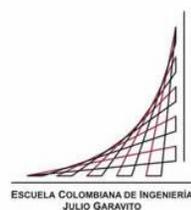


Maestría en Ingeniería Civil

Técnica de reducción de escala estadística basada en la teoría del caos: Aplicación y desempeño en la Cuenca del Rio Bogotá

Freddy Santiago Duarte Prieto

Bogotá, D.C., 24 de mayo de 2017



Técnica de reducción de escala estadística basada en la teoría del caos: Aplicación y desempeño en la Cuenca del Rio Bogotá

Freddy Santiago Duarte Prieto

Tesis para optar al título de Magíster en Ingeniería Civil, con énfasis en Recursos Hidráulicos y Medio Ambiente

Ph. D. Germán Ricardo Santos Granados

Director

Ph. D. Gerald Augusto Corzo Pérez

Ph. D. Oscar Eduardo Hernández Murcia

Co-Directores

Bogotá, D.C., 24 de mayo de 2017



La tesis de maestría titulada “Técnica de reducción de escala estadística basada en la teoría del caos: Aplicación y desempeño en la Cuenca del Río Bogotá”, presentada por Freddy Santiago Duarte Prieto, cumple con los requisitos establecidos para optar al título de Magíster en Ingeniería Civil con énfasis en Recursos Hidráulicos y Medio Ambiente.

Nota de aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Bogotá, D.C., 24 de mayo de 2017.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi familia, quienes con su apoyo y amor incondicional han permitido la creación y desarrollo de este trabajo de investigación.

A mis hermanos Ricardo, Sara y Sofía quienes me han prestado su grata compañía en incontables momentos de mi vida en aire, tierra y mar.

A mis padres Luis Alberto y Sonia Stella quienes me han inculcado grandes valores y me han instruido con el espíritu de la investigación.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la dirección de posgrados de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito por su apoyo y compañía durante este proceso. También agradezco a mis compañeros de la Maestría quienes en menor o mayor medida han contribuido con sus ideas al presente trabajo.

Al Dr. Germán Santos agradezco por sus consejos y aportes en este documento, y la confianza que ha depositado en mí para el desarrollo de esta investigación.

Agradecimientos especiales al Dr. Gerald Corzo y al Dr. Oscar Hernández, sin los cuales no hubiese sido posible el desarrollo del presente trabajo, quienes aun estando a la distancia han dedicado su tiempo para la realización de este proyecto de grado.

Resumen

En el presente trabajo se introduce una nueva técnica de reducción de escala estadística basada en los conceptos de caos determinístico y sincronización de sistemas dinámicos, así como su aplicación y desempeño en la cuenca del río Bogotá. Dos fuentes de información climáticas fueron utilizadas en el proceso con diferentes intervalos de acumulación: la primera corresponde a 47 estaciones Pluviográficas del IDEAM, (1970-2016, diarios) y la segunda se deriva de la información del modelo climático global MPI-ESM-MR con una resolución espacial de $1.875^\circ \times 1.875^\circ$ a resolución diaria. Estas series de tiempo se utilizaron para reconstruir el espacio de fase mediante el método de los retardos (Method of Time-Delay), que encuentra los valores apropiados del tiempo de retardo τ (≈ 4) y la dimensión del plano de fase m (≈ 6) para capturar la dinámica del atractor. Esta información fue utilizada para calcular los exponentes de Lyapunov y evaluar la presencia de caos determinístico. Posteriormente, se crea un modelo predictivo basado en la sincronización general de los dos sistemas dinámicos y la función del parámetro μ de los vecinos falsos mutuos más próximos. Finalmente, se comparan mediante diferentes medidas del error los resultados obtenidos con otras técnicas de reducción de escala estadística. Como resultados de esta investigación se obtienen: la identificación de un intervalo de acumulación óptimo para la predictibilidad del sistema dinámico (5 días), la identificación de la leve presencia de sincronización entre los sistemas dinámicos y una técnica de reducción de escala adecuada para valores medios.

Tabla de Contenido

1. INTRODUCCIÓN.....	20
1.1. Motivación	20
1.2. Problema	20
1.3. Antecedentes	21
1.4. Objetivos	21
1.5. Resumen del Documento.....	22
2. TECNICAS DE REDUCCION DE ESCALA	23
2.1. Modelos Climáticos Globales (GCMs)	24
2.2. Trayectorias de Concentración Representativas (RCP)	29
2.3. Técnicas de reducción de escala	31
2.4. Clasificación	32
2.4.1. Reducción de escala estadística.....	32
2.4.2. Reducción de escala dinámica	35
2.5. Incertidumbre en las técnicas de reducción de escala.....	35
3. CASO DE ESTUDIO	37
3.1. Descripción general de la cuenca	37
3.2. Características físicas de la cuenca.....	38
3.3. Caracterización hídrica de la cuenca	40
3.4. Precipitación.....	41
3.4.1. Variación espacial de la precipitación	41
3.4.2. Variación temporal de la precipitación	42
3.5. ENSO (El Niño – South Oscillation)	45
3.6. Cambio Climático	47
3.7. Fuentes de información disponibles.....	47
3.7.1. GCMs.....	47

3.7.2.	Estaciones pluviométricas.....	50
4.	DINÁMICA NO LINEAL Y CAOS DETERMINÍSTICO.....	57
4.1.	El clima.....	57
4.2.	Caos Determinístico.....	58
4.3.	Evaluación de la presencia de caos determinístico.....	60
4.3.1.	Espectro de potencia.....	61
4.3.2.	Entropía de Kolmogorov.....	61
4.3.3.	Exponente de Hurst.....	62
4.4.	Espacio de Fase.....	63
4.5.	Reconstrucción del espacio de fase: Método de los retardos.....	64
4.5.1.	Tiempo de retardo (en inglés Time Delay).....	65
4.5.2.	Dimensión del plano de fase (en inglés Embedding Dimension).....	67
4.5.3.	Exponentes de Lyapunov.....	71
5.	SINCRONIZACION DE SISTEMAS CAOTICOS.....	74
5.1.	Sincronización completa.....	75
5.2.	Sincronización de fase.....	76
5.3.	Sincronización de retardo.....	76
5.4.	Sincronización de amplitud.....	78
5.5.	Sincronización general.....	78
5.5.1.	Vecinos falsos mutuos más próximos.....	79
5.5.2.	Exponentes condicionales de Lyapunov.....	80
5.5.3.	Enfoque del sistema auxiliar.....	80
6.	CONSTRUCCION DEL MODELO CAÓTICO PREDICTIVO PARA LA TECNICA DE REDUCCIÓN DE ESCALA.....	81
6.1.	Esquema general de la técnica CSD.....	81
6.2.	Librería de datos de entrada.....	82

6.3.	Librería de evaluación de caos determinístico (Chaos_Analysis)	84
6.3.1.	Delay	86
6.3.2.	Dimensión	88
6.3.3.	Lyapunov.....	90
6.4.	Librería de comparación.....	92
6.4.1.	Propiedades estadísticas (en inglés Statistical_Comparation)	92
6.4.2.	Propiedades de sistema dinámico (en inglés Chaos_Comparation)	93
6.5.	Librería de sincronización	94
6.5.1.	Parámetros de la reconstrucción del espacio de fase	94
6.5.2.	Calibración	95
6.5.3.	Modelo predictivo	97
6.5.4.	Validación.....	100
6.5.5.	Sincronización.....	101
7.	APLICACION DE LA TECNICA DE REDUCCIÓN DE ESCALA CSD EN LA ZONA DE ESTUDIO.....	103
7.1.	Aplicación en la Cuenca del Rio Bogotá	103
7.2.	Resultados generados	105
7.2.1.	Evaluación de la presencia de caos determinístico	107
7.2.2.	Sincronización de los sistemas dinámicos.....	108
7.2.3.	Comparación de las propiedades estadísticas y del sistema dinámico	110
8.	APLICACION DE TECNICAS DE REDUCCIÓN DE ESCALA DE COMPARACION EN LA ZONA DE ESTUDIO	112
8.1.	k-NN Bootstrapping	112
8.1.1.	Metodología	113
8.1.2.	Aplicación.....	115
8.1.3.	Resultados	117
8.2.	MeteoLab	121

8.2.1.	Métodos	121
8.2.2.	Aplicación.....	123
8.2.3.	Resultados	134
9.	ANÁLISIS Y COMPARACION DE LOS RESULTADOS	137
9.1.	Análisis estadístico de las series de tiempo.....	137
9.1.1.	Verificación de datos faltantes en las series de tiempo	137
9.1.2.	Comparación de las propiedades estadísticas	139
9.2.	Caos determinístico y sincronización	139
9.2.1.	Comparación de los parámetros para la reconstrucción del espacio de fase entre el GCM y las estaciones locales	141
9.2.2.	Sincronización de los sistemas dinámicos	143
9.3.	Comparación con otras técnicas de reducción de escala	143
9.3.1.	Validación con registros históricos.....	144
9.3.2.	Proyecciones futuras.....	149
9.3.3.	Periodo de retorno	151
10.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	152
	REFERENCIAS	154

Lista de tablas

Tabla 1. Principales grupos de investigación de modelos climáticos globales del CMIP5.	27
Tabla 2. Comparaciones escenarios de emisiones	31
Tabla 3. Comparación reducción de escala estadística y dinámica	32
Tabla 4. Participación de cada subcuenca de tercer orden en la cuenca	38
Tabla 5. Clasificación de las corrientes de la cuenca acorde con el método de Horton	40
Tabla 6. Estadísticas de las series históricas de precipitación diaria de las celdas del modelo MPI-ESM-MR en la cuenca del rio Bogotá	49
Tabla 7. Estadísticas de las series futuras de precipitación diaria de las celdas del modelo MPI-ESM-MR en la cuenca del rio Bogotá en el escenario RCP8.5	49
Tabla 8. Estaciones de precipitación seleccionadas	51
Tabla 9. Estadísticas de las series de precipitación diaria de las estaciones seleccionadas como predictandos	53
Tabla 10. Posibles tipos de movimiento del sistema dinámico acorde con los exponentes de Lyapunov	72
Tabla 11. Principales herramientas utilizadas para el manejo de información de los datos de entrada.....	83
Tabla 12. Herramientas utilizadas para el cálculo del tiempo de retardo	86
Tabla 13. Principales herramientas utilizadas para determinar la dimensión del plano de fase.....	88
Tabla 14. Principales herramientas utilizadas para el cálculo del espectro de exponentes de Lyapunov	90
Tabla 15. Principales herramientas utilizadas para comparar las propiedades estadísticas	93
Tabla 16. Principales herramientas utilizadas para comparar las propiedades del sistema dinámico	94
Tabla 17. Parámetros de calibración del modelo	95
Tabla 18. Diferencia porcentual de estadísticas entre la serie original con datos faltantes, y la serie completa.....	137
Tabla 19. Comparación del número de estaciones con registros de percipitación (47 en total) encontradas en cada intervalo para cada uno de los tipos de movimientos posibles del sistema dinámico (Estable, Caos determinístico y Aleatorio).	139

Tabla 20. Comparación del número de celdas GCM encontradas en cada intervalo para cada uno de los tipos de movimientos posibles del sistema dinámico (Estable, Caos determinístico y Aleatorio).	140
Tabla 21. Parámetros para la reconstrucción del espacio de fase obtenidos de la evaluación de la presencia de caos determinístico en las estaciones locales.	141
Tabla 22. Parámetros para la reconstrucción del espacio de fase obtenidos de la evaluación de la presencia de caos determinístico en el modelo climático global.	143
Tabla 23. Comparación del error obtenido para diferentes técnicas de reducción de escala estadística en la estación pr_21185040.....	144
Tabla 24. Comparación de la diferencia media absoluta entre los datos de validación y diferentes técnicas de reducción de escala estadística. Unidades en mm	145
Tabla 25. Comparación de la diferencia máxima absoluta entre los datos de validación y diferentes técnicas de reducción de escala estadística. Unidades en mm	146
Tabla 26. Comparación del error RMSE entre los datos de validación y diferentes técnicas de reducción de escala estadística.....	147

Lista de Figuras

Figura 1. Proceso de proyección climática	23
Figura 2. Esquema conceptual de un GCM.....	24
Figura 3. Sistema climático de la tierra.....	25
Figura 4. Niveles de integración de los diferentes modelos climáticos globales (GCMs) en sus diferentes generaciones de desarrollo	26
Figura 5. Proyecciones RCP: Trayectorias de Concentración Representativas	30
Figura 6. Escenario RCP8.5 transporte de emisiones de CO año 2100.	31
Figura 7. Esquema reducción de escala dinámica	35
Figura 8. Cascada de incertidumbre en el proceso de cuantificación de los impactos del cambio climático en los recursos hídricos.	36
Figura 9. Localización de la Cuenca del Rio Bogotá. Localización en el país (izquierda) y Localización en el departamento (derecha).....	37
Figura 10. División de la cuenca del rio Bogotá. Grandes subcuencas (Izquierda) y subcuencas de tercer orden (Derecha)	39
Figura 11. Orografía de la cuenca del rio Bogotá.....	41
Figura 12. Variación espacial de la precipitación en la cuenca del rio Bogotá.....	42
Figura 13. Precipitación trimestral multianual Marzo-Abril-Mayo	43
Figura 14. Precipitación trimestral multianual Junio-Julio-Agosto	43
Figura 15. Precipitación trimestral multianual Septiembre-October-Noviembre.....	44
Figura 16. Precipitación trimestral multianual Diciembre-Enero-Febrero	44
Figura 17. Precipitación mensual multianual de la cuenca del rio Bogotá	45
Figura 18. Magnitud del fenómeno ENSO acorde con el Índice ONI para datos mensuales de 1984 a 2014 del instituto NOAA.	46
Figura 19. Precipitación Anual Multianual de la cuenca del río Bogotá para el periodo 1970-2015.....	47
Figura 20. Celdas del GCM: MPI-ESM-MR en la cuenca del rio Bogotá	48
Figura 21. Selección preliminar de las estaciones de precipitación por medio de los polígonos de Thiessen: Rio (Azul), Cuenca (Amarillo), Estaciones (Rojos) y Polígonos de Thiessen (Verde)	50

Figura 22. Estaciones de precipitación seleccionadas para el proceso de reducción de escala: Rio (Azul), Cuenca (Amarillo), Estaciones (Rojos) y Poligonos de Thiessen (Verde)	51
Figura 23. Atractor de Lorenz	57
Figura 24. Espectro de potencia de la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) para intervalos de acumulación de la precipitación de 1 día (derecha) y 15 días (izquierda)	61
Figura 25. Exponente de Hurst de la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) para un intervalo de acumulación de la precipitación de 5 días.	63
Figura 26. Comparación del espacio de fase de la serie de tiempo de precipitación de la Celda 1 de la cuenca del río Bogotá para acumulaciones de precipitación de 1 día (izquierda), 10 días (centro) y 30 días (derecha).....	64
Figura 27. Comparación del tiempo de retardo por los métodos de información mutua y autocorrelación para la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) para una acumulación de la precipitación de 5 días.....	66
Figura 28. Gráfico de separación espacio-tiempo para la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) para un intervalo de acumulación de la precipitación de 5 días.	67
Figura 29. Sumas de correlación (grafica superior izquierda), pendiente de correlación (grafica superior derecha), y dimensión de correlación (grafica inferior), de la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) para un intervalo de acumulación de la precipitación de 5 días.....	69
Figura 30. Método de FNN para la serie de precipitación de la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) para un intervalo de acumulación de 30 días.	70
Figura 31. Método de Cao para la serie de precipitación de la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) para un intervalo de acumulación de 5 días.	71
Figura 32. Representación esquemática de la evolución en el tiempo de un conjunto de condiciones iniciales en el espacio de fase	71
Figura 33. Ejemplo Espectro de Lyapunov.....	73
Figura 34. Ejemplo de sincronización del circuito de Chua	74
Figura 35. Ejemplo de sincronización de fase	76
Figura 36. Esquema general de la técnica de reducción de escala	81
Figura 37. Diagrama de flujo del módulo cargar datos de entrada.....	83
Figura 38. Librerías y archivos de la técnica de reducción de escala CSD.....	84

Figura 39. Diagrama de flujo de la función (Chaos_Analysis).....	85
Figura 40. Diagrama de flujo de la función Delay.....	87
Figura 41. Diagrama de flujo de la función <i>Dimensión</i>	89
Figura 42. Diagrama de flujo de la función <i>Lyapunov</i>	91
Figura 43. Diagrama de flujo de la función <i>Calibration</i>	96
Figura 44. Relación entre $x_n, x_nNND, x_nNNR, y_n, y_nNND, y_nNNR$	98
Figura 45. Diagrama de flujo de las funciones <i>Synchronization</i> (valido para <i>Validation</i>).....	102
Figura 46. Datos de entrada a la técnica CSD.....	103
Figura 47. Ejemplo de archivo con las series de precipitación diaria de las estaciones locales empezando en la celda A1.....	104
Figura 48. Ejemplo de archivo con las características geográficas de las estaciones locales.....	104
Figura 49. Ejemplos de archivos climáticos globales para la realización histórica y proyectada del modelo MPI-ESM-MR obtenidas de http://cmip-pcmdi.llnl.gov/	105
Figura 50. Ejemplo de las carpetas creadas en la ruta FOLDER para cada estación.....	106
Figura 51. Ejemplo archivos contenidos en cada carpeta.....	106
Figura 52. Ejemplos de archivos Model_Chaos.mat y Station_Chaos.mat para la estación pr_21185040.....	107
Figura 53. Archivos .mat generados para cada estación y GCM.....	108
Figura 54. Vista tridimensional de la función generalizada de similitud.....	108
Figura 55. Comportamiento del parámetro μ de los vecinos falsos mutuos más próximos.....	109
Figura 56. Serie de tiempo simulada y observada para el periodo de validación la estación pr_21185040.....	109
Figura 57. Ejemplo de CHAOS_COMP.fig de la comparación caótica entre la estación pr_21185040 y la celda 1 del GCM.....	110
Figura 58. Ejemplo de STAT_COMP.fig de la comparación estadística entre una estación y el GCM.....	111
Figura 59. Variabilidad espacial de la diferencia porcentual de la precipitación media entre los registros históricos de 1995 a 2005 y la proyección MPI-ESM-MR RCP8.5 de 2075 a 2085.....	111
Figura 60. Esquema de la metodología del algoritmo k-NN Bootstrapping.....	114
Figura 61. Funciones de "GCMClimTool_function_library.R".....	115

Figura 62. Datos de entrada a la técnica k-NN Bootstrapping	116
Figura 63. Ejemplo archivo .csv para su uso en obs_files > daily	117
Figura 64. Ejemplo archivo .csv para su uso en obs_files > monthly	117
Figura 65. Ejemplo archivo .csv para su uso en obs_files > stationsCatalog.....	117
Figura 66. Archivos resultados de la técnica k-NN Bootstrapping.....	118
Figura 67. Serie de tiempo simulada de la estación pr_21185040 mediante k-NN Bootstrapping.....	118
Figura 68. Localización de estaciones climáticas en la cuenca del río Bogotá y comparación de la precipitación observada y estimada por la realización histórica del GCM a escala anual y diaria de la estación pr_21185040	119
Figura 69. Localización de estaciones climáticas en la cuenca del río Bogotá y comparación de la precipitación observada y estimada por la realización RCP8.5 del GCM a escala anual y diaria de la estación pr_21185040.....	119
Figura 70. Atributos estadísticos de la serie observada y estimada por el GCM para la estación de precipitación pr_21185040	120
Figura 71. Comparaciones del patrón estacional (mensual) de precipitación observado y simulado por el GCM y del patrón espectral observado y simulado por el GCM en conjunto a la señal del ONI-Niño.....	120
Figura 72. Carpetas del toolbox.....	121
Figura 73. Estructura de los archivos de información local a utilizar en MeteoLab	124
Figura 74. Ejemplo archivo Master.txt con las características geográficas de las estaciones.....	124
Figura 75. Ejemplo archivos con información climática en MeteoLab	125
Figura 76. Estructura de los archivos GCM a utilizar en MeteoLab	125
Figura 77. Estructura del archivo Domain.cfg.....	126
Figura 78. Proceso para cargar las observaciones locales al entorno de MatLab mediante MeteoLab.....	127
Figura 79. Proceso para cargar las simulaciones de GCM al entorno de MatLab mediante MeteoLab.....	127
Figura 80. Análisis de componentes principales y proceso de clustering	128
Figura 81. Fechas de calibración, validación y aplicación de las técnicas de reducción de escala de MeteoLab	128
Figura 82. Parámetros del método “Delta” en MeteoLab	129

Figura 83. Parámetros del método “Scaling” en MeteoLab	129
Figura 84. Parámetros del método “eQM” en MeteoLab	129
Figura 85. Parámetros del método “aQM” en MeteoLab	130
Figura 86. Parámetros del método “gQM” en MeteoLab	130
Figura 87. Parámetros del método “gpQM” en MeteoLab	130
Figura 88. Parámetros del método Análogo “M1a” en MeteoLab.....	131
Figura 89. Parámetros del método Análogo “M1b” en MeteoLab.....	131
Figura 90. Parámetros del método Análogo “M1c” en MeteoLab.....	131
Figura 91. Parámetros del método tipo de clima “WT: M2c” en MeteoLab	132
Figura 92. Parámetros del método “GLM: M4a” en MeteoLab	132
Figura 93. Parámetros del método “GLM: M4b” en MeteoLab	132
Figura 94. Parámetros del método “GLM: M4c” en MeteoLab	133
Figura 95. Parámetros del método “GLM: M4d” en MeteoLab	133
Figura 96. Aplicación del método “Tipo de clima: M2c” mediante las funciones downTrain y downSim.....	133
Figura 97. Variables resultado del proceso de validación y aplicación de los métodos de MeteoLab.....	134
Figura 98. Variabilidad espacial de la diferencia porcentual de la precipitación media entre los registros históricos de 1970 a 2000 y la proyección MPI-ESM-MR RCP8.5 de 2070 a 2100.....	135
Figura 99. Comparación precipitación anual promedio para los registros históricos y la proyección MPI-ESM-MR RCP8.5 de la técnica “Delta” para el periodo 1995-2050	135
Figura 100. Precipitación media diaria de las observaciones locales mediante MeteoLab.	136
Figura 101. Precipitación media diaria del GCM: MPI-ESM-MR mediante MeteoLab para la simulación histórica (izquierda) y simulación RCP 8.5 (derecha).....	136
Figura 102. Comparación para diferentes intervalos de acumulación en la estación pr_21185040.....	140
Figura 103. Comparación de la serie simulada para el periodo de validación y los registros históricos locales de la estación pr_21185040	149
Figura 104. Comparación de los periodos de retorno para diferentes técnicas de reducción de escala en la estación pr_21185040	150

Figura 105. Comparación de la precipitación mensual para condiciones climáticas históricas (azul) y proyectadas (rojo) con la técnica de reducción de escala CSD en la cuenca del río Bogotá.	150
Figura 106. Comparación de los periodos de retorno para diferentes técnicas de reducción de escala en la estación pr_21185040	151

Lista de Ecuaciones

Ecuación 1. Datos diarios faltantes con estaciones cercanas.....	55
Ecuación 2. Datos mensuales faltantes con estaciones cercanas.....	55
Ecuación 3. Datos diarios faltantes con registros históricos de la estación observada.....	56
Ecuación 4. Datos mensuales faltantes con registros históricos de la estación observada	56
Ecuación 5. Generalización de Hurst	62
Ecuación 6. Función de autocorrelación.....	65
Ecuación 7. Función de Información Mutua	66
Ecuación 8. Función de Correlación.....	68
Ecuación 9. Formula de Ruelle para la cantidad mínima de datos	69
Ecuación 10. Método de los vecinos falsos más próximos	69
Ecuación 11. Calculo del Espectro de exponente de Lyapunov.....	72
Ecuación 12. Dimensión de Kaplan-Yorke	73
Ecuación 13. Función de similitud	77
Ecuación 14. Función generalizada de similitud.....	77
Ecuación 15. Vecinos falsos mutuos más próximos.....	79
Ecuación 16. Exponentes condicionales de Lyapunov.....	80
Ecuación 17. Polinomio de grado dos para encontrar $y_{1,1}$	100
Ecuación 18. Función de distribución de probabilidad k-NN Bootstrapping	113
Ecuación 19. Distancia entre estados de humedad	113

Abreviaciones

CAR: Corporación Autónoma Regional de Cundinamarca

CSD: Chaotic Statistical Downscaling

GCM: General Circulation Model

IDEAM: Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales

IPCC: Intergovernmental Panel on Climate Change

RCP: Representative Concentration Pathways

TNC: The Nature of Conservancy

ZCIT: Zona de Confluencia Intertropical

Capítulo I

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Motivación

Debido a las preocupaciones globales del incremento de eventos extremos, se ha promovido el desarrollo y uso de modelos globales para el manejo y la planeación de los recursos hídricos en diferentes partes del mundo. En general, modelos globales de diferentes organizaciones en el mundo proveen basta información meteorológica para múltiples escenarios futuros. En este sentido nuevos retos se han presentado para poder usar esta información a nivel de cuenca, no solo el concepto de información climática en celdas de grillas planetarias, sino también como transformar esta información a escala de cuenca. Diferentes técnicas existen en esta área, desde modelos físicos, hasta modelos estocásticos, como se observa en (Corzo, 2009), entre las técnicas más utilizadas se resaltan: ANN (Artificial Neuronal Network), SDSM (Statistical Downscaling Model), ADC (Advanced Delta Change Method) y WRF (The Weather Research and Forecast model).

1.2. Problema

La complejidad de la transformación de datos de fenómenos de precipitación entre diferentes escalas espaciales y temporales ha motivado recientemente la incorporación de nuevas técnicas avanzadas de análisis que pueden ser exitosas. Sin embargo, considerando que los sistemas climáticos y sus procesos dinámicos asociados son esencialmente no lineales, y posiblemente caóticos, la efectividad de estas técnicas puede ser limitada y se dificulta la estimación determinística de la precipitación obtenida desde los GCM para modelaciones hidrológicas, (Sivakumar & Berndtsson, 2010).

En vista de esto, surge la necesidad de la creación de una técnica de *reducción de escala* que considere explícitamente las propiedades de los sistemas caóticos, o, en otras palabras, construir un modelo de reducción de escala que represente de una manera caótica el proceso de cambio de escalas atmosféricas o meteorológicas.

1.3. Antecedentes

El análisis de caos en las series de tiempo se ha desarrollado en diferentes áreas de estudio, siendo utilizado ampliamente en pronósticos de series de tiempo y estimación de datos faltantes como lo presentado en (Gallego, 2010) y (Siek, 2011), permitiendo también la creación de modelos caóticos predictivos, como los presentados en (Velickov, 2004) y (Hernández, 2009).

El planteamiento dinámico no lineal basado en desagregación propuesto por (Sivakumar Bellie, 2007) para la precipitación puede proporcionar algunas pistas útiles para hacer frente al problema de la reducción de escala, pero incluso esto sólo sería de uso limitado y en un sentido puramente temporal, (Sivakumar & Berndtsson, 2010). Sivakumar afirma que “surge la urgente necesidad de formular planteamientos de reducción de escala con la consideración explícita de las propiedades de los sistemas caóticos, pero desafortunadamente nada parece haberse realizado aún”.

1.4. Objetivos

El principal objetivo del trabajo de grado es diseñar una técnica de reducción de escala estadística basada en la teoría del caos, y evaluar su desempeño en la Cuenca del Río Bogotá. Los objetivos específicos son presentados a continuación:

1. Estudiar el estado del arte de la teoría del caos, y de la reducción de escala.
2. Evaluar la presencia de caos determinístico en las series de tiempo de precipitación de la Cuenca del Río Bogotá.
3. Diseñar una técnica de reducción de escala estadística basada en la teoría del caos, para su posterior aplicación en la precipitación de la Cuenca del Río Bogotá.
4. Comparar los resultados obtenidos mediante el uso de otras técnicas de reducción de escala.

1.5. Resumen del Documento

Este trabajo de grado contiene 10 capítulos y 6 Anexos los cuales están presentados de la siguiente forma:

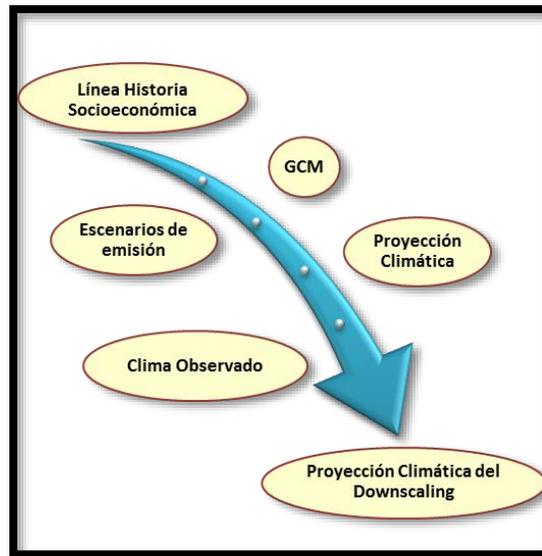
- El Capítulo 1 introduce al contexto de la investigación, los antecedentes y los objetivos.
- El Capítulo 2 explica el proceso de reducción de escala, su importancia, y las técnicas más utilizadas en la actualidad.
- El Capítulo 3 describe el caso de estudio junto con la recopilación y análisis de la información existente.
- El Capítulo 4 presenta los conceptos básicos de los sistemas dinámicos no lineales y la teoría del caos.
- El Capítulo 5 describe la sincronización de sistemas caóticos.
- El Capítulo 6 explica detalladamente la construcción de la técnica de reducción de escala que considera explícitamente las propiedades de los sistemas caóticos, el modelo caótico y el proceso de calibración y validación.
- El Capítulo 7 presenta la aplicación de la técnica en el caso de estudio.
- El Capítulo 8 muestra la aplicación de diferentes técnicas de reducción de escala estadística en el caso de estudio.
- El Capítulo 9 describe el proceso de evaluación y comparación de las técnicas de reducción de escala utilizadas.
- El Capítulo 10 presenta conclusiones y recomendaciones.
- El Anexo A muestra los códigos de la técnica de reducción de escala en MatLab.
- El Anexo B muestra la evaluación de la presencia de caos en las series de tiempo.
- El Anexo C expone los resultados del modelo predictivo de la técnica desarrollada.
- El Anexo D describe los resultados de la comparación de las observaciones locales históricas y el modelo climático global.
- El Anexo E presenta los resultados de la técnica knn-bootstrapping.
- El Anexo F muestra los resultados de las técnicas de reducción de MeteoLab.

Capítulo II

2. TECNICAS DE REDUCCION DE ESCALA

Las *técnicas de reducción de escala o downscaling (en inglés)* crean una relación entre modelos climáticos de gran escala, conocidos como predictores y las variables climáticas locales, conocidas como predictandos.

Figura 1. Proceso de proyección climática



Fuente: Propia

El cambio climático, originado por causas naturales y antropogénicas, puede generar graves consecuencias al medio ambiente y la humanidad, por lo que es de gran importancia investigar sus causas y efectos, con la finalidad de prevenir y mitigar los impactos sobre el medio ambiente, especialmente sus efectos en el ciclo hidrológico.

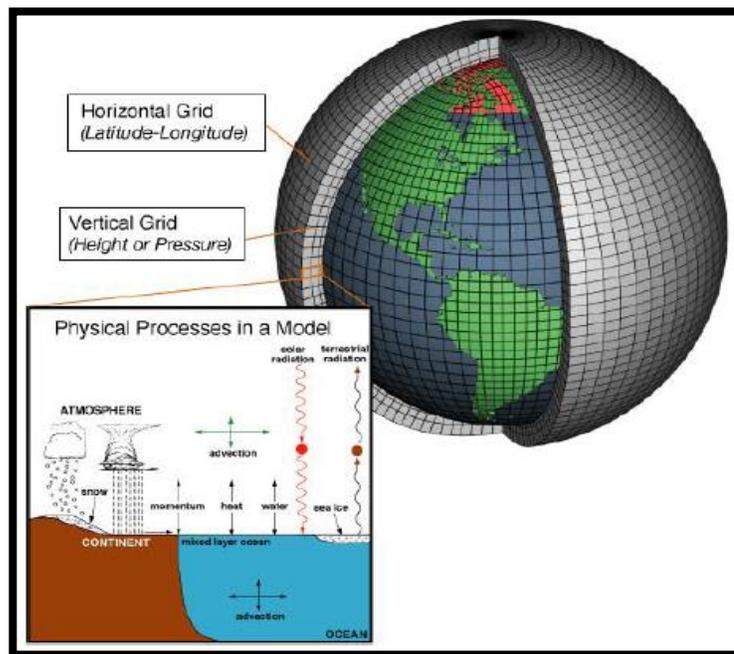
Los modelos climáticos globales presentan información en escalas espaciales y temporales mayores que las requeridas por los modelos hidrológicos, y son por lo tanto inadecuados para evaluar el efecto local del cambio climático. Se requiere realizar un proceso de reducción de escala sobre las proyecciones de los modelos climáticos, este proceso es conocido como *reducción de escala (downscaling en inglés)*.

La evaluación de los impactos del cambio climático en una región se hace con base en consideraciones socio-económicas a partir de las cuales se establecen escenarios futuros de emisiones de gases de efecto invernadero definidos por el IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change), con los que se crean modelos climáticos GCM (General Circulation Model) para efectuar proyecciones climáticas. En la *Figura 1* se presenta un esquema del proceso de proyección climática.

2.1. Modelos Climáticos Globales (GCMs)

Los Modelos Climáticos Globales (GCM: General Circulation Model) son las herramientas fundamentales para entender los cambios climáticos globales en el futuro. Los GCMs proporcionan estimaciones cuantitativas del futuro cambio climático a gran escala en largos periodos de tiempo, estos modelos están compuestos de celdas de grilla que representan la superficie de la tierra ((ARCC), 2014). En la *Figura 2* se presenta un Esquema conceptual de un GCM

Figura 2. Esquema conceptual de un GCM



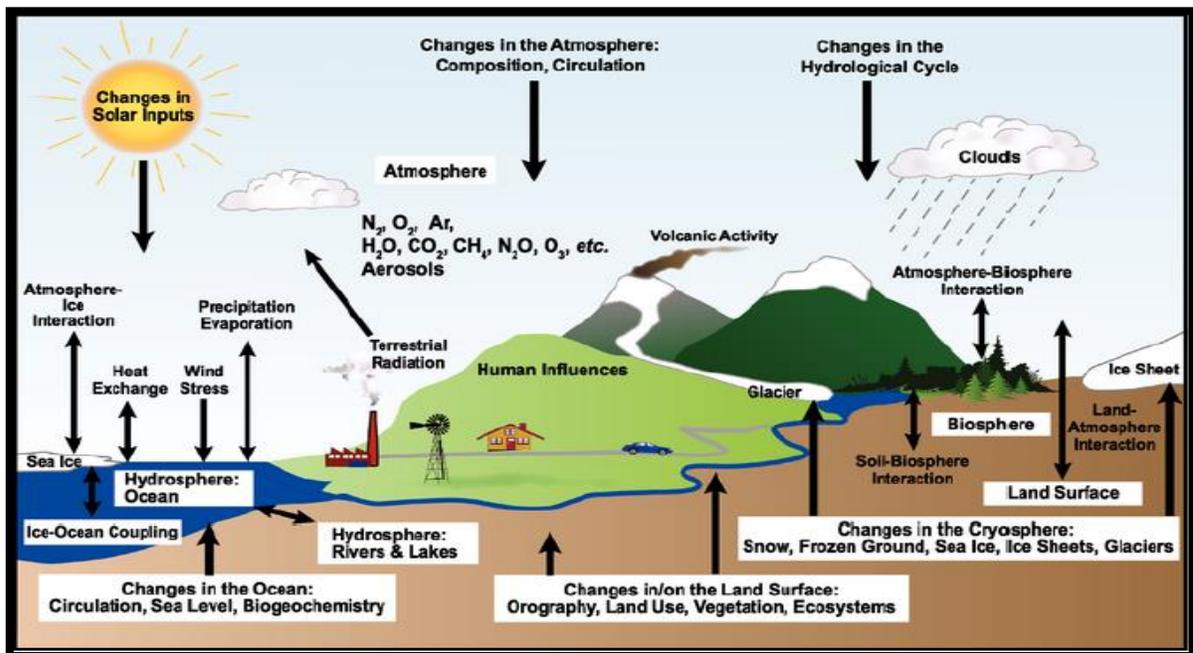
Fuente: Recuperado el 8 de mayo de 2017 de

https://celebrating200years.noaa.gov/breakthroughs/climate_model/#model

Los GCMs son modelos acoplados numéricamente de varios sistemas terrestres, incluyendo la atmósfera y la superficie terrestre, los cuales son incorporados en la estructura del modelo. Los principios básicos de la mecánica de fluidos y la termodinámica son los fundamentos de los Modelos Climáticos Globales. (Galavi & Teang Shui, 2012). Las principales componentes del sistema de la tierra se presentan en la *Figura 3* y corresponden a:

- *Atmósfera*, la troposfera, la estratosfera.
- *Hidrosfera*: Los océanos, los lagos, los ríos.
- *Criosfera*: Los glaciares, el hielo marino, la tundra, la nieve.
- *Biosfera*: La vegetación, organismos vivos, los seres humanos.
- *Litosfera*: El suelo, las rocas, los desiertos.
- *Sistemas de acoplamiento*: Ciclo del agua, ciclo del carbono, ciclo del nitrógeno, salinidad, temperatura.
- *Sistemas espaciales*: Formación de nubes a corrientes oceánicas
- *Sistemas temporales*: Química atmosférica a eras de hielo.

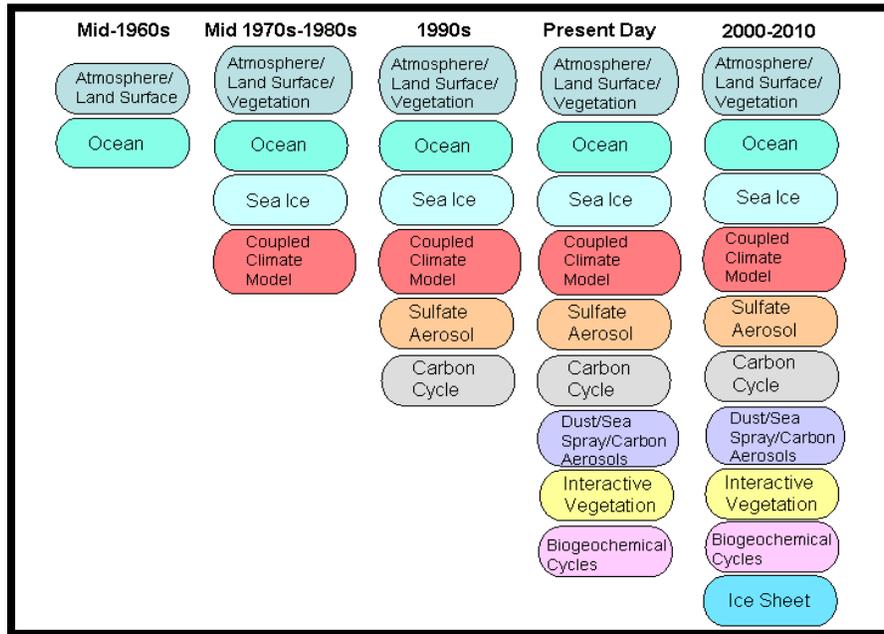
Figura 3. Sistema climático de la tierra



Fuente: Climate Modeling: Global Energy Balance Models (Short Course) (Kaper, 2013)

En la *Figura 4* se presenta el proceso de integración de las diferentes componentes del sistema climático en el desarrollo de los GCMs en las últimas décadas.

Figura 4. Niveles de integración de los diferentes modelos climáticos globales (GCMs) en sus diferentes generaciones de desarrollo



Fuente: A technique for generating regional climate scenarios using a nearest-neighbor algorithm (Yates, 2003)

Sin embargo, a pesar de los grandes avances realizados en la modelación climática del planeta, estos modelos solo presentan información en escalas superiores a los 100 km, y son por lo tanto ineficientes para su utilización en la evaluación del impacto en procesos hidrológicos, los cuales ocurren típicamente en escalas más finas.

“Un número importante de instituciones científicas de diferentes países, han desarrollado desde la década de 1960s investigaciones orientadas a simular el sistema climático terrestre y predecir los cambios esperados por factores naturales y antrópicos. Dichos esfuerzos han sido coordinados desde la década de 1990 por el Programa Mundial de Investigaciones Climáticas de las Naciones Unidas (WCRP), que desarrolla cada 5 a 7 años las proyecciones climáticas globales a través de su Proyecto de Intercomparación de Modelos Acoplados (CMIP, Coupled Modeling InterComparison Project).” (Angarita, 2014)

Tabla 1. Principales grupos de investigación de modelos climáticos globales del CMIP5

Grupo de Investigación	País	ID Instituto	Nombre del Modelo
Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization (CSIRO) and Bureau of Meteorology (BOM), Australia	Australia	CSIRO-BOM	ACCESS1.0 ACCESS1.3
Beijing Climate Center, China Meteorological Administration	China	BCC	BCC-CSM1.1 BCC-CSM1.1(m)
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (National Institute for Space Research)	Brazil	INPE	BESM OA 2.3*
College of Global Change and Earth System Science, Beijing Normal University	China	GCESS	BNU-ESM
Canadian Centre for Climate Modelling and Analysis	Canada	CCCMA	CanESM2 CanCM4 CanAM4
University of Miami - RSMAS	EE. UU.	RSMAS	CCSM4(RSMAS)*
National Center for Atmospheric Research	EE. UU.	NCAR	CCSM4
Community Earth System Model Contributors	EE. UU.	NSF-DOE-NCAR	CESM1(BGC) CESM1(CAM5) CESM1(CAM5.1, FV2) CESM1(FASTCHEM) CESM1(WACCM)
Center for Ocean-Land-Atmosphere Studies and National Centers for Environmental Prediction	EE. UU.	COLA and NCEP	CFSv2-2011
Centro Euro-Mediterráneo per I Cambiamenti Climatici	Italia	CMCC	CMCC-CESM CMCC-CM CMCC-CMS
Centre National de Recherches Météorologiques / Centre Européen de Recherche et Formation Avancée en Calcul Scientifique	Francia	CNRM-CERFACS	CNRM-CM5 CNRM-CM5-2
Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization in collaboration with Queensland Climate Change Centre of Excellence	Australia	CSIRO-QCCCE	CSIRO-Mk3.6.0
EC-EARTH consortium	Países Europeos	EC-EARTH	EC-EARTH
LASG, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences and CESS, Tsinghua University	China	LASG-IAP	FGOALS-g1 FGOALS-s2
The First Institute of Oceanography, SOA, China	China	FIO	FIO-ESM
NASA Global Modeling and Assimilation Office	EE. UU.	NASA GMAO	GEOS-5
NOAA Geophysical Fluid Dynamics Laboratory	EE. UU.	NOAA GFDL	GFDL-CM3 GFDL-ESM2G GFDL-ESM2M GFDL-HIRAM-C180 GFDL-HIRAM-C360
NASA Goddard Institute for Space Studies	EE. UU.	NASA GISS	GISS-E2-H GISS-E2-H-CC GISS-E2-R GISS-E2-R-CC
National Institute of Meteorological Research/Korea Meteorological Administration	Republica de Corea	NIMR/KMA	HadGEM2-AO
Met Office Hadley Centre (additional HadGEM2-ES realizations contributed by Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais)	Reino Unido	MOHC	HadCM3 HadGEM2-CC HadGEM2-ES HadGEM2-A
Institute for Numerical Mathematics	Rusia	INM	INM-CM4
Institut Pierre-Simon Laplace	Francia	IPSL	IPSL-CM5A-LR IPSL-CM5A-MR IPSL-CM5B-LR

Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology, Atmosphere and Ocean Research Institute (The University of Tokyo), and National Institute for Environmental Studies	Japón	MIROC	MIROC-ESM MIROC-ESM-CHEM
Atmosphere and Ocean Research Institute (The University of Tokyo), National Institute for Environmental Studies, and Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology	Japón	MIROC	MIROC4h MIROC5
Max-Planck-Institut für Meteorologie (Max Planck Institute for Meteorology)	Alemania	MPI-M	MPI-ESM-MR MPI-ESM-LR MPI-ESM-P
Meteorological Research Institute	Japón	MRI	MRI-AGCM3.2H MRI-AGCM3.2S MRI-CGCM3 MRI-ESM1
Non hydrostatic Icosahedral Atmospheric Model Group		NICAM	NICAM.09
Norwegian Climate Centre	Noruega	NCC	NorESM1-M NorESM1-ME

Fuente: http://cmip-pcmdi.llnl.gov/cmip5/docs/CMIP5_modeling_groups.pdf recuperado el 12 de febrero 2017

“El proyecto CMIP5 pretende proveer una herramienta basada en múltiples modelos y escenarios, para ilustrar el rango de los cambios posibles en el clima durante el siglo 21. Los modelos utilizados en el CMIP5 varían desde aquellos que representan solamente la interacción entre el océano y la atmósfera, hasta modelos del sistema climático terrestre que representan además las interacciones de los ciclos biogeoquímicos, la vegetación, capas de hielo.

Los modelos del CMIP5 son la principal fuente de información disponible actualmente para predecir el clima en horizontes de largo plazo, y pueden informar sobre el rango de “futuros posibles” del clima terrestre frente a diferentes cambios naturales o antrópicos, y a su vez, informar los modelos hidrológicos utilizados para representar las condiciones locales en las cuencas y los efectos esperados por los cambios en el clima.” (Angarita, 2014). En la *Tabla 1* se presentan los principales grupos de investigación destinados a la creación de modelos climáticos globales.

La utilización de la información futura obtenida por los GCMs abarca principalmente dos enfoques:

- Proyecciones a largo plazo (50 a 100 años): De gran importancia en el diseño de defensas contra inundaciones, infraestructura y planeación estratégica de los recursos hídricos.

- Predicciones de variabilidad en las siguientes décadas (10 a 25 años): Utilizadas en aplicaciones a corto plazo como la predicción del rendimiento de cultivos.

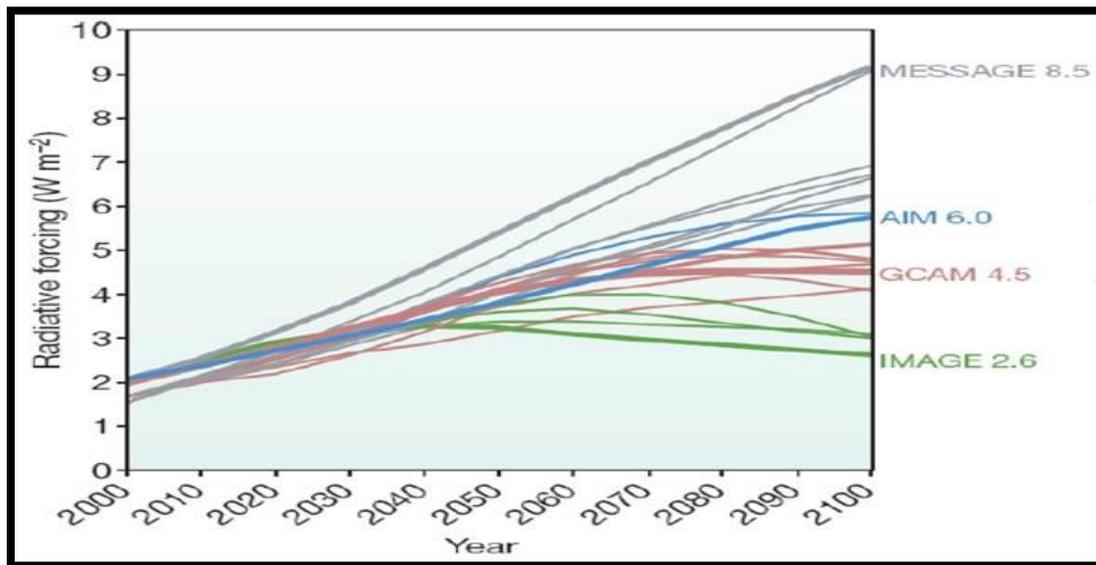
2.2. Trayectorias de Concentración Representativas (RCP)

Muchos factores deben tenerse en cuenta al momento de predecir como el futuro calentamiento global contribuirá al cambio climático. La futura cantidad de emisiones de gases de invernadero es uno de los factores principales. Cambios en la tecnología, la generación de energía y el uso del suelo, son algunos de los factores que también deben ser considerados. (Wayne, 2013)

Por eso es necesaria la creación de un conjunto de escenarios para asegurar que las condiciones iniciales, la información histórica y las proyecciones empleadas sean consistentes. Estos escenarios han sido definidos por el IPCC en sus diferentes reportes desde 1992 (Escenarios **IS92** y Reporte especial de escenarios de emisiones **SRES**), el quinto y último reporte de evaluación (**AR5**) definió los nuevos escenarios denominados *Trayectorias de Concentración Representativas (RCPs)*. Existen cuatro trayectorias posibles: RCP8.5, RCP6, RCP4.5 y RCP2.6. En la *Figura 5* se presentan las proyecciones de las diferentes trayectorias para el periodo 2000-2100.

Para cada una de las categorías de emisiones, un RCP contiene un conjunto de valores iniciales y el valor estimado de emisiones al año 2100, basado en suposiciones sobre la actividad económica, fuentes de energía, crecimiento de la población y otros factores socio-económicos.

Figura 5. Proyecciones RCP: Trayectorias de Concentración Representativas



Fuente "The Beginner's Guide to Representative Concentration Pathways" (Wayne, 2013)

El escenario RCP 8.5 fue desarrollado utilizando el modelo MESSAGE y el marco de referencia IIASA. Esta trayectoria está caracterizada por el incremento de emisiones de gases de efecto invernadero a través del tiempo. Este escenario representa en la literatura el más alto nivel de concentración de gases de efecto invernadero. (Wayne, 2013)

El escenario RCP 6 fue desarrollado por el equipo de modelación AIM. Es un escenario de estabilización en el cual la fuerza radiativa total se estabiliza inmediatamente después del año de 2100 mediante la aplicación de un conjunto de tecnologías y estrategias para reducir las emisiones de gases de efecto invernadero. (Wayne, 2013)

El escenario RCP 4.5 fue desarrollado por el equipo de modelación GCAM. Es un escenario de estabilización en el cual la fuerza radiativa total se estabiliza inmediatamente después del año de 2100 sin sobrepasar el nivel objetivo de fuerza radiativa a largo plazo. (Wayne, 2013)

El escenario RCP 2.6 fue desarrollado por el equipo de modelación IMAGE. Este escenario representa en la literatura el más bajo nivel de concentración de gases de efecto invernadero. Sus niveles de fuerza radiativa alcanzan un valor de $3.1 \frac{W}{m^2}$ a

mediados de siglo y $2.6 W/m^2$ a finales de siglo. Para llegar a estos niveles de fuerza radiativa es necesario una reducción sustancial en el tiempo. (Wayne, 2013). En la Tabla 2 se presenta la comparación de los diferentes escenarios RCPs.

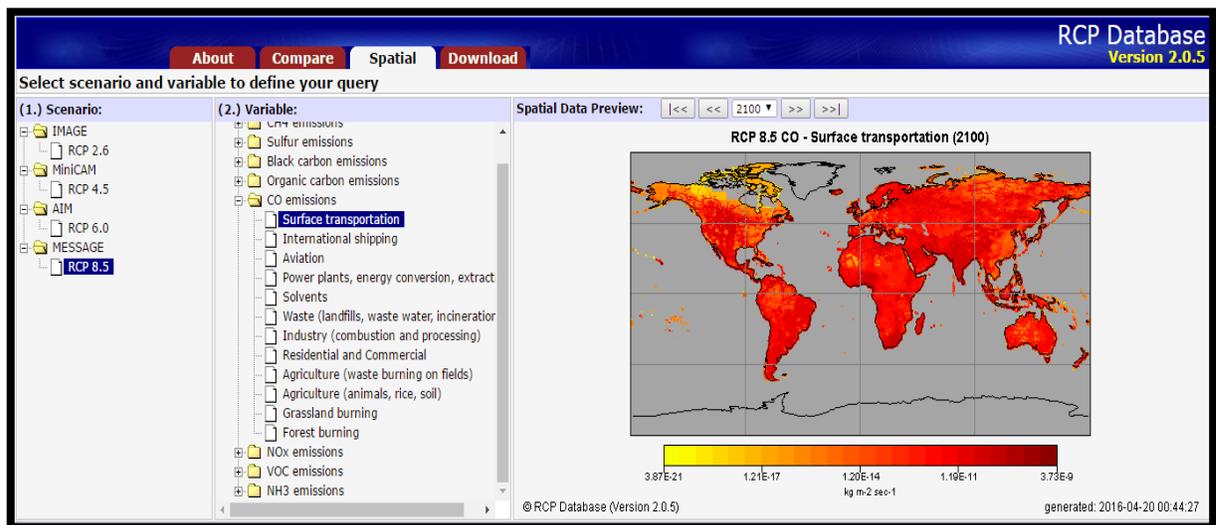
Tabla 2. Comparaciones escenarios de emisiones

Escenario	Fuerza Radiativa	CO ₂ Equivalente (p.p.m.)	Anomalía Temperatura (°C)	Trayectoria	SRES Equivalente
RCP8.5	8.5 W/m ² en 2100	1370	4.9	Incremento	SRES A1
RCP 6.0	6 W/m ² post 2100	850	3	Estabilización	SRES B2
RCP 4.5	4.5 W/m ² post 2100	650	2.4	Estabilización	SRES B1
RCP 2.6	3.5 W/m ² pre 2100 2.6 W/m ² post 2100	490	1.5	Máximo y declive	Ninguno

Fuente: "The Beginner's Guide to Representative Concentration Pathways". (Wayne, 2013)

En la Figura 6 se presenta de manera ilustrativa un ejemplo del transporte de emisiones de CO (monóxido de carbono) para el año 2100 bajo el escenario RCP8.5.

Figura 6. Escenario RCP8.5 transporte de emisiones de CO año 2100.



Fuente: <http://tntcat.iiasa.ac.at:8787/RcpDb> , recuperado el día 19 de abril del 2016

2.3. Técnicas de reducción de escala

Las técnicas de reducción de escala buscan crear una relación entre la escala de los GCM y la requerida para la evaluación del impacto, ese procedimiento se basa en la suposición que el clima a gran escala presenta una fuerte influencia en el clima a escala

local. Las técnicas de reducción de escala pueden presentar información de forma puntual, regional, o espacialmente distribuida. (Maraun & Wetterhall, 2010)

2.4. Clasificación

Las técnicas de reducción de escala se clasifican en dos tipos: Las técnicas de reducción de escala dinámica (en inglés *Dynamical Downscaling*), las cuales son utilizadas para representar el proceso atmosférico físico en un área limitada de interés por medio de un RCM (Regional Climate Model) y las técnicas de reducción de escala estadística (en inglés *Statistical Downscaling*), las cuales son utilizadas para establecer relaciones estadísticas entre el clima a larga escala y el clima local, esta última corresponde al tipo de técnica seleccionada a desarrollar en el presente trabajo. En la Tabla 3 se presenta una tabla comparativa de las ventajas y desventajas de cada tipo de técnica.

Tabla 3. Comparación reducción de escala estadística y dinámica

	Reducción de escala Estadística	Reducción de escala Dinámica
Ventajas	<ul style="list-style-type: none"> • Calculo computacional económico y eficiente • Puede proveer variables climáticas en escala puntual a partir de los resultados de GCM • Puede ser utilizado para derivar variables no disponibles desde los RCMs • Fácilmente transferible a otras regiones • Basado en procedimientos estadísticos aceptados • Permite incorporar directamente las observaciones locales 	<ul style="list-style-type: none"> • Genera resultados basados en procesos físicos consistentes. • Produce información en resolución final de los GCM que puede resolver procesos atmosféricos en escalas más pequeñas
Desventajas	<ul style="list-style-type: none"> • Requiere series históricas para calibración de larga duración y alta confiabilidad. • Depende de la elección de los predictores • No se establecen relaciones no estacionarias en la relación predictor-predictandos • Tamaño del dominio, región climática y la temporada afectan el nivel de la reducción de escala. • Dependiente de los límites del GCM 	<ul style="list-style-type: none"> • Calculo computacional intensivo • Número limitado de escenarios disponibles • Fuertemente dependiente de los límites del GCM

Traducida de "Linking climate change modelling to impacts studies: recent advances in downscaling techniques for hydrological modelling" (Fowler, Blenkinsop, & Tebaldi, 2007)

2.4.1. Reducción de escala estadística

Las técnicas de reducción de escala estadística se clasifican en métodos de regresión, métodos de enfoques meteorológicos y métodos generadores estocásticos de tiempo meteorológico (WGs) acorde con (Wilby, Charles, Zorita, & et al., 2004).

Los métodos de regresión, establecen una relación estadística entre los modelos climáticos de gran escala y las variables climáticas locales, en estos métodos, los procesos físicos en escalas intermedias son usualmente ignorados. Los métodos de regresión más utilizados para reducción de escala estadística son la regresión lineal y el método del factor de cambio. (Wilby, Charles, Zorita, & et al., 2004).

Los métodos generadores estocásticos de tiempo meteorológico son modelos estadísticos que generan series de tiempo de clima que asemejan las propiedades estadísticas de las series de tiempo observables. El núcleo de la mayoría de generadores de clima, es un generador de precipitación condicionado a la simulación de otras variables. Sus principales ventajas corresponden a la capacidad de producir series sintéticas de longitud ilimitada, la posibilidad de completar datos faltantes y su eficiencia computacional que permite múltiples proyecciones probabilísticas. (Wilby, Charles, Zorita, & et al., 2004).

Existen también modelos que intentan capturar la relación no lineal entre los predictores y los predictandos, una de estas técnicas es la reducción de escala basada en redes neuronales artificiales (en inglés ANN (Artificial Neuronal Network)). (Gutiérrez, Cano, Cofiño, & Sordo, 2004)

2.4.1.1. Statistical DownScaling Method (SDSM).

“La técnica SDSM es una herramienta gratuita para la toma de decisiones que produce escenarios de cambio climático con alta resolución. La primera versión del software fue lanzada en 2001 y desde entonces ha habido más de 170 estudios documentados por todo el mundo, siendo ampliamente utilizado en Canadá, China y Reino Unido.” (Wilby & Dawson, 2013)

La técnica SDSM es una técnica híbrida fundamentada en un generador de clima estocástico y métodos de regresión. Esto se debe a que los patrones de circulación a gran escala y las variables atmosféricas son utilizados para condicionar linealmente los parámetros climáticos en escala local. La técnica permite la rápida realización de múltiples escenarios con diferentes variables locales en condiciones climáticas actuales y futuras.

2.4.1.2. Advanced Delta Change Method (ADC).

El método del factor de cambio (en inglés Delta Change Method) construye las futuras series climáticas locales alterando los registros históricos observados mediante un factor de cambio, basado en las simulaciones climáticas del GCM futuro y el GCM histórico. La forma más simple de este método solo considera los cambios en la media. (Ruiter, 2012)

El “ADC: Advanced Delta Change Method” es un método más avanzado de esta técnica y considera adicionalmente a la media, los cambios espaciales y temporales en los valores extremos, para así extraer indicadores climáticos de los GCM histórico y futuro, y generar las futuras series climáticas locales mediante transformaciones no-lineales de acumulaciones de 5 días de precipitación. Esta técnica ha sido utilizada con bastante éxito en Colombia y los Países Bajos.

2.4.1.3. K-nn bootstrapping

“El método k-NN bootstrapping (por sus siglas en inglés k-Nearest Neighbor) genera secuencias diarias de estado del tiempo (precipitación y temperatura) informadas a partir de la salida específica de un GCM. Este proceso se repite para diferentes GCM priorizados (por ejemplo, CCSM4, MPI), para crear un conjunto de proyecciones a escala local, con las que es posible examinar el rango de los cambios potenciales en los atributos del clima.

El método KNN genera series aleatorias que preservan la probabilidad conjunta de los estados de humedad consecutivos del clima regional a paso de tiempo diario, definidos como: Seco (Dry), Húmedo (Wet) y Extremadamente húmedo (Extremely wet).” (Angarita, 2014)

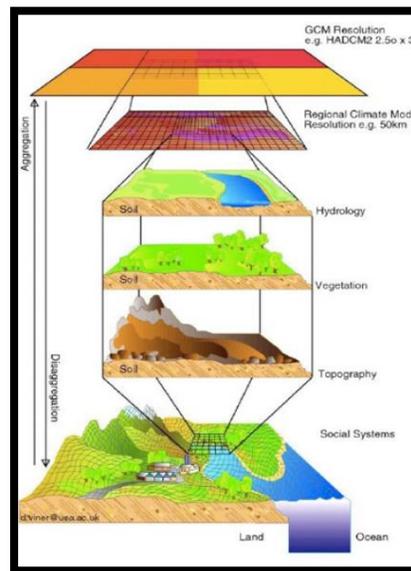
2.4.1.4. MeteoLab

MeteoLab es un toolbox de código abierto de MatLab para análisis estadísticos y minería de datos en meteorología que permite trabajar con observaciones locales y modelos climáticos, centrándose en métodos de reducción de escala estadística (Métodos Análogos, métodos generadores estocásticos de tiempo). La herramienta fue desarrollada por el grupo de Meteorología de Santander de la Universidad de Cantabria en Santander, España y puede ser consultada en <https://meteo.unican.es/trac/MLToolbox/wiki>.

2.4.2. Reducción de escala dinámica

Los **Modelos Climáticos Regionales (RCMs)** contienen una representación de los procesos físicos y atmosféricos de los GCMs, pero tienen una resolución de escala menor. Debido a su alta resolución espacial, los RCMs proveen una mejor descripción de efectos orográficos, contraste tierra-mar y la cobertura de la superficie. Los RCMs de precipitación son controlados por las variables de viento, temperatura y humedad impuestas como las condiciones de frontera suministradas por los GCMs, por lo que los modelos tienen un alto costo computacional. (Maraun & Wetterhall, 2010). En la *Figura 7* se presenta un esquema ilustrativo de un proceso de reducción de escala dinámica.

Figura 7. Esquema reducción de escala dinámica

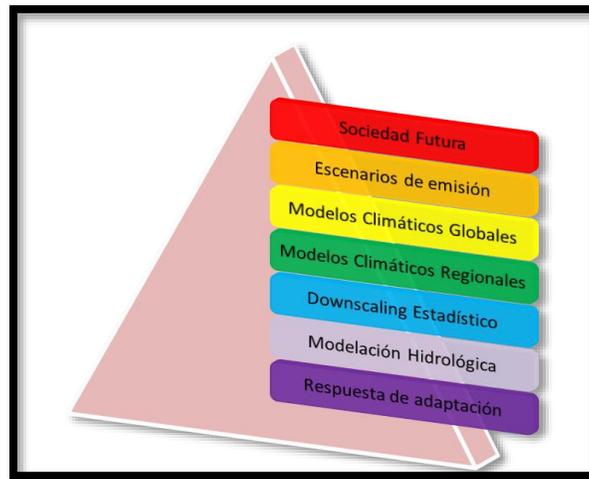


Fuente: "Climate data scaling and analysis for the Magdalena basin" (Philip, Arthur, & Droogers, 2014)

2.5. Incertidumbre en las técnicas de reducción de escala

Una de las grandes problemáticas en el uso de técnicas de reducción de escala es la incertidumbre en los resultados y por ende en la cuantificación de los efectos del cambio climático, siendo la falta de caracterización física de las técnicas y la comparación con otras técnicas parte de este problema. En el manejo de los recursos hídricos, la incertidumbre en el impacto de las proyecciones climáticas contribuye a la incertidumbre total, en adición a factores como la variabilidad natural y cambios en la demanda de agua.

Figura 8. Cascada de incertidumbre en el proceso de cuantificación de los impactos del cambio climático en los recursos hídricos.



Fuente: Propia

Sistemas de modelamiento de impacto que incluyen una cascada de diferentes modelos son comúnmente utilizados para evaluar los impactos climáticos. Los elementos de estas cascadas suelen ser los escenarios de emisión, un modelo climático global (GCM), una técnica de reducción de escala dinámica, un post-procesamiento estadístico y un modelo hidrológico, tal como se ilustra en la *Figura 8*. Alternativamente, la reducción de escala dinámica y el post-procesamiento estadístico pueden ser reemplazados por una reducción de escala estadística. (Bosshard, Carambia, Goergen, & et al., 2013).

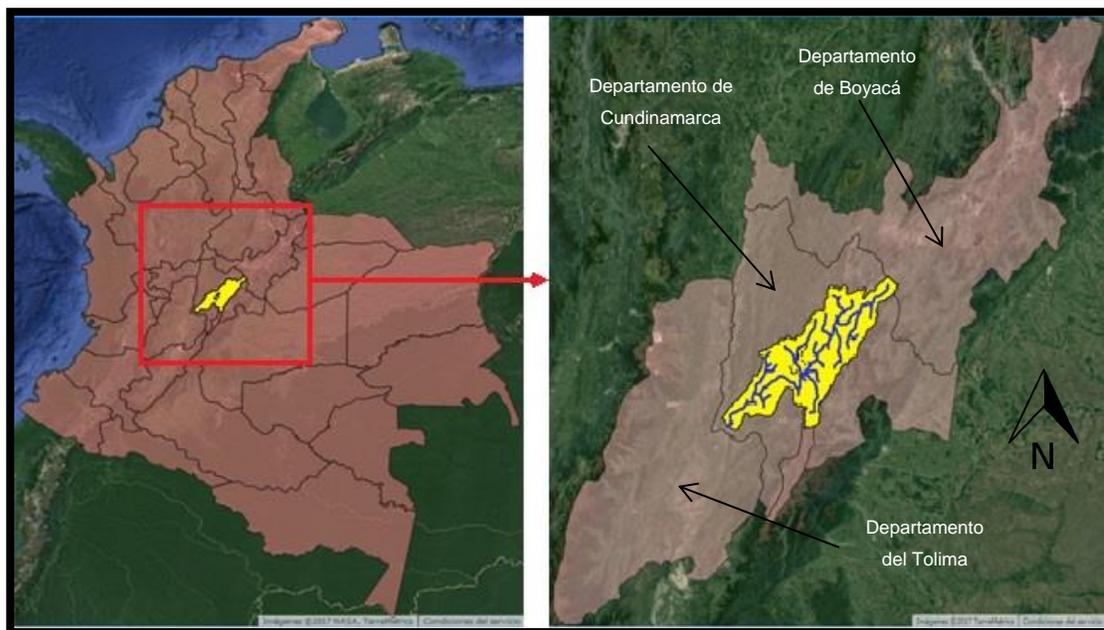
Capítulo III

3. CASO DE ESTUDIO

3.1. Descripción general de la cuenca

La Cuenca del Río Bogotá está localizada en la parte central de Colombia en Suramérica, específicamente en el departamento de Cundinamarca, limitando en su extremo norte con el Departamento de Boyacá y en el extremo sur con el Departamento del Tolima. Tiene una superficie total de 5891.43 km^2 que corresponden a cerca del 32% del total de la superficie departamental (CAR, 2006). En la *Figura 9* se presenta la ubicación general de la Cuenca del Río Bogotá.

Figura 9. Localización de la Cuenca del Río Bogotá. Localización en el país (izquierda) y Localización en el departamento (derecha)



Fuente: Tomada de Google Earth y complementada con información propia

El río Bogotá nace en el municipio de Villapinzon, sobre los 3450 m.s.n.m. (metros sobre el nivel del mar) en el páramo de Guacheneque y desemboca en el río Magdalena a 275

m.s.n.m. Mediante el acuerdo 58 de 1987 la CAR (Corporación Autónoma Regional de Cundinamarca) se han distinguido tres grandes subcuencas a lo largo del río:

- Cuenca Alta del Río Bogotá: Desde el nacimiento en Villapinzon hasta el puente de la virgen en el municipio de Cota.
- Cuenca Media del Rio Bogotá: Desde el puente de la Virgen hasta el embalse de Muña en el municipio de Sibate.
- Cuenca Baja del Rio Bogotá: Desde el embalse de Muña hasta su desembocadura en el Rio Magdalena.

Adicionalmente se han identificado 19 subcuencas de tercer orden que conforman la cuenca del rio Bogotá, tal como se presentan en la *Tabla 4* y en la *Figura 10*.

Tabla 4. Participación de cada subcuenca de tercer orden en la cuenca

No.	SUBCUENCA	AREA(Ha)	AREA (%)
1	Rio Bogotá (Sector Tibitoc-Soacha)	71284	12.1
2	Rio Balsillas	62442	10.6
3	Rio Bajo Bogotá	54431	9.2
4	Rio Apulo	48505	8.2
5	Rio Neusa	44735	7.6
6	Rio Tunjuelito	41535	7
7	Embalse Tominé	37428	6.4
8	Rio Teusacá	35818	6.1
9	Rio Medio Bogotá (Sector Salto-Apulo)	31650	5.4
10	Rio Alto Bogotá	27615	4.7
11	Rio Calandaima	26840	4.6
12	Rio Bogotá (Sector Sisga-Tibitoc)	25397	4.3
13	Rio Frio	20160	3.4
14	Embalse Sisga	15526	2.6
15	Rio Chicú	14189	2.4
16	Embalse del Muña	13422	2.3
17	Rio Bogotá (Sector Soacha-Salto)	10725	1.8
18	Rio Soacha	4052	0.7
19	Rio Negro	3390	0.6
	TOTALES	589143	100

Fuente: Tomado de Plan De Ordenación Y Manejo De La Cuenca Hidrográfica Del Río Bogotá (CAR, 2006)

3.2. Características físicas de la cuenca

El 30% de la cuenca se caracteriza por presentar un relieve entre fuertemente ondulado a fuertemente quebrado, con pendientes que oscilan entre 12 y 25 %. Sigue en importancia el relieve fuertemente quebrado con pendientes entre 25 y 50%. Estas condiciones de relieve y pendiente se presentan de forma general en toda la cuenca y corresponden

3.3. Caracterización hídrica de la cuenca

La caracterización hídrica de la cuenca del río Bogotá corresponde a corrientes pequeñas con posibilidad de conexión en corto alcance y cualquier ángulo al cauce principal del río (Boada, 2011). Las 33,622 corrientes de la cuenca del río Bogotá están clasificadas en ocho ordenes, siendo más del 90 % de las corrientes pertenecientes a los primeros tres órdenes, tal como se presenta en la Tabla 5.

Tabla 5. Clasificación de las corrientes de la cuenca acorde con el método de Horton

Orden	Número de Corrientes	%
1	19714	58.63%
2	8050	23.94%
3	3463	10.30%
4	1609	4.79%
5	539	1.60%
6	210	0.62%
7	16	0.05%
8	21	0.06%
Total	33622	100%

Fuente: Tomado de Plan De Ordenación Y Manejo De La Cuenca Hidrográfica Del Río Bogotá (CAR, 2006)

En cuanto a aguas subterráneas, la cuenca del río Bogotá posee un sistema hidrogeológico que se subdivide en: sedimentos y rocas con flujo esencialmente intergranular, rocas con flujo esencialmente a través fracturas, y sedimentos y rocas con limitados recursos de agua subterránea

Adicionalmente, la cuenca del río Bogotá posee una gran variedad de humedales, lagunas, quebradas y embalses dentro de los que se destacan:

- Lagunas: Verde, el Valle, el Salitre, la Herrera, las Palmas, el Juncal, Pedro Palo.
- Humedales: Guaymaral, Conejera, Córdoba, Jaboque, Yulo, Fraylejonal, Capellanía, Techo, los Patos, el Manantial, Tierra Blanca.
- Quebradas: Santa Librada, Bolonia, la Salitrosa, el Arrayanal, Amolador, San Pedrina.
- Embalses: Pantano de Acre , Sisga, San Rafael, Tominé, Muña.
- Otros: Salto del Tequendama, Nacimiento del Río Bogotá.

3.4. Precipitación

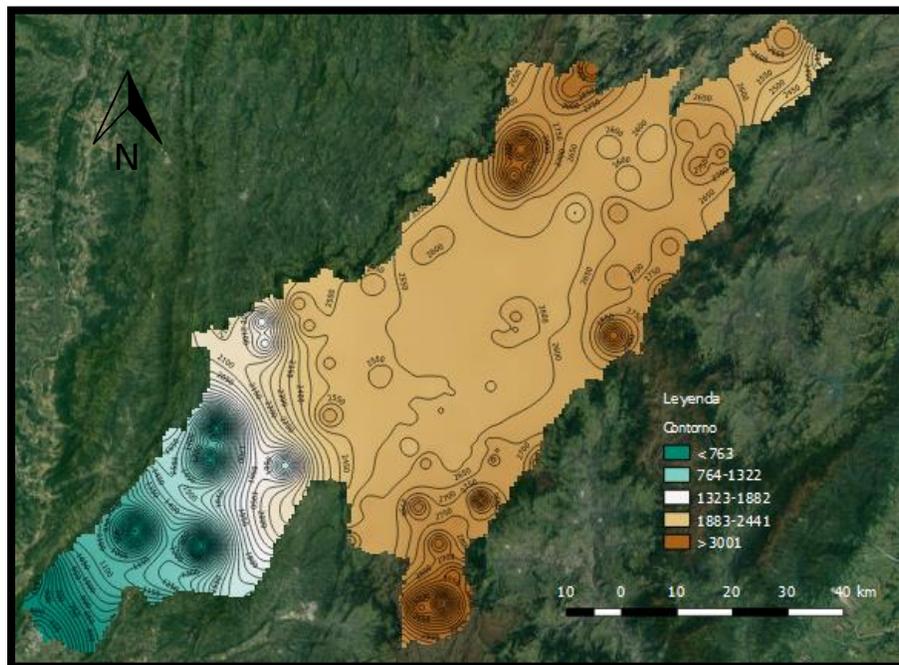
La cuenca del río Bogotá está ubicada en una región tropical de latitudes bajas (entre los paralelos norte 4 y 5), en la Zona de Confluencia Intertropical (ZCIT), que se caracteriza por el ascenso forzado de masas de aire que permiten la formación de grandes nubes, las cuales dan origen a precipitaciones de variada intensidad.

De acuerdo con la (CAR, 2006) *“En la cuenca se registra una precipitación entre 400 y 2200 milímetros anuales, destacándose como las zonas de menor nivel de lluvias la subcuenca río Soacha y parte de las subcuencas río Bogotá sector Salto Soacha, Embalse Muña, río Bogotá Sector Tibitoc-Soacha y río Balsillas. La mayor precipitación se registra en los extremos orientales de las subcuencas Embalse Tominé y río Teusacá. “*

3.4.1. Variación espacial de la precipitación

En la Figura 11 se puede observar la orografía de la cuenca del río Bogotá, caracterizada por la presencia de regiones de alta montaña debido a su ubicación en la Cordillera Oriental.

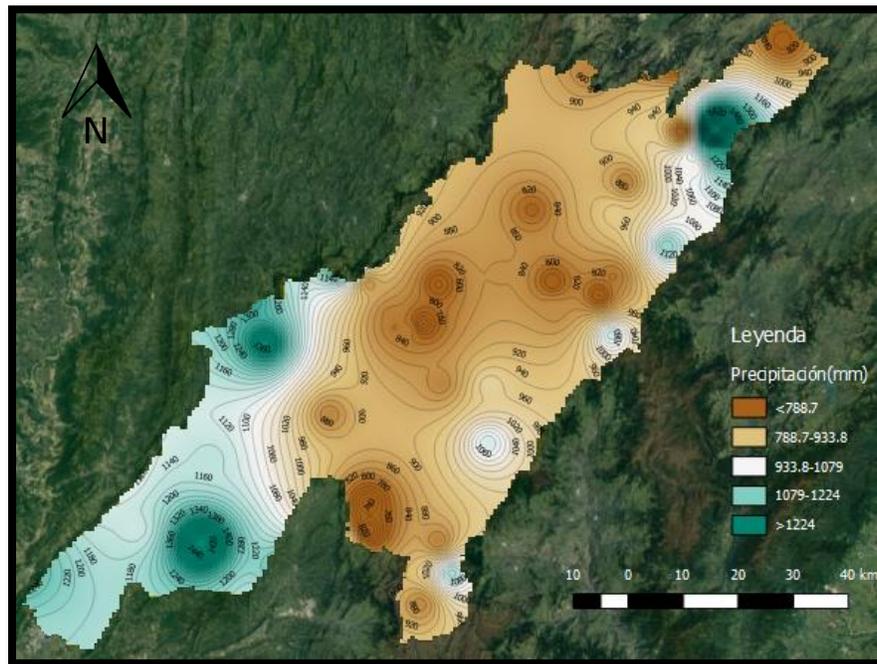
Figura 11. Orografía de la cuenca del río Bogotá



Fuente: Propia

Debido a las características físicas y topográficas de la cuenca, se pueden encontrar diferentes tipos de precipitación en la región, observando precipitaciones orográficas en zonas cercanas a la región montañosa, dada la relación existente entre altitud y precipitación como se presenta al comparar las *Figura 11* y *Figura 12*.

Figura 12. Variación espacial de la precipitación en la cuenca del río Bogotá



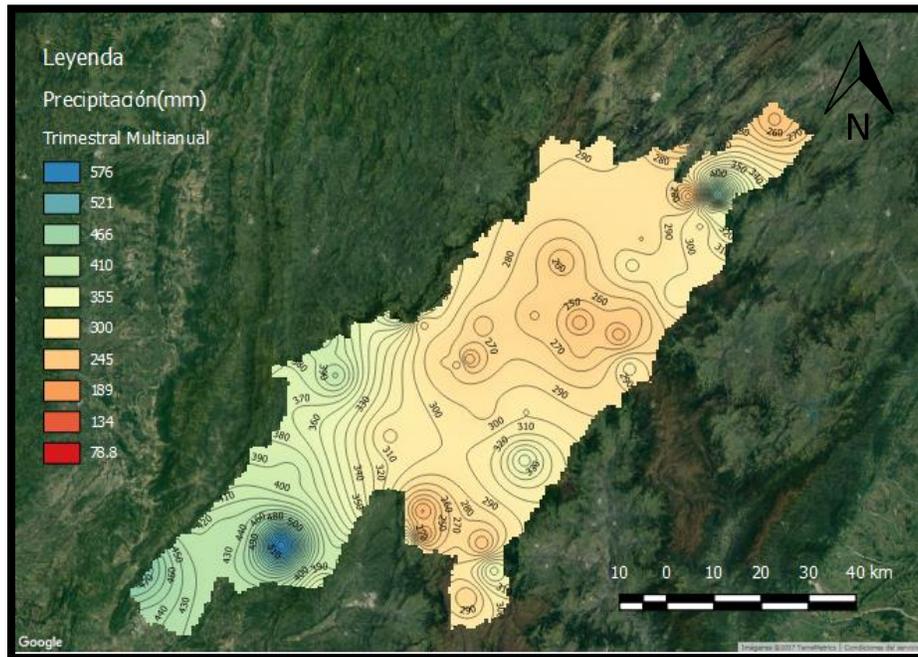
Fuente: Propia

3.4.2. Variación temporal de la precipitación

El régimen hidrológico del río en su cauce principal es bimodal, con temporadas húmedas entre marzo-mayo y septiembre-noviembre, y temporadas secas entre diciembre-febrero y junio-agosto, tal como se observa en la *Figura 13*, *Figura 14*, *Figura 15* y *Figura 16*. Cabe anotar que se puede observar una clara contrafase en la distribución espacial de la precipitación, existiendo por ejemplo altas precipitaciones en la parte alta de la cuenca y bajas precipitaciones en la cuenca baja de la cuenca para temporadas húmedas.

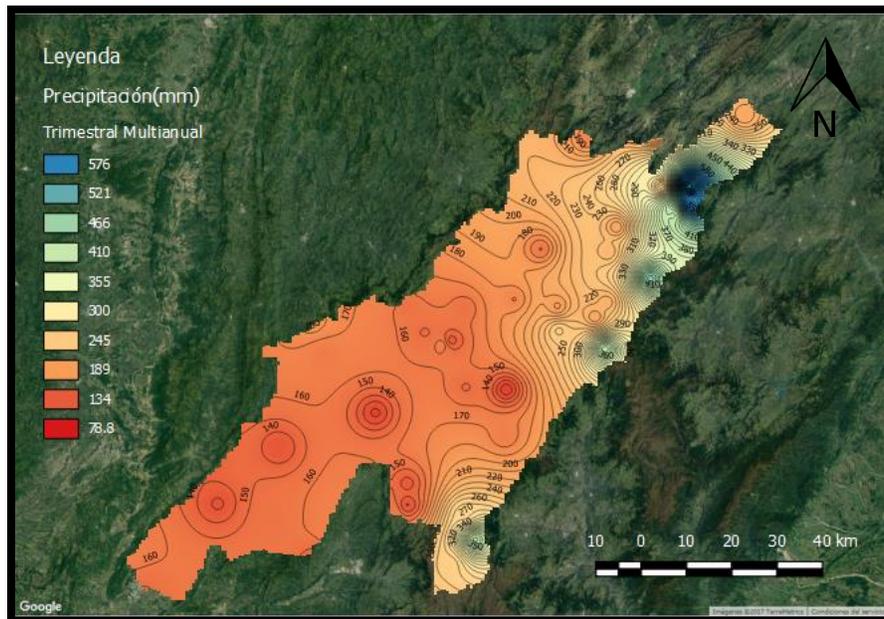
Acorde con (Boada, 2011) “es de suma importancia anotar que en la mayor parte de la cuenca las lluvias, aunque son frecuentes, no son abundantes de tal manera que, existe una cierta tendencia a la aridez lo que contribuye con la vulnerabilidad del recurso hídrico”.

Figura 13. Precipitación trimestral multianual Marzo-Abril-Mayo



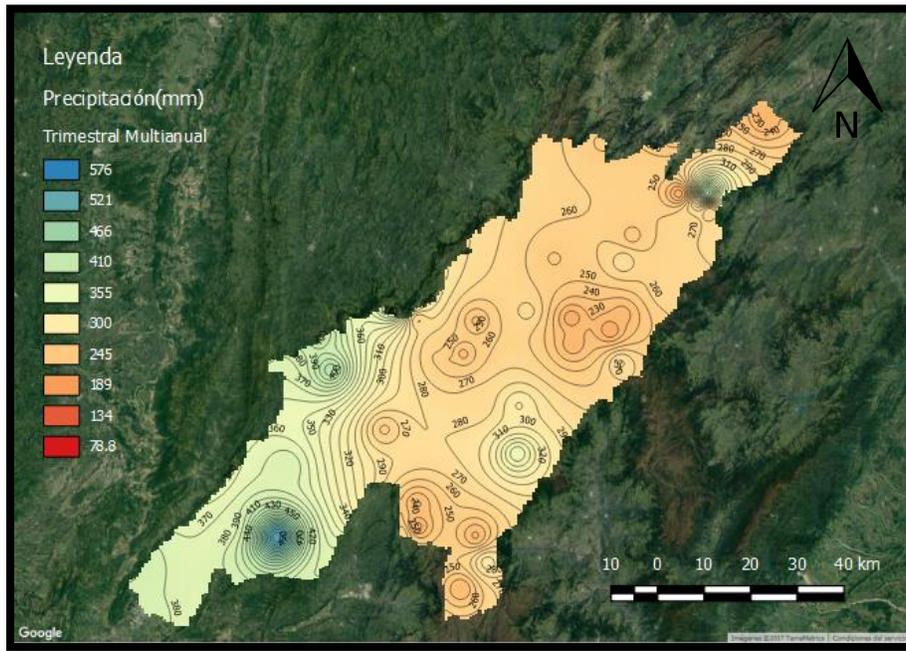
Fuente: Propia

Figura 14. Precipitación trimestral multianual Junio-Julio-Agosto



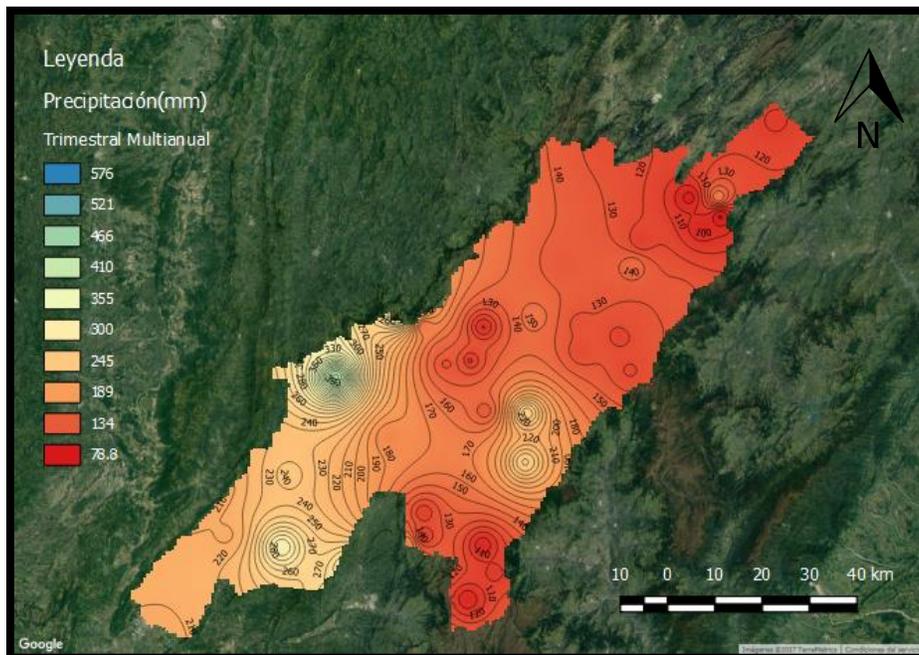
Fuente: Propia

Figura 15. Precipitación trimestral multianual Septiembre-Octubre-Noviembre



Fuente: Propia

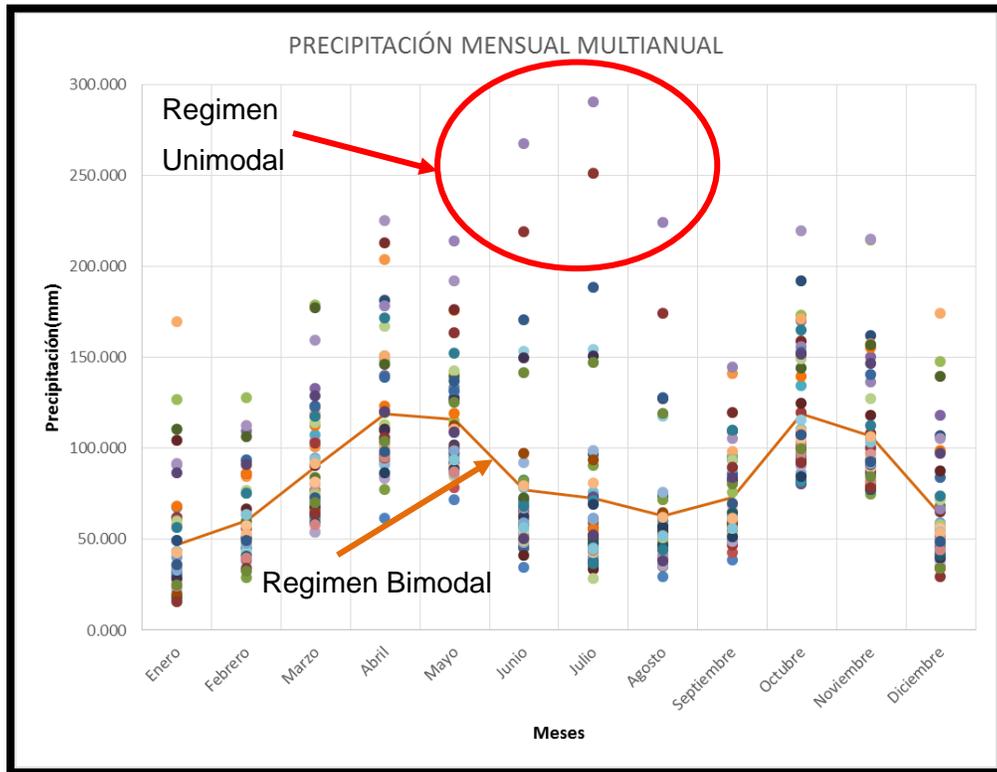
Figura 16. Precipitación trimestral multianual Diciembre-Enero-Febrero



Fuente: Propia

En la Figura 17 se puede observar la presencia del régimen bimodal en gran parte de la cuenca, sin embargo, también se observa la presencia de régimen unimodal en algunos sectores de la cuenca, con precipitaciones máximas en los meses de Junio, Julio y Agosto.

Figura 17. Precipitación mensual multianual de la cuenca del río Bogotá



Fuente: Propia

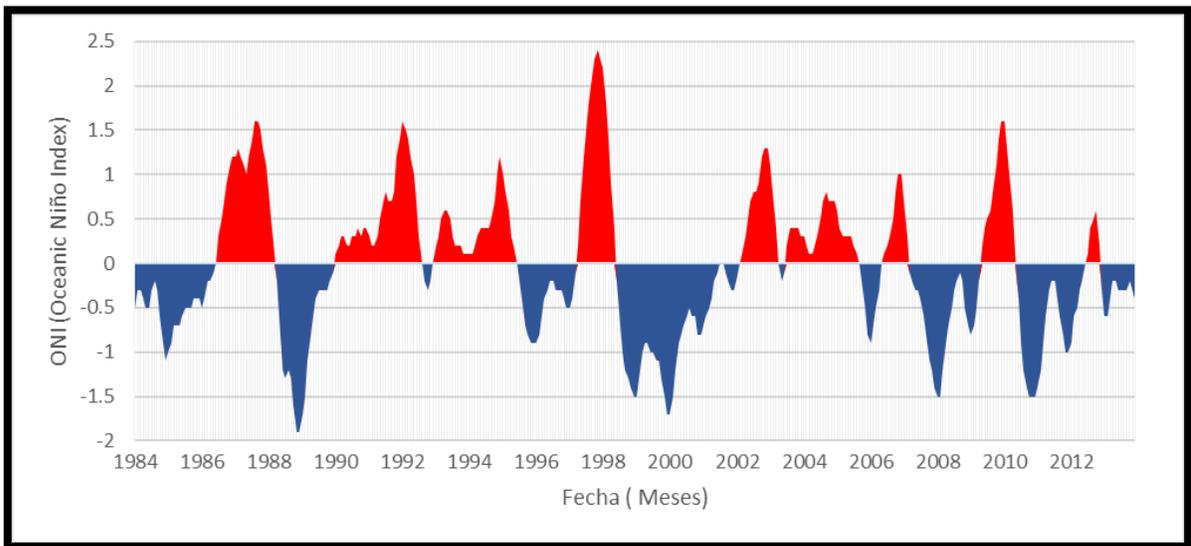
3.5. ENSO (El Niño – South Oscillation)

Debido a la ubicación geográfica de la cuenca del río Bogotá, el comportamiento de la precipitación se ve influenciado por los efectos del fenómeno ENSO (en inglés **El Niño – South Oscillation**) incrementando la variabilidad climática de la región, produciendo eventos extremos de mayor frecuencia e intensidad.

Diferentes índices se han utilizado para cuantificar la magnitud del fenómeno ENSO, entre ellos se resaltan los índices MEI (en inglés **M**ultivariate **E**nso **I**ndex) y ONI (en inglés **O**ceanic **N**iño **I**ndex) del centro de investigación NOAA (en inglés **N**ational **O**ceanic & **A**tmospheric **A**dministration).

El índice ONI es una medida que sirve para identificar los eventos el Niño (cálido, $ONI > 0$) y la Niña (frío, $ONI < 0$) en el trópico donde el umbral se descompone como eventos: débiles (0.5- 0.9), moderados (1,0-1,4), fuertes (1,5-1,9) y muy fuertes ($\geq 2,0$) (López, 2016). En la *Figura 18* se presenta el índice ONI para el área del Pacífico Central.

Figura 18. Magnitud del fenómeno ENSO acorde con el Índice ONI para datos mensuales de 1984 a 2014 del instituto NOAA.



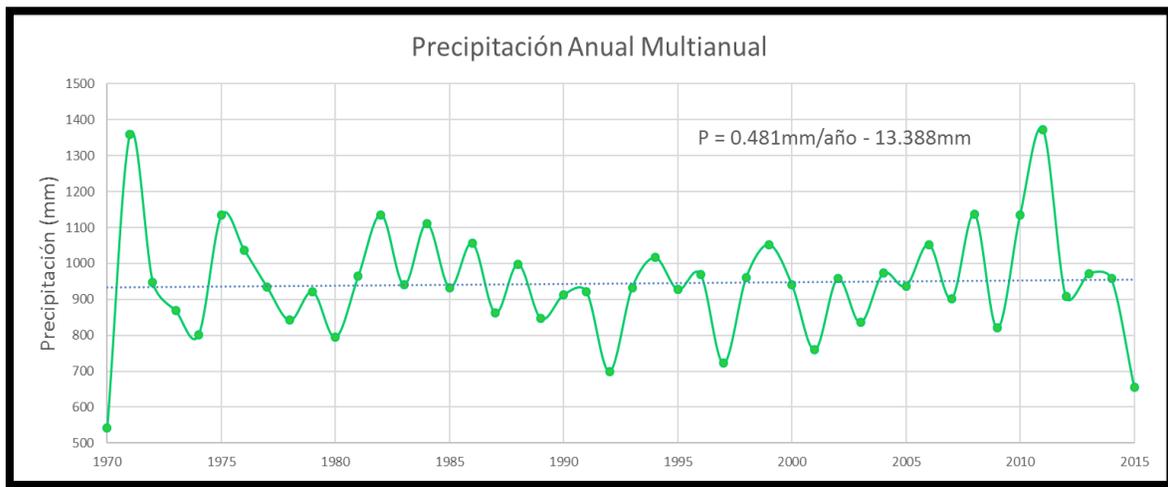
Fuente: Propia

Una gran variedad de trabajos se han realizado para demostrar el efecto climático del ciclo ENOS en diferentes regiones del país como (Pabón & Torres, 2006) y (Philip, Arthur, & Droogers, 2014). En la región de estudio, también se han desarrollado algunas investigaciones relacionadas con el fenómeno ENSO, tales como (Pabón & Torres, 2006), (Boada, 2011) y (López, 2016).

3.6. Cambio Climático

Diversas investigaciones se han realizado en el país (especialmente en la región de la cuenca del río Magdalena), en los que se evidencia un cambio sobre las condiciones medias climáticas de la región, tales como (Angarita, 2014) y (Philip, Arthur, & Droogers, 2014). Estos estudios han permitido conocer el comportamiento histórico de las condiciones climáticas en la región y establecer posibles escenarios de cambio climático en el futuro. En la Figura 19 se presenta un ejemplo del cambio histórico en las condiciones climáticas de la precipitación en la región, con base en la precipitación promedio anual de 47 estaciones de la cuenca del río Bogotá.

Figura 19. Precipitación Anual Multianual de la cuenca del río Bogotá para el periodo 1970-2015



Fuente: Propia

De acuerdo con las teorías expuestas por IPCC, debido a los efectos del cambio climático en el planeta, se ha observado un incremento en la intensidad y frecuencia del fenómeno ENSO (Boada, 2011).

3.7. Fuentes de información disponibles

3.7.1. GCMs

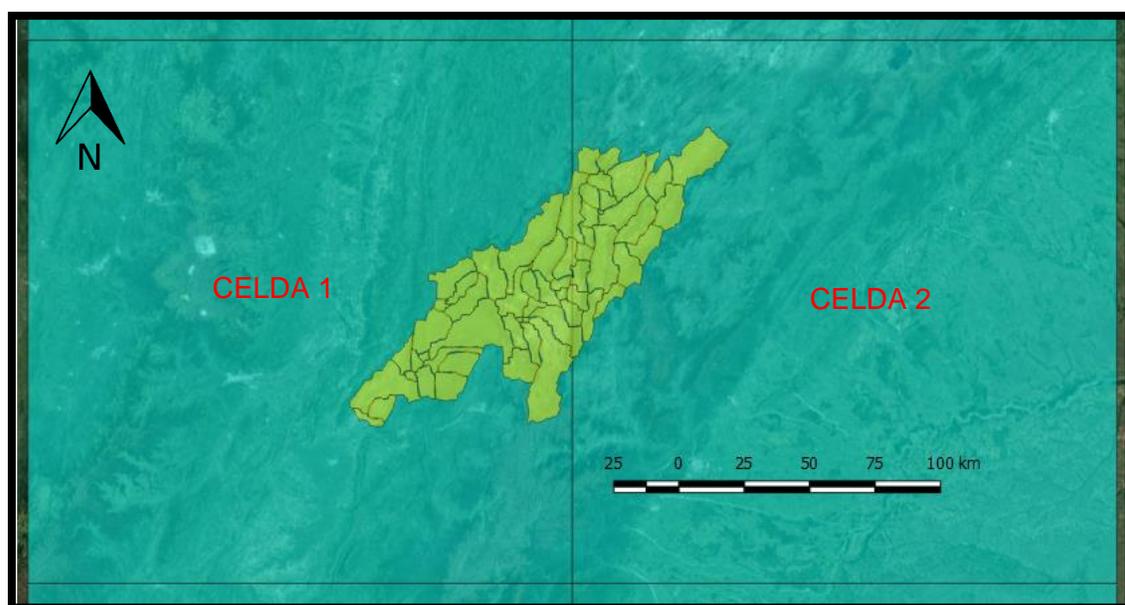
Debido a que la selección del GCM que mejor represente las condiciones climatológicas del caso de estudio está por fuera del alcance de esta investigación, se utilizara como modelo climático global el MPI-ESM-MR del instituto meteorológico Max Planck Institute,

bajo la primera realización histórica (1850-2005) y con el escenario RCP8.5 (2006-2100) en su primera realización, basado en el informe de (Angarita, 2014) en el que se concluye que este modelo refleja adecuadamente la mayoría de los patrones de estado del tiempo local para la región de estudio.

3.7.1.1. Características estadísticas GCM

Debido a la ubicación y dimensiones de la cuenca del río Bogotá, se encontraron dos celdas de la grilla del modelo climático global que presentan información de la precipitación en la zona de estudio, tal como se observa en la Figura 20.

Figura 20. Celdas del GCM: MPI-ESM-MR en la cuenca del río Bogotá



Fuente: Propia

Analizando los resultados diarios de las celdas del modelo climático MPI-ESM-MR para su utilización como predictores, se observa que existe en promedio 91,676 datos por celda (Histórico + RCP8.5), con un valor promedio de 5.13 mm, una desviación estándar promedio de 6.12mm y un valor máximo promedio de 45.82mm.

En la Tabla 6 y Tabla 7 se presentan las estadísticas básicas de las series de precipitación de las celdas del modelo climático para las realizaciones históricas y futuras en la región de estudio.

Tabla 6. Estadísticas de las series históricas de precipitación diaria de las celdas del modelo MPI-ESM-MR en la cuenca del río Bogotá

ESCENARIO: HISTORICO		
Celdas	CELDA 1	CELDA 2
Fechas	01 de enero de 1850 al 31 de Diciembre de 2005	01 de enero de 1850 al 31 de Diciembre de 2005
Latitud Mínima	3.7305	3.7305
Latitud Máxima	5.5958	5.5958
Longitud Mínima	284.0625 (-75.9375)	285.9375 (-74.0625)
Longitud Máxima	285.9375 (-74.0625)	287.8125 (-72.1875)
N° de datos	56978	56978
Media (mm)	5.6119	4.6494
Mediana (mm)	3.5638	1.4471
Mínimo (mm)	1.144E-13	1.143E-13
Máximo (mm)	47.8156	45.1965
Desviación Estándar (mm)	6.0872	6.2054
Varianza	37.0541	38.5066
Coefficiente de Varianza	1.0847	1.3347
Coefficiente de Asimetría	1.2212	1.5238
Curtosis	4.2186	4.9890

Fuente: Propia

Tabla 7. Estadísticas de las series futuras de precipitación diaria de las celdas del modelo MPI-ESM-MR en la cuenca del río Bogotá en el escenario RCP8.5

ESCENARIO: RCP8.5		
Celdas	CELDA 1	CELDA 2
Fechas	01 de Enero de 2006 al 31 de Diciembre de 2100	01 de Enero de 2006 al 31 de Diciembre de 2100
Latitud Mínima	3.7305	3.7305
Latitud Máxima	5.5958	5.5958
Longitud Mínima	284.0625 (-75.9375)	285.9375 (-74.0625)
Longitud Máxima	285.9375 (-74.0625)	287.8125 (-72.1875)
N° de datos	34698	34698
Media (mm)	5.6088	4.6734
Mediana (mm)	3.6437	1.5661
Mínimo (mm)	1.144E-13	1.143E-13
Máximo (mm)	45.0757	45.1965
Desviación Estándar	6.0228	6.1653
Varianza	36.2736	38.0108
Coefficiente de Varianza	1.0738	1.3192
Coefficiente de Asimetría	1.2087	1.5053
Curtosis	4.1561	4.9319

Fuente: Propia

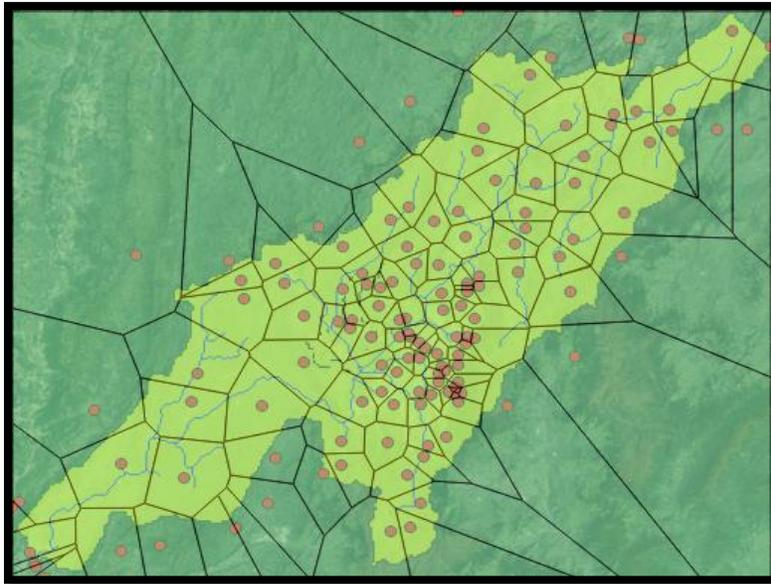
3.7.2. Estaciones pluviométricas

Una gran variedad de instituciones presenta información de registros de precipitación diaria a nivel local (IDEAM, CAR, EAB, IDIGER, instituciones privadas), sin embargo, dado el alcance de esta investigación, únicamente se utilizarán los registros históricos del IDEAM (Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales) en la zona.

3.7.2.1. Selección de las estaciones (Polígono de Thiessen)

Para la selección de las series de precipitación diaria, se utilizó el método de los polígonos de Thiessen para determinar el área de aferencia de las estaciones meteorológicas del IDEAM, y poder verificar las estaciones cuya área de influencia incluya la cuenca del río Bogotá, tal como se presenta en la Figura 21.

Figura 21. Selección preliminar de las estaciones de precipitación por medio de los polígonos de Thiessen: Río (Azul), Cuenca (Amarillo), Estaciones (Rojos) y Polígonos de Thiessen (Verde)



Fuente: Propia

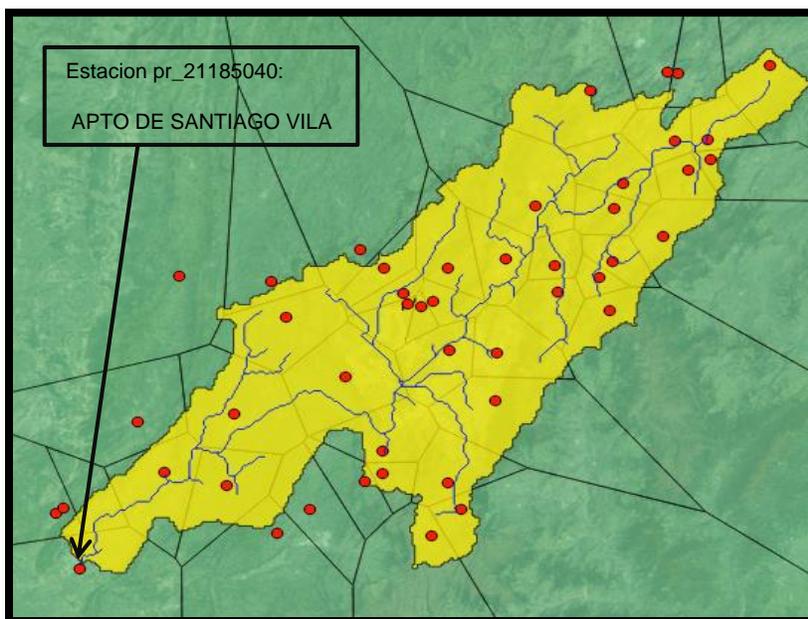
Posteriormente, se verificó la calidad de la información de las estaciones meteorológicas seleccionadas y se descartaron para su uso todas aquellas estaciones que no cumplieran con las siguientes condiciones definidas por criterio propio:

- Estaciones con más de 20 años de registros.
- Porcentaje de datos faltantes menor al 10%.

- Longitud máxima de datos faltantes consecutivos menor a un año.

Verificada la calidad de la información disponible en las estaciones meteorológicas, se seleccionaron únicamente 47 estaciones del IDEAM para el periodo 1958- 2016 como se ilustra en la *Figura 22*. En la Tabla 8 se presenta la descripción de las estaciones seleccionadas.

Figura 22. Estaciones de precipitación seleccionadas para el proceso de reducción de escala: Rio (Azul), Cuenca (Amarillo), Estaciones (Rojos) y Poligonos de Thiessen (Verde)



Fuente: Propia

Tabla 8. Estaciones de precipitación seleccionadas

ID	Nombre	Latitud (°)	Longitud (°)	Altura (m)	Tipo ¹	Fecha Instalación	Corriente
pr_21230110	NARIÑO	4.388	-74.838	262	PM	15/01/1980	MAGDALENA
pr_21230060	NARIÑO 1	4.399	-74.826	289	PM	15/11/1974	MAGDALENA
pr_21185040	APTO SANTIAGO VILA	4.278	-74.798	286	CO	15/01/1951	MAGDALENA
pr_21235010	JERUSALEN	4.565	-74.696	316	CO	15/11/1974	QDA CORRALITOS
pr_21201100	TOCAIMA	4.467	-74.650	490	PM	15/11/1974	BOGOTA
pr_21230070	SAN JUAN DE RIOSECO	4.851	-74.623	1303	PM	15/12/1974	SECO
pr_21201090	VIOTA	4.443	-74.542	567	PM	15/11/1974	LINDO
pr_21205660	LAS MERCEDES	4.582	-74.527	810	CO	15/09/1970	BOGOTA

¹ PM: Estación Pluviométrica, CO: Estación Climatológica Ordinaria, PG: Estación Pluviográfica CP: Estación Climatológica Principal, SP: Estación Sinóptica Principa

pr_23065060	STA TERESA	4.842	-74.462	2200	CO	15/12/1988	NEGRO
pr_21190030	TIBACUY	4.348	-74.454	1635	PG	15/10/1986	SUBIA
pr_21205670	LA FLORIDA	4.771	-74.438	1915	CO	15/11/1970	BAJAMON
pr_21195120	ITA VALSALICE	4.396	-74.396	1460	CP	15/02/1989	SUBIA
pr_21206280	ACAPULCO	4.654	-74.333	2650	CO	15/02/1990	BOGOTA
pr_23065100	SABANETA	4.902	-74.307	2475	CO	15/08/1986	NEGRO
pr_21201920	ALTO SAN MIGUEL	4.450	-74.300	2750	PM	15/05/1993	EMB MUÑA
pr_21201320	LA UNION	4.509	-74.269	2640	PM	15/03/1985	EMB MUÑA
pr_21201310	PREVENTORIO INFANT	4.465	-74.268	2650	PM	15/03/1985	BOGOTA
pr_21201070	EL CORAZON	4.867	-74.267	2580	PM	15/07/1974	BALSILLAS
pr_21201270	EL TIBAR	4.817	-74.233	2550	PM	15/12/1980	SUBACHOQUE
pr_21201550	EL ROBLE	4.797	-74.226	2560	PM	15/07/1985	BOGOTA
pr_21205980	PROVIDENCIA GJA	4.792	-74.201	2560	CO	15/02/1977	BOGOTA
pr_21201200	ESC LA UNION	4.343	-74.184	3320	PM	15/03/1985	BOGOTA
pr_21201140	LA ESPERANZA	4.802	-74.180	2555	PM	15/07/1974	FRIO
pr_21201580	PASQUILLA	4.447	-74.155	3000	PM	15/11/1981	TUNJUELITO
pr_21201210	EL HATO	4.867	-74.154	2575	PM	15/06/1978	SUBACHOQUE
pr_21205790	APTO EL DORADO	4.706	-74.151	2547	SP	15/02/1972	BOGOTA
pr_21201300	AUSTRALIA	4.394	-74.132	3050	PM	15/03/1985	BOGOTA
pr_21201600	IDEAM BOGOTA SEDE	4.607	-74.073	2685	PG	15/09/1986	BOGOTA
pr_21201230	ENMANUEL DE ALZON	4.701	-74.070	2520	PM	15/04/1974	TIBABUYES
pr_21205890	GUANATA	4.886	-74.054	2550	ME	15/09/1976	FRIO
pr_21205910	LA COSECHA	4.989	-74.001	2600	ME	15/09/1976	FRIO
pr_21201250	SAN PEDRO	4.872	-73.967	2560	PM	15/06/1980	TEUSACA
pr_21205920	SUASUQUE	4.821	-73.964	2560	CO	15/09/1976	BOGOTA
pr_21201190	LAGUNITAS	5.215	-73.907	3100	PM	15/03/1985	BOGOTA
pr_21201610	SAN ISIDRO	4.850	-73.891	2698	PM	15/05/1987	BOGOTA
pr_21201220	STA CRUZ SIECHA	4.784	-73.871	3100	PM	15/09/1978	SIECHA
pr_21205700	GUASCA	4.880	-73.868	2750	CO	15/07/1974	CHIPATA
pr_21201050	LOURDES	4.983	-73.865	2750	PM	15/03/1985	BOGOTA
pr_21205850	EL COLOMBIANO	5.034	-73.848	2567	ME	15/09/1976	BOGOTA
pr_21200780	POTRERO LARGO	4.929	-73.780	2780	PM	15/03/1985	BOGOTA
pr_24010140	CUCUNUBA	5.251	-73.771	2620	PM	15/01/1958	LAG CUCUNUBA
pr_21201650	STA ROSITA	5.116	-73.757	2750	PM	15/08/1988	BOGOTA
pr_24011080	CUCUNUBA 1	5.248	-73.753	2562	PM	15/05/1987	LAG CUCUNUBA
pr_21200160	PANONIA	5.058	-73.734	2800	PM	15/03/1985	BOGOTA
pr_21205740	SILOS	5.118	-73.701	2709	CO	15/03/1974	SISGA
pr_21200620	PISCIS	5.079	-73.697	2820	PM	15/03/1985	BOGOTA
pr_21201640	VILLAPINZON GJA	5.264	-73.591	2745	PG	15/05/1987	BOGOTA

Fuente: Propia

3.7.2.2. Características estadísticas de las estaciones

Con base en los registros históricos diarios de precipitación de las 47 estaciones seleccionadas del IDEAM para el periodo 1958 – 2016, se observa que existe un promedio de 12,239 datos de precipitación diaria por estación, para su utilización como predictandos, con un valor promedio de 2.76 mm, una desviación estándar promedio de 6.69 mm y un valor máximo promedio de 105.54mm. En la Tabla 9 se presentan las estadísticas básicas de las estaciones seleccionadas. También se observa que, del total de estaciones 29 están ubicadas en la Celda 1 (Latitudes: 3.7305 a 5.5958 y Longitudes: -75.935 a -74.0625) y las 18 estaciones restantes están ubicadas en la Celda 2 (Latitudes: 3.7305 a 5.5958 y Longitudes: -74.0625 a -72.1875).

Tabla 9. Estadísticas de las series de precipitación diaria de las estaciones seleccionadas como predictandos

ID	Cantidad de datos	% Datos Faltantes	Long DFC*	Media (mm)	Máximo (mm)	Desviación (mm)	Coefficiente Varianza	Coefficiente Asimetría	Curtosis
pr_21230110	11381	3.06%	153	3.46	129.7	10.700	3.095	4.472	27.079
pr_21230060	15018	2.39%	273	3.47	133	10.671	3.078	4.801	31.469
pr_21185040	20241	2.41%	122	3.23	136	9.683	2.994	5.048	36.615
pr_21235010	12815	5.33%	214	2.82	129.7	8.260	2.931	5.026	37.498
pr_21201100	15139	9.25%	346	3.10	139	9.342	3.014	4.963	36.138
pr_21230070	13204	0.94%	61	3.54	130.7	9.230	2.607	4.472	30.491
pr_21201090	15241	4.59%	180	4.32	317.8	12.681	2.933	6.612	86.060
pr_21205660	16779	8.25%	222	3.14	117	8.265	2.630	4.733	33.583
pr_23065060	7875	0.81%	30	3.62	99.6	8.052	2.223	4.298	29.952
pr_21190030	9009	0.37%	30	3.16	92.5	7.648	2.424	4.379	28.689
pr_21205670	16525	3.29%	88	3.93	278.9	12.352	3.143	10.254	162.351
pr_21195120	7516	9.13%	273	3.79	177.9	8.306	2.192	4.771	46.954
pr_21206280	9573	6.87%	166	2.32	112.4	6.038	2.602	5.273	46.914
pr_23065100	8196	1.67%	64	4.06	105	8.743	2.153	4.079	26.133
pr_21201920	8352	3.51%	61	2.51	61.8	5.183	2.065	4.352	29.783
pr_21201320	11341	0.41%	30	1.93	104.5	4.228	2.185	4.645	50.077
pr_21201310	11429	5.14%	204	1.86	116	4.333	2.330	5.723	74.212
pr_21201070	15316	1.31%	91	2.38	100	5.673	2.381	4.680	41.275
pr_21201270	8201	2.65%	89	2.28	57.3	5.139	2.253	3.792	21.969
pr_21201550	11265	5.77%	179	2.25	62.6	5.053	2.250	3.730	21.468
pr_21205980	11688	2.64%	153	2.27	68.2	5.064	2.234	3.963	24.498
pr_21201200	11374	2.79%	153	2.33	66.5	4.567	1.959	3.580	22.639
pr_21201140	15322	5.27%	365	1.97	80.7	4.898	2.491	4.465	33.903
pr_21201580	12418	4.14%	215	2.30	125.9	4.528	1.965	5.675	91.538

pr_21201210	13910	1.36%	61	2.06	88	4.800	2.325	4.402	33.879
pr_21205790	16174	2.21%	184	2.31	78.5	5.163	2.232	3.957	25.269
pr_21201300	11495	1.13%	123	3.22	56	5.005	1.554	2.753	13.787
pr_21201600	10683	0.51%	6	3.06	94.5	7.172	2.341	4.016	24.396
pr_21201230	15402	6.07%	245	2.66	121.5	7.003	2.632	5.604	54.364
pr_21205890	7121	4.61%	93	2.35	57.7	5.187	2.212	3.930	23.632
pr_21205910	11109	5.53%	183	2.17	95	5.492	2.533	5.182	44.955
pr_21201250	11664	7.65%	361	2.08	73.9	4.657	2.234	4.148	29.844
pr_21205920	12480	7.60%	365	2.34	96	4.946	2.113	4.476	40.221
pr_21201190	11372	0.89%	61	2.31	115.5	5.129	2.222	5.021	48.406
pr_21201610	10619	1.42%	31	2.08	56	4.415	2.124	3.702	22.152
pr_21201220	13682	4.60%	152	3.09	60	5.341	1.731	3.054	16.574
pr_21205700	15159	6.92%	184	2.23	55	4.755	2.128	4.089	26.218
pr_21201050	11468	4.07%	333	2.61	68.2	5.602	2.147	4.082	26.009
pr_21205850	9425	9.47%	304	2.30	68	5.032	2.190	4.373	30.181
pr_21200780	11463	1.45%	61	3.30	90	5.772	1.751	3.636	28.381
pr_24010140	19478	0.85%	92	1.96	66.5	5.341	2.731	4.311	27.166
pr_21201650	10104	0.73%	30	2.12	77	4.560	2.147	4.499	35.249
pr_24011080	8429	3.01%	61	1.71	67.1	5.075	2.974	4.622	31.712
pr_21200160	11373	3.34%	123	2.91	80	5.287	1.819	3.309	20.039
pr_21205740	15518	9.41%	365	5.15	295.6	18.990	3.687	7.922	74.475
pr_21200620	11283	0.18%	6	3.61	91	6.450	1.786	2.822	14.354
pr_21201640	10589	3.41%	275	2.10	66.7	4.488	2.133	4.261	29.048

* Longitud máxima de datos faltantes consecutivos

Fuente: Propia

3.7.2.3. Datos faltantes de la serie

Con el objetivo de rellenar los datos faltantes en las series de tiempo de precipitación de las estaciones, se utilizaron dos metodologías diferentes dependiendo de la existencia de información del periodo faltante en estaciones cercanas para una región considerada homogénea.

La primera metodología explora la existencia de estaciones cercanas en una región homogénea para completar los datos faltantes de la estación de estudio. Para la cuenca del río Bogotá, dada la orografía, el número de estaciones seleccionadas y la separación promedio entre ellas, se seleccionan únicamente las tres estaciones más cercanas.

La metodología (Medina, 2008) establece una función entre la relación de la precipitación diaria y mensual de la estación observada, y el promedio de la relación entre la precipitación diaria acumulada y la precipitación mensual acumulada de las estaciones cercanas, tal como se presentan en la *Ecuación 1*.

Ecuación 1. Datos diarios faltantes con estaciones cercanas.

$$Pd_i = Pm_i * \frac{1}{n} \frac{\sum_{j=1}^n Pd_j}{\sum_{j=1}^n Pm_j}$$

Donde,

n: número de estaciones de la región considerada homogénea

Pd_i: Precipitación diaria del día faltante para la estación observada.

Pm_i: Precipitación mensual de la estación observada

Pd_j: Precipitación diaria del día faltante en la estación j de la región homogénea

Pm_j: Precipitación mensual del día faltante en la estación j de la región homogénea

Para el escenario en que las series de precipitación mensual no sean aptas para su utilización por la calidad de la información, se plantea un procedimiento similar en términos de la precipitación mensual y anual, el cual corresponde a la Ecuación 2.

Ecuación 2. Datos mensuales faltantes con estaciones cercanas.

$$Pm_i = Pa_i * \frac{1}{n} \frac{\sum_{j=1}^n Pm_j}{\sum_{j=1}^n Pa_j}$$

Donde,

n: número de estaciones de la región considerada homogénea

Pm_i: Precipitación mensual del mes faltante para la estación observada.

Pa_i: Precipitación anual del mes faltante para la estación observada.

Pm_j: Precipitación mensual del mes faltante en la estación j de la región homogénea

Pa_j: Precipitación anual del mes faltante en la estación j de la región homogénea

La segunda metodología (Medina, 2008) utiliza exclusivamente los datos históricos de la estación observada en ausencia de información de estaciones cercanas. Para esto, se establece una función entre la relación de la precipitación diaria y mensual del dato diario faltante, y el promedio de la relación de la precipitación diaria y mensual acumulada del dato diario faltante, como se presenta en la Ecuación 3.

Ecuación 3. Datos diarios faltantes con registros históricos de la estación observada

$$Pdf_i = Pmf_i * \frac{1}{n_i} \frac{\sum_{i=1}^n Pdh_i}{\sum_{i=1}^n Pmh_i}$$

Donde,

n_i : número de registros con información del día faltante para diferentes años.

Pdf_i : Precipitación diaria del día faltante para la estación observada.

Pmf_i : Precipitación mensual del día faltante para la estación observada.

Pdh_i : Precipitación histórica diaria promedio del día faltante para la estación observada

Pmh_i : Precipitación histórica mensual promedio del día faltante para la estación obs.

Similar a la metodología 1, se plantea un procedimiento similar para completar datos mensuales faltantes en la serie de tiempo, como se muestra en la Ecuación 4.

Ecuación 4. Datos mensuales faltantes con registros históricos de la estación observada

$$Pmf_i = Paf_i * \frac{1}{n_i} \frac{\sum_{i=1}^n Pmh_i}{\sum_{i=1}^n Pahi}$$

Donde,

n_i : número de registros con información del mes faltante para diferentes años.

Pdf_i : Precipitación mensual del mes faltante para la estación observada.

Pmf_i : Precipitación anual del mes faltante para la estación observada.

Pdh_i : Precipitación histórica mensual promedio del mes faltante para la estación obs.

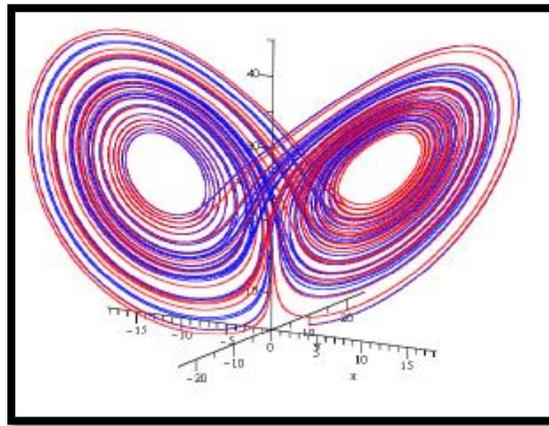
Pmh_i : Precipitación histórica anual promedio del mes faltante para la estación observada

Capítulo IV

4. DINÁMICA NO LINEAL Y CAOS DETERMINÍSTICO

La teoría de la dinámica no lineal y el concepto de caos determinístico permiten la construcción de modelos que se basan casi exclusivamente en datos de series de tiempo producidos por el sistema, los cuales permiten describir el comportamiento del sistema dinámico.

Figura 23. Atractor de Lorenz



Fuente: Predicting storm surges chaos, computational intelligence, data assimilation, ensembles (Siek, 2011)

4.1. El clima

Un sistema dinámico se define como aquel sistema, que para ciertas condiciones iniciales dadas, describe un comportamiento en alguna región del espacio a través del tiempo en base a un conjunto de reglas.

Existe una gran variedad de sistemas dinámicos tales como: el crecimiento poblacional de una especie de peces, los sistemas de circuitos eléctricos, el sistema climático, y el sistema planetario. El sistema climático ha sido uno de los principales sistemas dinámicos analizados, y ha permitido el amplio desarrollo de modelos matemáticos para el estudio de su dinámica y su comportamiento. Esto se observa en la existencia de numerosas investigaciones, destacando lo realizado por Edward Lorenz en 1963 en su trabajo "***Deterministic Nonperiodic Flow***" en el cual se descubre la inestabilidad en modelos

matemáticos simplificados de la atmosfera bajo pequeños cambios en las condiciones iniciales, lo cual permitiría posteriormente el desarrollo de la teoría del caos.

Acorde con (Poveda, 1997): *“El clima que nos rodea es producto de la interacción no lineal de múltiples procesos geofísicos que ocurren simultáneamente en diversas escalas del espacio y del tiempo. Tal carácter de no linealidad es el responsable de la poca predecibilidad del clima, particularmente en el mediano y largo plazo.”*

4.2. Caos Determinístico

El concepto de sistemas dinámicos caóticos fue introducido originalmente por el francés Henri Poincaré en el siglo XIX siendo la primera persona en observar que un sistema determinístico presentaba un comportamiento aperiódico que dependía sensiblemente de las condiciones iniciales, lo cual décadas más tarde se conocería como **caos**. Esto lo dedujo al analizar el problema de los tres cuerpos para la modelación dinámica estable del sistema solar desde un punto de vista poco más cualitativo que cuantitativo.

Posteriormente, gracias a los avances computacionales, Lorenz encontró que la solución a sus ecuaciones era altamente dependiente de las condiciones iniciales, resultando en comportamientos del sistema dinámico totalmente diferentes, lo que le permitió descubrir el movimiento caótico y visualizarlo en tres dimensiones, en lo que conocemos como un *atractor extraño*. En la *Figura 23* se presenta la reconstrucción del espacio de fase en tres dimensiones para las ecuaciones Lorenz.

Sin embargo, el trabajo desarrollado por Lorenz tuvo inicialmente poco impacto, hasta que después de 1970 numerosos ejemplos de sistemas dinámicos caóticos fueron encontrados, y diversos trabajos de investigación fueron desarrollados, incluyendo la investigación de Tien-Yien Li y James A. Yorke titulada *“Period three implies chaos”* en la cual se introduce el termino **caos**.

4.2.1. Caos en la precipitación.

La aplicación de los fundamentos de la dinámica no lineal y la teoría del caos en estudios hidrológicos en las últimas décadas ha sido considerable, sobre todo en el estudio del caos en la precipitación. Uno de los pioneros es Hense, quien en 1987 analizó una serie de 1008 registros mensuales de precipitación en Nauru, observando caos determinístico en una baja dimensión del plano de fase. A continuación, se presentan algunas investigaciones donde se reportado la presencia de caos determinístico en la precipitación:

- 1989, Rodríguez-Iturbe et al investigaron la existencia de caos determinístico para tres eventos de lluvia de 1980 y 1982 en Boston, USA utilizando alrededor de 3800 registros de precipitación, observando la presencia de caos determinístico en una baja dimensión del plano de fase (3.35, 3.75 y 3.60) mediante el método de la dimensión de correlación y los exponentes de Lyapunov.
- 1993, Tsonis et al observaron la presencia de caos determinístico para señales sucesivas de lluvia correspondientes a 0.01mm de precipitación con una dimensión de correlación del plano de fase de 2.4 mediante el método de la dimensión de correlación.
- 1994, Jayawardena y Lai estudiaron la existencia de caos determinístico en series diarias de precipitación y escorrentía en Hong Kong, China utilizando 20 años de registro para caudal y 17 años de registro para la precipitación, encontrando la presencia de caos determinístico en una baja dimensión del plano de fase para las tres estaciones de precipitación (0.95) mediante los métodos de la dimensión de correlación, exponentes de Lyapunov, entropía de Kolmogorov y la predicción por aproximación local.
- 1994, Berntsson et al investigaron 238 años de series mensuales de manchas solares, temperatura y precipitación en la ciudad de Lund, Suecia, encontrando caos determinístico una vez se ha reducido el ruido en la serie de tiempo con una dimensión del plano de fase de 2.4 utilizando el método de la dimensión de correlación.
- 1995, Georkakos et al analizaron los registros de 11 eventos de precipitación en Iowa, USA, encontrando caos determinístico en 10 de los 11 eventos para

dimensiones del plano de fase de 0.6 a 7.9 dependiendo de la intensidad de la región utilizando el método de la dimensión de correlación.

- 1998, Waelbroeck et al estudiaron la presencia de caos determinístico de datos de precipitación tropical utilizando el método de aproximación local observando que la precisión de la predicción decae rápidamente con una escala de tiempo de 2 días, pero mejora considerablemente para una acumulación de precipitación de 10 días.
- 2000, Sivakumar et al reportaron la existencia de caos determinístico para los registros mensuales de lluvia y escorrentía de 131 años de la cuenca de Göta en Suecia, con una dimensión del plano de fase de 6.4 utilizando el método de la dimensión de correlación y de la aproximación local.
- 2001, Sivakumar investigó la presencia preliminar de caos determinístico en la cuenca del río Leaf para 25 años de precipitación en diferentes escalas temporales (1,2, 4 y 8 días) encontrando la posible existencia de caos determinístico.

Acorde con (Sivakumar & Berndtsson, 2010): “Como los GCMs proveen información climática únicamente en escalas espaciales (y temporales) mucho mayores que aquellas que son requeridas para predicciones hidrológicas a nivel regional y local, es esencial la reducción de escala de los resultados de los GCM. Las técnicas de reducción de escala estadística y dinámica existentes pueden proporcionar cierto éxito, pero la suposición de linealidad inherente en la mayoría de estas técnicas es demasiado simplista y puede limitar considerablemente su efectividad, considerando que los sistemas climáticos y los procesos asociados son esencialmente no lineales, y posiblemente caóticos. “

En general las variables meteorológicas más importantes en los estudios de evaluación de los impactos del cambio climático sobre los procesos hidrológicos corresponden a la precipitación, la temperatura y la evaporación.

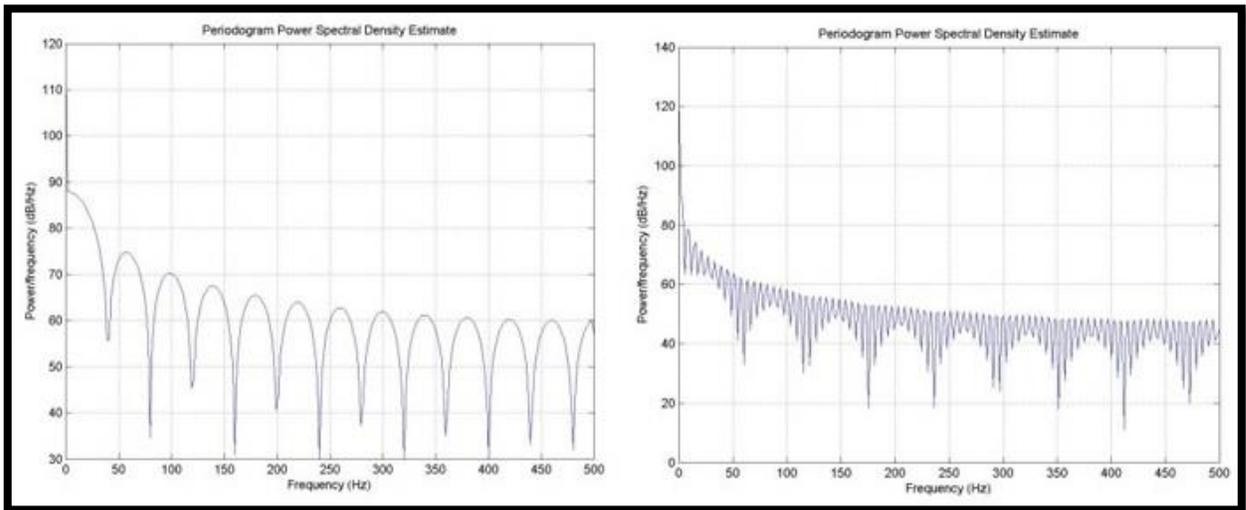
4.3. Evaluación de la presencia de caos determinístico

Diferentes metodologías se han desarrollado para la evaluación de la presencia de dinámica no lineal y de caos determinístico en series de tiempo, entre ellas se destacan: el espectro de potencia, la función de autocorrelación, el método de los vecinos falsos más próximos, los exponentes de Lyapunov, la entropía de Kolmogorov, el método de datos sustitutos y el exponente de Hurst. A continuación, se explicarán algunos de ellos en detalle:

4.3.1. Espectro de potencia

El espectro de potencia se define como el modulo cuadrático de la transformada continua de Fourier y es una herramienta útil para la identificación de señales periódicas o aleatorias, es decir, nos permite identificar dinámicas estables o inestables en series de tiempo. Por ejemplo, para procesos totalmente aleatorios, el espectro de potencia oscila alrededor de un valor constante, mientras en procesos puramente armónicos, la transformada se presenta en un número limitado de picos, observando que los procesos aleatorios ocurren sin ninguna frecuencia aparente, y los procesos periódicos (o cuasi periódicos) ocurren en determinadas frecuencias tal como se presenta en la Figura 24, sin embargo esta herramienta no es útil para distinguir entre señales aleatorias y caóticas.

Figura 24. Espectro de potencia de la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) para intervalos de acumulación de la precipitación de 1 día (derecha) y 15 días (izquierda)



Fuente: Propia

4.3.2. Entropía de Kolmogorov

La entropía representa una medida de la cantidad de información necesaria para predecir el comportamiento de un sistema en un instante de tiempo con cierta precisión. Una de las entropías más populares es la entropía de Kolmogorov-Sinai (basada en la entropía de Shannon de la teoría ergódica) la cual cuantifica la cantidad promedio de nueva información en el sistema dinámico por un nuevo valor agregado en la serie de tiempo. Es

cero para una serie de tiempo periódica e infinito para movimientos aleatorios. Un sistema “caótico” tiene valores intermedios.

Una de las principales dificultades para extraer las entropías de una serie de tiempo es la cantidad de información necesaria para el cálculo (Siek, 2011). Diferentes métodos se han propuesto para establecer el límite inferior y superior del valor de la entropía de Kolmogorov-Sinai, como el cálculo de la entropía de correlación para el límite inferior, y la identidad de Pesin² para el límite superior.

4.3.3. Exponente de Hurst

Similar al espectro de potencia, esta metodología permite identificar preliminarmente si un sistema dinámico es determinístico o no. El método fue desarrollado por el hidrólogo Harold Hurst basado en la modelación del caudal para el proyecto de construcción de la presa del río Nilo. (Gallego, 2010) La metodología consiste en la escogencia de un número definido de escalas, para obtener el rango de reescalado (función de la suma acumulativa de las diferencias del mínimo y el máximo respecto a la media sobre la desviación estándar) y relacionarlo con el tiempo de la escala con base en la fórmula generalizada para el rango de reescalado de Hurst que se presenta en la Ecuación 5.

Ecuación 5. Generalización de Hurst

$$\left(\frac{R}{S}\right)_n = c * t^H$$

Donde,

(R/S): rango de reescalado

c: constante

t: escala de tiempo

H: Exponente de Hurst

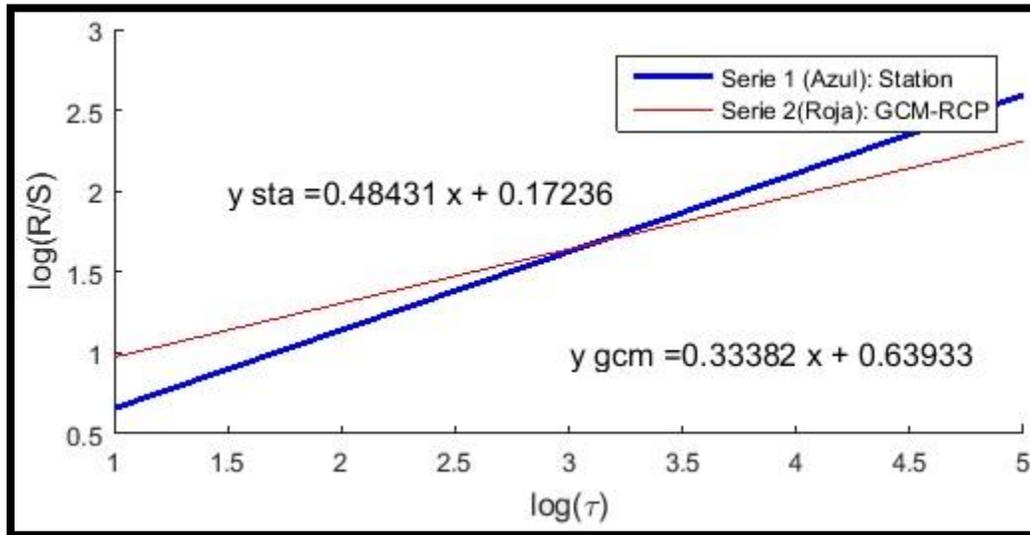
Por lo tanto, el exponente de Hurst (H) puede ser obtenido mediante la regresión lineal de la gráfica log (t) vs log(R/S). Donde H va de 0 a 1 y se clasifica de la siguiente manera:

Si el valor de $H < 0.5$, la serie es persistente, si $H > 0.5$, es anti-persistente y para valores de H cercanos a 0.5 se tiene un proceso aleatorio, es decir para valores superiores a 0.5 la serie es altamente dependiente de las condiciones iniciales, tal que para valores iniciales muy cercanas el sistema presenta comportamientos muy diferentes a largo plazo, esto es,

² La identidad de Pesin establece que la suma de todos los exponentes de Lyapunov positivos es un límite superior de la entropía de Kolmogorov.

la presencia de caos determinístico. Esta metodología fue utilizada con éxito en (Gallego, 2010), y se presenta un ejemplo de su aplicación en la Figura 25.

Figura 25. Exponente de Hurst de la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) para un intervalo de acumulación de la precipitación de 5 días.

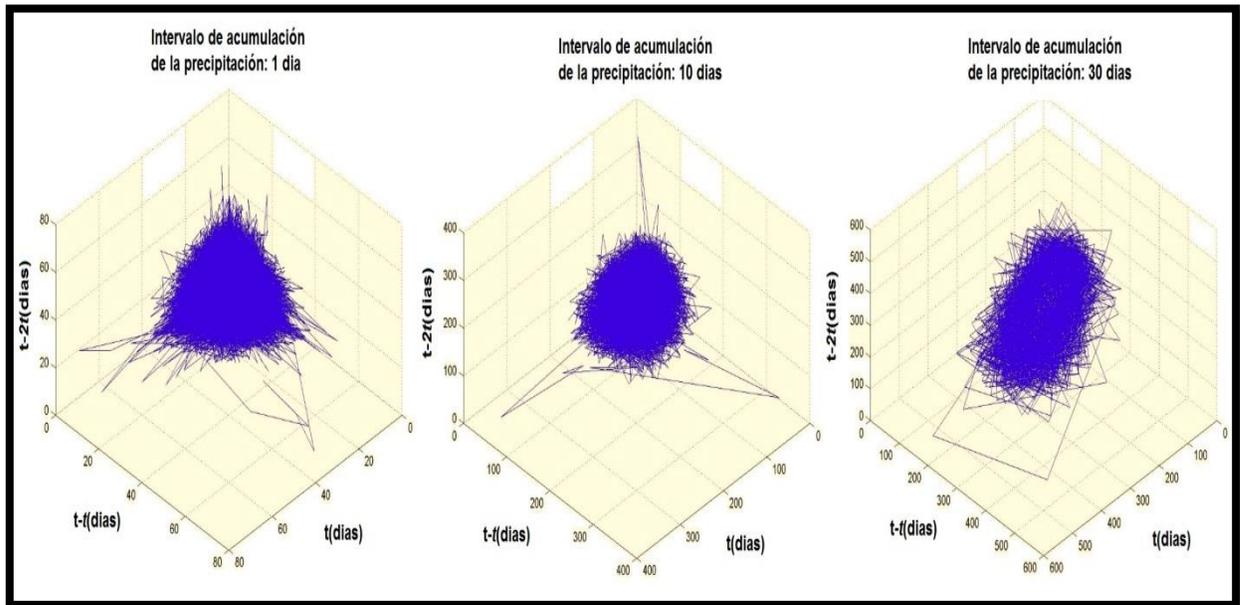


Fuente: Propia

4.4. Espacio de Fase

Acorde con (Sivakumar & Berndtsson, 2010): “El espacio de fase es esencialmente una gráfica, cuyas coordenadas representan las variables necesarias para describir completamente el estado del sistema en cualquier momento, la trayectoria del diagrama del espacio de fase describe la evolución del sistema para un estado inicial. La “región de atracción” de estas trayectorias en el espacio de fase proporciona información cualitativa importante al momento de determinar el grado de complejidad del sistema”, tal como se observa en la Figura 26 donde se observa el espacio de fase en tres dimensiones para diferentes intervalos de acumulación de la precipitación. El conjunto límite que reúne las trayectorias asintóticas próximas al equilibrio se conoce como ‘atractor’.

Figura 26. Comparación del espacio de fase de la serie de tiempo de precipitación de la Celda 1 de la cuenca del río Bogotá para acumulaciones de precipitación de 1 día (izquierda), 10 días (centro) y 30 días (derecha).



Fuente: Propia

4.5. Reconstrucción del espacio de fase: Método de los retardos

Los atractores de sistemas caóticos determinísticos (conocidos como “atractores extraños”), pueden exhibir un inusual tipo de auto similitud y presentar estructuras en todas sus escalas (esto es, una estructura fractal) y es por lo tanto de gran utilidad encontrar una apropiada dimensión tal que la estructura del atractor permanezca invariante. Siendo necesario convertir las medidas escalares de las series de tiempo a vectores de estado, y definir una dimensión del espacio de fase tal que los vectores de estado sean función exclusiva de la evolución en el tiempo.

Este proceso se realiza mediante la reconstrucción del espacio de fase, siendo el método más importante el método de los retardos (en inglés Method of Time-Delay) desarrollado por Taken en 1981, en el que es necesaria la búsqueda de un tiempo de retardo óptimo y la dimensión del plano de fase.

4.5.1. Tiempo de retardo (en inglés Time Delay)

El tiempo de retardo necesita ser escogido apropiadamente para capturar completamente la estructura del atractor. Si el tiempo de retardo (τ) es muy pequeño, entonces los vectores del tiempo de retardo no son independientes, de forma que todos los puntos se acumularan alrededor del punto de intersección de los planos principales del espacio de fase, resultando en la pérdida de información de las características del atractor, es decir, no ha pasado suficiente tiempo para que el sistema evolucione en el espacio de fase. Si el tiempo de retardo (τ) es muy grande, los vectores del tiempo de retardo pueden estar dimensionalmente no correlacionados. La elección del tiempo de retardo (τ) ha sido altamente enfatizado en la literatura por diferentes autores, como Casdagli en 1991, y numerosos métodos se han planteado para resolver este problema.

4.5.1.1. Autocorrelación

El método tradicional para la selección del tiempo óptimo de retardo se basa en el empleo de la función de autocorrelación, cuya ecuación se presenta en la Ecuación 6. El método fue propuesto por Tsonis y Elsener en 1988, y sugieren que el tiempo de retardo debe ser elegido como el tiempo en el cual la función de autocorrelación cae por debajo de un valor límite, siendo este valor límite comúnmente cero. Luo en 2004 encontró que este criterio no funciona en todas las situaciones, debido a que los procesos con memoria larga tardan mucho tiempo en alcanzar el límite de cero.

Ecuación 6. Función de autocorrelación

$$C(\tau) = \frac{1}{N - \tau} \frac{\sum_{n=1}^N (x_{n+\tau} - \bar{x})(x_n - \bar{x})}{\sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2}$$

“La función de autocorrelación es una medida normalizada de la correlación lineal entre valores sucesivos en una serie de tiempo, y su utilidad reposa en permitir determinar el grado de dependencia presente en los valores de una serie de datos. En procesos puramente aleatorios, la función de autocorrelación fluctúa en valores muy cercanos a cero, indicando que el proceso no depende de las condiciones pasadas” (Sivakumar & Berndtsson, 2010)

4.5.1.2. Información Mutua

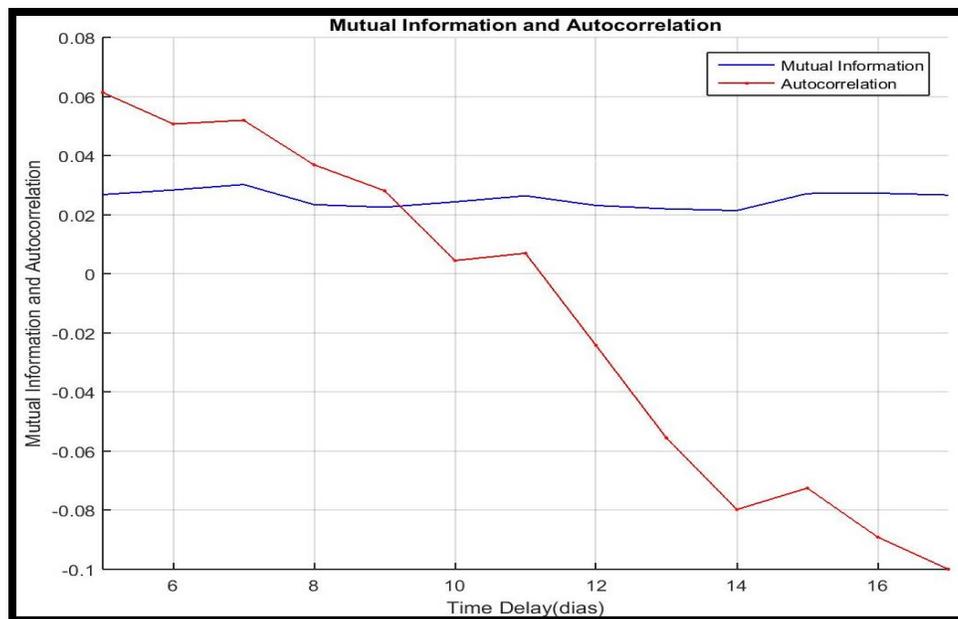
En términos de relaciones no-lineales, la escogencia del tiempo de retardo corresponde al primer mínimo de la función de medición de la información mutua entre las componentes de la serie de tiempo, cuya fórmula general se presenta en la Ecuación 7.

Ecuación 7. Función de Información Mutua

$$I(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(x_i, y_j) \log \frac{P(x, y)}{P(x_i)P(y_j)}$$

En términos de relaciones no-lineales, la escogencia del tiempo de retardo corresponde al primer mínimo de la función de medición de la información mutua entre las componentes de la serie de tiempo, cuya fórmula general se presenta en la Ecuación 7. La información mutua entre dos variables aleatorias es una cantidad que mide la dependencia mutua entre dos variables basándose en la entropía de Shannon y representando una medida de la incertidumbre asociada con la medición de las series de tiempo observables.

Figura 27. Comparación del tiempo de retardo por los métodos de información mutua y autocorrelación para la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) para una acumulación de la precipitación de 5 días.



Fuente: Propia

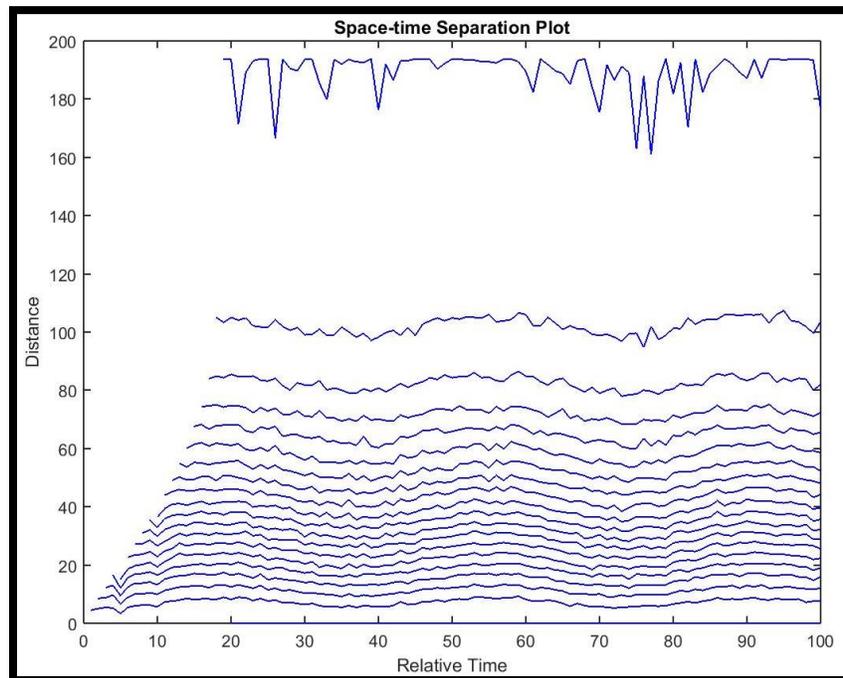
Este método ha demostrado un buen comportamiento en la reconstrucción del espacio de fase como lo demostraron Frazer y Swinney en 2010. En la Figura 27 se presenta la

comparación de la utilización de los métodos de la información mutua y la autocorrelación para la serie de tiempo de precipitación de la estación pr_21185040.

4.5.1.3. Gráfico de separación espacio-tiempo

El gráfico de separación espacio-tiempo (en inglés Space-Time Separation Plot) presentado por Provanzale en 1992, permite la identificación de correlaciones temporales en una serie de tiempo, es decir, permite la determinación de un tiempo de retardo adecuado. El grafico representa que tan grandes deben ser las distancias temporales entre dos puntos para poder asumir que se forman series independientes acorde con la medida invariante. El método integra a lo largo de líneas paralelas a la diagonal y representa los tiempos relativos, tal como se presenta en la Figura 28.

Figura 28. Gráfico de separación espacio-tiempo para la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) para un intervalo de acumulación de la precipitación de 5 días.



Fuente: Propia

4.5.2. Dimensión del plano de fase (en inglés Embedding Dimension)

Acorde con el teorema de inserción de Taken de 1981 iniciado por Whitney en 1936, un atractor de d -dimensiones puede ser embebido en un espacio de fase de dimensión m , donde $m=2d+1$, para estimar y describir las características del sistema dinámico.

4.5.2.1. Dimensión de correlación

La dimensión fractal más utilizada corresponde a la dimensión de correlación **dc**, definida por Grassberg y Proaccia en 1983, la cual está basada en la integral de correlación.

La suma de correlación $C(r)$ para un conjunto de puntos Y_t de un vector en el espacio, corresponde a la fracción de todas las posibles parejas de puntos que están más cerca que una distancia r en una norma particular, en otras palabras, la frecuencia relativa con la cual una trayectoria típica entra a un volumen de dimensión i .

Ecuación 8. Función de Correlación

$$C(r) = \frac{1}{N_{ref}} \sum_{i=1}^{N_{ref}} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N H(r - |Y_i - Y_j|)$$

Donde,

H: Función de escalón unitario

Y_i, Y_j : Vectores del tiempo de retardo

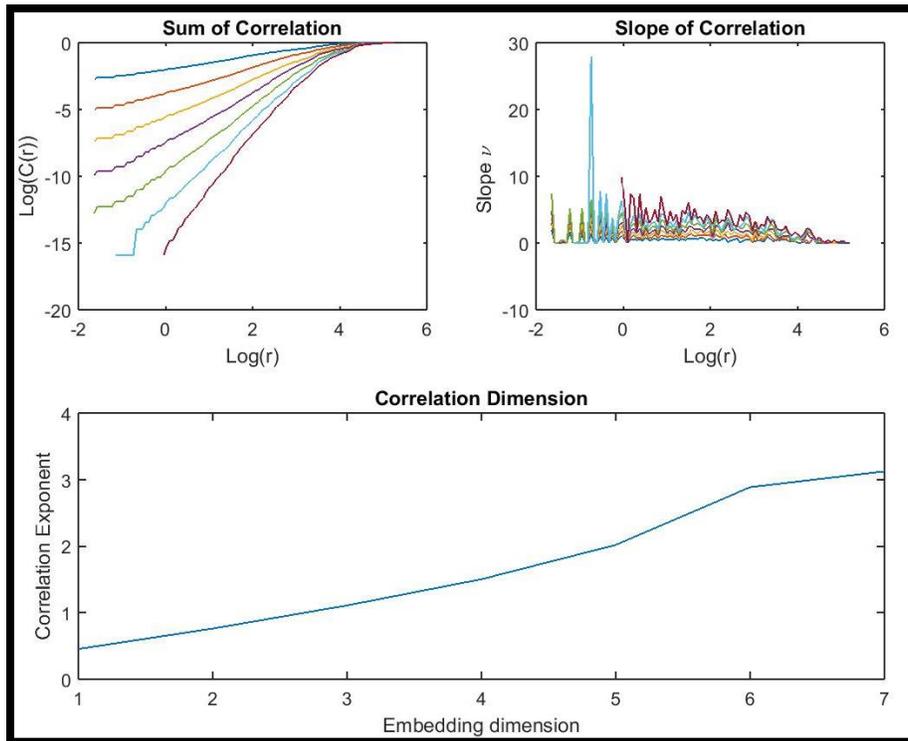
La función de correlación $C(r)$ presentada en la Ecuación 8, es estimada para el rango de valores r disponibles en una serie de tiempo para diferentes dimensiones del plano de fase m . Entonces $C(m, r)$ es inspeccionada para la búsqueda de auto-similitud, mediante las gráficas $\text{Log}(C(r))$ vs $\text{Log}(r)$ y u vs $\text{Log}(r)$; donde u es el exponente de correlación y corresponde a la pendiente de la gráfica $\text{Log}(C(r))$ vs $\text{Log}(r)$ como se observa en la Figura 29. Si la serie de tiempo es caracterizada por un proceso aleatorio, u varía linealmente con el incremento de m sin alcanzar un valor límite, mientras que para procesos determinísticos el exponente de correlación alcanza un valor límite y se vuelve independiente de m . El valor límite encontrado corresponde a la dimensión de correlación **dc** del atractor de la serie de tiempo.

Diferentes metodologías se han establecido para el cálculo de la cantidad de datos necesarios para estimar con precisión la dimensión del plano de fase, como los métodos de Ruelle, Nerenberg y Essex. (Ruelle & Eckman, 1988) En la Ecuación 9 se presenta la fórmula de Ruelle, la cual es función de la dimensión de correlación.

Ecuación 9. Formula de Ruelle para la cantidad mínima de datos

$$\min data = 10^{dc/2}$$

Figura 29. Sumas de correlación (grafica superior izquierda), pendiente de correlación (grafica superior derecha), y dimensión de correlación (grafica inferior), de la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) para un intervalo de acumulación de la precipitación de 5 días.



Fuente: Propia

4.5.2.2. El método de los vecinos falsos más próximos

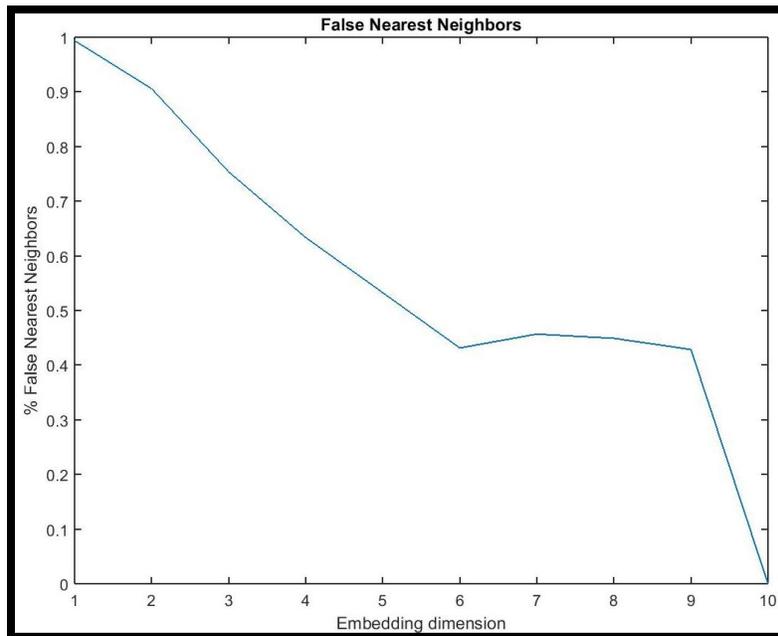
El método de los vecinos falsos más próximos (en inglés FNN: False Nearest Neighbors) creado por Kennel en 1992, es otro método que permite la estimación de la dimensión del plano de fase. El método consiste en encontrar para cada punto s_i , su vecino más próximo s_f en un espacio de m dimensiones, mediante el cálculo de la distancia $\|s_i - s_f\|$, la iteración sucesiva de ambos puntos (s_i, s_f) y el computo del factor R_i , cuya función se presenta en la Ecuación 10.

Ecuación 10. Método de los vecinos falsos más próximos

$$R_i = \frac{|s_{i+1} - s_{j+1}|}{\|\vec{s}_i - \vec{s}_j\|}$$

Señalando como vecinos falsos más próximos a aquellos puntos que tengan un factor R_i mayor que un umbral límite R_u dado. La dimensión del plano de fase será aquella para la cual se tenga una fracción de vecinos falsos más próximos cercana a cero. En la presencia de procesos aleatorios, no se esperaría la disminución del porcentaje de vecinos falsos más próximos a cero. En la Figura 30 se presenta la comparación de los métodos de Cao y FNN en una serie de precipitación en la cuenca del río Bogotá.

Figura 30. Método de FNN para la serie de precipitación de la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) para un intervalo de acumulación de 30 días.

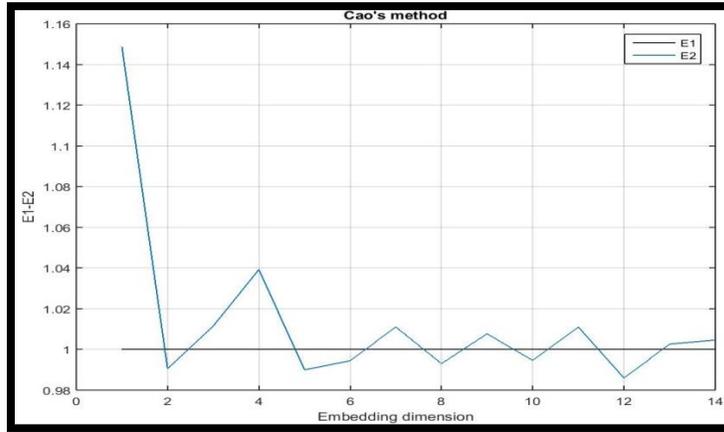


Fuente: Propia

4.5.2.3. El método de Cao

El método de Cao o el método de los vecinos falsos promediados (en inglés AFN: Averaged False Neighbors) creado por Cao en 1997. Está basado en la estimación de dos parámetros E_1 y E^* , los cuales se derivan de los cuantiles que son definidos por el método de los vecinos falsos más próximos, estos parámetros son calculados para diferentes valores de m . Este método no necesita series muy largas de tiempo, es computacionalmente eficiente y no está basado en la selección arbitraria de un límite, en la Figura 31 se presenta un ejemplo de aplicación del método en la serie de tiempo de precipitación de la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA). Este método fue utilizado con éxito en (Siek, 2011)

Figura 31. Método de Cao para la serie de precipitación de la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) para un intervalo de acumulación de 5 días.

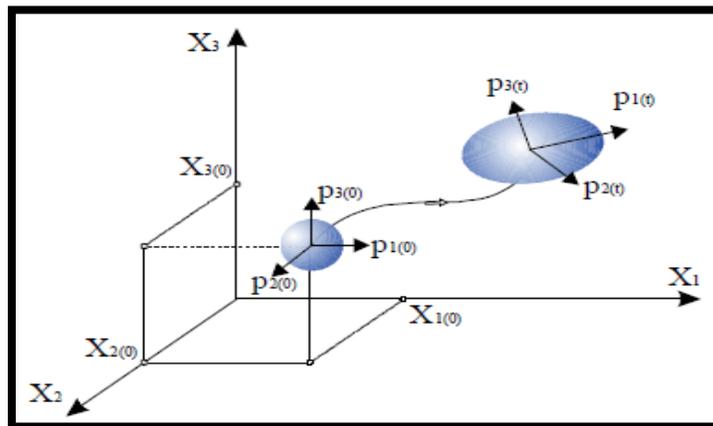


Fuente: Propia

4.5.3. Exponentes de Lyapunov

Con base en los resultados de τ y m , se calculó el espectro de exponentes Lyapunov creado por Eckman y Ruelle en 1985, los cuales caracterizan la inestabilidad exponencial de las trayectorias cercanas en el espacio de fase partiendo de determinadas condiciones iniciales como se presenta en la Figura 32, y por lo tanto determina el grado de predictibilidad de un sistema dinámico, es decir, expresa la pérdida de información en el tiempo.

Figura 32. Representación esquemática de la evolución en el tiempo de un conjunto de condiciones iniciales en el espacio de fase



Fuente: Tomada de Nonlinear Dynamics and Chaos with Applications to Hydrodynamics and Hydrological Modelling (Velickov, 2004)

El cálculo numérico del espectro de Lyapunov se realiza para un determinado intervalo de evolución en el tiempo del sistema dinámico, esto se realiza mediante el método desarrollado por (Sano & Sawada, 1985) en el cual, el conjunto de vectores es convertido a un conjunto ortonormal por medio del método de ortonormalización Gramm-Schmidt, obteniendo los exponentes de Lyapunov por medio de $\lambda_i \approx \ln(\|\partial X_i\|)$, para ser nuevamente normalizados dividiendo cada vector por su norma euclidiana. Este proceso se repite un número lo suficientemente grande de veces en el tiempo considerando la tendencia de los vectores a alinearse a lo largo de la dirección de máximo crecimiento, permitiendo el cálculo de los exponentes de Lyapunov tal como se ilustra en la Ecuación 11. (González-Miranda, 2004).

Ecuación 11. Calculo del Espectro de exponente de Lyapunov

$$\lambda_i = \frac{1}{N*T} \sum \ln[\|\partial X_i^{(k)}\|], i = 1, 2, \dots, d,$$

Donde,

λ_i : Exponente de Lyapunov i para un numero de iteraciones N .

$\partial X_i^{(k)}$: Vectores ortogonalizados obtenidos al final del paso k .

Pueden existir tantos exponentes de Lyapunov como grados de libertad tenga el sistema dinámico, en otras palabras, la cantidad de coordenadas que posea el espacio de fase. Usualmente el comportamiento del sistema dinámico se determina con base en el mayor exponente de Lyapunov (λ) y la suma de los exponentes del espectro ($\sum \lambda$), es decir, existe caos determinístico cuando se presenta el mayor exponente de Lyapunov sea positivo y la suma de los exponentes del espectro es negativa, existiendo diferentes tipos de movimientos en los sistemas dinámicos, tal como se presenta en la Tabla 10.

Tabla 10. Posibles tipos de movimiento del sistema dinámico acorde con los exponentes de Lyapunov

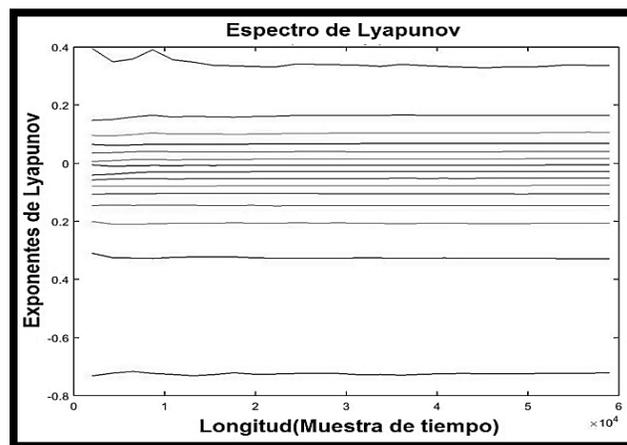
Tipo de Movimiento	Mayor Exponente de Lyapunov	Suma Exponentes de Lyapunov	Predictibilidad corto plazo	Predictibilidad largo plazo
Estable (Punto Fijo)	$\text{Max}(\lambda) < 0$	---	✓	✓
Estable (Ciclo Limite)	$\text{Max}(\lambda) = 0$	---	✓	✓
Caos Determinístico ³	$\infty > \text{Max}(\lambda) > 0$	$\text{Sum}(\lambda) < 0$	✓	✗
Aleatorio o divergente	$\text{Max}(\lambda) > 0$	$\text{Sum}(\lambda) > 0$	✗	✗

Fuente: Modificado de (Velickov, 2004)

³ Acorde con (Velickov, 2004), caos determinístico solo ocurrirá en espacios de fase de mínimo tres dimensiones de un sistema dinámico, exceptuando algunos casos en el que ocurre en dimensiones menores.

La presencia de un exponente máximo de Lyapunov positivo ($\lambda > 0$), indica que habrá una pérdida de información en la evolución del sistema dinámico, lo cual generará una pérdida de las capacidades predictivas del sistema. Sin embargo, bajo esta situación, cuando la suma de los exponentes del espectro es menor que cero ($\sum \lambda < 0$), esto es caos determinístico, existirá predictibilidad a corto plazo. Cuando no existe un exponente de Lyapunov positivo ($\lambda \leq 0$), la predictibilidad a largo plazo del sistema dinámico está garantizada. (Velickov, 2004). Debido a la importancia del máximo exponente de Lyapunov, diferentes metodologías se han desarrollado para el cálculo del mayor exponente de Lyapunov, tales como los presentado por (Rosenstein, Collins, & De Luca, 1994) y (Kantz, 1994). En la Figura 7 se presenta un ejemplo del espectro de exponentes de Lyapunov para la Celda 1 del modelo climático global MPI-ESM-MR.

Figura 33. Ejemplo Espectro de Lyapunov



Fuente: Propia

Adicionalmente, gracias al cálculo de los exponentes de Lyapunov, también es posible determinar de forma aproximada la dimensión fractal del atractor extraño del sistema dinámico mediante la dimensión de Kaplan-Yorke (Kaplan & Yorke, 1979), también conocida como dimensión de Lyapunov, cuya ecuación se presenta en la Ecuación 12, donde j es el mayor entero tal que k es el mayor exponente tal que $\lambda_1 + \dots + \lambda_k \geq 0$.

Ecuación 12. Dimensión de Kaplan-Yorke

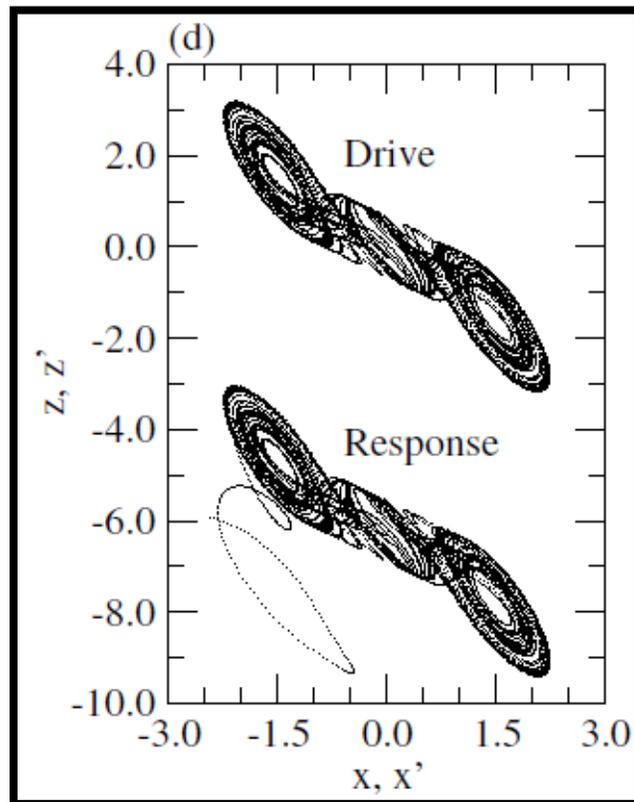
$$D_{ky} = j + \frac{\lambda_1 + \dots + \lambda_j}{|\lambda_{j+1}|}$$

Capítulo V

5. SINCRONIZACION DE SISTEMAS CAOTICOS

Dentro de los distintos fenómenos de los sistemas dinámicos no-lineales, la sincronización de sistemas caóticos ha tenido una gran importancia en la última década, existiendo una amplia variedad de experimentos y aplicaciones prácticas, dentro de las que se destacan circuitos eléctricos y electrónicos, láseres, sistemas de telecomunicaciones, sistemas biológicos y reacciones químicas. Así mismo, también se ha estudiado su importancia en fenómenos climáticos y atmosféricos, tales como el fenómeno ENSO y la interacción de osciladores no lineales, como se presentan en (Tsonis, 2001).

Figura 34. Ejemplo de sincronización del circuito de Chua



Fuente: Tomado de Synchronization and control of chaos (González-Miranda, 2004)

La sincronización de dos o más sistemas dinámicos, es un fenómeno fundamental que se obtiene cuando por lo menos uno de los sistemas cambia su trayectoria debido a un acoplamiento (unidireccional o bidireccional) con otro de los sistemas, permitiendo un comportamiento coherente en los sistemas acoplados. En los sistemas caóticos, dada la dependencia de las condiciones iniciales y su evolución en diferentes atractores, permite al sincronizarse, seguir una trayectoria común y definida.

La existencia de una función que relacione las variables de dos sistemas sugiere que esta función puede ser encontrada y usada para propósitos de predicción. En efecto, si dos sistemas están sincronizados, entonces el estado del sistema de respuesta puede ser predicho únicamente por el estado del sistema conductor, incluso si la relación entre las variables es desconocida. (Rulkov, Sushchik, Tsmiring, & Abarbanel, 1995)

En 1990 (Pecora & Carroll, 1990) lograron sincronizaron satisfactoriamente dos sistemas caóticos idénticos con diferentes condiciones iniciales bajo un apropiado esquema de acoplamiento. A partir de ese momento, diversos descubrimientos, han permitido encontrar diversas formas de sincronización de sistemas caóticos, así como la posibilidad de controlar el caos y suprimir estas características.

Diferentes tipos de estados de sincronización existen acorde con los tipos de sistemas dinámicos a sincronizar, en este trabajo se estudiarán principalmente los tipos de sincronización aplicables a **dos sistemas caóticos no idénticos**, dentro de este grupo los principales estados de sincronización son: sincronización completa, sincronización de fase, sincronización de retardo, sincronización de amplitud y sincronización general.

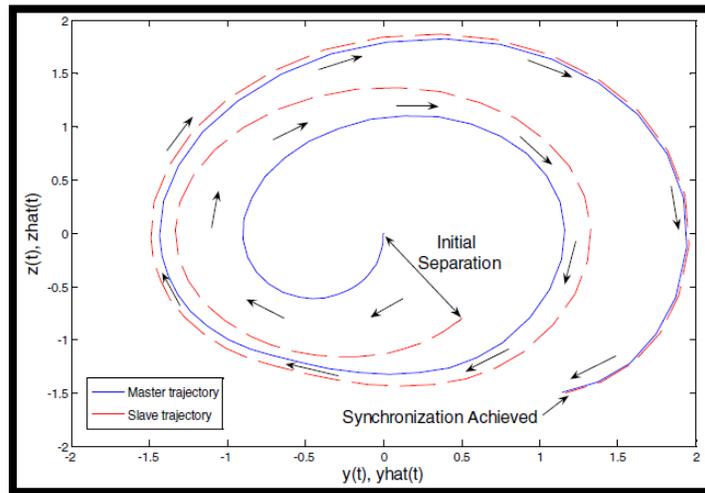
5.1. Sincronización completa

En la sincronización completa existe una unión perfecta de las trayectorias de los sistemas caóticos mediante una función de acoplamiento unidireccional (Moreno, 2006). En este sistema se establece una relación “maestro-esclavo” la cual consiste en dos sistemas caóticos que son descritos por el mismo conjunto de ecuaciones diferenciales con los mismos parámetros para tiempos iniciales diferentes. En este caso, un sistema caótico dirige al otro sistema por las series de tiempo generadas por sus ecuaciones diferenciales donde el sistema conductor es conocido como el sistema maestro y el sistema de respuesta como el sistema esclavo. (Jovic, 2011)

5.2. Sincronización de fase

La sincronización de fase para sistemas no idénticos o sistemas rotatorios ocurre cuando el sistema dirigido caótico entra en fase con el sistema conductor por la fuerza aplicada de la relación “maestro-esclavo”, alcanzando una sincronía intermedia por la unión de las fases, sin embargo, para esta sincronización las amplitudes no están correlacionadas en el tiempo. En la Figura 35 se presenta un ejemplo ilustrativo de sincronización de fase.

Figura 35. Ejemplo de sincronización de fase



Fuente: Tomado de Synchronization Techniques for Chaotic Commun (Jovic, 2011)

5.3. Sincronización de retardo

Mientras en la sincronización de fase, los máximos y mínimos de las variables de los sistemas dinámicos no están correlacionados en amplitud y tiempo, es posible incrementar el acoplamiento de los sistemas mediante las amplitudes de las variables o un cambio entre ellas mediante la relación $x_1(t - \tau) \approx x_2(t)$. Esto hace que las amplitudes y fases vayan unidas, pero con la presencia de un tiempo de retardo, este tipo de sincronización es un paso entre la sincronización de fase y la sincronización completa, y es conocida como sincronización de retardo para sistemas no idénticos y sincronización anticipada para sistemas idénticos.

Una de las herramientas más utilizadas para la identificación de sincronización por retardo es la función de similaridad $S(\tau)$ creada por (Rosenblum, Pikovsky, & Kurths, 1997),

definida como la diferencia de tiempo promedio entre $x_2(t)$ y $x_1(t - \tau_s)$ normalizada por el promedio geométrico de la media de los dos sistemas dinámicos.

Ecuación 13. Función de similitud

$$S^2(\tau_s) = \frac{\langle (x_2(t) - x_1(t - \tau_s))^2 \rangle}{\sqrt{\langle x_1^2(t) \rangle \langle x_2^2(t) \rangle}}$$

Donde,

<...>: Tiempo promedio

$S(\tau)$: Función de similitud de los sistemas dinámicos 1 y 2.

$x_1(t), x_2(t)$: Series de tiempo de los sistemas dinámicos 1 y 2.

τ_s : Tiempo de retraso entre los sistemas dinámicos 1 y 2.

Si la función de similaridad muestra un mínimo global para $\sigma = \min(S(\tau))$ para $\tau_0 \neq 0$, se tiene que existe un tiempo de retardo principal (τ_0) entre los dos sistemas. A pesar de su gran utilidad este método solo permite el cálculo en termino de correlaciones lineales (Boccaletti & Valladares, 2000)

Acorde con (González-Miranda, 2004), para casos en lo que existen grandes diferencias entre los sistemas caóticos se ha propuesto una combinación de los conceptos de sincronización general y sincronización de retardo con base en la función ϕ tal que $\lim_{t \rightarrow \infty} |s_1 - \phi[s_2(t - \tau)]| = 0$ y la función generalizada de similitud para este caso sería:

Ecuación 14. Función generalizada de similitud

$$S_G^2(\tau_s) = \frac{\langle (x_1(t) - \phi[x_2(t - \tau_s)])^2 \rangle}{\sqrt{\langle x_1^2(t) \rangle \langle \phi x_2^2(t) \rangle}}$$

Donde,

<...>: Promedio en el tiempo

$S_G(\tau)$: Función de similitud generalizada de los sistemas dinámicos 1 y 2.

$x_1(t), x_2(t)$: Series de tiempo de los sistemas dinámicos 1 y 2 con media cero.

τ_s : Tiempo de retardo entre los sistemas dinámicos 1 y 2.

ϕ : Función de transferencia entre los sistemas 1 y 2.

5.4. Sincronización de amplitud

La sincronización por amplitud, también conocida como sincronía marginal para sistemas caóticos idénticos, se presenta cuando se exhibe algún tipo de simetría entre los dos sistemas dinámicos, lo cual se ve reflejada como una amplificación de los sistemas caóticos o una proyección del atractor del sistema conductor sobre el sistema de respuesta. (González-Miranda, 2004)

A su vez, la existencia de este tipo de simetría tiene como consecuencia la estabilidad del estado de sincronía, implicando que el mayor exponente condicional de Lyapunov debe ser nulo; esto significa que las trayectorias del sistema de respuesta no son asintóticas.

Un caso especial de este tipo de sincronización es la sincronización de las envolventes de amplitud, el cual desarrolla una débil fuerza de acoplamiento que no es suficiente para correlacionar las amplitudes o las fases de los sistemas dinámicos, pero sí para correlacionar las amplitudes extremas de cada sistema. Este tipo de sincronía es posible identificarlo numéricamente mediante el uso de series de datos sustitutos y el cálculo de coeficientes de correlación. (González-Miranda, 2004)

5.5. Sincronización general

En la sincronización general los sistemas dinámicos pueden ser completamente diferentes y se asocia la salida de uno de ellos como una función dada en la entrada del otro, es decir $y(t) = \phi(x(t))$ (unidireccional), sus usos varían de experimentos en laboratorios a fenómenos naturales.

Acorde con (González-Miranda, 2004), diversos criterios se han establecido para detectar sincronización general entre dos sistemas dinámicos, entre ellos sobresalen: El análisis de los exponentes condicionales de Lyapunov, el enfoque del sistema auxiliar y el uso de estimaciones estadísticas de la predictibilidad, tales como el método de los vecinos falsos mutuos más próximos (en inglés MFNN: Mutual False Nearest Neighbors) o el análisis de la correlación canónica de Kernel (en inglés Kernel CCA: Kernel Canonical Correlation Analysis)

5.5.1. Vecinos falsos mutuos más próximos

El método de los vecinos falsos mutuos más próximos creado por (Rulkov, Sushchik, Tsmiring, & Abarbanel, 1995) es una técnica estadística basada en el cálculo del parámetro μ , el cual evalúa las vecindades locales entre dos series de tiempo, de forma que μ toma valores del orden de 1 si existe sincronización general, y en otros casos, μ tiene que ser un número cuya magnitud sea comparable con el producto del tamaño de los atractores dividido entre el producto de la distancia entre los vecinos más cercanos en las series de tiempo $x(t_k)$ y $y(t_k)$. La fórmula de μ se presenta en la Ecuación 15.

Ecuación 15. Vecinos falsos mutuos más próximos

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\|y_n - y_{n_{NND}}\| \|x_n - x_{n_{NNR}}\|}{\|x_n - x_{n_{NND}}\| \|y_n - y_{n_{NNR}}\|}$$

Donde,

$\|\dots\|$: Norma euclidiana

μ : Parámetro del método vecinos falsos mutuos más próximos

N: Numero de datos

x_n : Punto del sistema conductor en un instante n

y_n : Punto del sistema de respuesta en un instante n

$x_{n_{NND}}$: Vecino más cercano de x_n en el sistema conductor.

$y_{n_{NNR}}$: Vecino más cercano de y_n en el sistema de respuesta.

$x_{n_{NNR}}$: Punto del sistema conductor en el estado de tiempo n_{NNR} obtenido de buscar $y_{n_{NNR}}$

$y_{n_{NND}}$: Punto del sistema respuesta en el estado de tiempo n_{NND} obtenido de buscar $x_{n_{NND}}$

“Cuando las trayectorias en el espacio de fase de los sistemas conductor y de respuesta están conectadas por $y(t) = \phi(x(t))$, dos estados cercanos en el espacio de fase del sistema de respuesta corresponden a dos estados cercanos en el sistema conductor, ..., en pocas palabras con el método se busca una conexión geométrica entre el sistema conductor y el sistema de respuesta tal que se preserve la identidad de vecindades” (Rulkov, Sushchik, Tsmiring, & Abarbanel, 1995)

5.5.2. Exponentes condicionales de Lyapunov

En este método de sincronización general, para asegurar una sincronización estable y asintótica es necesario que todos los exponentes de Lyapunov de la Ecuación 16 sean negativos $x' = x$. Estos exponentes son conocidos como como *exponentes condicionales de Lyapunov* ya que estos deben ser determinados para un estado particular de la dinámica del sistema conductor, estos pueden ser calculados mediante una linealización de la Ecuación 16 alrededor del estado de sincronización. El procedimiento de cálculo de exponentes de Lyapunov presentado en la sección 4.5.3 también puede ser utilizado para determinar la estabilidad del estado de sincronización. (González-Miranda, 2004)

Ecuación 16. Exponentes condicionales de Lyapunov

$$\frac{d(\partial x)}{dt} = G(x, x') - F(x)$$

Donde,

x : Variable del sistema conductor

x' : Variable del sistema de respuesta idéntico al sistema conductor

∂x : Perturbación de x , $x' - x \neq 0$

F : Conjunto de ecuaciones diferenciales que gobiernan el sistema conductor

G : Conjunto de ecuaciones diferenciales que gobiernan el sistema de respuesta

5.5.3. Enfoque del sistema auxiliar

“El enfoque del sistema auxiliar es un test para detectar sincronización general basado en las propiedades de predictibilidad de sincronización: Si dos copias idénticas del sistema de respuesta que inician con condiciones iniciales diferentes con las mismas bases de sincronización son conducidas por el mismo sistema conductor y la diferencia entre las dos copias en un instante final ha desaparecido. Por lo tanto, el enfoque del sistema auxiliar recurre al uso de un sistema de respuesta adicional idéntico al sistema original e independiente de él”. (González-Miranda, 2004)

Capítulo VI

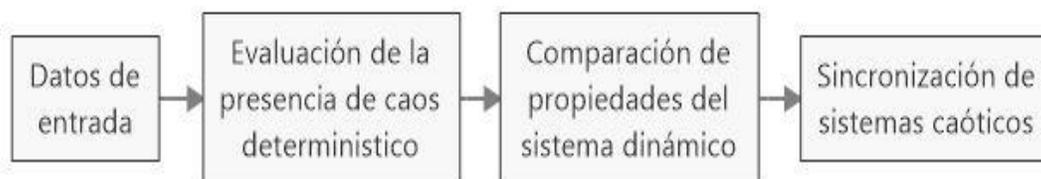
6. CONSTRUCCION DEL MODELO CAÓTICO PREDICTIVO PARA LA TECNICA DE REDUCCIÓN DE ESCALA

En este capítulo se presenta la técnica de reducción de escala CSD (por sus siglas en inglés **C**haotic **S**tatistical **D**ownscaling), incluyendo las diferentes herramientas utilizadas para la evaluación de la presencia de caos determinístico y los algoritmos creados para la construcción del modelo caótico predictivo basada en el concepto de sincronización de sistemas caóticos.

6.1. Esquema general de la técnica CSD

La técnica de reducción de escala CSD fue desarrollada en el lenguaje de programación MatLab y está dividida en dos librerías principales y dos librerías complementaria para un total de 11 funciones, la primera librería (Chaos Analysis.m) evalúa la presencia de caos determinístico para diferentes intervalos de acumulación de la precipitación de las series de tiempo históricas, tanto de las estaciones climáticas locales, como del modelo climático global; en la segunda librería (Synchronization.m) se construye el modelo caótico predictivo con los resultados del tiempo de retardo (Delay.m), dimensión del plano de fase (Dimension.m) y exponentes de Lyapunov (Lyapunov.m) encontrados para el intervalo de acumulación de la precipitación “óptimo” de la primera sección. En la Figura 36 se presenta un esquema general del algoritmo de la técnica. A continuación, se presentarán detalladamente cada uno de las librerías. En la sección 7.1 (Aplicación en la Cuenca del Río Bogotá) se explicará en detalle cada una de los resultados de las librerías.

Figura 36. Esquema general de la técnica de reducción de escala



Fuente: Propia

El uso típico de la herramienta es:

```
[DOWNSCALING, ERROR]=CSD(PRECIPIATION_STA, STA_CATALOG, MODEL_HIS, MODEL_RCP  
                           , OUTPUT_FOLDER)
```

Donde,

DOWNSCALING (OUTPUT): Proyección de la precipitación de cada una de las estaciones. Tipo: Array

ERROR (OUTPUT): Error obtenido entre el modelo calibrado y los datos de validación. Tipo: Array

PRECIPITATION_STA (INPUT): Ruta de las series de precipitación de las estaciones local. Tipo: String

STA_CATALOG (INPUT): Ruta de las características geográficas de las estaciones locales. String

MODEL_HIS (INPUT): Ruta de las series de tiempo históricas del modelo climático global. Tipo: String

MODEL_RCP (INPUT): Ruta de las series de tiempo proyectadas del modelo climático global. Tipo: String

OUTPUT_FOLDER (INPUT): Ruta donde se guardarán los archivos generados. Tipo: Array

6.2. Librería de datos de entrada

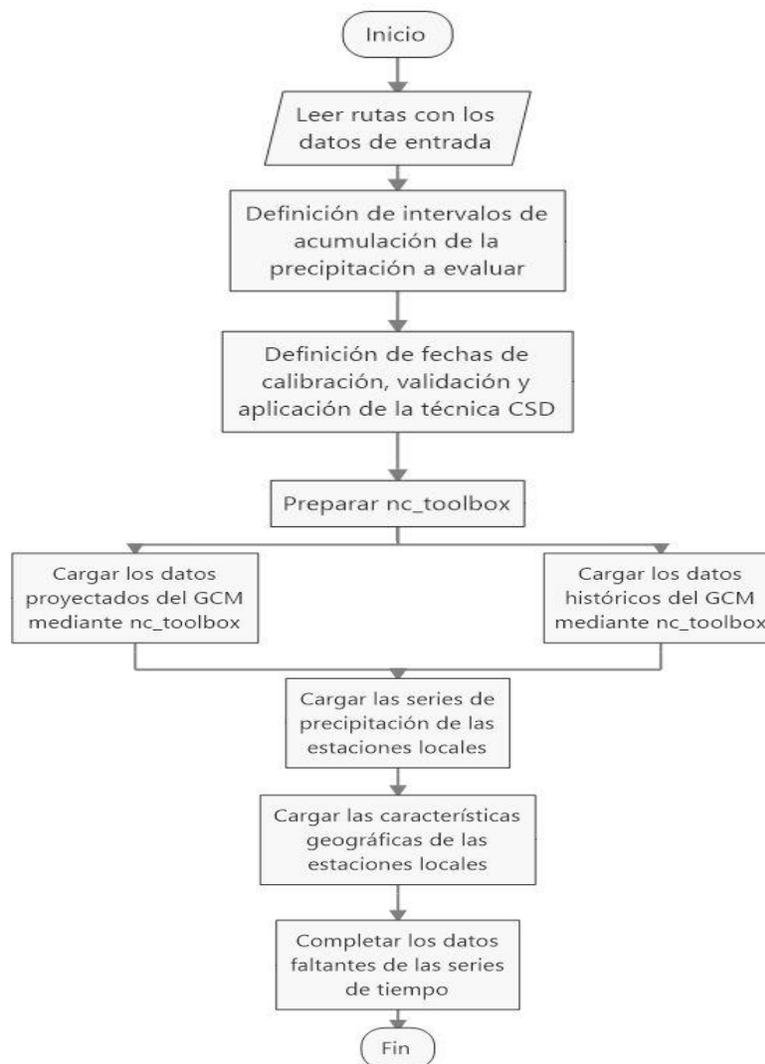
En la librería inicial: “*Datos de entrada*”, se realiza la lectura de los datos de precipitación a nivel local (formato *.xls*), la información climática a nivel global (formato *.nc*) y la información geográfica de las estaciones climáticas locales (formato *.shp*). Adicionalmente, en este módulo también se completan los datos faltantes de las series de tiempo acorde con la metodología presentada en la sección 3.7.2.3 (Datos faltantes de la serie). En la Figura 37 se presenta el diagrama de flujo del módulo datos de entrada, y en la Tabla 11 se describen las principales herramientas y funciones utilizadas en este módulo.

Tabla 11. Principales herramientas utilizadas para el manejo de información de los datos de entrada

Herramienta	Función	Fuente
nc_toolbox	Un toolbox de MatLab para trabajar con conjuntos de datos, tales como NetCDF, GRIB y OPeNDAP	(Schlining, Crosby, & Signell, 2013)
xlsread	Leer los archivos de Microsoft Excel	MatLab
Fill_Data	Completar los datos faltantes de la serie de tiempo de observaciones locales	Propia

Fuente: Propia

Figura 37. Diagrama de flujo del módulo cargar datos de entrada



Fuente: Propia

6.3. Librería de evaluación de caos determinístico (Chaos_Analysis)

En esta librería se realiza la reconstrucción del espacio de fase y posterior evaluación de la presencia de caos determinístico para diferentes intervalos de acumulación de la precipitación, con el objetivo de encontrar la serie de tiempo con el menor intervalo de acumulación que presente caos determinístico en su dinámica. Para ello, se hace uso de diferentes herramientas como se presenta en la Figura 62, siendo el paquete TISEAN (por sus siglas en inglés Time Series Analysis (Hegger, Kantz, & Schreiber, 1999)) para análisis de series de tiempo no-lineales de gran importancia en el desarrollo del presente trabajo. En la Figura 38 se presentan las librerías presentadas en la técnica CSD.

El uso típico de esta función es:

```
[CHAOS_INFO]=Chaos_Analysis(DATA , INTERVAL_ACCUMULATION, FOLDER)
```

Donde,

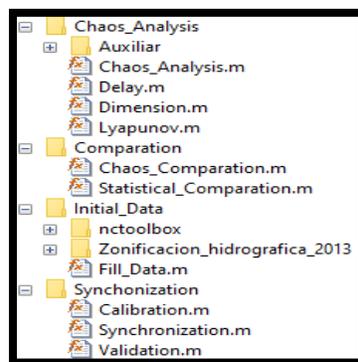
CHAOS_INFO (OUTPUT): Variable con las propiedades estadísticas y del sistema dinámico de la serie de tiempo de la estación local para diferentes intervalos de acumulación. Tipo: Array

DATA (INPUT): Serie de tiempo de precipitación. Tipo: Array

INTERVAL_ACCUMULATION (INPUT): Intervalos de acumulación de la precipitación a evaluar. Tipo: Array

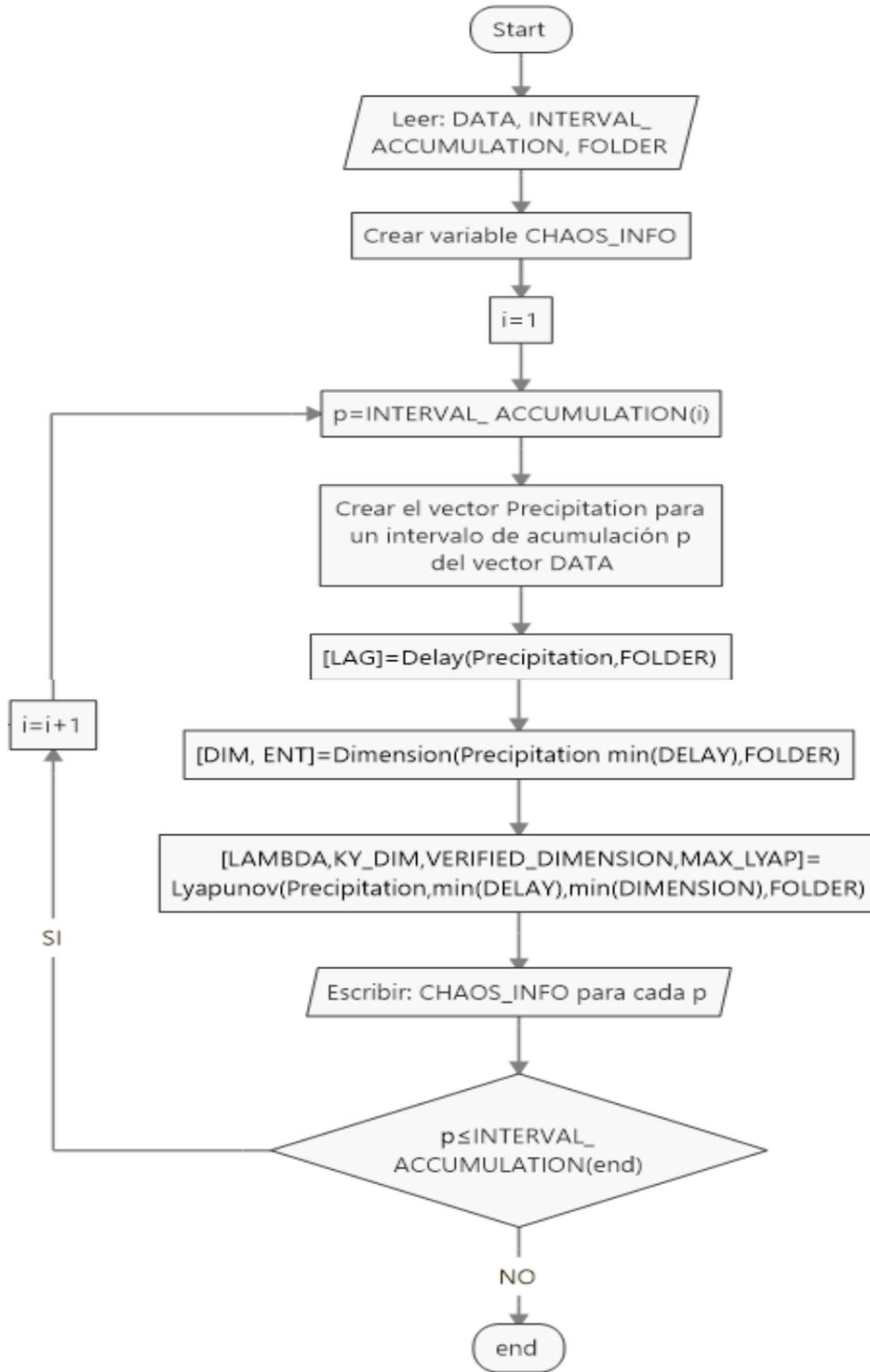
FOLDER (INPUT): Ruta donde se guardarán los archivos generados. Tipo: String

Figura 38. Librerías y archivos de la técnica de reducción de escala CSD



Fuente: Propia

Figura 39. Diagrama de flujo de la función (Chaos_Analysis)



Fuente: Propia

6.3.1. Delay

En la función *Delay*, se calcula el tiempo de retardo acorde con los principales métodos descritos en la sección 4.5.1 (Tiempo de retardo (en inglés Time Delay)) y el esquema presentado en la Figura 40. En la Tabla 12 se presentan las herramientas utilizadas para el cálculo del tiempo de retardo. El uso típico de esta función es:

$$[LAG]=Delay(DATA, FOLDER);$$

Donde,

LAG (OUTPUT): Tiempos de retardo obtenidos por información mutua y autocorrelación.

Tipo: Array

DATA (INPUT): Serie de tiempo de precipitación para un intervalo de acumulación dado.

Tipo: Array

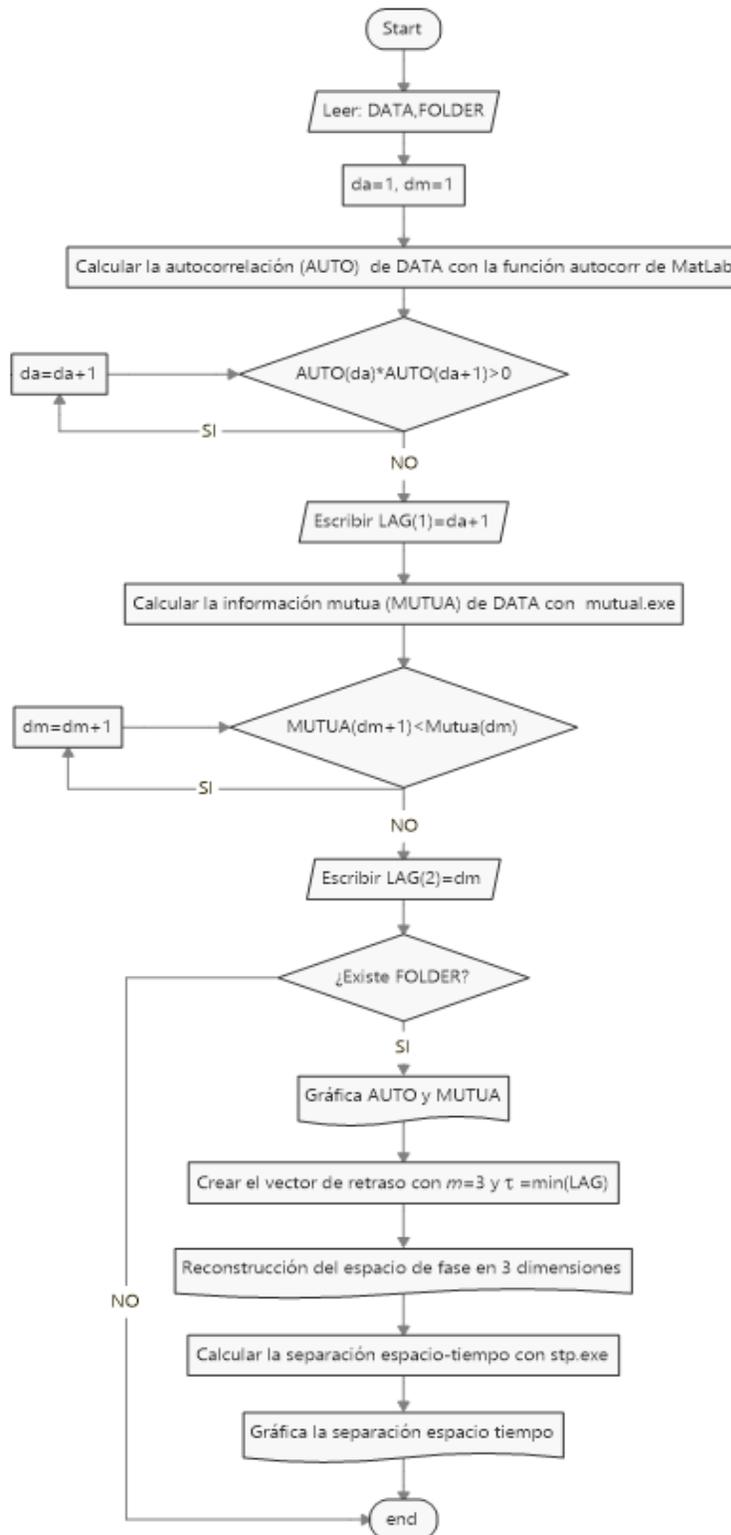
FOLDER (INPUT): Ruta donde se guardarán los archivos generados. Tipo: String

Tabla 12. Herramientas utilizadas para el cálculo del tiempo de retardo

Herramienta	Función	Fuente
autocorr.m	Calcular la autocorrelación del conjunto de datos	MatLab: Econometrics Toolbox
mutual.exe	Estimar el tiempo de retardo de la información mutua de los datos	Paquete TISEAN (Hegger, Kantz, & Schreiber, 1999)
stp.exe	Calcular el grafico de separación espacio-tiempo descrito por Provenzale	Paquete TISEAN (Hegger, Kantz, & Schreiber, 1999)

Fuente: Propia

Figura 40. Diagrama de flujo de la función Delay



Fuente: Propia

6.3.2. Dimensión

En la función *Dimensión*, se calcula la dimensión del plano de fase en la cual es posible embeber la estructura del atractor acorde con los principales métodos descritos en la sección 4.5.2 (Dimensión del plano de fase (en inglés Embedding Dimension)) y el esquema presentado en la Figura 41. En la Tabla 13 se presentan las herramientas utilizadas para el cálculo del tiempo de retardo. El uso típico de esta función es:

$$[DIM, ENT]=Dimension(DATA, DELAY, FOLDER)$$

Donde,

DIM (OUTPUT): Dimensión del plano de fase obtenida por el método de correlación, vecinos falsos más próximos y el método de Cao. Tipo: Array

ENT (OUTPUT): Entropía de correlación calculada mediante el paquete TISEAN. Tipo: Double

DATA (INPUT): Serie de tiempo de precipitación para un intervalo de acumulación dado. Tipo: Array

DELAY (INPUT): Tiempo de retardo obtenido de la función *Delay*. Tipo: Integer

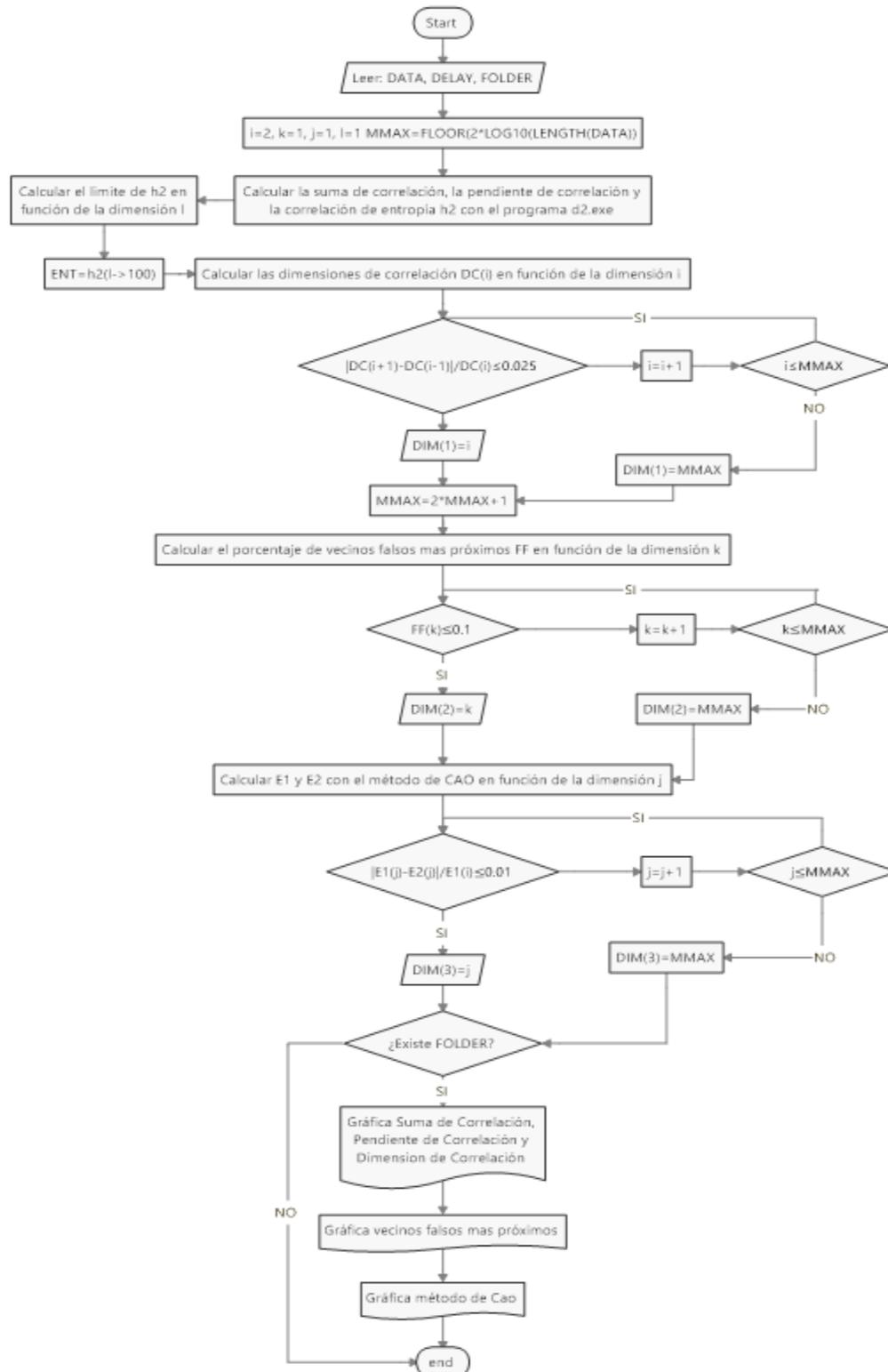
FOLDER (INPUT): Ruta donde se guardarán los archivos generados. Tipo: String

Tabla 13. Principales herramientas utilizadas para determinar la dimensión del plano de fase

Herramienta	Función	Fuente
d2.exe	Estimar la suma de correlación, la dimensión de correlación y la correlación de entropía de un conjunto de datos	Paquete TISEAN (Hegger, Kantz, & Schreiber, 1999)
false_nearest.exe	Busca por los vecinos falsos más cercanos de un conjunto de puntos en m dimensiones e itera estas vecindades un paso en el futuro	Paquete TISEAN (Hegger, Kantz, & Schreiber, 1999)
cao_deneme.exe	Calcular el grafico de separación espacio-tiempo descrito por Provenzale	Paquete TISEAN (Hegger, Kantz, & Schreiber, 1999)

Fuente: Propia

Figura 41. Diagrama de flujo de la función *Dimensión*



Fuente: Propia

6.3.3. Lyapunov

En la función *Lyapunov*, se calcula el espectro de exponentes de Lyapunov con la metodología presentada en la sección 4.5.3 (Exponentes de Lyapunov) y el esquema presentado en la Figura 42, adicionalmente se calcula el máximo exponente de Lyapunov acorde con el algoritmos de (Rosenstein, Collins, & De Luca, 1994), en la Tabla 14 se presentan las herramientas utilizadas para el cálculo de los diversos exponentes de Lyapunov. El uso típico de esta función es:

$$[LAMBDA, KY_DIM, VERIFIED_DIMENSION] = Lyapunov(DATA, DELAY, DIMENSION, FOLDER)$$

Donde,

LAMBDA (OUTPUT): Exponentes del espectro de Lyapunov obtenidos con el paquete TISEAN. Tipo: Array

KY_DIM (OUTPUT): Dimensión de Kaplan-York obtenida mediante el paquete TISEAN. Tipo: Double

VERIFIED_DIMENSION (OUTPUT): Dimensión del plano de fase verificada por la función *lyap_spec*. Tipo: Integer

DATA (INPUT): Serie de tiempo de precipitación para un intervalo de acumulación dado. Tipo: String

DELAY (INPUT): Tiempo de retardo mínimo obtenido de la función *Delay*. Tipo: Integer

DIMENSION (INPUT): Dimensión del plano de fase obtenido de la función *Dimensión*. Tipo: Integer

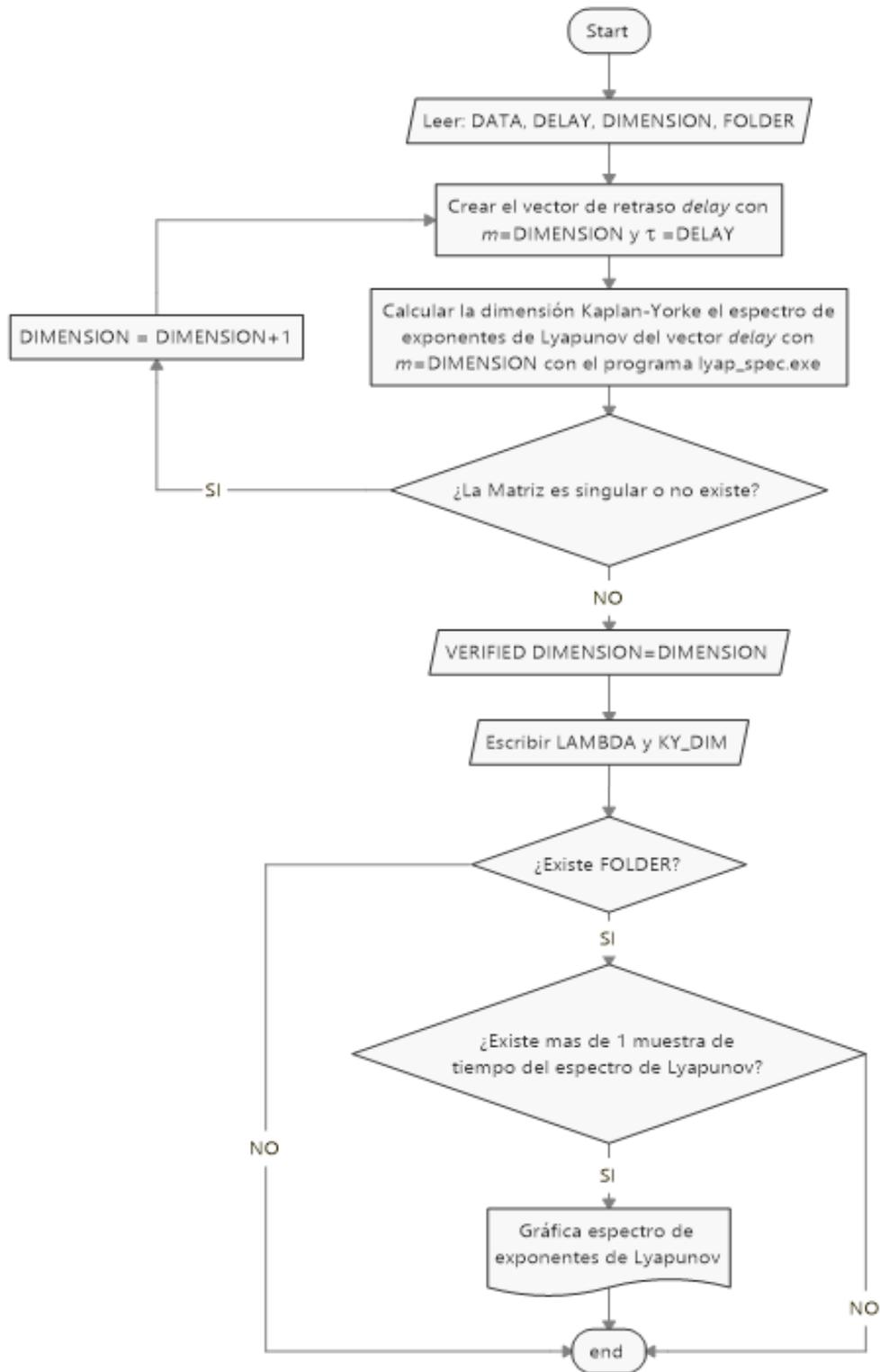
FOLDER (INPUT): Ruta donde se guardarán los archivos generados. Tipo: String

Tabla 14. Principales herramientas utilizadas para el cálculo del espectro de exponentes de Lyapunov

Herramienta	Función	Fuente
lyap_spec.exe	Calcular el espectro completo de exponentes de Lyapunov para una serie de tiempo dada.	Paquete TISEAN (Hegger, Kantz, & Schreiber, 1999)

Fuente: Propia

Figura 42. Diagrama de flujo de la función *Lyapunov*



Fuente: Propia

6.4. Librería de comparación

Complementariamente a la evaluación de la presencia de caos determinístico en una serie de tiempo de precipitación y la construcción del modelo caótico, es de gran importancia comparar los resultados obtenidos para las observaciones locales y el modelo climático global, para ello se crearon dos funciones en MatLab que permiten visualizar conjuntamente los resultados obtenidos: *Statistical_Comparation* y *Chaos_Comparation*.

6.4.1. Propiedades estadísticas (en inglés *Statistical_Comparation*)

En la función *Statistical_Comparation* se presentan las ubicaciones de la celda del modelo climático global y la estación local, y se comparan las principales propiedades estadísticas de las series de tiempo para un intervalo de acumulación de la precipitación definido. En la Tabla 15 se presentan las herramientas utilizadas para esta función. El uso típico de esta función es:

```
Statistical_Comparation(STATION,GCM, CHAOS _STATION,CHAOS  
_GCM, CORD_EST, CORD_GCM, IAP, SHAPE, FOLDER)
```

Donde,

STATION (INPUT): Serie de tiempo de precipitación de las observaciones locales.

GCM (INPUT): Serie de tiempo de precipitación del modelo climático global.

CHAOS _STATION (INPUT): Variable con las propiedades estadísticas y del sistema dinámico de la serie de tiempo de la estación local para diferentes intervalos de acumulación de la precipitación, obtenida de *Chaos_Analysis*.

CHAOS_GCM (INPUT): Variable con las propiedades estadísticas y del sistema dinámico de la serie de tiempo del modelo climático global para diferentes intervalos de acumulación de la precipitación, obtenida de *Chaos_Analysis*.

CORD_EST (INPUT): Coordenadas de la estación local (latitud y longitud)

CORD_GCM (INPUT): Coordenadas de la celda del gcm (latitud y longitud)

IAP (INPUT): Intervalo de acumulación de la precipitación seleccionado

SHAPE (INPUT): Archivo shape de la zona de estudio (mapa de Colombia por defecto)

FOLDER (INPUT): Ruta donde se guardará la comparación.

Tabla 15. Principales herramientas utilizadas para comparar las propiedades estadísticas

Herramienta	Función	Fuente
Mapping Toolbox	Analizar información geográfica y crear mapas para mostrar en MatLab	MatLab: Mapping Toolbox

Fuente: Propia

6.4.2. Propiedades de sistema dinámico (en inglés *Chaos_Comparation*)

En la función *Chaos_Comparation* se calcula el espectro de potencia, el exponente de Hurst, se crea un mapa de poincaré y se presentan las principales propiedades del sistema dinámico de las series de tiempo para un intervalo de acumulación de la precipitación dado. En la Tabla 16 se presentan las herramientas utilizadas para esta función. El uso típico de esta función es:

```
Chaos_Comparation(STATION, GCM, CHAOS_STATION, CHAOS  
_GCM, IAP, OUTPUT_FILE_NAME)
```

Donde,

STATION (INPUT): Serie de tiempo de precipitación de las observaciones locales.

GCM (INPUT): Serie de tiempo de precipitación del modelo climático global.

CHAOS _STATION (INPUT): Variable con las propiedades estadísticas y del sistema dinámico de la serie de tiempo de la estación local para diferentes intervalos de acumulación de la precipitación, obtenida de *Chaos_Analysis*.

CHAOS_GCM (INPUT): Variable con las propiedades estadísticas y del sistema dinámico de la serie de tiempo del modelo climático global para diferentes intervalos de acumulación de la precipitación, obtenida de *Chaos_Analysis*.

IAP (INPUT): Intervalo de acumulación de la precipitación seleccionado

FOLDER (INPUT): Ruta donde se guardará la comparación.

Tabla 16. Principales herramientas utilizadas para comparar las propiedades del sistema dinámico

Herramienta	Función	Fuente
Signal Processing Toolbox	Permite generar, medir, transformar, filtrar y visualizar señales en MatLab	MatLab: Signal Processing Toolbox
poincare.exe	Realizar una sección de Poincaré para un conjunto de datos a lo largo de las coordenadas del vector de embebimiento	Paquete TISEAN (Hegger, Kantz, & Schreiber, 1999)

Fuente: Propia

6.5. Librería de sincronización

Con base en los resultados encontrados en la evaluación de la presencia de caos determinístico para las series analizadas, y reemplazando los términos “sistema conductor” y “sistema de respuesta” por “predictor” y “predictando” en el capítulo 5, encontramos que mediante la sincronización de los sistemas caóticos del GCM y las estaciones locales, podemos predecir el comportamiento futuro de las estaciones locales basados en el sistema caótico del GCM, esto es, la suposición inicial de las técnicas de reducción de escala. La librería de sincronización está compuesta por las funciones *Calibration*, *Validation* y *Synchronization*, las cuales permiten encontrar los parámetros óptimos para sincronización y obtener las proyecciones climáticas respectivas.

6.5.1. Parámetros de la reconstrucción del espacio de fase

El modelo caótico predictivo de la técnica toma como suposición base la existencia de una sincronización entre los dos sistemas caóticos (estaciones locales y GCM). En este proceso se utiliza el intervalo de acumulación de la precipitación óptima encontrada para ambos sistemas dinámicos, con el objetivo de utilizar una misma escala temporal.

Así mismo, para asegurar un embebimiento suficiente de la dinámica de ambos atractores, se utiliza la dimensión del plano de fase y el tiempo de retardo obtenida mediante la reconstrucción del espacio de fase en la evaluación de la presencia de caos determinístico para cada sistema.

6.5.2. Calibración

Una vez construidos los vectores de retardo de los sistemas caóticos se procede a determinar los valores óptimos de los parámetros con los que se calibrara el modelo predictivo. Los parámetros a calibrar, y los rangos seleccionados para encontrar el óptimo se presentan en la Tabla 17.

Tabla 17. Parámetros de calibración del modelo

Parámetro	Definición	Rango
Amplitud	Diferencia de escala geométrica entre los atractores	Función del sesgo entre las series de tiempo
Lag o tiempo de retraso	Desfase temporal entre los atractores	0 a 30 días ⁴

Fuente: Propia

Posteriormente, se procede a calcular la función del parámetro μ del método de sincronización general, vecinos falsos mutuos más próximo (MFNN) presentada en la sección 5.5.1. En la Figura 43 se presenta el diagrama de flujo de la función de Calibración.

El uso típico de la función de calibración es:

```
[CALB]=Calibration
(STATION,GCM,CHAOS_STATION,CHAOS_GCM,IAP,CAL_DATES,FOLDER)
```

Donde,

STATION (INPUT): Serie de tiempo de precipitación de las observaciones locales.

GCM: Serie de tiempo de precipitación del modelo climático global.

CHAOS_STATION (INPUT): Variable con las propiedades estadísticas y del sistema dinámico de la serie de tiempo de la estación local para diferentes intervalos de acumulación de la precipitación, obtenida de *Chaos_Analysis*.

CHAOS_GCM (INPUT): Variable con las propiedades estadísticas y del sistema dinámico de la serie de tiempo del modelo climático global para diferentes intervalos de acumulación de la precipitación, obtenida de *Chaos_Analysis*.

⁴ Dado que los fenómenos más relevantes de la atmosfera ocurren a a diferentes escalas espacio-temporales, acorde con la clasificación de Orlanski de 1975, se selecciona el rango de desfase temporal entre los fenómenos.

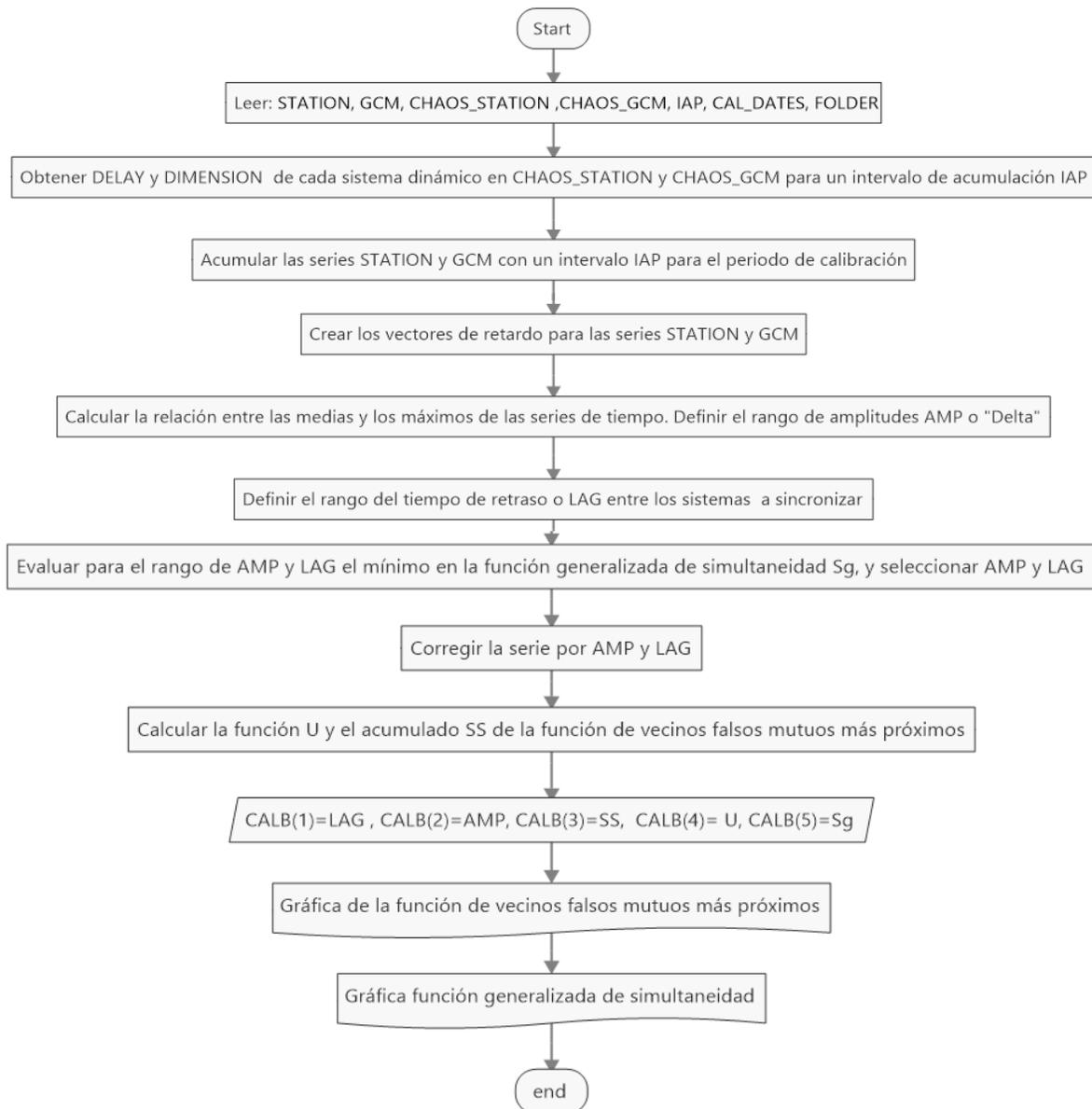
IAP (INPUT): Intervalo de acumulación de la precipitación seleccionado

CAL_DATES (INPUT): Fechas de calibración del modelo predictivo.

FOLDER (INPUT): Ruta donde se guardará la comparación.

CALB (OUTPUT): Variable con los parámetros de calibración del modelo predictivo.

Figura 43. Diagrama de flujo de la función *Calibration*



Fuente: Propia

6.5.3. Modelo predictivo

Conocida la función μ por medio de los datos de calibración, es posible conocer para un instante t en el tiempo, la trayectoria del atractor despejando el vector \vec{y}_n de la ecuación, como se presenta a continuación:

Dada la ecuación para el cálculo del parámetro μ , se tiene para μ_{T+1} :

$$\mu_{T+1} = \frac{1}{T+1} \sum_{t=1}^{T+1} \frac{\|\vec{y}_n(t) - \vec{y}_{n_{NND}}(t)\| \|\vec{x}_n(t) - \vec{x}_{n_{NNR}}(t)\|}{\|\vec{x}_n(t) - \vec{x}_{n_{NND}}(t)\| \|\vec{y}_n(t) - \vec{y}_{n_{NNR}}(t)\|}$$

Definiendo B y C:

$$B = \sum_{t=1}^T \frac{\|\vec{y}_n(t) - \vec{y}_{n_{NND}}(t)\| \|\vec{x}_n(t) - \vec{x}_{n_{NNR}}(t)\|}{\|\vec{x}_n(t) - \vec{x}_{n_{NND}}(t)\| \|\vec{y}_n(t) - \vec{y}_{n_{NNR}}(t)\|}$$

$$C = \frac{\|\vec{y}_n(T+1) - \vec{y}_{n_{NND}}(T+1)\| \|\vec{x}_n(T+1) - \vec{x}_{n_{NNR}}(T+1)\|}{\|\vec{x}_n(T+1) - \vec{x}_{n_{NND}}(T+1)\| \|\vec{y}_n(T+1) - \vec{y}_{n_{NNR}}(T+1)\|} \quad (1)$$

Reemplazando en μ_{T+1} :

$$\mu_{T+1} = \frac{B+C}{T+1}$$

Despejando C:

$$C = (T+1) \mu_{T+1} - B \quad (2)$$

Igualando (1) y (2) se tiene:

$$\frac{\|\vec{y}_n(T+1) - \vec{y}_{n_{NND}}(T+1)\| \|\vec{x}_n(T+1) - \vec{x}_{n_{NNR}}(T+1)\|}{\|\vec{x}_n(T+1) - \vec{x}_{n_{NND}}(T+1)\| \|\vec{y}_n(T+1) - \vec{y}_{n_{NNR}}(T+1)\|} = (T+1) \mu_{T+1} - B$$

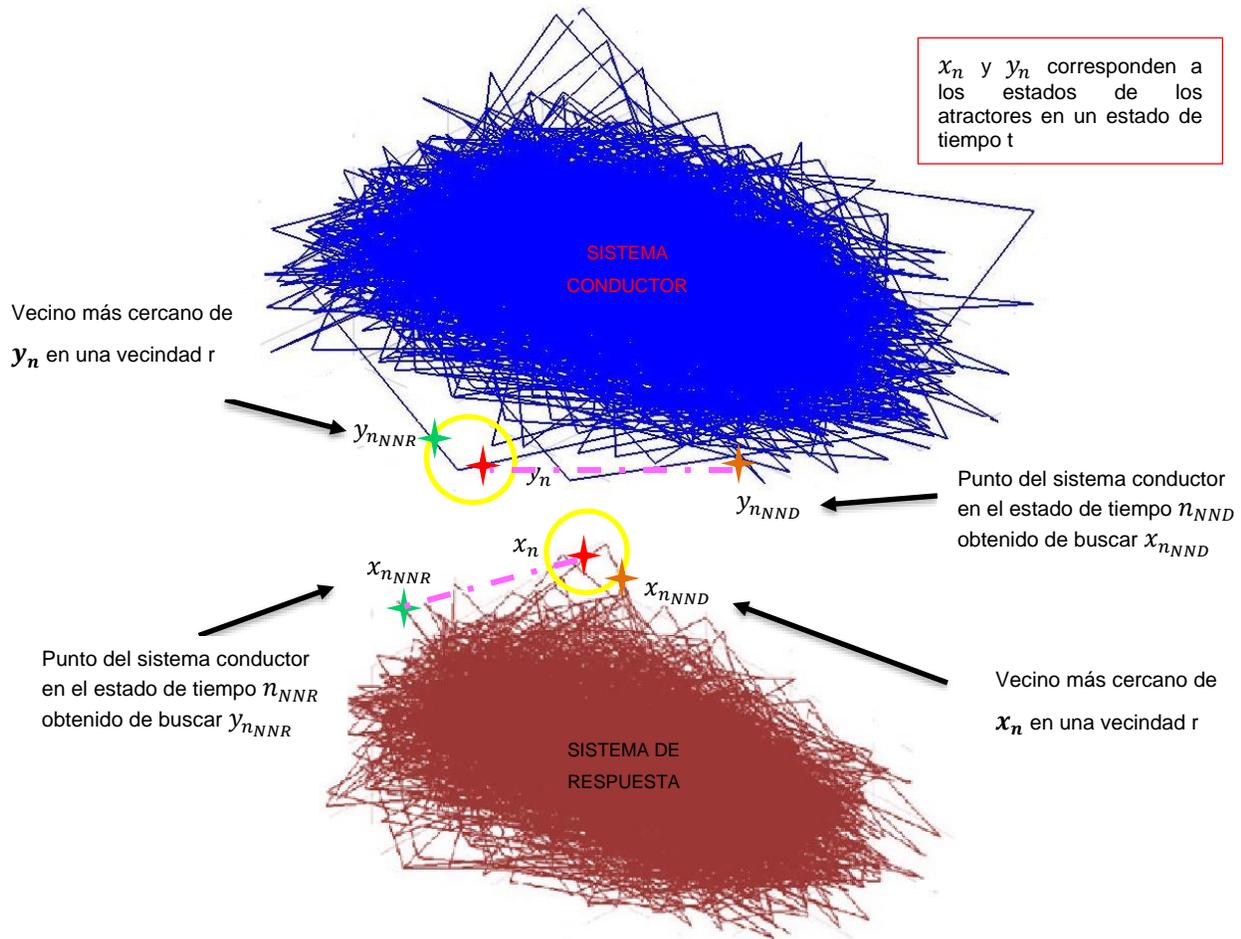
Y despejando:

$$\frac{\|\vec{y}_n(T+1) - \vec{y}_{n_{NND}}(T+1)\| \|\vec{x}_n(T+1) - \vec{x}_{n_{NNR}}(T+1)\|}{\|\vec{y}_n(T+1) - \vec{y}_{n_{NNR}}(T+1)\|} = ((T+1) \mu_{T+1} - B) \|\vec{x}_n(T+1) - \vec{x}_{n_{NND}}(T+1)\| \quad (3)$$

Donde, T , B , $\Delta\mu$, x_n , $x_{n_{NND}}$ y $y_{n_{NND}}$ son conocidos y el lado izquierdo de la ecuación es hallado, encontrando la menor distancia entre n y n_{NNR} en el atractor y en $t= T+1$, es decir, el vecino más cercano a un punto n en el atractor del sistema de respuesta en un

instante de tiempo dado. En la *Figura 44* se presenta gráficamente la relación entre estas distancias.

Figura 44. Relación entre $x_n, x_{n_{NND}}, x_{n_{NNR}}, y_n, y_{n_{NND}}, y_{n_{NNR}}$



Fuente: Propia

Dado que cualquier punto en un atractor corresponde a un vector en el espacio de m_{sync} componentes, se tiene el siguiente esquema para un conjunto de puntos en el atractor:

$$\begin{Bmatrix} \vec{y}_1 \\ \vec{y}_2 \\ \vec{y}_3 \\ \dots \\ \vec{y}_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y_{1,1} & y_{1,2} & y_{1,3} & \dots & y_{1,m_{sync}} \\ y_{2,1} & y_{2,2} & y_{2,3} & \dots & y_{2,m_{sync}} \\ y_{3,1} & y_{3,2} & y_{3,3} & \dots & y_{3,m_{sync}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{n,1} & y_{n,2} & y_{n,3} & \dots & y_{n,m_{sync}} \end{Bmatrix}$$

Y gracias a la reconstrucción del espacio de fase, se tiene $y_{n,m} = y_{n-\tau_{sync},m-1}$, es decir podemos reescribir \vec{y}_n como:

$$\vec{y}_n = \{y_{n,1} \quad y_{n-\tau_{sync},2-1} \quad y_{n-\tau_{sync},3-1} \quad \dots \quad y_{n-\tau_{sync},m_{sync}-1}\}$$

Gracias a estas características, solo es necesario encontrar la primera componente del vector \vec{y}_n :

Definiendo:

$$Fdist = \left((T+1) \mu_{T+1} - B \right) \frac{\|\vec{x}_n(T+1) - \vec{x}_{n_{NND}}(T+1)\|}{\|\vec{x}_n(T+1) - \vec{x}_{n_{NNR}}(T+1)\|} \quad (4)$$

Reemplazando (4) en (3) tenemos:

$$\frac{\|\vec{y}_n(T+1) - \vec{y}_{n_{NND}}(T+1)\|}{\|\vec{y}_n(T+1) - \vec{y}_{n_{NNR}}(T+1)\|} = Fdist$$

Despejando para $y_{n,1}$:

$$\begin{aligned} \|\vec{y}_n(T+1) - \vec{y}_{n_{NND}}(T+1)\| &= Fdist * \|\vec{y}_n(T+1) - \vec{y}_{n_{NNR}}(T+1)\| \\ \sqrt{\sum_{i=1}^{m_{sync}} (y_{n,i} - y_{n_{NND},i})^2} &= Fdist * \sqrt{\sum_{i=1}^{m_{sync}} (y_{n,i} - y_{n_{NNR},i})^2} \\ \sum_{i=1}^{m_{sync}} (y_{n,i} - y_{n_{NND},i})^2 &= Fdist^2 * \sum_{i=1}^{m_{sync}} (y_{n,i} - y_{n_{NNR},i})^2 \\ \sum_{i=1}^{m_{sync}} (y_{n,i}^2 - 2 * y_{n,i} * y_{n_{NND},i} + y_{n_{NND},i}^2) &= Fdist^2 * \sum_{i=1}^{m_{sync}} (y_{n,i}^2 - 2 * y_{n,i} * y_{n_{NNR},i} + y_{n_{NNR},i}^2) \\ \sum_{i=1}^{m_{sync}} y_{n,i}^2 - 2 \sum_{i=1}^{m_{sync}} y_{n,i} * y_{n_{NND},i} + \sum_{i=1}^{m_{sync}} y_{n_{NND},i}^2 &= Fdist^2 * \left(\sum_{i=1}^{m_{sync}} y_{n,i}^2 - 2 \sum_{i=1}^{m_{sync}} y_{n,i} * y_{n_{NNR},i} + \sum_{i=1}^{m_{sync}} y_{n_{NNR},i}^2 \right) \\ (1 - Fdist) \sum_{i=1}^{m_{sync}} y_{n,i}^2 + 2 Fdist^2 \sum_{i=1}^{m_{sync}} y_{n,i} y_{n_{NNR},i} - 2 \sum_{i=1}^{m_{sync}} y_{n,i} y_{n_{NND},i} + \sum_{i=1}^{m_{sync}} y_{n_{NND},i}^2 - Fdist^2 \sum_{i=1}^{m_{sync}} y_{n_{NNR},i}^2 &= 0 \quad (5) \end{aligned}$$

Al reemplazar $\sum_{i=1}^{m_{sync}} y_{n,i} = y_{1,1} + \sum_{i=2}^{m_{sync}} y_{n,i}$ en (5), se obtiene un polinomio de grado dos cuyos coeficientes se presentan en la *Ecuación 17* y cuya unica variable es $y_{1,1}$.

Ecuación 17. Polinomio de grado dos para encontrar $y_{1,1}$

$$a y_{1,1}^2 + b y_{1,1} + c = 0$$

$$A = (1 - Fdist^2)$$

$$B = 2 DIS^2 y_{n_{NNR},1} - 2 y_{n_{NND},1}$$

$$C = (1 - Fdist^2) \left(\sum_{i=2}^{m_{sync}} y_{n,i}^2 \right) + 2 Fdist^2 \left(\sum_{i=2}^{m_{sync}} y_{n_{NNR},i} * y_{n,i} \right) - Fdist^2 \sum_{i=1}^{m_{sync}} y_{n_{NNR},i}^2 - 2 \left(\sum_{i=2}^{m_{sync}} y_{n_{NND},i} * y_{n,i} \right) + \sum_{i=1}^{m_{sync}} y_{n_{NND},i}^2$$

6.5.4. Validación

Realizada la calibración de los parámetros de la técnica, se procede a verificar los resultados del modelo, aplicando la técnica en un intervalo de tiempo pre-seleccionado en el que se conocen las observaciones históricas locales, con el objetivo de cuantificar el error del modelo mediante la diferencia absoluto entre los máximos y la cuantificación del RMSE (en inglés RootMean Square Error). El uso típico de la función de validación es:

[ERROR]=Validation
(STATION, GCM, CHAOS_STATION, CHAOS_GCM, IAP, VAL_DATES, CALB, FOLDER)

Donde,

STATION (INPUT): Serie de tiempo de precipitación de las observaciones locales.

GCM (INPUT): Serie de tiempo de precipitación del modelo climático global.

CHAOS_STATION (INPUT): Variable con las propiedades estadísticas y del sistema dinámico de la serie de tiempo de la estación local para diferentes intervalos de acumulación de la precipitación, obtenida de *Chaos_Analysis*.

CHAOS_GCM (INPUT): Variable con las propiedades estadísticas y del sistema dinámico de la serie de tiempo del modelo climático global para diferentes intervalos de acumulación de la precipitación, obtenida de *Chaos_Analysis*.

IAP (INPUT): Intervalo de acumulación de la precipitación seleccionado

VAL_DATES (INPUT): Fechas de validación de la técnica

CALB (INPUT): Variable con los parámetros de calibración obtenidos de *Calibration*.

FOLDER (INPUT): Ruta donde se guardará la comparación de las series observadas y modeladas.

ERROR (OUTPUT): Variable con el error calculado por diferentes medidas para el periodo de validación.

6.5.5. Sincronización

Una vez realizada la calibración y validación del modelo predictivo, se procede a aplicar la técnica en el intervalo de tiempo futuro, para ello se utilizan los parámetros de calibración encontrados en *Calibration*. En la Figura 45 se presenta el diagrama de flujo de la aplicación de esta función. El uso típico de la función de sincronización es:

```
[SYNC]=Synchronization  
(STATION, GCM, CHAOS_STATION, CHAOS_GCM, IAP, APP_DATES, CALB, FOLDER)
```

Donde,

STATION (INPUT): Serie de tiempo de precipitación de las observaciones locales.

GCM (INPUT): Serie de tiempo de precipitación del modelo climático global.

CHAOS_STATION (INPUT): Variable con las propiedades estadísticas y del sistema dinámico de la serie de tiempo de la estación local para diferentes intervalos de acumulación de la precipitación, obtenida de *Chaos_Analysis*.

CHAOS_GCM (INPUT): Variable con las propiedades estadísticas y del sistema dinámico de la serie de tiempo del modelo climático global para diferentes intervalos de acumulación de la precipitación, obtenida de *Chaos_Analysis*.

IAP (INPUT): Intervalo de acumulación de la precipitación seleccionado

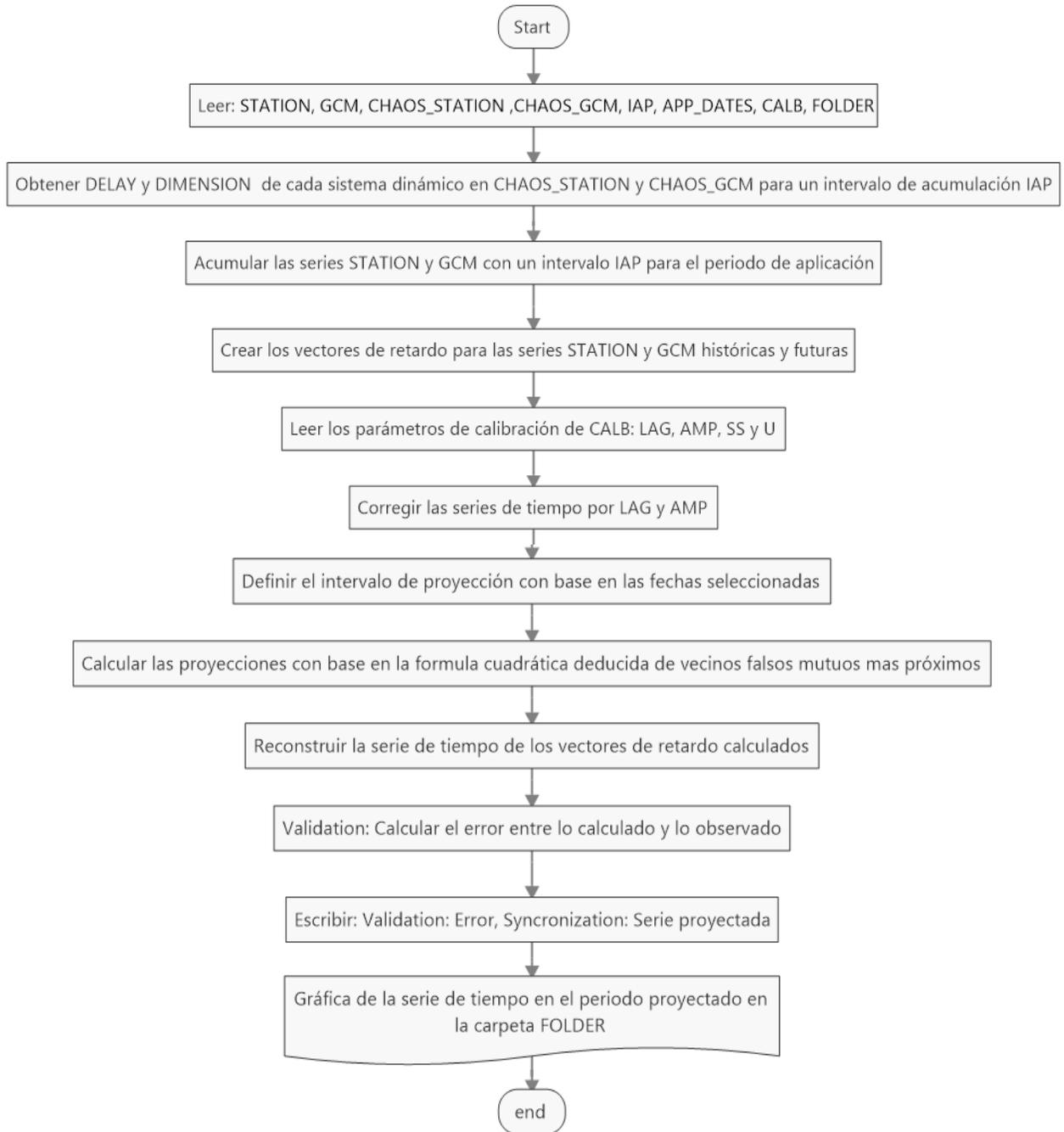
APP_DATES (INPUT): Fechas de aplicación de la técnica

CALB (INPUT): Variable con los parámetros de calibración obtenidos de *Calibration*.

FOLDER (INPUT): Ruta donde se guardará la comparación.

SYNC (OUTPUT): Serie de tiempo proyectada de la estación local por la técnica CSD

Figura 45. Diagrama de flujo de las funciones *Synchronization* (valido para *Validation*)



Fuente: Propia

Capítulo VII

7. APLICACION DE LA TECNICA DE REDUCCIÓN DE ESCALA CSD EN LA ZONA DE ESTUDIO

En este capítulo se presenta el proceso de aplicación y los resultados de la técnica de reducción de escala CSD en la cuenca del río Bogotá: Datos de entrada utilizados, evaluación y comparación de la presencia de caos determinístico en las series de tiempo, y calibración, validación y aplicación del modelo de sincronización.

7.1. Aplicación en la Cuenca del Río Bogotá

Acorde con lo presentado en la sección 6.1 (Esquema general de la técnica CSD) se tiene la función: $[Downscaling, ERROR]=CSD(CAT, EST, GCM, RCP, OUT)$, donde las variables de entrada se presentan en la Figura 46.

Figura 46. Datos de entrada a la técnica CSD

Name	Value
CAT	'D:\Google_Drive\CSD\6.Datos\1.Estaciones\Catologo_Estaciones.xlsx'
EST	'D:\Google_Drive\CSD\6.Datos\2.Bogota\Estaciones_Precipitacion.xlsx'
GCM	'D:\Google_Drive\CSD\6.Datos\3.MPI-ESM-MR\HISTORICAL\R1\pr_day_MPI-ESM-MR_historical_r1i1p1_1850-2005.nc'
OUT	'D:\Google_Drive\CSD\8.Resultados_CSD\Downscaling_Bogota\'
RCP	'D:\Google_Drive\CSD\6.Datos\3.MPI-ESM-MR\RCP8.5\R1\pr_day_MPI-ESM-MR_rcp85_r1i1p1_2006-2100.nc'

Fuente: Propia

A continuación, se presenta la información contenida en cada uno de los archivos de las variables de entrada para la cuenca del río Bogotá:

1. PRECIPITATION_STA:

En este archivo de Microsoft Excel (.xls) están contenidas las series de precipitación diaria de las estaciones climáticas locales. En la *Figura 47* se presenta un ejemplo para la cuenca del río Bogotá.

Figura 47. Ejemplo de archivo con las series de precipitación diaria de las estaciones locales empezando en la celda A1

Fecha	pr_21230110	pr_21230060	pr_21185040	pr_21235010	pr_21201100	pr_21230070	pr_21201090
02/10/2001	0	0	0	0	0	0	1
03/10/2001	0	0	0	0	0	0	0
04/10/2001	0	0	0	0	0	0	2
05/10/2001	0	0	0	0	0	0	0
06/10/2001	0	0	0	0	0	0	18
07/10/2001	0	0	0	0	0	0	0
08/10/2001	0	0	0	0	0	0	0
09/10/2001	5.3	4.2	12	0.7	0	0	0
10/10/2001	0	0	1.6	0	6.5	0	9
11/10/2001	14.2	13.5	0	0	0	0	3
12/10/2001	0	0	5.8	0	0	0	0
13/10/2001	0	0	0	0	0	0	1
14/10/2001	41.2	42.7	0	38	2	1.5	0
15/10/2001	21.9	22.7	9.9	0	21.7	27.1	25
16/10/2001	0	0	0	42.1	4.4	0	4

Fuente: Propia

2. STA_CATALOG:

En este archivo están contenidas las características geográficas de las estaciones climáticas locales (latitud, longitud y elevación) en sistema de coordenadas geográficas (WGS 84). En la Figura 48 se presenta un ejemplo para la cuenca del río Bogotá.

Figura 48. Ejemplo de archivo con las características geográficas de las estaciones locales

ID	Latitud	Longitud	Elevation
pr_21230110	4.38780556	-74.8381667	262
pr_21230060	4.39861111	-74.8255556	289
pr_21185040	4.27761111	-74.7984444	286
pr_21235010	4.56480556	-74.6962778	316
pr_21201100	4.46666667	-74.65	490
pr_21230070	4.85138889	-74.6227778	1303
pr_21201090	4.44269444	-74.54225	567
pr_21205660	4.58188889	-74.5266111	810
pr_23065060	4.84216667	-74.4616944	2200
pr_21190030	4.34805556	-74.4544722	1635
pr_21205670	4.77088889	-74.4376389	1915
pr_21195120	4.39577778	-74.3961389	1460
pr_21206280	4.65383333	-74.3330556	2650

Fuente: Propia

3. MODEL_HIS y MODEL_RCP

En estos archivos de información climática (.nc) se encuentran los resultados del GCM seleccionado para la realización histórica y proyectada. En la Figura 49 se presenta un ejemplo de estos archivos:

Figura 49. Ejemplos de archivos climáticos globales para la realización histórica y proyectada del modelo MPI-ESM-MR obtenidas de <http://cmip-pcmdi.llnl.gov/>

Nombre	Tipo	Tamaño
 pr_day_MPI-ESM-MR_historical_r1i1p1_1850-2005.nc	Archivo NC	4,103,768 KB
 pr_day_MPI-ESM-MR_rcp85_r1i1p1_2006-2100.nc	Archivo NC	2,499,085 KB

Fuente: Propia

Para la evaluación de la presencia de caos determinístico en las series de tiempo de la cuenca del río Bogotá se utilizaron los siguientes intervalos de acumulación de la precipitación: 3 días, 5 días, 7 días, 10 días, 15 días y 30 días.

Así mismo, para la librería de sincronización se utilizaron las siguientes fechas de calibración, validación y aplicación:

Calibración: 1 de febrero de 1958 al 31 de diciembre de 2005.

Validación: 1 de enero de 2006 al 31 de agosto de 2016.

Aplicación: 1 de septiembre de 2017 al 31 de diciembre de 2100.

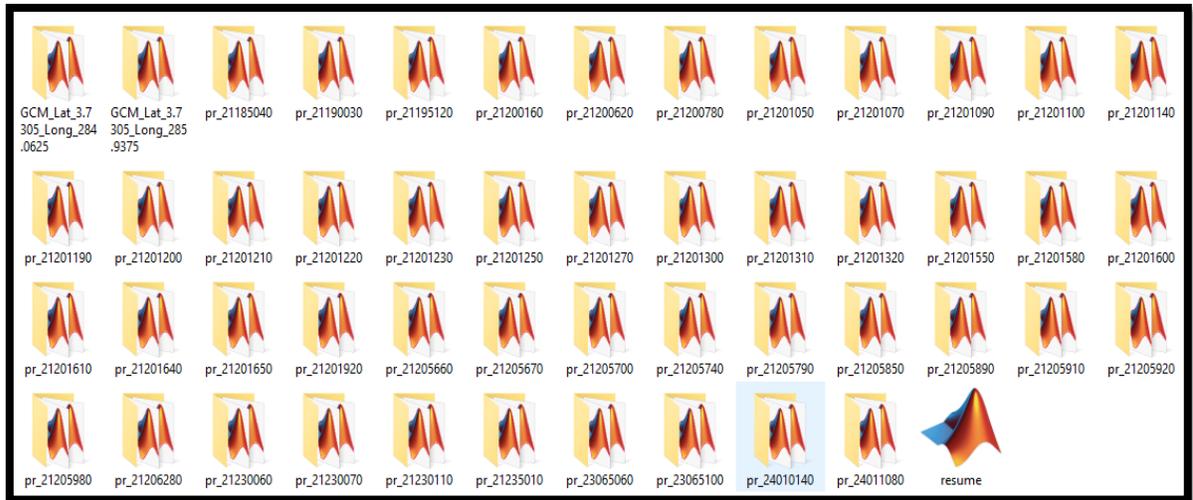
7.2. Resultados generados

En esta sección se explicarán las variables, archivos y carpetas generados por la técnica de reducción de escala CSD, el análisis detallado de los resultados se realizará en el capítulo 9, así mismo, los resultados completos de la técnica para todas las estaciones de estudio pueden ser consultados en los Anexos de la siguiente forma:

- Anexo B: Evaluación de la presencia de caos determinístico.
- Anexo C: Resultados del modelo predictivo de sincronización de la técnica.
- Anexo D: Resultados de la comparación de las propiedades estadísticas y caóticas de las observaciones locales históricas y el modelo climático global.

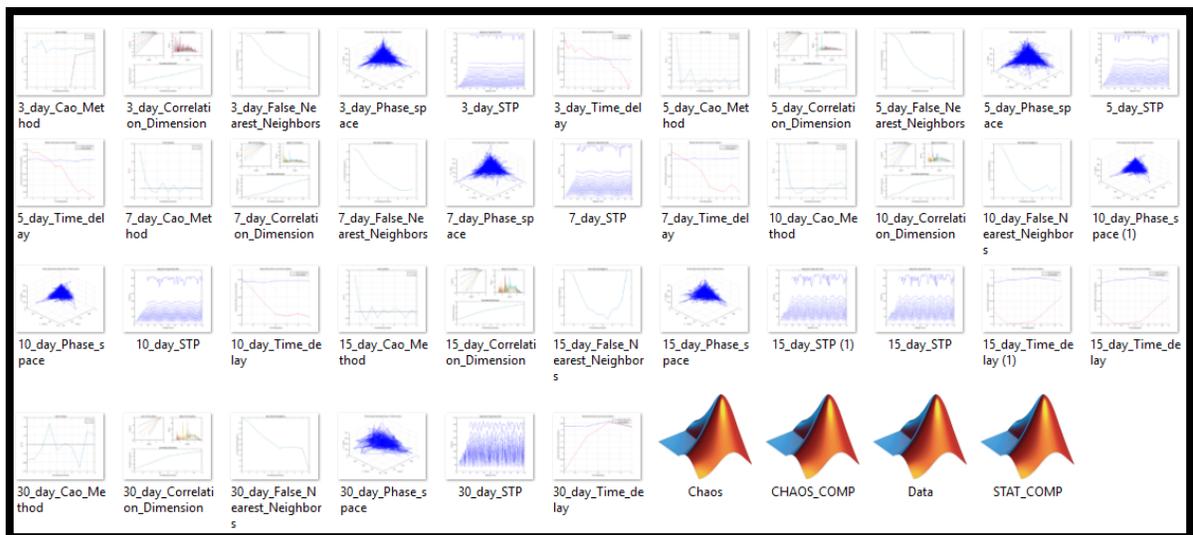
Los resultados generados por la técnica son almacenados en carpetas correspondientes a cada una de las estaciones y cada una de las celdas del GCM utilizadas, tal como se presenta en la Figura 50 y Figura 51. Adicionalmente se genera un archivo de MatLab en formato *(.mat)* en el cual se resumen las principales propiedades de los sistemas dinámicos.

Figura 50. Ejemplo de las carpetas creadas en la ruta FOLDER para cada estación



Fuente: Propia

Figura 51. Ejemplo archivos contenidos en cada carpeta



Fuente: Propia

7.2.1. Evaluación de la presencia de caos determinístico

Como resultado de la evaluación de la presencia de caos determinístico, se generan las siguientes imágenes para cada intervalo de acumulación de la precipitación:

- Espacio de fase en tres dimensiones (Figura 26)
- Tiempo de retardo (Figura 27)
- Gráfico de separación espacio-tiempo (Figura 28)
- Dimensión de correlación (Figura 29)
- Método de Cao (Figura 31)
- Vecindades falsas más cercanas (Figura 30)

También, se genera para cada sistema dinámico una variable con la serie de tiempo histórica sin datos faltantes (Data y Model) (Figura 53), y una variable con la información detallada de la evaluación de la presencia de caos determinístico, con la información contenida en la Figura 52.

Figura 52. Ejemplos de archivos Model_Chaos.mat y Station_Chaos.mat para la estación pr_21185040

'Interval Ac...	3	5	7	10	15	30
'N° of data ...	6746	4048	2891	2024	1349	674
'Mean'	9.7008	16.1665	22.6364	32.3330	48.5114	97.0810
'Median'	1.4000	5.5000	11.2000	20.2500	35.1000	83.6000
'Minimum'	0	0	0	0	0	0
'Maximum'	173.6000	193.8000	241.4000	307.6000	322.6000	372.7000
'Range'	[0 173.6000]	[0 193.8000]	[0 241.4000]	[0 307.6000]	[0 322.6000]	[0 372.7000]
'Standard D...	17.7851	23.9359	29.2259	36.0904	46.5667	72.1177
'Variance'	316.3097	572.9261	854.1511	1.3025e+03	2.1685e+03	5.2010e+03
'Coefficient...	1.8334	1.4806	1.2911	1.1162	0.9599	0.7429
'Coefficient...	2.9274	2.3074	2.0427	1.7192	1.4594	0.9889
'Kurtosis'	13.9213	9.4986	8.4355	6.9473	5.7072	3.9780
'Time Delay...	18	12	9	6	5	3
'Time delay ...	4	5	3	5	5	3
'Time Delay'	4	5	3	5	5	3
'Correlation...	7	7	6	6	6	5
'False Neare...	15	15	13	13	13	10
'Cao's Dim...	2	3	4	6	10	4
'Embeddin...	2	3	4	6	6	4
'Embeddin...	13	6	4	6	6	4
'Lyapunov ...	99	[0.2875 0.1076 -0.0198...	[0.3131 0.0254 -0.252...	[0.0894 -0.0087 -0.09...	[-4.5326e-04 -0.045...	[-0.0820 -0.2042 -0...
'Sum of Lya...	99	-0.8071	-0.6061	-1.2275	-1.3876	-1.4264
'Maximum ...	99	0.2875	0.3131	0.0894	-4.5326e-04	-0.0820
'Type of mo...	'Noise_(Ran...	'Deterministic_Chaos'	'Deterministic_Chaos'	'Deterministic_Chaos'	'Stable_Limit_Cycle'	'Stable_Limit_Cycle'
'Kaplan-Yor...	99	4.6929	3.1246	2.8189	0	0
'Correlation...	-6.5564	22.1530	12.6118	-32.8465	-58.3962	-88.4622
'Pesin's ide...	99	0.3950	0.3385	0.0894	0	0

Fuente: Propia

Figura 53. Archivos .mat generados para cada estación y GCM

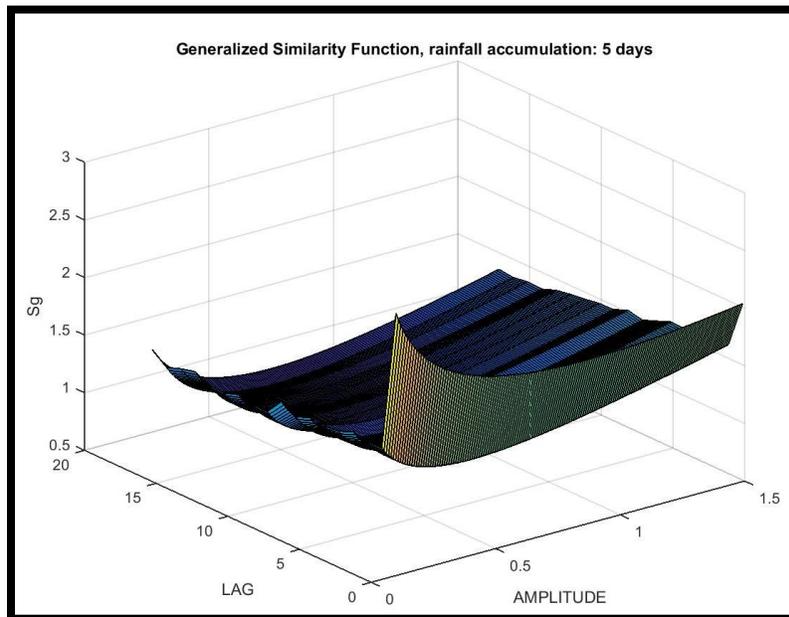
Data	20241x2 double
Model	91676x2 double
Model_Chaos	27x7 cell
Station_Chaos	27x7 cell

Fuente: Propia

7.2.2. Sincronización de los sistemas dinámicos

Al realizar los procesos de calibración, validación y aplicación del modelo predictivo, se generan imágenes alusivas a cada uno de estos procesos. En el proceso de calibración, se realiza una proyección tridimensional de función generalizada de similitud (Figura 54) para diferentes valores de amplitud y tiempo de retraso, lo cual permite la identificación de las mejores valores de los parámetros para que existe un grado de sincronía entre los dos sistemas dinámicos. Así mismo, se grafica el comportamiento del parámetro μ de los vecinos falsos mutuos más próximos, para la cual se observa un comportamiento asintótico a un valor constante en un largo periodo de tiempo, como se presenta en la Figura 55.

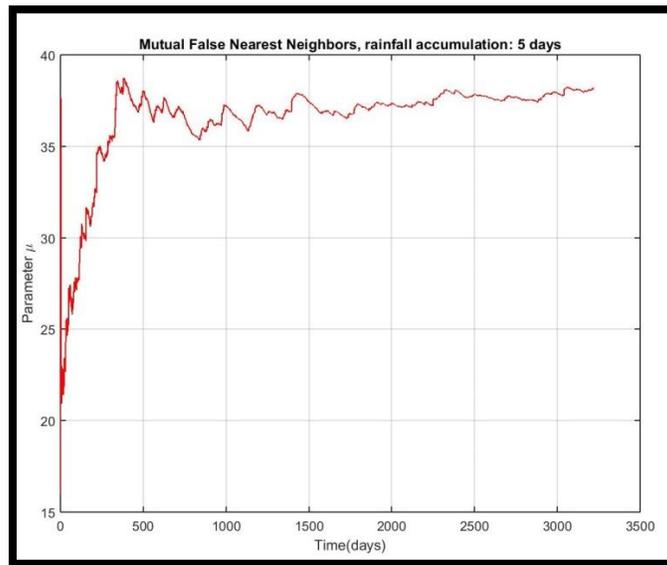
Figura 54. Vista tridimensional de la función generalizada de similitud



Fuente: Propia

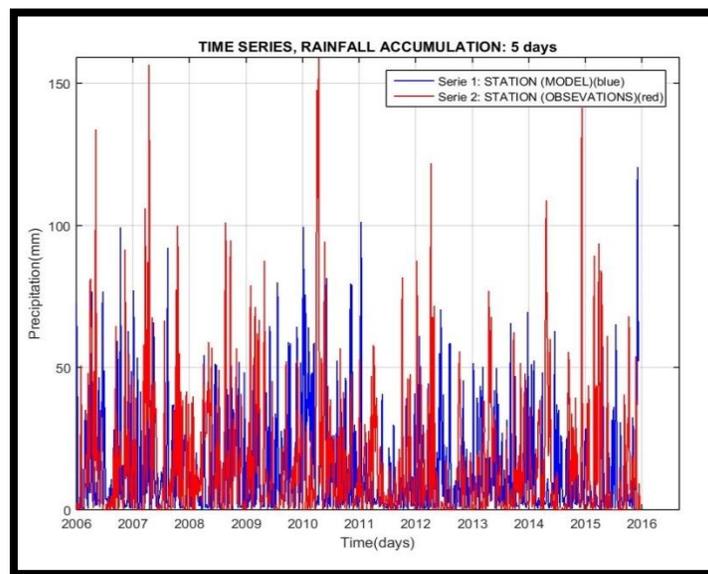
En los procesos de validación y sincronización se grafican las series de tiempo simuladas por la técnica y las series de tiempo de los registros históricos observados en las estaciones locales para los periodos establecidos de validación y aplicación. En la Figura 56 se presenta un ejemplo para para la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA).

Figura 55. Comportamiento del parámetro μ de los vecinos falsos mutuos más próximos



Fuente: Propia

Figura 56. Serie de tiempo simulada y observada para el periodo de validación la estación pr_21185040.



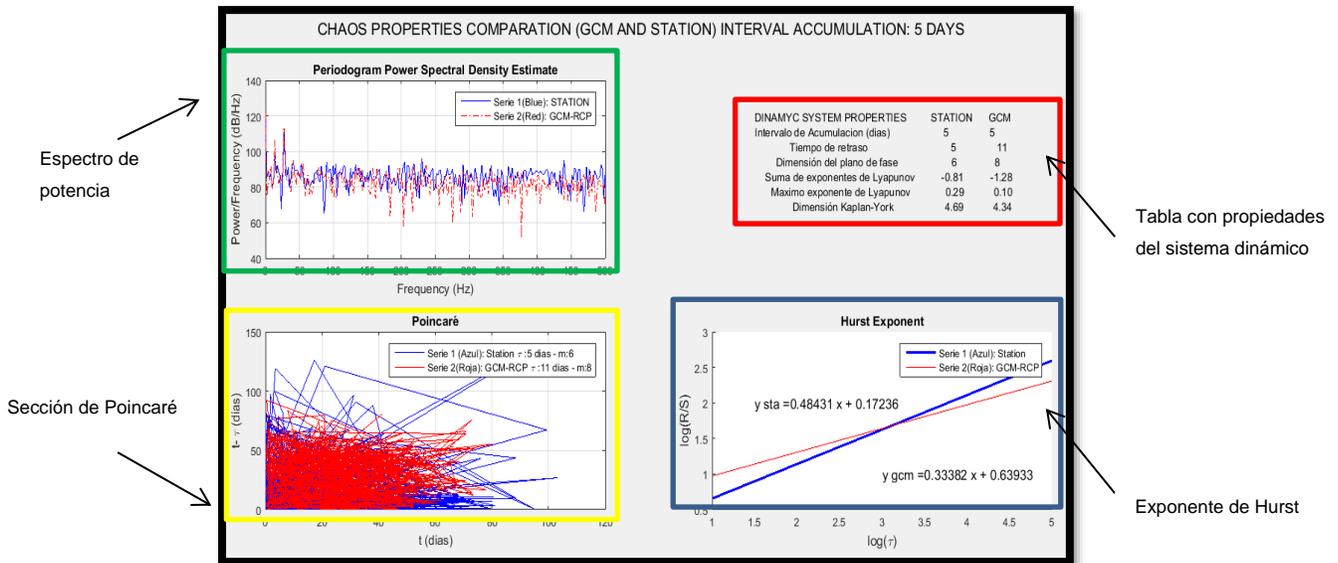
Fuente: Propia

7.2.3. Comparación de las propiedades estadísticas y del sistema dinámico

Como producto de la comparación de las propiedades estadísticas y del sistema dinámico de las series de tiempo se generan dos graficas en el que se pueden comparar las series de tiempo del GCM y las observaciones locales.

En la Figura 57 se presenta un ejemplo de la comparación de las características para la reconstrucción del espacio de fase de los diferentes sistemas dinámicos, en este grafico se presenta el espectro de potencia, la sección de Poincaré (Visualización bidimensional de una sección del atractor), la gráfica para el cálculo del exponente de Hurst y una tabla resumen con las principales características de la reconstrucción del espacio de fase.

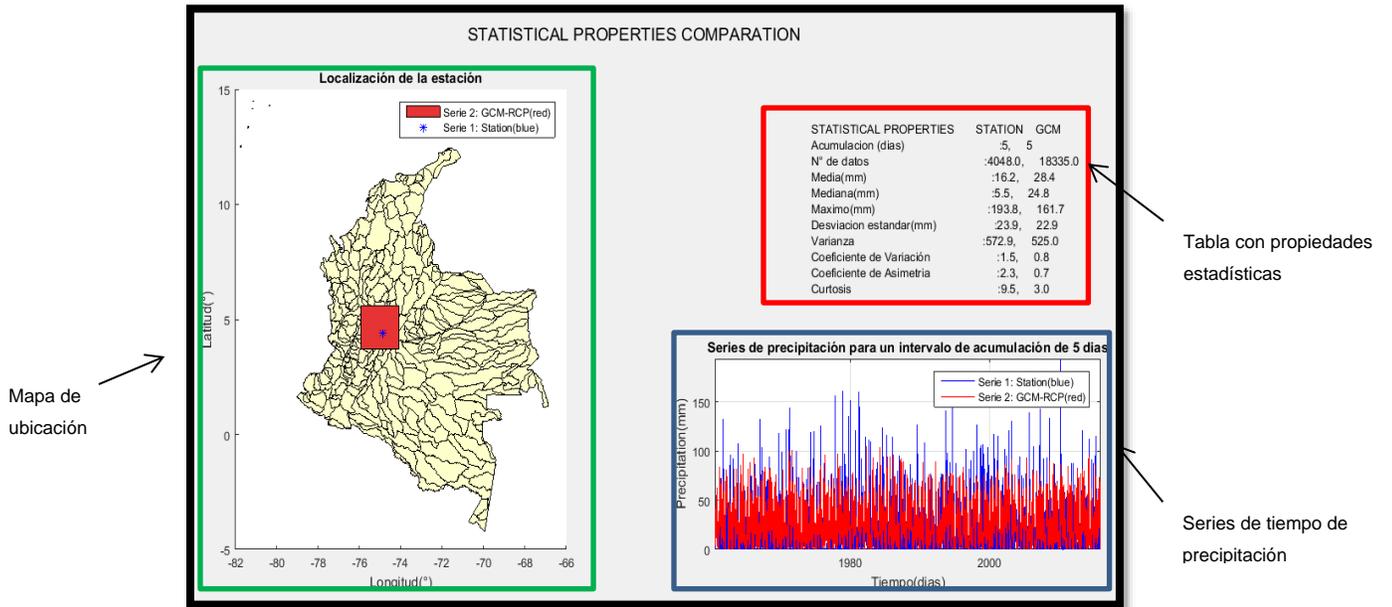
Figura 57. Ejemplo de CHAOS_COMP.fig de la comparación caótica entre la estación pr_21185040 y la celda 1 del GCM.



Fuente: Propia

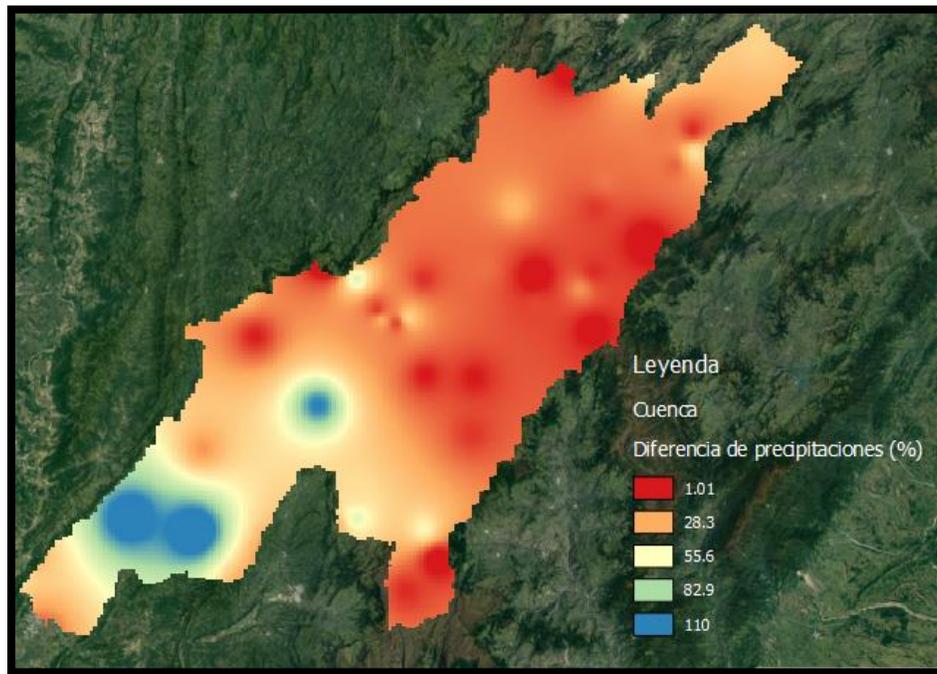
En la Figura 58 se presenta un ejemplo de la comparación de las propiedades estadísticas entre la estación pr_21185040 y la celda del GCM: MPI-ESM-MR que la contiene. En la sección lateral izquierda de la figura se presenta el mapa hidrográfico de Colombia con la ubicación de la celda y la estación local, y en la sección lateral derecha se presenta un gráfico de las series de tiempo de precipitación y una tabla con las principales propiedades estadísticas de los dos sistemas.

Figura 58. Ejemplo de STAT_COMP.fig de la comparación estadística entre una estación y el GCM.



Fuente: Propia

Figura 59. Variabilidad espacial de la diferencia porcentual de la precipitación media entre los registros históricos de 1995 a 2005 y la proyección MPI-ESM-MR RCP8.5 de 2075 a 2085



Fuente: Propia

Capítulo VIII

8. APLICACION DE TECNICAS DE REDUCCIÓN DE ESCALA DE COMPARACION EN LA ZONA DE ESTUDIO

Una amplia variedad de técnicas de reducción de escala se han aplicado en Colombia y principalmente en la cuenca del río Magdalena, entre ellas se destacan Advanced Delta Change Method (Philip, Arthur, & Droogers, 2014) y k-NN Bootstrapping (Angarita, 2014) , entre otros.

A continuación, se presentará el proceso de aplicación de diferentes técnicas de reducción de escala sobre la cuenca del río Bogotá, con la finalidad de comparar posteriormente en el capítulo 9 los resultados obtenidos. Las técnicas a comparar son:

- k-NN bootstrapping
- Delta Method (Incluida en el *toolbox* de MeteoLab)
- Analog Method (Incluida en el *toolbox* de MeteoLab)
- Weather Type Methods (Incluida en el *toolbox* de MeteoLab)
- Quantile Mapping Methods (Incluida en el *toolbox* de MeteoLab)
- Generalized Linear Methods (Incluida en el *toolbox* de MeteoLab)

8.1. k-NN Bootstrapping

El método k-NN bootstrapping (en inglés k-Nearest Neighbors) fue desarrollado por (Yates, Gangopadhyay, Rajagopalan, & Strzepek, 2002), el método simula las variables climáticas a nivel diario para diferentes estaciones de una región dada, con base en los resultados de las proyecciones de un GCM. La técnica también permite la creación de envolventes de proyecciones a nivel local mediante el uso repetitivo de un conjunto de modelos climáticos, lo que es de gran utilidad en el manejo integrado de los recursos hídricos.

La simulación de las variables climáticas se realiza mediante la creación de escenarios climáticos hipotéticos (estados de humedad) que preservan la probabilidad conjunta y la búsqueda de los vecinos más cercanos en una ventana adaptable de tiempo del valor de simulación, lo cual permite la generación de series aleatorias de tiempo.

8.1.1. Metodología

En el presente trabajo se utilizó el algoritmo k-NN Bootstrapping desarrollado por TNC (por sus siglas en inglés The Nature of Conservancy) para su aplicación en la cuenca del río Bogotá. A continuación, se transcribe la metodología presentada en “Metodología para incluir variabilidad climática y escenarios de cambio climático en el modelo WEAP de la macro cuenca del Magdalena y resultados de las simulaciones” (Angarita, 2014) :

1. *Las secuencias de estado del tiempo son construidas mediante una caminata aleatoria de registros históricos, seleccionados del clima regional en una ventana de $2*W$ -días alrededor del día juliano – n que se busca predecir.*
2. *El método inicializa la simulación seleccionando aleatoriamente una fecha en la ventana contenida entre $[n-W, n+W]$.*
3. *A partir del estado de humedad registrado en la fecha seleccionada, utilizando la matriz de probabilidad conjunta, se establece el estado de humedad del periodo siguiente,*
4. *Se identifican cuales valores observados en la ventana cumplen la condición de estados de humedad consecutiva establecida en el paso anterior (por ejemplo, húmedo-seco).*
5. *El valor siguiente de la simulación se determina aleatoriamente entre estos puntos, o puntos candidatos. La probabilidad de ocurrencia de los estados consecutivos que cumplen la condición seleccionada, se describe mediante la siguiente función de distribución de probabilidad:*

Ecuación 18. Función de distribución de probabilidad k-NN Bootstrapping

$$f(j) = \frac{\sum_{i=1}^j D_i}{\sum_{i=1}^k D_i}$$

Donde D_i es la distancia entre el estado de humedad presente, y el estado de humedad de los puntos candidatos:

Ecuación 19. Distancia entre estados de humedad

$$D_j = \sqrt{(\text{Pr}(i) - \text{Pr}(j))^2}$$

6. Una vez seleccionado el valor del día siguiente, se repite la secuencia desde el paso iii. El resultado del proceso es una secuencia de fechas, que puede ser utilizada para reconstruir series sintéticas de estado del tiempo de las diferentes meteorológicas en las estaciones locales en las que se cuenta con observaciones. En la Figura 60 se presenta un esquema de la metodología.

Figura 60. Esquema de la metodología del algoritmo k-NN Bootstrapping



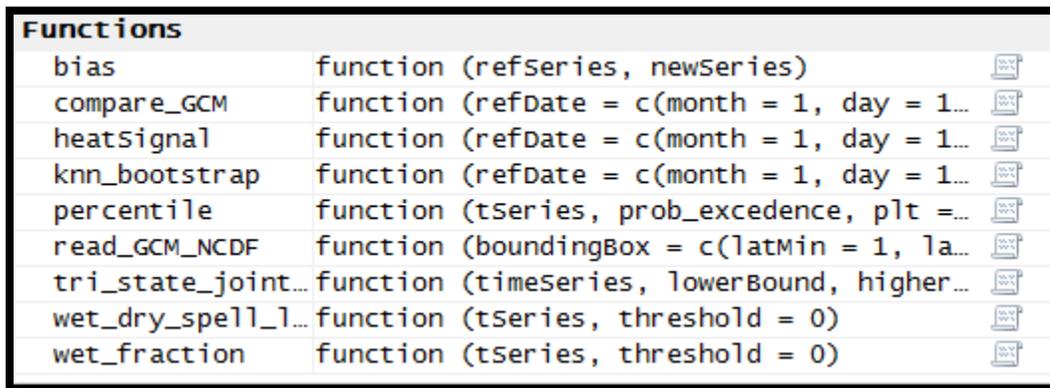
Fuente: Tomada de “Metodología para incluir variabilidad climática y escenarios de cambio climático en el modelo WEAP de la macro cuenca del magdalena y resultados de las simulaciones” (Angarita, 2014)

Adicionalmente, las series de tiempo de precipitación son corregidas en sus valores extremos mediante un mapeo de cuantiles sobre la función de distribución corregida para extremos.

8.1.2. Aplicación

Para la aplicación de la técnica de reducción de escala, se hizo uso del entorno RStudio y del lenguaje de programación R el cual tiene un enfoque de análisis estadístico. El algoritmo con la técnica desarrollado por TNC se encuentra en el archivo “GCMClimTool_function_library.R” el cual también contiene funciones para la comparación de los GCM, la totalidad de las funciones se presenta en la Figura 61. Antes de guardar las funciones de la técnica en el ambiente es necesario cargar al entorno las siguientes librerías: fields, RNetCDF, chron y mapprools.

Figura 61. Funciones de “GCMClimTool_function_library.R”



Functions	
bias	function (refSeries, newSeries)
compare_GCM	function (refDate = c(month = 1, day = 1...
heatSignal	function (refDate = c(month = 1, day = 1...
knn_bootstrap	function (refDate = c(month = 1, day = 1...
percentile	function (tseries, prob_excedence, plt =...
read_GCM_NCDF	function (boundingBox = c(latMin = 1, la...
tri_state_joint...	function (timeSeries, lowerBound, higher...
wet_dry_spell_1...	function (tseries, threshold = 0)
wet_fraction	function (tseries, threshold = 0)

Fuente: (Angarita, 2014)

Debido a la localización de la cuenca y a las características del algoritmo fue necesario clasificar las estaciones según la celda del GCM en la cual está ubicada, como se presenta en la Figura 20, clasificando 29 estaciones en la Celda 1 y 18 estaciones en la Celda 2.

Los datos de entrada al algoritmo corresponden principalmente a las rutas de los archivos con la información climática. A continuación, se describen las características de los datos de entrada y se presentan los datos utilizados en la técnica:

main_Folder = Ruta del directorio principal de la información, todas las demás rutas son relativas a esta.

results_Folder = Ruta con la carpeta donde se almacenarán los resultados

shp_file = Ruta con el archivo SHAPE de la región de estudio

boundingBox = Texto con los límites geográficos de la región de estudio

variableName = Nombre de la variable

variableLabel = Etiqueta de la variable

rDate = Fecha de inicio del GCM

movingDateStep = Dato booleano de cambio de fechas en cada archivo

enso_signal_file = Ruta con el archivo de la señal ONI en formato de valores separados por comas (.csv)

GCM_Folders = Ruta con la carpeta donde están contenidos los GCM

obs_files >daily = Ruta con la información climática diaria en formato de valores separados por comas (.csv)

obs_files > monthly= Ruta con la información climática diaria en formato de valores separados por comas (.csv)

obs_files > stationsCatalog= Ruta con la información geográfica de las estaciones locales en formato .csv

Figura 62. Datos de entrada a la técnica k-NN Bootstrapping

values	
a	29L
b	47L
bBox	Named num [1:4] 4 5.5 -74 -73.5
enso_signal_file	"/12.Knn/ENSO_SIGNAL/ONI_SIGNAL.csv"
gcmFolders	"/6.Datos/3.MPI-ESM-MR/HISTORICAL/R1"
gcmFolders2	"/6.Datos/3.MPI-ESM-MR/RCP8.5/R1"
mFolder	"D:/Google_Drive/CSD"
mv	0
obs_files	Named chr [1:3] "/12.Knn/Cuenca/SERIES_pr_...
ptm	Class 'proc_time' Named num [1:5] 348 28 2...
rDate	Named num [1:3] 1 1 1850
rDate2	Named num [1:3] 1 1 2006
rFolder	"/12.Knn/Results/Station_47"
shp_file	"/12.Knn/GIS/Cuenca_Area_Drenaje"
varLabel	"Precipitación [mm]"
varName	"pr"

Fuente: Propia

En la Figura 63 , Figura 64 y Figura 65 se presenta un ejemplo de la información descrita en los archivos .csv de las observaciones diarias, mensuales y el catálogo de estaciones.

Figura 63. Ejemplo archivo .csv para su uso en obs_files > daily

	A	B	C	D	E
1	TimeStamp	Year	Month	Day	pr_21230110
21394	32351	1988	7	27	0
21395	32352	1988	7	28	0
21396	32353	1988	7	29	0
21397	32354	1988	7	30	4
21398	32355	1988	7	31	45

Fuente: Propia

Figura 64. Ejemplo archivo .csv para su uso en obs_files > monthly

	A	B	C	D
1	TimeStamp	Year	Month	pr_21230110
750	33725	1992	5	159
751	33756	1992	6	17
752	33786	1992	7	11
753	33817	1992	8	13.5
754	33848	1992	9	198

Fuente: Propia

Figura 65. Ejemplo archivo .csv para su uso en obs_files > stationsCatalog

	A	B	C	D
1	ID	Latitud	Longitud	Elevation
2	pr_21230110	4.388	-74.838	262
3	pr_21230060	4.399	-74.826	289
4	pr_21185040	4.278	-74.798	286
5	pr_21235010	4.565	-74.696	316
6	pr_21201100	4.467	-74.650	490

Fuente: Propia

8.1.3. Resultados

Adicional a los resultados propios de la técnica, el algoritmo también presenta información comparativa de las condiciones climáticas de la zona de estudio. En la Figura 66 se presentan los archivos obtenidos por la técnica de reducción de escala.

Figura 66. Archivos resultados de la técnica k-NN Bootstrapping

Nombre	Tipo	Tamaño
MPI-ESM-MR_historical_pr_ensemble_day.Rda	Archivo RDA	452 KB
MPI-ESM-MR_historical_pr_ensemble_month.Rda	Archivo RDA	31 KB
MPI-ESM-MR_historical_pr_ensemble_year.Rda	Archivo RDA	3 KB
MPI-ESM-MR_historical_pr_PLOT.pdf	Adobe Acrobat D...	33 KB
MPI-ESM-MR_observed_pr_day.Rda	Archivo RDA	114 KB
MPI-ESM-MR_observed_pr_month.Rda	Archivo RDA	6 KB
MPI-ESM-MR_observed_pr_year.Rda	Archivo RDA	2 KB
MPI-ESM-MR_rcp85_pr_bootstrap.csv	Archivo de valores...	975 KB
MPI-ESM-MR_rcp85_pr_ensemble_day.Rda	Archivo RDA	272 KB
MPI-ESM-MR_rcp85_pr_ensemble_month.Rda	Archivo RDA	19 KB
MPI-ESM-MR_rcp85_pr_ensemble_year.Rda	Archivo RDA	2 KB
MPI-ESM-MR_rcp85_pr_Intra_Intro_Anomaly.pdf	Adobe Acrobat D...	12 KB
MPI-ESM-MR_rcp85_pr_PLOT.pdf	Adobe Acrobat D...	33 KB
MPI-ESM-MR_rcp85_pr_stats.csv	Archivo de valores...	3 KB

Fuente: Propia

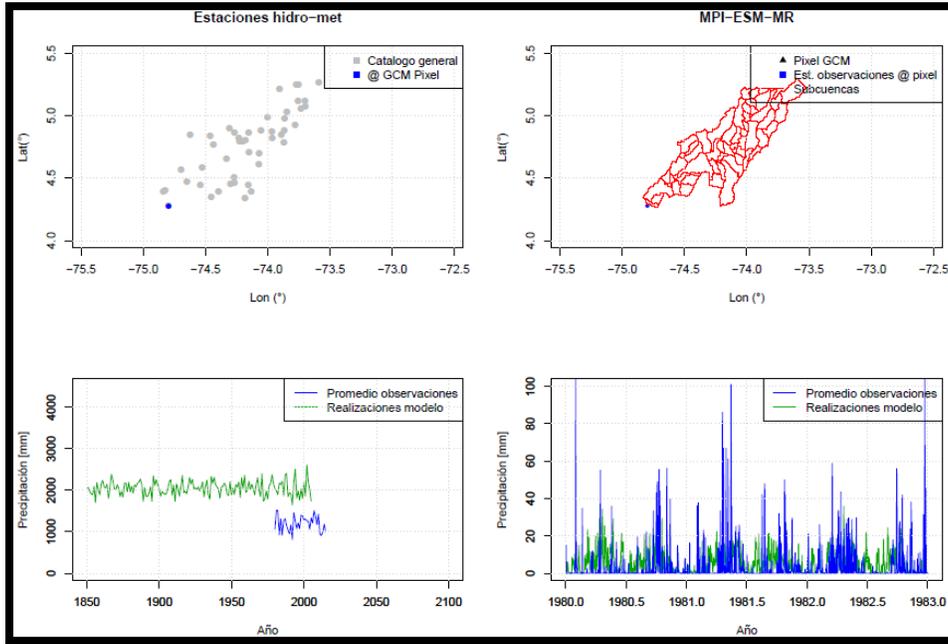
En la Figura 67, Figura 68, Figura 69, Figura 70 y Figura 71 se presentan los resultados obtenidos para la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) correspondientes a los archivos MPI-ESM-MR_rcp85_pr_bootstrap.csv, MPI-ESM-MR_historical_pr_PLOT.pdf, MPI-ESM-MR_rcp85_pr_PLOT.pdf, MPI-ESM-MR_rcp85_pr_stats.csv y MPI-ESM-MR_rcp85_pr_Intra_Intro_Anomaly respectivamente, los resultados detallados de cada estación se encuentran en el Anexo E.

Figura 67. Serie de tiempo simulada de la estación pr_21185040 mediante k-NN Bootstrapping

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	simYear	simMonth	simDay	Year	Month	Day	bs_value	bs_wet_state	bs_brick_size
7154	2025	8	1	1990	8	9	0	1	705
7155	2025	8	2	2001	8	2	0	1	710
7156	2025	8	3	1995	8	2	1.6	2	48
7157	2025	8	4	1974	8	6	0.8	2	33
7158	2025	8	5	1985	7	27	0.3	2	31
7159	2025	8	6	1985	7	28	0	1	67
7160	2025	8	7	1994	8	9	1.6	2	53
7161	2025	8	8	2008	8	2	2	2	30
7162	2025	8	9	1995	8	13	0	1	71

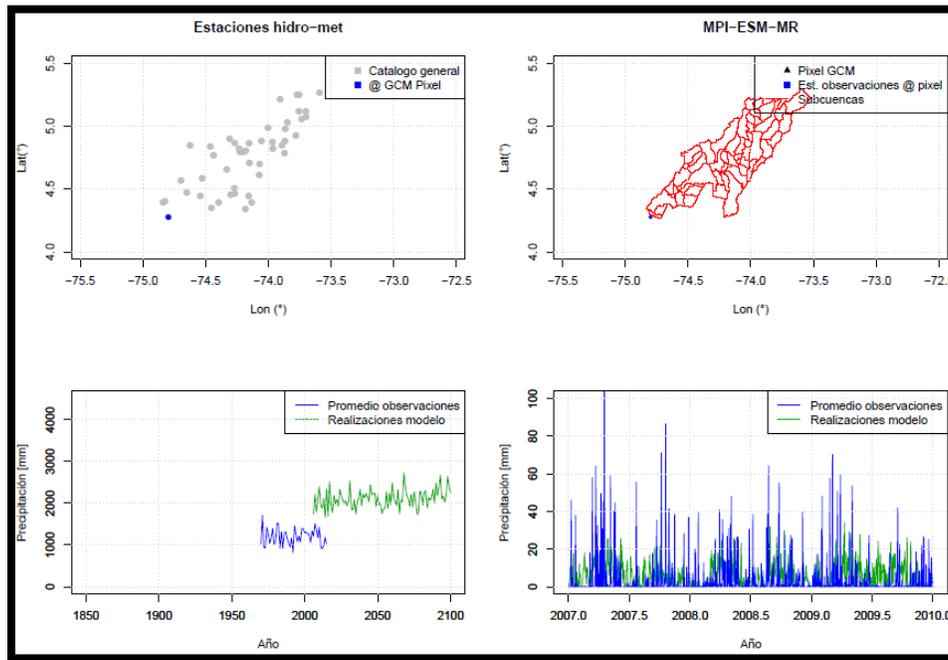
Fuente: Propia - Resultado de la aplicación de la técnica

Figura 68. Localización de estaciones climáticas en la cuenca del río Bogotá y comparación de la precipitación observada y estimada por la realización histórica del GCM a escala anual y diaria de la estación pr_21185040



Fuente: Propia - Resultado de la aplicación de la técnica

Figura 69. Localización de estaciones climáticas en la cuenca del río Bogotá y comparación de la precipitación observada y estimada por la realización RCP8.5 del GCM a escala anual y diaria de la estación pr_21185040



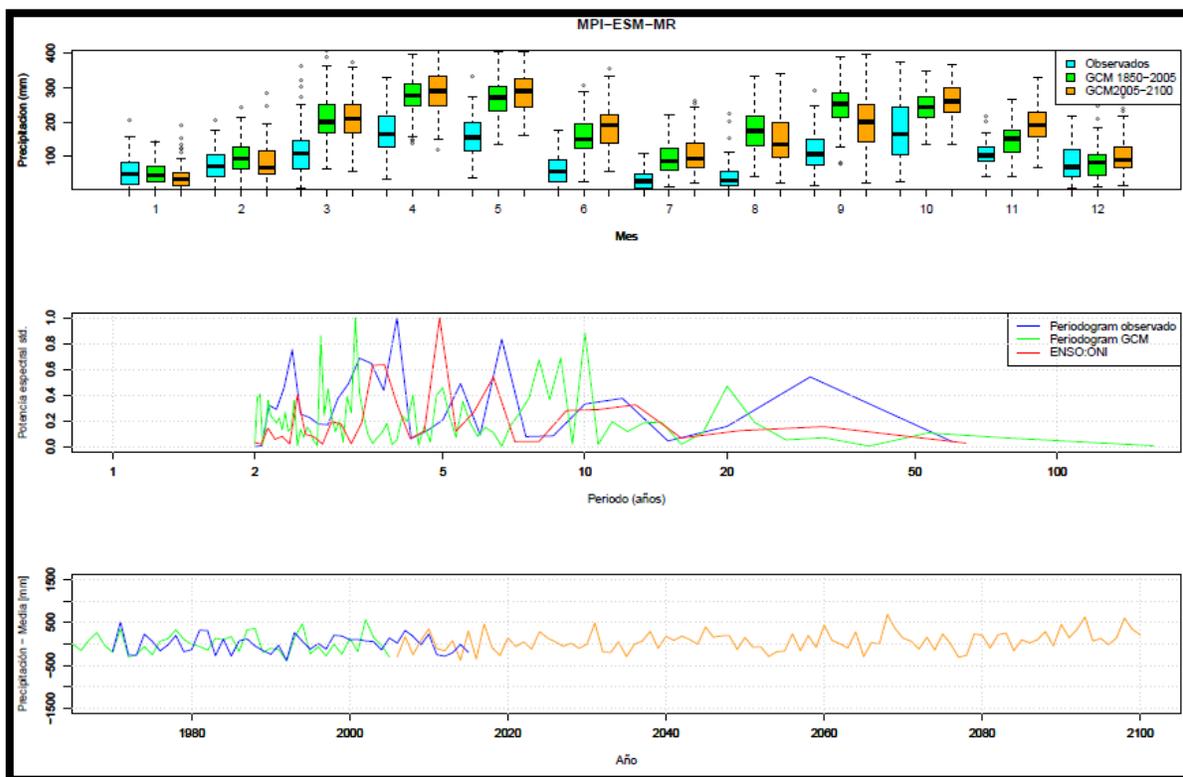
Fuente: Propia - Resultado de la aplicación de la técnica

Figura 70. Atributos estadísticos de la serie observada y estimada por el GCM para la estación de precipitación pr_21185040

	A	B	C	D	E
1	model	parameter	start_year	end_year	value
2	obs	wet_fraction	1970	2010	0.253
3	obs	wet_spell_lenght	1970	2010	1.687
4	obs	dry_spell_lenght	1970	2010	4.992
5	obs	Percentile_5	1970	2010	22.200
6	obs	mean	1970	2010	4.445
7	MPI-ESM-MR	wet_fraction	1850	1880	0.673
8	MPI-ESM-MR	wet_spell_lenght	1850	1880	6.729
9	MPI-ESM-MR	dry_spell_lenght	1850	1880	3.265
10	MPI-ESM-MR	Percentile_5	1850	1880	17.479
11	MPI-ESM-MR	bias	1850	1880	0.259
12	MPI-ESM-MR	mean	1850	1880	5.598

Fuente: Propia - Resultado de la aplicación de la técnica

Figura 71. Comparaciones del patrón estacional (mensual) de precipitación observado y simulado por el GCM y del patrón espectral observado y simulado por el GCM en conjunto a la señal del ONI-Niño

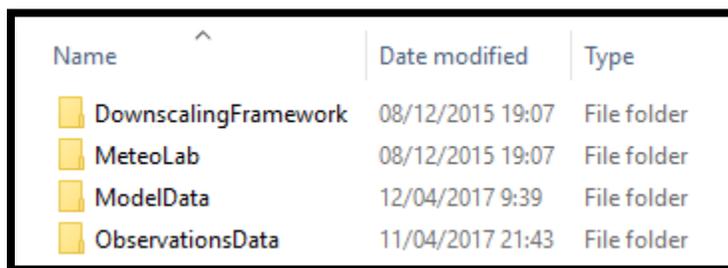


Fuente: Propia - Resultado de la aplicación de la técnica

8.2. MeteoLab

El toolbox de MeteoLab utilizado en este trabajo corresponde a la versión del año 2013 y puede ser descargado mediante el repositorio de subversión: svn co https://meteo.unican.es/svn/repos/toolboxes/branches/MLToolbox_R2013. El toolbox contiene 4 carpetas correspondientes a las funciones, datos observados localmente, datos de modelos climáticos y un marco de referencia como se presenta en la Figura 72.

Figura 72. Carpetas del toolbox



Name	Date modified	Type
DownscalingFramework	08/12/2015 19:07	File folder
MeteoLab	08/12/2015 19:07	File folder
ModelData	12/04/2017 9:39	File folder
ObservationsData	11/04/2017 21:43	File folder

Fuente: Propia

8.2.1. Métodos

En el toolbox de MeteoLab se incluye una gran cantidad de diversas técnicas de reducción de escala estadística que pueden presentar resultados muy diferentes, a continuación, se describirán brevemente las técnicas de reducción de escala aplicadas en la cuenca del río Bogotá para series de precipitación.

8.2.1.1. Factor de cambio

El método del factor de cambio (en inglés delta change method), es la técnica de reducción de escala más simple, y consiste en construir las series de tiempo locales futuras modificando las series de tiempo locales históricas por un factor de cambio basado en las realizaciones históricas y futuras del GCM. En el toolbox de MeteoLab se distinguen dos métodos de este tipo correspondientes al método de escalado constante ("Delta") y el método de escalamiento ("Scaling"). En el método de escalado constante el factor de cambio es determinado por el cambio en las medias históricas y futuras del GCM, y en el método de escalamiento el factor de cambio es determinado por el cambio entre las medias históricas del GCM y las observaciones. (Kirono, Hennessy, Mpelasoka, & Kent, 2011) (Amengual, Homar, Romero, Alonso, & Ramis, 2012)

8.2.1.2. Mapeo de Cuantiles

Los métodos de mapeo de cuantiles modifican la serie observada acorde con la distribución de frecuencia de la serie del modelo climático. El toolbox de MeteoLab incorpora cuatro metodologías basadas en el mapeo de cuantiles:

- “eQM” por sus siglas en inglés “empirical Quantile Mapping” es un método de corrección del sesgo, el cual consiste en calibrar la distribución de función acumulada añadiendo a los cuantiles observados tanto el cambio de la media como los cambios individuales en los correspondientes cuantiles. MeteoLab implementa el código de (Déqué, 2007). Traducido el 19 de abril de 2017 de <https://meteo.unican.es/trac/MLToolbox/wiki/Downscaling/BiasCorrection/Methods>
- “aQM”: por sus siglas en inglés “adjusted Quantile Mapping” utiliza los parámetros f y g para utilizar en mayor o menor medida el cambio en los valores media. (Amengual, Homar, Romero, Alonso, & Ramis, 2012)
- “gQM”: por sus siglas en inglés “gamma quantile mapping” se basa en la suposición inicial de que las distribuciones de intensidad observada y del modelo se aproximan bastante bien a la distribución gamma. MeteoLab implementa el código de (Piani, Haerter, & Coppola, 2010)
- “gpQM”: Este método paramétrico está basado en el uso de la función gamma y una distribución generalizada de Pareto. MeteoLab implementa el código de (Gutjahr & Heinemann, 2013)

8.2.1.3. Análogo

Acorde con ((ARCC), 2014) el método análogo es un método clasificador de clima en el cual la serie generada por el GCM es comparada con las observaciones locales y se seleccionan como análogos los datos más similares entre ellos. Para encontrar un análogo adecuado es necesario tener una serie con una gran longitud de registros, ya que este depende esencialmente de los registros existentes, y no genera resultados que no existan en el registro histórico.

8.2.1.4. Tipo de clima + clúster

El análisis de cluster es un método de reducción de información que agrupa los valores de un conjunto de datos en un número limitado de grupos, permitiendo el fácil manejo de información y la identificación de relaciones complejas, el método K-medios es el algoritmo de clustering utilizado por MeteoLab. Mediante el análisis de cluster la información climática diaria puede ser clasificada acorde con el tipo de clima.

Basado en la adición de los resultados agrupados de simulación de los GCM al cluster, una observación del registro de información asociada al cluster es seleccionada como la proyección climática local basada en la distribución normal para la ocurrencia de precipitación y la distribución gamma para la cantidad de precipitación.

8.2.1.5. Modelos Lineales generalizados

Los Modelos lineales generalizados son una extensión de los métodos de regresión múltiple, los cuales relacionan los predictandos y predictores mediante la estimación de unos coeficientes y una función que vincule las observaciones locales con las simulaciones de los GCM. En MeteoLab, esta familia de métodos opera en dos pasos para series de precipitación combinando los resultados de dos modelos de regresión múltiple, el primero para predecir la ocurrencia o no ocurrencia de la precipitación, y el segundo para calcular la precipitación en los días de lluvia. Traducido el 19 de abril de 2017 de <https://meteo.unican.es/trac/MLToolbox/wiki/Downscaling/BiasCorrection/Methods>

8.2.2. Aplicación

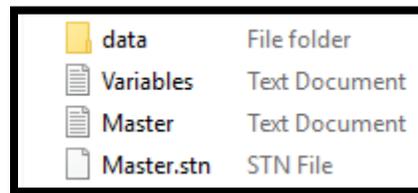
Las siguientes técnicas de reducción de escala contenidas en el Toolbox de MeteoLab fueron aplicadas a las estaciones del caso de estudio:

-“Delta”	-Analog 2
-“Scaling”	-Analog 3
-“eQM”	-Weather Generator (WG3)
-“aQM”	-Generalized Linear Models 1 (GLM1)
-“gQM”	-Generalized Linear Models 2 (GLM2)
-“gpQM”	-Generalized Linear Models 3 (GLM3)
-Analog1	-Generalized Linear Models 4 (GLM4)

Para la utilización del toolbox es necesario ejecutar el archivo *init.m* de la carpeta MeteoLab en MatLab para cargar en el entorno las rutas de las funciones.

Para la utilización de las observaciones local en MeteoLab, esta información debe prepararse siguiendo la estructura presentada en Figura 73. A continuación, se describirá la información contenida en cada archivo:

Figura 73. Estructura de los archivos de información local a utilizar en MeteoLab



Fuente: Propia

- **Master.stn:**

En este archivo se presentan en una columna el ID de las estaciones climáticas.

- **Variables.txt:**

Contiene la información de las variables meteorológicas a utilizar en el modelo, las unidades, el paso del tiempo, y una breve descripción de la variable.

Ejemplo: *“Precip, mm, 24:00, total precip accumulated in 24 hours”*

- **Master.txt:**

Se presentan las características geográficas de las estaciones y datos opcionales que describen la región de estudio, tal como se muestra en la Figura 74.

Figura 74. Ejemplo archivo Master.txt con las características geográficas de las estaciones

```
21230110, NARINO, 4.388, -74.838, 262, Country=Colombia
21230060, NARIÑO 1, 4.399, -74.826, 289, Country=Colombia
21185040, APTO SANTIAGO VILA, 4.278, -74.798, 286, Country=Colombia
21235010, JERUSALEN, 4.565, -74.696, 316, Country=Colombia
21201100, TOCAIMA, 4.467, -74.65, 490, Country=Colombia
```

Fuente: Propia

- **Carpeta data:**

En esta carpeta se incluyen todas las variables a utilizar en la técnica de reducción de escala, para el caso de estudio únicamente existirá la carpeta “Precip”, ya que la variable de estudio es la precipitación. Dentro de la carpeta “Precip” se encuentran los archivos con la información climática de cada estación, nombrados con el ID de los archivos Master (.txt y .stn). En la Figura 75 se presenta la información contenida en cada archivo: fecha de inicio y finalización, número de datos, paso de tiempo, unidades, variable, fuente.

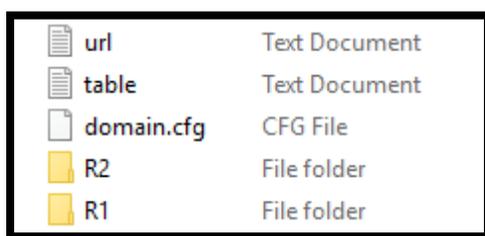
Figura 75. Ejemplo archivos con información climática en MeteoLab

```
startDate=01-Feb-1989, endDate=30-Aug-2009, ndata=7516
period=24:00, step=24:00, type=accumulated, unit=mm, var=Precip, source=observed
5
15
20
0
0
0
0
0
7
8
```

Fuente: Propia

Similarmente, también se debe preparar la información a utilizar de los GCM (histórico y RCP8.5) acorde con la estructura mostrada en la Figura 76. A continuación, se describirá la información contenida en cada archivo:

Figura 76. Estructura de los archivos GCM a utilizar en MeteoLab



Fuente: Propia

- **table.txt:**

Este archivo de texto contiene las variables climáticas del GCM, la nomenclatura de las variables y los factores de conversión de unidades (Adición y Multiplicación).

Para este caso se utilizará un factor de multiplicación de 86400 para convertir kg/ m²/s a mm/day. Ejemplo: “*pr,TP,0,86400,,*”

- **Domain.cfg**

Contiene los límites geográficos de la región de estudio, las fechas de inicio y finalización de las simulaciones, la variable climatológica del modelo y el paso de tiempo. En la Figura 77 se presenta un ejemplo de este tipo de archivos.

Figura 77. Estructura del archivo Domain.cfg

```
#Domain Iberia_NCEP
lon=-75.9375:1.875:-72.1875
lat=3.7305:1.8653:5.5958

startDate=01-Jan-1850;
endDate=31-Aug-2016;

par=TP,0,0,0;

step=24:00
tim=00
```

Fuente: Propia

- **url.txt**

Este archivo se presenta las rutas con la ubicación del GCM en formato NetCDF (.nc) que contienen la información climática para cada año a utilizar del modelo. Ejemplo:

“1850, pr, 0, ./R1/pr_day_MPI-ESM-MR_historical_r1i1p1_1850-2005.nc

2025, pr, 0, ./R1/pr_day_MPI-ESM-MR_rcp85_r1i1p1_2006-2100.nc”

Finalmente, después de haber preparado todos los archivos a utilizar en MeteoLab, habilitaremos las funciones del toolbox *nctoolbox* (Schlining, Crosby, & Signell, 2013) para obtener la información de los archivos en formato NetCDF.

A continuación, se cargarán al entorno de MatLab las observaciones locales mediante la función *loadObservations* y se crea la estructura del predictando, tal como se ilustra en la Figura 78.

Figura 78. Proceso para cargar las observaciones locales al entorno de MatLab mediante MeteoLab

```
%% Loading Observations
%Loading all the available stations and time period:
Obs.Network={'D:\Dropbox\CSD_RUN\MeteoLab\Observaciones_Bogota'};
Obs.Variable={'Precip'};
[obs_pr, StructPrecip]=loadObservations(Obs);
Obsdates=datetime(StructPrecip.StartDate):datetime(StructPrecip.EndDate);

% Build Predictand Structure
ptnPrecip = [];
ptnPrecip.meta = StructPrecip;
ptnPrecip.data = obs_pr;
```

Fuente: Propia

Posteriormente se cargaran al entorno de MatLab las simulaciones del GCM para el escenario histórico y RCP8.5 mediante la función *loadGCM* y se crea la estructura del predictor, tal como se ilustra en la Figura 79.

Figura 79. Proceso para cargar las simulaciones de GCM al entorno de MatLab mediante MeteoLab

```
%% Historic
% Loading Model Data
dmn_Hist=readDomain('D:\Google_Drive\CSD\6.Datos\3.MPI-ESM-MR\HISTORICAL');
[patterns_Hist, dmn_Hist, fcddate_hist]=loadGCM(dmn_Hist, 'D:\Google_Drive\CSD\
Hist_dates=datetime(dmn_Hist.startDate):datetime(dmn_Hist.endDate);
ind_Pr_Hist=findVarPosition('TP', 0, 0, dmn_Hist);
Pr_Hist=patterns_Hist(:, ind_Pr_Hist);

% Build Historic Predictor Structure
ptrCTL = [];
ptrCTL.meta = dmn_Hist;
ptrCTL.fields = Pr_Hist;
```

Fuente: Propia

Adicionalmente también se realiza un análisis de componentes principales (PCA) basado en las funciones ortogonales empíricas de Lorenz, los cuales permiten crear una matriz X que represente para diferentes pasos de tiempo el comportamiento de variables

atmosfericas, este análisis se realiza por medio de la función *computeEOF* como se ilustra en la Figura 80, en la que también se presenta el proceso de clustering.

Figura 80. Análisis de componentes principales y proceso de clustering

```

% Principal Components Analysis: Historic
[EOF_Hist,PC_Hist,MN_Hist,DV_Hist,PEV_Hist]=computeEOF(patterns_Hist,'path
reaData=(patterns_Hist-repmat(MN_Hist,size(patterns_Hist,1),1))./repmat(DV

% Build Historic Predictor Structure Special
ptr_REA = [];
ptr_REA.meta =dmn_Hist;
ptr_REA.pc = PC_Hist;
ptr_REA.fields = reaData;
ptr_REA.clusteringData = ptr_REA.pc(:,1:6);
clustering= makeClustering(ptr_REA.clusteringData,'kmeans',100,'Norm-2');

```

Fuente: Propia

A continuación, se definen los intervalos de fechas de calibración, validación y aplicación de las técnicas de reducción de escala, tomando como fechas de calibración del 01-ene-1958 al 31-Dec-2005, validación del 01-Jan-2006 al 31-Aug-2016 y de aplicación del 01-Sep-2016 al 31-Dec-2100, como se presenta en la Figura 81.

Figura 81. Fechas de calibración, validación y aplicación de las técnicas de reducción de escala de MeteoLab

```

%% Calibration and Validation
[dates,ia,ib]=intersect(Hist_dates,Obsdates);
datesTrain = datenum('01-Feb-1958'):datenum('31-Dec-2005');
datesTest = datenum('01-Jan-2006'):datenum('31-Aug-2016');
datesRCP=datenum('01-Sep-2016'):datenum('31-Dec-2100');

% The indices associated to the dates referred to the original period are:
[common,indTest,aux] = intersect(dates,datesTest);
indTrain=setdiff(1:length(dates),indTest);

```

Fuente: Propia

Una vez definidos los datos para los modelos, se procede a definir el tipo de método y sus propiedades:

- La primera familia de metodos aplicado fue la del factor de cambio utilizando los dos metodos incorporados en el toolbox de MeteoLab, para ambos metodos el

factor de cambio se establece de forma multiplicativa como se presenta en la Figura 82 y Figura 83, siendo adecuado para series de precipitación.

Figura 82. Parámetros del método "Delta" en MeteoLab

```
%% Delta
method = [];
method.type = 'DELTA';
method.properties.Variable = 'pr';
method.properties.CorrectionFunction = 'multiplicative';
```

Fuente: Propia

Figura 83. Parámetros del método "Scaling" en MeteoLab

```
%% Scaling
method = [];
method.type = 'SCALING';
method.properties.CorrectionFunction = 'multiplicative';
```

Fuente: Propia

- La segunda familia de metodos aplicada fue la del mapeo de cuantiles utilizando los cuatro metodos incorporados en el toolbox de MeteoLab, para todos los métodos se realiza corrección en la frecuencia y se establece como valor umbral 0.1 para verificar la ocurrencia de precipitación, adicionalmente para el método eQM se establece una correccion de la funcion para los percetiles del 1 al 99, y se realiza una extrapolación constante, mientras en el método aQM se establecen los percentiles respecto a la funcion normal, como se presenta en la Figura 84, Figura 85, Figura 86 y Figura 87.

Figura 84. Parámetros del método "eQM" en MeteoLab

```
%% eQM
method = [];
method.type = 'EQM';
method.properties.Variable = 'pr';
method.properties.extrapolation='constant';
method.properties.quantiles=1:99;
method.properties.FreqCorrection = 'true';
method.properties.threshold=0.1;
```

Fuente: Propia

Figura 85. Parámetros del método "aQM" en MeteoLab

```
%% aQM
method = [];
method.type = 'AQM';
method.properties.Variable = 'pr';
method.properties.FreqCorrection = 'true';
method.properties.normFun='prctile';
method.properties.threshold=0.1;
```

Fuente: Propia

Figura 86. Parámetros del método "gQM" en MeteoLab

```
%% gQM
method = [];
method.type = 'GQM';
method.properties.Variable = 'pr';
method.properties.FreqCorrection = 'true';
method.properties.threshold=0.1;
```

Fuente: Propia

Figura 87. Parámetros del método "gpQM" en MeteoLab

```
%% gpQM
method = [];
method.type = 'GPQM';
method.properties.Variable = 'pr';
method.properties.FreqCorrection = 'true';
method.properties.threshold=0.1;
```

Fuente: Propia

- La tercera familia de métodos aplicada corresponde a diferentes variaciones del método analógico como se presenta en la Figura 88, Figura 89 y Figura 90. Estableciendo el número de análogos (1, 5 y 15 vecindades cercanas), el método de inferencia para tener una predicción de los análogos seleccionados (valor medio o aleatorio) y el número de componentes principales (20).

Figura 88. Parámetros del método Análogo "M1a" en MeteoLab

```
%% Analog Method (M1a)
method = [];
method.type = 'ANALOGES';
method.properties.AnalogueNumber = 1;
method.properties.InferenceMethod = 'mean';
method.properties.NumberOfPCs = 20;
```

Fuente: Propia

Figura 89. Parámetros del método Análogo "M1b" en MeteoLab

```
%% Analog Method (M1b)
method = [];
method.type = 'ANALOGES';
method.properties.AnalogueNumber = 5;
method.properties.InferenceMethod = 'mean';
method.properties.NumberOfPCs = 20;
```

Fuente: Propia

Figura 90. Parámetros del método Análogo "M1c" en MeteoLab

```
%% Analog Method (M1c)
method = [];
method.type = 'ANALOGES';
method.properties.AnalogueNumber = 15;
method.properties.InferenceMethod = 'rand';
method.properties.NumberOfPCs = 20;
```

Fuente: Propia

- La cuarta técnica utilizada fue el método de tipo de clima con clustering, como se presenta en la Figura 91, seleccionando el método de inferencia (distribución uniforme para ocurrencia y distribución gamma para cantidad), el umbral de días húmedos (0.1) para verificar la ocurrencia de precipitación y el número mínimo de días lluviosos a ajustar con la distribución normal.

Figura 91. Parámetros del método tipo de clima "WT: M2c" en Meteolab

```
%% Weather Types (M2c)
method = [];
method.type = 'WT';
method.properties.ClusteringMethod = clustering;
method.properties.ThresholdPrecip = 0.1;
method.properties.minrainydays = 10;
method.properties.InferenceMethod = 'sim_unigam';
```

Fuente: Propia

- El quinto método utilizado corresponde al uso de modelos lineales generalizados como se presenta en la Figura 92, Figura 93, Figura 94 y Figura 95, escogiendo el umbral de días húmedos, el número mínimo de días lluviosos, el número de vecinos cercanos, y la simulación de ocurrencia y cantidad de precipitación.

Figura 92. Parámetros del método "GLM: M4a" en Meteolab

```
%% Generalized Linear Models (M4a)
method = [];
method.type = 'GLM';
method.properties.ThresholdPrecip = 1;
method.properties.NumberOfNearestNeighbours = 0;
method.properties.NumberOfPCs = 20;
method.properties.SimOccurrence = 'true';
method.properties.SimAmount = 'true';
method.properties.minrainydays = 5;
```

Fuente: Propia

Figura 93. Parámetros del método "GLM: M4b" en Meteolab

```
%% Generalized Linear Models (M4b)
method = [];
method.type = 'GLM';
method.properties.ThresholdPrecip = 1;
method.properties.NumberOfNearestNeighbours = 1;
method.properties.NumberOfPCs = 0;
method.properties.SimOccurrence = 'true';
method.properties.SimAmount = 'true';
method.properties.minrainydays = 5;
```

Fuente: Propia

Figura 94. Parámetros del método "GLM: M4c" en MeteoLab

```
%% Generalized Linear Models (M4c)
method = [];
method.type = 'GLM';
method.properties.ThresholdPrecip = 1;
method.properties.NumberOfNearestNeighbours = 4;
method.properties.NumberOfPCs = 0;
method.properties.SimOccurrence = 'true';
method.properties.SimAmount = 'true';
method.properties.minrainydays = 5;
```

Fuente: Propia

Figura 95. Parámetros del método "GLM: M4d" en MeteoLab

```
%% Generalized Linear Models (M4d)
method = [];
method.type = 'GLM';
method.properties.ThresholdPrecip = 1;
method.properties.NumberOfNearestNeighbours = 1;
method.properties.NumberOfPCs = 20;
method.properties.SimOccurrence = 'true';
method.properties.SimAmount = 'true';
method.properties.minrainydays = 5;
```

Fuente: Propia

Una vez definido el método de la técnica reducción de escala a utilizar, las fechas de calibración, validación y aplicación de la técnica, y están cargadas las observaciones locales y las simulaciones de GCM en el entorno de MatLab, se procede a realizar el proceso de downscaling mediante la función **downTrain** (entrenamiento y validación del modelo) y la función **downSim** (aplicación del modelo), como se muestra en la Figura 96.

Figura 96. Aplicación del método "Tipo de clima: M2c" mediante las funciones downTrain y downSim

```
downTrain(ptr_REA,ptnPrecip,method,'datesTrain',datesTrain,'datesTest',datesTest);
Training model...
Applying model...
downSim(ptr_FUT,model_WT3,'datesTest',datesRCP);
Applying model...
```

Fuente: Propia

8.2.3. Resultados

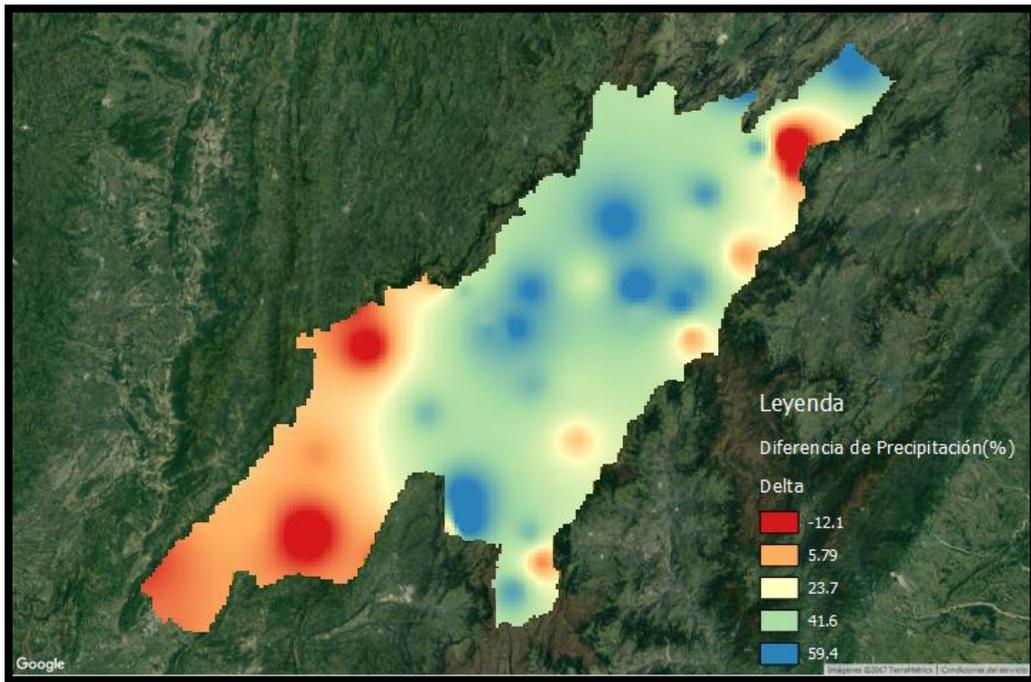
A continuación, se presentan brevemente los resultados obtenidos por el toolbox de MeteoLab, los resultados detallados de cada método, así como el resumen del perfil de la simulación se encuentran en el Anexo F. En la Figura 97 se presentan las variables resultado del proceso de aplicación de las diferentes técnicas de reducción de escala contenidas en el toolbox MeteoLab, las variables con las proyecciones futuras fueron nombradas con el siguiente nombre; “*SIMproj85_Nombre del método*”, haciendo referencia al escenario RCP8.5 y al método utilizado, similarmente las variables con los datos para validación poseen el siguiente nombre: “*Ypred_Nombre del método*”. En la Figura 98 se presenta una comparación espacial de la precipitación media actual (1970-2000) y la precipitación media futura (2070-2100) para el escenario RCP8.5. También se presenta una comparación de los datos observados y modelados para el periodo 1995-2015, y la proyección el modelo hasta el 2050 para la estación pr_21185040 (APTO SANTIAGO VILA) en la Figura 99.

Figura 97. Variables resultado del proceso de validación y aplicación de los métodos de MeteoLab

SIMproj85_analog	30802x47 double
SIMproj85_analog2	30802x47 double
SIMproj85_analog3	30802x47 double
SIMproj85_aQM	30802x47 double
SIMproj85_Delta	30802x47 double
SIMproj85_eQM	30802x47 double
SIMproj85_gpQM	30802x47 double
SIMproj85_gQM	30802x47 double
SIMproj85_Scaling	30802x47 double
StructPrecip	1x1 struct
Ypred_analog	3896x47 double
Ypred_analog2	3896x47 double
Ypred_analog3	3896x47 double
Ypred_aQM	3896x47 double
Ypred_Delta	3896x47 double
Ypred_eQM	3896x47 double
Ypred_gpQM	3896x47 double
Ypred_gQM	3896x47 double
Ypred_Precip	3896x47 double
Ypred_Scaling	3896x47 double

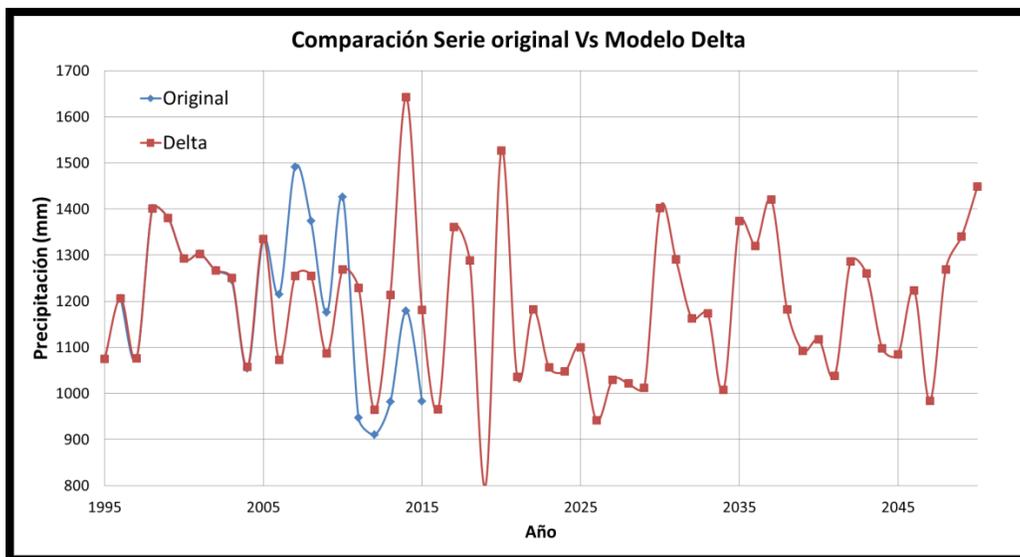
Fuente: Propia

Figura 98. Variabilidad espacial de la diferencia porcentual de la precipitación media entre los registros históricos de 1970 a 2000 y la proyección MPI-ESM-MR RCP8.5 de 2070 a 2100



Fuente: Propia

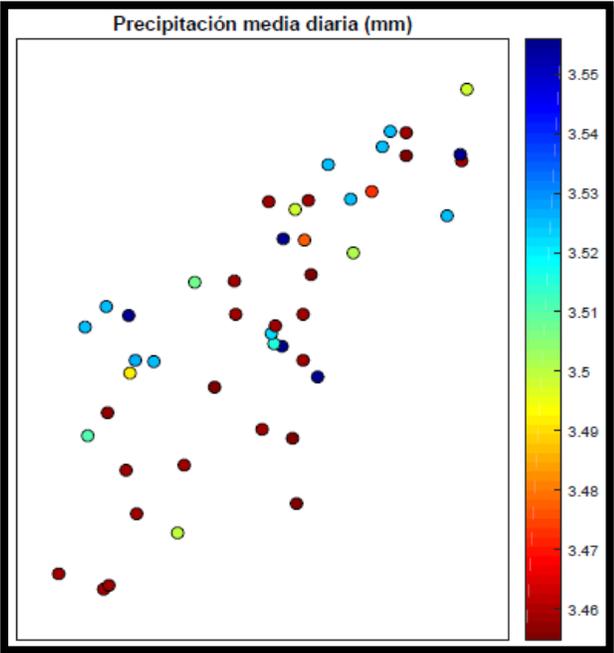
Figura 99. Comparación precipitación anual promedio para los registros históricos y la proyección MPI-ESM-MR RCP8.5 de la técnica "Delta" para el periodo 1995-2050



Fuente: Propia

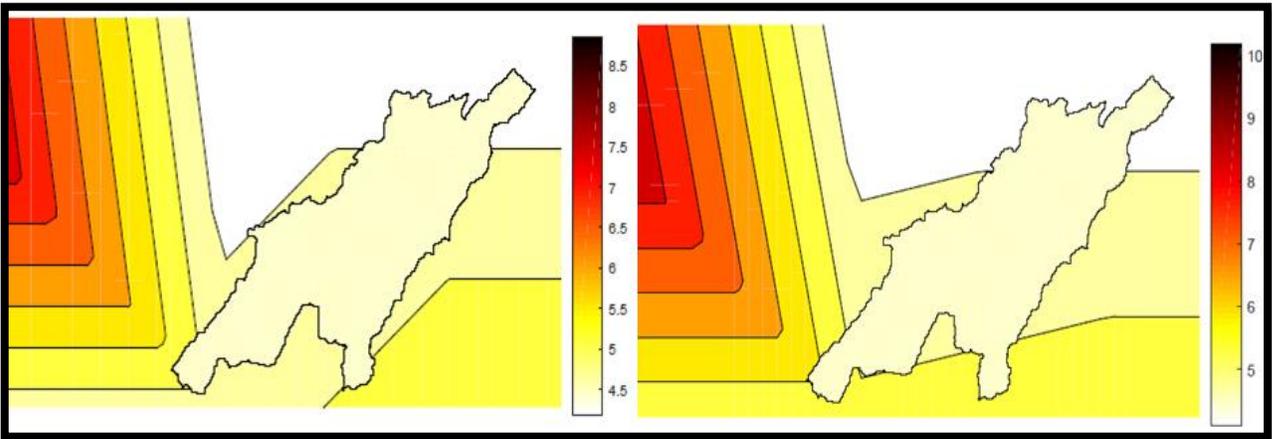
Adicionalmente, mediante las funciones drawpoint y drawgrid de MeteoLab se presenta la precipitación media de las estaciones climáticas locales y del modelo climático en escenario histórico y simulado, tal como se presenta en la Figura 100 y Figura 101.

Figura 100. Precipitación media diaria de las observaciones locales mediante MeteoLab.



Fuente: Propia

Figura 101. Precipitación media diaria del GCM: MPI-ESM-MR mediante MeteoLab para la simulación histórica (izquierda) y simulación RCP 8.5 (derecha).



Fuente: Propia

Capítulo IX

9. ANALISIS Y COMPARACION DE LOS RESULTADOS

En este capítulo se presentan los análisis de los resultados obtenidos de la técnica de reducción de escala CSD (evaluación de la presencia de caos determinístico y modelo predictivo), y su comparación con otras técnicas de reducción de referencia.

9.1. Análisis estadístico de las series de tiempo

En la primera parte de este análisis, se realizará una comparación estadística de las series de tiempo históricas de las estaciones locales y el GCM, así como la verificación del proceso de completar los datos faltantes en las estaciones locales.

9.1.1. Verificación de datos faltantes en las series de tiempo

A pesar de los estrictos criterios utilizados en la selección de las estaciones utilizadas en la técnica de reducción de escala, es necesario verificar que el proceso de completar los datos faltantes en las series de tiempo no haya modificado considerablemente las propiedades estadísticas de la serie o su distribución. Para esto, se compararon las estadísticas básicas de las series de tiempo (con y sin datos faltantes) y se calculó la diferencia porcentual entre ellas, en la Tabla 18 se presenta esta comparación, observando que las diferencias promedio en valor medio y desviación estándar no superan en promedio el 1%, igualmente no hubo variación en los valores extremos.

Tabla 18. Diferencia porcentual de estadísticas entre la serie original con datos faltantes, y la serie completa

Estacion	Diferencia Medias (%)	Diferencia Desviación Estándar (%)	Diferencia Valor Maximo (%)
pr_21230110	0.74%	0.88%	0 %
pr_21230060	0.14%	0.53%	0 %
pr_21185040	0.07%	0.57%	0 %
pr_21235010	0.46%	1.60%	0 %
pr_21201100	1.31%	1.81%	0 %
pr_21230070	0.57%	0.03%	0 %
pr_21201090	0.23%	0.68%	0 %
pr_21205660	0.06%	1.51%	0 %
pr_23065060	0.04%	0.17%	0 %

pr_21190030	0.27%	0.16%	0 %
pr_21205670	0.57%	1.11%	0 %
pr_21195120	0.69%	1.57%	0 %
pr_21206280	0.98%	2.16%	0 %
pr_23065100	0.42%	0.51%	0 %
pr_21201920	0.89%	0.17%	0 %
pr_21201320	0.15%	0.14%	0 %
pr_21201310	0.32%	1.26%	0 %
pr_21201070	0.18%	0.13%	0 %
pr_21201270	0.69%	0.71%	0 %
pr_21201550	1.57%	1.24%	0 %
pr_21205980	1.21%	0.88%	0 %
pr_21201200	0.84%	0.86%	0 %
pr_21201140	0.28%	0.49%	0 %
pr_21201580	0.18%	1.15%	0 %
pr_21201210	0.56%	0.16%	0 %
pr_21205790	0.71%	0.66%	0 %
pr_21201300	0.18%	0.30%	0 %
pr_21201600	0.04%	0.19%	0 %
pr_21201230	2.06%	2.07%	0 %
pr_21205890	0.11%	1.08%	0 %
pr_21205910	0.24%	1.21%	0 %
pr_21201250	0.70%	0.65%	0 %
pr_21205920	0.96%	1.08%	0 %
pr_21201190	0.06%	0.20%	0 %
pr_21201610	0.23%	0.46%	0 %
pr_21201220	1.08%	1.23%	0 %
pr_21205700	0.93%	1.82%	0 %
pr_21201050	0.69%	1.36%	0 %
pr_21205850	0.84%	2.58%	0 %
pr_21200780	0.09%	0.28%	0 %
pr_24010140	0.26%	0.34%	0 %
pr_21201650	0.31%	0.04%	0 %
pr_24011080	1.22%	0.68%	0 %
pr_21200160	1.51%	0.90%	0 %
pr_21205740	1.25%	2.36%	0 %
pr_21200620	0.04%	0.01%	0 %
pr_21201640	2.83%	2.36%	0 %

Fuente: Propia

9.1.2. Comparación de las propiedades estadísticas

Una vez verificada la calidad en el proceso de completar los datos faltantes en las series de tiempo de las estaciones locales, se procede a comparar las principales estadísticas entre el GCM y las estaciones locales. En esta comparación se encontró que existe una gran diferencia porcentual promedio entre los valores máximos de las estaciones locales y las celdas del GCM, del orden del 230%, y una diferencia porcentual promedio del 186% entre los valores medios del GCM y las estaciones locales. Estos valores son de gran importancia ya que evidencian que es necesario corregir el sesgo (Bias) para asegurar buenos resultados en la técnica de reducción de escala. En la técnica de reducción de escala CSD estos valores fueron utilizados en el proceso de calibración del parámetro AMPLITUD.

9.2. Caos determinístico y sincronización

Para el análisis de evaluación de la presencia de caos en las series de precipitación de la cuenca alta del río Bogotá, se realizaron acumulaciones de intervalos de 3,5, 7, 10,15 y 30 días para cada serie de tiempo, con la finalidad de obtener un mayor rango de análisis. En la Tabla 19 se presenta el número de estaciones pluviográficas encontradas en cada intervalo, para cada uno de los tipos de movimientos posibles del sistema dinámico y en la Tabla 20 se presenta el mismo análisis para la celda GCM. En la Figura 102 se presenta la comparación de los exponentes de Lyapunov para diferentes intervalos de acumulación

Tabla 19. Comparación del número de estaciones con registros de percipitación (47 en total) encontradas en cada intervalo para cada uno de los tipos de movimientos posibles del sistema dinámico (Estable, Caos determinístico y Aleatorio).

Acumulación \ Tipo de Movimiento	Estable	Caos determinístico	Aleatorio
3 días	0	31	16
5 días	0	46	1
7 días	0	47	0
10 días	11	36	0
15 días	32	15	0
30 días	47	0	0

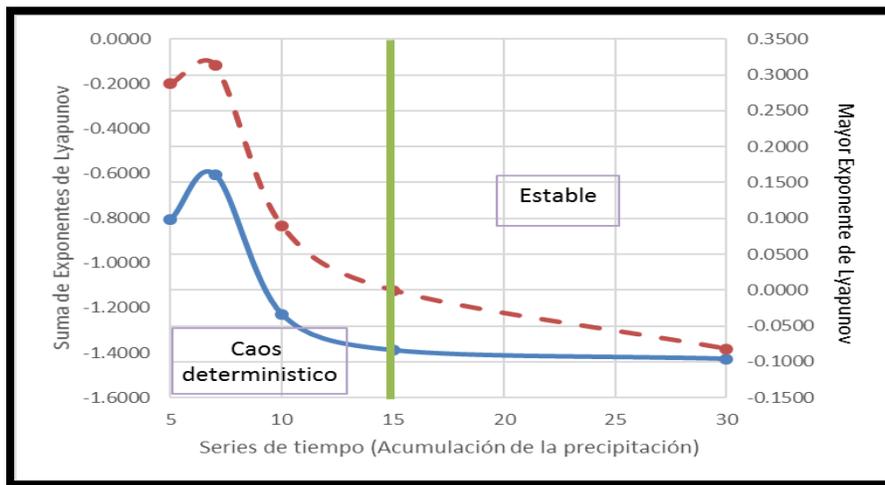
Fuente: Propia

Tabla 20. Comparación del número de celdas GCM encontradas en cada intervalo para cada uno de los tipos de movimientos posibles del sistema dinámico (Estable, Caos determinístico y Aleatorio).

Acumulación \ Tipo de Movimiento	Estable	Caos determinístico	Aleatorio
3 días	0	0	2
5 días	0	2	0
7 días	0	2	0
10 días	0	2	0
15 días	0	2	0
30 días	1	1	0

Fuente: Propia

Figura 102. Comparación para diferentes intervalos de acumulación en la estación pr_21185040.



Fuente: Propia

Analizando los resultados presentados, se observa que en la celda del GCM y en las estaciones pluviográficas a partir de la acumulación de precipitación de 5 días el tipo de movimiento del sistema dinámico deja de ser aleatorio y pasa a ser principalmente caótico determinístico, asegurando así la predictibilidad a corto plazo para proyecciones climáticas. También se observa que en ambos casos el tipo de movimiento del sistema dinámico cambia de caótico determinístico a estable en el intervalo de acumulación de precipitación entre 15 a 30 días, asegurando así, la existencia de predictibilidad a largo plazo, para proyecciones climáticas mensuales.

9.2.1. Comparación de los parámetros para la reconstrucción del espacio de fase entre el GCM y las estaciones locales

Similar a la comparación estadística, también se compararon los resultados obtenidos de la reconstrucción del espacio de fase, como se observa en la Tabla 21 y Tabla 22 para las estaciones locales y las celdas del GCM respectivamente. Al realizar la comparación, se observa que las dimensiones promedio de embebimiento son de 6 y 8 respectivamente, por lo que el sistema dinámico del modelo climático global es más complejo que el promedio de las estaciones locales, lo cual también se ve reflejado en la dimensión promedio del atractor de 3.5 para las estaciones locales y 4.86 para el GCM. Estos resultados permiten identificar el grado de dificultad para sincronizar los sistemas.

En referencia a los diferentes métodos utilizados para el cálculo del tiempo de retardo y la dimensión del plano de fase, se observa que para el cálculo del tiempo de retardo, los métodos de autocorrelación e información mutua se complementan adecuadamente, permitiendo identificar el mínimo tiempo de retardo para correlaciones lineales y no-lineales que en este caso varían de 4 a 11 pasos de tiempo. En el cálculo de la dimensión del plano de fase el método de cao es el que presenta los mejores resultados, seguido del método de la dimensión de correlación y por último el método de los vecinos falsos más próximos, el cual solo encontró la dimensión del plano de fase en sistemas estables. La entropía de correlación y la identidad de Pesin, permitieron identificar en la mayoría de estaciones que se encontró caos determinístico mediante la entropía de Kolmogorov para valores positivos superior a cero, tal como se presentan en los Anexos.

Tabla 21. Parámetros para la reconstrucción del espacio de fase obtenidos de la evaluación de la presencia de caos determinístico en las estaciones locales.

Estacion	Tiempo de retardo (τ)	Dimensión del plano de fase (m)	Kaplan-Yorke Dimension
pr_21230110	4	10	6.84
pr_21230060	4	8	5.79
pr_21185040	5	6	4.69
pr_21235010	6	7	4.79
pr_21201100	4	9	6.40
pr_21230070	4	6	4.01
pr_21201090	7	7	5.02
pr_21205660	3	6	4.19

pr_23065060	4	6	2.99
pr_21190030	3	4	2.78
pr_21205670	4	4	3.08
pr_21195120	6	4	2.16
pr_21206280	4	6	3.55
pr_23065100	4	2	1.79
pr_21201920	4	5	3.12
pr_21201320	4	6	3.68
pr_21201310	4	6	3.59
pr_21201070	4	8	4.19
pr_21201270	4	4	2.28
pr_21201550	6	6	3.05
pr_21205980	4	6	3.40
pr_21201200	4	6	3.20
pr_21201140	3	7	4.49
pr_21201580	5	5	2.78
pr_21201210	4	6	3.41
pr_21205790	4	4	3.04
pr_21201300	14	5	2.25
pr_21201600	4	6	3.18
pr_21201230	4	5	3.57
pr_21205890	4	6	2.44
pr_21205910	4	5	3.64
pr_21201250	3	5	2.92
pr_21205920	4	5	2.73
pr_21201190	3	3	2.39
pr_21201610	3	6	2.94
pr_21201220	5	6	3.02
pr_21205700	3	5	3.05
pr_21201050	5	6	2.64
pr_21205850	3	6	3.06
pr_21200780	5	4	2.22
pr_24010140	4	10	6.31
pr_21201650	7	8	4.30
pr_24011080	4	8	4.45
pr_21200160	7	6	3.30
pr_21205740	9	6	2.96
pr_21200620	5	6	3.18
pr_21201640	3	6	3.29

Fuente: Propia

Complementariamente, mediante las funciones *Statistical_Comparison* y *Chaos_Comparison* también fue posible evidenciar la no-linealidad del sistema dinámico, observando por ejemplo, la periodicidad de la señal del espectro de potencia.

Tabla 22. Parámetros para la reconstrucción del espacio de fase obtenidos de la evaluación de la presencia de caos determinístico en el modelo climático global.

GCM	Tiempo de retardo (τ)	Dimensión del plano de fase (m)	Kaplan-Yorke Dimension
Celda 1	11	8	4.34
Celda 2	11	8	5.38

Fuente: Propia

9.2.2. Sincronización de los sistemas dinámicos

Como resultado de la sincronización de los sistemas caóticos, se observa que se presenta un leve grado de sincronización con los parámetros establecidos y la reconstrucción del espacio de fase realizada. Lo anterior se observa en los valores obtenidos de la función generalizada de similitud (S_G), los cuales oscilan alrededor de 1.1 y permiten identificar un mínimo global, y por ende un grado de sincronización, sin embargo, la presencia de valores cercanos a 1 también representan poca correlación entre los sistemas dinámicos.

Así mismo, los valores de μ en la función de vecinos falsos mutuos mas próximos no están cercanos al valor teórico de $\mu = 1$, ideal para sincronización general, pero si existe una tendencia oscilante alrededor de un valor “constante” mayor que 1, lo cual permite establecer una relación entre los vecinos de los atractores.

Pese a lo mencionado anteriormente, cabe aclarar que gran parte de las aplicaciones asociadas a la sincronización de sistemas caóticos, son realizadas en laboratorios en experimentos cuyas variables pueden ser controladas, lo cual no se presenta en el sistema climático y sus procesos asociados.

9.3. Comparación con otras técnicas de reducción de escala

Como metodología de evaluación de los resultados obtenidos por la técnica de reducción de escala estadística CSD, se compararon los resultados obtenidos con otras técnicas y se calculó el error para el periodo histórico de validación.

9.3.1. Validación con registros históricos

En el proceso de validación de los resultados, se evaluaron un total de 16 técnicas de reducción de escala estadística (incluida CSD, presentada en esta investigación), bajo tres diferentes medidas del error, como se observa en la Tabla 23:

- Diferencia absoluta del valor promedio de la técnica de reducción de escala y los registros históricos de validación.
- Diferencia absoluta de los valores maximos de la técnica de reducción de escala y los registros históricos de validación.
- RMSE: La raíz cuadrada del error cuadrático medio.

Tabla 23. Comparación del error obtenido para diferentes técnicas de reducción de escala estadística en la estación pr_21185040

Modelo	DIF MEAN	DIF MAX	RMSE
CSD	77.8	235.5	197.7
k_NN	28.4	381.6	289.7
Delta	43.7	13.9	225.0
Analog_1	210.7	575.6	413.9
Analog_2	100.3	848.2	198.6
Analog_3	25.8	31.8	215.9
aQM	711.1	1420.2	807.6
eQM	323.2	382.3	492.2
gQM	509.9	365.4	673.9
gpQM	326.6	486.9	466.3
Scaling	207.3	316.4	319.0
GLM_1	83.8	296.9	283.3
GLM_2	184.3	353.5	355.5
GLM_3	139.6	490.4	249.6
GLM_4	121.2	64.1	409.1
WG3	74.9	50.3	322.5

Fuente: Propia

Una vez realizado el cálculo de los errores, se compararon los resultados obtenidos y se seleccionaron para un análisis detallado aquellas técnicas que presentaron los mejores desempeños (menor error), las cuales se enuncian a continuación:

- CSD
- k-NN
- Delta
- Analog_3
- GLM_2
- WG3
- GLM3

A continuación en la Tabla 24, Tabla 25 y Tabla 26 se presentan los resultados de las siete técnicas de reducción de escala en la totalidad de las estaciones. Con estos resultados se identificó la mejor técnica de reducción de escala para cada medida del error, obteniendo: Diferencia de las medias: k-NN, Diferencia de los valores máximos: Analog_3 y la raíz cuadrada del error cuadrático medio (RMSE): CSD.

Tabla 24. Comparación de la diferencia media absoluta entre los datos de validación y diferentes técnicas de reducción de escala estadística. Unidades en mm

Estacion	CSD	k_NN	Delta	Analog_3	GLM_2	GLM_3	WG3
pr_21230110	39.10	11.62	25.44	35.53	125.03	18.54	31.16
pr_21230060	32.99	70.54	16.08	53.39	203.36	140.33	50.78
pr_21185040	77.81	28.36	43.71	25.76	184.32	139.61	74.85
pr_21235010	121.78	308.55	25.18	33.83	104.26	52.36	5.66
pr_21201100	31.02	17.51	166.46	82.32	380.08	108.60	169.32
pr_21230070	11.56	90.03	129.64	68.67	8.95	8.95	22.85
pr_21201090	304.02	149.41	157.94	227.41	8.59	158.42	109.21
pr_21205660	140.57	221.58	48.95	133.09	86.87	72.15	40.03
pr_23065060	315.59	128.40	401.16	320.73	152.27	293.68	285.15
pr_21190030	119.39	90.97	114.32	98.17	14.63	268.12	110.43
pr_21205670	158.98	222.67	62.57	132.04	28.64	13.80	60.78
pr_21195120	722.87	347.67	574.52	566.49	430.58	326.01	539.08
pr_21206280	263.26	104.07	257.17	227.71	318.98	367.69	400.52
pr_23065100	607.42	325.28	446.89	485.86	527.96	488.38	350.19
pr_21201920	599.90	198.44	3.61	21.33	299.91	153.94	164.58
pr_21201320	55.03	50.30	480.19	395.06	609.53	586.49	566.20
pr_21201310	105.34	170.95	465.96	371.15	570.47	433.71	538.99
pr_21201070	120.44	100.44	209.68	140.21	266.72	386.29	292.57
pr_21201550	172.65	212.37	261.64	191.71	450.70	325.53	339.38
pr_21205980	134.61	94.90	288.94	188.94	433.96	383.76	513.39
pr_21201200	269.09	222.15	210.98	125.86	394.65	358.27	228.00
pr_21201140	196.88	96.26	401.07	331.60	427.50	500.69	434.33
pr_21201580	69.56	26.28	407.96	276.47	370.02	517.48	464.42
pr_21201210	216.58	80.62	395.81	326.34	440.75	417.97	360.90
pr_21205790	307.52	209.06	184.85	115.38	329.38	233.97	191.61
pr_21201300	114.74	60.02	27.25	57.87	96.99	50.31	89.21
pr_21201600	181.00	236.60	49.03	106.73	12.05	168.98	72.03
pr_21201230	195.31	148.06	166.07	96.60	253.52	212.76	212.83
pr_21205890	213.72	14.91	127.05	140.84	185.28	370.65	381.22
pr_21205910	430.52	230.85	149.00	77.90	205.62	202.10	267.46

pr_21201250	150.11	43.75	305.44	304.71	392.58	278.69	436.63
pr_21205920	158.89	26.06	343.74	217.76	404.49	405.43	280.12
pr_21201190	142.06	158.05	404.33	319.20	560.96	559.11	416.59
pr_21201610	132.02	4.94	364.86	286.35	485.41	503.69	368.87
pr_21201220	12.84	79.94	110.38	26.24	152.96	132.11	175.92
pr_21205700	12.84	79.94	110.38	26.24	152.96	132.11	175.92
pr_21201050	285.06	73.87	90.72	4.09	228.14	244.64	174.38
pr_21205850	414.19	72.54	194.66	167.19	166.10	216.47	223.44
pr_21200780	123.16	39.04	34.49	119.62	2.41	155.88	59.21
pr_24010140	124.10	1.33	394.10	412.76	443.61	466.00	478.85
pr_21201650	9.81	60.58	405.14	361.70	437.65	498.08	464.92
pr_24011080	50.26	182.71	532.38	555.09	611.86	457.45	736.35
pr_21200160	408.27	242.34	77.64	162.76	46.45	52.69	2.81
pr_21205740	143.93	1084.93	111.80	42.33	309.17	275.15	304.81
pr_21200620	74.78	114.20	104.59	189.72	3.64	11.29	23.88
pr_21201640	278.69	130.82	317.62	242.69	312.05	441.10	304.48
PROMEDIO	192.40	144.87	221.77	193.33	274.61	273.68	260.75

Fuente: Propia

Tabla 25. Comparación de la diferencia máxima absoluta entre los datos de validación y diferentes técnicas de reducción de escala estadística. Unidades en mm

Estacion	CSD	k_NN	Delta	Analog_3	GLM_2	GLM_3	WG3
pr_21230110	178	225	369	32	24	55	51
pr_21230060	113	300	222	32	206	36	88
pr_21185040	235	382	14	32	354	490	50
pr_21235010	206	152	190	63	23	88	312
pr_21201100	13	58	282	32	271	295	51
pr_21230070	24	184	376	32	20	123	153
pr_21201090	425	183	853	32	164	254	233
pr_21205660	187	77	395	32	263	153	136
pr_23065060	445	185	329	19	185	69	158
pr_21190030	206	265	78	14	70	319	452
pr_21205670	395	655	462	32	62	310	55
pr_21195120	745	476	331	1	121	91	5
pr_21206280	639	307	429	35	53	3	195
pr_23065100	759	250	10	4	50	3	26
pr_21201920	819	473	45	113	323	88	17
pr_21201320	471	23	617	56	168	64	201
pr_21201310	518	6	711	56	90	370	15
pr_21201070	375	352	288	32	189	48	26
pr_21201550	474	109	357	43	120	156	438

pr_21205980	268	10	529	62	229	111	147
pr_21201200	847	227	368	56	80	203	19
pr_21201140	592	241	691	32	81	410	226
pr_21201580	202	49	634	124	4	171	29
pr_21201210	486	176	760	32	89	35	68
pr_21205790	665	201	554	32	191	225	235
pr_21201300	156	160	26	56	501	96	169
pr_21201600	551	189	95	15	273	337	347
pr_21201230	522	346	297	32	247	340	74
pr_21205890	537	274	301	58	402	547	617
pr_21205910	793	401	242	31	159	10	148
pr_21201250	415	281	185	56	444	202	54
pr_21205920	474	283	462	119	122	73	45
pr_21201190	480	521	128	56	283	49	4
pr_21201610	290	232	304	17	507	7	211
pr_21201220	282	424	10	32	43	99	56
pr_21205700	282	424	10	32	43	99	56
pr_21201050	543	257	221	56	18	69	289
pr_21205850	778	636	185	27	300	171	10
pr_21200780	254	200	144	56	248	205	295
pr_24010140	132	33	115	32	17	112	151
pr_21201650	438	363	197	44	146	127	39
pr_24011080	60	201	481	19	53	67	287
pr_21200160	665	345	164	56	125	131	227
pr_21205740	357	3509	2952	32	300	13	467
pr_21200620	25	172	287	56	27	35	248
pr_21201640	662	201	470	21	111	19	454
PROMEDIO	412.69	326.42	373.27	41.96	169.47	151.68	165.98

Fuente: Propia

Tabla 26. Comparación del error RMSE entre los datos de validación y diferentes técnicas de reducción de escala estadística.

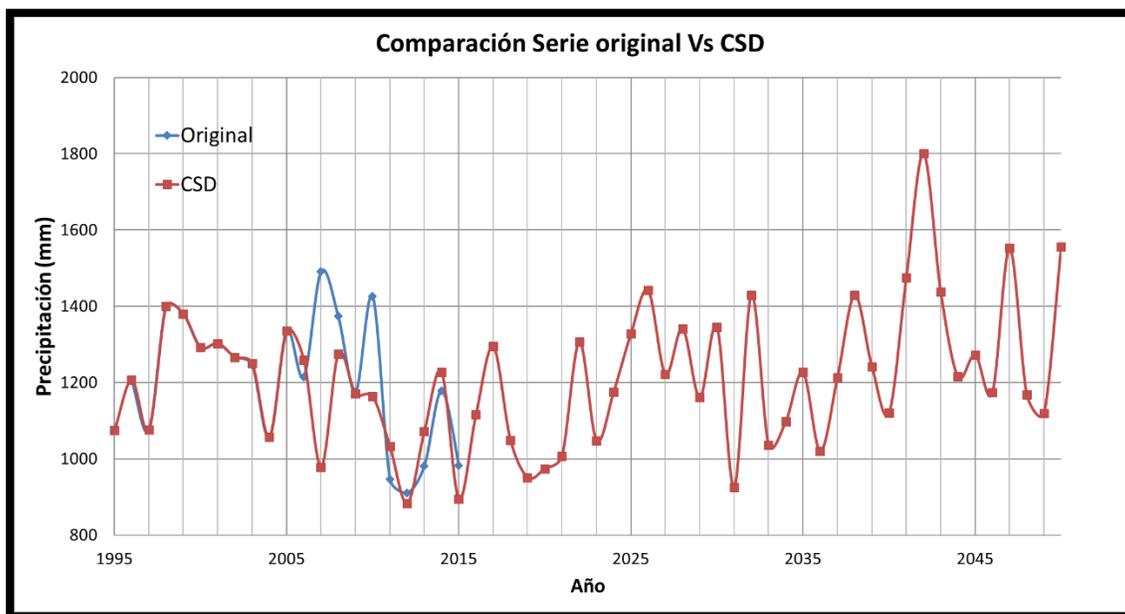
Estacion	CSD	k_NN	Delta	Analog_3	GLM_2	GLM_3	WG3
pr_21230110	290.8	303.9	238.5	335.6	372.0	398.8	260.6
pr_21230060	194.4	388.3	206.6	268.7	339.1	292.0	158.9
pr_21185040	197.7	289.7	225.0	215.9	355.5	249.6	322.5
pr_21235010	229.2	319.5	107.9	165.0	179.5	330.5	114.0
pr_21201100	256.4	342.7	344.1	327.6	501.6	307.0	469.0
pr_21230070	219.3	313.6	182.6	197.4	158.6	343.1	141.2
pr_21201090	534.1	505.5	281.7	392.1	346.6	309.8	292.7
pr_21205660	245.7	344.6	249.5	250.2	355.9	216.8	216.2

pr_23065060	325.0	224.3	421.7	421.2	252.9	354.2	436.7
pr_21190030	265.7	282.9	189.2	252.8	283.7	349.4	309.7
pr_21205670	384.2	508.6	305.4	363.8	310.6	289.7	335.8
pr_21195120	743.8	409.7	579.0	602.0	474.8	364.2	551.4
pr_21206280	402.9	380.7	339.4	383.4	429.5	460.6	489.4
pr_23065100	660.6	452.9	476.1	590.3	628.6	585.4	599.8
pr_21201920	727.9	424.9	296.6	387.9	488.4	480.1	452.8
pr_21201320	356.2	353.3	591.1	588.8	696.1	711.2	787.6
pr_21201310	265.2	269.2	550.2	450.6	688.5	480.1	612.4
pr_21201070	267.4	319.8	347.5	336.1	443.8	575.2	417.8
pr_21201550	315.1	385.1	384.4	350.3	630.4	454.5	445.8
pr_21205980	224.2	286.1	371.9	315.8	507.0	486.4	613.6
pr_21201200	518.3	476.2	498.1	522.1	575.7	548.3	419.2
pr_21201140	379.3	382.8	496.5	464.5	528.3	598.0	562.7
pr_21201580	199.2	198.0	477.9	375.2	428.3	573.1	541.1
pr_21201210	297.1	254.8	474.2	440.5	500.8	504.5	436.6
pr_21205790	441.7	370.3	361.0	337.7	395.2	404.3	371.2
pr_21201300	221.8	227.4	203.8	262.4	314.2	236.0	327.1
pr_21201600	493.2	507.8	378.1	405.3	508.1	433.2	473.7
pr_21201230	330.3	345.7	356.7	345.5	380.3	397.9	527.6
pr_21205890	434.2	233.8	242.1	352.7	411.3	545.6	532.8
pr_21205910	527.9	464.2	352.7	333.2	438.2	300.0	381.6
pr_21201250	330.0	235.6	399.3	458.2	512.6	375.6	562.1
pr_21205920	288.8	240.9	438.2	372.2	445.1	563.1	413.2
pr_21201190	262.9	304.1	480.4	424.6	609.2	655.3	502.5
pr_21201610	193.1	128.3	406.7	387.2	531.5	558.2	466.0
pr_21201220	402.5	330.0	427.1	392.3	427.6	514.3	385.3
pr_21205700	402.5	330.0	427.1	392.3	427.6	514.3	385.3
pr_21201050	373.5	271.6	287.6	261.8	396.1	378.2	351.7
pr_21205850	471.9	246.1	330.5	360.6	347.1	295.7	351.2
pr_21200780	318.8	347.8	252.1	362.8	212.8	402.0	311.6
pr_24010140	249.9	195.9	414.9	456.5	476.6	555.7	614.5
pr_21201650	220.2	187.0	449.6	460.1	537.7	586.3	533.5
pr_24011080	133.1	215.1	540.4	584.6	648.6	603.0	804.1
pr_21200160	479.7	329.8	296.8	363.3	246.1	271.5	218.0
pr_21205740	235.2	1818.6	266.9	287.2	493.0	437.2	488.5
pr_21200620	337.9	510.9	404.1	485.0	466.6	417.0	360.4
pr_21201640	404.0	336.3	464.1	415.3	477.3	564.2	473.6
PROMEDIO	348.97	360.74	365.56	380.40	438.68	440.68	430.94

Fuente: Propia

Con base en los resultados presentados, se observa que el esquema actual de la técnica de reducción de escala estadística CSD presenta un buen desempeño para los valores medios de la serie, y no representa correctamente los valores extremos, como se presenta de forma ilustrativa en la Figura 103. Estos resultados pueden ser producto de la calibración del modelo predictivo, especialmente del parámetro AMPLITUDE la cual reduce el sesgo entre las dos series, y de la función $F\mu$ dada la alta sensibilidad del modelo a este parámetro.

Figura 103. Comparación de la serie simulada para el periodo de validación y los registros históricos locales de la estación pr_21185040

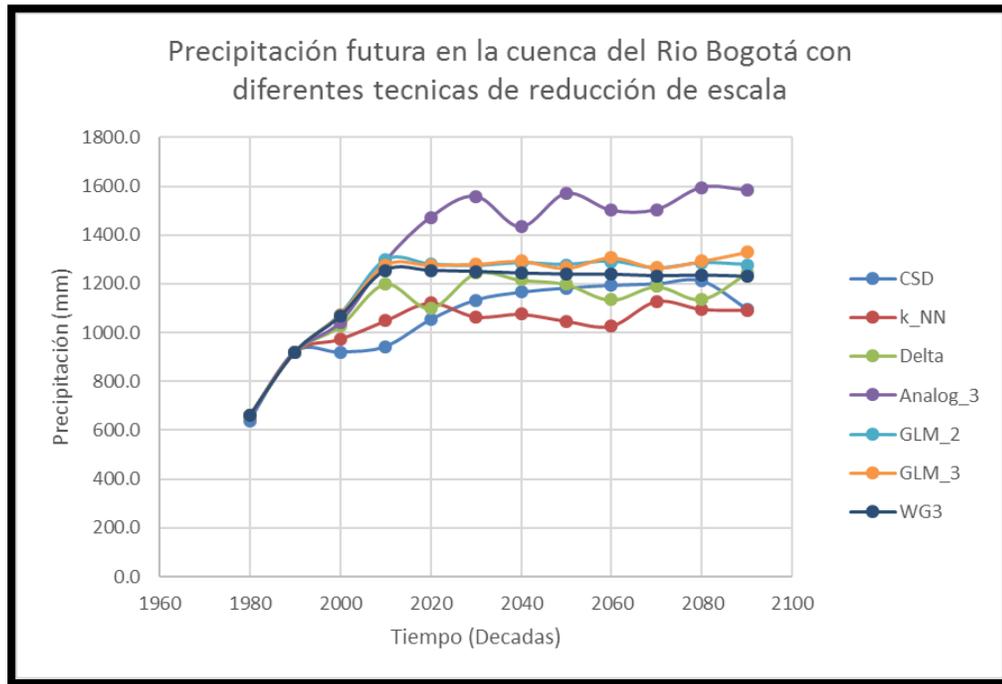


Fuente: Propia

9.3.2. Proyecciones futuras

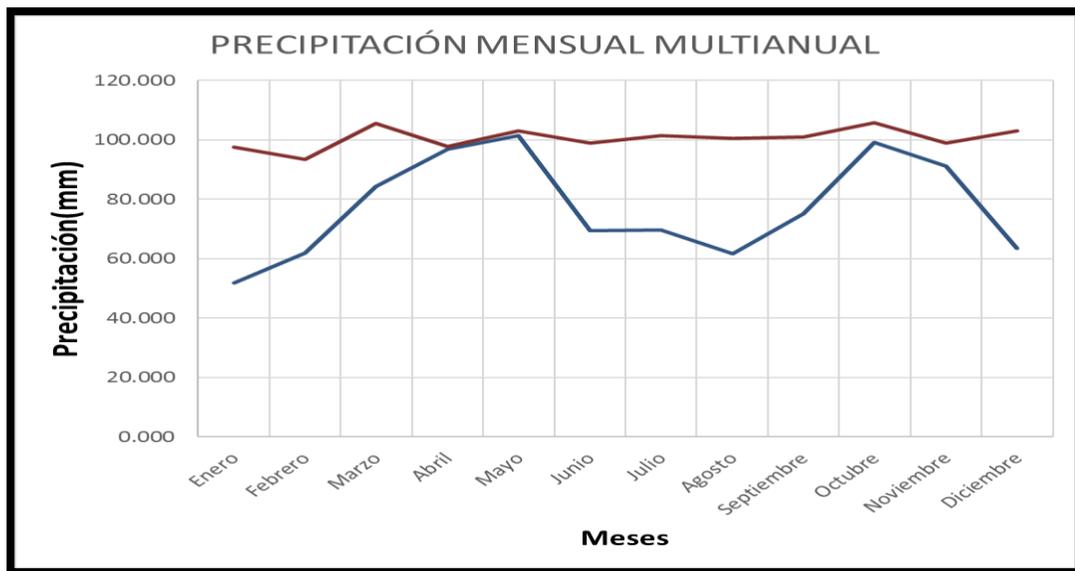
A continuación, en la Figura 104 se presentan las proyecciones climáticas de diferentes técnicas de reducción de escala hasta el año 2090 en el escenario RCP8.5, en ella se puede observar que la mayoría de las técnicas de reducción de escala (Excluyendo el método Analog_3) presentan una tendencia a un valor constante de precipitación de 1212 mm anuales. Similarmente, se grafica la comparación de la precipitación mensual multianual en la Figura 105 para condiciones históricas y futuras (Escenario RCP8.5 con la técnica de reducción de escala CSD), en la que se observa un cambio de régimen en la precipitación de bimodal a uniforme en el tiempo.

Figura 104. Comparación de los periodos de retorno para diferentes técnicas de reducción de escala en la estación pr_21185040



Fuente: Propia

Figura 105. Comparación de la precipitación mensual para condiciones climáticas históricas (azul) y proyectadas (rojo) con la técnica de reducción de escala CSD en la cuenca del rio Bogotá.

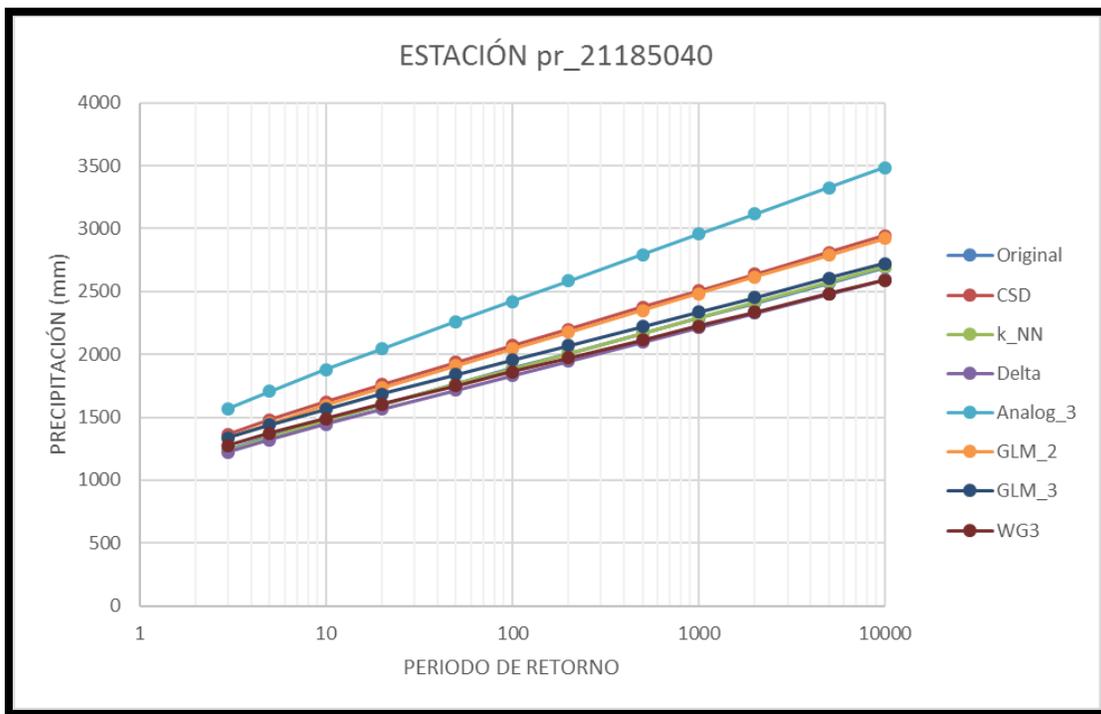


Fuente: Propia

9.3.3. Periodo de retorno

Como parte del proceso de comparación de las técnicas de reducción de escala, se grafican los periodos de retorno y las precipitaciones esperadas en la Figura 106 para la estación pr_21185040, observando la gran diferencia en los periodos de retorno que pueden existir al seleccionar una de las técnicas de reducción de escala, tal que una precipitación anual de 2000 mm tiene un periodo de retorno de 20 años con la técnica Analog_3 y un periodo de retorno de 200 años para las condiciones históricas.

Figura 106. Comparación de los periodos de retorno para diferentes técnicas de reducción de escala en la estación pr_21185040



Fuente: Propia

Capítulo X

10. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se concluye que se encontró la presencia de caos determinístico por diferentes metodologías en la totalidad de las series de tiempo de precipitación de las estaciones locales, para intervalos de acumulación de 5 días (46 estaciones) y 7 días (1 estación) evaluados para el sector de la cuenca del río Bogotá (ver capítulo 9.2). Así mismo, se encontró caos determinístico en las celdas del modelo climático global para intervalos de acumulación superiores a 5 días. Este resultado es muy importante ya que demuestra que es posible formular modelos para mejorar la transformación de datos de precipitación entre diferentes escalas de espacio.

Así mismo, se concluye que el método de Cao, la función de autocorrelación, el cálculo de la información mutua y el cómputo del espectro de Lyapunov fueron efectivos para la reconstrucción del espacio de fase y evaluar la presencia de caos determinístico (Ver capítulo 9.2.1).

Como consecuencia de la evaluación de la presencia de caos determinístico, se encontró que no es adecuado realizar proyecciones de precipitación con intervalos de acumulación menores a 3 días (ver Capítulo 9.2.1), y se recomienda la utilización de series de tiempo mensuales para modelos completamente determinísticos. También se recomienda, estudiar con mayor detalle diferentes intervalos de acumulación a los presentados en este trabajo con diferentes escalas temporales, ejemplo: escala horaria, ya que es posible encontrar caos determinístico para diferentes escalas de tiempo.

En el proceso de evaluación de la técnica de reducción de escala CSD, se encontró que muestra un óptimo desempeño en la simulación de los valores medios de la serie de tiempo por medio del RMSE (ver capítulo 9.3). Sin embargo es necesario mejorar la modelación de los eventos extremos (sequías e inundaciones) mediante una calibración más eficiente de los parámetros del modelo que considere apropiadamente el sesgo de los valores medios y extremos como se observa en el capítulo 9.3.1.

En el proceso de construcción del modelo predictivo, no se encontró sincronización general completa entre los dos sistemas dinámicos pese a haber encontrado un grado leve de sincronía entre ellos (ver capítulo 9.2.2). Sin embargo, dados los resultados obtenidos por la técnica de reducción de escala, se considera suficiente el grado de sincronía encontrado, y se recomienda seguir explorando para encontrar una mejor sincronización entre los sistemas dinámicos que permitan mejores resultados.

Se verifica acorde con lo encontrado en el estado del arte que existe una gran incertidumbre en la técnica de reducción de escala a utilizar, ya que los resultados obtenidos (ver capítulo 9.3) por las diversas técnicas poseen una gran dispersión, como se observó en los periodos de retorno, siendo indispensable realizar un correcto proceso de validación de los resultados obtenidos. Así mismo, se recomienda estudiar las limitaciones de las técnicas a utilizar, y aplicar más de una técnica de reducción de escala para proyecciones climáticas para reducir la incertidumbre generada por el modelo utilizado.

Se sugiere cambiar el lenguaje de programación de la técnica de reducción de escala CSD a un software libre, para que tenga una mayor divulgación y utilización en el ámbito técnico y científico. Así mismo se recomienda optimizar la cantidad de tiempo utilizado en cada una de las funciones, especialmente en la evaluación de la presencia de caos determinístico.

REFERENCIAS

- (ARCC), A. A. (2014). *A REVIEW OF DOWNSCALING METHODS FOR CLIMATE CHANGE PROJECTIONS*. Burlington: United States Agency for International Development.
- Amengual, a., Homar, V., Romero, R., Alonso, S., & Ramis, C. (2012). A Statistical Adjustment of Regional Climate Model Outputs to Local Scales: Application to Platja de Palma, Spain. *American Meteorological Society*, 939-957.
- Angarita, H. (2014). *Metodología para incluir variabilidad climática y escenarios de cambio climático en el modelo WEAP de la macro Cuenca del Rio Magdalena y resultados de las simulaciones*. Bogotá.
- Boada, P. (2011). *Caracterización climatologica de la cuenca alta del río Bogota*. Bogotá.
- Boccaletti, S., & Valladares, D. (2000). Characterization of intermittent lag synchronization. *Physical Review E Noviembre*, 7497-7500.
- Bosshard, T., Carambia, M., Goergen, K., & et al., e. a. (2013). Quantifying uncertainty sources in an ensemble of hydrological climate-impact projections. *Water Resources Research*, 1-14.
- CAR. (2006). *PLAN DE ORDENACIÓN Y MANEJO DE LA CUENCA HIDROGRÁFICA DEL RÍO BOGOTÁ*. Bogotá: CAR.
- CAR. (2015). *Elaboración del diagnóstico, Prospectiva y Formulación de la Cuenca Hidrografica del rio Bogotá*. Bogotá: CAR.
- Corzo, G. (2009). Downscaling Global Climate Models Using Modular Models and Fuzzy Committees.
- Déqué, M. (2007). Frequency of precipitation and temperature extremes over France in an anthropogenic scenario: Model results and statistical correction according to observed values. *ScienceDirect*, 16-26.

- Fowler, H., Blenkinsop, S., & Tebaldi, C. (2007). Linking climate change modelling to impacts studies: recent advances in downscaling techniques for hydrological modelling. *Royal Meteorological Society*, 1547-1578.
- Galavi, H., & Teang Shui, L. (2012). Uncertainty Analysis of Climate Change Impacts on Runoff. *2012 International Conference on Future Environment and Energy Vol 28* (pp. 235-239). Singapore: IPCBEE.
- Gallego, J. (2010). *Aplicación de la teoría de caos para el análisis y pronóstico de series de tiempo financieras en Colombia*. Bogotá.
- González-Miranda, J. (2004). *Synchronization and Control of Chaos*. Barcelona: Imperial College Press.
- Gutiérrez, J., Cano, R., Cofiño, A., & Sordo, C. (2004). *Redes Probabilísticas y Neuronales en las Ciencias Atmosféricas*. Dirección General del Instituto Nacional de Meteorología.
- Gutjahr, O., & Heinemann, G. (2013). Comparing precipitation bias correction methods for high-resolution regional climate simulations using COSMO-CLM. *Theoretical and Applied Climatology*, 511-529.
- Hegger, R., Kantz, H., & Schreiber. (1999). Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package. *CHAOS* 9, 413.
- Hernández, O. (2009). *Analysis and Optimization of Chaotic Models for Storm Surge Prediction*. Delft.
- Jovic, B. (2011). Synchronization Techniques for Chaotic Commun. In B. Jovic, *Chaotic Synchronization, Conditional Lyapunov Exponents and Lyapunov's Direct Method* (pp. 49-78). Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Kantz, H. (1994). A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time series. *Physics Letters A* 185, 77-87.
- Kantz, H., & Schreiber, T. (2004). *Nonlinear Time Series Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Kaper, H. (2013, 07 01). *Climate Modeling: Global Energy Balance Models (Short Course)*.
- Kaplan, D., & Glass, L. (1995). *Understanding Nonlinear Dynamics*. New York: Springer Science+Business Media.
- Kaplan, J., & Yorke, J. (1979). Chaotic behavior of multidimensional difference equations. *Lecture notes in mathematics, 730*, 204-227.
- Kirono, D., Hennessy, K., Mpelasoka, F., & Kent, D. (2011). *Approaches for generating climate change scenarios for use in drought projections – a review*. Aspendale: National Library of Australia Cataloguing.
- López, C. (2016). Análisis de la distribución espacial y temporal de la precipitación en la cuenca del río Chicú, Sabana de Bogotá, Colombia. *Perspectiva Geográfica Vol 21*, 63-90.
- Maraun, D., & Wetterhall, F. (2010). Precipitation Downscaling Under Climate Change: Recent Developments To Bridge The Gap Between Dynamical Models and The End User. *Reviews of Geophysics*, 1-34.
- Medina, R. (2008). *ESTIMACIÓN ESTADÍSTICA DE VALORES FALTANTES EN SERIES HISTÓRICAS DE LLUVIA*. PEREIRA: UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA.
- Moreno, C. (2006). *SINCRONIZACIÓN DE SISTEMAS CAOTICOS*.
- Pabón, J., & Torres, A. (2006). EFECTO CLIMÁTICO DE LOS FENÓMENOS EL NIÑO Y LA NIÑA EN LA SABANA DE BOGOTÁ. *Meteorología Colombiana N°10*, 86-99.
- Pecora, L. M., & Carroll, T. L. (1990). Synchronization in chaotic systems. *Physics Review Letters 64*, 821-824.
- Pelt, S. C., Beersma, J., & Buishand, T. A. (2012). Future changes in extreme precipitation in the Rhine basin based on global and regional climate model simulations. *Hydrology and Earth System Sciences*, 4517-4530.
- Philip, K., Arthur, L., & Droogers, P. (2014). *Climate data scaling and analysis for the Magdalena basin*.

- Piani, C., Haerter, J., & Coppola, E. (2010). Statistical bias correction for daily precipitation in regional climate models over Europe. *Theoretical and Applied Climatology*, 187-192.
- Poveda, G. (1997). ¿Atractores extraños (caos) en la hidro-climatología de Colombia. *Ciencias de la tierra*, 431-444.
- Rosenblum, M., Pikovsky, A., & Kurths, J. (1997). From Phase to Lag Synchronization in Coupled Chaotic Oscillators. *Physical Review Letters Volume 78, Number 22*, 4193-4196.
- Rosenstein, M., Collins, J., & De Luca, C. (1994). A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets. *Physics Letters A 185*, 77.
- Ruelle, D., & Eckman, J. (1988). Fundamental Limitations for Estimating Dimensions and Liapunov Exponents in Dynamical Systems. *I.H.E.S.*
- Ruiter, A. (2012). *Delta-change approach for CMIP5 GCMs*. De Bilt: Royal Netherlands Meteorological Institute.
- Rulkov, N., Sushchik, M., Tsmiring, L., & Abarbanel, H. (1995). Generalized Synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems. *Physical Review E Volume 51 Number 2*, 980-994.
- Sano, M., & Sawada, Y. (1985). Measurement of the Lyapunov spectrum from a chaotic time series. *Physical Review Letters*, 1082.
- Schlinging, B., Crosby, A., & Signell, R. (2013). *nc_toolbox*.
- Siek, M. (2011). *Predicting Storm Surges: Chaos, Computational Intelligence, Data Assimilation, Ensembles*. Delft.
- Sierra, F. (2015). *Comparación entre metodologías de modelación hidrológica HEC-HMS, hidráulica en 1d HEC-RAS y 2d modelo IBER, de planicies de inundación y zonas urbanas para el caso de Villapinzon, Cundinamarca*. Bogotá.
- Sivakumar Bellie, S. A. (2007). *A Cascade Approach to Continuous Rainfall Data Generation at Point Locations*. Davis, USA: Springer.

- Sivakumar, B., & Berndtsson, R. (2010). *Advances in Data-Based Approaches for Hydrologic Modeling and Forecasting*. Sydney: World Scientific.
- Strogatz, S. (1994). *NONLINEAR DYNAMICS AND CHAOS With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. New York: Perseus Books Publishing.
- Tsonis, A. (1992). *Chaos: From Theory to Applications*. Wisconsin: Springer Science.
- Tsonis, A. (2001). The impact of nonlinear dynamics in the atmospheric sciences. *Int. J. Bifurcation and Chaos* 11, 881-902.
- Velickov, S. (2004). *Nonlinear Dynamics and Chaos with Applications to Hydrodynamics and Hydrological Modelling*. Delft.
- Vera, D. (2015). "Análisis de amenaza, vulnerabilidad y riesgo en la cuenca alta del río Bogotá, utilizando modelación hidrológica (Hec-GeoHms) e hidráulica en 1D y 2D (Hec-GeoRas e Iber). Bogotá.
- Wayne, G. (2013). *The Beginner's Guide to Representative Concentration Pathways*. Bogota: SkepticalScience.
- Wilby, R. L., & Dawson, C. W. (2013). The Statistical DownScaling Model: insights from one decade of application. *INTERNATIONAL JOURNAL OF CLIMATOLOGY*. 33, 1707–1719.
- Wilby, R., Charles, S., Zorita, E., & et al., e. a. (2004). *Guidelines for use of climatic scenarios developed from statistical downscaling methods*. Bogotá.
- Yates, D. (2003). A technique for generating regional climate scenarios using a nearest-neighbor algorithm. *WATER RESOURCES RESEARCH*, VOL. 39, NO. 7, 1199.
- Yates, D., Gangopadhyay, S., Rajagopalan, B., & Strzepek, K. (2002). A technique for generating regional climate scenarios using a nearest neighbor bootstrap. *Water Resources Research*, 303/497-8394.