecen a cotizar a los sistemas de pensiones latinoamericanos (OCDE, 2015). Para el caso colombiano dichas tasas corresponden a 102.7%, 73.8% y 75.8%⁶. Con una gran volatilidad en la región, esta tasa dependería de las características económicas, institucionales y políticas de cada país; así como el método de la liquidación, el valor real de los salarios o la carga tributaria para los pensionados.

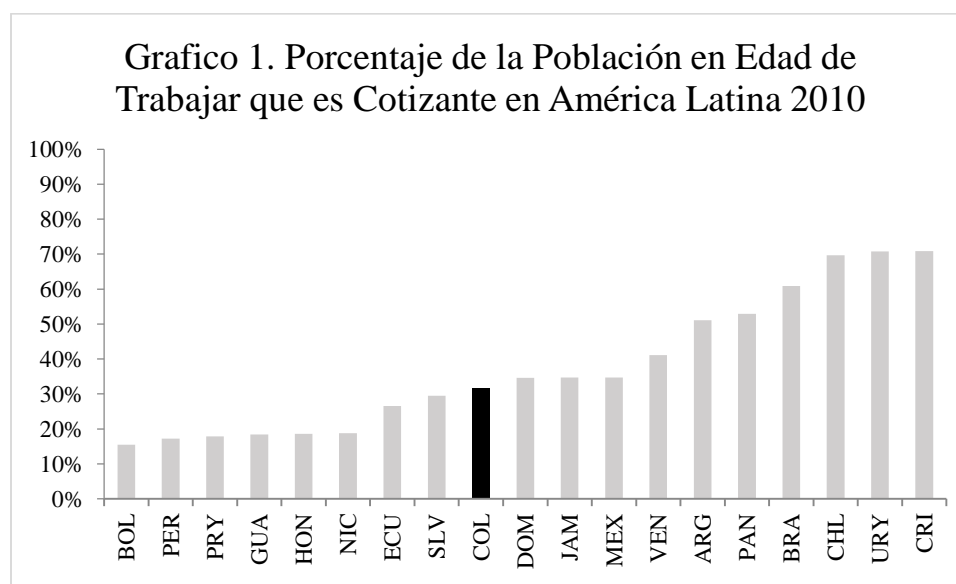
Por otro lado si se observa el panorama entre sistemas públicos de reparto y privados de capitalización se tienen evidencia que bajo los sistemas actuales, los montos de pensión serían mayores en los sistemas de reparto público. Por ejemplo, para el caso chileno, Acuña e Iglesias afirman que las pensiones por vejez son en promedio un 43% menores si se dan en un sistema privado que si son en sistemas públicos (Acuña & Iglesias, 2001). Mientras que la información pública para en el mismo país para el año 2002 tiene una disminución del solo 24 % (Mesa-Lago, 2004). No obstante, se recomienda no brindar conclusiones entre los sistemas en la medida que los efectos totales no son concluyentes en un sistema que no está completamente desarrollado.

El cubrimiento de necesidades básicas se analiza según los montos en salarios mínimos de las pensiones en cada país. En el caso Chileno, se estima que aproximadamente la mitad de los pensionados recibirá una pensión mínima con las cotizaciones actuales (Arenas & Sánchez, 2003); en Argentina, 33% de los hombres y 50% de las mujeres ni siquiera va a alcanzar a tener los requisitos mínimos de pensión y por lo tanto se esperaría un gran porcentaje de personas que recibirían una pensión mínima. Colombia tiene un

⁶ Ver anexo A.1

comportamiento estacionario con una proporción de pensionados de salario mínimo del 70%⁷. Al mismo tiempo se observa un porcentaje de 87% de afiliados que cotiza al sistema por menos de dos salarios mínimos, dejando inquietudes sobre la capacidad de percibir al menos una pensión mínima.

Debido a que en la mayoría de países las pensiones por vejez se obtienen bajo requisitos de un determinado tiempo de cotización y a un ingreso reportado, es preocupante que el porcentaje de personas que cotizan a los sistemas de pensiones de Latinoamérica sea de solo el 44,7% de la población en edad de trabajar para el 2010. El caso de Colombia es todavía más grave, al tener solo el 31% de la población que aporta activamente al sistema (Ver Gráfico 5). Esto afecta en el largo plazo el monto de la pensión de los trabajadores actuales.



Fuente: Bosch, Melguizo y Pagés (2013), “Mejores Pensiones, Mejores Trabajos: hacia la cobertura universal en América Latina y el Caribe”. Banco Interamericano de Desarrollo, Washington, D.C.

Otro factor importante al observar las cotizaciones a pensión es la informalidad. En la medida en que haya más informalidad y desempleo, la probabilidad de dejar de cotizar en algunos periodos es mayor disminuyendo la densidad de cotización. En Latinoamericanos y el Caribe la alta movilidad laboral tiende a desplazar los trabajadores desde un sector formal a sectores

⁷ Ver anexo A.2

desempleado, informal o independiente; la falta de cotizaciones cuando esto sucede modifica la futura pensión. Como lo muestra Goñi et al. (2013) en países como Bolivia, Colombia y Venezuela los trabajadores del sector formal que cambian de empleo, solo 8 de cada 10 se mantienen en la formalidad. Este efecto en la región indicaría que todavía un porcentaje menor al 31% de la población que cotiza estaría en condiciones de recibir una pensión para Colombia.

TABLA 1. RESUMEN PANORAMA ACTUAL

Región	Tasas de Reemplazo	Monto Mínimo de Pensión	Cotizaciones
América Latina	<ul style="list-style-type: none"> - Las tasas de reemplazo varían según el país y el nivel de ingreso. - Las tasas netas son de 76% para ingreso alto, 66% para ingreso medio y 57% para ingreso bajo. 	<ul style="list-style-type: none"> - La mayoría de pensionados terminan con un ingreso mínimo - Para el caso de Chile se espera que sea el 50% de los pensionados. 	<ul style="list-style-type: none"> - El factor principal para lograr mayores niveles de pensión y tener un sistema exitoso, radica en la densidad de cotización de los afiliados. - Solo el 44.7% de la mano de obra de la región cotiza a pensiones. - La informalidad y el desempleo son los factores determinantes en la densidad de la cotización.
Colombia	<ul style="list-style-type: none"> - Las tasas netas son de 102.7% para ingreso alto, 73.8% para ingreso medio y 75.8% para ingreso bajo. - Los efectos tributarios no son considerables. 	<ul style="list-style-type: none"> - En Colombia la tendencia es constante, el 70% de los pensionados recibe 1 y 2 salarios mínimos. 	<ul style="list-style-type: none"> - La baja densidad de las cotizaciones en Colombia es un fenómeno más acentuado que en el resto de Latinoamérica. - La movilización a sectores informales y desocupados puede explicar el 30% de la población activa que cotiza a pensiones.

Con este esquema se encuentra que a nivel agregado, la mayoría de la población no tiene los requerimientos para acceder a una pensión. En este orden de ideas, si la mayoría no podría acceder a este servicio de la seguridad social, aquellos que lo puedan hacer no estarían en condiciones de recibir una prestación que tenga en cuenta los lineamientos constitucionales ni la normatividad internacional en términos de suficiencia. Sin embargo, al presentar este nivel de suficiencia se ha señalado de forma ambigua como una característica que se debe cumplir más no un concepto definido con el cual se pueda tener algún criterio justificado. El siguiente segmento aborda el problema de forma empírica y realiza una validación según los elementos revisados.

1.2 Hipótesis del ciclo de vida (HCV)

En esta sección mostramos los principales avances que permitirían establecer criterios más objetivos de bienestar y con elementos que permitan cuantificarlos. Para esto se utiliza los elementos más relevantes de la Hipótesis del Ciclo de Vida y llevándolos a un plano más actual para observar las pruebas empíricas desarrolladas por otros autores en diferentes economías en el caso especial de las personas jubiladas. De esta forma, se espera tener las pautas para una posterior definición del término de pensión suficiente.

Del mismo modo que los principios de los sistemas de seguridad social se consolidaron hacia las décadas de 1940 y 1950, se empezaban a postular las bases que explicaban el comportamiento de los individuos frente a los ingresos que se tuvieran en el transcurso de la vida. Este segmento se centrará en mostrar el análisis primigenio de utilidad realizado por Modigliani y Brumberg sobre la decisión intertemporal de consumo y ahorro, seguido de la observación a modelos de control óptimo comúnmente usados en la teoría económica y financiera. Estos últimos aunque poseen elementos más sofisticados, mantienen la misma concepción del problema de elección.

1.2.1 Modelo básico

En el año 1954 Franco Modigliani y Richard Brumberg publican el artículo “*Utility Analysis and The Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data*” (Brumberg & Modigliani, 1954). En este se expone el problema de un individuo del cual se asume que solo puede obtener utilidad del consumo realizado y de los activos que les herede a sus sucesores y que puede hacer una estimación del ingreso a lo largo de su vida. A partir de una concepción del ingreso que va percibir toda su vida, la decisión entre consumir y ahorrar en cada punto de tiempo se realiza de forma óptima.

Con un individuo que toma decisiones de forma racional, el modelo inicia con las siguientes variables de entrada:

- c_t : Consumo del individuo al año t .
- y_t : Ingresos no derivados del interés al año t .
- a_t : Ahorro a la edad t .
- r : Tasa de interés.
- N : Lapso de ingresos.
- M : Lapso de jubilación.
- L : Lapso de vida, igual a $N + M$.
- t : Tiempo presente.
- τ : Tiempo futuro.

La función de utilidad se puede representar como:

$$U = U(c_t, c_{t+1}, \dots, c_L, a_{L+1})$$

El individuo buscará maximizar la utilidad de acuerdo a una restricción presupuestal que bajo una tasa de interés r constante se puede representar como:

$$a_t + \sum_{\tau=t}^N \frac{y_{\tau}}{(1+r)^{\tau+1-t}} = \frac{a_{L+1}}{(1+r)^{L+1-t}} + \sum_{\tau=t}^L \frac{c_{\tau}}{(1+r)^{\tau+1-t}}$$

La parte izquierda muestra la acumulación de todo el ingreso de que dispone y la derecha todos los posibles usos que le generarían alguna utilidad al individuo. Es decir, su consumo en el trayecto de su vida y el monto de su herencia no puede ser mayor que su ingreso que percibió (no hay transferencias de otros agentes).

Del sistema resultan $L - t + 3$ ecuaciones para $L - t + 1$ soluciones de \bar{c}_τ , \bar{a}_{L+1} y $\bar{\lambda}$ (ver anexo B). En las cuales se observa el fenómeno, si el ingreso actual $y_t + ra_t$ es diferente al consumo actual c_t existirá ahorro o desahorro en el presente. De la misma forma para el ingreso esperado $y_\tau + ra_\tau$ que sea diferente al consumo planeado en c_τ generará un ahorro o desahorro futuro a la edad τ .

Se hacen dos suposiciones en la formulación del modelo:

Supuesto 1: $a_1 = 0$, $\bar{a}_{L+1} = 0$. El individuo “empieza” el ciclo vital sin ningún ahorro y además no planea dejar ninguna herencia de este ahorro. Bajo la ecuación (I. 2) se tiene entonces que:

$$\bar{c}_\tau = f(v_t, t, \tau), \quad \tau = t, t + 1, \dots, L$$

Donde

$$v_t = \sum_{\tau=1}^N \frac{y_\tau}{(1+r)^{\tau+1-t}} + a_t$$

Que es la riqueza vital de la que dispone.

Supuesto 2: La función de utilidad es tal que la proporción de sus recursos que planea dedicar al consumo en cualquier año τ del resto de su vida está determinado por sus gustos y no del tamaño de sus recursos. De manera que:

$$\bar{c}_\tau = \gamma_\tau^t v_t, \quad \tau = t, t + 1, \dots, L$$

Dado un t y un τ , el valor de γ_τ^t depende de forma específica de la forma de la función U y en la tasa de interés r que es independiente de v_t . Se así tendría una función de utilidad homogénea de algún grado positivo para c_t, c_{t+1}, \dots, c_L .

Como resultado se obtiene bajo escenarios de cero transferencias y una proporción dedicada al consumo independiente de la riqueza vital, un individuo tiene la decisión de consumo dependiente de las preferencias. Rescribiendo la restricción presupuestal bajo la inclusión de las expectativas frente al futuro se tendría que la asignación óptima para individuos que no van a dejar una herencia es:

$$E[v_t] = E \left[\sum_{\tau=t}^L \frac{\gamma_t^\tau v_\tau}{(1+r)^{\tau+1-t}} \right]$$

Para los que sí:

$$E[v_t] = E \left[\frac{a_L}{(1+r)^{L+1-t}} + \sum_{\tau=t}^L \frac{\gamma_t^\tau v_\tau}{(1+r)^{\tau+1-t}} \right]$$

El planteamiento de Modigliani y Brumberg es que la tasa γ_t^τ es una constante, es decir, la proporción de su riqueza vital que se destina al consumo es idéntica en cada periodo. Independientemente de su riqueza vital mayor o menor la tasa de consumo no cambia, es decir, el individuo puede aumentar su consumo en la misma proporción que el aumento de su riqueza vital en cada periodo. La principal razón para que esta condición no se cumpla es por la existencia de choques en los valores esperados.

1.2.2 Extensiones

El modelo estándar actual de consumo intertemporal se desarrolla a partir de la ecuación de programación dinámica de Bellman et al. (2003), donde a partir de una elección inicial se configura el conjunto de elecciones futuras. El modelo que se muestra a continuación es una síntesis de los propuestos por Bernheim (Bernheim, Skinner, & Weinberg, 2001) y Moscoso (Moscoso, 2008) para la realización de las trayectorias de consumo.

Análogamente, el modelo inicia con las siguientes variables de entrada:

C_t : Consumo del individuo en el periodo t .

Y_t : Ingresos no derivados del interés en el periodo t .

- A_t : Ahorro a la edad t .
 r_t : Tasa de interés al periodo t .
 δ : Tasa constante de preferencia presente.
 ${}_{k-1}q_x$: Probabilidad de fallecimiento del individuo entre el periodo $k-1$ y k .
 L : Tiempo de vida.

Con un problema de maximización de utilidad sujeto a una restricción presupuestal de:

$$V(A_t) = \max_{C_t} \left\{ U(C_t) + E_t \left[\sum_{s=t+1}^{\infty} \lambda_{t,s} U(C_s) \right] \right\}$$

s. a.

$$A_{t+1} = (1 + r_{t+1})(A_t + Y_t - C_t) \quad y \quad A_L \geq 0$$

Donde $\lambda_{t,s}$ representa:

$$\lambda_{t,s} = \left(\frac{1}{1 + \delta} \right)^{s-t} \prod_{k=t+1}^s {}_{k-1}q_x$$

Bajo este modelo, los factores que influyen en la elección de los individuos son la preferencia continua por consumo presente, la probabilidad de muerte y las expectativas condicionadas a la información en el periodo t .

La solución para este modelo viene dada por⁸:

$$U'(C_t) = \left(\frac{{}_{k-1}q_x}{1 + \delta} \right) E_t [(1 + r_{t+1})U'(C_{t+1})] \quad (I. 1)$$

De la ecuación (I. 1) se puede mostrar características similares a la hipótesis de Modigliani y Brumberg en relación a los cambios de las expectativas respecto a las tasas de interés y las preferencias. No obstante incluye dos elementos muy importantes: Primero, el futuro solo se puede comparar respecto a las presente si se tiene en cuenta la probabilidad de la realización de dicho consumo (la probabilidad de fallecimiento), su preferencia por consumo presente δ y el aumento del consumo futuro por un efecto de rentabilidad. El segundo aspecto, el más

⁸ Procedimiento en anexo C.

relevante, se encuentra en la comparación entre utilidades marginales del consumo más no en los montos de consumo en sí. Es decir, bajo el nuevo modelo, los agentes racionales no buscan mantener un consumo igual, lo que buscan es mantener un nivel de satisfacción uniforme a lo largo de su vida.

Bernheim plantea una serie de relaciones sistemáticas que tiene en cuenta HCV⁹ (Bernheim, Skinner, & Weinberg, 2001). La forma en que interactúan estos factores con el consumo a lo largo de la vida se clasifica según el autor en tres categorías: La primera, muestra que un cambios en la riqueza derivan en cambios sistemáticos en el crecimiento del consumo, por ejemplo un aumento de la paciencia condiciona un mayor ahorro y por lo tanto un mayor consumo futuro. La segunda se deriva de cambios de preferencias abruptamente en un punto de tiempo. La tercera categoriza la relación sistemática entre un aumento en la riqueza y el nivel de consumo, diferenciándose de la primera categoría en que esta tiene en cuenta el consumo total a lo largo de la vida y no el crecimiento en un periodo de tiempo. Estos factores se ponen a prueba en Estados Unidos y obtiene los resultados mostrados en el siguiente segmento.

1.2.3 Examen Empírico

Como primer hallazgo, Bernheim, Skinner, y Weinberg encuentran que el crecimiento del consumo no está relacionado con la riqueza a edad de retiro, es decir que los factores en la primera categoría no explican la diferencia entre el consumo. Entre estos efectos están la preferencia de consumo presente, la expectativa de sobrevivir, ingreso incierto o motivos de precaución. Al contrario, encuentran que una buena parte de la discontinuidad en el consumo en la jubilación está correlacionada negativamente con el ahorro para el retiro (incluye cualquier clase de activos) y las tasas de reemplazo del ingreso. El ahorro para el retiro de la tercera categoría y el efecto de la tasa de reemplazo entraría en la segunda categoría. Haciendo énfasis en que estos dos efectos no explican el total de la caída, sino que pueden haber otros que pueden llegar a haber perturbaciones de otro tipo.

⁹ Bajo el problema de la ecuación I.6

Modelos más detallados en el cumplimiento de la HCV para la edad de retiro, igualmente muestran resultados parciales. Para el caso británico, Banks trata de resolver la caída del consumo observada a través del planteamiento de distintos modelos basados en el análisis de ciclo de vida. Según la edad de la cabeza del hogar, encuentra que las expectativas sobre el ingreso y el tamaño del hogar son variables importantes al predecir la caída del consumo total de los hogares en la medida en que estas afectan las preferencias del hogar. Sin embargo, se muestra que los factores del ciclo de vida solo pueden explicar dos tercios de la caída del consumo en la edad de retiro, alegando que los efectos restantes tienen motivo en los choques no anticipados por los hogares, por ejemplo, una expectativas de pensión inconsistentes (Banks, Blundell, & Tanner, 1998).

Otra evidencia presentada apoya la hipótesis del consumo intertemporal parcialmente, por lo menos en algunos países con una estructura económica determinada. Gourinchas y Parker muestran un aumento del ahorro para la jubilación a partir de los 30 años en algunos segmentos de la población más educada a la par de una disminución del consumo de hasta el 20% de los individuos entre los 40 años a los 60 años de edad en los Estados Unidos (Gourinchas & Parker, 2002).

Melo, Téllez y Zárate et al. (2006) realizan un análisis de cointegración que muestra un comportamiento de U invertida en el crecimiento del ingreso y el consumo de los hogares colombianos. Estos autores advierten que en Colombia este efecto puede estar causado por la estructura de los mercados de valores y de los sistemas pensionales nacionales. El comportamiento de U invertida lo explica más a fondo Tovar (2005) que encuentra que el factor principal para mayores tasas de ahorro es un mayor nivel de ingreso disponible, en línea con lo mencionado por Bernheim y Banks. Sin embargo, las volatilidades del ingreso altas también ayudarían a tasas de ahorro más altas brindando argumentos a favor del cumplimiento de la HCV.

1.3 ¿Qué es la pensión suficiente?

Con la recolección de información teórica y empírica englobada en el entorno de la región se puede determinar un concepto de suficiencia para una pensión. Con la consideración de

bienestar individual establecido por la seguridad social se encuentra una armonía con los fundamentos la HCV. En la medida en que se maximice la utilidad, mayor será el bienestar de individuo.

Los determinantes en los montos del consumo y su respectiva utilidad marginal son entonces factores importantes de la pensión suficiente. Los estudios observados muestran que los cambios de consumo en la edad de retiro se dan principalmente por cambios en el monto del ahorro, en la tasa de reemplazo, en el ingreso y sus respectivas expectativas, con la variación de las características demográficas contenidas. Bajo efectos constantes del monto de ahorro y las expectativas en el ingreso de jubilación, se esperaría que el cambio en el consumo dependiera principalmente de la tasa de reemplazo. De esta forma los cambios en el consumo debería fijar el la tasa de reemplazo suficiente, en la medida que fija los niveles de bienestar óptimos.

Pero ¿Por qué se podría dar un cambio del consumo?, con los efectos particulares de la paciencia por individuo, la expectativa de muerte y tasa de interés, la caída del consumo se puede dar por el cambio de las preferencias a edad de retiro. De manera que las utilidades marginales de consumo entre un periodo y otro pueden ser iguales aun cuando los gastos reales en bienes y servicios sean diferentes. Por ejemplo, una persona a edad productiva gasta 10% de su ingreso anual en educación (ya sea para él o los miembros de su hogar) pero en su retiro probablemente no tiene la necesidad de educarse, no realizará dicho gasto, y disminuiría su consumo total en un 10%¹⁰ con un nivel de bienestar constante.

De esta forma establecemos el término de pensión suficiente como:

“El monto de pensión que le permite a un individuo ajustarse a unas nuevas preferencias dada su edad de retiro, manteniendo su nivel de bienestar constante”.

Por lo observado por los autores en las economías norteamericanas y británicas así como los estudios realizados por Melo y Tovar, se tiene en cuenta para la estimación de la pensión suficiente todos los factores (en especial el ingreso corriente) que puedan interactuar con el consumo y por lo tanto con los niveles de bienestar de los individuos.

¹⁰ Con las demás preferencias constantes.

2. ASPECTOS EMPÍRICOS

2.1 Datos

Al momento de hacer estudios sobre seguridad social, en especial al querer observar el comportamiento de los individuos frente el consumo en el tiempo, lo más aconsejable es tener una serie de datos tipo panel para garantizar una medición correcta de los fenómenos propuestos por la teoría. Es así como la mayoría de estudios que buscan comprobar los planteamientos de la HCV se sustentan en la *data* otorgada por encuestas como la Panel Study of Income Dynamics (USA), Socioeconomic Panel Study (Alemania) o la Encuesta de Protección Social (Chile). Sin embargo, solo hasta el año 2012 se implementó en Colombia la Encuesta Longitudinal de Protección Social que hasta ahora recolecta la información de los periodos 2012 y 2014, razón por la cual no presenta información completa para el desarrollo de la temática aquí expuesta. La siguiente información muestra una descripción de la *data* usada y las implicaciones que esta tiene en los resultados.

2.1.1 Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos 2006-2007

La Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos 2006-2007 (ENIG) contiene información sobre el monto, la fuente y la distribución de los ingresos y gastos de 42,733 hogares representativos del total del territorio nacional. Busca determinar el ingreso real y monetario, el gasto en consumo, no consumo y gastos de capital; así como determinar características de vida de los hogares encuestados. Esto bajo la utilización de cuatro formularios:

- Formulario 1: Mercado Laboral.
- Formulario 2: Cuaderno de Gastos Diarios y Semanales del Hogar.
- Formulario 3: Cuaderno de Gastos Menores Frecuentes.
- Formulario 4: Cuaderno de Gastos Personales.

El primer formulario sirve para la identificación de la muestra y recepción de los ingresos percibidos por los encuestados y sus posibles fuentes, teniendo en cuenta que en estos no se cuentan los deducibles como los aportes a seguridad social. El segundo busca información

sobre el monto de los gastos que tengan una frecuencia diaria, como alimentos, bebidas y gasto en el transporte público de forma evidente, es decir, se le pregunta a la persona encuestada si hace y/o recibe algún bien o servicio. El tercero muestra los gastos pertenecientes a diferentes categorías como vivienda, salud, educación, recreación, etc., con una periodicidad máxima anual. El último, observa el gasto en artículos personales de los perceptores de ingreso.

2.1.2 Estudio de Crecimiento Salarial Porvenir S.A. 2015

El Estudio de Crecimiento Salarial Porvenir S.A. (ECSP) se desarrolla con el fin de identificar el crecimiento de los salarios de los afiliados en la AFP que efectivamente cotizan a una pensión. El estudio representa la información de los montos de las cotizaciones a pensiones de 331,633 afiliados entre 17 y 79 años de edad. Se observa el crecimiento del salario de cada individuo en la muestra y posteriormente se agrupa dicha información a través de una media estimada según cohortes y número de salarios mínimos devengados. Las cohortes tienen un intervalo de 10 años, excepto para la primera y se encuentran segregadas por sexo. Los resultados muestran una tasa de crecimiento de los salarios desde el inicio hasta el final de la cohorte¹¹.

2.1.3 Implicaciones

En principio, la utilización de los datos de corte transversal dificulta la estimación ya que se puede perder consistencia en los resultados. Sin embargo, ante la falta de cifras a largo de un intervalo la mejor opción es utilizar la información con un manejo adecuado. Según las metodologías de Banks (1998), Melo (2006) y Tovar (2008) se encuentra que bajo la agregación de individuos con características socioeconómicas similares la estimación de cambios en el consumo resulta más conveniente. Adicionalmente según los hallazgos de los autores se concentran los esfuerzos en obtener la información del gasto y el ingreso total. Por

¹¹ Debido a la naturaleza privada del estudio, no se muestran los resultados de este.

lo cual se crea un panel de datos sintético de acuerdo a características de educativas, teniendo en cuenta el tamaño de la muestra para un panel más consistente.

El primer paso en el proceso de depuración de datos consistió en la organización de la información brindada por los microdatos de la ENIG. Se agregó el ingreso sin subsidios y el consumo realizado. El primero hace referencia al ingreso en un mes de cualquier fuente excepto subsidios estatales y restándole deducciones e impuestos. El valor de los gastos en un mes de cualquier bien corresponde al consumo. Cada bien está representado por un código, donde los primeros dos dígitos representan las siguientes categorías:

- 01 - Alimentos y bebidas no alcohólicas
- 02 - Bebidas alcohólicas, cigarrillos y afines
- 03 - Prendas de vestir y calzado
- 04 - Alojamiento, agua, electricidad, gas y otros combustibles
- 05 - Muebles, artículos para el hogar y para la conservación ordinaria del hogar
- 06 - Salud
- 07 - Transporte
- 08 - Comunicaciones
- 09 - Recreación y cultura
- 10 - Educación
- 11 - Restaurantes y hoteles
- 12 - Bienes y servicios diversos

Se identifica cada hogar y a cada uno se le asigna la suma de los valores en ingreso. El consumo y el gasto en cada categoría por cada individuo que posean. Lo que procede es asignarle variables descriptivas según características del jefe de hogar en su nivel educativo y su edad. Luego se depura según la respuesta en la pregunta P5240¹², para los individuos que respondieron que sus ingresos son suficientes para cubrir los gastos básicos del hogar y se obtiene una data de corte transversal con 26,318 hogares, de los 42,733 iniciales, y 17 variables más un factor de expansión. Las posteriores agrupaciones entre hogares tendrán en

¹² La pregunta dice: ¿Usted considera que los ingresos mensuales de su hogar son...?: a. Son más que suficientes para cubrir los gastos básicos del hogar b. Son suficientes para cubrir los gastos básicos del hogar c. No alcanzan para cubrir los gastos básicos del hogar

cuenta el factor de expansión relativo frente a la población objetivo para poder tener un punto de comparación hogar a hogar coherente.

La conformación de los paneles se realiza bajo la identificación de individuos representativos según el nivel educativo de los jefes de hogar para tres categorías: básica o inferior, media o superior. La información presentada de esta forma tiene 10,658 individuos que cuentan con un nivel de educación igual o inferior a la primaria, 10,237 con un nivel mayor a primaria pero igual o menor de un bachillerato y 5,423 con un grado de educación superior al bachillerato. Por lo cual se considera la construcción de un panel de datos para cinco individuos representativos: dos de nivel de educación menor o igual al básico, dos de nivel de educación medio y uno de nivel educativo superior; cada uno con 70 periodos de observación desde los 16 a los 85 años¹³.

Por otro lado, la información de productividad proveniente del ECSP tiene un valor agregado al presente estudio. Ya que por un lado tiene en cuenta el aumento real de los salarios de individuos que efectivamente cotizan al SGP y que resuelve en una característica muy importante en la consideración de los escenarios de alcance para la pensión suficiente desarrollada posteriormente. También la disminución del efecto de distorsiones causadas por algún proceso de recolección estadística es un efecto a considerar ya que puede determinar escenarios menos sesgados.

¹³ Desde el inicio de la edad productiva hasta la esperanza de vida actual.

3. METODOLOGÍA

La literatura utiliza regularmente las tasas de reemplazo como herramienta para obtener los niveles adecuados de pensión, así como los impactos que de dicha tasa pueda tener en el bienestar. En este estudio se examina la suficiencia de una pensión bajo el mismo instrumento. La estimación de una tasa de reemplazo suficiente será aquella que pueda mantener un nivel de bienestar constante. Bajo los principios y con la construcción teórica realizada en las últimas décadas a partir de un análisis de la HCV, como los mostrados en la sección 1, se procederá a construir el valor de la tasa de reemplazo suficiente y, posteriormente, la elaboración de posibles escenarios para un afiliado del SGP bajo las restricciones de información y estimación expuestas.

3.1 Estimación de la pensión suficiente

Dada la definición de la se sección 1, se procederá a estimar los cambios en el consumo derivados únicamente del comportamiento de sus preferencias. Como se observó, los individuos planean su consumo bajo un equilibrio esperado en su utilidad de un periodo a otro, descontándole factores como la paciencia, la expectativa de morir y la tasa de interés. La ecuación (I. 1) muestra cómo se relacionan estos factores:

$$U'(C_t) = \left(\frac{k-1/q_x}{1+\delta} \right) E_t[(1+r_{t+1})U'(C_{t+1})] \quad (\text{I. 1})$$

De manera que lo primero que se realizará es encontrar la validez del modelo bajo la información recolectada. La metodología usada para este proceso será la construcción de estimadores lineales que permitan identificar la variación explicada en los niveles de

consumo. A partir de función de utilidad isoelástica y bajo operadores logarítmicos, la expresión (I. 1) se puede expresar como¹⁴:

$$\ln(C_{t+1}) = -\alpha \ln(1 + \delta) + \ln(C_t) + \alpha \ln\left(\frac{q_{k-1}}{q_x}\right) + \alpha \ln(1 + r_{t+1})$$

$$\alpha = \frac{1}{\gamma}$$

Se procede entonces a realizar una estimación mediante regresión lineal según la técnica que mejor se ajuste, para así obtener que:

$$\ln(C_{t+1}) = \beta_0 + \beta_1 \ln(C_t) + \beta_2 \ln\left(\frac{q_{k-1}}{q_x}\right) \quad (\text{III. 1})$$

$$\beta_0 = \alpha \ln(1 + r_{t+1}) - \alpha \ln(1 + \delta)$$

Con esta información se observaría el cambio del consumo total de toda la población en conjunto. Con el análisis de los resultados se establecerán las variables con un grado mayor de influencia en las decisiones de consumo según los estadísticos de significancia en cada uno de los parámetros β . Posteriormente se realiza un test Wald sobre el modelo con las variables pertinentes encontrando el valor más significativo en un cambio abrupto de los parámetros. De manera que si existe dicho cambio, este se puede cuantificar por:

$$\ln(C_{t+1}) = \beta \ln(X) + \theta D \quad (\text{III. 2})$$

El crecimiento del consumo estaría explicado normalmente por el crecimiento de unas variables X más un cambio en un punto de tiempo donde la variable dicotómica D toma valores de cero o uno, antes o después del cambio estructural que presente el consumo. El parámetro θ por su parte encuentra el cambio promedio en cada periodo después del quiebre estructural.

Sin embargo, como se espera que este cambio en el consumo sea diferente según las preferencias, se miran las preferencias reveladas en las 12 categorías de la ENIG y se tendría en principio que:

$$C_{i_t} = a_{i_t} * C_t$$

¹⁴ Se utiliza un rendimiento real constante validando el procedimiento de Tovar (2008) en información de corte transversal. Para encontrar la resolución del problema ver anexo D.

En donde a_{i_t} es la proporción del consumo total gastada en la categoría i en un mismo periodo t . En el caso de una medición con (III. 1), el cambio en $C_{i_{t+1}}$ estaría dado por:

$$\ln\left(\frac{C_{i_{t+1}}}{a_{i_{t+1}}}\right) = \beta_0 + \beta_1 \ln(C_t) + \beta_2 \ln\left({}_{k-1}q_x\right)$$

$$\ln(C_{i_{t+1}}) = \beta_0 + \beta_1 \ln(a_{i_{t+1}} * C_t) + \beta_2 \ln\left({}_{k-1}q_x\right) \quad (\text{III. 3})$$

Con el mismo proceso de (III. 2) se valida la significancia de la variable dicotómica en cada categoría i y se encontraría si el valor θ es el cambio promedio para esa categoría en la edad de vejez que indicaría el t de cambio estructural. A este resultado se le denominará como la tasa de reducción constante del consumo en la jubilación s_i .

Con las tasas s_i para cada categoría de consumo, se puede llegar a la construcción de las tasas de reemplazo suficientes para la población, segregándola según los niveles de ingreso. Con la técnica de Lozano et al. (2010), se tienen las proporciones del consumo total a_{ij} gastadas en cada categoría i para un individuo representativo de cada décil del ingreso j , obteniendo una matriz de tamaño 12x10 de la siguiente forma:

TABLA 2. PONDERACIONES DEL CONSUMO POR DÉCIL

		Décil del Ingreso			
		I	II	...	X
Categorías de Consumo	Alimentos y bebidas no alcohólicas	a_{I1}	a_{II1}	...	a_{X1}
	Bebidas alcohólicas, cigarrillos y afines	a_{I2}	a_{II2}	...	a_{X2}

	Bienes y servicios diversos	a_{IN}	a_{IIN}	...	a_{XN}

Fuente: Lozano (2010).

Bajo la expresión (III. 2) se obtendría que el efecto en cada periodo estaría dado por:

$$C_{t+1} = X^\beta e^\theta, \quad t \geq \text{Edad de jubilación}$$

El efecto promedio de las tasas de cambio del consumo s_i , la tasa de reemplazo suficiente para un individuo de un determinado décil en su primer año de jubilación T estaría dada por:

$$TRS_{I_T} = \sum_{i=1}^N a_{Ii} * e^{s_i} \quad (\text{III. 4})$$

Para los años posteriores al primer año de jubilación se tendría que la tasa de reemplazo sería:

$$TRS_{I_{T+k}} = (TRS_{I_T})^k, \quad k = 1, 2, \dots, L \quad (\text{III. 5})$$

Donde T es el año de pensionarse, k los años posteriores y L la expectativa de vida.

Como se observa, esta característica indicaría una tasa de reemplazo variable en el tiempo. Sin embargo, con la normatividad actual las pensiones no pueden disminuir su valor real en el tiempo¹⁵. Por lo cual, para obtener una única tasa de reemplazo suficiente se establece la tasa de reemplazo en la edad de 71 años $TRS_{I_{71}}$ que representaría la mitad del periodo desde la edad de pensión hasta la expectativa de vida tanto para hombres como para mujeres; según la edad de pensión obligatoria dispuesta por el Artículo 33 de la Ley 100 de 57 años para mujeres y 62 para hombres (Ley 100, 1993) y la expectativa de vida de 85 y 80 años para mujeres y hombres, según las tablas RV08 vigentes a 2016 (Resolución 1555, 2010).

De esta manera la pensión suficiente será el monto igual o mayor al producto del ingreso en edad productiva y la tasa de reemplazo suficiente en cada caso.

3.2 Construcción de escenarios de alcance

En la construcción de los escenarios se manejarán las disposiciones legales en vigentes a mayo de 2016 referentes a este tema en Colombia. Se presentan los cálculos necesarios para obtener la tasa de reemplazo suficiente para el Régimen Solidario de Prima Media con Prestación Definida (RPM) y en el Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad (RAIS) suprimiendo las distorsiones causadas por la inflación con una medida estándar de los valores

¹⁵ Artículo 35 de Ley 100 de 1993

de salarios futuros y capitales en salarios mínimos reales. Para periodos posteriores se usa una tasa del 1.24% como esperanza del crecimiento real del salario mínimo (Resolución 3099, 2015).

3.2.1 Régimen Solidario de Prima Media con Prestación Definida

Para el caso del RPM se mostrarán los escenarios en los cuales un individuo puede alcanzar la tasa de reemplazo suficiente de acuerdo con el Artículo 34 de la Ley 100 de 1993 modificado por el artículo 10 de la Ley 797 de 2003. En esta se muestra el cálculo que se debe seguir para obtener el monto de pensión de un afiliado según el número de semanas cotizadas al SGP y el monto del ingreso base de liquidación (IBL)¹⁶ bajo la siguiente formulación:

$$r = 65.5 - 0.5 \left(\frac{IBL}{SMMLV} \right) + 1.5 \left(\frac{SC - 1300}{50} \right) \quad (\text{III. 6})$$

SMMLV es el salario mínimo legal mensual vigente en el momento de la liquidación y *SC* las semanas cotizadas al SGP. El valor de *r* es una tasa de reemplazo que se aplica en el *IBL*. Esto bajo los requisitos de edad mencionados y, además, un número de semanas mínimas cotizadas de más de 1300. Se tendría para escenarios con un crecimiento salarial de cero en los últimos 10 años de cotización, la tasa *r* es comparable con la tasa de reemplazo suficiente *TRS_t* ya que para cálculos reales el IBL sería un promedio de términos iguales. Sin embargo, al incluir productividad la comparación no se puede realizar de forma directa ya que el promedio de los salarios cotizados en los últimos 10 años que realiza el IBL no se haría sobre términos semejantes. Por lo que es necesario multiplicar *r* por un factor de corrección *a* para hacer comparables las tasas de reemplazo suficientes.

Con estas tasas se estimarán los casos en los cuales la pensión logra ser suficiente de acuerdo a los salarios y las semanas cotizadas.

3.2.2 Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad

¹⁶ El IBL es un promedio de los ingresos reales mensuales por los cuales cotizó al SGP en los últimos 10 años.

La estimación de una pensión en el RAIS es más compleja ya que el monto de la pensión se realiza según un ahorro pensional alcanzado, la esperanza de vida del grupo familiar y una serie de parámetros referentes a la rentabilidad, crecimiento de la mesada y los gastos de administración en los periodos posteriores al inicio del pago de pensión. Para ello se utilizan las disposiciones contenidas en la Resolución 3099 de 2015. La metodología del cálculo de una mesada pensional en el RAIS que se puede expresar como:

$$m_{RAIS} = \frac{CAP}{FAC} \quad (\text{III. 7})$$

Donde m_{RAIS} es la mesada pensional, FAC es un factor actuarial que tiene en cuenta la reglamentación brindada por la norma¹⁷ y CAP sería el capital necesario para financiar dicha mesada. Se calcula FAC según el caso se tendría el monto de un capital suficiente, que permita financiar una pensión suficiente.

Por lo tanto, con la determinación del “saldo suficiente”, se examinan los diferentes requerimientos en la acumulación de capital que deben tener los afiliados al RAIS para alcanzar dicho nivel en el presente. Estos requerimientos para obtener una acumulación deseada se estiman según:

- La densidad de las cotizaciones.
- El incremento de la productividad.
- La Rentabilidad de los Fondos.
- El sexo.

La densidad de las cotizaciones se tendrá en cuenta escenarios con 100%, 70% y 35% de densidad de cotización bajo el panorama descrito por la OCDE (2015). En el incremento de la productividad se tendrán escenarios con la productividad estimada por el ECSP y un crecimiento salarial del 0% a lo largo de la vida. Por último se calculan saldos con las tasas de rentabilidad real del 8%, 6% y 4% de los fondos de mayor riesgo, riesgo moderado y conservador respectivamente¹⁸. De esta forma se observará en qué casos un afiliado puede

¹⁷ Ver anexo E.

¹⁸ Según las rentabilidades señaladas por la Superintendencia Financiera (Superfinanciera, 2010)

tener el derecho a una pensión suficiente que mantenga su nivel de vida después de las edades de pensión anteriormente mencionadas.

4. ESTIMACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En la presente sección se mostrará las estimaciones de una tasa de reemplazo suficiente y los escenarios para acceder a una pensión congruente con dicha tasa. En primer lugar se analiza el comportamiento de la muestra seleccionada y se establecen características para la posterior estimación. La segunda parte realiza las estimaciones de la tasa de reemplazo según la metodología propuesta en la sección 3, agrupando los resultados según criterios propuestos. La última parte estima los requerimientos en cada uno de los sistemas y analiza dichos resultados.

4.1 Análisis descriptivo

Para la muestra de 26,318 hogares se tiene que los individuos cabeza de hogar mayores y menores de 60 años tienen una relación 1 a 3, respectivamente. El consumo es un 30.15% menor en las personas más adultas respecto a los más jóvenes. Con un decrecimiento del ingreso para personas de la tercera edad del orden del 22.93%, la diferencia entre el ingreso y el consumo total sería del 7.19%. Cifra que se podría explicar por algún cambio en sus preferencias a edad de vejez. Supuesto que se comprobará posteriormente.

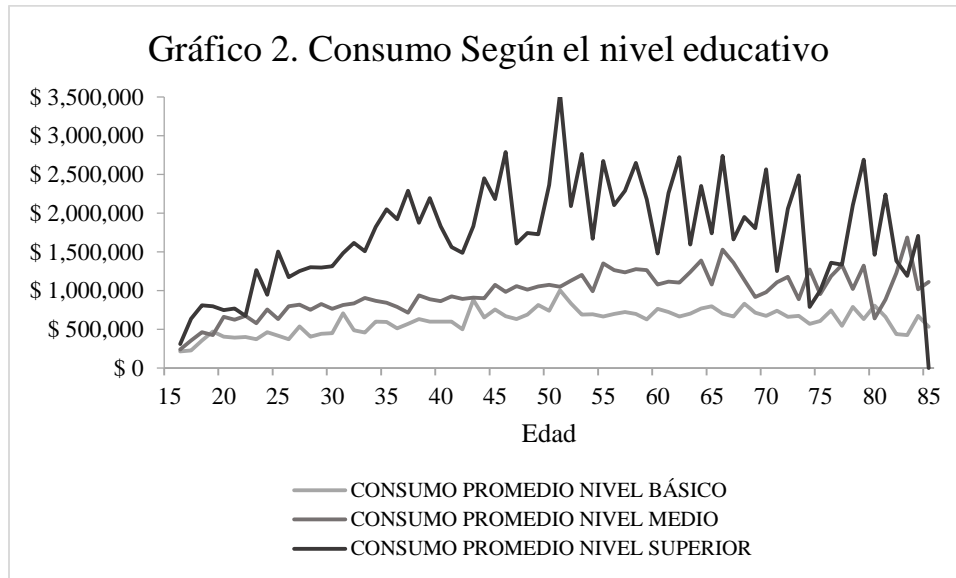
Por otro lado, al agrupar según niveles de ingreso se obtiene que para cada quintil las relaciones de ingreso y consumo son diferentes. Mientras que en el general de la población el 10% del ingreso no se consume en el mismo periodo, para los sectores más pobres esta relación muestra un comportamiento inverso, consumiendo hasta tres veces su ingreso. Este comportamiento puede estar explicado por la naturaleza transversal de la información, por alguna influencia de autoconsumo, por subsidios en especie o ayudas de otro tipo no observadas. La Cuadro 4.1 muestra el nivel de ingreso y consumo medido en salarios mínimos para cada quintil.

CUADRO 1. INGRESO Y CONSUMO EN SMMLV

	Ingreso	Consumo
Total	2.30	2.08
Quintil 1	0.33	1.08
Quintil 2	0.89	1.40
Quintil 3	1.40	1.68
Quintil 4	2.42	2.28
Quintil 5	6.91	4.27

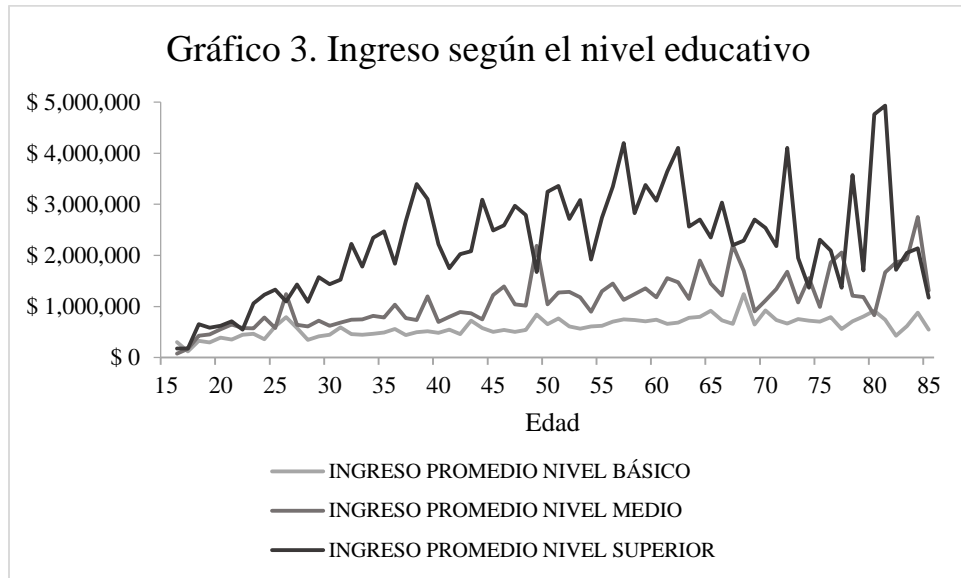
Fuente: DANE (2007). ENIG 2006-07. Estimaciones del autor.

Bajo esta información se encuentra una distribución del ingreso desigual para la población, característica común en la población colombiana. La diferencia entre ingreso y consumo indicaría el monto de ahorro y por lo tanto una propensión a ahorrar más alta en los hogares con mayores ingresos. También se encuentra una relación entre el nivel de ingresos y el grado educativo alcanzado; por ejemplo, la proporción de personas con un nivel de educación básica o menor en el primer quintil es de 60.41%, mientras que en el último quintil es del 17.7%. Caso contrario al examinar aquellos que cuentan con educación superior que para el primer quintil representan el 7.35% y para el último el 49.97% en el año 2007.



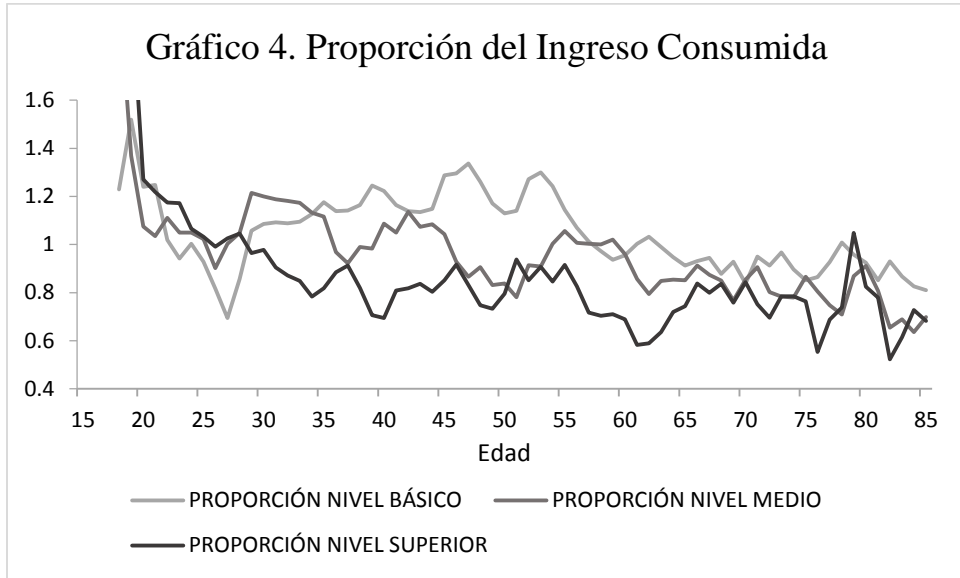
Fuente: DANE (2007). ENIG 2006-07. Estimaciones del autor.

Al observar el comportamiento del consumo según el nivel educativo, es más estable en los individuos con un menor nivel educativo. Este comportamiento puede explicarse por dos causas: La primera mostraría que los hogares con un nivel educativo más bajo (y por tanto un nivel de ingreso menor) consumen bienes de primera necesidad de los que no pueden prescindir, mientras que los individuos con mayor educación consumen una mayor proporción de bienes y servicios no necesarios para su sobrevivencia que pueden modificar. Por otro lado, la productividad mayor en individuos con salarios más altos mostrada en el ECSP indicaría que la diferencia de los individuos educados frente a los que no sería mayor a medida que aumenta la edad. Como se observa en el Gráfico 4.2:



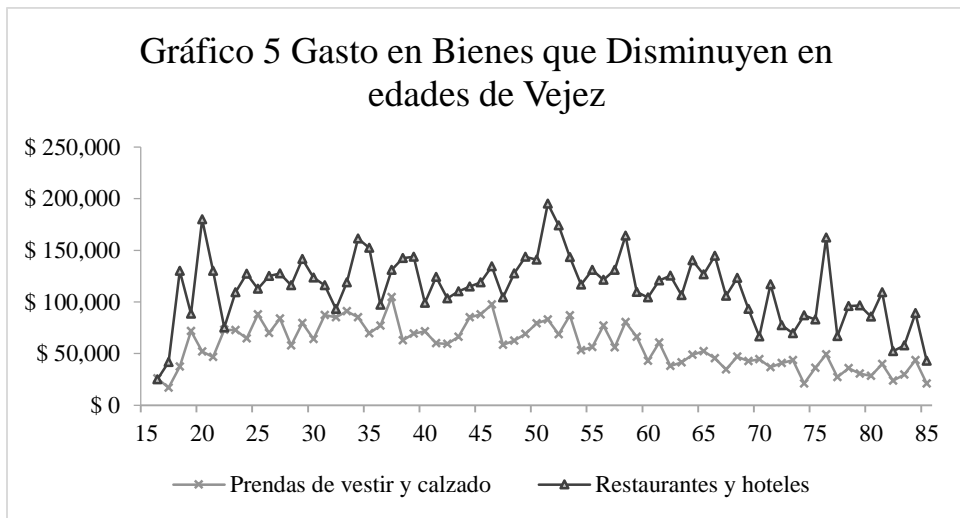
Fuente: DANE (2007). ENIG 2006-07. Estimaciones del autor.

Las variaciones de ingreso y consumo a lo largo de la vida parecen estar muy coordinadas para cualquier nivel educativo, indicando que el consumo puede estar determinado por el nivel de ingreso corriente con implicaciones en la HCV. En la medida que los individuos no ajustan correctamente sus expectativas para estimar su utilidad marginal futura o no se cumple la igualación de utilidades marginales como se propone. Para una observación detallada, se encuentra que la proporción de ingreso que se emplea en el consumo suele mantenerse en niveles constantes en las edades productivas, sin embargo estas relaciones son mayores a uno en la juventud y mucho menores a edad de vejez. Los cambios más fuertes son los de la población con un nivel educativo y un ingreso menor.



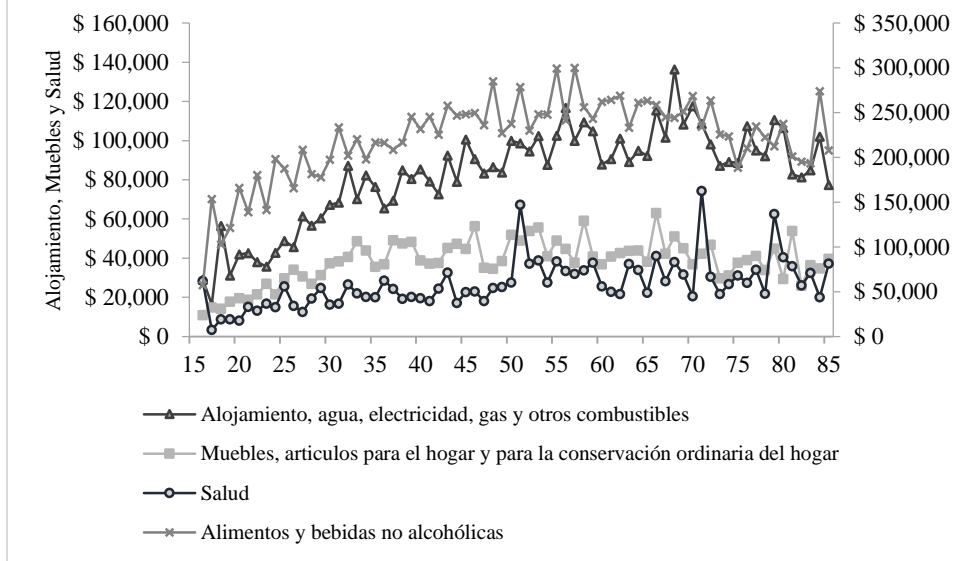
Fuente: DANE (2007). ENIG 2006-07. Estimaciones del autor.

Por otro lado, si se descompone el gasto por las 12 categorías de la ENIG, se encuentra que para bienes de primera necesidad como alimentos, alojamiento, enceres y salud existe una tendencia positiva que se estabiliza en los años de vejez. Caso contrario es el de bienes como prendas de vestir y restaurantes y hoteles en donde se observa una tendencia negativa a medida que se es más viejo. El otro caso particular es el de bienes que tienen un comportamiento de U invertida como la educación, transporte, recreación y comunicaciones. La diferencia de estos patrones respecto a la tendencia total del consumo representaría un cambio en las preferencias.



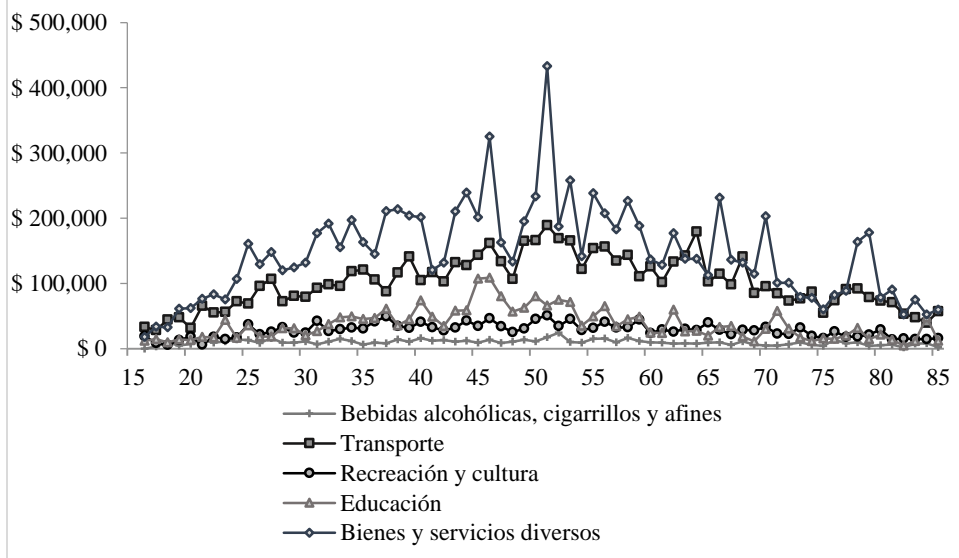
Fuente: DANE (2007). ENIG 2006-07. Estimaciones del autor.

Gráfico 6. Gasto en Bienes que se Estabilizan en edades de Vejez



Fuente: DANE (2007). ENIG 2006-07. Estimaciones del autor.

Gráfico 7. Gasto en Bienes con Comportamiento de U Invertida



Fuente: DANE (2007). ENIG 2006-07. Estimaciones del autor.

4.2 Análisis del patrón de consumo

Según lo planteado en la sección 3, lo que sigue es la estimación de los efectos de las variables consideradas en (III. 1) para cada individuo en su consumo a edad de vejez para así estimar la tasa de reemplazo suficiente y su posterior monto de pensión suficiente. El primer paso será la estimación referente al HCV y contrastarla respecto a cambios derivados de choques en el ingreso corriente propuestos por Banks (1998) y Bernheim (2001). Este último, suponiendo una relación log-log entre el ingreso y el consumo corriente.

Con la utilización inicial de la metodología de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) se encuentra evidencia para afirmar una violación en los supuestos de heterocedasticidad, autocorrelación y normalidad de los residuos. De manera que procede a una estimación por mínimos cuadrados generalizados (MCG) para corregir el problema de heterocedasticidad, sin embargo, la normalidad mantiene un comportamiento leptocúrtico, de manera que la estimación final para los dos modelos se hace bajo estimadores de máxima verosimilitud con el supuesto de distribución normal. De la misma forma se comprueba la estacionariedad del ingreso y el consumo obteniendo que no estacionariedad a nivel logarítmico aunque los modelos siguen un proceso autorregresivo de orden 1¹⁹. Como resultado de las correcciones pertinentes se obtiene:

CUADRO 2. ESTIMACIONES DE HCV CON Y SIN INGRESO CORRIENTE

	β_0	$\ln(C_t)$	$\ln(k_{t-1}/q_x)$	$\ln(I_{t+1})$	W
Sin Ingreso	1.5409	.8885	.0508	-	0.0000
	(0.000)	(0.000)	(0.277)		
Con Ingreso	2.4766	.3719	.2927	.4479	0.0000
	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	

El Cuadro 4.2 contiene valores en paréntesis que representan el valor de probabilidad para una prueba de hipótesis para parámetros significativos y W es el valor de probabilidad del

¹⁹ Para observar el detalle dirigirse a la Apéndice F.

test de Wald para aceptar o rechazar la hipótesis de que todos los parámetros tienen valor igual a cero. Se obtiene que el modelo logra explicar la variación del consumo en el total a un nivel de significancia del 5%, pero en términos individuales hay incongruencias con lo propuesto en la teoría. Como se observó en la sección 3 el signo del intercepto debería corresponder con un valor negativo, sin embargo esto no se cumple en ninguno de los dos casos indicando un posible factor adicional constante en la serie que afecta las elecciones en el consumo total. De forma similar, el signo de las expectativas de muerte se ajusta a lo predicho por el modelo pero cambiando de significancia en cada caso, lo que no mostraría un ajuste con lo propuesto con el modelo original. Respecto a estos dos últimos factores se puede decir que son los más importantes para explicar el crecimiento del consumo futuro, con una significancia y una relación alta. De forma que se observa un comportamiento adaptativo frente al consumo en periodos pasados ajustado por una serie de choques derivado de los ingresos.

Con una estimación sin incluir el crecimiento de las expectativas de muerte se obtiene que:

CUADRO 3. ESTIMACIONES DE HCV EXCLUYENDO LA PROBABILIDAD DE MORIR

	β_0	$\ln(C_t)$	$\ln(I_{t+1})$	W
Sin Ingreso	1.6026 (0.000)	.8835 (0.000)	-	0.0000
Con Ingreso	2.8035 (0.000)	.3889 (0.000)	.4047 (0.000)	0.0000

Bajo este panorama se encuentra que los factores de descuento pueden determinar el crecimiento del consumo futuro, pero no explican el grueso de la variación. Gran parte del crecimiento del consumo se explica por sus rezagos, es decir, que los individuos tienden a mantener un consumo constante como se espera según la HCV original. También, el efecto ingreso juega un papel muy importante en la explicación ya que representa la misma proporción del cambio que representa el componente adaptativo del consumo presente. Para individuos que obtienen menos ingreso en un periodo estarían obligados a consumir menos si no cuentan con una reserva de periodos anteriores. Si las preferencias son constantes la

suavización del consumo no se lleva a cabo de forma perfecta por las expectativas erróneas hacia el futuro.

Con la validación que factores son los que determinan el consumo procedemos a estimar los posibles cambios estructurales en las preferencias de la muestra. Con la serie de tiempo de ingreso y consumo del total de la muestra se realiza el test de Wald para encontrar un cambio estructural según la trayectoria del consumo derivado de las preferencias y no por cambios en el ingreso corriente. Se obtuvo para el periodo estudiado un cambio estructural a los 59 años bajo un grado de decisión del 1.5%.

CUADRO 4. DISMINUCIÓN DEL CONSUMO TOTAL DESPUÉS DE LOS 59 AÑOS

	β_0	$\ln(C_t)$	$\ln(I_{t+1})$	D	W
Año de Quiebre 59	2.3464	.3883	.4411	-.0877	0.0000
	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	

Se encuentra entonces que los cambios esperados en el consumo se pueden explicar por las variables antes mencionadas y además por una disminución adicional de 8.77% en cada periodo de jubilación. Así, la satisfacción derivada del consumo en cualquier bien o servicio podría ser menor en esta edad. Esto se manifiesta por las nuevas características de vida en la edad avanzada que están relacionadas a una menor necesidad de bienes relacionados al trabajo, bienes que pueden afectar su salud o artículos para miembros dependientes del hogar que ya no se encuentran. De manera que esta modificación del consumo total depende también de las preferencias de cada agente en principio aunque se esperaría que de la misma forma caiga su nivel de consumo.

Bajo (III. 3) se estima la relación del ajuste en el consumo para cada una de las 12 categorías de la ENIG. Con el fin de encontrar una explicación detallada a la caída total se realiza el mismo procedimiento bajo la variable dicotómica y se encuentra que para 9 de las 12 categorías observadas se encuentra un cambio significativo después de los 59 años de edad y acorde a los resultados en el consumo total. La estimación se realiza sin la inclusión del efecto del crecimiento salarial ya que se considera esta medición para la población retirada,

no le afecta los cambios en la productividad, y su decisión consistirá en los montos de consumo según su ingreso corriente disponible. La Cuadro 4.4 presenta los resultados:

CUADRO 5. CAMBIOS DEL CONSUMO PARA CADA CATEGORÍA EN EDAD DE VEJEZ

	β_0	$\ln(a_{i_{t+1}} * C_t)$	$\ln(I_{t+1})$	D	W
Alimentos y bebidas no alcohólicas	4.1895 (0.000)	.5291 (0.000)	.1185 (0.000)	-.0064 (0.672)	0.0000
Bebidas alcohólicas, cigarrillos y afines	-.0081 (0.969)	.9803 (0.000)	.0163 (0.356)	-.0503 (0.009)	0.0000
Prendas de vestir y calzado	.1776 (0.405)	.8996 (0.000)	.0702 (0.002)	-.0967 (0.000)	0.0000
Alojamiento, agua, electricidad, gas, etc.	.1637 (0.418)	.6667 (0.000)	.2606 (0.000)	.0675 (0.001)	0.0000
Muebles, artículos para el hogar	-.4768 (0.023)	.7607 (0.000)	.2189 (0.000)	-.0208 (0.228)	0.0000
Salud	-.0205 (0.918)	.8923 (0.000)	.0811 (0.000)	-.0030 (0.860)	0.0000
Transporte	-.3535 (0.107)	.8613 (0.000)	.1435 (0.000)	-.0695 (0.000)	0.0000
Comunicaciones	-1.0893 (0.000)	.8029 (0.000)	.2320 (0.000)	-.0324 (0.062)	0.0000
Recreación y cultura	-.3540 (0.102)	.8814 (0.000)	.1154 (0.000)	-.0661 (0.000)	0.0000

Los bienes en donde la característica D de pertenecer a una edad mayor, no es significativa, se esperaría que fueran aquellos de primera necesidad que no cambian en el transcurso del tiempo como se muestra en la anterior tabla y que son alimentos y artículos para el hogar. Sin embargo, al observar que la salud es una de las características que no presentaría un cambio estructural significativo indicaría un gasto en este tipo de bienes constante en el tiempo que no se ajusta a lo que se esperaría de este ítem en edades avanzadas. Esta variable

absorbe los cambios en bienes de salud pero no en el descuento realizado al pago a sistemas de salud. Bajo la definición de ingreso percibido encontrada en la ENIG, para el caso de trabajadores, es el salario recibido más no las cotizaciones a seguridad subyacente a ese salario. De manera que para el caso de salud, se esperaría que el cambio en el gasto se encuentre explicado en las variaciones del ingreso.

Para las demás categorías hay un cambio significativo derivado de la menor necesidad de estos bienes en cada caso. Por ejemplo, el gasto en bienes de transporte para personas más sedentarias como los individuos de edad mayor se esperaría menor. Bajo la misma explicación se tendría la única categoría cuyo cambio en vejez es positivo, el gasto en alojamiento y servicios públicos. Los individuos que tienen más tiempo libre lo emplearían en descanso en su vivienda, lo que aumentaría las necesidades en este rubro. El factor del sedentarismo, entonces, podría explicar gran parte del comportamiento a edad de vejez.

Se obtiene que las tasas de cambio en la jubilación serán aquellos cambios significativos en la edad efectiva de jubilación para la presente que son:

CUADRO 6. TASAS DE CAMBIO EN LA JUBILACIÓN

CATEGORÍA	S_j
Alimentos y bebidas no alcohólicas	0.00%
Bebidas alcohólicas, cigarrillos y afines	-5.03%
Prendas de vestir y calzado	-9.67%
Alojamiento, agua, electricidad, gas, etc.	6.75%
Muebles, artículos para el hogar	0.00%
Salud	0.00%
Transporte	-6.95%
Comunicaciones	-3.24%
Recreación y cultura	-6.61%
Educación	-5.60%
Restaurantes y hoteles	-6.29%
Bienes y servicios diversos	-8.17%

Con dichas tasas de reemplazo para la población general, se procede a medir el impacto del cambio de las preferencias en vejez para los individuos discriminados por nivel de ingreso. Bajo las doce categorías, se presentan las proporciones de consumo estimadas por la ENIG según el décil del ingreso con el respectivo valor de la tasa de reemplazo según (III. 4) y (III. 5) para la edad referida de 71 años según lo considerado en la metodología²⁰:

**CUADRO 7. PROPORCIONES DEL CONSUMO Y TASA DE REEMPLAZO
SUFICIENTE**

		DECILES DEL INGRESO									
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
CATEGORÍAS DEL CONSUMO	1	37.43%	38.34%	35.71%	32.26%	28.92%	27.17%	24.66%	21.40%	18.31%	12.60%
	2	1.17%	0.96%	0.71%	0.75%	0.77%	0.89%	0.84%	1.00%	1.03%	0.78%
	3	2.92%	3.19%	3.81%	4.15%	4.15%	4.59%	5.14%	5.60%	5.84%	5.24%
	4	36.26%	30.35%	29.29%	29.81%	29.85%	28.83%	27.81%	25.84%	24.82%	21.15%
	5	3.51%	3.19%	3.10%	3.21%	3.38%	3.44%	3.57%	3.68%	3.89%	4.82%
	6	1.75%	1.92%	1.67%	1.89%	1.85%	2.04%	1.78%	2.01%	2.01%	2.24%
	7	2.34%	3.83%	4.52%	5.47%	6.31%	7.27%	8.60%	9.28%	10.34%	10.80%
	8	1.17%	1.60%	1.67%	2.26%	2.62%	3.06%	3.36%	3.76%	4.14%	4.04%
	9	6.43%	8.63%	10.71%	10.19%	11.23%	11.48%	10.81%	11.12%	11.37%	8.62%
	10	0.58%	0.96%	0.95%	1.32%	1.54%	1.66%	2.20%	3.18%	3.53%	5.72%
	11	1.17%	1.60%	1.90%	2.26%	2.31%	2.68%	2.83%	3.34%	3.47%	4.40%
	12	5.26%	5.43%	5.95%	6.42%	7.08%	6.89%	8.39%	9.78%	11.25%	19.60%
TR	113.80%	104.18%	99.78%	98.30%	95.98%	93.39%	89.71%	84.85%	81.44%	73.20%	

Fuente: DANE (2007). Cuadros Total Nacional ENIG 06-07.

Se encuentra que a medida que los ingresos sean mayores, las tasas de reemplazo suficientes son menores. Esto se debe a las preferencias encontradas en cada décil del ingreso. Para hogares de menos recursos, los bienes de primera necesidad como los alimentos y alojamiento representan 2 terceras partes del consumo total y que los muestra la Cuadro 4.5, estos gastos se mantienen constantes o son mayores a edad de vejez, es decir, estos hogares necesitarían mayores niveles de ingreso en la jubilación. En contraste los deciles con mayores

²⁰ Para ver las demás tasas de reemplazo diríjase al anexo J.

ingresos representan una distribución más uniforme entre categorías que disminuyen en vejez, de manera que obtienen tasas de reemplazo menores.

4.3 Escenarios de alcance de la pensión suficiente

Bajo los resultados de una pensión suficiente según el nivel de ingresos se procede a realizar la estimación de los escenarios de alcance para los diferentes afiliados. Se emplea el uso de tres tasas de reemplazo según las características de ingreso y los patrones de consumo con niveles bajos, medios y altos. Los niveles de ingreso se consideran según el número de salarios mínimos percibidos por hogar. Como lo muestra la ENIG, los ingresos promedio mensual según el décil corresponden a:

CUADRO 8. INGRESO PROMEDIO PARA CADA DÉCIL DEL INGRESO EN SALARIOS MÍNIMOS

	DECILES DEL INGRESO									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
INGRESO PROMEDIO EN SALARIOS MÍNIMOS	0.103	0.456	0.742	0.991	1.253	1.620	2.123	2.854	4.103	9.500

Fuente: DANE (2007). Cuadros Total Nacional ENIG 06-07.

Bajo los individuos que tengan un ingreso menor o igual a 2 salarios mínimos, corresponderían a un perfil de consumo bajo y la tasa de reemplazo será del 100%. Para aquellos individuos que reporten un ingreso entre 2 y 5 salarios mínimos aplicarán a un perfil medio y su tasa de reemplazo suficiente corresponderá a la tasa de reemplazo promedio de los deciles VII, VIII y IX, es decir, de un 85.33%. En cambio para individuos con un ingreso mayor a cinco salarios mínimos se les asignará un perfil de ingreso alto en el que la tasa de reemplazo suficiente es igual a la estimada para el último décil del ingreso de 73.20%. Bajo estos escenarios se estudian los casos para individuos que perciban 2, 5 y 10 salarios mínimos a lo largo de su vida en representación de los perfiles de consumo bajo, medio y alto.

4.3.1 Régimen de Prima Media con Prestación definida

Bajo la fórmula (III. 6) se encuentran las tasas de reemplazo sobre el IBL comparadas con las tasas de reemplazo suficientes (teniendo en cuenta el efecto de la productividad) muestran que para los individuos de perfil bajo y medio la pensión suficiente solo se puede alcanzar si se tiene un ingreso antes de la jubilación igual a un salario mínimo. Para individuos que tengan un salario mayor en estos perfiles es legalmente imposible ya que el monto máximo que dicha tasa de reemplazo puede tomar es del 80%. En cambio para individuos con un perfil de ingreso alto, al poseer una tasa de reemplazo menor tendrían la oportunidad de alcanzar su nivel de pensión suficiente de 32 a 35 años según el aumento de su productividad en los últimos 10 años de cotización. Para aquellos con un mayor crecimiento de la productividad su tasa de reemplazo será más difícil de alcanzar en la medida que su último ingreso de cotización es mayor, determinando un nivel de pensión suficiente mayor.

CUADRO 9. AÑOS DE COTIZACIÓN PARA ALCANZAR UNA PENSIÓN SUFICIENTE EN EL RPM

	Número de Salarios Mínimos al Inicio de la Vida Laboral	Escenarios	Años
Mujer	2	Con Productividad	-
		Sin Productividad	-
	5	Con Productividad	-
		Sin Productividad	-
	10	Con Productividad	32
		Sin Productividad	35
Hombre	2	Con Productividad	-
		Sin Productividad	-
	5	Con Productividad	-
		Sin Productividad	-
	10	Con Productividad	32
		Sin Productividad	33

Para los escenarios en los que es imposible alcanzar el capital suficiente antes de la edad de pensión obligatoria se denota con “-“.

4.3.2 Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad

Con la formulación de (III. 7) se encuentra que los factores actuariales para estimar el capital suficiente son de 243.4, 242.7 y 242.6 para hombres según una pensión suficiente acorde a los tres perfiles de ingreso. Para el caso de las mujeres estos valores son 243.7, 242.6 y 242.5²¹. Estos capitales suficientes se determinan según el valor de una mesada de pensión suficiente. Con esta información se estiman los escenarios de acumulación bajo las características mencionadas en la sección 3 para individuos con y sin productividad.

La observación corrobora la importancia de la densidad de las cotizaciones para acceder a una pensión suficiente. En escenarios de baja densidad del 35% como lo menciona la OCDE, ningún individuo podría alcanzar el nivel requerido para mantener un bienestar constante bajo las rentabilidades aquí consideradas. Para densidades de cotización del orden del 70%, podrían acceder a una pensión suficiente aquellas personas con ingresos más altos y tasas de reemplazo más bajas, los individuos del perfil bajo no tendrían el derecho de acceder a una pensión suficiente. En el caso óptimo de densidades de cotización del 100%, se tiene que los afiliados alcanzarían a acumular el capital suficiente en los tres perfiles pero solo si la rentabilidad es del orden del 8%.

La rentabilidad es el segundo factor determinante para alcanzar el derecho a una pensión suficiente. En la medida en que esta sea mayor, son más las posibilidades para que un afiliado pueda acceder a la pensión suficiente. Para una tasa del 4% de rentabilidad real de los fondos se tiene que ningún afiliado alcanzaría a tener el derecho de una pensión suficiente. Del orden del 6%, solo aquellos que tengan una densidad del 100% pueden llegar a acumular el capital suficiente si hacen parte del perfil medio o mayor. De forma que si los afiliados no escogen el perfil de riesgo acertado podrían tener dificultades en su ingreso pensional.

Con estos dos factores determinantes y las tasas de reemplazo más bajas para los deciles más altos, se tiene que los tiempos de acumulación son menores para individuos con ingresos más altos. La Cuadro 4.8 relaciona los tiempos de acumulación necesarios para que un afiliado tenga el capital suficiente.

²¹ Bajo el supuesto de que llega a edad de pensión con un beneficiario del sexo opuesto con 5 años menos si es hombre o 5 años más si es mujer.

**CUADRO 10. AÑOS DE COTIZACIÓN PARA ALCANZAR LA PENSIÓN
SUFICIENTE EN EL RAIS**

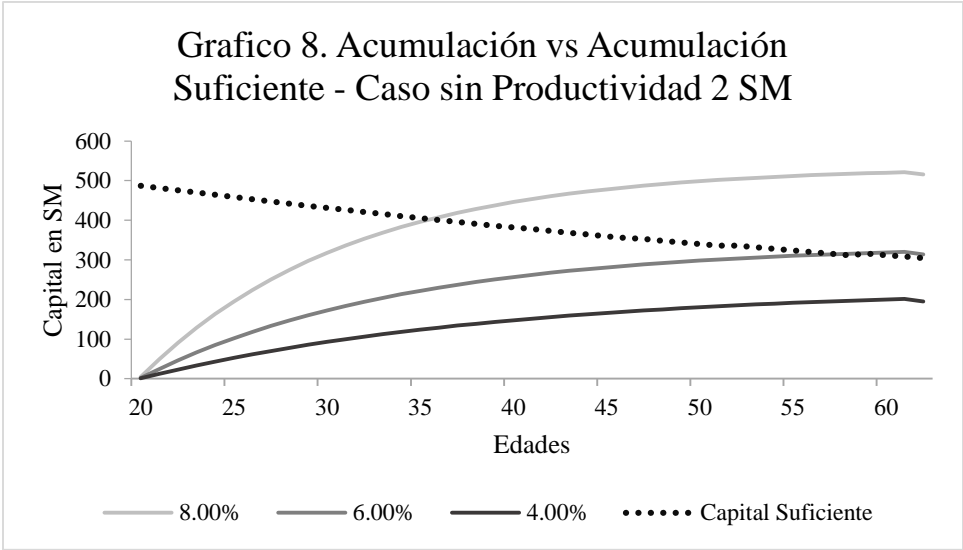
		Número de Salarios Mínimos al Inicio de la Vida Laboral	Escenarios	Años		
				Tasa del 8%	Tasa del 6%	Tasa del 4%
100% de Cotización	Mujer	2	Con Productividad Sin Productividad	- 9.67	- 34.33	- -
		5	Con Productividad Sin Productividad	18.50 7.58	- 21.17	- -
		10	Con Productividad Sin Productividad	16.83 6.17	- 15.50	- -
	Hombre	2	Con Productividad Sin Productividad	- 18.83	- 27.67	- -
		5	Con Productividad Sin Productividad	17.25 7.00	- 18.58	- -
		10	Con Productividad Sin Productividad	15.25 5.67	- 13 11	- -
70% de Cotización	Mujer	2	Con Productividad Sin Productividad	- 19.50	- -	- -
		5	Con Productividad Sin Productividad	- 17.58	- -	- -
		10	Con Productividad Sin Productividad	- 10.33	- -	- -
	Hombre	2	Con Productividad Sin Productividad	- 16.75	- -	- -
		5	Con Productividad Sin Productividad	- 12.08	- -	- -
		10	Con Productividad Sin Productividad	- 9.33	- 31.75	- -
35% de Cotización	Mujer	2	Con Productividad Sin Productividad	- -	- -	- -
		5	Con Productividad Sin Productividad	- -	- -	- -
		10	Con Productividad Sin Productividad	- -	- -	- -
	Hombre	2	Con Productividad Sin Productividad	- -	- -	- -
		5	Con Productividad Sin Productividad	- -	- -	- -
		10	Con Productividad Sin Productividad	- -	- -	- -

En principio hay un panorama sesgado entre hombres y mujeres. En general, las mujeres solo tendrían la posibilidad de tener un ingreso suficiente a edad de pensión si cotizan más del 70% del tiempo y obtienen la rentabilidad más alta. Esto se debe al efecto de una menor acumulación por una edad de pensión más temprana. Por ejemplo, para acumular el capital

suficiente con una densidad de cotización del 35% se necesitaría una rentabilidad real del 9.87% para hombres y de 10.1% para mujeres del perfil medio. Esto bajo escenarios de un salario constante durante toda la vida.

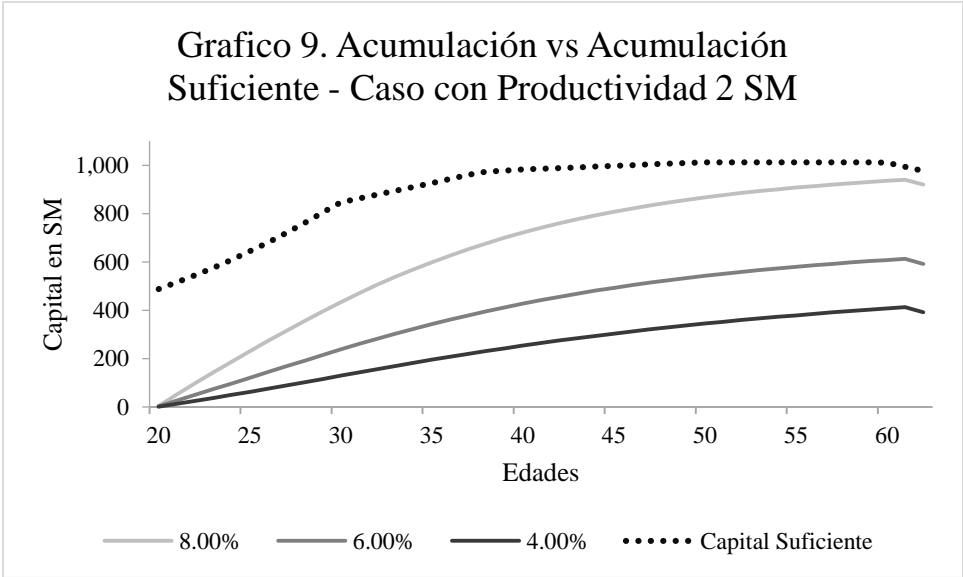
También existe un cambio importante si se tiene en cuenta la edad de inicio de cotización. Las personas que empiecen a cotizar en periodos más tardíos de su vida disminuirían el tiempo de acumulación. Por ejemplo, para el caso de una mujer que percibe un ingreso desde los 20 años por dos salarios mínimos y lo mantiene constantemente por toda su vida, tendría un capital suficiente a los 40.08 años bajo una tasa del 8% de rentabilidad, si empezara a realizar aportes continuos después de los 37 años de edad no tendría el capital.

Por otro lado, al igual que el RPM, el alcance de una pensión suficiente es más difícil para individuos que tengan una productividad mayor. Las personas que sigan una trayectoria de salarios según lo señalado por ECSP no podrían acceder a una pensión suficiente en la medida que su productividad determinaría un salario antes de la pensión más alto. Para rentabilidades del 8% los únicos individuos que podrían alcanzar la pensión suficiente son aquellos de ingresos medios y altos.



En el caso de los hombres con ingreso alto bajo el Gráfico 4.1 y 4.2 muestra la relación entre los escenarios de rentabilidad y el capital suficiente para las edades de pensión obligatorias. Los intervalos en los que la acumulación sea mayor al capital indicarían periodos en los que un afiliado podría dejar de cotizar y aun así tener una pensión suficiente en la vejez. La

pendiente negativa cuando no hay productividad marca el descuento de los incrementos del monto de salario mínimo. Mientras que la pendiente positiva en el otro caso indica productividades mayores que los aumentos del salario mínimo²². Como se puede ver, los casos con productividad no pueden mantener un nivel de bienestar constante bajo los escenarios de rentabilidad propuestos. Sin embargo, las mesadas en términos absolutos si serán mayores. Por ejemplo, para el caso de un hombre que empiece a laborar por dos salarios mínimos, su pensión suficiente sin productividad será equivalente a 1.19 salarios mínimos alcanzando una pensión de 2.12, mientras que con productividad su pensión suficiente es de 4.02 salarios mínimos alcanzando el nivel de 3.77 salarios mínimos.



²² Ver anexo L y M.

5. CONCLUSIONES

El presente estudio buscó las características de la población colombiana para llegar a tener un nivel de pensión que cumpliera con los principios de la seguridad social. Se encontró de esta forma que las prestaciones sociales de cualquier índole deben procurar el bienestar individual de los afiliados a dicho sistema y que este bienestar puede ser traducido a una función de utilidad. Con esta formulación se utilizaron las premisas de la Hipótesis del Ciclo de Vida y el modelo vigente de elección intertemporal de consumo para cuantificar el impacto efectivo del cambio de las preferencias a edad de vejez. Bajo este razonamiento se construyó una tasa de reemplazo suficiente que unida a un ingreso en edad productiva simulado dio lugar a un determinado valor de pensión suficiente. Dependiendo de cuál de los dos regímenes se encuentre el afiliado se mostraron los escenarios en los cuales se podría llegar a un nivel de pensión suficiente.

Los resultados de este análisis evidencian en primer lugar la hipótesis de un cambio en las preferencias del consumo a edad de vejez a nivel del consumo agregado por hogar y al nivel sustitutivo de algunos tipos de bienes. Bajo el análisis de HCV se encontró que factores como las expectativas de muerte no son importantes y que a lo largo de la vida los factores determinantes son el componente adaptativo del consumo en periodos pasados y los choques derivados de cambios en el ingreso corriente. Aislado estos efectos se encuentra un cambio en el nivel de consumo a la edad de 59 años de -8.77%. Para el caso específico según el tipo de bien, se evidenció que aquellos que son de primera necesidad no tienen una disminución en el gasto y que en algunos casos como el de bienes de alojamiento puede aumentar. Para las demás categorías se encuentra una disminución generalizada, caracterizada por los posibles hábitos sedentarios de la población mayor que inciden en una menor preferencia a gastar en lo que no sea indispensable. Los resultados de esta estimación deben tener en cuenta la fuente transversal de los datos y que en la medida en que se tenga una mayor información las conclusiones pueden ser más acertadas.

Con las pensiones suficientes definidas, el panorama actual para los afiliados al Sistema General de Pensiones no les permitiría, en la mayoría de casos, acceder a un nivel de pensión suficiente. Independientemente del régimen por el cual se pensionen las características que

definen su capacidad de recibir una pensión suficiente son la densidad de cotización y la entrada al mercado laboral. Si la densidad de cotización es baja, los requisitos en el RPM pueden no cumplirse, mientras que en el RAIS esto indicaría una menor cantidad del saldo de ahorro pensional. Una entrada al mercado tardía tendría consecuencias en la medida en que el tiempo requerido en cada sistema se mantiene igual, por lo tanto, los aportes realizados por un afiliado a edades tempranas aumentan la probabilidad de recibir una pensión suficiente.

Otro factor que produce un cambio determinante en el alcance de la pensión suficiente es la productividad. A mayores productividades los últimos salarios reportados son mayores y por lo tanto el producto con la tasa de reemplazo suficiente es relativamente mayor frente a los ingresos en la edad productiva. En el caso del RPM por disposición legal esto impondría una imposibilidad de alcance de la pensión suficiente. Para afiliados al RAIS solo se alcanzaría a tener la prestación suficiente si se tienen ingresos altos con una cotización completa y en escenarios de rentabilidad del 8% a 6%.

De esta forma, bajo el contexto socio-económico nacional, se podría intuir un incumplimiento en los principios de suficiencia de la seguridad que no podría garantizar de la mejor forma el bienestar social de la comunidad. Se esperaría que los próximos cambios en esta materia estén encaminados en lograr que los ingresos por prestaciones tengan una mayor coherencia y una realización más factible bajo el ajuste de variables como la edad de pensión o igualando las reglas para hombres y mujeres, de manera que se brinden las mismas oportunidades de tener las prestaciones deseadas.

6. BIBLIOGRAFIA

Acuña, R., & Iglesias, A. (2001). Chile's Pension Reform After 20 Years. *Banco Mundial, Documento de Trabajo 0129*.

Arenas, A., & Sánchez, H. (2003). Análisis, Evolución y Propuestas de Ampliación de la Cobertura del Sistema Civil de Pensiones en Chile. *F. Bertranou*, 85-131.

BBVA Reseach. (2011). *Una Revisión de los Sistemas de Pensiones en Latinoamérica*. Madrid.

Bellman, R. (1954). *Dynamic Programming*. Recuperado de <https://books.google.com.co/books?id=CG7CAgAAQBAJ&pg=PR4&lpg=PR4&dq=Dynamic+Programming.+Princeton+University+Press,+Princeton,+NJ.+Republished+2003&source=bl&ots=xSVd2p0FkV&sig=5ridIycUROmSj5EMo46oUIT1BMY&hl=es-419&sa=X&ved=0ahUKEwix0Y2IyuDMAhVBJB4KHQ8BBWgQ6AEIGjAA#v=onepage&q=Dynamic%20Programming.%20Princeton%20University%20Press%2C%20Princeton%2C%20NJ.%20Republished%202003&f=false>

Bernheim, B. D., Skinner, J., & Weinberg, S. (2001). What Accounts for the Variation in Retirement Wealth among U.S. Households? *American Economic Review*, 91(4), 832-857.

Beveridge, Sir W. (1946). *El Seguro Social y sus Servicios Conexos*. México: Editorial Jus.

Bowers, N. (1997). *Actuarial Mathematics*. Schaumburg, Illinois: The Society of Actuaries.

Brumberg, R., & Modigliani, F. (1954). Utility Analysis and The Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data. *Post Keynesian Economics*, 3-45.

Congreso de Colombia. (23 de diciembre de 1994). Ley General de Seguridad Social. [Ley 100, 1993]. DO: 41.148.

Constitución Política de Colombia [Const.] (1991) 2da Ed. Legis.

Ferranti, D., Leipziger, D., & Srinivas, P. (2002). *La Reforma de las Pensiones en América Latina*. FMI.

- Goñi, E. (2013). Pandemic Informality. *Banco Interamericano de Desarrollo*, 37(3), 387-401.
- Gourinchas, P. O., & Parker, J. A. (2002). Consumption Over the Life Cycle. *Econometrica*, 70(1), 47-89.
- Kleinjans, K. J. (2003). Social Security Reform and Pension Choice: The Case of Colombia. *Pittsburg: Departamento de Economía de la Universidad de Pittsburg*.
- Lozano, C. (2011). Determinación de Pensión Digna. En Jiménez, O. (Presidencia), 3er Simposio Internacional de Actuaría. Simposio o conferencia llevado a cabo en la Universidad de los Andes, Bogotá.
- Melo, L., Téllez, J., & Zárate, H. (2006). El Ahorro de los Hogares en Colombia. *Ensayos Sobre Política Económica*(52), 110-160.
- Mesa-Lago, C. (2004). *Las Reformas de Pensiones en América Latina y su Impacto en los Principios de la Seguridad Social*. CEPAL.
- Ministerio de Hacienda y Crédito Público. (19 de agosto de 2015). Formulación Saldo de Pensión Mínima. [Resolución 3099, 2015]. DO: 49.639.
- Moscoso, A. (2008). *Características del Ahorro en el Ciclo de Vida*. Universidad de Chile: Facultad de Economía y Negocios, Santiago de Chile.
- OCDE. (2015). *Panorama de las pensiones: América Latina y el Caribe*. BID.
- OIT. (28 de junio de 1952). Convenio 102 de 1952 Relativo a la Norma Mínima de la Seguridad Social. [C102, 1952].
- OIT. (29 de junio de 1967). Convenio 128 de 1967 Relativo a las Prestaciones de Invalidez, Vejez y Sobrevivientes. [C128, 1967].
- Porvenir S.A. (2015). *Estudio de Crecimiento Salarial*. Dirección de Actuaría, Bogotá DC.
- Superintendencia Financiera de Colombia. (30 de julio de 2010). Actualización de Tablas de Mortalidad. [Resolución 1555, 2010].
- Superintendencia Financiera de Colombia. (2010). *Circular Externa 053 de 2010*. Bogotá D.C.
- Tovar, J. (2008). Caracterización del Ahorro en Colombia. *Coyuntura Social*. Recuperado de: <http://www.repository.fedesarrollo.org.co/handle/11445/967>

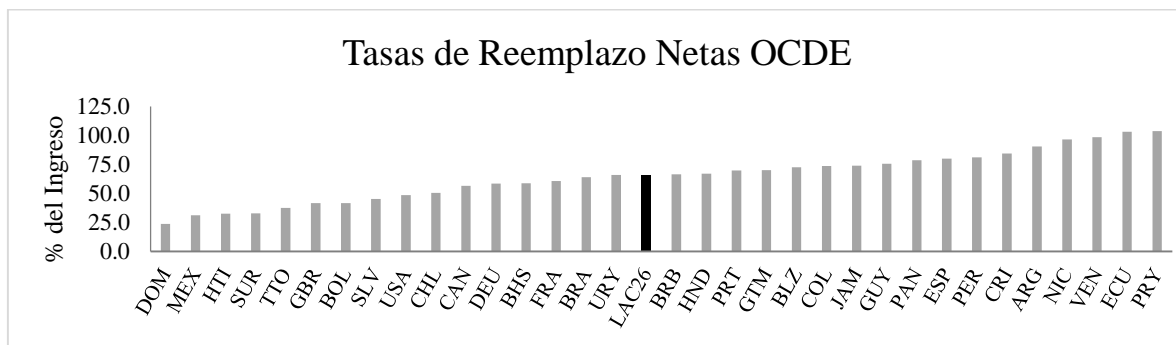
Datos:

- Superintendencia Financiera de Colombia (Colombia). Afiliados 2015 [en línea]: catálogo automatizado de la Superintendencia Financiera de Colombia. Bogotá: Superintendencia Financiera de Colombia, [fecha de consulta: 27 Enero 2016]. Disponible desde: < <https://www.superfinanciera.gov.co/jsp/loader.jsf?lServicio=Publicaciones&lTipo=publicaciones&lFuncion=loadContenidoPublicacion&id=61153> >
- Departamento Nacional de Estadística (Colombia). COLOMBIA - Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos - ENIG- 2006-2007 [en línea]: catálogo automatizado del Departamento Nacional de Estadística. Bogotá: Superintendencia Financiera de Colombia, [fecha de consulta: 27 Enero 2016]. Disponible desde: < http://formularios.dane.gov.co/Anda_4_1/index.php/catalog/204 >

ANEXOS

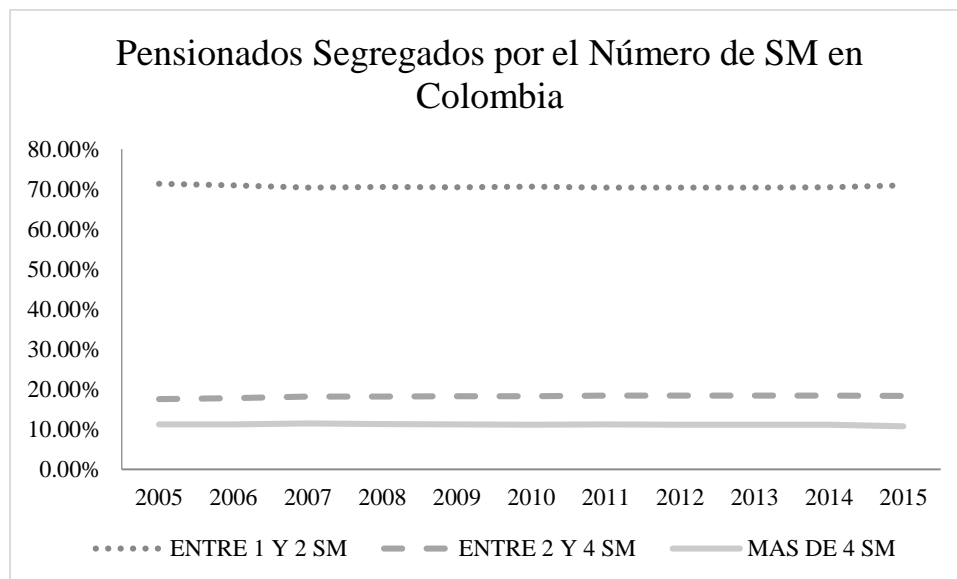
A. Panorama Latinoamericano

A.1 Tasas de Reemplazo Netas para Latinoamérica – 2009



Fuente: Modelos pensionales de la OCDE. (OCDE, 2015).

A.2. Pensionados por Monto de Cotización



Fuente: Datos Superintendencia Financiera de Colombia.

B. Maximización de Utilidad Modigliani y Brumberg

Bajo una utilidad convexa expresada como:

$$U = U(c_t, c_{t+1}, \dots, c_L, a_{L+1})$$

Con una restricción presupuestaria igual a:

$$a_t + \sum_{\tau=t}^N \frac{y_\tau}{(1+r)^{\tau+1-t}} = \frac{a_{L+1}}{(1+r)^{L+1-t}} + \sum_{\tau=t}^L \frac{c_\tau}{(1+r)^{\tau+1-t}}$$

El lagrangiano de la forma:

$$L = U + \lambda \left[\frac{a_{L+1}}{(1+r)^{L+1-t}} + \sum_{\tau=t}^L \frac{c_\tau}{(1+r)^{\tau+1-t}} - a_t - \sum_{\tau=t}^N \frac{y_\tau}{(1+r)^{\tau+1-t}} \right]$$

Bajo condiciones de primer orden en:

$$\frac{\partial L}{\partial y_\tau} = \frac{-\lambda}{(1+r)^{\tau+1-t}}; \quad \tau = t, t+1, \dots, L$$

$$\frac{\partial L}{\partial c_\tau} = \frac{\lambda}{(1+r)^{\tau+1-t}}; \quad \tau = t, t+1, \dots, L$$

$$\frac{\partial U}{\partial a_{L+1}} = \frac{\lambda}{(1+r)^{L+1-t}}$$

C. Solución de Ecuación de Bellman Para Consumo Intertemporal

Partiendo del siguiente problema de maximización de utilidad:

$$V(A_t) = \max_{C_t} \left\{ U(C_t) + E_t \left[\sum_{s=t+1}^{\infty} \lambda_{t,s} U(C_s) \right] \right\}$$

s. a.

$$A_{t+1} = (1 + r_{t+1})(A_t + Y_t - C_t) \quad y \quad A_L \geq 0$$

$$\lambda_{t,s} = \left(\frac{1}{1 + \delta}\right)^{s-t} \prod_{k=t+1}^s q_x$$

Por el principio de Bellman el problema inicial se puede expresar como:

$$V(A) = \max_{C_t} \{U'(C_t) + \lambda_{t+1} E_t [V((1 + r_{t+1})(A_t + Y_t - C_t))]\}$$

Por condiciones de primer orden de la ecuación de Bellman respecto al consumo se obtiene:

$$\frac{\partial V(A)}{\partial C} = U'(C_t) - \lambda_{t+1} E_t [(1 + r_{t+1})V'((1 + r_{t+1})(A_t + Y_t - C_t))] = 0$$

$$U'(C_t) - \lambda_{t+1} E_t [(1 + r_{t+1})V'((1 + r_{t+1})(A_t + Y_t - C_t))] = 0$$

$$U'(C_t) = \lambda_{t+1} E_t [(1 + r_{t+1})V'((1 + r_{t+1})(A_t + Y_t - C_t))]$$

Por teorema de la envolvente se tendría que:

$$V'((1 + r_{t+1})(A_t + Y_t - C_t)) = U'(C_t)$$

Obteniendo:

$$U'(C_t) = \lambda_{t+1} E_t [(1 + r_{t+1})U'(C_{t+1})]$$

$$U'(C_t) = \left(\frac{1 + q_x}{1 + \delta}\right) E_t [(1 + r_{t+1})U'(C_{t+1})] \quad (I.1)$$

D. Modelo de Consumo Intertemporal

De acuerdo a lo previsto en por (I. 6):

$$U'(C_t) = \left(\frac{k_{-1}/\mathbf{q}_x}{1 + \delta} \right) E_t[(1 + r_{t+1})U'(C_{t+1})]$$

Bajo una función de utilidad de la forma $U(C_t) = \frac{C_t^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}$, donde el parámetro γ es el coeficiente de aversión al riesgo y $\frac{1}{\gamma}$ la elasticidad de sustitución intertemporal se tiene que:

$$C_t^{-\gamma} = \left(\frac{k_{-1}/\mathbf{q}_x}{1 + \delta} \right) E_t[(1 + r_{t+1})C_{t+1}^{-\gamma}]$$

Bajo la información disponible no se tiene evidencia de cambios en las tasas de rendimiento y como lo menciona Tovar (2008), no es conveniente usar tasas de interés al tratar temas de ahorro y mucho menos al utilizar datos de corte transversal. Por lo cual se tomará como una constante. Despejando el consumo futuro se obtiene:

$$E_t[C_{t+1}^{-\gamma}] = \left(\frac{1 + \delta}{(k_{-1}/\mathbf{q}_x)(1 + r_{t+1})} \right) C_t^{-\gamma}$$

Es decir, la utilidad reportada por consumo futuro esperada va a ser la utilidad hoy multiplicada por una tasa de preferencia temporal hacia el futuro δ , descontando la posible no realización de ese consumo k_{-1}/\mathbf{q}_x y un valor de tasa de interés.

De forma análoga, las expectativas actuales frente al consumo futuro se pueden notar como:

$$C_{t+1}^{-\gamma} + \varepsilon_{t+1} = \left(\frac{1 + \delta}{(k_{-1}/\mathbf{q}_x)(1 + r_{t+1})} \right) C_t^{-\gamma}$$

$$\frac{C_{t+1}^{-\gamma}}{\varepsilon_{t+1}} + 1 = \frac{\left(\frac{1 + \delta}{(k_{-1}/\mathbf{q}_x)(1 + r_{t+1})} \right) C_t^{-\gamma}}{\varepsilon_{t+1}}$$

Operando por logaritmos se obtiene que el crecimiento del consumo futuro está dado por:

$$-\gamma \ln(C_{t+1}) - \ln(\varepsilon_{t+1}) = \ln(1 + \delta) - \gamma \ln(C_t) - \ln(k_{-1}/\mathbf{q}_x) - \ln(1 + r_{t+1}) - \ln(\varepsilon_{t+1})$$

$$\ln(C_{t+1}) = -\alpha \ln(1 + \delta) + \ln(C_t) + \alpha \ln({}_{k-1|}q_x) + \alpha \ln(1 + r_{t+1})$$

$$\alpha = \frac{1}{\gamma}$$

E. Parámetros y Cálculo de Mesadas Según la Resolución 3099

La resolución establece las siguientes variables para el cálculo:

VA :	Valor presente actuarial de una mesada m para un afiliado y sus beneficiarios.
AF :	Valor presente actuarial del auxilio funerario pagado al momento de muerte del afiliado.
CAP :	Saldo en la cuenta de ahorro individual del afiliado en el momento de la liquidación.
s :	Mes de cálculo (0 para el 31 de enero, 1 para el 28 de febrero, ..., 11 para el 31 de diciembre).
M_t :	Indicador del número de mesadas pagadas.
x :	Edad en años del afiliado.
y, z :	Edad en años de los beneficiarios de primer y segundo orden.
$w(\Omega)$:	Número de años para la extinción del grupo x, y y z .
${}_{(k-1)+\left(\frac{t}{12}\right)}P_{\Omega}$:	Probabilidad de que el grupo x, y y z sobreviva $k - 1$ y $\frac{t}{12}$ meses.
${}_{k-1 }q_x$:	Probabilidad de que el afiliado muera entre las edades $x + k - 1$ y $x + k$
r :	Tasa de interés efectiva real anual decretada por Minhacienda.
f :	Tasa de inflación anual esperada para cada año del pago de la prestación ²³ .
Δ :	Incremento real esperado del salario mínimo en para cada año del pago de la prestación ²⁴ .
μ :	Factor de seguridad asociado al ajuste por beneficiarios decretado por el Gobierno Nacional en 6%.
g	Factor de gasto de la AFP o aseguradora.
A	Valor del auxilio funerario.
m	Monto de la mesada pagada.

²³ Determinada por la formula $\frac{3f_{A-1}+2f_{A-2}+f_{A-3}}{6}$, donde A es el año de liquidación y f las inflaciones observadas en los años anteriores.

²⁴ Estimado como el promedio de las diferencias entre el crecimiento del salario mínimo y el nivel de precios en los últimos 10 años.

Con esta información la Resolución establece las siguientes fórmulas para la estimación de la mesada:

$$m = \frac{VA}{\left\{ \left[\sum_{k=1}^{w(\Omega)} \sum_{t=1}^{12} \frac{N_t (1+f)^{k-1} (1+\Delta)^{k-1}}{(1+i)^{k-1+t/12}} \right]_{(k-1)+(\frac{t}{12})} P_{\Omega} \right\} (1+\mu)}$$

$$AF = A \left[\sum_{k=1}^{w-x} \frac{(1+f)^{k-1} (1+\Delta)^{k-1}}{(1+i)^{k-1/2}} \right]_{k-1/q_x}$$

En $s=0$.

$$m = \frac{VA}{\left\{ \left[\sum_{k=1}^{w(\Omega)} \sum_{t=1}^{12} \frac{M_t (1+f)^{k-1} (1+\Delta)^{k-1}}{(1+i)^{k-1+t/12}} \right]_{(k-1)+(\frac{t}{12})} P_{\Omega} - \sum_{k=1}^{w(\Omega)} \frac{M_t}{(1+i)^{t/12}} \left(\frac{t}{12} \right) P_{\Omega} \right\} \frac{(1+i)^{s/12}}{\left(\frac{s}{12} \right) P_{\Omega}} (1+\mu)}$$

$$AF = \left(1 - \frac{s}{12} \right) A \left[\sum_{k=1}^{w(\Omega)} \frac{(1+f)^{k-1} (1+\Delta)^{k-1}}{(1+i)^{k-1/2}} \right]_{k-1/q_x} + \left(\frac{s}{12} \right) A \left[\sum_{k=1}^{w(\Omega+1)} \frac{(1+f)^{k-1} (1+\Delta)^{k-1}}{(1+i)^{k-1/2}} \right]_{k-1/q_{x+1}}$$

Cuando $s > 0$.

De forma tal que el saldo en la cuenta debe garantizar que:

$$CAP = \frac{VA + AF}{(1-g)}$$

F. Regresiones de Hipótesis Ciclo de Vida

```
. xtunitroot llc lcons, lags(3)

Levin-Lin-Chu unit-root test for lcons
-----
Ho: Panels contain unit roots      Number of panels =    5
Ha: Panels are stationary          Number of periods =   70

AR parameter: Common                Asymptotics: N/T -> 0
Panel means: Included
Time trend: Not included

ADF regressions: 3 lags
LR variance: Bartlett kernel, 13.00 lags average (chosen by LLC)
-----
                Statistic      p-value
-----
Unadjusted t      -7.1317
Adjusted t*       -2.5126      0.0060
-----

.
. xtunitroot llc ling, lags(3)

Levin-Lin-Chu unit-root test for ling
-----
Ho: Panels contain unit roots      Number of panels =    5
Ha: Panels are stationary          Number of periods =   70

AR parameter: Common                Asymptotics: N/T -> 0
Panel means: Included
Time trend: Not included

ADF regressions: 3 lags
LR variance: Bartlett kernel, 13.00 lags average (chosen by LLC)
-----
                Statistic      p-value
-----
Unadjusted t      -7.1348
Adjusted t*       -2.1602      0.0154
-----

.
. xtserial lcons laglcons lpm

Wooldridge test for autocorrelation in panel data
H0: no first-order autocorrelation
      F( 1,      4) =    91.471
      Prob > F =    0.0007

.
. xtgls lcons l.lcons lpm, panels(heteroskedastic) corr(psarl) rhtype(theil) igls
Iteration 1: tolerance = .00204705
Iteration 2: tolerance = .00003798
Iteration 3: tolerance = .00001285
Iteration 4: tolerance = 1.677e-06
Iteration 5: tolerance = 1.900e-07
Iteration 6: tolerance = 2.075e-08

Cross-sectional time-series FGLS regression

Coefficients: generalized least squares
Panels:      heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)

Estimated covariances =    5      Number of obs =    345
Estimated autocorrelations =    5      Number of groups =    5
Estimated coefficients =    3      Time periods =    69
                                Wald chi2(2) = 2484.48
                                Prob > chi2 =    0.0000

-----
                lcons      Coef.  Std. Err.  z  P>|z|  [95% Conf. Interval]
-----
                lcons
                L1.      .8885186  .0181476  48.96  0.000  .8529499  .9240873
                lpm
                _cons     1.540947  .2461614  6.26  0.000  1.05848  2.023415
-----
```

```

. xtserial lcons laglcons lpm ling

Wooldridge test for autocorrelation in panel data
H0: no first-order autocorrelation
F( 1, 4) = 33.356
Prob > F = 0.0045

.
. xtgls lcons l.lcons lpm ling, panels(heteroskedastic) corr(psarl) rhotype(theil) igls
Iteration 1: tolerance = .00081764
Iteration 2: tolerance = .00002619
Iteration 3: tolerance = 1.514e-06
Iteration 4: tolerance = 9.839e-08

Cross-sectional time-series FGLS regression

Coefficients: generalized least squares
Panels: heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)

Estimated covariances = 5 Number of obs = 345
Estimated autocorrelations = 5 Number of groups = 5
Estimated coefficients = 4 Time periods = 69
Wald chi2(3) = 2938.69
Prob > chi2 = 0.0000

```

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
lcons						
L1.	.3719763	.0348725	10.67	0.000	.3036275	.4403252
lpm	.2927275	.04649	6.30	0.000	.2016087	.3838462
ling	.4479158	.0283561	15.80	0.000	.3923389	.5034926
_cons	2.476621	.2310518	10.72	0.000	2.023768	2.929474

Sin la probabilidad de morir:

```

. xtserial lcons laglcons

Wooldridge test for autocorrelation in panel data
H0: no first-order autocorrelation
F( 1, 4) = 100.432
Prob > F = 0.0006

. xtgls lcons l.lcons, panels(heteroskedastic) corr(psarl) rhotype(theil) igls
Iteration 1: tolerance = .00070942
Iteration 2: tolerance = .00013473
Iteration 3: tolerance = .00002076
Iteration 4: tolerance = 2.486e-06
Iteration 5: tolerance = 2.843e-07
Iteration 6: tolerance = 3.219e-08

Cross-sectional time-series FGLS regression

Coefficients: generalized least squares
Panels: heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)

Estimated covariances = 5 Number of obs = 345
Estimated autocorrelations = 5 Number of groups = 5
Estimated coefficients = 2 Time periods = 69
Wald chi2(1) = 2470.60
Prob > chi2 = 0.0000

```

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
lcons						
L1.	.8835913	.0177766	49.71	0.000	.8487497	.9184329
_cons	1.602635	.2421995	6.62	0.000	1.127932	2.077337

```

. xtserial lcons laglcons ling

Wooldridge test for autocorrelation in panel data
H0: no first-order autocorrelation
F( 1, 4) = 34.122
Prob > F = 0.0043

. xtgls lcons l.lcons ling, panels(heteroskedastic) corr(psarl) rhotype(theil) igls
Iteration 1: tolerance = .00274402
Iteration 2: tolerance = .00027368
Iteration 3: tolerance = .00003251
Iteration 4: tolerance = 4.166e-06
Iteration 5: tolerance = 5.482e-07
Iteration 6: tolerance = 7.277e-08

```

Cross-sectional time-series FGLS regression

```

Coefficients: generalized least squares
Panels: heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)

```

```

Estimated covariances = 5      Number of obs = 345
Estimated autocorrelations = 5      Number of groups = 5
Estimated coefficients = 3          Time periods = 69
Wald chi2(2) = 2303.83
Prob > chi2 = 0.0000

```

	lcons	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
lcons						
L1.		.388928	.0364014	10.68	0.000	.3175826 .4602734
ling		.4047925	.02833	14.29	0.000	.3492668 .4603183
_cons		2.803559	.2533896	11.06	0.000	2.306925 3.300194

G. Test de Wald para Cambio Estructural

```
. reg lcons l.lcons lC ling
```

Source	SS	df	MS	Number of obs =	69
Model	4.34589562	3	1.44863187	F(3, 65)	= 150.31
Residual	.626447833	65	.009637659	Prob > F	= 0.0000
Total	4.97234345	68	.073122698	R-squared	= 0.8740
				Adj R-squared	= 0.8682
				Root MSE	= .09817

	lcons	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
lcons						
L1.		.3920549	.0736537	5.32	0.000	.2449583 .5391515
lC		19.75344	5.188872	3.81	0.000	9.390547 30.11633
ling		.4939381	.0635032	7.78	0.000	.3671135 .6207627
_cons		1.486856	.6995098	2.13	0.037	.0898387 2.883874

. hetttest

Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity
Ho: Constant variance
Variables: fitted values of lcons

chi2(1) = 0.14
Prob > chi2 = 0.7046

. bgodfrey, lags(5)

Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
5	3.013	5	0.6980

H0: no serial correlation

. predict r1, r
(2 missing values generated)

. sktest r1

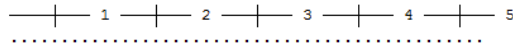
Skewness/Kurtosis tests for Normality

Variable	Obs	Pr(Skewness)	Pr(Kurtosis)	joint	
				adj chi2(2)	Prob>chi2
r1	69	0.2343	0.6275	1.71	0.4254

. vif

Variable	VIF	1/VIF
ling	3.88	0.257754
lcons		
L1.	3.49	0.286561
1C	1.80	0.555042
Mean VIF	3.06	

. estat sbsingle, breakvars(l.lcons)



Test for a structural break: Unknown break date

Number of obs = 69

Full sample: 17 - 85
Trimmed sample: 28 - 75
Estimated break date: 59
Ho: No structural break

Test	Statistic	p-value
swald	11.4532	0.0134

Exogenous variables: L.lcons 1C ling
Coefficients included in test: L.lcons

H. Cambio del Consumo en la Fecha de Corte

```
. xtgls lcons l.lcons ling D, panels(heteroskedastic) corr(psar1) rhtype(theil) igls
Iteration 1: tolerance = .00086373
Iteration 2: tolerance = .00007513
Iteration 3: tolerance = 6.116e-06
Iteration 4: tolerance = 4.901e-07
Iteration 5: tolerance = 3.906e-08
```

Cross-sectional time-series FGLS regression

```
Coefficients: generalized least squares
Panels: heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)
```

```
Estimated covariances = 5 Number of obs = 345
Estimated autocorrelations = 5 Number of groups = 5
Estimated coefficients = 4 Time periods = 69
Wald chi2(3) = 2825.33
Prob > chi2 = 0.0000
```

	lcons	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
	lcons					
	L1.	.388338	.0351047	11.06	0.000	.3195339 .457142
	ling					
	D	.4411432	.0287053	15.37	0.000	.3848818 .4974046
	D	-.0877325	.0164975	-5.32	0.000	-.1200671 -.0553979
	_cons	2.346458	.24022	9.77	0.000	1.875635 2.81728

I. Cambio en las Categorías de Consumo

I.1 Alimentos y bebidas no alcohólicas

```
. xtgls lcat1 lrel1 ling D, panels(heteroskedastic) corr(psar1) rhtype(theil) igls
Iteration 1: tolerance = .0078651
Iteration 2: tolerance = .0014023
Iteration 3: tolerance = .00025233
Iteration 4: tolerance = .00004548
Iteration 5: tolerance = 8.200e-06
Iteration 6: tolerance = 1.478e-06
Iteration 7: tolerance = 2.666e-07
Iteration 8: tolerance = 4.807e-08
```

Cross-sectional time-series FGLS regression

```
Coefficients: generalized least squares
Panels: heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)
```

```
Estimated covariances = 5 Number of obs = 345
Estimated autocorrelations = 5 Number of groups = 5
Estimated coefficients = 4 Time periods = 69
Wald chi2(3) = 801.90
Prob > chi2 = 0.0000
```

	lcat1	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
	lrel1	.5291394	.0288558	18.34	0.000	.4725831 .5856958
	ling	.1184634	.0149264	7.94	0.000	.0892081 .1477187
	D	-.0064415	.0151922	-0.42	0.672	-.0362176 .0233346
	_cons	4.189478	.3126582	13.40	0.000	3.576679 4.802277

I.2 Bebidas alcohólicas, cigarrillos y afines

```
. xtgls lcat2 lrel2 ling D, panels(heteroskedastic) corr(psarl) rhotype(theil) igls force
Iteration 1: tolerance = .00015881
Iteration 2: tolerance = 7.527e-06
Iteration 3: tolerance = 2.009e-07
Iteration 4: tolerance = 5.093e-09
```

Cross-sectional time-series FGLS regression

```
Coefficients: generalized least squares
Panels:      heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)
```

```
Estimated covariances =      5      Number of obs =      341
Estimated autocorrelations =      5      Number of groups =      5
Estimated coefficients =      4      Obs per group:
                                     min =      67
                                     avg =      68.2
                                     max =      69
Wald chi2(3) =      7573.29
Prob > chi2 =      0.0000
```

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
lcat2						
lrel2	.980276	.0135179	72.52	0.000	.9537815	1.006771
ling	.0162554	.017593	0.92	0.356	-.0182263	.0507371
D	-.0503747	.0193618	-2.60	0.009	-.0883231	-.0124262
_cons	-.0080596	.2102375	-0.04	0.969	-.4201174	.4039983

I.3 Prendas de vestir y calzado

```
. xtgls lcat3 lrel3 ling D, panels(heteroskedastic) corr(psarl) rhotype(theil) igls force
Iteration 1: tolerance = .0002765
Iteration 2: tolerance = 5.217e-06
Iteration 3: tolerance = 3.449e-07
Iteration 4: tolerance = 1.684e-08
```

Cross-sectional time-series FGLS regression

```
Coefficients: generalized least squares
Panels:      heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)
```

```
Estimated covariances =      5      Number of obs =      344
Estimated autocorrelations =      5      Number of groups =      5
Estimated coefficients =      4      Obs per group:
                                     min =      68
                                     avg =      68.8
                                     max =      69
Wald chi2(3) =      3945.04
Prob > chi2 =      0.0000
```

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
lcat3						
lrel3	.8995774	.0223485	40.25	0.000	.8557751	.9433797
ling	.0702048	.0222632	3.15	0.002	.0265698	.1138399
D	-.0967835	.0217427	-4.45	0.000	-.1393983	-.0541686
_cons	.1776433	.2135003	0.83	0.405	-.2408096	.5960962

I.4 Alojamiento, agua, electricidad, gas y otros combustibles

```
. xtgls lcat4 lrel4 ling D, panels(heteroskedastic) corr(psar1) rhotype(theil) igls
Iteration 1: tolerance = .0054553
Iteration 2: tolerance = .00079401
Iteration 3: tolerance = .00010384
Iteration 4: tolerance = .00001314
Iteration 5: tolerance = 1.643e-06
Iteration 6: tolerance = 2.046e-07
Iteration 7: tolerance = 2.542e-08
```

Cross-sectional time-series FGLS regression

Coefficients: generalized least squares
Panels: heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)

```
Estimated covariances = 5      Number of obs = 345
Estimated autocorrelations = 5    Number of groups = 5
Estimated coefficients = 4      Time periods = 69
                                Wald chi2(3) = 5054.46
                                Prob > chi2 = 0.0000
```

	lcat4	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
	lrel4	.6667176	.0257027	25.94	0.000	.6163414	.7170939
	ling	.2606404	.0248633	10.48	0.000	.2119092	.3093715
	D	.0675179	.0200292	3.37	0.001	.0282613	.1067745
	_cons	.1637265	.2023524	0.81	0.418	-.2328768	.5603299

I.5 Muebles, artículos para el hogar y para la conservación ordinaria del hogar

```
. xtgls lcat5 lrel5 ling D, panels(heteroskedastic) corr(psar1) rhotype(theil) igls
Iteration 1: tolerance = .00184489
Iteration 2: tolerance = .0001715
Iteration 3: tolerance = .00001597
Iteration 4: tolerance = 1.489e-06
Iteration 5: tolerance = 1.388e-07
Iteration 6: tolerance = 1.293e-08
```

Cross-sectional time-series FGLS regression

Coefficients: generalized least squares
Panels: heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)

```
Estimated covariances = 5      Number of obs = 345
Estimated autocorrelations = 5    Number of groups = 5
Estimated coefficients = 4      Time periods = 69
                                Wald chi2(3) = 5370.62
                                Prob > chi2 = 0.0000
```

	lcat5	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
	lrel5	.7607439	.0259989	29.26	0.000	.7097869	.8117009
	ling	.218873	.0281146	7.79	0.000	.1637693	.2739767
	D	-.0207547	.0172332	-1.20	0.228	-.0545311	.0130217
	_cons	-.4768428	.2101784	-2.27	0.023	-.8887849	-.0649006

I.6 Salud

```
. xtgls lcat6 lrel6 ling D, panels(heteroskedastic) corr(psarl) rhotype(theil) igls
Iteration 1: tolerance = .00072727
Iteration 2: tolerance = 3.472e-06
Iteration 3: tolerance = 4.464e-08
```

Cross-sectional time-series FGLS regression

Coefficients: generalized least squares
Panels: heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)

```
Estimated covariances = 5      Number of obs = 345
Estimated autocorrelations = 5      Number of groups = 5
Estimated coefficients = 4      Time periods = 69
Wald chi2(3) = 7632.97
Prob > chi2 = 0.0000
```

lcat6	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
lrel6	.8923709	.0172829	51.63	0.000	.858497 .9262447
ling	.0811945	.0202497	4.01	0.000	.0415059 .1208832
D	-.0030188	.0170696	-0.18	0.860	-.0364746 .0304369
_cons	-.0204799	.1985784	-0.10	0.918	-.4096865 .3687266

I.7 Transporte

```
. xtgls lcat7 lrel7 ling D, panels(heteroskedastic) corr(psarl) rhotype(theil) igls
Iteration 1: tolerance = .00551776
Iteration 2: tolerance = .00032062
Iteration 3: tolerance = .00001874
Iteration 4: tolerance = 1.096e-06
Iteration 5: tolerance = 6.411e-08
```

Cross-sectional time-series FGLS regression

Coefficients: generalized least squares
Panels: heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)

```
Estimated covariances = 5      Number of obs = 345
Estimated autocorrelations = 5      Number of groups = 5
Estimated coefficients = 4      Time periods = 69
Wald chi2(3) = 6661.78
Prob > chi2 = 0.0000
```

lcat7	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
lrel7	.8613429	.0191809	44.91	0.000	.8237489 .8989368
ling	.1435106	.0254732	5.63	0.000	.093584 .1934371
D	-.0695326	.0177175	-3.92	0.000	-.1042583 -.034807
_cons	-.3535028	.2191642	-1.61	0.107	-.7830567 .0760511

I.8 Comunicaciones

```
. xtgls lcat8 lrel8 ling D, panels(heteroskedastic) corr(psarl) rhotype(theil) igls
Iteration 1: tolerance = .00642784
Iteration 2: tolerance = .00113755
Iteration 3: tolerance = .00020326
Iteration 4: tolerance = .00003629
Iteration 5: tolerance = 6.479e-06
Iteration 6: tolerance = 1.156e-06
Iteration 7: tolerance = 2.064e-07
Iteration 8: tolerance = 3.686e-08
```

Cross-sectional time-series FGLS regression

Coefficients: generalized least squares
Panels: heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)

```
Estimated covariances = 5      Number of obs = 345
Estimated autocorrelations = 5    Number of groups = 5
Estimated coefficients = 4        Time periods = 69
Wald chi2(3) = 8489.97
Prob > chi2 = 0.0000
```

lcat8	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
lrel8	.8029468	.0200738	40.00	0.000	.7636029 .8422908
ling	.232009	.0285072	8.14	0.000	.1761359 .2878821
D	-.0324032	.0173913	-1.86	0.062	-.0664896 .0016832
_cons	-1.089322	.243293	-4.48	0.000	-1.566168 -.6124768

I.9 Recreación y cultura

```
. xtgls lcat9 lrel9 ling D, panels(heteroskedastic) corr(psarl) rhotype(theil) igls
Iteration 1: tolerance = .00242589
Iteration 2: tolerance = .00024608
Iteration 3: tolerance = .00002501
Iteration 4: tolerance = 2.542e-06
Iteration 5: tolerance = 2.584e-07
Iteration 6: tolerance = 2.624e-08
```

Cross-sectional time-series FGLS regression

Coefficients: generalized least squares
Panels: heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)

```
Estimated covariances = 5      Number of obs = 343
Estimated autocorrelations = 5    Number of groups = 5
Estimated coefficients = 4        Obs per group:
                                     min = 68
                                     avg = 68.6
                                     max = 69
Wald chi2(3) = 7292.56
Prob > chi2 = 0.0000
```

lcat9	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
lrel9	.881494	.0156933	56.17	0.000	.8507357 .9122522
ling	.115498	.0218528	5.29	0.000	.0726673 .1583287
D	-.0660945	.0169493	-3.90	0.000	-.0993146 -.0328744
_cons	-.3540002	.2163633	-1.64	0.102	-.7780645 .0700642

I.10 Educación

```
. xtgls lcat10 lrel10 ling D, panels(heteroskedastic) corr(pearl) rhtype(theil) igls force
Iteration 1: tolerance = .00142772
Iteration 2: tolerance = .00005357
Iteration 3: tolerance = 2.038e-06
Iteration 4: tolerance = 7.757e-08
```

Cross-sectional time-series FGLS regression

Coefficients: generalized least squares
Panels: heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)

```
Estimated covariances = 5      Number of obs = 340
Estimated autocorrelations = 5      Number of groups = 5
Estimated coefficients = 4      Obs per group:
                                min = 66
                                avg = 68
                                max = 69
                                Wald chi2(3) = 21284.50
                                Prob > chi2 = 0.0000
```

lcat10	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
lrel10	.9680997	.0094337	102.62	0.000	.94961	.9865895
ling	.0529779	.0215159	2.46	0.014	.0108074	.0951484
D	-.0560278	.0177622	-3.15	0.002	-.0908411	-.0212146
_cons	-.3709161	.2359571	-1.57	0.116	-.8333835	.0915513

I.11 Restaurantes y hoteles

```
. xtgls lcat11 lrel11 ling D, panels(heteroskedastic) corr(pearl) rhtype(theil) igls
Iteration 1: tolerance = .00326949
Iteration 2: tolerance = .00015287
Iteration 3: tolerance = 7.337e-06
Iteration 4: tolerance = 3.538e-07
Iteration 5: tolerance = 1.707e-08
```

Cross-sectional time-series FGLS regression

Coefficients: generalized least squares
Panels: heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)

```
Estimated covariances = 5      Number of obs = 345
Estimated autocorrelations = 5      Number of groups = 5
Estimated coefficients = 4      Time periods = 69
                                Wald chi2(3) = 3383.59
                                Prob > chi2 = 0.0000
```

lcat11	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
lrel11	.8999523	.0232911	38.64	0.000	.8543026	.945602
ling	.0683996	.0231727	2.95	0.003	.022982	.1138172
D	-.0629571	.0185857	-3.39	0.001	-.0993844	-.0265298
_cons	.2552144	.2239153	1.14	0.254	-.1836516	.6940804

I.12 Bienes y servicios diversos

```
. xtgls lcat12 lrel12 ling D, panels(heteroskedastic) corr(psar1) rhotype(theil) igls
Iteration 1: tolerance = .00013025
Iteration 2: tolerance = 8.592e-06
Iteration 3: tolerance = 2.768e-07
Iteration 4: tolerance = 8.160e-09
```

Cross-sectional time-series FGLS regression

Coefficients: generalized least squares
Panels: heteroskedastic
Correlation: panel-specific AR(1)

```
Estimated covariances = 5 Number of obs = 345
Estimated autocorrelations = 5 Number of groups = 5
Estimated coefficients = 4 Time periods = 69
Wald chi2(3) = 7633.33
Prob > chi2 = 0.0000
```

lcat12	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
lrel12	.8774528	.0211572	41.47	0.000	.8359855	.9189202
ling	.1348559	.0285894	4.72	0.000	.0788217	.1908901
D	-.0816542	.0178632	-4.57	0.000	-.1166653	-.0466643
_cons	-.3789596	.2194642	-1.73	0.084	-.8091015	.0511823

J. Tasas de Reemplazo por Edad

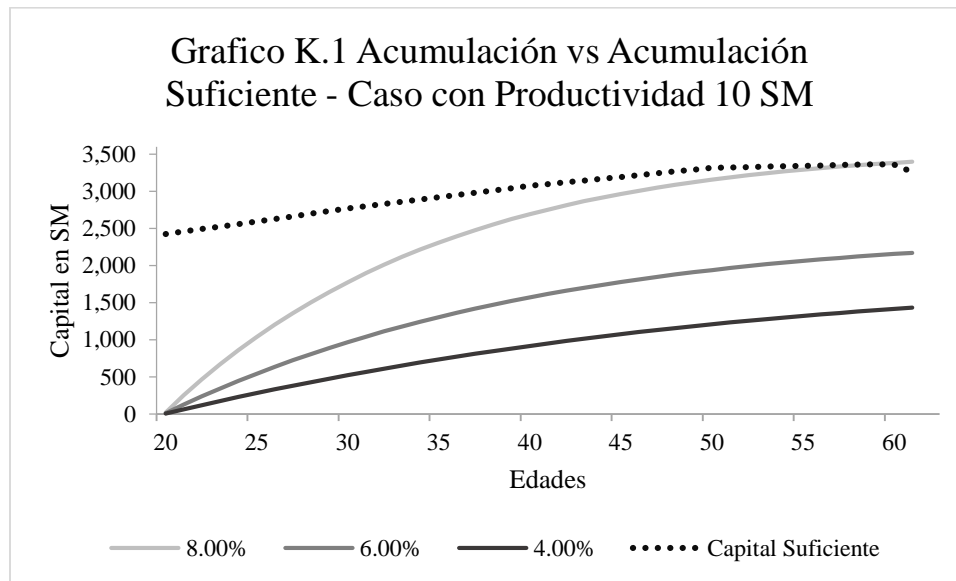
CUADRO J.1 TASAS DE REEMPLAZO SUFICIENTE SEGÚN LA EDAD DE PENSIÓN Y EL NIVEL DE INGRESO

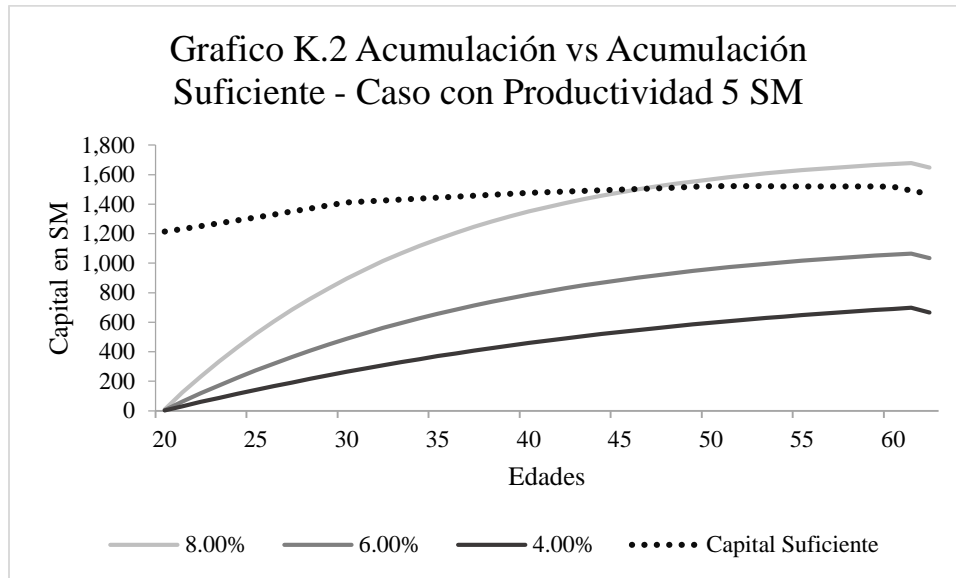
		DECILES DEL INGRESO									
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
EDAD DE JUBILACIÓN	60	101.08%	100.34%	99.98%	99.86%	99.66%	99.43%	99.10%	98.64%	98.30%	97.43%
	61	102.18%	100.69%	99.96%	99.72%	99.32%	98.87%	98.21%	97.30%	96.64%	94.93%
	62	103.28%	101.03%	99.95%	99.57%	98.98%	98.31%	97.32%	95.97%	95.00%	92.50%
	63	104.40%	101.38%	99.93%	99.43%	98.64%	97.75%	96.45%	94.67%	93.39%	90.13%
	64	105.53%	101.72%	99.91%	99.29%	98.30%	97.19%	95.58%	93.38%	91.80%	87.81%
	65	106.68%	102.07%	99.89%	99.15%	97.97%	96.64%	94.72%	92.11%	90.25%	85.56%
	66	107.83%	102.42%	99.87%	99.01%	97.64%	96.09%	93.86%	90.86%	88.72%	83.36%
	67	109.00%	102.77%	99.85%	98.87%	97.30%	95.55%	93.02%	89.62%	87.21%	81.23%
	68	110.18%	103.12%	99.84%	98.73%	96.97%	95.00%	92.18%	88.40%	85.73%	79.14%
	69	111.37%	103.48%	99.82%	98.59%	96.64%	94.46%	91.35%	87.20%	84.28%	77.11%
	70	112.58%	103.83%	99.80%	98.45%	96.31%	93.93%	90.53%	86.02%	82.85%	75.13%
	71	113.80%	104.18%	99.78%	98.30%	95.98%	93.39%	89.71%	84.85%	81.44%	73.20%
72	115.03%	104.54%	99.76%	98.16%	95.65%	92.86%	88.90%	83.69%	80.06%	71.33%	

		DECILES DEL INGRESO									
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
73		116.28%	104.90%	99.74%	98.03%	95.33%	92.33%	88.10%	82.55%	78.70%	69.50%
74		117.54%	105.26%	99.73%	97.89%	95.00%	91.81%	87.31%	81.43%	77.37%	67.71%
75		118.81%	105.62%	99.71%	97.75%	94.68%	91.29%	86.52%	80.32%	76.06%	65.98%
76		120.10%	105.98%	99.69%	97.61%	94.35%	90.77%	85.74%	79.23%	74.77%	64.28%
77		121.40%	106.34%	99.67%	97.47%	94.03%	90.25%	84.97%	78.15%	73.50%	62.63%
78		122.71%	106.71%	99.65%	97.33%	93.71%	89.74%	84.21%	77.09%	72.25%	61.03%
79		124.04%	107.07%	99.64%	97.19%	93.39%	89.23%	83.45%	76.04%	71.03%	59.46%
80		125.39%	107.44%	99.62%	97.05%	93.07%	88.73%	82.70%	75.01%	69.82%	57.94%
81		126.74%	107.80%	99.60%	96.91%	92.75%	88.22%	81.95%	73.99%	68.64%	56.45%
82		128.12%	108.17%	99.58%	96.78%	92.44%	87.72%	81.21%	72.98%	67.47%	55.00%
83		129.51%	108.54%	99.56%	96.64%	92.12%	87.22%	80.48%	71.99%	66.33%	53.59%
84		130.91%	108.92%	99.54%	96.50%	91.81%	86.73%	79.76%	71.01%	65.21%	52.21%
85		132.33%	109.29%	99.53%	96.36%	91.49%	86.23%	79.04%	70.04%	64.10%	50.87%

K. Escenarios de Productividad para Individuos que Ganen 2 o 5 Salarios

Mínimos.





L. Escenarios sin Productividad

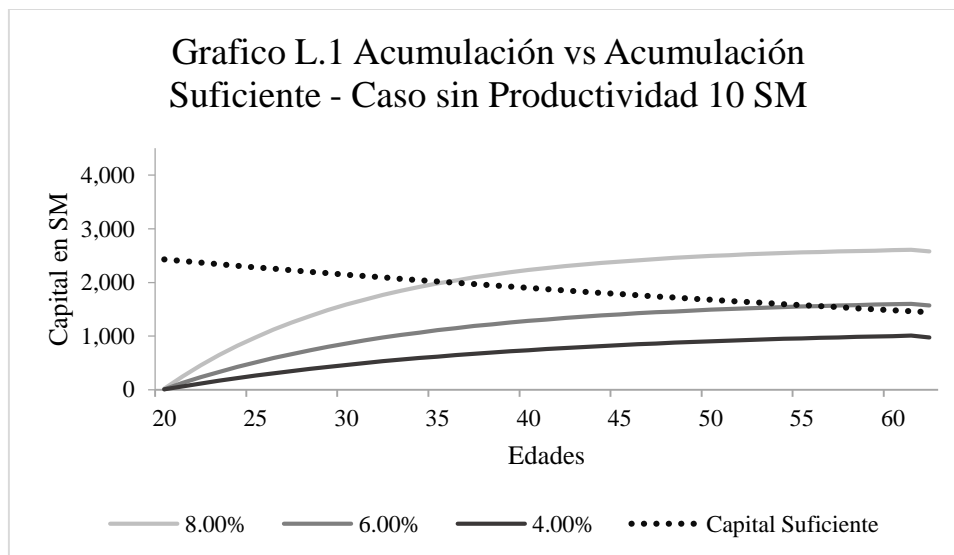


Grafico L.2 Acumulación vs Acumulación Suficiente - Caso sin Productividad 5 SM

