

**Maestría en Ingeniería Civil**

**Simulación numérica CFD de la estructura de control  
y del sistema de compuertas radiales – Represa El Quimbo**

**Edgar Orlando Ladino Moreno**

**Bogotá D.C., 8 de Agosto de 2017**



**Simulación numérica CFD de la estructura de control  
y del sistema de compuertas radiales – Represa El Quimbo**

**Tesis para optar al título de Magister en Ingeniería Civil,  
con énfasis en Recursos Hidráulicos y Medio Ambiente**

**IC. German Ricardo Santos Granados, PhD, MSc  
Director**

**Bogotá D.C., 8 de Agosto de 2017**



La tesis de Maestría titulada “Simulación numérica CFD de la estructura de control y del sistema de compuertas radiales – Represa El Quimbo.”, presentada por Edgar Orlando Ladino Moreno, cumple con los requisitos establecidos para optar al título de Magíster en Ingeniería Civil con énfasis en Recursos Hidráulicos y Medio Ambiente.

Director de la tesis  
Germán Ricardo Santos Granados

Jurado  
Andrés Humberto Otálora Carmona

Jurado  
Héctor Matamoros Rodríguez

Bogotá, D.C., 08 de Agosto de 2017 (fecha de aceptación del trabajo por parte del jurado)

Dedicatoria,

A Dios, por permitirme alcanzar este logro tan especial en mi vida,

A mi querida madre Miryam, quien me formó con amor y valores,

A mi hija Paris Sophie, por ser la luz y el impulso de mi vida para seguir adelante,

Y mi amada esposa Esperanza Buitrago, por su apoyo incondicional en los momentos difíciles.

Agradecimientos,

Agradezco, a la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito por brindarme la oportunidad de alcanzar este logro tan importante en mi vida.

Agradezco, al Doctor Germán Ricardo Santos Granados, quien con sus orientaciones, me indico el camino para poder concluir con éxito este trabajo.

Agradezco, a la Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas (sede Vivero), y al Ingeniero William Barragan Coordinador del Laboratorio de Fotogrametría por facilitarme la estación de computo para el desarrollo del modelo numérico.

Finalmente, agradezco al Ingeniero Andrés Humberto Otálora Carmona, por sus recomendaciones para poder alcanzar la convergencia.

## TABLA DE CONTENIDO

	pág.
<b><u>CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN</u></b>	<b>17</b>
1.1 OBJETIVOS	19
1.2 METODOLOGÍA	20
<b><u>CAPÍTULO 2: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA</u></b>	<b>22</b>
2.1 MODELACIÓN NUMÉRICA DE ESTRUCTURAS DE CONTROL	22
2.1.1 Antecedentes	22
2.2 ECUACIONES DE NAVIER-STOKES	25
2.3 CAPACIDAD DE DESCARGA EN VERTEDEROS	26
2.4 DESCARGA PARA COMPUERTA RADIAL	28
2.4.1 Curva de capacidad de descarga del vertedero	28
2.4.2 Empuje hidrostático sobre una compuerta radial	30
2.4.3 Distribuciones de presiones: compuerta radial	30
2.4.4 Componentes hidrodinámicos de presión en el deflector	32
2.5 ESTRUCTURA DE DISIPACIÓN: SALTO DE ESQUÍ	32
2.6 CAVITACIÓN	34
2.7 MODELOS CFD	35
2.7.1 Método de volúmenes finitos	36
2.7.2 Modelos de turbulencia	38
2.7.2.1 Modelo RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes)	43
2.7.2.2 Modelo Estándar k- $\epsilon$	44
2.7.2.3 Modelo Estándar k-w	45
2.7.2.4 Modelos de simulación de grandes remolinos (LES)	46
2.7.3 Ley universal de la pared	46
2.8 MODELO MULTIFASE – MODEL VOLUME OF FLUID (VOF)	47
<b><u>CAPÍTULO 3: MODELO FÍSICO DEL VERTEDERO EL QUIMBO</u></b>	<b>49</b>
3.1 PRUEBAS DEL MODELO FÍSICO DEL VERTEDERO	49
3.1.1 Caudal de diseño	49
3.1.1.1 Curva de descarga del vertedero	49

3.1.2	Capacidad de descarga de las compuertas radiales	50
3.1.3	Caudales para el cálculo de los perfiles de flujo	51
3.1.4	Perfiles de flujo en el azud	51
3.1.5	Presiones máximas observadas	52
3.1.6	Cavitación	52
3.1.7	Alcance del chorro	52

## **CAPÍTULO 4: MODELACIÓN NUMÉRICA** **53**

4.1	PROCESO DE DISCRETIZACIÓN	53
4.1.1	Discretización del dominio	53
4.2	GENERACIÓN DE MALLAS	54
4.2.1	Mallado estructurada del dominio	54
4.2.2	Parámetros de la calidad de la malla	55
4.3	ANÁLISIS DE CONVERGENCIA DE MALLA	58
4.3.1	Independencia de la malla	58
4.3.2	Número de Courant	59
4.3.3	Residuales	59
4.4	CONFIGURACIÓN DE LA MODELACIÓN NUMÉRICA	60
4.4.1	Configuración general	60
4.4.1.1	Modelo k-épsilon	60
4.4.1.2	Materiales y fases	61
4.4.2	Condiciones de frontera	62
4.4.3	Métodos de solución	65
4.4.3.1	Control SIMPLE	65
4.4.4	Factores de relación	65
4.4.5	Monitor de fenómenos	66
4.4.6	Inicialización	67
4.4.7	Solvers	68

## **CAPÍTULO 5: RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA** **69**

5.1	ANÁLISIS DE LA LÁMINA	69
5.1.1	Perfiles longitudinales de la superficie libre	69

5.2	ANÁLISIS DEL CAMPO DE VELOCIDADES	79
5.2.1	Velocidades de aproximación	79
5.3	ANÁLISIS DE LA DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES	84
5.3.1	Distribución de presión en la estructura	84
5.3.2	Perfil longitudinal de la presión	91
5.3.2.1	Coeficiente de presión	93
5.4	ANÁLISIS DE LA DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN DINÁMICA	94
5.4.1	Distribución de presión dinámica en la proximidad a la gola	94
5.4.2	Perfil longitudinal de la presión dinámica	97
5.5	ANÁLISIS DEL COEFICIENTE DE DESCARGA	100
5.5.1	Curva de descarga del modelo numérico	100
5.5.2	Coeficientes de descarga para apertura variable de compuertas	108
5.6	ANÁLISIS DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN	110
5.7	ANÁLISIS DE TURBULENCIA	111
5.8	TRAYECTORIA SALTO ESQUÍ	112
5.8.1	Alcance del chorro	112
<b><u>CAPÍTULO 6: VERIFICACIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO</u></b>		<b>113</b>
6.1	COMPARACIÓN DE RESULTADOS	113
<b><u>CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</u></b>		<b>115</b>
7.1	CONCLUSIONES	115
7.2	RECOMENDACIONES	118
	REFERENCIAS	119
	ANEXOS	121

## LISTA DE FIGURAS

	<b>pág.</b>
Figura 1. Procedimiento general .....	18
Figura 2. Fases metodológicas modelo numérico 2D .....	21
Figura 3. Flujo a través de una compuerta radial .....	23
Figura 4. Esquema caudal descargado a través del vertedero .....	26
Figura 5. Coeficiente de descarga $C_D$ para descarga libre .....	27
Figura 6. Descarga en vertedero controlado por compuerta radial .....	28
Figura 7. Coeficiente de descarga para flujo abajo de compuertas (a) .....	29
Figura 8. Empuje hidrostático sobre una compuerta radial .....	30
Figura 9. Presiones subatmosféricas para compuerta Ho/He .....	31
Figura 10. Variación de la presión en vertederos .....	32
Figura 11. Esquema de la trayectoria del chorro libre .....	33
Figura 12. Parámetros de la trayectoria del dissipador de energía salto de esquí .....	34
Figura 13. Volúmenes finitos vecinos en 2D .....	37
Figura 14. Discretización del dominio .....	37
Figura 15. Escala de la turbulencia .....	39
Figura 16. Flujos turbulentos .....	40
Figura 17. Funciones de pared .....	46
Figura 18. Velocidades medias e instantáneas .....	48
Figura 19. Interfaz de seguimiento basado en el volumen del fluido (VOF) .....	48
Figura 20. Curva de capacidad. compuertas totalmente abiertas .....	50
Figura 21. Curva de calibración para el nivel de embalse 723 msnm .....	50
Figura 22. Perfil de flujo en el azud .....	51
Figura 23. Descripción general del procedimiento de solución numérica .....	53
Figura 24. Multizone Quad. Malla estructurada para apertura: 706.9 msnm .....	54
Figura 25. Malla apertura= 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	55
Figura 26. Abscisas modelo hidráulico .....	57
Figura 27. Independencia de malla .....	58
Figura 28. Monitor residuales: Apertura= 724.6 msnm; Q= 127.11 Lt/s .....	59
Figura 29. Condiciones de frontera .....	63
Figura 30. Posición de observación lámina. Apertura 724.6 msnm .....	69
Figura 31. Monitor de residuales: Apertura 724.6 msnm, Q=73.77 Lt/s .....	70

Figura 32.	Perfil y contornos lámina: Apertura 724.6 msnm, Q=73.77 Lt/s .....	70
Figura 33.	Monitor de residuales: Apertura 724.6 msnm, Q=80.80 Lt/s .....	71
Figura 34.	Perfil lámina y contornos: Apertura 724.6 msnm, Q=80.80 Lt/s .....	71
Figura 35.	Monitor de residuales: Apertura 724.6 msnm, Q=103.95 Lt/s .....	72
Figura 36.	Perfil lámina y contornos: Apertura 724.6 msnm, Q=103.95 Lt/s .....	72
Figura 37.	Monitor de residuales: Apertura 724.6 msnm, Q=127.11 Lt/s .....	73
Figura 38.	Perfil lámina y contornos: Apertura 724.6 msnm, Q=127.11 Lt/s .....	73
Figura 39.	Monitor de residuales: Apertura 724.6 msnm, Q=290 Lt/s .....	74
Figura 40.	Perfil lámina y contornos: Apertura 724.6 msnm, Q=290 Lt/s .....	74
Figura 41.	Carga H/H <sub>D</sub> : Apertura 724.6 msnm, Q=103.95 Lt/s y Q=127.11 Lt/s.....	76
Figura 42.	Carga H/H <sub>D</sub> : Apertura 724.6 msnm, Q=103.95 Lt/s y Q=290 Lt/s.....	76
Figura 43.	Lámina adimensional para diferentes cargas. Apertura: 724.6 msnm.....	77
Figura 44.	Perfil de la lámina de agua: Apertura= 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	78
Figura 45.	Perfil de velocidad Gola: 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s.....	79
Figura 46.	Perfil de velocidad Compuerta: 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	79
Figura 47.	Esquema medición distribución de velocidades y de presiones.....	80
Figura 48.	Distribución de velocidades (A-I). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s.....	81
Figura 49.	Distribución de velocidades (J-Q). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s.....	82
Figura 50.	Distribución de velocidades (R-T), Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s .....	83
Figura 51.	Distribución de presión (B), Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s .....	84
Figura 52.	Distribución de presiones (A-I). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s .....	85
Figura 53.	Distribución de presiones (J-Q). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s.....	86
Figura 54.	Distribución de presiones (R-T). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s.....	87
Figura 55.	Perfil de presión subatmosférica: 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	88
Figura 56.	Perfil de presión subatmosférica: 709.4 msnm; Q= 290 Lt/s .....	88
Figura 57.	Presión en el deflector: Apertura= 724.6 msnm; Q=72.5 Lt/s.....	89
Figura 58.	Perfil de presión: Apertura=704 msnm; Q=72.5 Lt/s.....	91
Figura 59.	Presión adimensional (hp/H <sub>D</sub> ) sobre la gola: Apertura 724.6 msnm.....	92
Figura 60.	Coefficiente de presión sobre la gola: Apertura 724.6 msnm .....	93
Figura 61.	Presión en la compuerta: Apertura= 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s.....	94
Figura 62.	Presión dinámica deflector: Apertura= 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	94
Figura 63.	Distribución de presión dinámica (A-I). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s..	95
Figura 64.	Distribución de presión dinámica (J-Q). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s	96
Figura 65.	Distribución de presión dinámica (R-T). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s	97

Figura 66.	Presión dinámica: Apertura= 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	98
Figura 67.	Contornos presión dinámica en la gola. Apertura 704 msnm .....	99
Figura 68.	Presión dinámica adimensional ( $H/H_D= 0.5$ ). Apertura 704 msnm .....	99
Figura 69.	Presión dinámica adimensional ( $H/H_D= 1.33$ ). Apertura 704 msnm .....	99
Figura 70.	Coeficientes de descarga en función de la altura sobre la cresta .....	100
Figura 71.	Coeficientes de descarga $C_D$ .....	102
Figura 72.	Coeficiente descarga C – Modelo numérico .....	103
Figura 73.	Coeficiente descarga C vs $P/H_D$ – Modelo numérico .....	103
Figura 74.	Coeficientes de descarga vs caudal .....	104
Figura 75.	Coeficientes de descarga Rehbock – Kramer .....	105
Figura 76.	Comparación curva de descarga .....	106
Figura 77.	Ecuación curva de capacidad de descarga .....	107
Figura 78.	Comparación ecuación curva de capacidad de descarga .....	107
Figura 79.	Variación de la lámina para diferentes aperturas y caudales .....	108
Figura 80.	Energía cinética turbulenta: Apertura 709.4 msnm.....	111
Figura 81.	Disipación turbulenta: Apertura 709.4 msnm.....	111
Figura 82.	Trayectoria salto esquí: Apertura 704 msnm .....	112
Figura 83.	Monitores residuales: Apertura= 724.6 msnm; Q= 30.374 Lt/s .....	122
Figura 84.	Monitores residuales: Apertura= 724.6 msnm; Q= 24.801 Lt/s .....	122
Figura 85.	Monitores residuales: Apertura= 724.6 msnm; Q= 19.285 Lt/s .....	122
Figura 86.	Monitores residuales: Apertura= 704 msnm; Q= 30.374 Lt/s .....	123
Figura 87.	Monitores residuales: Apertura= 706.9 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	123
Figura 88.	Monitores residuales: Apertura= 712 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	123
Figura 89.	Monitores residuales: Apertura= 706.9 msnm; Q= 80.80 Lt/s .....	124
Figura 90.	Monitores residuales: Apertura= 709.4 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	124
Figura 91.	Monitores residuales: Apertura= 709.4 msnm; Q= 290 Lt/s .....	124
Figura 92.	Monitores residuales: Apertura= 709.4 msnm; Q= 103.95 Lt/s .....	125
Figura 93.	Monitores residuales: Apertura= 709.4 msnm; Q= 127.11 Lt/s .....	125
Figura 94.	Lámina. Abscisa 2.18 m, Apertura 724.6 msnm, Q=72.5 Lt/s .....	126
Figura 95.	Lámina. Abscisa 2.5 m, Apertura 724.6 msnm, Q=30.3 Lt/s .....	126
Figura 96.	Lámina. Abscisa 2.2 m, Apertura 724.6 msnm, Q= 19.2 Lt/s .....	126
Figura 97.	Perfil de velocidad Compuerta: 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	127
Figura 98.	Perfil de velocidad en la rápida: 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	127
Figura 99.	Perfil de velocidad en el deflector: 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s.....	127

Figura 100.	Perfil de velocidad en el deflector: 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s.....	128
Figura 101.	Perfil II de velocidad compuerta: 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	128
Figura 102.	Perfil de presión en la compuerta: 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s.....	128
Figura 103.	Perfil de presión bajo la compuerta: 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	129
Figura 104.	Perfil de presión subatmosférica: 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	129
Figura 105.	Perfil de presión dinámica: Apertura= 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	129
Figura 106.	Perfil de presión dinámica: Apertura= 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	130
Figura 107.	Distribución de presiones: 724.6 msnm - Q: 290 Lt/s .....	130
Figura 108.	Trayectoria salto esquí: Apertura 724.6 msnm .....	131
Figura 109.	Presión en el deflector: Apertura= 724.6 msnm; Q=72.5 Lt/s.....	131
Figura 110.	Perfil de la lámina: Apertura= 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s .....	132
Figura 111.	Traslado de coordenadas origen: eje de la gola.....	133
Figura 112.	Presión adimensional sobre la gola: Apertura 704 msnm .....	133
Figura 113.	Vertedero El Quimbo .....	149
Figura 114.	Modelo hidráulico Vertedero El Quimbo .....	149

## LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Modelos de turbulencia .....	40
Tabla 2. Modelos de turbulencia RANS .....	41
Tabla 3. Modelos de turbulencia LES .....	42
Tabla 4. Uso del modelo de turbulencia RANS.....	43
Tabla 5. Profundidades de flujo al inicio del canal de descarga del vertedero .....	51
Tabla 6. Comparación cálculo del alcance del chorro .....	52
Tabla 7. Parámetros calidad de la malla. Apertura 724.6 msnm .....	56
Tabla 8. Parámetros calidad de la malla. Apertura 712 msnm .....	56
Tabla 9. Parámetros calidad de la malla. Apertura 709.4 msnm .....	56
Tabla 10. Parámetros calidad de la malla. Apertura 706.9 msnm .....	56
Tabla 11. Parámetros calidad de la malla. Apertura 704 msnm .....	57
Tabla 12. Condiciones del dominio para simulación 2D a flujo libre.....	60
Tabla 13. Configuración modelo de turbulencia para simulación 2D a flujo libre .....	61
Tabla 14. Condiciones del modelo para simulación 2D a flujo libre .....	61
Tabla 15. Materiales para simulación 2D a flujo libre .....	61
Tabla 16. Interacción entre las fases para simulación 2D a flujo libre.....	62
Tabla 17. Condiciones de operación para simulación 2D a flujo libre .....	62
Tabla 18. Condiciones de contorno para el flujo de entrada (Inlet) .....	63
Tabla 19. Condiciones de contorno para el flujo de salida (Outlet) .....	63
Tabla 20. Condiciones a flujo abierto a la atmósfera (Ambient) .....	64
Tabla 21. Condición de no deslizamiento en la pared del vertedero (Wall).....	64
Tabla 22. Valores de referencia para simulación 2D a flujo libre.....	65
Tabla 23. Configuración de métodos de solución.....	65
Tabla 24. Controles de solución para simulación 2D a flujo libre .....	66
Tabla 25. Monitor de convergencia para simulación 2D a flujo libre .....	67
Tabla 26. Monitor de residuales para simulación 2D a flujo libre .....	67
Tabla 27. Inicialización para simulación 2D a flujo libre .....	68
Tabla 28. Parámetros de resolución, simulación 2D a flujo libre .....	68
Tabla 29. Comparación láminas. Apertura 724.6 msnm, Q=73.77 Lt/s.....	70
Tabla 30. Comparación láminas. Apertura 724.6 msnm, Q=80.80 Lt/s.....	71
Tabla 31. Comparación láminas. Apertura 724.6 msnm, Q= 103.95 Lt/s.....	72

Tabla 32.	Comparación láminas. Apertura 724.6 msnm, Q= 127.11 Lt/s.....	73
Tabla 33.	Comparación láminas. Apertura 724.6 msnm, Q= 290 Lt/s.....	74
Tabla 34.	Estimación del error estándar lámina de agua .....	75
Tabla 35.	Caudales observados, relación H/H <sub>D</sub> .....	76
Tabla 36.	Presiones máximas y mínimas modelo numérico.....	87
Tabla 37.	Presiones sobre el deflector con ángulo de disparo de 35° .....	90
Tabla 38.	Parámetros para el cálculo del coeficiente de descarga .....	101
Tabla 39.	Comparación caudal descargado .....	101
Tabla 40.	Cálculo coeficientes de descarga C <sub>D</sub> .....	102
Tabla 41.	Comparación coeficientes de descarga C .....	104
Tabla 42.	Cálculo curva de descarga .....	106
Tabla 43.	Parámetros apertura compuerta .....	108
Tabla 44.	Coeficientes de descarga para apertura variable de compuertas .....	109
Tabla 45.	Coeficiente de fricción (gola): Apertura 704 msnm.....	110
Tabla 46.	Escala caudal modelo numérico .....	131
Tabla 47.	Características principales del vertedero El Quimbo .....	134
Tabla 48.	Coordenadas perfil napa apertura 724.6 msnm, caudal 290 Lt/s .....	135
Tabla 49.	Coordenadas perfil napa apertura (H/H <sub>D</sub> ).....	136
Tabla 50.	Coordenadas perfil napa apertura (H/H <sub>D</sub> - Continuación).....	137
Tabla 51.	Coordenadas perfil napa apertura 724.6 msnm, caudal 80.80 Lt/s .....	138
Tabla 52.	Coordenadas perfil napa apertura 724.6 msnm, caudal 72.5 Lt/s .....	139
Tabla 53.	Coordenadas perfil napa apertura 724.6 msnm, caudal 30.374 Lt/s .....	140
Tabla 54.	Coordenadas perfil napa apertura 724.6 msnm, caudal 24.801 Lt/s .....	141
Tabla 55.	Coordenadas perfil napa apertura 724.6 msnm, caudal 19.285 Lt/s .....	142
Tabla 56.	Coordenadas perfil napa apertura 724.6 msnm, caudal 73.77 Lt/s .....	143
Tabla 57.	Valores perfil de presión (A-G) .....	144
Tabla 58.	Valores perfil de presión (H-N) .....	145
Tabla 59.	Valores perfil de presión (O-T).....	146
Tabla 60.	Valores perfil de presión dinámica.....	147
Tabla 61.	Valores perfil de presión dinámica (continuación) .....	148

## Nomenclatura

### Símbolo

Re	Número de Reynolds
Fr	Número de Froude
Q	Caudal ( $m^3/s$ )
$g$	Aceleración de la gravedad ( $m/s^2$ )
$t$	Tiempo ( $s$ )
$m$	Masa ( $kg$ )
$Rh$	Radio Hidráulico ( $m$ )
$C$	Coefficiente de descarga ( $m^{0.5}/s$ )
$C_D$	Coefficiente de descarga adimensional
$P$	Presión ( $Pa$ )
$d$	Profundidad del flujo ( $m$ )
$R$	Radio de curva convexa ( $m$ )
$h_v$	Velocidad del flujo al final de la curva cóncava ( $m/s$ )
$P_{atm}$	Presión atmosférica ( $Pa$ )
$a_0$ y $a_1$	Coefficiente de corrección por energía cinética
$L$	Longitud efectiva de la cresta del vertedero ( $m$ )
$k - \epsilon$	Modelo de turbulencia $k - \epsilon$
$k$	Energía cinética turbulenta
$\mu$	Viscosidad dinámica ( $Pa \cdot s$ )
$\rho$	Densidad ( $kg/m^3$ )
$\gamma$	Peso específico ( $N/m^3$ )
$\Gamma$	Interacción Fluido – Estructura
$\epsilon$	Espesor rugosidad ( $mm$ )
$\theta$	Ángulo medio entre la horizontal y la rápida ( $^\circ$ )
$\tau_w$	Esfuerzo cortante en el muro ( $Pa$ )

## RESUMEN

El objetivo general de este estudio se relaciona con el desarrollo de un modelo numérico en 2D sin considerar el efecto de las pilas y los estribos en el azud, a escala 1:70, bajo condiciones de flujo permanente de la estructura de control y del sistema de compuertas radiales – Represa El Quimbo, a partir de la implementación del software ANSYS Fluent 17.0. El análisis hidrodinámico de la estructura se realizó bajo condiciones de superficie libre, con diferentes cargas hidráulicas ( $H/H_D = 0.5$ ,  $H/H_D = 1$ ,  $H/H_D = 1.33$ ), para distintos caudales (3024 m<sup>3</sup>/s, 3312 m<sup>3</sup>/s, 4261 m<sup>3</sup>/s, 5210 m<sup>3</sup>/s, 11,888 m<sup>3</sup>/s), y para aperturas de 704 msnm, 706.9 msnm, 709.4 msnm, 712 msnm y 724.6 msnm. Se evaluó el comportamiento de los valores residuales hasta obtener el nivel de convergencia.

Adicionalmente, se estudió la independencia de la malla para determinar el nivel de refinamiento óptimo. Se analizaron las condiciones de contorno de entrada y de salida del flujo, el comportamiento de la lámina de agua a través del vertedero, los coeficientes de descarga, las velocidades de aproximación y las variaciones en los campos de presión desarrollados en el sistema de compuertas radiales, en la rápida y en el deflector. Posteriormente, se validó el modelo numérico, a partir de la comparación de los resultados numéricos con los datos teóricos realizados por INGETEC y los datos de las pruebas realizadas en el modelo físico desarrollado por la Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales).

Finalmente, se evaluó la capacidad del modelo numérico para simular el comportamiento hidráulico del modelo físico, estableciendo el grado de variación de los datos reales con los datos obtenidos mediante la simulación numérica.

## CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

Describir matemáticamente el comportamiento hidráulico en estructuras de control, conlleva a ecuaciones diferenciales acopladas no lineales, las cuales en la mayoría de los problemas de ingeniería no poseen una solución analítica. “Las dificultades surgen debido a la no linealidad intrínseca a las ecuaciones de ambos medios que interactúan entre sí” (Salazar et al, 2008, pág. 3). No obstante, es posible obtener soluciones aproximadas a partir del análisis de volúmenes finitos (FVM). Éste método convierte un medio continuo con infinitas variables, en un medio discreto, con geometrías establecidas y condiciones de contorno determinadas. Surge así, la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD, por Computational Fluid Dynamics) encargada de modelar el comportamiento de los fluidos sometidos a diferentes variables propias del sistema, implementando algoritmos computacionales; éstos algoritmos intentan describir el comportamiento real del fluido bajo diferentes escenarios. El problema está gobernado por las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo incompresible.

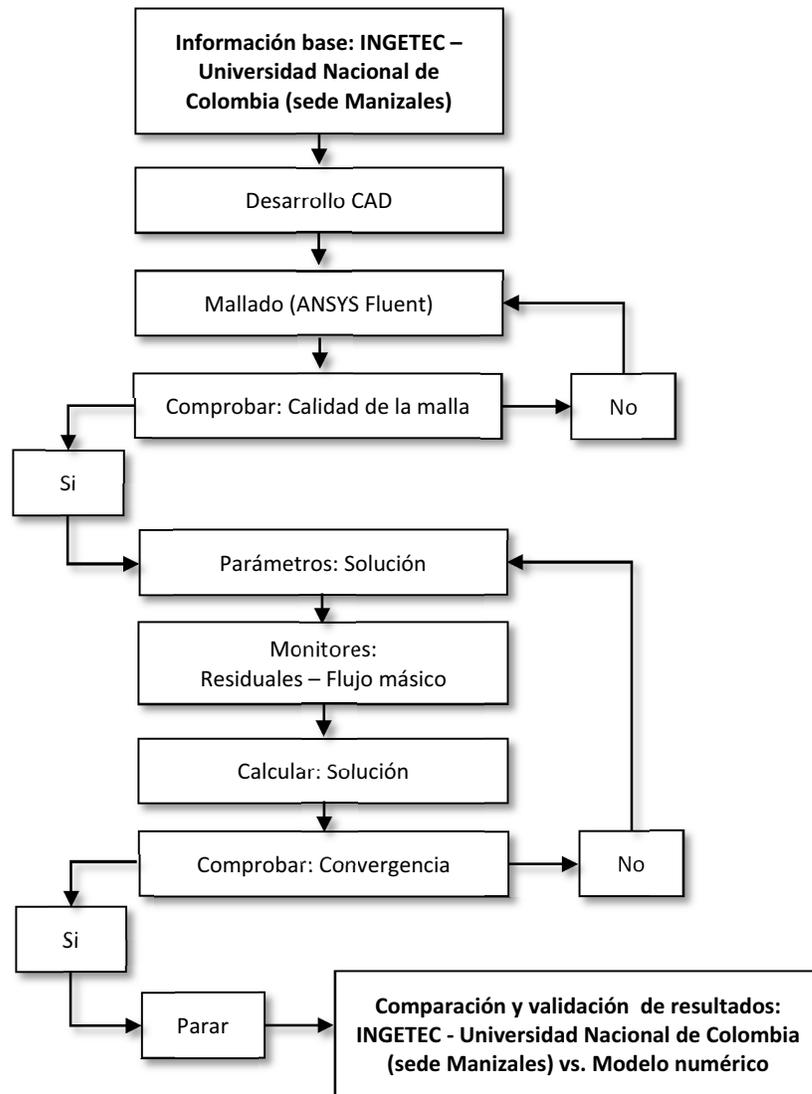
Por otro lado, el vertedero es una de las estructuras más importantes en el desarrollo de proyectos hidroeléctricos, éste tiene como propósito controlar la altura y el volumen de agua del embalse y descargar el excedente de agua que generaría una creciente. En este estudio, se caracterizó el comportamiento de la estructura de control y sistema de compuertas El Quimbo a partir de la modelación numérica e implementando el método de volúmenes finitos, para la apertura de compuertas a 704 msnm, 706.9 msnm, 709.4 msnm, 712 msnm y 724.6 msnm.

El sistema de control del Quimbo, está compuesto por cuatro vanos independientes de 14.25 m de ancho controlados por compuertas radiales de 14.25 m de ancho y 18.40 m de altura, tres pilas tipo III de 4,0 m de ancho dos estribos con radio de 6 m, y un azud tipo “Ogee Crest” con cresta en la cota 702 msnm. El empalme entre el paramento de aguas arriba y la curva que caracteriza la curva del azud, se realiza por medio de un arco de elipse. La curva del azud empalma con el canal de descarga de pendiente 12% mediante una curva vertical cóncava con radio de 56 m. El canal de descarga tiene un ancho constante de 69 m y entrega el flujo al lecho del río por medio de un deflector radial tipo salto de esquí con radio de 30 m, con punto de disparo en la cota 614.08 msnm y ángulo de lanzamiento de 35°<sup>1</sup>. El modelo físico fue realizado por la

---

<sup>1</sup> Proyecto hidroeléctrico El Quimbo, Ingeniería de detalle y asesoría para la construcción, documento N° Qd-ITE-13b-002, septiembre de 2013.

Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales), y el diseño de la estructura fue realizado por INGETEC. Finalmente, en éste estudio se desarrolló el modelo numérico en 2D usando el método del volumen finito basado en ecuaciones de continuidad, utilizando el software ANSYS Fluent 17.0.



**Figura 1. Procedimiento general**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

## 1.1 OBJETIVOS

El Objetivo General de esta Tesis de Maestría es desarrollar la simulación numérica CFD de la estructura de control y del sistema de compuertas radiales – Represa el Quimbo a escala 1:70.

De este Objetivo General se desprenden los siguientes Objetivos Específicos que contribuirán a realizar el estudio:

- Realizar el modelo numérico de simulación implementando el software ANSYS Fluent 17.0, para determinar el nivel de refinamiento óptimo, caracterizando la interacción fluido – estructura de la estructura de control y el sistema de compuertas radiales (Represa el Quimbo).
- Analizar las condiciones de contorno de entrada y de salida, parámetros de turbulencia, velocidades de aproximación del flujo, variaciones en los campos de presión y los patrones de vorticidad desarrollados en la estructura de control y en el sistema de compuertas radiales.
- Evaluar el comportamiento de los valores residuales para obtener convergencia y predecir el comportamiento de la estructura de control y del sistema de compuertas radiales.
- Validar y calibrar el modelo numérico, a partir de los resultados numéricos del modelo físico desarrollado por la Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales).

## 1.2 METODOLOGÍA

El estudio propuesto comprende una investigación, exploratoria y explicativa. En este sentido, la metodología se divide en tres fases de la siguiente manera:

- **Primera fase**

Revisión de antecedentes, recopilación de referentes teóricos de modelos numéricos y de turbulencia. De igual forma, realizar la aproximación a la teoría de los métodos de volúmenes finitos, modelos CFD.

- **Segunda fase**

Desarrollo del diseño CAD, construcción del modelo numérico 2D implementando en el software ANSYS Fluent 17.0. Discretización de las ecuaciones gobernantes, determinación de las condiciones de frontera, y test de independencia de la malla, en esta etapa se recomendará la malla que mejor se ajuste al problema hidráulico estableciendo la identificación de las condiciones iniciales del modelo en condiciones de flujo permanente.

- **Tercera fase**

Comparación de resultados obtenidos en el modelo numérico con las mediciones realizadas en el modelo físico desarrollado por la Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales) y los resultados teóricos calculados por INGETEC. Verificación de la solución numérica bajo escenarios de condiciones permanentes. Análisis del nivel de convergencia, de sensibilidad y distorsión de parámetros y calibración del modelo numérico. Finalmente, determinar la capacidad de predicción del modelo CFD.



**Figura 2. Fases metodológicas modelo numérico 2D**  
 Fuente: Este estudio.

## CAPÍTULO 2: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 MODELACIÓN NUMÉRICA DE ESTRUCTURAS DE CONTROL

#### 2.1.1 Antecedentes

En el desarrollo de trabajos experimentales de modelos físicos y modelos numéricos de vertederos regulados por compuertas, se tiene como objetivo obtener la curva de descarga propia del vertedero y las presiones generadas en el sistema, asimismo, cuantifica la acción erosiva sobre la pata de la presa generada por la recirculación del chorro, lo cual afecta la estabilidad de la estructura. Los primeros estudios e investigaciones realizados sobre la modelación numérica de vertederos fueron desarrollados en 1965 por Cassidy utilizando un modelo numérico en 2D con el flujo potencial para establecer la presión sobre el cresta de aliviadero (Daneshkhah, 2014, pág. 2).

Lenau y Cassidy (1969) desarrollaron medios analíticos para predecir la superficie libre, los perfiles y presiones para vertederos, supusieron que el flujo es irrotacional, y solucionaron el problema mediante de la teoría del flujo potencial en un plano complejo (Citado por Hassan Kiamanesh, 1996).

Mr Bhajantri, T.I Eldho, P.B. Deolalikar (2006) realizaron una comparación de los resultados numéricos y los datos experimentales de un modelo hidráulico para un vertedero con una cresta ancha. Encontraron que los valores calculados y experimentales del coeficiente de descarga fueron 0,72 y 0,69 respectivamente, se concluyó que las posibles razones del mayor valor calculado pueden ser la omisión de términos viscosos en el modelo numérico, que generalmente inducen un efecto amortiguador en el flujo, y a la ausencia de pérdidas debidas a contracciones y pilares en el modelo 2D.

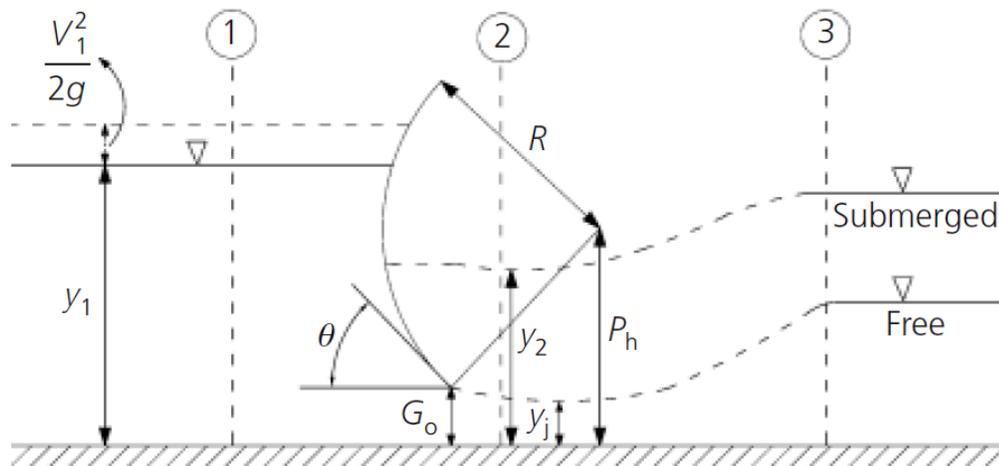
Ransford (1983), realizó un estudio analítico de la presión, aguas abajo de una compuerta parcialmente abierta. Encontró mediante la gola, que la presión presenta oscilaciones que pueden ser corregidas mediante un factor, en términos de la pendiente del vertedero (Kiamanesh, 1996, pág. 44) (Citado por Hassan Kiamanesh, 1996).

M. R. Zahedani, A. Keshavarzi, M. Javan, Mohammad Ali, Shahrokhnia, (2011), proponen una nueva ecuación para la estimación de la descarga en compuertas radiales. La descarga de flujo bajo una compuerta radial es una función de los parámetros geométricos e hidráulicos aguas arriba, de la profundidad aguas abajo, de la apertura de la compuerta, del radio de la compuerta y de la altura del pasador. El planteamiento de la ecuación parte del análisis dimensional y de una regresión no lineal. Finalmente, indican que los resultados estadísticos muestran un buen ajuste entre las ecuaciones propuestas y los datos de campo y del laboratorio. Después de correlacionar los datos de laboratorio a flujo libre se determinaron los valores constantes y se calcularon ecuaciones adimensionales como sigue.

$$C_d = 0.4154y_1^{0.3092}G_0^{-0.3167}P_h^{0.0598}R^{-0.0523} \quad (1)$$

$$q = 0.5874g^{0.5}P_h^{1.5}\left(\frac{y_1}{P_h}\right)^{0.8092}\left(\frac{G_0}{P_h}\right)^{0.6833}\left(\frac{R}{P_h}\right)^{-0.0523} \quad (2)$$

Donde  $q$  es la descarga de flujo por unidad de ancho,  $C_d$  es el coeficiente de descarga,  $G_0$  es el ancho de la compuerta,  $g$  es la aceleración debido gravedad,  $y_1$  e  $y_2$  son las alturas de las láminas aguas arriba y aguas abajo respectivamente y  $P_h$  es la altura del pasador de la compuerta. Bajo condiciones de flujo libre, la profundidad del agua, aguas abajo  $y_2$  no afecta la profundidad del agua, aguas arriba y por lo tanto se supone que es igual a cero.



**Figura 3. Flujo a través de una compuerta radial**  
Fuente: M. R. Zahedani, A. Keshavarzi, M. Javan, Mohammad Ali, Shahrokhnia, (2011),  
New equation for estimation of radial gate discharge.

Chaiyuth Chinnarasri, D. Kositgittiwong, Pierre Y. Julien (2012), desarrollaron un modelo numérico multifásico para vertedero con paso escalonado, donde utilizaron un índice de convergencia de la red para reducir el error de discretización. Los resultados numéricos se verificaron mediante de la comparación con el modelo físico a gran escala. El flujo y los perfiles de velocidad del modelo numérico mostraron buenos resultados con respecto al modelo hidráulico, encontraron que existe una correlación empírica para la disipación de energía del flujo a través de vertederos escalonados.

G. Duró, M. De Dios, A. López, S. O. Liscia (2012), en el estudio denominado “Modelado físico y comparación de CFD: estudio de caso de central hidro-combinada en modo de válvula”. Se implementaron dos modelos de turbulencia y dos escalas para identificar las capacidades y limitaciones de cada enfoque y determinar la selección de criterios para el modelado CFD para este tipo de estructura.

Asimismo, la turbulencia fue modelada mediante los modelos  $k-\epsilon$  RNG y LES. En tal sentido, la superficie libre simulada por el modelo  $k-\epsilon$  RNG apareció más lisa que la obtenida por el modelo LES. Las descargas obtenidas por las simulaciones numéricas a escala del modelo fueron superiores comparadas con los caudales obtenidos en el modelo físico, a saber, 13% para el modelo  $k-\epsilon$  RNG y 10% para LES. Finalmente, recomiendan la utilización del modelo LES sobre el modelo  $k-\epsilon$  RNG, debido a que el primero predijo la frecuencia fluctuante dominante con mayor precisión.

Y. Peltier, B. Dewals, P. Archambeau, M. Pirotton & S. Erpicum (2015), llevaron a cabo la validación de las mediciones de presión y velocidad realizadas en dos modelos físicos a escala de una cresta de vertedero tipo ogee implementado la modelación numérica y operando con cargas hidráulicas mayores a la carga de diseño sin considerar el efecto de pilas y de la aireación en la modelación.

La comparación de la velocidad extrapolada en la cresta del vertedero y la velocidad expresada mediante de la presión relativa, concluye que las amplitudes de la presión de fondo están sobrestimadas para el vertedero real. Para el vertedero más grande, la velocidad relativa del flujo es ligeramente más alta. En el resto del campo los datos están de acuerdo para ambas configuraciones mediante las cargas hidráulicas.

## 2.2 ECUACIONES DE NAVIER-STOKES

Claude-Louis Navier (1785-1836) y George Gabriel Stokes (1819-1903) describieron las ecuaciones que gobiernan el comportamiento hidrodinámico de los fluidos mediante ecuaciones de derivadas parciales no lineales, estas ecuaciones describen la forma cómo la velocidad, la temperatura, la presión y la densidad se relacionan en el fluido en movimiento. El sistema de ecuaciones diferenciales acopladas corresponde a extensiones de las ecuaciones de Euler las cuales incluyen el efecto de la viscosidad en el flujo.

Continuidad,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

Momentum - x,

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} = -\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right] \quad (4)$$

Momentum - y,

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} = -\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right] \quad (5)$$

Momentum - z,

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w^2)}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{1}{RePr} \left[ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right] \quad (6)$$

Energía,

$$\begin{aligned} \frac{\partial(E_T)}{\partial t} + \frac{\partial(uE_T)}{\partial x} + \frac{\partial(vE_T)}{\partial y} + \frac{\partial(wE_T)}{\partial z} = & -\frac{\partial(u\rho)}{\partial x} - \frac{\partial(v\rho)}{\partial y} - \frac{\partial(w\rho)}{\partial z} - \frac{1}{RePr} \left[ \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] \\ & + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y} (u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z} (u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz}) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

Estas expresiones forman un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales no lineales, las cuales en la mayoría de los problemas de ingeniería no poseen una solución de orden analítico. No obstante, es posible obtener soluciones basadas en algoritmos computacionales originando de esta forma el desarrollo del enfoque CFD. En este sentido, la estrategia de CFD es reemplazar el dominio continuo de un problema de ingeniería por un dominio discreto, delimitado por condiciones de frontera preestablecido.

### 2.3 CAPACIDAD DE DESCARGA EN VERTEDEROS

El flujo en la descarga del vertedero presenta variaciones significativas en los patrones de las líneas de corriente, las cuales inciden en el comportamiento hidráulico del fluido en términos de las fuerzas gravitacionales, en la mayoría de las aproximaciones realizadas para cuantificar la descarga en vertederos se desprecia los efectos de la tensión superficial, la viscosidad y las relaciones geométricas en los límites de aproximación. Por tal razón, es necesario establecer diferentes coeficientes de descarga para poder cuantificar el caudal real descargado. A continuación se relaciona un esquema para obtener el caudal descargado por vertederos sin control en el azud (véase Figura 4).

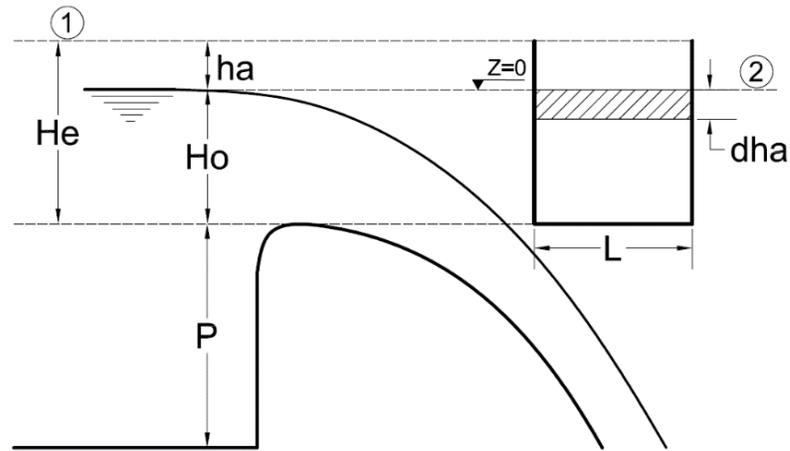


Figura 4. Esquema caudal descargado a través del vertedero  
Fuente: Este estudio.

Aplicando la ecuación de Bernoulli en 1 y en 2, despreciando las pérdidas y considerando  $\alpha = 1$ , se tiene:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g}$$

$$h_a = \alpha \frac{v_2^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{2gh_a}$$

Donde,  $Z_1$ : Altura de posición;  $\frac{P}{\gamma}$ : Carga piezométrica;  $\frac{v^2}{2g}$ : Altura de velocidad,  $g$ : Aceleración de la gravedad;  $\alpha_1, \alpha_2$ : Coeficientes de Coriolis.

En el caso de un vertedero tipo Ogee, la descarga se da por la siguiente ecuación:

$$Q = C_D \sqrt{2g} L H^{1.5} \tag{8}$$

Donde,  $Q$ : Caudal descargado ( $m^3/s$ );  $C_D$ : Coeficiente adimensional de descarga para vertederos hidráulicos;  $g$ : Aceleración de la gravedad ( $m/s^2$ );  $L$ : Longitud efectiva en la cresta (m);  $H$ : Carga hidráulica total incluyendo la altura de velocidad (m). El coeficiente está afectado por la relación de la forma de la cresta, la profundidad de aproximación, la inclinación de la cara aguas arriba, y la contracción originada por los pilares en la cresta y los estribos. La capacidad de descarga del vertedero está gobernada por el coeficiente de descarga  $C_D$ , éste determina la cantidad de flujo a descargar y la aparición o no de escenarios de cavitación, debido a la relación que existe entre la profundidad de aproximación ( $P$ ) y la altura de diseño ( $H_D$ ), teóricamente si esta relación corresponde a la unidad, no se presentarán fenómenos de cavitación sobre el vertedero. La Figura 5 muestra que la relación  $\frac{P}{H_D}$  a medida que aumenta, el coeficiente de descarga comienza a presentar un valor constante de 0.492.

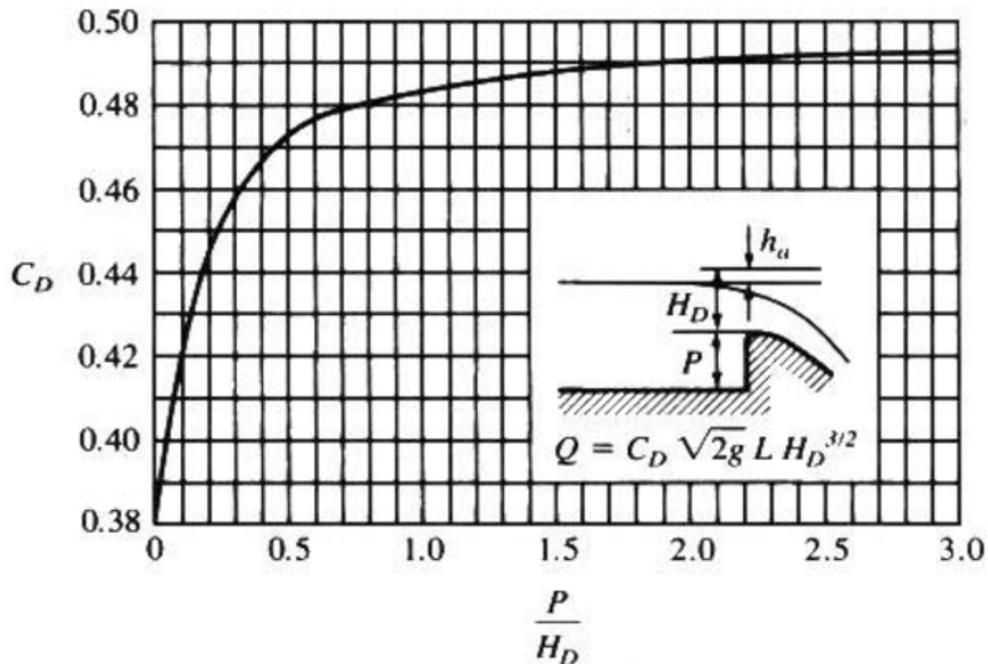


Figura 5. Coeficiente de descarga  $C_D$  para descarga libre  
Fuente: USBR, (1988).

## 2.4 DESCARGA PARA COMPUERTA RADIAL

### 2.4.1 Curva de capacidad de descarga del vertedero

La descarga a través de una compuerta se considera libre cuando el chorro aguas debajo de la compuerta corresponde a un flujo supercrítico, descarga a la atmósfera y no se encuentra ahogado (Rodríguez Díaz, 2015, pág. 285). Una compuerta radial consiste en una cara curvada, generalmente lisa, apoyada por brazos radiales. Cuando se aplica una carga hidrostática a la cara de la compuerta, la fuerza que actúa sobre ésta, pasa directamente a través del eje, y por lo tanto, el polipasto mecánico sólo levanta la masa de la compuerta, que puede ser equilibrada por la fuerza hidrostática efectiva (Chadwick, 1986, pág. 406).

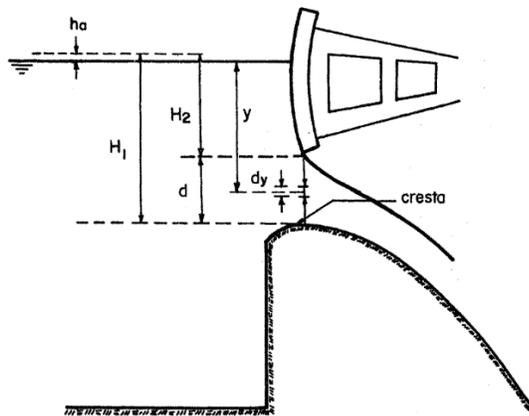
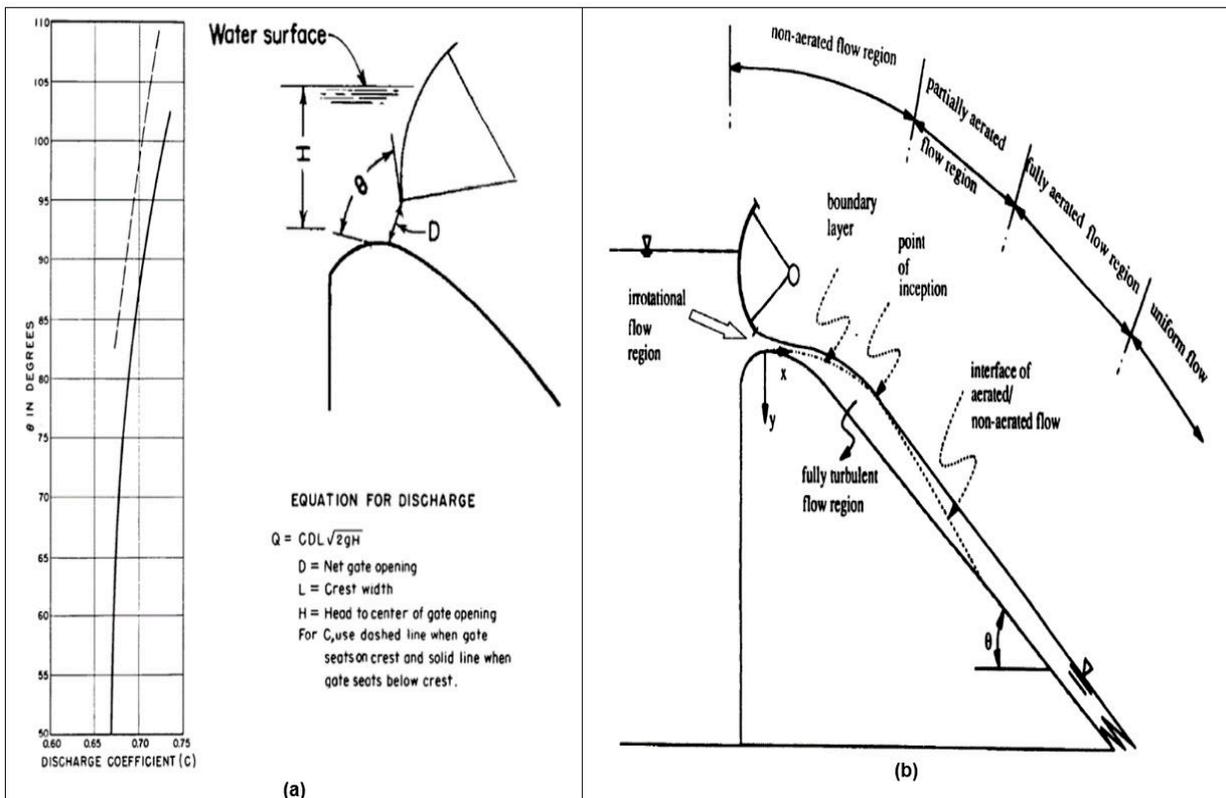


Figura 6. Descarga en vertedero controlado por compuerta radial.  
Fuente: Sotelo A. (2005), Diseño hidráulico de estructuras, pág. 41.

La estimación de la capacidad de la descarga se basa en métodos analíticos o en modelos físicos, éste parámetro se debe determinar mediante puntos de control específicos tales como en la cresta, en el orificio formado por la compuerta y en la rápida. El control en la cresta ocurre cuando hay flujo libre y se establece un flujo subcrítico (aguas arriba), luego el flujo pasa a través de un estado crítico presentando la energía específica mínima para la descarga, a medida que el flujo avanza, en la rápida se desarrolla un flujo supercrítico aguas abajo de la estructura de control, Dado lo anterior, la energía que transporta el fluido debe ser disipada. En el caso del vertedero el Quimbo se diseñó un deflector radial tipo salto de esquí con radio de 30 m, con punto de disparo en la cota 614.08 msnm y ángulo de lanzamiento de 35°, obtenido en el modelo hidráulico. De hecho la descarga por vertederos controlados por compuertas funciona como un orificio (USBR, 1987, pág. 453), el cual está gobernado por la siguiente ecuación:

$$Q = CLd\sqrt{2gH} \quad (9)$$

Donde,  $Q$ : Caudal descargado ( $m^3/s$ );  $C$ : coeficiente de descarga;  $L$ : Longitud efectiva en la cresta ( $m$ );  $d$ : La mínima distancia del labio de la compuerta a la coronación ( $m$ );  $g$ : Aceleración de la gravedad ( $m/s^2$ );  $H$ : Altura de agua desde el centro de la apertura de la compuerta incluyendo la velocidad de aproximación ( $m$ ). La Figura 7 (a) muestra la posición de una compuerta radial parcialmente abierta sobre un vertedero. La apertura de la compuerta  $D$  se mide como la distancia más corta desde el borde de la compuerta al perfil de cresta, trabajado como un orificio de sección rectangular. El ángulo  $\theta$  se establece entre la tangente de la cresta y la tangente de la compuerta radial. Asimismo, se presenta una curva que relaciona el coeficiente de descarga cerrada  $C$  con el ángulo  $\theta$  medido en grados.



**Figura 7. Coeficiente de descarga para flujo abajo de compuertas (a) Desarrollo de flujos en vertederos con compuertas radiales (b)**

Fuente: Design of Small Dam (1987), Bureau of Reclamations, pág. 378 (a). Cain and Wood, (1981). (b)

La curva presenta un valor medio para el coeficiente de descarga  $C$  determinado para diferentes condiciones de aproximación. Así, a medida que aumenta la apertura de la compuerta se evidencia una variación significativa del coeficiente de descarga, debido a que el vertedero con apertura total de compuertas trabajaría como un canal a flujo libre sin controles.

### 2.4.2 Empuje hidrostático sobre una compuerta radial

El empuje hidrostático sobre la compuerta radial está determinado básicamente por la componente vertical y la componente horizontal, las cuales originan la fuerza resultante que actúa en forma perpendicular a través del centro de curvatura de la superficie de la compuerta radial. En dirección vertical la compuerta soporta una fuerza establecida por el peso del agua que actúa sobre ella, asimismo, la compuerta experimenta en la parte inferior una fuerza vertical hacia arriba y corresponde al peso total del fluido que está en contacto con la cara de la compuerta, en este sentido, la fuerza vertical final es igual al peso del volumen del agua originado por el sector circular. Igualmente, la descarga pasa a través de la etapa crítica en el control del aliviadero y entra en el canal de descarga como flujo supercrítico. Para evitar un resalto por abajo del control, el flujo debe permanecer supercrítico a lo largo del canal (USBR, 1987, pág. 379).

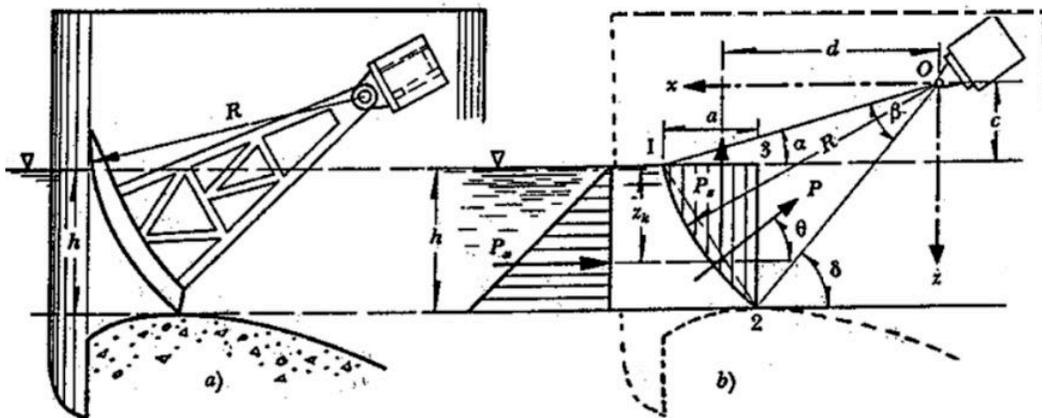


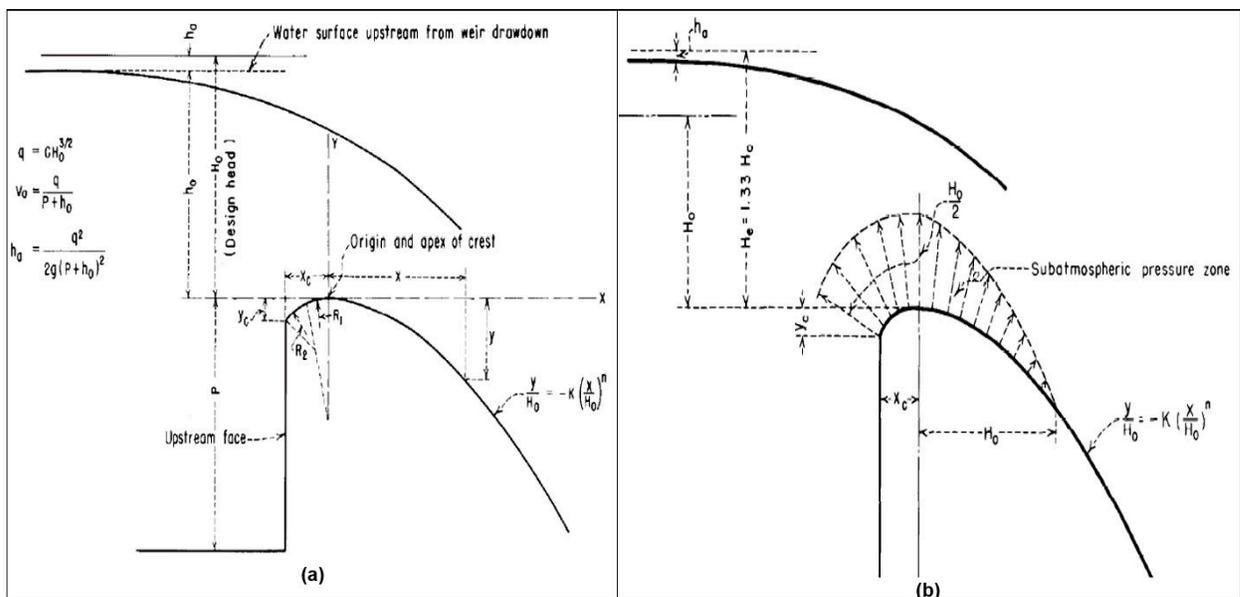
Figura 8. Empuje hidrostático sobre una compuerta radial  
Fuente: Sotelo (1997), Hidráulica General pág. 56.

### 2.4.3 Distribuciones de presiones: compuerta radial

Una compuerta radial es una estructura hidráulica curva que controla la apertura del orificio de descarga en un sistema de seguridad, el orificio se origina entre el cimacio y el borde inferior de la compuerta, el ancho de éste coincide con el del canal de descarga, en estas condiciones según Sotelo (1997) el flujo puede considerarse bidimensional. Asimismo, la distribución de presiones sobre la compuerta en condiciones hidrostáticas varía de forma lineal donde a superficie libre la presión corresponde a cero, experimentando la mayor presión en el límite inferior de la estructura, esta fuerza hidrostática siempre actúa normal a una superficie de la compuerta y las fuerzas de presión actúan a través del centro de curvatura.

Se ha evidenciado que cargas hidrodinámicas significativas que circulan por aperturas mínimas de las compuertas radiales, originan presiones negativas en la frontera fluido-estructura de control. Para reducir este fenómeno los diseñadores intentan obtener el perfil hidráulico óptimo del vertedero que mejor se ajuste al comportamiento hidráulico del sistema y el desarrollo de aireadores que reduzcan las subpresiones generadas. En éste sentido, el perfil de diseño del vertedero está asociado al comportamiento del flujo para diferentes aperturas de las compuertas, esto puede originar problemas potenciales como la generación de presiones negativas excesivas sobre la cresta del vertedero lo cual puede llegar a generar inestabilidad y fisuras en la estructura de control, produciendo la formación de vacío en el punto de separación y cavitación.

Sí el perfil del vertedero se diseña exactamente siguiendo la forma de la napa inferior de una caída libre, la presión sobre la cresta del vertedero bajo la altura de diseño en teoría debiera ser nula (Chow, 1994, pág. 366). En la práctica obtener el perfil de diseño exacto es complejo por lo cual se adopta el perfil que genere las menores presiones negativas en la estructura de control, estas presiones depende directamente de la apertura de la compuerta, aperturas mínimas aumenta las presiones negativas sobre la gola y la rápida, mientras que para aperturas mayores, estas presiones disminuyen. La descarga de flujo bajo la compuerta radial es una función de los parámetros geométricos e hidráulicos, de la profundidad del agua aguas arriba, profundidad del agua aguas abajo, apertura de la compuerta, radio de la compuerta y la altura del pasador del muñón (Keshavarzi, 2012, pág. 10).



**Figura 9. Presiones subatmosféricas para compuerta Ho/He**  
Fuente: Design of Small Dam, Bureau of Reclamation (1987), pág. 378.

Según la USBR (1987), las aperturas mínimas de las compuertas generan presiones negativas a lo largo de la cresta del vertedero aguas abajo de la salida de la compuerta, estas presiones subatmosféricas corresponden al 10% de la carga hidráulica del vertedero.

#### 2.4.4 Componentes hidrodinámicos de presión en el deflector

En el inicio de la aproximación a la gola la velocidad del flujo es menor y la variación de la presión es lineal (hidrostática) como se observa en la sección de la Figura 10. No obstante, a medida que avanza el flujo por la gola, este experimenta fuerzas centrífugas originadas por la aparición de aceleraciones en la líneas de corriente, esto origina que la presión comience a tener compartimientos curvilíneos, tal y como aparece en la Figura 10 (sección 2).

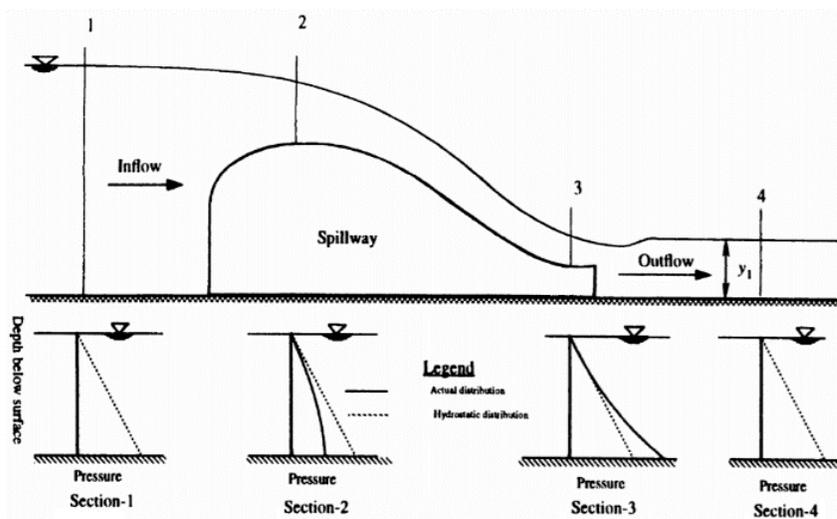


Figura 10. Variación de la presión en vertederos

Fuente: Hassan Kiamanesh, An Investigation to Predict the Sub-Atmospheric Pressure on High Spillways, (1996).

## 2.5 ESTRUCTURA DE DISIPACIÓN: SALTO DE ESQUÍ

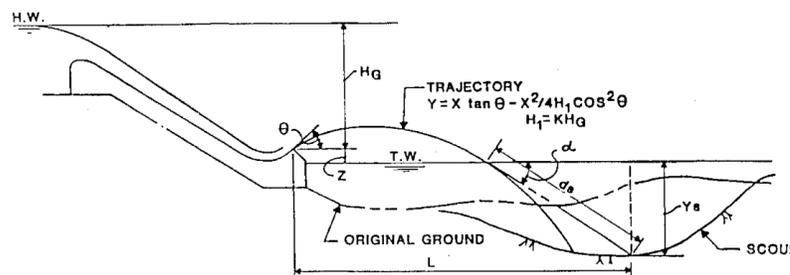
La descarga de la compuerta se define como libre cuando el chorro de aguas bajo de la puerta está expuesto a la atmósfera y el labio de la compuerta no está sumergido. En tal sentido, el flujo inmediatamente aguas abajo de la compuerta es supercrítico y un resalto hidráulico se forma aguas abajo de la compuerta (Young, 2001, pág. 12). En consecuencia, el flujo sale desde el deflector como una descarga libre hacia arriba y cae de nuevo en el río a una distancia del extremo del aliviadero. En la trayectoria del chorro se asume dependiente de la energía de flujo disponible en el deflector y del ángulo de disparo, la trayectoria del chorro está dada por la ecuación (USBR, 1987, pág. 387).

$$y = -x \tan \theta - \frac{x^2}{4(h + h_v) \cos^2 \theta} \quad (10)$$

Donde,  $\theta$ : Ángulo del borde del labio con la horizontal ( $^\circ$ );  $x$ : Distancia horizontal medida a partir del punto de disparo (m);  $h$ : Profundidad de la lámina de agua en el punto de disparo (m);  $h_v$ : Altura de velocidad (m). El deflector puede estar acompañado por paredes laterales divergentes. Esto mejora ligeramente la dispersión de la trayectoria del chorro. La siguiente ecuación regula el ángulo máximo con el que las paredes laterales pueden ser desviadas (USBR, 1987, pág. 387).

$$\tan(\alpha) = \frac{1}{3F_0} \therefore F_0 = \frac{v_0}{(gh_0)^{0.5}} \quad (11)$$

Donde,  $F_0$ : Número de Froude al inicio de la contracción;  $\alpha$ : Variación angular de las paredes laterales con respecto a la línea central del canal;  $v_0$ : Velocidad al comienzo de la contracción;  $h_0$ : Profundidad al comienzo de la contracción.

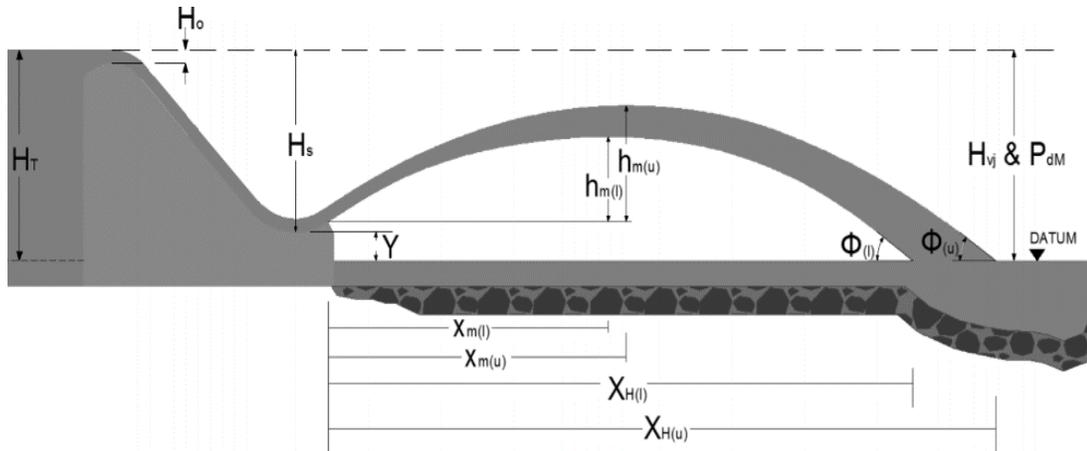


**Figura 11. Esquema de la trayectoria del chorro libre**  
Fuente: Coleman, H. W (1982).

En el cálculo del chorro a flujo libre se realiza con el uso de la trayectoria parabólica que se puede describir como la curva generada por un punto de masa de densidad constante bajo la influencia de la gravedad (Wahl, 2009, pág. 256). En el desarrollo del diseño óptimo del deflector de dissipación existen parámetros y condiciones imposibles de tener en cuenta, por lo tanto, los valores del prototipo pueden diferir de forma significativa, así las cosas, es importante establecer que la expansión de chorro transversal y los anchos de impacto para el diseño no deben basarse únicamente en los valores teóricos, sino también se deben desarrollar estudios de modelos hidráulicos (Fraser, 2016, pág. 51). En el diseño de éste tipo de dissipadores se debe tener especial cuidado con los flujos de recirculación generados por la caída del chorro, éstos pueden generar problemas de socavación y conllevar a la inestabilidad de la estructura, en consecuencia se deben reforzar en términos estructurales el pie de la presa según sea el caso para evitar los procesos erosivos y de arrastre del material.

Por esta razón un factor importante en el diseño del deflector tipo salto de esquí corresponde a la distancia de la trayectoria del chorro, la cual depende de varios parámetros incluyendo la velocidad de flujo que sale del labio, el ángulo de trayectoria y la profundidad de la lámina de agua, a continuación se presentan los parámetros relevantes en el diseño de éste tipo de estructuras (Fraser, 2016, pág. 54). La distancia de trayectoria  $X_H$ , de un dissipador de energía de salto de esquí se puede definir como la distancia horizontal generada desde la salida del chorro de agua del labio del deflector hasta el lugar del impacto del chorro en la piscina (río) y está gobernado por lo siguiente ecuación (USBR, 1987):

$$X_H = kH_s \sin 2\alpha_1 + 2k \cos \alpha_1 [H_s (H_s \sin^2 \alpha_1 + Y)]^{0.5} \quad (12)$$



**Figura 12. Parámetros de la trayectoria del dissipador de energía salto de esquí**  
Fuente: Cameron Neal F. (2016), Ski-jump energy dissipation design.

Dónde,  $X_H$ : Distancia de tiro horizontal desde el labio del deflector hasta el punto de impacto del chorro (m);  $Y$ : Diferencia de elevación entre el labio y el agua de cola (m);  $H_s$ : Altura de velocidad del chorro en el labio del deflector del salto de esquí (m);  $\alpha_1$ : Ángulo del labio del cucharón con relación a la horizontal ( $^\circ$ );  $K$ : Resistencia del aire.

## 2.6 CAVITACIÓN

La cavitación se define como la formación de una burbuja o vacío dentro de un líquido. Si el vacío se llena principalmente con vapor de agua, el proceso se clasifica adicionalmente como cavitación vaporosa. Si el vacío se llena principalmente con gases distintos del vapor de agua, el proceso es llamado cavitación gaseosa. En los últimos años, la aireación se ha convertido en el estándar

para la protección de cavitación para vertederos y estructuras con una altura mayor (Falvey H. T., 1990, pág. 3). El diseño de las estructuras de aireación se establece generalmente sobre la cuantificación del potencial de cavitación a lo largo de toda la longitud de la gola, la rápida y el deflector (Coleman, 2004, pág. 173).

## 2.7 MODELOS CFD

La modelación numérica de fenómenos hidrodinámicos conlleva a la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes gobernantes para fluidos. Es posible obtener una solución aproximada mediante el desarrollo de la teoría de los métodos de volúmenes finitos y la modelación CFD. De acuerdo con esto, es pertinente estudiar el comportamiento hidráulico del sistema de compuertas radiales del proyecto Hidroeléctrico El Quimbo, con el objeto de analizar al diseño propuesto bajo escenarios experimentales de máxima operación, para establecer la capacidad de predicción del modelo. Información fundamental para el control de riesgos en compuertas radiales con descarga a flujo libre y seguridad de la presa.

En tal sentido, se realiza un estudio paramétrico con el objeto de caracterizar el campo de flujo, el perfil generado sobre la compuerta, la rápida y el deflector. La modelación numérica se desarrolló en ANSYS Fluent 17.0, utilizando el método VOF con un modelo de turbulencia k-e. Estos algoritmos resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo bidimensional mediante la CMP y la apertura de compuertas a 724.6 msnm. Así, los modelos CFD están gobernados por las siguientes ecuaciones:

Continuidad,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (13)$$

Moméntum,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\vec{v} \cdot \vec{v}) = -\nabla p - \nabla \cdot [\mu(\nabla \vec{v} + \nabla(\vec{v})^T)] + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (14)$$

Presión,

$$\frac{\vec{p}}{\rho} \quad (15)$$

Donde:  $\vec{v}$ : Velocidad del flujo;  $\rho$ : Densidad del fluido;  $\vec{F}$ : Fuerza del cuerpo;  $p$ : Presión;  $\vec{g}$ : Aceleración de la gravedad;  $\mu$ : Viscosidad del fluido.

### 2.7.1 Método de volúmenes finitos

El Método del Volumen Finito (FVM) es una técnica numérica que transforma las ecuaciones diferenciales parciales que representan las leyes de conservación sobre volúmenes diferenciales, en ecuaciones algebraicas discretas sobre volúmenes finitos (o elementos o células) (Moukalled, 2016, pág. 4).

En el FVM los términos de la ecuación de conservación de masa son transformados en flujos de cara y evaluados en el volumen finito. Así, el FVM garantiza que el volumen que entra es igual al volumen que sale, esta propiedad corresponde a la esencia en el desarrollo de los estudios de CFD.

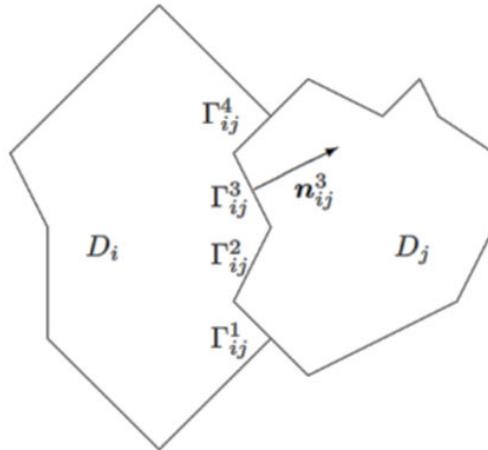
El Método del Volumen Finito puede ser implementado en mallas poligonales no estructuradas, estableciendo diferentes condiciones de contorno. En 2D, las celdas pueden ser triangulares, rectangulares y poligonales. En 3D, las celdas son hexaedrales, tetraedros o prismas. La forma integral de la ecuación de continuidad para flujo incompresible:

$$\int_S \vec{v} \hat{n} dS = 0 \quad (16)$$

La superficie  $S$  del volumen de control es normal ( $\hat{n}$ ) a la superficie externa. Físicamente, esta ecuación establece que el flujo neto de volumen en el control es cero (principio de conservación de la masa). La discretización del sistema de volumen finito es muy popular en la dinámica de fluidos computacional, porque es robusto, flexible, permite la solución de problemas de flujo en dominios con una geometría complicada y su algoritmo es simple. Considerando el flujo adiabático en un dominio limitado  $\Omega \in R^N$  e intervalo de tiempo  $(0, T)$  con  $T > 0$ . Aquí  $N = 2$  o  $3$  para 2D o 3D Flujo, respectivamente.

Con una función vectorial dada  $w_0$  y condiciones de contorno,

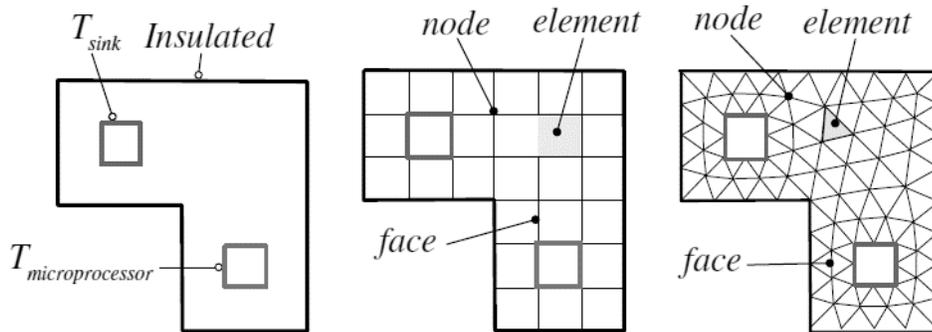
$$B(w(x, t)) = 0 \quad \therefore (x, t) \in \partial\Omega \times (0, T) \quad (17)$$



**Figura 13. Volúmenes finitos vecinos en 2D**  
 Fuente: M. Feistauer (2007), Finite Volume and Finite Element Methods in CFD.

El dominio geométrico puede ser discretizado, mediante de una malla estructurada, o no estructurada, dependiendo de la forma geométrica del volumen de control y del grado de refinamiento en las zonas de interés.

El empleo de mallas estructuradas y una correcta topología garantiza mayor probabilidad de mejores resultados de convergencia en los resultados finales. Para una malla estructurada regular, cada celda interior en el dominio está conectada al mismo número de celdas vecinas, es decir, se garantiza la topología al vecino más cercano, éste comportamiento estructurado reduce el costo de los tiempos computacionales en el proceso de modelamiento.



**Figura 14. Discretización del dominio**  
 Fuente: F. Moukalled, (2016), The finite volumen method in computational fluid dynamics.

## 2.7.2 Modelos de turbulencia

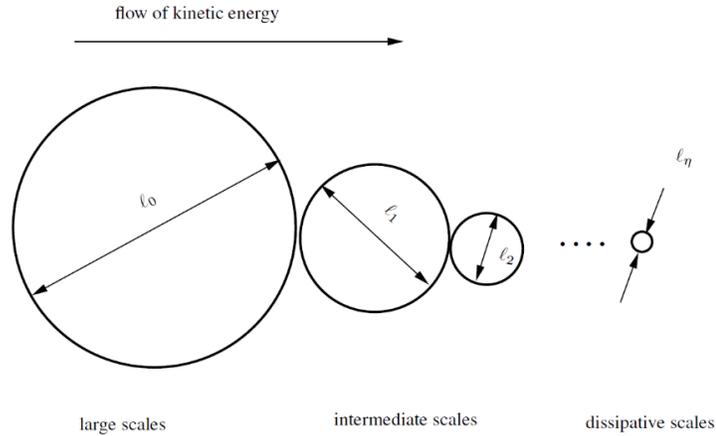
Básicamente existen dos tipos de flujos: flujo laminar y flujo turbulento. El primero corresponde a flujos con número de Reynolds bajos, indicado un flujo que se desplaza en forma de láminas individuales donde las líneas de corriente no se cruzan; el segundo, corresponde al flujo turbulento para flujos con un número de Reynolds mayores, donde las partículas se mueven de forma caótica formando remolinos.

No existe una definición precisa de flujo turbulento, pero éste tiene una serie de rasgos característicos como la irregularidad presentando patrones caóticos que pueden parecer al azar, los cuales están gobernados por las ecuaciones de Navier-Stokes (Pope, 2015, pág. 66). El flujo turbulento presenta una velocidad y escala característica, estudios recientes han demostrado que la vorticidad y el esfuerzo no presentan comportamientos aleatorios en el flujo, sino se concentran en regiones coherentes, cada una de ellas dominada por un tipo de movimiento (Ruiz, 2014, pág. 12).

Éste tipo de flujo aumenta la difusividad entre las capas, asimismo, se incrementa la resistencia (fricción de la pared) y la transferencia de calor se evidencia en el comportamiento hidrodinámico del flujo en tuberías y canales. De hecho, cuando los fluidos presentan un número de Reynolds superiores al crítico, la estructura laminar del flujo comienza a experimentar comportamientos turbulentos, generando variaciones en la presión y en la velocidad, de esta forma se establecen vórtices y fluctuaciones pseudo-aleatorias (García, 2011, pág. 23).

Además, el flujo turbulento se disipa, lo que significa que la energía cinética formada por la aparición de remolinos se transforman en energía térmica, estableciendo un proceso de cascada donde el remolino de mayor tamaño transmite su energía a los remolinos más pequeños, los cuales se desvanecen si no son afectados por fuerzas externas.

La energía cinética de las grandes escalas se transfiere a escalas más pequeñas a medida que estas interactúan. La energía cinética se transforma en energía interna (Lars, 2015, pág. 6). En la Figura 15, se observa que el flujo de la energía es transmitido desde el remolino mayor a los remolinos de menor tamaño.



**Figura 15. Escala de la turbulencia**

Fuente: Pope, S. B. (2015). Turbulent Flow. UK: Cambridge University Press, pág 67.

Cuando el flujo es turbulento se puede descomponer la velocidad y la presión en valor medio y fluctuante, debido principalmente a la necesidad de generar una rejilla muy fina para resolver todos los eventos turbulentos mediante la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes (Lars, 2015, pág. 12).

Este proceso da origen a las ecuaciones de Reynolds promediadas en el tiempo (RANS). El modelo de turbulencia desarrolla un análisis para un sistema cerrado basado en las siguientes ecuaciones (Malalasekera & Versteeg, 1995, pág. 62):

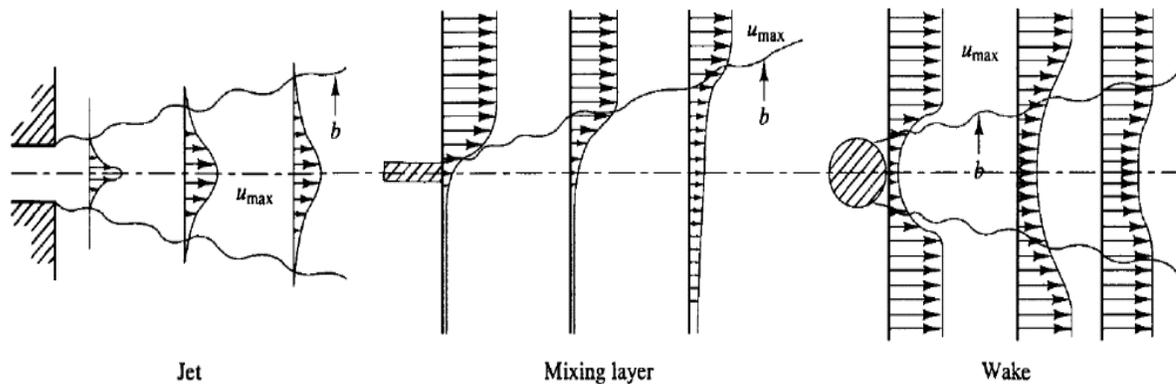
Continuidad,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho U) = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho W U) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{grad } W) + \left[ -\frac{\partial(\overline{\rho \mu' w'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho v' w'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{\rho w'^2})}{\partial z} \right] + S_{Mz} \quad (19)$$

Ecuación escalar de transporte,

$$\frac{\partial(\rho \Phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho \Phi U) = \text{div}(\Gamma_\Phi \text{grad } \Phi) + \left[ -\frac{\partial(\overline{\rho \mu' \Phi'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho v' \Phi'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{\rho w' \Phi'})}{\partial z} \right] + S_\Phi \quad (20)$$



**Figura 16. Flujos turbulentos**

Fuente: H. K. Versteeg & W. Malalasekera (1995). An introduction to computational fluid dynamics, pág 55.

Para la mayoría de los propósitos de ingeniería no es necesario resolver los detalles de las fluctuaciones turbulentas.

Los modelos de turbulencia tienen un alto grado de aplicación en el desarrollo de códigos CFD. Según Malalasekera & Versteeg (1995), los modelos de turbulencia se clasifican de la siguiente forma:

Modelos clásicos	Basado en las ecuaciones de Reynolds (tiempo promedio). <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Modelo de ecuación cero: Modelo de mezcla.</li> <li>2. Modelo con dos ecuaciones: <math>\kappa - \epsilon</math></li> <li>3. Ecuación de esfuerzos de Reynolds</li> <li>4. Modelo algebraico de esfuerzos</li> </ol>
LES (Large Eddy Simulation)	Basado en las ecuaciones (space - filtered)

**Tabla 1. Modelos de turbulencia**

Fuente: H. K. Versteeg & W. Malalasekera (1995). An introduction to computational fluid dynamics, pág 46.

De hecho, en la actualidad no existe un modelo de turbulencia universalmente aceptado que tenga la capacidad de caracterizar la mayoría de problemas físicos. No obstante, la selección del modelo de turbulencia dependerá de consideraciones del fenómeno estudiado, como de la física del flujo, el grado de precisión deseable y el costo computacional requerido.

Para Ruiz (2014), los modelos de turbulencia en mecánica de fluidos computacional se clasifican así:

<b>Modelos de turbulencia RANS</b>	
<b>Modelos RANS</b>	Modelo Laminar: Modelado de la turbulencia para flujo laminar
	$\kappa - \epsilon$ : Modelo para flujo estándar para Re altos
	$\kappa - \omega$ : Modelo para flujo estándar para Re altos
	$\kappa - \omega$ -SST: Modelo del tipo $\kappa - \omega$ -SST
	RNG - $\kappa - \epsilon$ : Modelo del grupo renormalizado RNG
	No lineal $\kappa - \epsilon$ : Modelo no lineal del tipo $\kappa - \epsilon$
	Lien Cubic KE: Modelo del tipo q-z
	Launder-Sharma $\kappa - \epsilon$ : Modelo del tipo $\kappa - \epsilon$ para Re bajos
	Lam Brem horst $\kappa - \epsilon$ : Modelo del tipo $\kappa - \epsilon$ para Re bajos
	Lien Cubic $\kappa - \epsilon$ Low Re: Modelo del tipo $\kappa - \epsilon$ para Re bajos
	Lien Leschsiner Low Re: Modelo del tipo $\kappa - \epsilon$ para Re bajos
	LRR: Modelo de Transporte de Esfuerzos de Reynolds (RSTM) Launder-Reece-Rodi
	Launder Gibson RSTM: Modelo tipo RSTM que considera reflexión en las paredes del dominio
	Realizable $\kappa - \epsilon$ : Modelo del tipo $\kappa - \epsilon$
	Sparlart-Allmaras: Modelo de longitud de mezcla de una ecuación.
<b>Modelos RANS para fluidos compresibles</b>	Laminar: Modelado de la turbulencia para flujo laminar
	$\kappa - \epsilon$ : Modelo para flujo estándar
	$\kappa - \omega$ : Modelo para flujo estándar para Re altos
	$\kappa - \omega$ - SST: Modelo del tipo $\kappa - \omega$ - SST
	RNG - $\kappa - \epsilon$ : Modelo del grupo renormalizado RNG
	LRR: Modelo de Launder-Reece-Rodi tipo (RSTM)
	Launder Gibson RSTM: Modelo tipo RSTM
	Realizable $\kappa - \epsilon$ : Modelo del tipo $\kappa - \epsilon$
Sparlart-Allmaras: Modelo de longitud de mezcla de una ecuación.	

**Tabla 2. Modelos de turbulencia RANS**

Fuente: Ruiz Solorio G. (2014), Modelos de turbulencia en mecánica de fluidos computacional, Universidad Nacional Autónoma de México, pág 3.

<b>Modelos de turbulencia LES</b>	
<b>Modelos LES</b>	Modelos LES para Turbulencia Isotrópica
	Smagorinsky
	Smagorinsky 2: Modelo con un filtro en 3D
	Dyn Smagorinsky: Modelo Smagorinsky dinámico
	Homogeneous Dyn Smagorinsky: Modelo dinámico y homogéneo.
	Dyn Lagrangian: Modelo Lagrangiano de viscosidad de remolino, dos ecuaciones.
	Scale Similarity
	Smagorinsky mexclado: Modelo de mezcla de la escala Smagorinsky
	Dyn Mixed Smagorinsky: Modelo de mezcla dinámico
	One Eq Eddy: Modelo de la viscosidad de remolino de una ecuación del tipo k
	One Eq Eddy: Modelo dinámico de la viscosidad de remolino del tipo k
	Loc Dyn One Eq Eddy: Modelo dinámico localizado de viscosidad de remolino de una ecuación tipo k
	Spect Eddy Viscosity: Modelo espectral de viscosidad de remolino
	LRD Diff Stress: Modelo de esfuerzos diferenciales LRR
	Deardorff Diff Stress: Modelo de esfuerzos diferenciales Dearddorff
	Sparlat-Allmaras
Sparlat-Allmaras DDES: Modelo tipo DDES de simulación de vórtices Sparlat Allmaras	
Sparlat-Allmaras IDDES: Modelo tipo IDDES mejorado de Sparlat-Allmaras	
<b>Modelos LES para turbulencia anisotrópica</b>	Prandtl Delta
	Cube Root Vo Delta
	Max Delta xyz
	Smooth Delta
<b>Filtros LES</b>	Laplace Filter
	Simple Filter
	Anisotropic Filter
<b>Modelos LES para turbulencia anisotrópica</b>	Smagorinsky
	One Eq Eddy: Modelo de viscosidad de remolino de una ecuación tipo k
	Dyn One Eq Eddy: Modelo dinámico de viscosidad de remolino tipo k
	Low Re One Eq Eddy: Modelo de viscosidad de remolino de una ecuación tipo k para Reynolds bajos
	Deardorff Diff Stress: Modelo de esfuerzos diferenciales Dearddorff
	Sparlat-Allmaras

**Tabla 3. Modelos de turbulencia LES**

Fuente: Ruiz Solorio G. (2014), Modelos de turbulencia en mecánica de fluidos computacional, Universidad Nacional Autónoma de México, pág 3.

### 2.7.2.1 Modelo RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes)

RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes Simulation) resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo, todo el movimiento turbulento es modelado, este es el enfoque más utilizado para flujos industriales.

Uso del modelo de turbulencia RANS	
Modelo	Comportamiento y uso
<b>Spalart-Allmaras</b>	Económico para mallas grandes. Aplicable para flujos externos / internos ligeramente complejos (cuasi-2D) y flujos de capa límite bajo gradiente presión (por ejemplo, superficies aerodinámicas, alas, fuselajes de avión, misiles, cascos de barcos). Tiene un desempeño pobre para los flujos 3D, flujos de cizallamiento libre, flujos con separación.
<b>Standard k-ε</b>	Robusto. Ampliamente utilizado a pesar de las limitaciones conocidas del modelo. Tiene un desempeño pobre para flujos complejos que involucran gradientes de presión significativos, separación, curvatura aerodinámica fuerte. Adecuado para iteraciones iniciales, selección inicial de diseños alternativos y estudios paramétricos.
<b>Realizable k-ε*</b>	Adecuado para flujos de cizallamiento complejos que implican una deformación rápida, remolinos moderados, vórtices y flujos de transición local (por ejemplo, capa límite Separación, separación masiva y derramamiento de vórtices detrás de los cuerpos de farol, parada en difusores de gran angular, ventilación de la habitación).
<b>RNG k-ε</b>	Ofrece en gran medida los mismos beneficios y tiene aplicaciones similares como Realizable. Posiblemente más difícil de converger que Realizable.
<b>Standard k-ω</b>	Rendimiento superior para la capa límite limitada a la pared, la cizalladura libre y los flujos de número de Reynolds bajos en comparación con los modelos de la k-ε familia. Adecuado para flujos complejos de capas límite bajo gradiente de presión adversa y separación (aerodinámica externa y turbomáquinas). Se puede predecir que la separación es excesiva y temprana.
<b>SST k-ω*</b>	Ofrece beneficios similares como estándar k-ω. No es demasiado sensible a las condiciones límite de entrada como el estándar k-ω. Proporciona más precisión. Predicción de la separación de flujo que otros modelos RANS.
<b>BSL k-ω</b>	Similar a SST k-ω. Bueno para algunos flujos complejos si el modelo corresponde al sistema SST.
<b>RSM</b>	Físicamente el modelo más sólido de RANS. Evita la asunción isotrópica de viscosidad. Se requiere más tiempo de CPU y memoria. Más difícil de converger debido al acoplamiento cercano de las ecuaciones. Adecuado para flujos 3D complejos con fuerte curvatura de racionalización, fuerte turbulencia / rotación.

**Tabla 4. Uso del modelo de turbulencia RANS**

Fuente: ANSYS, 2015.

### 2.7.2.2 Modelo Estándar k-ε

Propuesto por B. E. Launder and D. B. Spalding (1974), el modelo k-ε es uno de los más utilizados en estudios CFD, el modelo estándar k – ε asume que el flujo es totalmente turbulento y los efectos de la viscosidad molecular sean despreciables, resuelve dos ecuaciones de transporte y el modelo de esfuerzos de Reynolds.

El modelo presenta limitaciones en escenarios de gradientes de presión negativos y la capa límite, no obstante, ANSYS Fluent 17.0, recomienda el refinamiento en la capa límite para mejorar la caracterización de la turbulencia en estas zonas. Éste modelo se basa en la aproximación de Boussinesq con la viscosidad turbulenta  $\mu_t$  y difusividad térmica  $k_t$ , (Malalasekera & Versteeg, 1995, pág. 701), formulado como:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}; k_t = \frac{\mu_t C_p}{Pr_t} \quad (21)$$

Donde,  $\varepsilon$  es la tasa de disipación de la energía cinética de turbulencia por unidad de masa debido a tensiones viscosas dadas por:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{\mu}{\rho} \overline{\{\nabla v' + [\nabla v']^T\} : \{\nabla v' + [\nabla v']^T\}} \quad (22)$$

En el modelo, la energía cinética turbulenta  $k$  y la disipación de energía turbulenta  $\varepsilon$  se calculan utilizando:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \nabla \cdot (\rho v k) = \nabla \cdot (\mu_{eff,k} \nabla k) + P_k + \rho \varepsilon \quad (23)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \nabla \cdot (\rho v \varepsilon) = \nabla \cdot (\mu_{eff,\varepsilon} \nabla \varepsilon) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \rho k + C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (24)$$

Donde,

$$\mu_{eff,k} = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}; \mu_{eff,\varepsilon} = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \quad (25)$$

Con el número turbulento de Prandtl ( $Pr_T$ ) y otras constantes del modelo asignadas a los siguientes valores:  $C_{\varepsilon 1} = 1.44$ ,  $C_{\varepsilon 2} = 1.92$ ,  $C_\mu = 0.099$ ,  $\sigma_k = 1.0$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1.3$  y  $Pr_T = 0.9$ . La forma compacta de la producción del término de energía turbulenta viene dada por:

$$P_k = \tau^R : \nabla v \quad (26)$$

### 2.7.2.3 Modelo Estándar k-w

El modelo k -  $\omega$  en los últimos años ha venido evolucionado y refinado su algoritmo, mejorando la precisión y la capacidad de predicción, a continuación se presenta la siguiente versión del modelo k -  $\omega$  para flujos turbulentos (Wilcox, 1988, pág. 1299):

$$v_T = \frac{k}{w} \quad (27)$$

Energía cinética de la turbulencia,

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* k w + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma^* v_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (28)$$

Tasa de disipación específica,

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma v_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (29)$$

Coefficientes de cierre y relaciones,

$$\alpha = \frac{13}{25}, \beta = \beta_0 \beta_\beta, \beta^* = \beta_0^* f_{B^*}, \alpha = \frac{1}{2}, \alpha^* = \frac{1}{2}$$

$$\beta_0 = \frac{9}{125}, f_{B^*} = \frac{1 + 70x_\omega}{1 + 80x_\omega} \cdot x_\omega = \frac{|\Omega_{ij}\Omega_{jk}\Omega_{ki}|}{(\beta_0^* \omega)^3}$$

$$\beta_0 = \frac{9}{100}, f_{B^*} = 1, x_k \leq 0; \frac{1 + 680x_k^2}{1 + 400x_k^2} \cdot x_k > 0; x_k = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

$$\epsilon = \beta^* \omega k, l = \frac{\sqrt{k}}{\omega} \quad (30)$$

### 2.7.2.4 Modelos de simulación de grandes remolinos (LES)

LES (Large Eddy Simulation) resuelve las ecuaciones Navier-Stokes filtradas. Las escalas mayores de turbulencias se resuelven directamente y se modelan las escalas más pequeñas. Por consiguiente requiere menos costos computacionales con respecto al modelo de simulación directa de las Ecuaciones de Navier-Stokes DNS (Direct Numerical Simulation). Se implementa para flujos de números altos de Reynolds, los cuales tienden a presentar inestabilidades inherentes a las escalas de tiempo de oscilación mayores a las escalas de tiempo de la turbulencia.

Tanto los modelos RANS como los LES, son modelos que utilizan la viscosidad turbulenta para reemplazar el tensor de tensión de Reynolds. Según ANSYS Fluent 17.0 después de la introducción de una viscosidad turbulenta, las ecuaciones de momento RANS y LES son formalmente idénticas. La diferencia se encuentra exclusivamente en el tamaño de la viscosidad de turbulencia proporcionada por el modelo de turbulencia subyacente, lo cual permite que los algoritmos de los modelos de turbulencia pueden cambiar de RANS a modo LES, sin generar ningún cambio formal en las ecuaciones de momento.

### 2.7.3 Ley universal de la pared

En flujos turbulentos, los sectores cercanos a los muros sólidos, se encuentran influenciados por los efectos viscosos y no por los parámetros de flujo libre (Otálora, 2016, pág. 59). En la Figura 17 (a) muestra como utilizando las funciones de pared se resuelve la capa límite. En la Figura 17 (b) se presenta una malla mucho más fina para la solución de la subcapa viscosa de la capa límite.

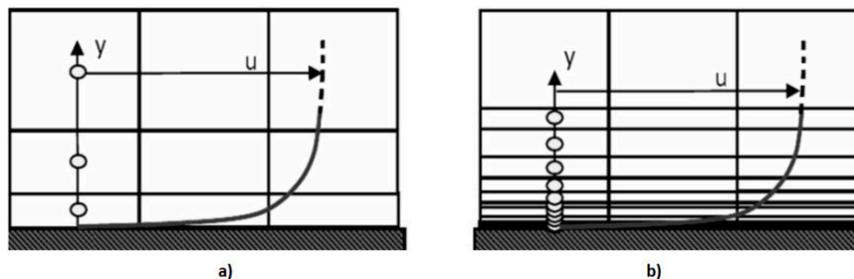


Figura 17. Funciones de pared  
Fuente: ANSYS, 2015.

## 2.8 MODELO MULTIFASE – MODEL VOLUME OF FLUID (VOF)

El algoritmo para el modelo VOF está desarrollado para dos o más líquidos inmiscibles, es decir líquidos que no se pueden mezclar, el desarrollo del código no permite dejar lugares vacíos en el volumen de control, el cual está conformado por fracciones de volumen, la sumatoria de estas fracciones en cualquier punto en el espacio y en cualquier tiempo debe ser igual a uno, garantizando el principio de continuidad en el sistema. El modelo VOF se utiliza generalmente para calcular una solución dependiente del tiempo, pero en el caso de ANSYS Fluent es posible realizarlo en condiciones de flujo permanente, es decir que el modelo en estado estacionario es sensible sólo cuando su solución es independiente de las condiciones iniciales y se establecen límites en la entrada para cada fase.

Para actualizar la interfaz se utiliza la ecuación de convección pura de conservación de la masa ( $\alpha_q$ , con que  $q = 1,2$  representan a las fracciones de líquido y aire), (Barraza, 2007, pág. 65):

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + v \cdot \nabla \cdot \alpha_q \quad (31)$$

La ecuación de conservación de la fracción de volumen se resuelve para una de las fases, para la otra fase se estima mediante de la expresión siguiente:

$$\sum_{q=1}^2 \alpha_q = 1 \quad (32)$$

Para la solución de las ecuaciones de continuidad en la discretización de dominio fijo, se ponderan las propiedades del fluido de acuerdo a la distribución de la fracción de volumen para cada fase, donde la fracción de volumen del líquido en la celda se denota como  $q^{th}$ , a continuación se relacionan las tres condiciones posibles (Uscátegui, 2017, pág. 81):

$\alpha_q = 0$  : La celda está vacía (para  $q^{th}$  fluido)

$\alpha_q = 1$  : La celda está llena (para  $q^{th}$  fluido)

$0 < \alpha_q < 1$  : La celda contiene la interfaz entre el  $q^{th}$  fluido y uno o más fluidos

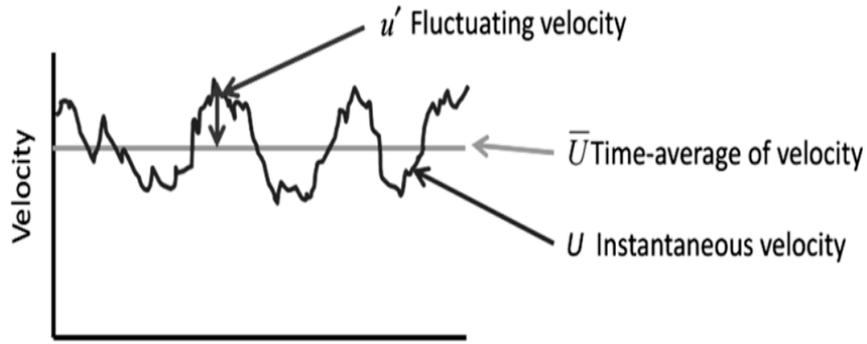


Figura 18. Velocidades medias e instantáneas  
Fuente: ANSYS, Inc, © 2015.

La interfaz de seguimiento basado en el modelo VOF realizada por ANSYS Fluent 17.0 establece una fracción de volumen " $\alpha$ " para cada celda, reconstruyendo la geometría durante el proceso, calculando la dirección normal en la interfaz,

$$n = \nabla \alpha \tag{33}$$

ANSYS Fluent 17.0 resuelve para la interfaz la ecuación de continuidad para la convección del campo de fracciones de volumen líquido,

$$V_l = \alpha V \tag{34}$$

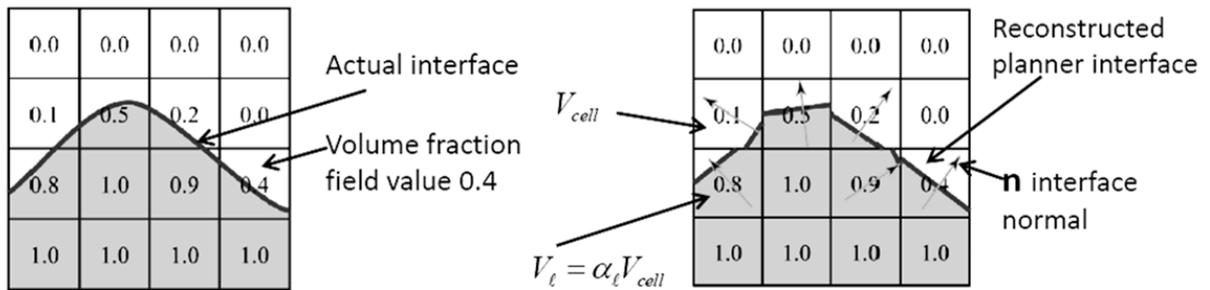


Figura 19. Interfaz de seguimiento basado en el volumen del fluido (VOF)  
Fuente: ANSYS, Inc, © 2015

## **CAPÍTULO 3: MODELO FÍSICO DEL VERTEDERO EL QUIMBO**

Según el informe final Diseño, construcción, instrumentación, calibración y operación del modelo N° 2 realizado por la Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales) se construyó un modelo hidráulico a escala 1:70 teniendo en cuenta los criterios de similitud de Froude.

El modelo incluyó la topografía relevante del embalse, presa parcialmente, vertedero incluyendo el canal de aproximación, estructura de control, compuertas radiales, canal de descarga, deflector radial y descarga del túnel de desviación, zona del cuenco de socavación del vertedero, descarga de la central y un tramo de río aguas abajo de la presa.

### **3.1 PRUEBAS DEL MODELO FÍSICO DEL VERTEDERO**

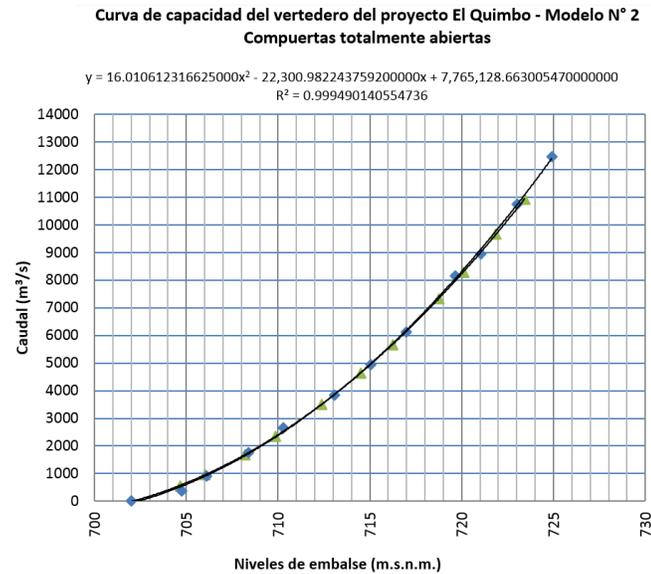
#### **3.1.1 Caudal de diseño**

A partir de la capacidad del tanque de almacenamiento del laboratorio y del sistema de bombeo y distribución de la Universidad Nacional (sede Manizales), se encontró que el caudal máximo necesario para el modelo para reproducir la creciente máxima probable fue de 290 Lt/s aproximadamente, constituyéndose en el caudal de diseño.

##### **3.1.1.1 Curva de descarga del vertedero**

Las curvas superpuestas corresponden a las dos curvas obtenidas con el mismo fin en el modelo N° 1 y en el modelo N° 2. La ecuación que se incluye en la Figura 20 corresponde a la curva de capacidad del vertedero obtenida en el modelo N° 2.

De igual forma los puntos azules corresponden a los valores obtenidos experimentalmente en el modelo No. 2 y sobre los cuales se ajustó la curva (Universidad Nacional de Colombia, 2013, pág. 64).

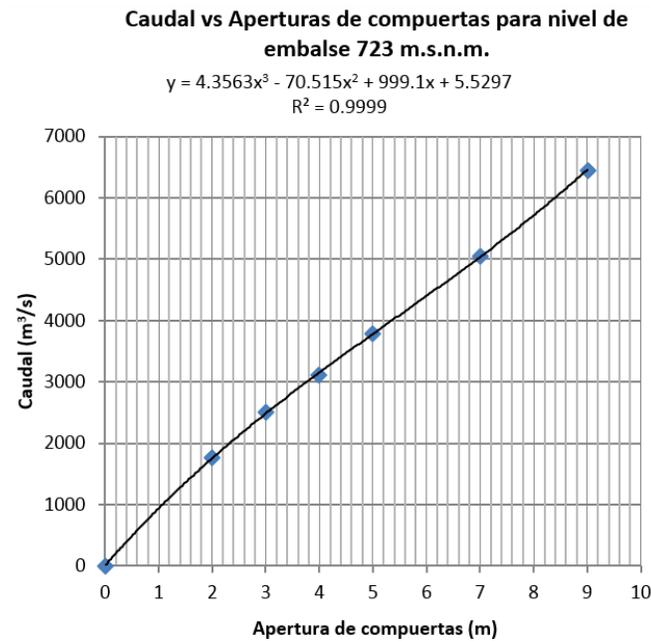


**Figura 20. Curva de capacidad. compuertas totalmente abiertas.**

Fuente: Informe final diseño, construcción, instrumentación, calibración y operación del Modelo Hidráulico N° 2 del Proyecto Hidroeléctrico El Quimbo. Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales).

### 3.1.2 Capacidad de descarga de las compuertas radiales

En la Figura 21 se muestra la curva de calibración obtenida para el nivel de embalse de 723 msnm, con aperturas parciales de compuertas.



**Figura 21. Curva de calibración para el nivel de embalse 723 msnm**

Fuente: Informe final diseño construcción, instrumentación, calibración y operación del Modelo Hidráulico N° 2 del Proyecto Hidroeléctrico El Quimbo. Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales).

### 3.1.3 Caudales para el cálculo de los perfiles de flujo

En la Tabla 5 se muestran los caudales y las profundidades calculadas para la abscisa K0+40. Las relaciones de escala entre los caudales reales y los caudales simulados cumplen con la similitud de Froude para las escalas (véase Tabla 46):

Periodo de retorno	Caudal	Profundidad lámina
[Años]	[m <sup>3</sup> /s]	[m]
10,000	11,887	8.311
1,000	5,210	3.357
500	4,261	2.275
100	3,976	2.537
50	3,312	2.105
25	3,024	1.920
10	2,734	1.735
5	2,344	1.488
-	2,035	1.294
-	1,500	0.961
-	1,000	0.656
-	500	0.358
-	200	0.202

Tabla 5. Profundidades de flujo al inicio del canal de descarga del vertedero (Abscisa K0+040) para diferentes caudales y con nivel del embalse en la cota 720 msnm. Fuente: INGETEC. Proyecto Hidroeléctrico el Quimbo. Documento No. Qd-ITE-13b-002 (2013) pág. 34.

### 3.1.4 Perfiles de flujo en el azud

En la Figura 22, se muestra el perfil hidráulico por la línea central, muro derecho y muro izquierdo de cada uno de los cuatro vanos, obtenidos mediante el modelo hidráulico.

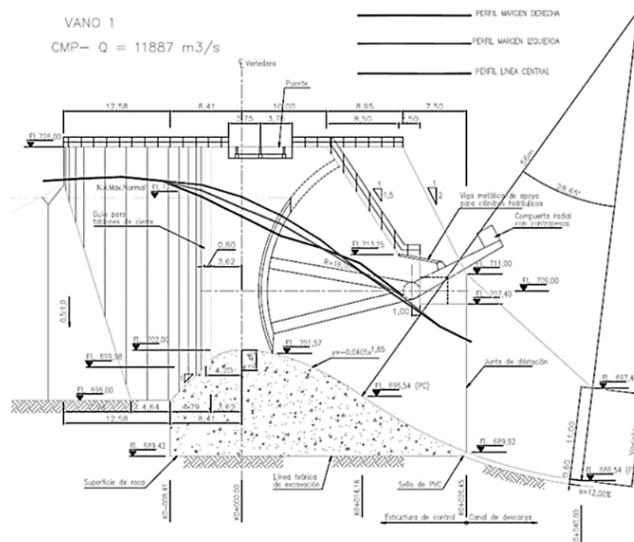


Figura 22. Perfil de flujo en el azud Fuente: Informe final Hidroeléctrico El Quimbo. Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales).

### 3.1.5 Presiones máximas observadas

A partir de los datos obtenidos en el modelo hidráulico N° 2 sobre los deflectores con ángulos de disparo de 25°, 35° y 42°, para los caudales picos de las crecientes de 100 años, 1000 años y la CMP, se midieron las presiones sobre los puntos P1 a P9, en donde P1, P2 y P3 corresponden a la sección del inicio de cada deflector, P4, P5 y P6 corresponden a la sección central más baja y P7, P8 y P9 corresponden a la sección de disparo, se encontró que para el ángulo de disparo de 35°, que fue el seleccionado, la máxima presión registrada para la CMP corresponde a 37.8 metros de columna de agua en el punto P6, el cual está localizado en la solera cerca del muro izquierdo (véase Tabla 37).

### 3.1.6 Cavitación

Según INGETEC (2013), existe la posibilidad de presentarse sobre el azud presiones negativas del orden de -25 pies de columna de agua para la ocurrencia del caudal máximo de 11,886 m<sup>3</sup>/s. Se observa igualmente que para caudales inferiores a la creciente con periodo de retorno de 10 años (2344 m<sup>3</sup>/s), se presenta ocurrencia de cavitación a lo largo del deflector, en tal sentido se plantea la colocación de estructuras de aireación que reduzcan la probabilidad de ocurrencia de la cavitación.

### 3.1.7 Alcance del chorro

La Tabla 6 muestra las diferentes metodologías utilizadas para el cálculo del alcance del chorro.

Caudal m <sup>3</sup> /s	Aireador No 1			Aireador No 2		
	Parabólico	USBR	Modelo No.1	Parabólico	USBR	Modelo No. 1
200	9.50	8.06	-	7.70	6.38	-
500	17.30	15.68	-	14.40	12.91	-
1000	23.65	21.84	-	21.90	20.29	-
1500	26.50	24.49	-	26.45	24.73	-
Tr = 5 años	28.10	25.91	22.13	29.50	27.67	20.63
Tr = 100 años	29.90	27.24	-	33.25	31.24	-
Tr = 500 años	30.35	27.48	-	34.30	32.21	-
CMP	32.25	26.41	19.50	38.05	34.61	32.2

**Tabla 6. Comparación cálculo del alcance del chorro**

Fuente: INGETEC. Proyecto Hidroeléctrico el Quimbo. Documento No. Qd-ITE-13b-002 (2013) pág. 40.

## CAPÍTULO 4: MODELACIÓN NUMÉRICA

### 4.1 PROCESO DE DISCRETIZACIÓN

#### 4.1.1 Discretización del dominio

El dominio se representa mediante una malla estructurada bidimensional con un tamaño de celda óptimo y refinado en las cercanías al muro con 141,766 nodos para un volumen de control con apertura de compuertas al 100% y un rango de caudales de 72.5 Lt/s hasta 290 Lt/s, correspondiente éste último caudal a la creciente máxima probable, esto para poder obtener un amplio rango de datos para el análisis. En la Figura 23 se establece el procedimiento realizado para alcanzar la convergencia en el modelo numérico.

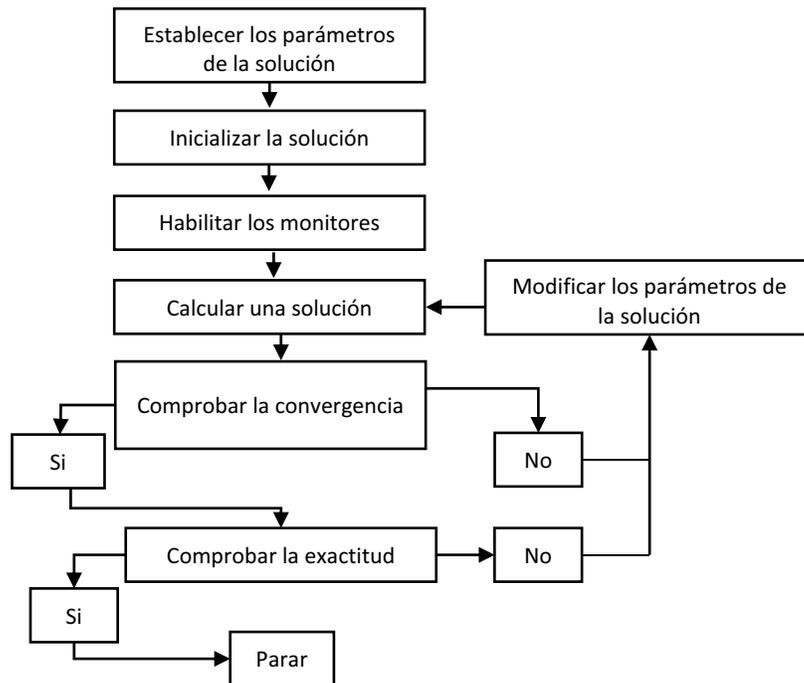


Figura 23. Descripción general del procedimiento de solución numérica  
Fuente: ANSYS, .2015.

## 4.2 GENERACIÓN DE MALLAS

### 4.2.1 Mallado estructurada del dominio

Las condiciones geométricas y el control del parámetro  $y^+$  condicionan de manera directa el tipo de metodología para el desarrollo del mallado de la estructura de control. En tal sentido, se optó por la generación de una malla estructurada multizona, realizando un especial refinamiento en cercanías al muro y la compuerta. Así, se realizó el diseño CAD y luego se exportó la geometría en formato \*.iges, el cual es compatible con ANSYS Fluent 17.0, generando una compuerta móvil para diferentes aperturas comenzando por la cota 704 msnm, hasta la cota 724.6 msnm (CMP). Para estabilizar el flujo de entrada asociado a las condiciones reales del sistema se colocó un tanque de amortiguación antes de la gola con el objeto de disminuir las perturbaciones generadas por el ingreso del agua al sistema y a partir de diferentes cargas hidráulicas ( $H/H_D=0.5$ ,  $H/H_D=1$ ,  $H/H_D=1.33$ ), para distintos caudales (3024 m<sup>3</sup>/s, 3312 m<sup>3</sup>/s, 4261 m<sup>3</sup>/s, 5210 m<sup>3</sup>/s, 11,888 m<sup>3</sup>/s). La Figura 24 muestra las zonas tipo Multizone-Quad, se implementó la herramienta Face Meshing, una herramienta que posee el mallador de ANSYS Fluent, el cual consiste en mostrar las zonas donde es posible realizar la estructura Quad antes de realizar la malla, el objetivo final es realizar una geometría en la cual sea posible que la totalidad del volumen de control este habilitado para aplicar esta herramienta, sí esto se consigue, la probabilidad de realizar una malla estructurada aumenta significativamente. En este sentido, se realizaron 5 mallas estructuradas para las siguientes aperturas: 704 msnm, 706.9 msnm, 709.4 msnm, 712 msnm y 724.6 msnm.

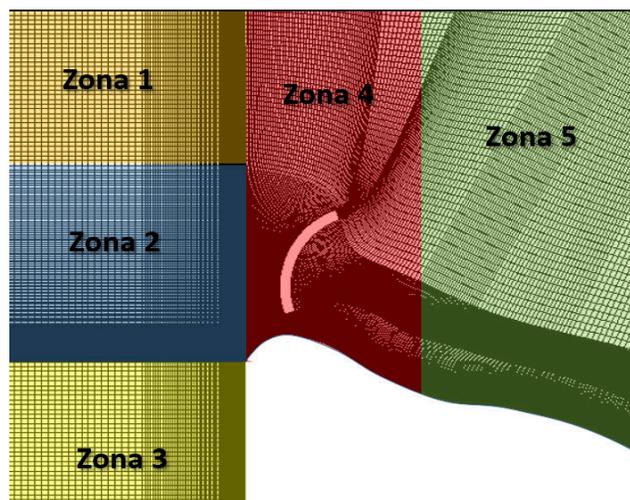


Figura 24. Multizone Quad. Malla estructurada para apertura: 706.9 msnm  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0.

#### 4.2.2 Parámetros de la calidad de la malla

Como se dijo anteriormente, se realizaron cinco mallas estructuradas, esto debido al cambio de posición de la compuerta con respecto al azud, lo cual altera la geometría del volumen de control existiendo la necesidad de realizar una malla para cada apertura. Las cinco mallas realizadas cumplen con los parámetros de calidad en términos de ortogonalidad, oblicuidad y relación de aspecto.

Estas mallas fueron refinadas especialmente en la cercanía al muro, en la compuerta y en la interface aire-agua, una vez alcanzada la estabilidad de los resultados finales y las variables observadas permanecieron constantes, se determinó el número de nodos máximo para cada malla. Por ejemplo, para la apertura total de compuerta se realizó una malla con 141,766 nodos para un caudal de 72.5 Lt/s. En la Figura 25 aparece el refinamiento realizado para la gola, la rápida y el deflector para una apertura de 724.6 msnm.

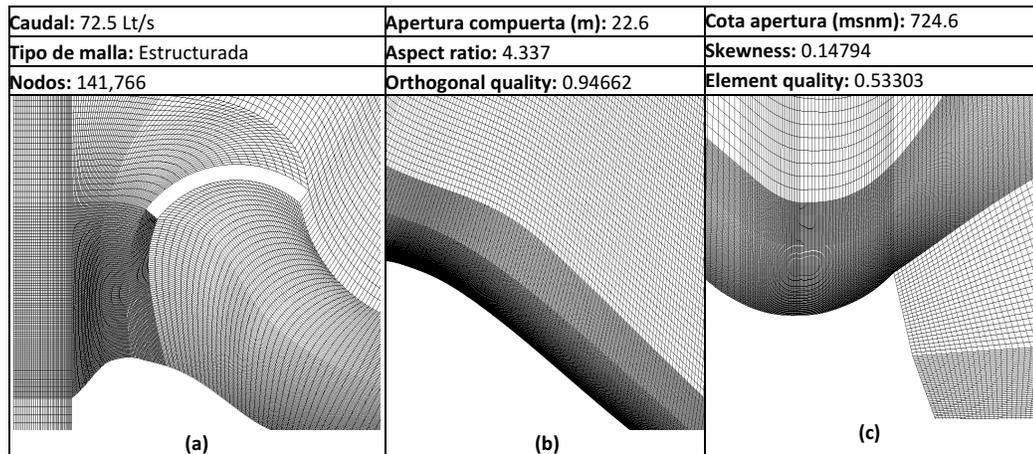


Figura 25. Malla apertura= 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

A continuación se presenta las diferentes aperturas y los caudales utilizados para el desarrollo de modelo numérico, indicando el número de nodos para cada escenario y los parámetros de calidad que se obtuvieron en el proceso de mallado.

Cabe señalar que en el anexo digital se encuentran el CASE (\*.cas) y el CASE-DATA (\*.dat) para cada uno de los caudales modelados, en los cuales se puede verificar la convergencia obtenida para cada caudal.

Apertura compuerta CMP: 724.6 msnm							
Caudal (Lt/s)	N° iteraciones	Tiempo computacional (días)	N° Nodos mallado		Aspect ratio	Skewness	Orthogonal quality
			Sin refinar	Refinado			
17.587	1,474,264	4	125,250	141,766	4.337	0.14794	0.94622
19.285	1,334,791	4					
24.801	1,155,822	3					
30.374	957,255	3					
72.500	743,013	3					
73.770	809,649	2					
80.80	883,649	2					
103.950	1,340,228	3					
127.110	979,210	3					
290.000	938,724	3					

**Tabla 7. Parámetros calidad de la malla. Apertura 724.6 msnm**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent

Apertura compuerta: 712 msnm							
Caudal (Lt/s)	N° iteraciones	Tiempo computacional (días)	N° Nodos mallado		Aspect ratio	Skewness	Orthogonal quality
			Sin refinar	Refinado			
17.587	1,474,264	4	95,423	127,812	4.1577	0.12713	0.95239
19.285	1,334,791	4					
24.801	1,155,822	3					
30.374	957,255	3					
72.500	743,013	3					

**Tabla 8. Parámetros calidad de la malla. Apertura 712 msnm**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent

Apertura compuerta: 709.4 msnm							
Caudal (Lt/s)	N° iteraciones	Tiempo computacional (días)	N° Nodos mallado		Aspect ratio	Skewness	Orthogonal quality
			Sin refinar	Refinado			
30.374	1,879,062	3	98,456	129,572	4.2442	0.12851	0.95585
72.5	1,459,356	3					
127.11	1,872,489	3					
290.000	2,000,743	3					

**Tabla 9. Parámetros calidad de la malla. Apertura 709.4 msnm**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent

Apertura compuerta: 706.9 msnm							
Caudal (Lt/s)	N° iteraciones	Tiempo computacional (días)	N° Nodos mallado		Aspect ratio	Skewness	Orthogonal quality
			Sin refinar	Refinado			
19.285	2,128,876	4	128,456	144,345	4.2965	0.12544	0.96971
24.801	1,896,581	3					
30.374	1,696,553	3					
72.500	1,090,122	2					
80.80	1,759,011	2					
103.950	2,449,580	3					

**Tabla 10. Parámetros calidad de la malla. Apertura 706.9 msnm**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent

Apertura compuerta: 704 msnm							
Caudal (Lt/s)	N° iteraciones	Tiempo computacional (días)	N° Nodos mallado		Aspect ratio	Skewness	Orthogonal quality
			Sin refinar	Refinado			
30.374	2,601,164	3	125,897	147,088	3.5269	0.12412	0.95571
72.500	1,774,260	2					

Tabla 11. Parámetros calidad de la malla. Apertura 704 msnm  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent

Asimismo, el volumen de control se referencio en el extremo inferior izquierdo del tanque de amortiguamiento estableciendo la coordenada (0,0), esto con el objeto de poder referenciar los puntos en los cuales se observarán las diferentes variables de interés, como lo son la velocidad, la presión y la lámina de agua, (véase Figura 26).

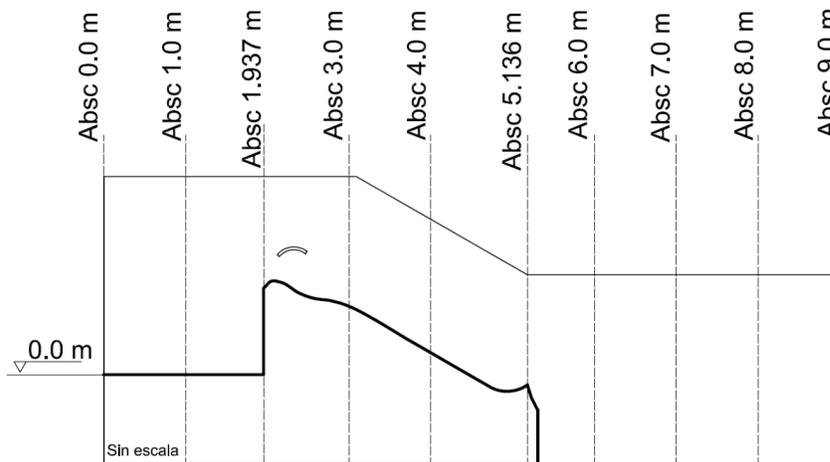


Figura 26. Abscisas modelo hidráulico  
Fuente: Este estudio.

Debido a la variación de la malla por las diferentes aperturas de la compuerta se realizaron 27 simulaciones lo que conllevó a un tiempo de simulación de 81 días, este tiempo se redujo a 43 días debido a que las simulaciones se desarrollaron en dos estaciones diferentes; la primera corresponde a la estación de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, la cual cuenta con un computador Intel® Xeon® CPU E5-2407 v2 con 6 procesadores con una velocidad 2.40 GHz, 16 GB de memoria RAM, con 500 GB de memoria interna. La segunda corresponde a la estación del Laboratorio de Fotogrametría de la Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas (sede Vivero), la cual cuenta con un computador Intel® Xeon® CPU E5-2605 v3, con 16 procesadores (8x2.6GHz, Turbo to 3.3GHz, 32nm, 20MB L3, 115W), con una velocidad 2.40 GHz, 64 GB de memoria RAM, con 600 GB de memoria interna, sistema Puget genesis.

## 4.3 ANÁLISIS DE CONVERGENCIA DE MALLA

### 4.3.1 Independencia de la malla

En el análisis de independencia de la malla, se realizaron cuatro mallas diferentes para cada apertura. Por ejemplo, para un caudal de 72.5 Lt/s con apertura de compuerta: 709.4 msnm, se realizó una malla gruesa (18,458 nodos), una mediana (62,458 nodos), una fina (105,456 nodos) y una malla refinada (129,572 nodos). Para los cuatro casos simulados se utilizaron las mismas condiciones físicas y las mismas condiciones para el asistente de configuración de ANSYS Fluent, es decir, básicamente se utilizó un modelo VOF, con flujo libre permanente y con un modelo de turbulencia k- $\epsilon$ .

Más adelante, en la configuración numérica del modelo se exponen claramente cada una de las opciones y valores tenidos en cuenta en la configuración de la solución. En consecuencia, se aumentó el número de celdas en la cercanía al muro mediante el refinamiento especialmente en la frontera a la gola, en la vecindad a la compuerta y en el deflector, en tal sentido, se adoptó para este estudio y para una apertura de 709.4 msnm la malla refinada de 129,572 nodos, a pesar que esta malla implica un mayor costo en términos de tiempo computacional. Por otro lado, garantiza los resultados finales obtenidos debido al refinamiento en cercanías al muro. Este estudio acepto como error permisible la variación en términos del caudal del 0.8%, es decir, la diferencia entre valor del caudal de entrada y el caudal de salida, para validar los resultados no puede superar el 0.8%. Una vez se alcanzó la estabilidad numérica en las simulaciones se graficó la velocidad en función de la profundidad en el canal para la abscisa 2.635 m y para las cuatro mallas (véase Figura 27).

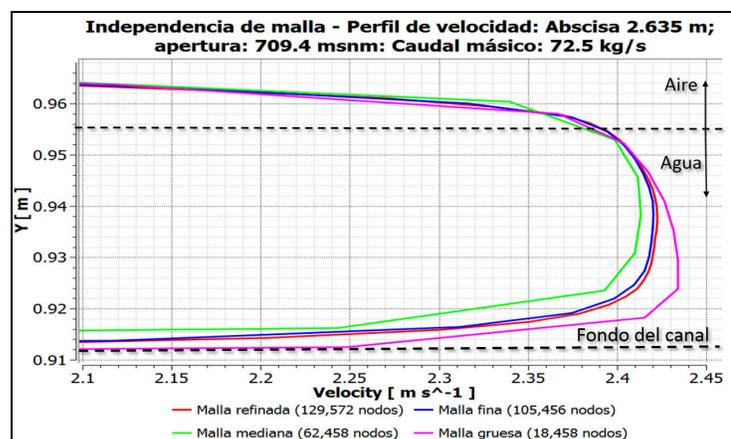


Figura 27. Independencia de malla  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

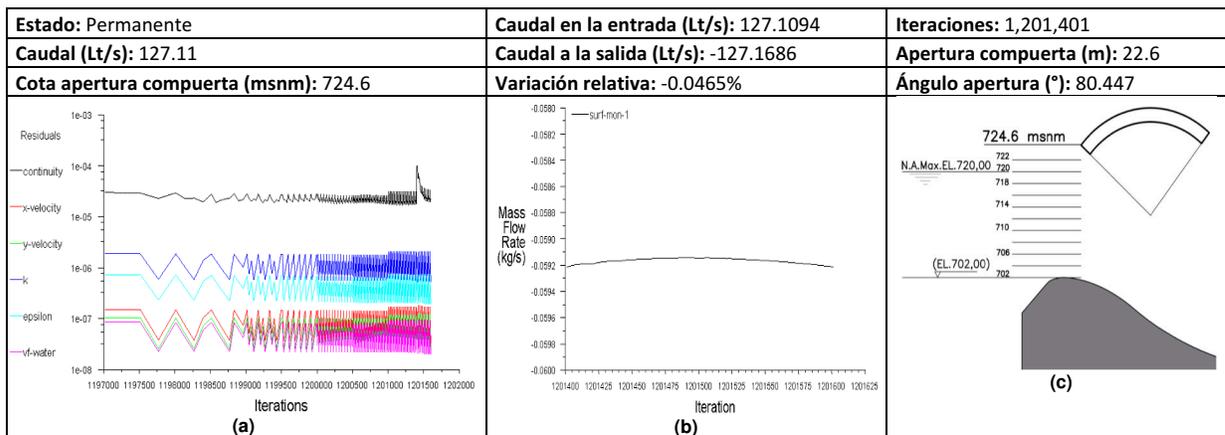
### 4.3.2 Número de Courant

La condición de Courant Friedrichs Lewy (CFL) es un parámetro adimensional fundamental para establecer la convergencia en la solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales hiperbólicas. Así, en este estudio se utilizó la opción de refinar el paso del tiempo automáticamente, es decir, el software calcula el paso del tiempo de manera variable ajustándolo automáticamente para asegurar convergencia. Se estableció 1.0 como número máximo de Courant para todas las modelaciones realizadas que corresponde al límite de convergencia de muchos esquemas numéricos explícitos.

### 4.3.3 Residuales

El criterio de convergencia para los residuos de turbulencia, presión y velocidad se tomó como  $1e-5$ , y para la continuidad se estableció  $1e-4$ . Estos residuos fueron monitoreados en el dominio para garantizar la estabilidad tanto en el embalse de entrada como en la estructura de control.

La condición de convergencia se alcanzó cuando la diferencia del caudal de entrada con respecto al caudal de salida fuera menor o igual al 0.8%. Por ejemplo, para el caudal de 127.11 Lt/s, con una apertura de compuerta de 724.6 msnm, la solución numérica cumplió con este criterio luego de 1,201,401 iteraciones y se obtuvo una variación del caudal de -0.0465% (véase Figura 28), estas gráficas se realizaron para las cinco aperturas de compuertas estudiadas y los 10 caudales considerados (véase Anexos).



**Figura 28. Monitor residuales: Apertura= 724.6 msnm; Q= 127.11 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

## 4.4 CONFIGURACIÓN DE LA MODELACIÓN NUMÉRICA

ANSYS Fluent 17.0 tiene dos tipos de solucionador, el primero está basado en la presión obteniendo un campo de velocidades a partir de la ecuación de momento. La presión se calcula con base en la ecuación de la conservación de la masa (continuidad), por lo tanto, el acoplamiento presión-velocidad se logra al recalcular la ecuación de continuidad. El segundo solucionador está basado en la densidad y se utiliza normalmente para Números de Mach altos, o para casos de estudio de choques de olas, éste solucionador se puede ejecutar de manera implícita o explícito, según sea el caso de estudio.

### 4.4.1 Configuración general

Este estudio en dos dimensiones se realizó bajo condiciones de flujo libre permanente implementando el método del volumen del fluido (VOF), el cual determina la fracción de volumen en cualquier fase, ya sea la fase ocupada por el agua o la fase correspondiente al aire, esta fase ocupa un volumen en una celda y en ésta se evalúa la continuidad del flujo. La celda puede estar ocupada total o parcialmente por agua o por aire, también puede contener ambos flujos al tiempo, no obstante, la celda no puede encerrar vacíos. La Tabla 12, indica las condiciones del dominio para la simulación 2D.

Parámetro	Configuración	Valor
General Options	Solver>Type>Pressure-based	Seleccionado
	Solver>Velocity Formulation>Absolute	Seleccionado
	Solver> Time >Transient	Seleccionado
	Solver> 2D Space>Planar	Seleccionado
	Gravitational acceleration> X	0 [m/s <sup>2</sup> ]
	Gravitational acceleration> (-)Y	9.81 [m/s <sup>2</sup> ]

Tabla 12. Condiciones del dominio para simulación 2D a flujo libre  
Fuente: Este estudio.

#### 4.4.1.1 Modelo k-épsilon

El modelo de turbulencia k-épsilon resuelve las ecuaciones Navier-Stokes promediadas en el tiempo, este modelo ha demostrado ser estable y numéricamente robusto y tiene una capacidad predictiva bien establecida. Se adapta a flujos que presentan gradientes de presión como lo son los flujos en vertederos a superficie libre. De hecho, se ha demostrado la eficiencia del modelo k-

épsilon en vertederos para caracterizar el comportamiento de la turbulencia, comparándolo con modelos más complejos como el modelo LES (Dehdar-behbahani, 2016, pág. 4). Así las cosas, se mantuvo por defecto los valores de las constantes  $C_{mu}= 0.0845$ ,  $C_1= 1.42$  y  $C_2=1.68$ .

Parámetro	Configuración	Valor	
Model	K-épsilon	2 equ	
	k-épsilon model	standar	
	Near-wall treatment	Standard wall funtions	
	Options	Curvature correction	
	Constants	Cmu	0.0845
		C1-Épsilon	1.42
		C2-Épsilon	1.68
Turbulent viscosity (funtions)	N/A		

**Tabla 13. Configuración modelo de turbulencia para simulación 2D a flujo libre**  
Fuente: Este estudio.

Para continuar, el flujo multifásico establece la presencia de dos o más fluidos no miscibles, los cuales pueden establecer un campo de flujo en común, la mezcla de estos fluidos no ocurre a nivel microscópico, solo se establece en la interfaz aire-agua, es decir a escala macroscópica. En el presente estudio multifásico (VOF) se mantuvo la condición de flujo libre (*Open channel flow*), la carga hidráulica inicial se estableció en 1.6 m, la cual se modificó según el caso de estudio.

Parámetro	Configuración	Valor	
Models	Multiphase Model	Model>Volume of fluid	Seleccionado
		Volume fraction parameters	Implicit
		Volume fraction cut off	0.000001
		Body force formulation	Seleccionado
		Number of Eulerian phases	2
		VOF Sub-Models	Open channel flow
		Options> Interface modeling	Dispersed

**Tabla 14. Condiciones del modelo para simulación 2D a flujo libre**  
Fuente: Este estudio.

#### 4.4.1.2 Materiales y fases

El modelo numérico 2D está basado en un modelo multifase (VOF), en consecuencia se establecieron dos fases. Una fase para el agua, y la otra fase es el aire. En la Tabla 15 se presentan las propiedades físicas para estos fluidos.

Parámetro	Configuración	Valor	
Materials	Air (Phase primary)	Density	1.225 [kg/m <sup>3</sup> ]
		Viscosity	0.000017894 [kg/m-s]
	Water (Phase secondary)	Density	998.2 [kg/m <sup>3</sup> ]
		Viscosity	0.001003 [kg/m-s]

**Tabla 15. Materiales para simulación 2D a flujo libre**  
Fuente: Este estudio.

La interfaz aire-agua experimenta una fuerza debida a la tensión superficial, la magnitud de la fuerza de tensión superficial por unidad de longitud se denomina coeficiente de tensión superficial (N/m), éste parámetro afecta de manera directa el comportamiento de la presión bajo condiciones de flujo libre, en el caso de este estudio, para la fase liquida se estableció un valor de 0.073.

Parámetro	Configuración	Valor
Phase interaction	Surface tension	Model< Continuum surface stress
	Surface tension coefficients [n/m]	Water
		air
Constant		0.073

**Tabla 16. Interacción entre las fases para simulación 2D a flujo libre**  
Fuente: Este estudio.

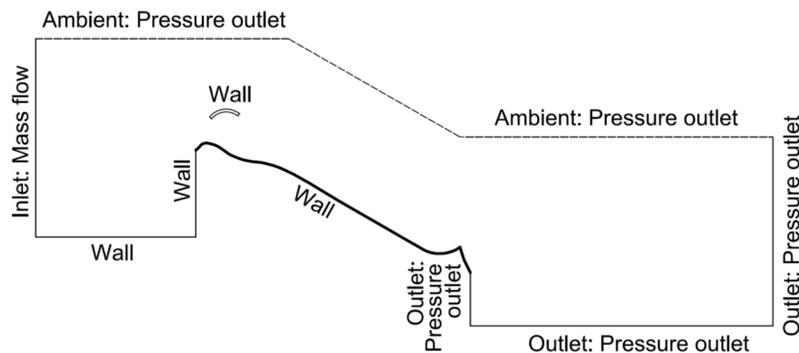
Por defecto, ANSYS Fluent calcula la densidad de operación promediándola sobre todas las celdas. Sin embargo, se pueden obtener mejores resultados si se especifica explícitamente la densidad de operación. En este estudio se asume que el flujo tiene una densidad constante de 1.225 (kg/m<sup>3</sup>).

Parámetro	Configuración	Valor
Operating conditions	Operating pressure	101325 [Pa]
	Reference pressure location	[X=0 m, Y = 0 m]
	Gravitational acceleration	[X (m/s <sup>2</sup> )=0. Y (m/s <sup>2</sup> )= -9.81]
	Variable density parameters > Operating density	1.225 [kg/m <sup>3</sup> ]

**Tabla 17. Condiciones de operación para simulación 2D a flujo libre**  
Fuente: Este estudio.

#### 4.4.2 Condiciones de frontera

Uno de los aspectos de mayor relevancia en el análisis numérico de flujos es determinar las condiciones de frontera apropiadas, las cuales están directamente asociadas con el entorno real del problema hidráulico. En este estudio la simulación numérica se realizó para una descarga máxima de 290 Lt/s (CMP) y una descarga mínima de 17.587 Lt/s. De igual forma, estos caudales se variaron para diferentes escenarios con distintas aperturas de compuertas. Así, las condiciones de frontera, tales como la entrada de flujo aguas arriba y en la salida aguas abajo, el límite sólido y las condiciones de flujo a superficie libre se consideraron como se observa en la Figura 29.



**Figura 29. Condiciones de frontera**  
Fuente: Este estudio.

El flujo de entrada corresponde a un flujo másico para la fase del agua, así:

Parámetro	Configuración		Valor		
Inlet (Flujo másico en la entrada)	Mixture	Momentum	Reference frame	Absolute	
			Direction specification method	Normal to boundary	
			Intensity and hydraulic diameter	Turbulent Intensity	5 [%]
				Hydraulic diameter	0.0888889 [m]
	Multiphase	Secondary phase for inlet	Water		
		Free surface level	1.6 [m]		
		Bottom level	1.55 [m]		
		Density interpolation method	From neighboring cell		
	Air	Momentum	Mass flow rate	0.0001 [kg/s]	
	Water	Momentum	Mass flow rate	290 [kg/s]	

**Tabla 18. Condiciones de contorno para el flujo de entrada (Inlet)**  
Fuente: Este estudio.

El método de especificación de intensidad y diámetro hidráulico se establece para este estudio, asumiendo que el flujo se desarrollará totalmente, especialmente en la rápida y en el deflector, en este sentido, se especifica un diámetro hidráulico de 0.4 m a la salida. También se considera que en la salida el sistema no se ve afectado por la acción de la presión manométrica.

Parámetro	Configuración		Valor		
Outlet (Pressure outlet)	Mixture	Momentum	Reference frame	Absolute	
			Direction specification method	Normal to boundary	
			Intensity and hydraulic diameter	Gauge pressure	0 [pa]
				Turbulent Intensity	5 [%]
	Multiphase	Hydraulic diameter	0.4 [m]		
			Secondary phase for inlet	Water	
		Free surface level	N/A		
		Bottom level	N/A		
	Density interpolation method	N/A			
	Air	Multiphase	Back flow volume fraction	N/A	
Water	Multiphase	Back flow volumen fraction	0		

**Tabla 19. Condiciones de contorno para el flujo de salida (Outlet)**  
Fuente: Este estudio.

De igual forma, en la parte superior del volumen de control se indicó la condición de flujo abierto a la atmósfera, al igual que la condición de salida del volumen de control se desprecia la presión manométrica, finalmente se determinó un diámetro hidráulico de 0.0784 m.

Parámetro	Configuración		Valor	
Ambient (Pressure outlet)	Mixture	Momentum	Reference frame	Absolute
			Direction specification method	Normal to boundary
			Gauge pressure	0 [Pa]
			Intensity and hydraulic diameter	Turbulent Intensity
		Hydraulic diameter		0.0784 [m]
	Multiphase	Secondary phase for inlet	Water	
		Free surface level	N/A	
		Bottom level	N/A	
		Density interpolation method	N/A	
	Air	Multiphase	Back flow volume fraction	N/A
Water	Multiphase	Back flow volume fraction	0	

**Tabla 20. Condiciones a flujo abierto a la atmósfera (Ambient)**  
Fuente: Este estudio.

El flujo en contacto con el muro genera gradientes debido a los efectos viscosos en el proceso de transporte, ANSYS Fluent establece dos capas cerca al muro, la denominada subcapa viscosa donde se asume que el flujo es laminar, luego se genera la capa logarítmica, entre estas capas se origina una capa de amortiguamiento, esto se observa en un nivel molecular. Para este estudio se determinó la condición de no deslizamiento con un coeficiente de rugosidad constante de 0.5.

Parámetro	Configuración		Valor	
Wall (wall)	Mixture	Momentum	Wall motion	Stationary wall
			Shear condition	No slip
			Wall roughness	Roughness height
	Roughness constant	0.5		
	Air	Multiphase	Back flow volumen fraction	N/A
	Water	Multiphase	Back flow volume fraction	N/A

**Tabla 21. Condición de no deslizamiento en la pared del vertedero (Wall)**  
Fuente: Este estudio.

ANSYS Fluent permite controlar los valores de referencia que se utilizan en el cálculo de las cantidades físicas y los coeficientes no dimensionales. Estas condiciones pueden ser establecidas para una zona determinada. Para este estudio se mantuvo por defecto los valores de referencia (véase Tabla 22).

Parámetro	Variable	Valor
Reference values	Area	1 [m <sup>2</sup> ]
	Density	1.225 [kg/m <sup>3</sup> ]
	Enthalpy	0 [j/kg]
	Lenght	1 [m]
	Pressure	0 [pa]
	Temperature	288.16 [k]
	Velocity	1 [m/s]
	Viscosity	0.00017894 [kg/m-s]
	Ratio of specific heats	1.4
	Reference zone	Surface body

**Tabla 22. Valores de referencia para simulación 2D a flujo libre**  
Fuente: Este estudio.

### 4.4.3 Métodos de solución

#### 4.4.3.1 Control SIMPLE

La configuración de los métodos para la solución numérica de este estudio se estableció teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

Parámetro	Configuración	Method	
Solution methods	Spatial discretization	Gradient	Least squares cell based
		Pressure	Body force weighted
		Momentum	Second order upwind
		Volume fraction	Second order upwind
		Turbulent Kinetic energy	Second order upwind
		Turbulent dissipation rate	Second order upwind

**Tabla 23. Configuración de métodos de solución**  
Fuente: Este estudio.

#### 4.4.4 Factores de relación

Se utilizan factores implícitos de relajación, donde el factor de relajación inferior  $\alpha$ , se incluye para estabilizar el proceso iterativo para la solución, en éste sentido, la solución final convergente es independiente del factor de relajación, es decir, sólo el número de iteraciones requeridas para llegar a la convergencia es dependiente. Finalmente, estos valores de relajación se obtienen de manera apropiada con la experiencia (ANSYS, 2013, pág. 1419).

Parámetro	Configuración	Variable	Valor
Solution Controls	Under relaxation factors	Pressure	0.1
		Density	0.1
		Body forces	0.1
		Momentum	0.05
		Volume fraction	0.1
		Turbulent Kinetic energy	0.05
		Turbulent dissipation rate	0.05
		Turbulent viscosity	0.05

Tabla 24. Controles de solución para simulación 2D a flujo libre  
Fuente: Este estudio.

#### 4.4.5 Monitor de fenómenos

Los monitores constituyen una herramienta fundamental en el proceso de visualización del comportamiento de las variables cuantitativas estudiadas. Por lo general, una disminución de residuos en tres órdenes de magnitud puede ser un signo de convergencia, es decir cuando los valores residuales han alcanzado la tolerancia especificada. En tal sentido, el residuo de energía escalado debe disminuir a  $10e-6$  (para el solver basado en presión).

Para asegurar la conservación total de la masa, es indispensable la utilización del monitor *Mass flow rate*, éste proporciona la posibilidad de visualizar el comportamiento del flujo en la entrada y en la salida del volumen de control, alcanzando convergencia cuando la suma de estos valores sea aproximadamente cero. Según ANSYS Fluent la diferencia del flujo neto debería ser menor al 1% del flujo más pequeño a través del volumen de control para aceptar convergencia.

No obstante, durante el proceso iterativo existe la posibilidad de la generación de inestabilidades numéricas las cuales están asociadas de manera directa al esquema numérico empleado, a las condiciones de frontera, a la calidad de la malla y a una configuración inadecuada del solver, en tal caso, los monitores muestran un comportamiento de los residuos con una tendencia creciente, lo cual establece la divergencia de la solución numérica del fenómeno estudiado, con un desequilibrio creciente en las ecuaciones de conservación.

Para resolver esta divergencia en sistemas basados en la presión se recomienda, mejorar los parámetros de la calidad de la malla y revisar el esquema numérico empleado, los factores de relajación y el número de Courant. ANSYS Fluent establece diferentes formas de monitorear el comportamiento de los valores residuales de las ecuaciones de continuidad, fracción de volumen

de agua, turbulencia, velocidad en la dirección X, velocidad en la dirección Y, mostrando el error promedio de las variables.

ANSYS Fluent permite identificar el lugar del volumen de control en el cual existen residuos locales altos, los cuales afectan de manera directa la estabilidad y convergencia del modelo, estas anomalías generalmente dependen de la geométrica, de las condiciones de frontera del fenómeno estudiado y del grado de refinamiento en la cercanías del fluido al muro ( $y^+$ ).

Se estableció el monitor de flujo másico, en el cual se controló la entrada y salida de flujo del volumen de control. (véase Tabla 25).

Parámetro	Report type	Surface
Residual monitors	Mass flow rate	Inlet
		Outlet
		Ambient

**Tabla 25. Monitor de convergencia para simulación 2D a flujo libre**  
Fuente: Este estudio.

ANSYS Fluent, al final de cada iteración del solver, suma el residual para cada una de las variables controladas, y los almacena de forma automática en una carpeta temporal por defecto. En la Tabla 26 se establecen los criterios de convergencia para éste estudio.

Parámetro	Configuración	Variable	Criterio
Residual monitors	Equations	Continuty	0.0001
		x-velocity	0.00001
		y-velocity	0.00001
		k	0.00001
		épsilon	0.00001
		Vf-water	0.00001
		Turbulent dissipation rate	0.00001
		Turbulent viscosity	0.00001

**Tabla 26. Monitor de residuales para simulación 2D a flujo libre**  
Fuente: Este estudio.

#### 4.4.6 Inicialización

Los ajustes de inicialización variarán dependiendo del tipo de simulaciones y de los ajustes en la configuración del solver. A continuación, se presenta en la Tabla 27 los valores adoptados para este estudio.

Parámetro	Configuración	Valor
Solution initialization	Method	Standard initialization
	Reference frame	Relative to cell zone
	Gauge pressure	0 [Pa]
	X velocity	0 [m/s]
	Y velocity	0 [m/s]
	Z velocity	N/A
	Turbulent kinetic energy	0 [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
	Turbulent dissipation rate	0 [m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]
	Water volume fraction	0

**Tabla 27. Inicialización para simulación 2D a flujo libre**  
Fuente: Este estudio.

#### 4.4.7 Solvers

Este estudio determinó la utilización del método variable para el tiempo con un número máximo de iteraciones por paso de tiempo igual a 20 y un número de tiempos de paso de 20,000. Este método de paso de tiempo adaptativo ajusta automáticamente el tamaño del paso de tiempo basado en análisis de error de truncamiento local, y se garantiza que el modelo no presentará divergencia en las primeras iteraciones. Este método se empleó para cada uno de los caudales y aperturas de compuertas modelados. En la Tabla 28 se indica la configuración de la ejecución realizada.

Parámetro	Configuración	Valor
Run calculation	Number of iterations	20,000
	Reporting interval	10
	Profile update interval	10

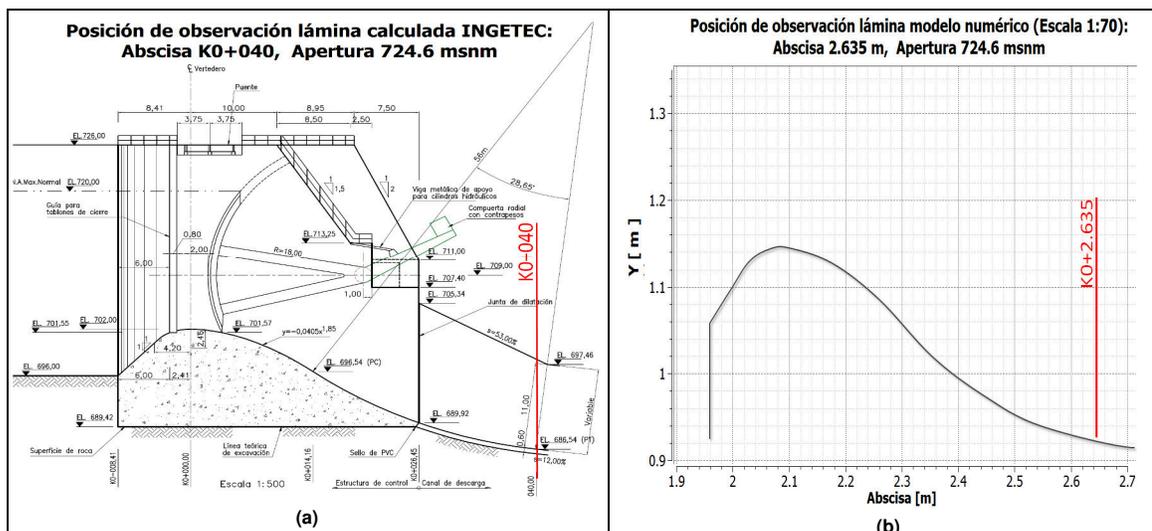
**Tabla 28. Parámetros de resolución, simulación 2D a flujo libre**  
Fuente: Este estudio.

## CAPÍTULO 5: RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA

### 5.1 ANÁLISIS DE LA LÁMINA

#### 5.1.1 Perfiles longitudinales de la superficie libre

Con el objeto de medir la lámina de agua en el modelo numérico se realizaron cinco escenarios de simulación utilizando las condiciones de operación para apertura de compuertas al 100% (cota 724.6 msnm). La Figura 30 (a) muestra la abscisa K0+040 m del proyecto real en la cual se realizó la medición de la lámina. La Figura 30 (b) indica la abscisa en el modelo numérico análoga al modelo hidráulico, en este caso corresponde a K0+2.635 m. Una vez alcanzada la convergencia para los diferentes escenarios, se procedió a medir la lámina de agua en el modelo numérico en la abscisa mencionada anteriormente medida verticalmente desde el fondo del canal, hasta el límite demarcado por la fase de fracción de volumen de agua con ayuda de los contornos que delimitan la interfaz aire-agua, esto se realizó en el post-CFD de ANSYS Fluent. Una vez obtenida la altura de la lámina de agua se afectó por el factor de escala (1:70) y se comparó con los resultados calculados por INGETEC y la Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales), datos consignados en el “Cuadro 3.4 Profundidades de flujo al inicio del canal de descarga del vertedero (Abscisa K0+040) para diferentes caudales y con nivel del embalse en la cota 720 msnm del Documento No. Qd-ITE-13b-002 (2013) pág. 36”.



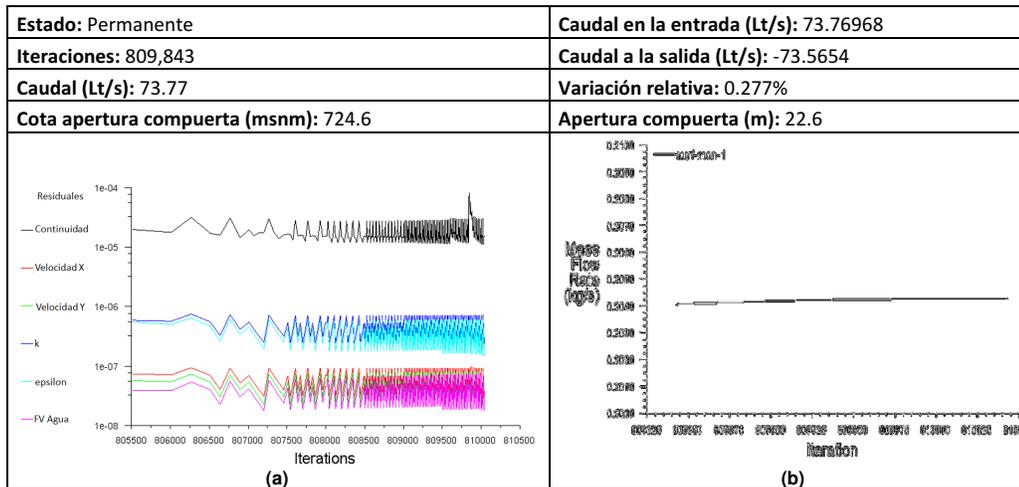
**Figura 30. Posición de observación lámina. Apertura 724.6 msnm**

Fuente: INGETEC. Proyecto Hidroeléctrico el Quimbo. Documento No. Qd-ITE-13b-002 (2013) pág. 36. Este estudio.

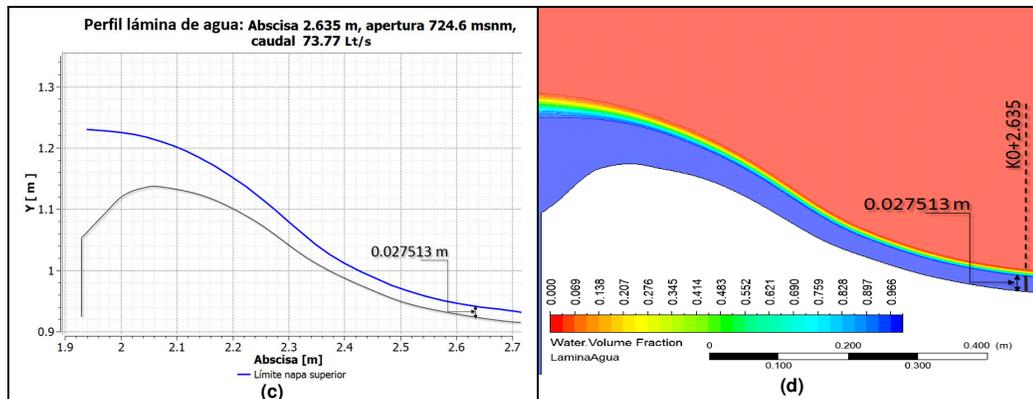
Para ilustrar esto, se presentan los datos obtenidos para un caudal de 73.77 Lt/s, con apertura 724.6 msnm, bajo condiciones de flujo permanente, se alcanzó convergencia después de 809,843 iteraciones, con una variación final de caudal del 0.277%, lo cual garantiza la continuidad tanto en la entrada como en la salida del caudal de volumen de control, los monitores de residuales para este escenario se puede observar en la Figura 31.

Prototipo (INGETEC)			Resultados de la modelación numérica					
Tiempo retorno [Años]	Caudal [m³/s]	Profundidad lámina [m]	Caudal Modelo numérico [Lt/s]	Coord. X [m]	Coord. Y [m]	Lámina modelo [m]	Lámina modelo hidráulico [m]	Variación [%]
50	3024	1.92	73.77	2.635	0.911387	0.027513	0.027428	-0.3099
				2.635	0.938900			

**Tabla 29. Comparación láminas. Apertura 724.6 msnm, Q=73.77 Lt/s**  
 Fuente: INGETEC. Proyecto Hidroeléctrico el Quimbo. Documento No. Qd-ITE-13b-002 (2013) pág. 36.  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



**Figura 31. Monitor de residuales: Apertura 724.6 msnm, Q=73.77 Lt/s**  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

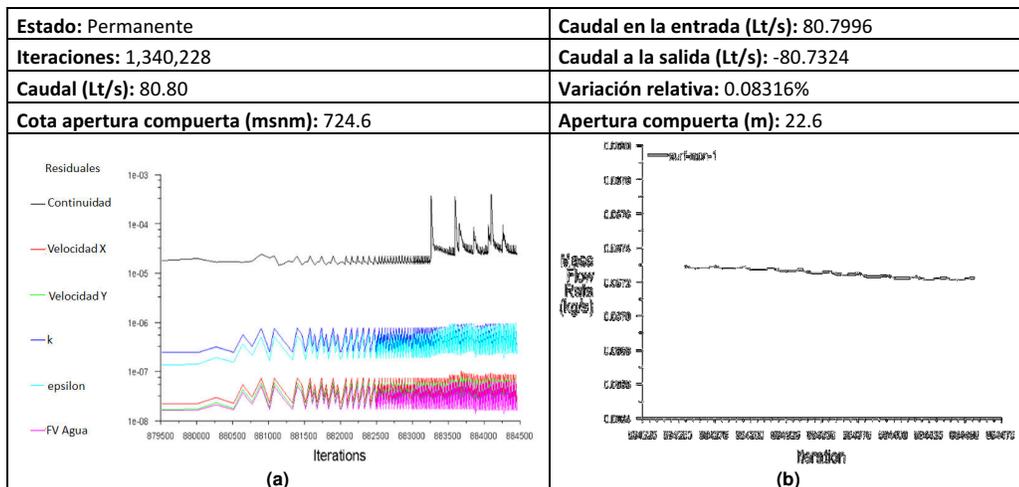


**Figura 32. Perfil y contornos lámina: Apertura 724.6 msnm, Q=73.77 Lt/s**  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

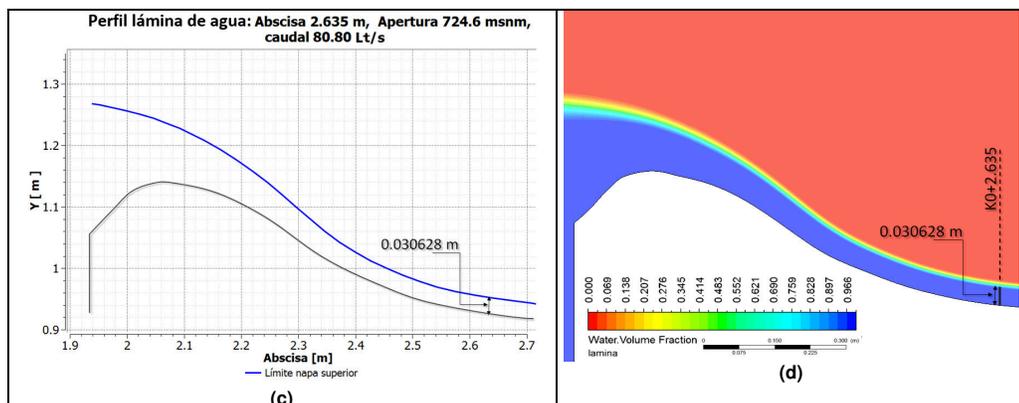
En esa misma línea, para un periodo de retorno de 100 años, el modelo numérico estimó una lámina de 0.0306 m que corresponden a 2.143 m en la estructura El Quimbo, donde ingresaron al volumen de control 80.7996 Lt/s y salieron 80.7324 Lt/s, originando una variación en términos de caudal de 0.08316%, el cual, se encuentra dentro del intervalo de confianza establecido en este estudio (véase Tabla 30). No obstante, las condiciones de convergencia implicaron mayor costo computacional (véase Figura 33).

Prototipo (INGETEC)			Resultados de la modelación numérica					
Tiempo retorno [Años]	Caudal [m <sup>3</sup> /s]	Profundidad lámina [m]	Caudal Modelo numérico [Lt/s]	Coord. X [m]	Coord. Y [m]	Lámina modelo [m]	Lámina modelo hidráulico [m]	Variación [%]
100	3312	2.105	80.80	2.635	0.910938	0.030628	0.03007	-1.8556
				2.635	0.941566			

**Tabla 30. Comparación láminas. Apertura 724.6 msnm, Q=80.80 Lt/s**  
 Fuente: INGETEC. Proyecto Hidroeléctrico el Quimbo. Documento No. Qd-ITE-13b-002 (2013) pág. 36.  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



**Figura 33. Monitor de residuales: Apertura 724.6 msnm, Q=80.80 Lt/s**  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

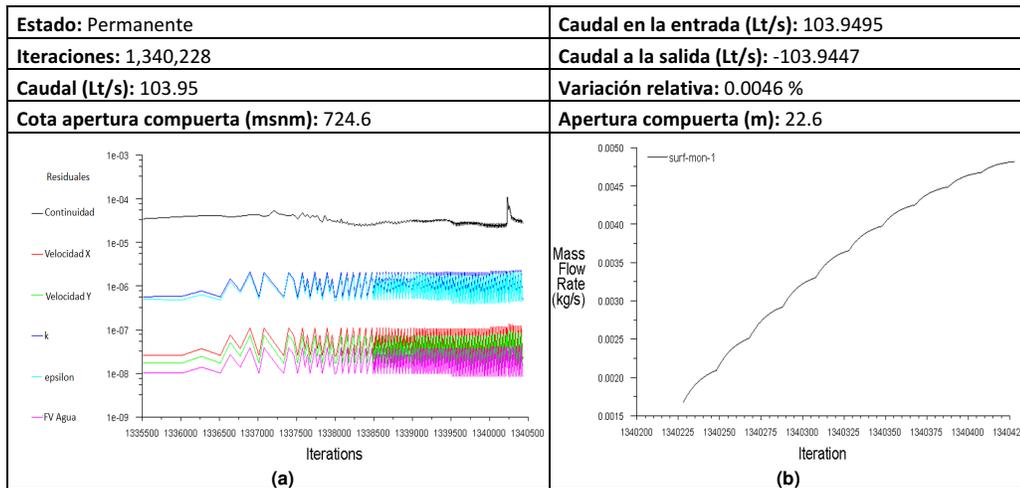


**Figura 34. Perfil lámina y contornos: Apertura 724.6 msnm, Q=80.80 Lt/s**  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

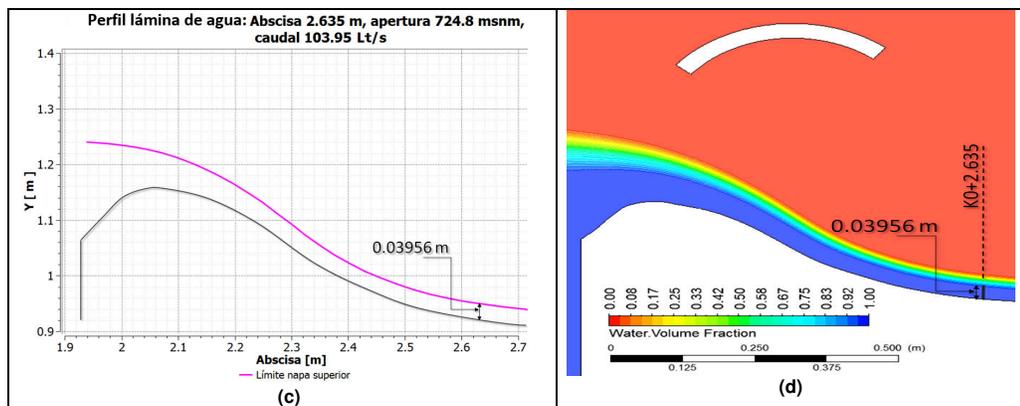
En relación con el periodo de retorno de 1000 años y con un caudal de 103.95 Lt/s, se determinó con el modelo numérico una lámina de 0.03956 m equivalente a 2.769 m a escala (1:70), lo cual indica una variación de 0.0443 m con respecto a la obtenida por INGETEC y la Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales), asimismo, la variación en términos de caudal fue de 0.0046% para la abscisa 2.635 m, (véase Figura 35).

Prototipo (INGETEC)			Resultados de la modelación numérica					
Tiempo retorno [Años]	Caudal [m³/s]	Profundidad lámina [m]	Caudal Modelo numérico [Lt/s]	Coord. X [m]	Coord. Y [m]	Lámina modelo [m]	Lámina modelo hidráulico [m]	Variación [%]
1000	4261	2.725	103.95	2.635	0.910938	0.03956	0.03892	-1.6444
				2.635	0.95050			

**Tabla 31. Comparación láminas. Apertura 724.6 msnm, Q= 103.95 Lt/s**  
 Fuente: INGETEC. Proyecto Hidroeléctrico el Quimbo. Documento No. Qd-ITE-13b-002 (2013) pág. 36.  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



**Figura 35. Monitor de residuales: Apertura 724.6 msnm, Q=103.95 Lt/s**  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

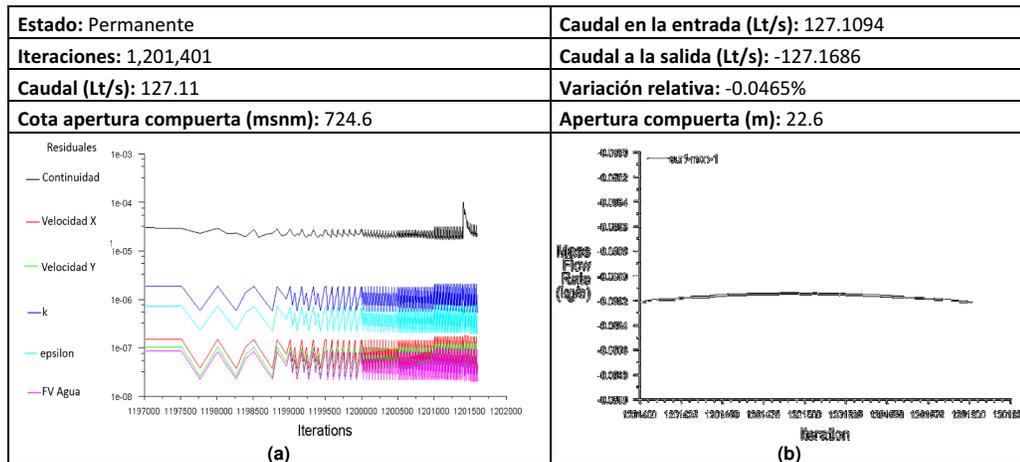


**Figura 36. Perfil lámina y contornos: Apertura 724.6 msnm, Q=103.95 Lt/s**  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

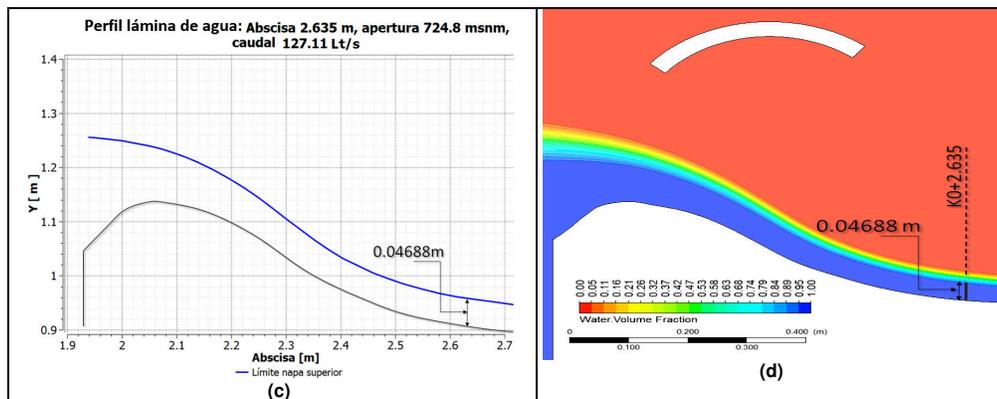
Para la escala 1:70 con apertura total de compuertas y un caudal de entrada 127.11 Lt/s, se obtuvo una lámina de 0.04688 m, en la abscisa K0+2.635 m, esta lámina corresponde a 3.281 m en el vertedero El Quimbo, se observa que la variación entre la lámina calculada y la lámina medida en la fracción de volumen del modelo numérico aumenta a medida que se incrementa el caudal de descarga (véase Tabla 32).

Prototipo (INGETEC)			Resultados de la modelación numérica					
Tiempo retorno [Años]	Caudal [m <sup>3</sup> /s]	Profundidad lámina [m]	Caudal Modelo numérico [Lt/s]	Coord. X [m]	Coord. Y [m]	Lámina modelo [m]	Lámina modelo hidráulico [m]	Variación [%]
10000	5210	3.357	127.11	2.635	0.910938	0.046882	0.04796	2.248
				2.635	0.95782			

**Tabla 32. Comparación láminas. Apertura 724.6 msnm, Q= 127.11 Lt/s**  
 Fuente: INGETEC. Proyecto Hidroeléctrico el Quimbo. Documento No. Qd-ITE-13b-002 (2013) pág. 36.  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



**Figura 37. Monitor de residuales: Apertura 724.6 msnm, Q=127.11 Lt/s**  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

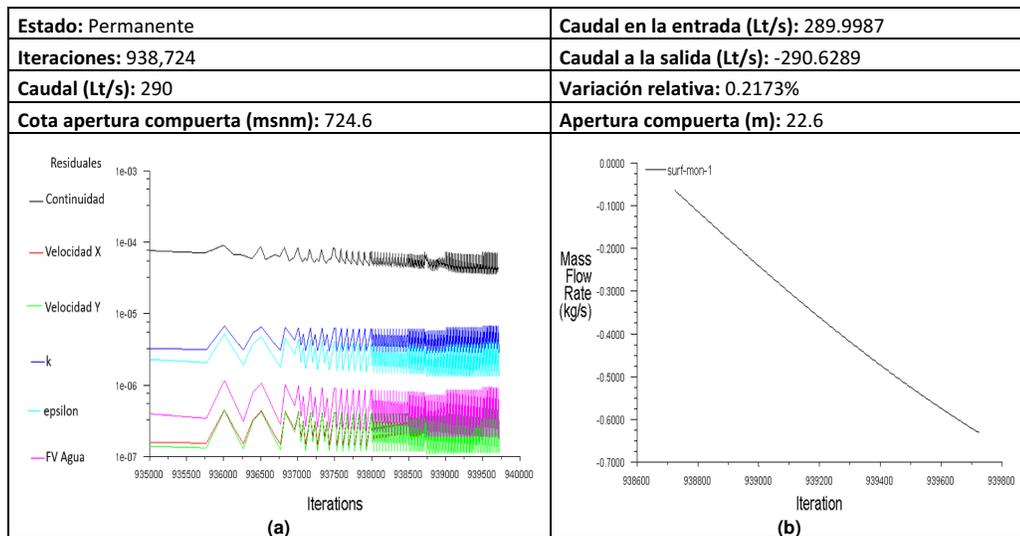


**Figura 38. Perfil lámina y contornos: Apertura 724.6 msnm, Q=127.11 Lt/s**  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

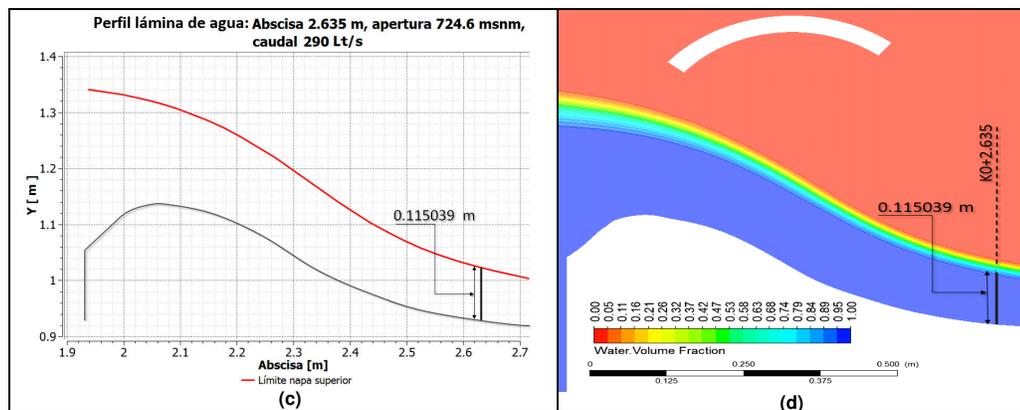
Finalmente, la mayor variación de lámina de agua del modelo numérico con respecto a la lámina observada es de 3.1%, es decir 0.258 m, esta corresponde a la creciente máxima probable, para una apertura de compuertas con cota (724.6 msnm) y con una descarga de 290 Lt/s.

Prototipo (INGETEC)			Resultados de la modelación numérica					
Tiempo retorno [Años]	Caudal [m <sup>3</sup> /s]	Profundidad lámina [m]	Caudal Modelo numérico [Lt/s]	Coord. X [m]	Coord. Y [m]	Lámina modelo [m]	Lámina modelo hidráulico [m]	Variación [%]
CMP	11,887	8.311	290	2.635	0.910961	0.115039	0.11873	3.108
				2.635	1.026			

**Tabla 33. Comparación láminas. Apertura 724.6 msnm, Q= 290 Lt/s**  
 Fuente: INGETEC. Proyecto Hidroeléctrico el Quimbo. Documento No. Qd-ITE-13b-002 (2013) pág. 36.  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



**Figura 39. Monitor de residuales: Apertura 724.6 msnm, Q=290 Lt/s**  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



**Figura 40. Perfil lámina y contornos: Apertura 724.6 msnm, Q=290 Lt/s**  
 Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

Una vez realizado el análisis del comportamiento de la lámina de agua en el modelo numérico, se procede a estimar la correlación entre el caudal transitado sobre el vertedero y el nivel de la lámina de agua sobre la gola del vertedero.

A partir de este análisis se pudo determinar que la mayor variación en términos de la altura de la lámina de agua se obtuvo para la CMP. Estos valores obtenidos de la lámina de agua verifican que el modelo numérico bidimensional proporciona una buena aproximación del perfil de flujo del modelo hidráulico. El consolidado de las alturas calculadas y la variación se presentan en la Tabla 34. El error estándar (EE) de estimación de la lámina de agua está dado por la siguiente expresión:

$$EE = \sqrt{\frac{\sum_{r=1}^n (\phi - \phi')^2}{n}} \quad (35)$$

Donde  $r$  es el punto observado,  $\phi$  es el valor medido correspondiente al punto  $r$ ,  $\phi'$  es el valor estimado de  $\phi$  y  $n$  es el número de puntos medidos. Se presenta para los cinco caudales modelados (73.77 Lt/s, 80.8 Lt/s, 103.95 Lt/s, 127.11 Lt/s y 290 Lt/s), el error estándar en términos de lámina de agua (véase Tabla 34).

Estimación del error estándar de lámina de agua			
Lámina Observada $\phi$	Lámina estimada $\phi'$	$\phi - \phi'$	$(\phi - \phi')^2$
[m]	[m]		
0.02743	0.02751	-0.00008	0.0000000072
0.03007	0.03063	-0.00056	0.0000003114
0.03892	0.03956	-0.00064	0.0000004096
0.04796	0.04688	0.00108	0.0000011621
0.11873	0.11591	0.00282	0.0000079355
$\Sigma$ :			0.0000098258
$[\Sigma(\phi - \phi')^2/n]^{0.5}$ :			0.0000019652
Error estimado:			0.0014018389

**Tabla 34. Estimación del error estándar lámina de agua**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

Con el objeto de analizar la variación de la lámina de agua de forma adimensional para diferentes alturas de operación, se determinó la cota máxima en el modelo numérico de la gola correspondiente a la coordenada (2.064 m, 1.139 m), las cuales se definieron como punto de partido u origen para la coordenada (0,0) para generar las diferentes gráficas adimensionales, para distintas condiciones de operación (véase Tabla 35).

Relación H/H <sub>0</sub> . Modelo numérico CFD						
Nombre archivo digital - CASE DATA	Caudal	Apertura	d	H	H <sub>0</sub>	H/H <sub>0</sub>
	[Lt/s]	[msnm]	[m]	[m]	[m]	
724.6T-103.95Q_RESULTADOS	103.95	724.6	0.3228	0.0475	0.08537	0.55640155
724.6T-127.11Q_RESULTADOS	127.1	724.6	0.3228	0.10237	0.09537	1.07339834
724.6T-290Q_RESULTADOS	290	724.6	0.3228	0.22937	0.1721	1.33277164

Tabla 35. Caudales observados, relación H/H<sub>0</sub>  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

Para las diferentes alturas de operación, se determinó la altura H y la carga sobre la gola (H<sub>0</sub>) para tres caudales (290 Lt/s, 127.1 Lt/s y 103.94 Lt/s), estas láminas se midieron en el post-procesador de Ansys Fluent. A continuación se presentan las láminas observadas en el modelo CFD (véase Figura 41 y Figura 42).

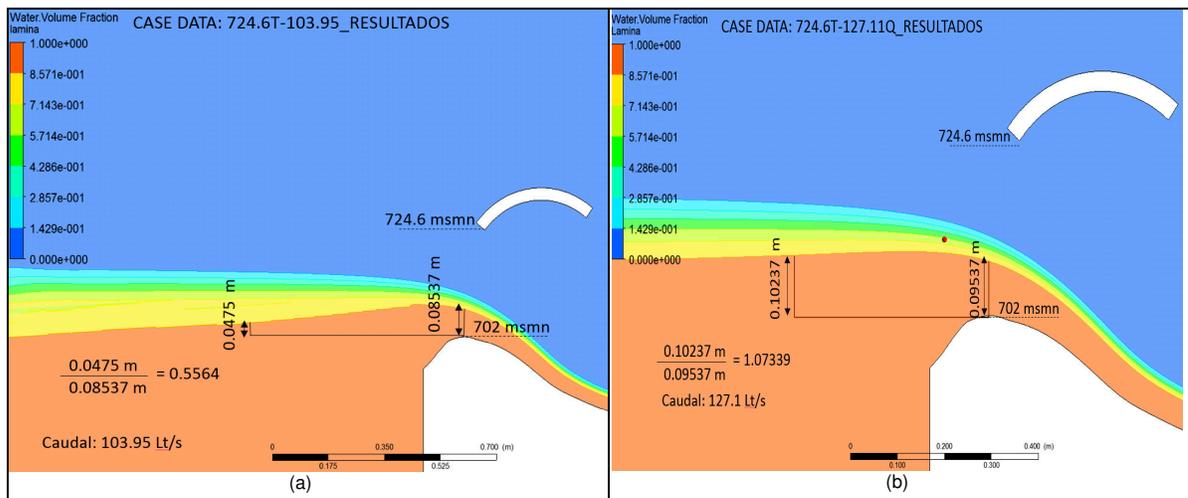


Figura 41. Carga H/H<sub>0</sub>: Apertura 724.6 msnm, Q=103.95 Lt/s y Q=127.11 Lt/s  
Este estudio. ANSYS Fluent 17.0.

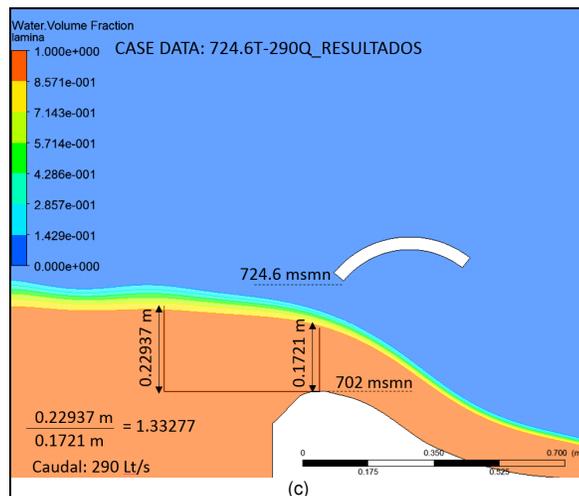
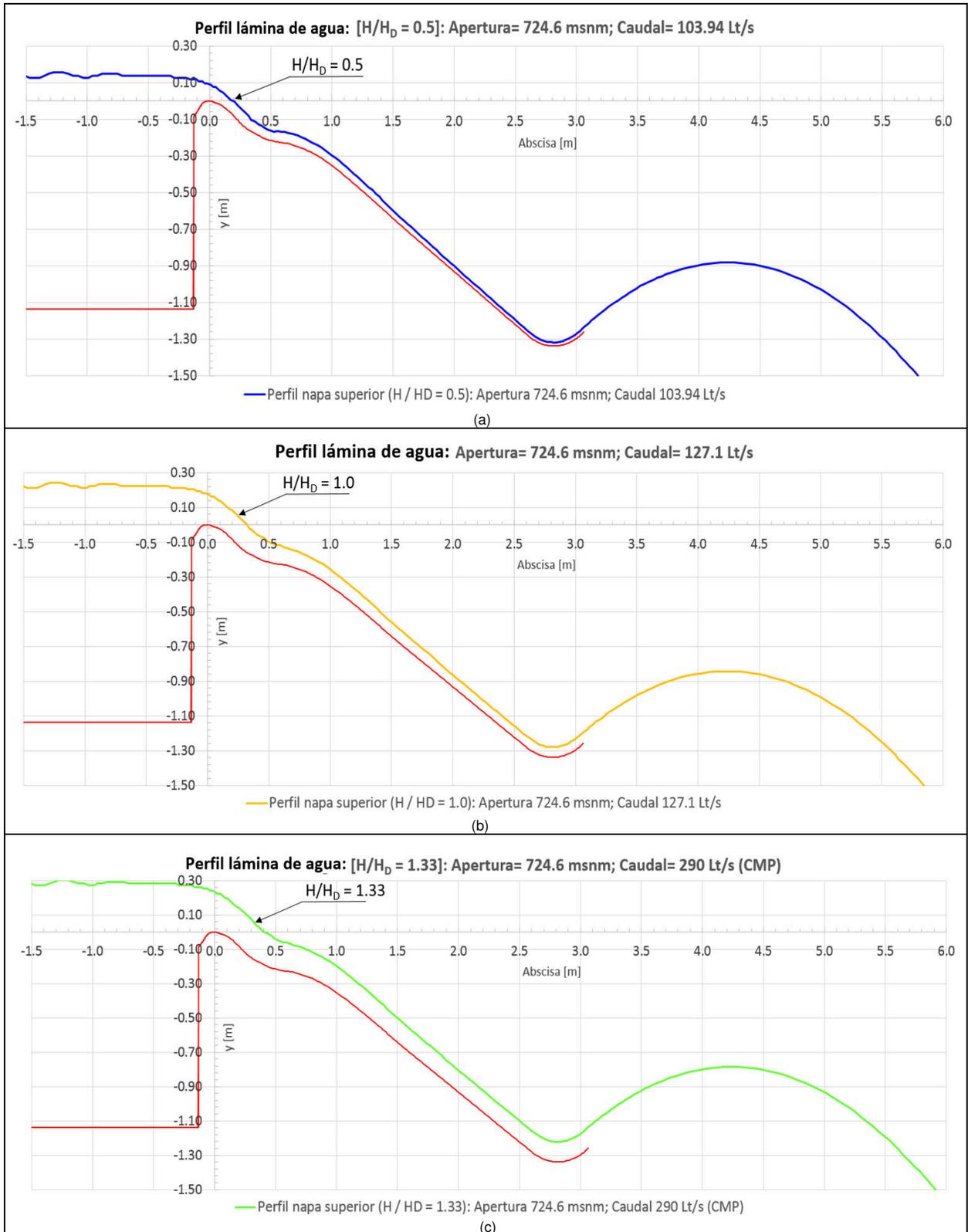
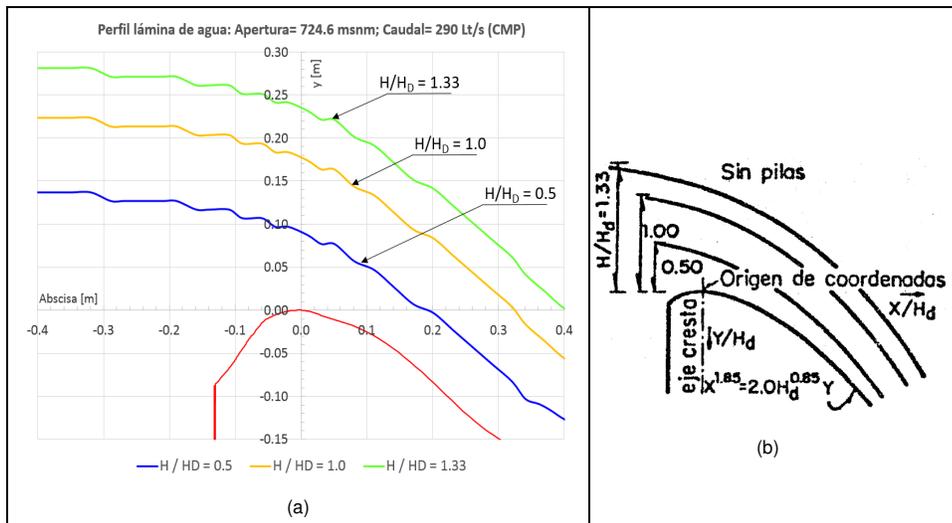


Figura 42. Carga H/H<sub>0</sub>: Apertura 724.6 msnm, Q=103.95 Lt/s y Q=290 Lt/s  
Este estudio. ANSYS Fluent 17.0.



**Figura 43. Lámina adimensional para diferentes cargas. Apertura: 724.6 msnm**  
 Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent

Teniendo en cuenta la Figura 44, se observa un aumento de la relación  $H/H_D$  conlleva al incremento del caudal descargado. Así, el perfil para  $H/H_D = 1.33$ , como se verá más adelante, aumentará las presiones subatmosféricas sobre la gola generando el desprendimiento de la lámina de agua. En consecuencia, esta relación debe mantenerse por debajo de 1.33 según recomendaciones de la USBR.



**Figura 44. Perfil de la lámina de agua: Apertura= 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
 Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0 (a). USBR (1987) (b).

En la Figura 44 se presenta el perfil de la lámina sobre la gola para las diferentes relaciones de carga ( $H/H_D = 0.5$ ,  $H/H_D = 1$ ,  $H/H_D = 1.33$ ), obtenidas en el modelo numérico, una vez la modelación convergió se realizaron los contornos para la fracción de volumen (agua), luego se generó las líneas de corriente de tal forma que coincidieran con la interfaz aire-agua, de esta forma la línea de corriente que cruza la interfaz corresponde al perfil generado para cada caudal. Así, las coordenadas de la napa superior obtenida para los diferentes caudales modelados con apertura total de compuertas, están relacionadas en los anexos de éste estudio.

## 5.2 ANÁLISIS DEL CAMPO DE VELOCIDADES

### 5.2.1 Velocidades de aproximación

A medida que el flujo avanza y supera la velocidad de aproximación sobre la gola, la velocidad comienza a variar a lo largo de la dirección del flujo. En la Figura 45 (a) se puede observar la evolución del perfil de velocidades sobre la gola, demostrando que la velocidad existente en el flujo en este punto de la estructura de control es menor, así, los resultados de la modelación indican una velocidad máxima de aproximación de 1.682 m/s, para la CMP y apertura del 100% (724.6 msnm).

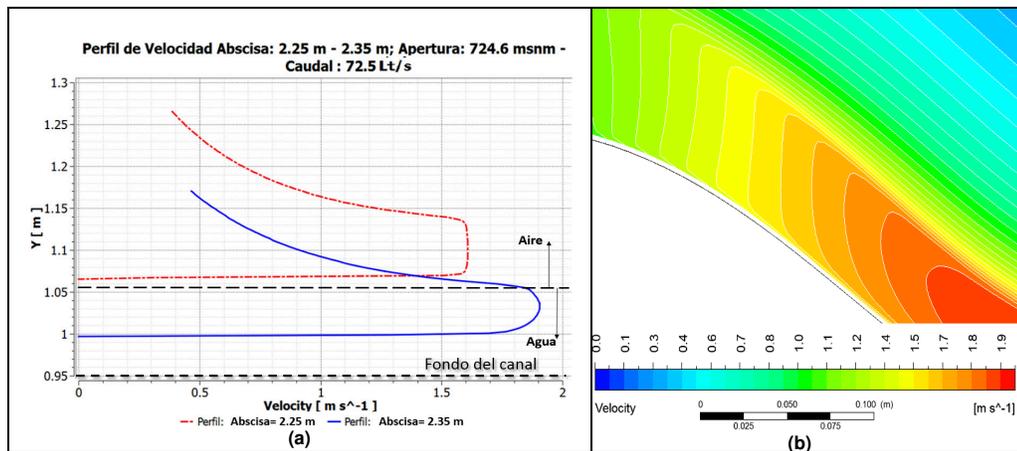


Figura 45. Perfil de velocidad Gola: 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

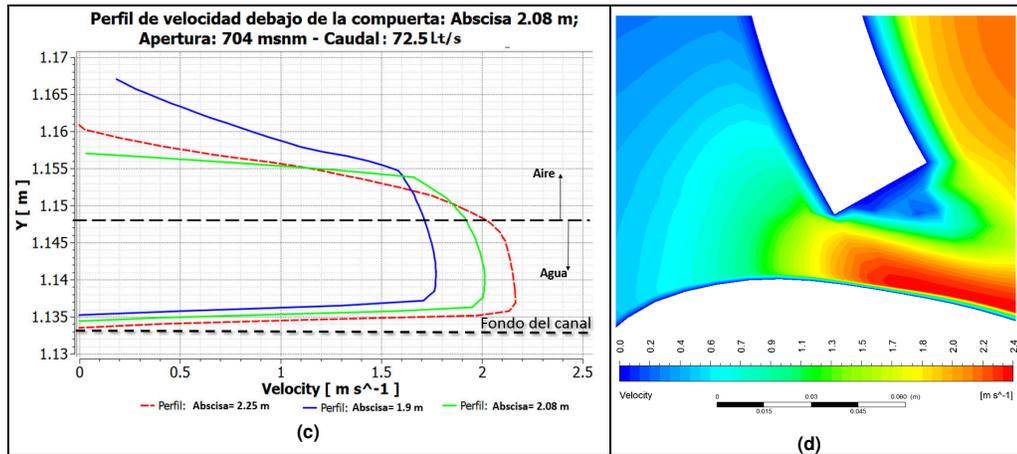


Figura 46. Perfil de velocidad Compuerta: 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

Para el análisis de la distribución de velocidades y de presión se realizaron 20 secciones perpendiculares en dirección al flujo (véase Figura 47). Cada sección se determinó el perfil de velocidades.

Se ha demostrado que la velocidad en la entrada a la gola es menor, comparada con la velocidad desarrollada en la rápida y en el deflector. De esta forma, los resultados de la modelación indican una velocidad máxima de aproximación en la gola de 1.682 m/s, para la CMP y apertura del 100% (724.6 msnm).

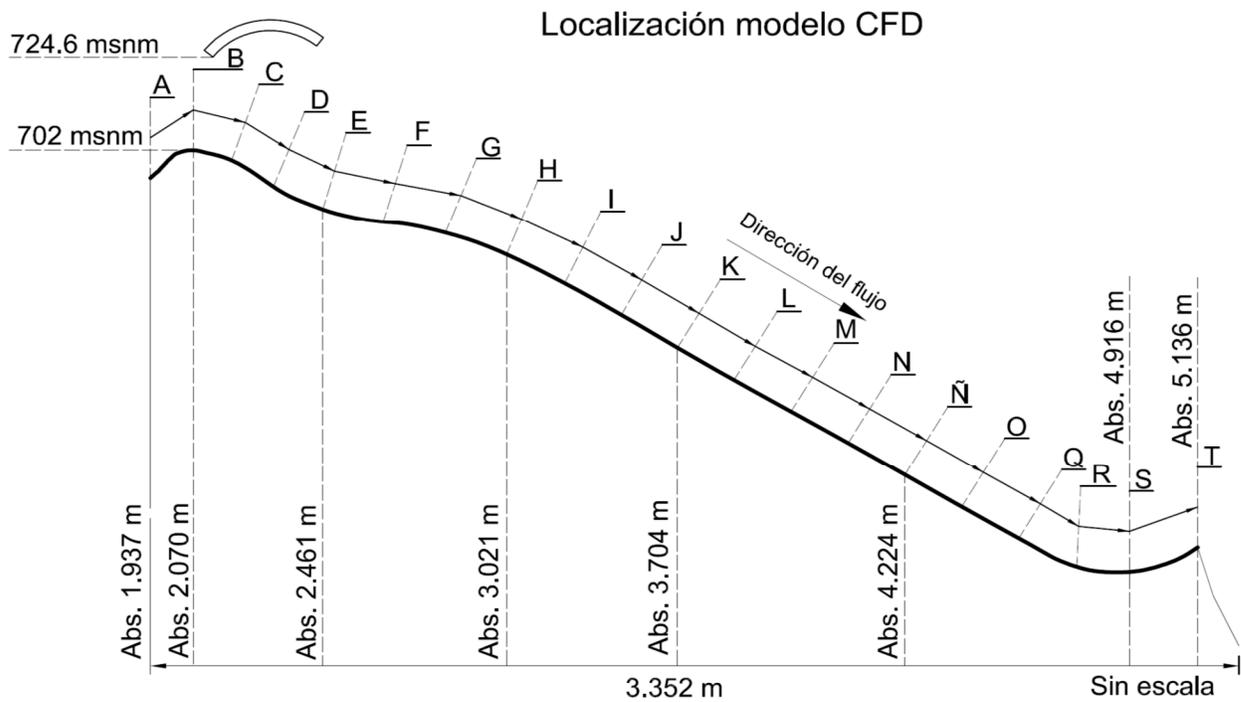
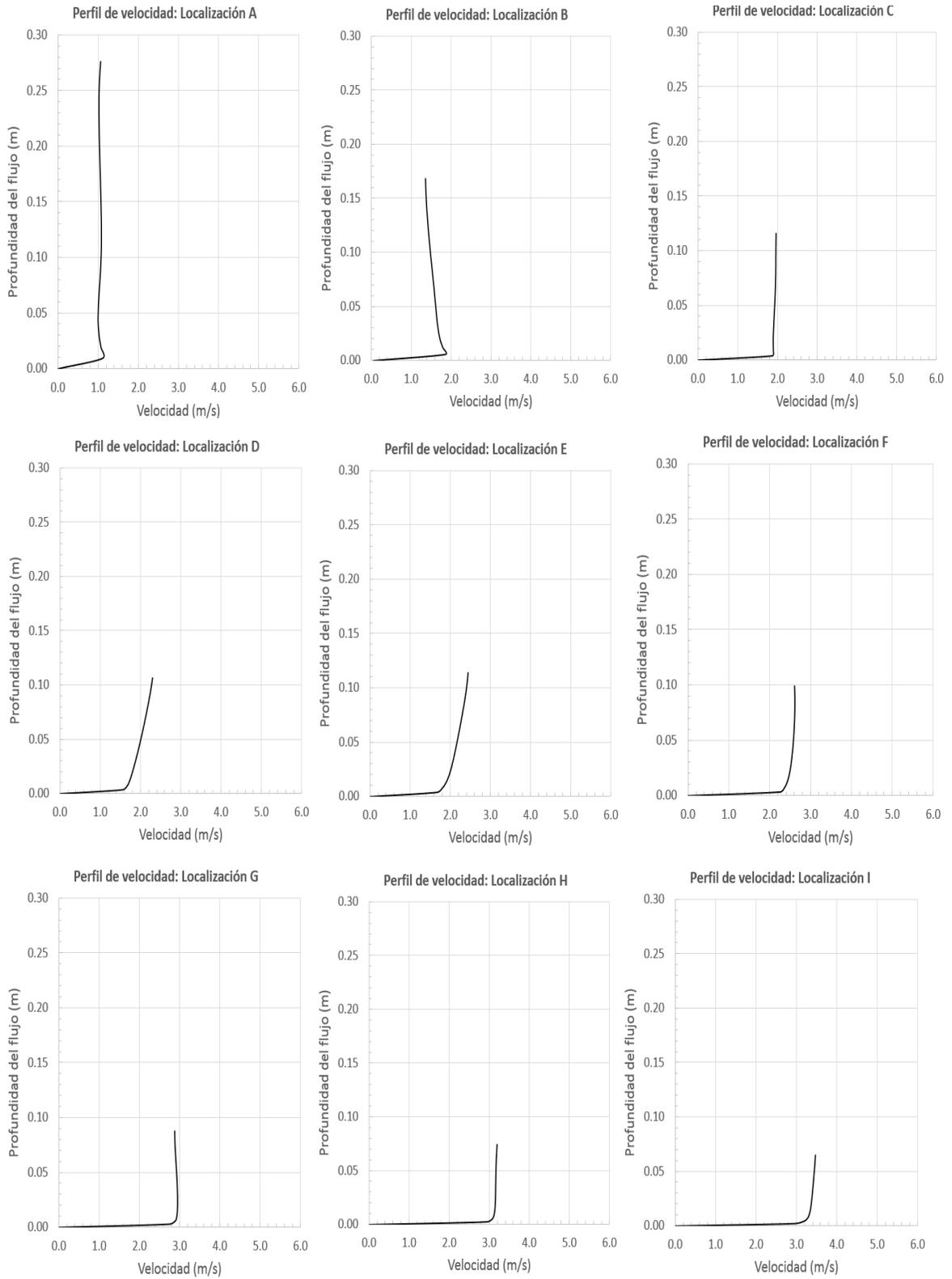
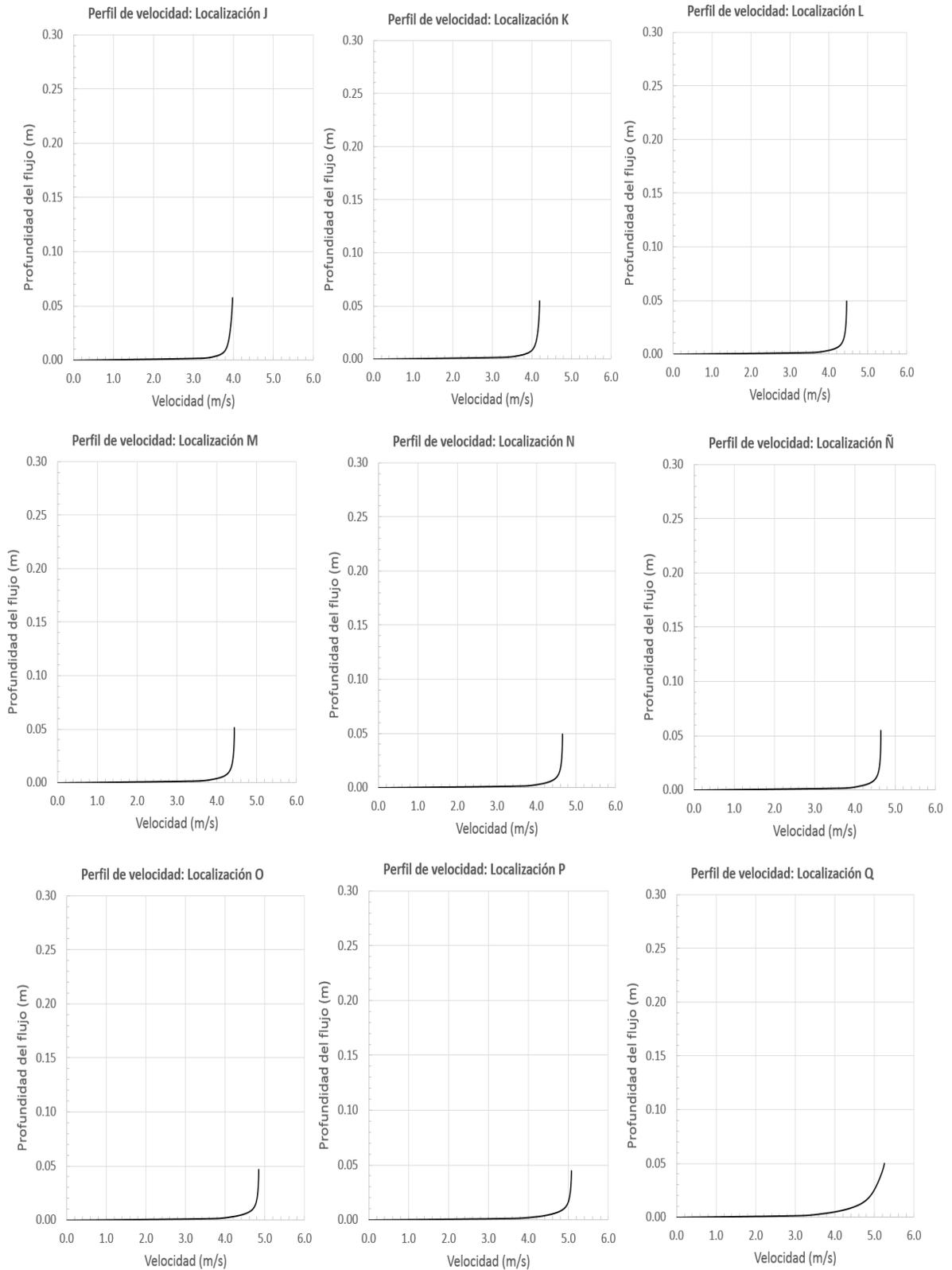


Figura 47. Esquema medición distribución de velocidades y de presiones  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0.

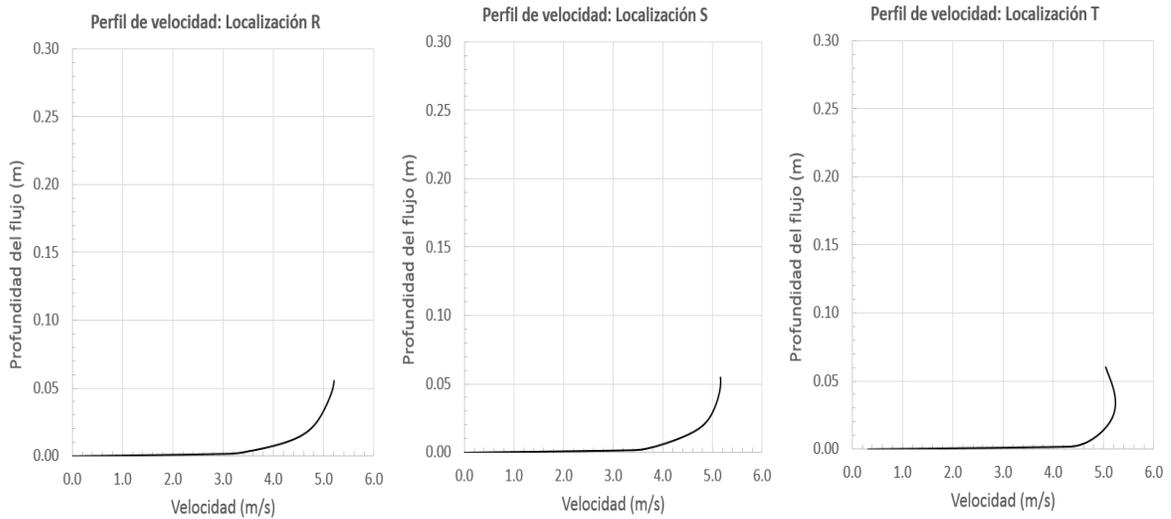
Una vez el flujo supera el estado subcrítico en su paso por la gola a estado supercrítico en la rápida, se inicia el desarrollo completo del perfil de velocidades, tal y como se observa en la Figura 50, experimentando una velocidad máxima en el deflector 5.18 m/s para la abscisa 5.136 m y un caudal de 290 Lt/s.



**Figura 48. Distribución de velocidades (A-I). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s**  
 Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0.



**Figura 49. Distribución de velocidades (J-Q). Apertura= 724.6 mnm. Q= 290 Lt/s**  
 Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



**Figura 50. Distribución de velocidades (R-T), Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s**  
 Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

La Figura 49 (L) muestra el perfil y la distribución de velocidades posterior a la convergencia del modelo numérico. Así entonces, para la abscisa 3.74 m se obtiene una velocidad máxima del flujo de 4.2 m/s, esto se observa en la sección perpendicular T a la dirección del flujo de la Figura 50.

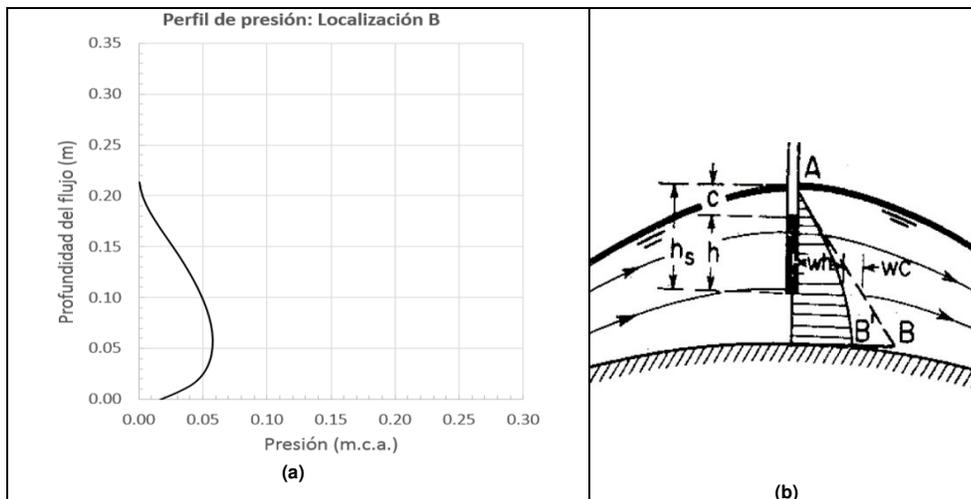
En este caso y según los valores obtenidos para la velocidad, se encontró que en el deflector para la abscisa 5.1 m se origina una velocidad máxima de 5.18 m/s para un caudal de 290 Lt/s y una apertura de 724.6 msnm lo cual se puede observar en la Figura 50 (T). En esta abscisa se desarrolla de manera completa el perfil de velocidades.

Como se dijo anteriormente, las mayores velocidades desarrolladas por el flujo en el vertedero se originan en la salida del deflector, correspondiente a la abscisa K0+ 5.19 m, según el modelo numérico se determinó que el impacto del chorro en el canal lo hace con una velocidad máxima de 6.15 m/s.

### 5.3 ANÁLISIS DE LA DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES

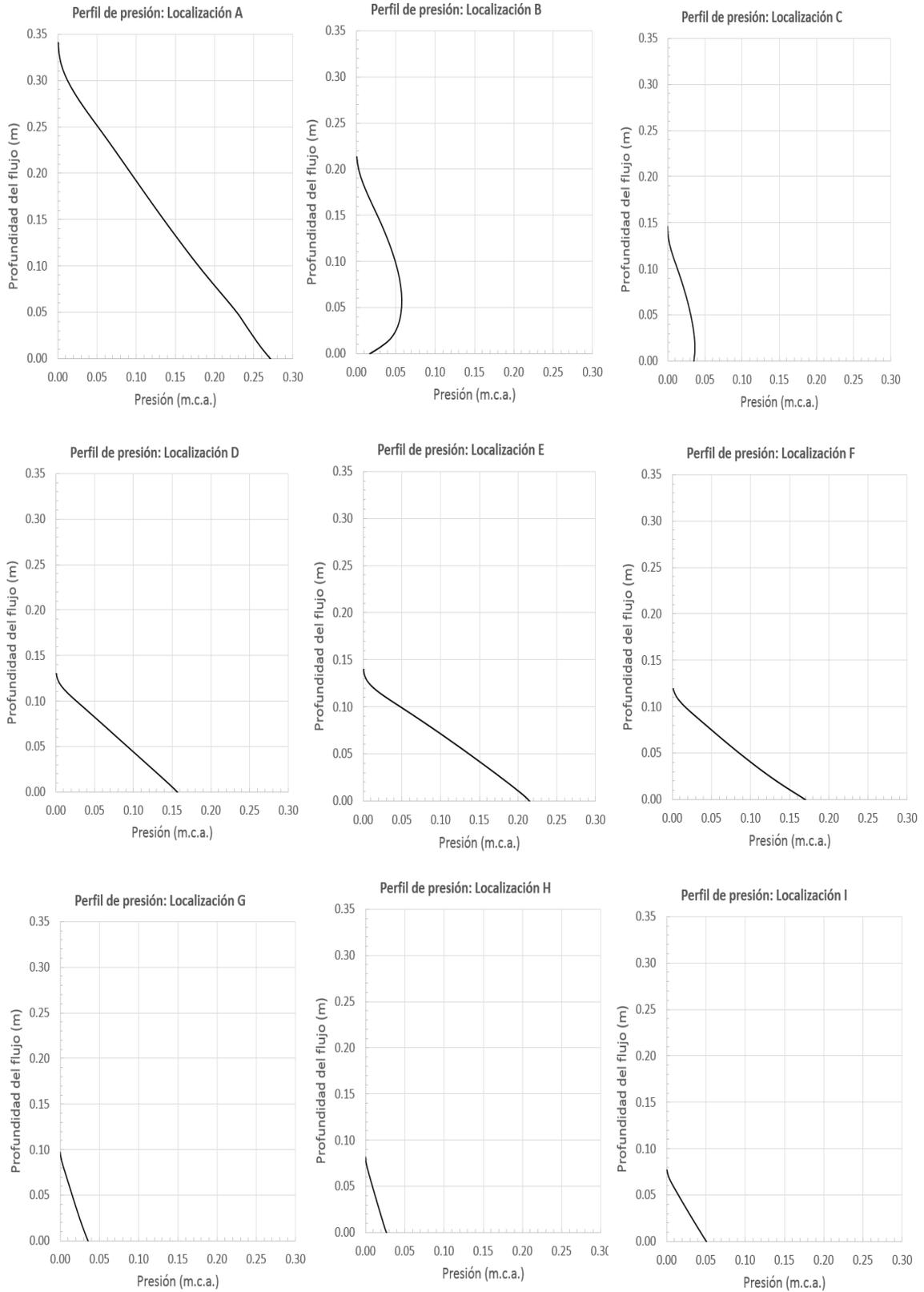
#### 5.3.1 Distribución de presión en la estructura

Para el análisis de la distribución de presiones se realizaron 20 secciones perpendiculares en dirección al flujo (véase Figura 47). Cada sección determina el valor de la presión en función de la profundidad de la lámina de agua. Así, en la gola se establece un tipo de flujo denominado “flujo curvilíneo”, según Ven Te Chow (1994), éste tipo de flujo genera componentes de aceleración debido a las fuerzas centrífugas, como resultado de esto la presión hidrostática varía, tanto por efectos de la curvatura de la gola como de la gravedad. Este comportamiento se evidencia claramente en los resultados obtenidos en la modelación numérica, donde la presión varía de forma curvilínea, en la abscisa (0,0) a la abscisa (0,0.3). No obstante, la cavitación en vertederos está relacionada con altas velocidades generadas principalmente por flujos curvilíneos, los cuales tienen mayor incidencia en este tipo de estructuras debido a la carga hidráulica inicial y a los radios de diseño del vertedero. Es decir, un perfil donde la presión en el flujo de diseño no es ni positivo ni negativo (Kiamanesh, 1996, pág. 61).

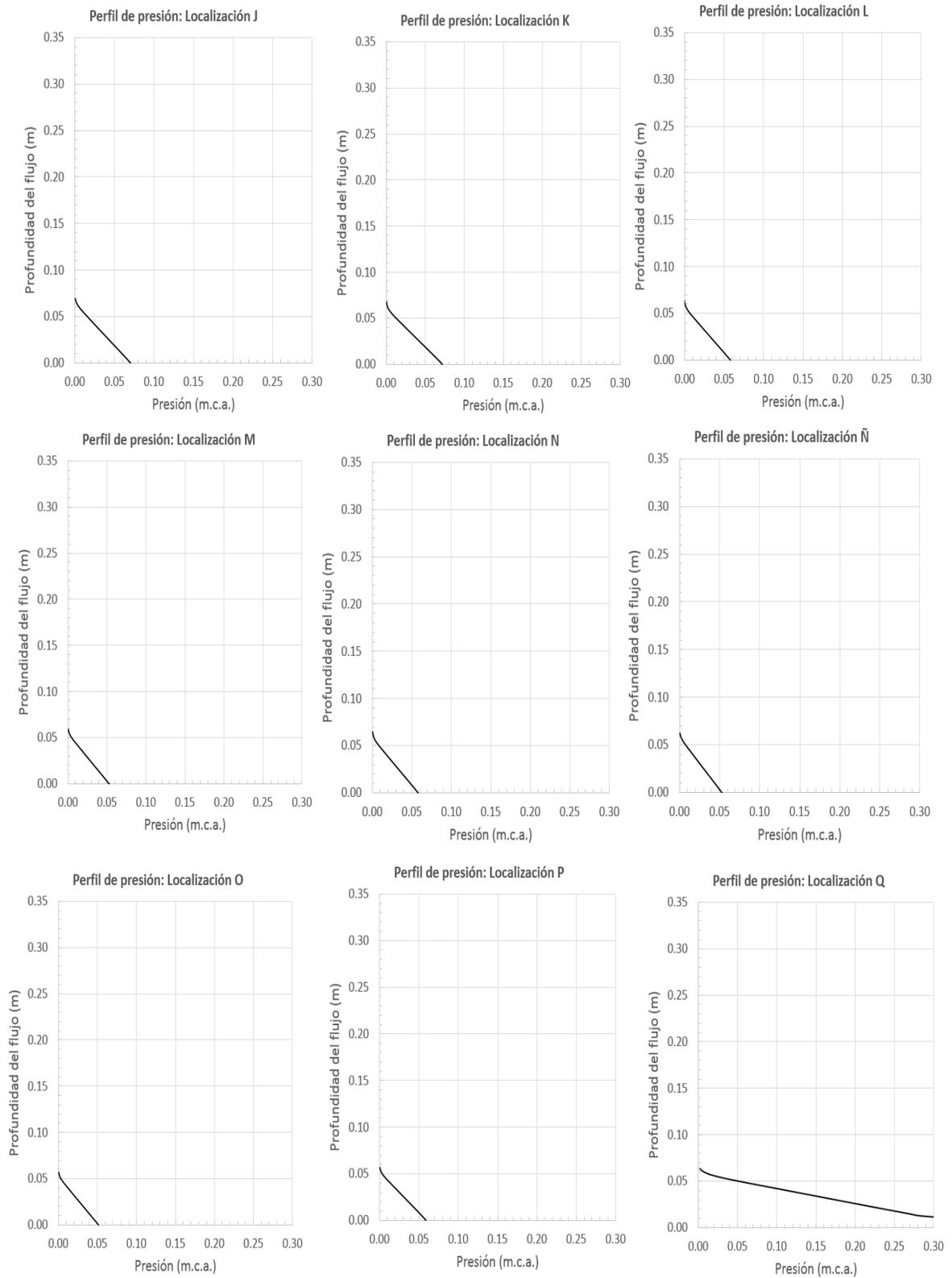


**Figura 51. Distribución de presión (B), Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s**  
Fuente: (a) Este estudio. ANSYS Fluent 17.0. (b) Ven Te Chow. Hidráulica de canales abiertos (1994), pág. 30.

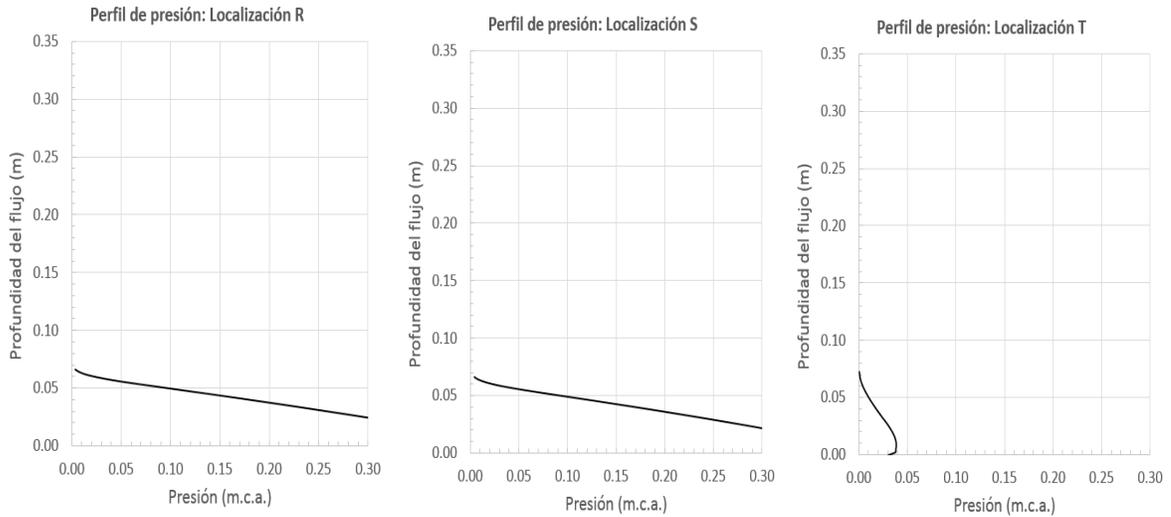
En las Figura 52, Figura 53 y Figura 54 se muestra la evolución del perfil de presiones en función de la profundidad de la lámina de agua, indicando un comportamiento curvilíneo en la gola y en el deflector, y una variación lineal de la presión en la rápida.



**Figura 52. Distribución de presiones (A-I). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s**  
 Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



**Figura 53. Distribución de presiones (J-Q). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s**  
 Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



**Figura 54. Distribución de presiones (R-T). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

Según el documento “No. Qd-ITE-13b-002, elaborado por INGETEC página 22”, se adopta una presión mínima sobre la cresta de la gola de -25 pies de columna de agua que corresponde al estado de inicio de cavitación incipiente. Asimismo, el potencial de cavitación generado por las presiones inferiores a la atmosférica encontradas en el modelo numérico se relacionan en la Tabla 36.

Iteraciones	Caudal	Cota apertura compuerta	Presión máxima			Presión mínima		
			Modelo		Escala [1:70]	Modelo		Escala [1:70]
N°	[Lt/s]	[msnm]	[Pa]	[m.c.a]	[m.c.a]	[Pa]	[m.c.a]	[m.c.a]
474,500	72.50	712	12,079.6	1.232	86.230	-16.6157	-0.002	-0.119
1,459,356	72.50	709.4	12,796.9	1.305	91.351	-104.249	-0.011	-0.744
1,774,260	72.50	704	15,243.1	1.554	108.813	-876.604	-0.089	-6.258
1,759,011	80.80	706.9	13,045.7	1.330	93.127	-127.36	-0.013	-0.909
2,449,580	103.95	706.9	13,900.3	1.418	99.227	-301.731	-0.031	-2.154
1,872,489	127.11	709.4	13,143.3	1.340	93.824	-100.029	-0.010	-0.714

**Tabla 36. Presiones máximas y mínimas modelo numérico**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent

A continuación, se establece la similitud dinámica de Froude para la presión, indicando que existe una relación lineal entre la presión obtenida en el modelo numérico y la presión del prototipo, la cual está dada por:

$$\left[ \frac{\Delta P}{\gamma} \right]_p = \left[ \frac{\Delta P}{\gamma} \right]_m / L_r \therefore L_r = \frac{L_m}{L_p} \quad (36)$$

Donde,  $L_m$ : Longitud en el modelo (m);  $L_p$ : Longitud en el prototipo (m).

Por otro lado, según los resultados obtenidos en el modelo numérico para la presión, se evidencian presiones inferiores a la atmosférica en la salida de la gola, en la rápida y en el deflector. Por ejemplo, para un caudal de 290 Lt/s, con apertura de compuerta: 709.4 msnm, se experimenta una presión máxima de 115.712 m.c.a y una presión negativa de 6.258 m.c.a.

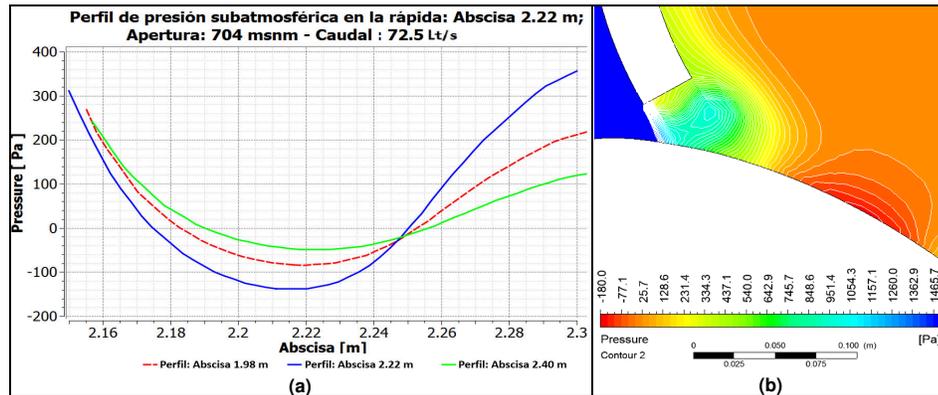


Figura 55. Perfil de presión subatmosférica: 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

De acuerdo con la Figura 56 y los resultados de las presiones mostrados en Tabla 37. Se verifica la aparición de presiones inferiores a la atmosférica en la abscisa 2.737 m y en la abscisa 2.971 m de 250 Pa y 198 Pa respectivamente, para una apertura de 709.4 msnm y caudal de 290 Lt/s, correspondiente a la creciente máxima probable. La condición de cavitación encontrada en la rápida puede ser considerada cavitación incipiente. Es importante aclarar que aunque no se introdujo la aireación en la simulación numérica, los valores negativos encontrados para la presión no afectan la superficie del vertedero. De hecho, esta cavitación en el modelo hidráulico se neutralizó mediante la instalación de aireadores en la abscisa K0+90 y K0+150.

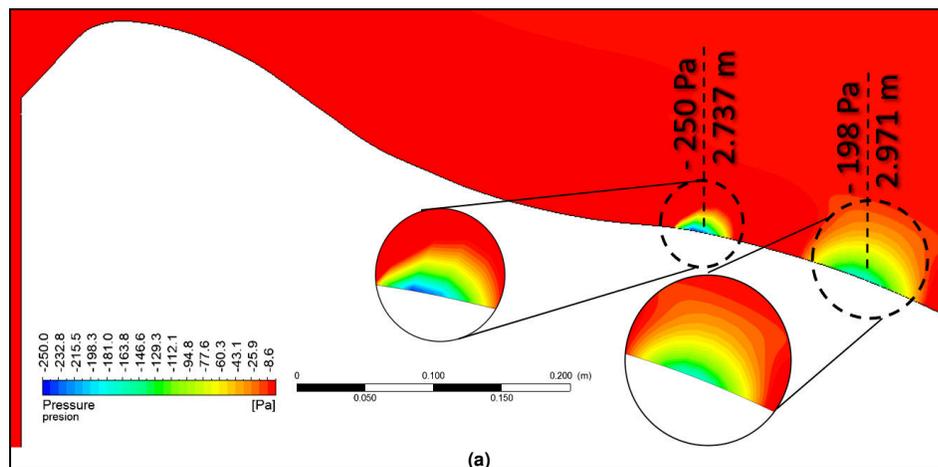
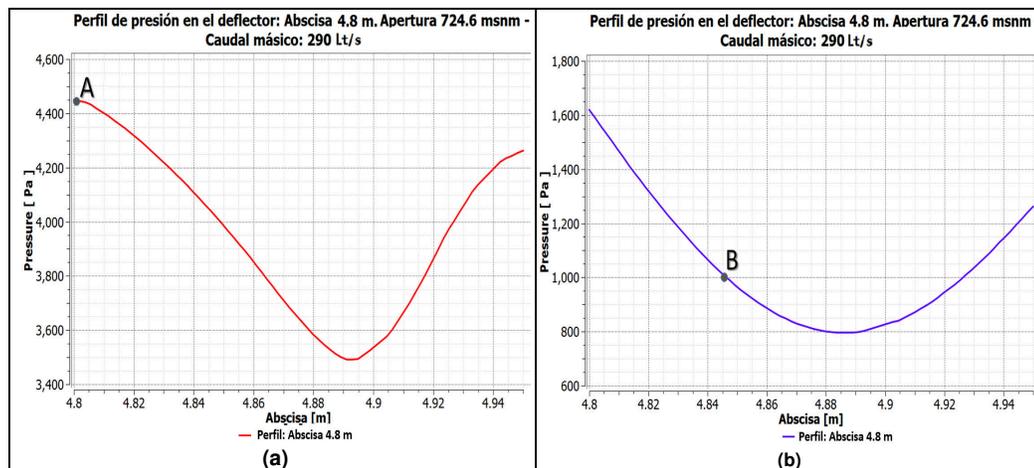


Figura 56. Perfil de presión subatmosférica: 709.4 msnm; Q= 290 Lt/s  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0.

Para evitar fenómenos de cavitación, el perfil del vertedero debe ajustarse al perfil hidráulico generado a la salida de la gola, esto disminuirá la posibilidad de surgimiento de presiones subatmosféricas. Según, la USBR (2014) el mejor rendimiento hidráulico en un vertedero operando como un canal de descarga, se establece cuando la solera del canal es paralela a la dirección del flujo.

No obstante, factores como la topografía, la forma del transporte y las características de la estructura, inciden en la convergencia o divergencia en las paredes del canal. En tal sentido, la convergencia de la pared debe ser gradual para evitar ondas estacionarias, creando oleadas en las paredes. Igualmente, debido a la tasa de la divergencia en las paredes laterales, el flujo no será uniforme ocupando todo el ancho del canal.

Evaluando las presiones obtenidas en la modelación numérica, correspondiente al deflector se evidencia una presión de 4450 Pa en la abscisa 4.8 m para el punto A, teniendo en cuenta el factor de la escala (1:70) y expresando la presión en metros de columna de agua, se obtiene una presión de 31.766 m.c.a. Según el informe final diseño, construcción, instrumentación, calibración y operación del Modelo Hidráulico N° 2 del Proyecto Hidroeléctrico El Quimbo realizado por Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales) para la CMP, en el piezómetro (P4) estableció una lectura de 32.9 m.c.a (véase Tabla 37), es decir, la presión obtenida en el modelo numérico presenta una variación con respecto a los valores calibrados de 3.44%.



**Figura 57. Presión en el deflector: Apertura= 724.6 msnm; Q=72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

A continuación se relacionan los datos obtenidos de las lecturas de presiones en el deflector realizado por la Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales):

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MANIZALES FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL Y ARQUITECTURA			Laboratorio de Hidráulica Jorge Ramírez Giraldo								
Modelo Hidráulico N° 2 del Vertedero del Proyecto Hidroeléctrico El Quimbo			EMGESA								
Escala del modelo 1:70			Medida de presiones en el deflector, en m.c.a								
Instrumento: Manómetro digital - Tablero piezométrico											
Piezómetro	Caudal (años)	Lectura	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
35°	100	Máx.	-	-	-	14.7	2.8	7.7	-	-1.26	1.54
	1000	Máx.	-	-	-	17.5	9.1	15.4	-	-3.36	3.64
	CMP	Máx.	-	-	-	32.9	35	37.8	-	-1.96	7.14

**Tabla 37. Presiones sobre el deflector con ángulo de disparo de 35°**

Fuente: Informe final diseño, construcción, instrumentación, calibración y operación del Modelo Hidráulico N° 2 del Proyecto Hidroeléctrico El Quimbo. Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales).

Según (INGETEC, 2013, pág. 64), para el ángulo de disparo de 35° del deflector radial seleccionado, la máxima presión registrada para la CMP corresponde a 37,8 m.c.a en el punto (P6), el cual está localizado en la solera cerca del muro izquierdo. De igual forma, el informe Hidráulico N° 2 del proyecto Hidroeléctrico El Quimbo, para el piezómetro (P9) establece una presión de 7.14 m.c.a, por su parte, el modelo numérico presenta un valor para el punto B (véase Figura 57 (b)), de 1000 Pa, teniendo en cuenta el factor de la escala (1:70) y expresando la presión en metros columna de agua, se obtiene una presión de 7.136 m.c.a, presentando una variación con respecto a los valores reales observados de 0.02%.

Con respecto a la abscisa 5.14 m, en la salida del flujo del deflector se experimenta un comportamiento característico de la presión generando curvas normales y estableciendo presiones subatmosféricas de 23 Pa (0.1641 m.c.a a escala 1:70) (véase Figura 109 (a)). Este comportamiento se evidenció para los diferentes caudales modelados y para diferentes aperturas de las compuertas, a medida que el valor de la apertura de la compuerta disminuye, el valor de la presión a la salida del chorro aumenta. No obstante, las presiones negativas pueden generar fenómenos de cavitación, los cuales pueden ser considerados incipientes, esta condición del flujo originada en el deflector comienza a ser detectable (véase Figura 104).

### 5.3.2 Perfil longitudinal de la presión

La presión hidrostática se mantiene constante en la entrada del flujo en la gola donde el flujo es lento y estable. En su paso por la rápida la presión permanece constante y con una variación hidrostática lineal, tal y como se observa en la Figura 53 para una apertura de compuertas del 100% y un caudal de 290 Lt/s.

También es claro que la presión aumenta en el azud a medida que la apertura de la compuerta disminuye, experimentando una presión máxima de 4200 Pa para una apertura de compuerta a cota de 704 msnm. Durante el desarrollo del perfil se presentaron presiones subatmosféricas máximas de 160 Pa para la abscisa 2.22 m y una apertura de 704 msnm. De igual forma, cuando el flujo avanza la presión se mantiene constante entre las abscisa 2.7 m y 4.7 m, existiendo una variación de presión en la abscisa 2.5 m debido principalmente a la curvatura que se presenta en ese punto, al mismo tiempo en el deflector se observan fluctuaciones de presión entre 200 Pa y 650 Pa.

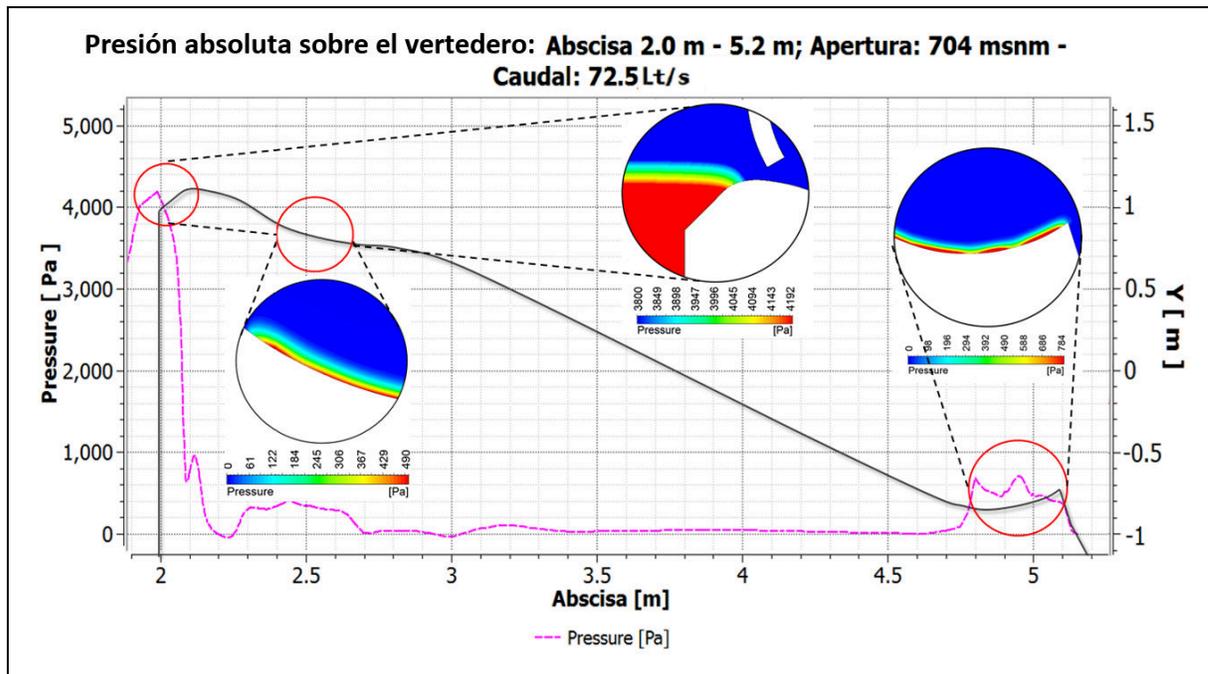
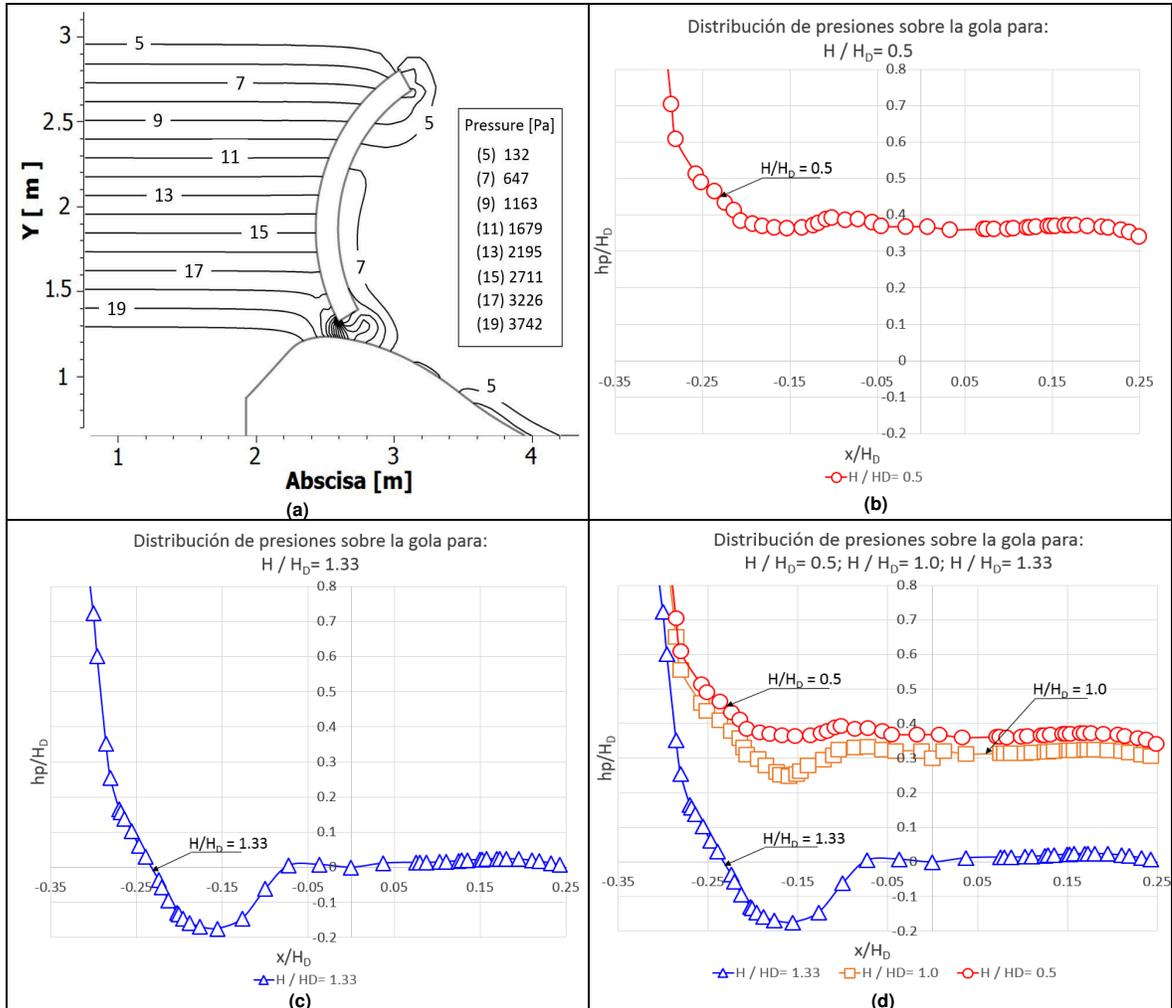


Figura 58. Perfil de presión: Apertura=704 msnm; Q=72.5 Lt/s  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

La carga hidráulica obtenida en el modelo para un caudal de 103.95 Lt/s fue de 0.0475 m, mediante la cual se determinó la relación  $H/H_D$ . La presión relativa se midió a lo largo de la línea central de la gola. Se evidencia que la presión para  $H/H_D= 0.5$  sobre la gola en  $x = 0.05H_D$  es  $0.37H_D$  (véase Figura 59 (a)). La presión mínima para  $H/H_D=1.33$  es  $h_p= -0.1185H_D$  con una ubicación en  $-0.175H_D$ . Es decir, a medida que la relación  $H/H_D$  aumenta, la presión aumenta aguas abajo del vertedero (véase Figura 59 (d)).



**Figura 59. Presión adimensional ( $h_p/H_D$ ) sobre la gola: Apertura 724.6 msnm**

Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

### 5.3.2.1 Coeficiente de presión

El coeficiente de presión es un parámetro adimensional definido por la ecuación:

$$C_p = \frac{p - p_{ref}}{q_{ref}} \quad (37)$$

Donde  $p$  es la presión estática,  $P_{ref}$  es la presión de referencia, y  $q_{ref}$  es la presión dinámica de referencia definida por:

$$q_{ref} = \frac{1}{2} \rho v_{ref}^2 \quad (38)$$

La Figura 60 muestra la variación del coeficiente de presión, para  $H/H_D = 0.50$  en  $X = 0.055H_D$  se evidencia un coeficiente de presión de  $C_p = -289.5$ . Una vez la carga hidráulica aumenta con relación a la carga de diseño ( $H/H_D = 1.33$ ), el valor del coeficiente de presión se desplaza a  $X = 0.025H_D$ .

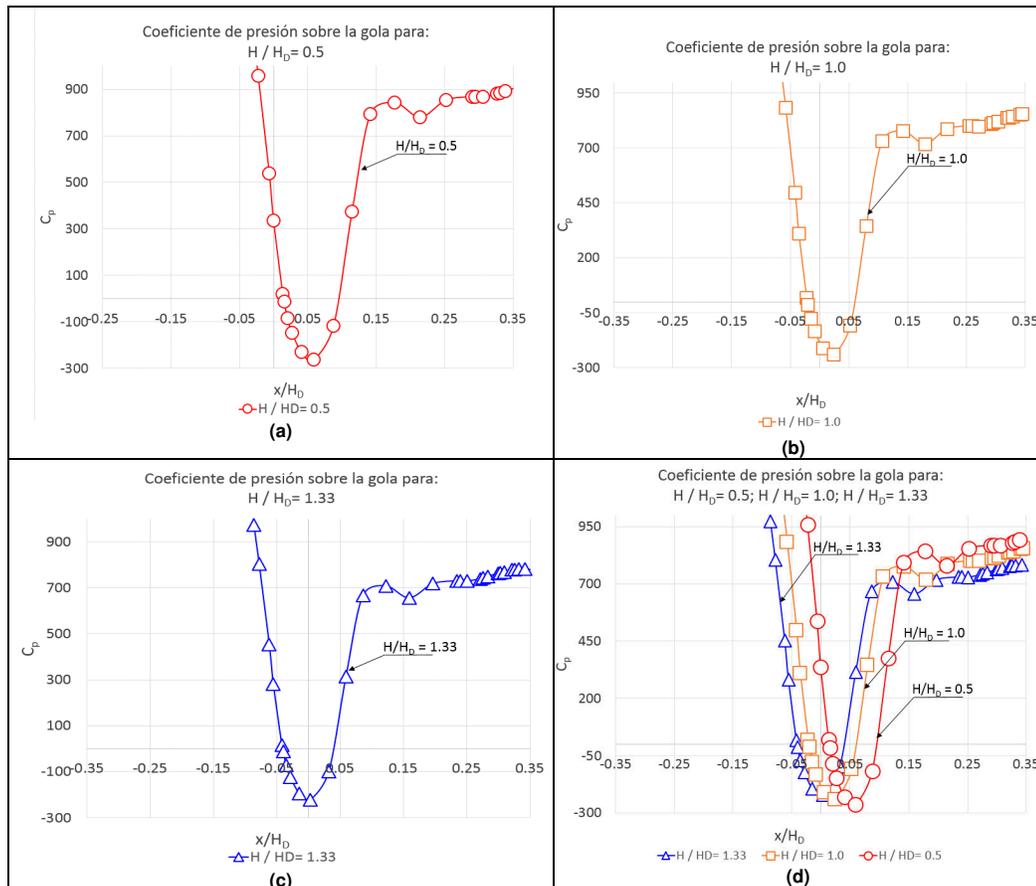


Figura 60. Coeficiente de presión sobre la gola: Apertura 724.6 msnm  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

## 5.4 ANÁLISIS DE LA DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN DINÁMICA

### 5.4.1 Distribución de presión dinámica en la proximidad a la gola

El modelo numérico demostró que la fluctuación de la presión dinámica a lo largo del vertedero permanece positiva siempre y cuando el nivel del embalse este por abajo del nivel de inundación (CMP), en este caso la presión dinámica sobre el vertedero estará por encima de la atmosférica. Esta condición cambia en función de las aperturas de las compuertas. Por ejemplo, para un caudal de 72.5 Lt/s, con apertura de compuerta: 704 msnm, se genera una presión dinámica de 2720 Pa en la abscisa 2.095 m (véase Figura 61). Al igual que la presión estática sobre la salida del deflector, el perfil de la presión dinámica en este labio, sigue presentando un comportamiento normal (véase Figura 62).

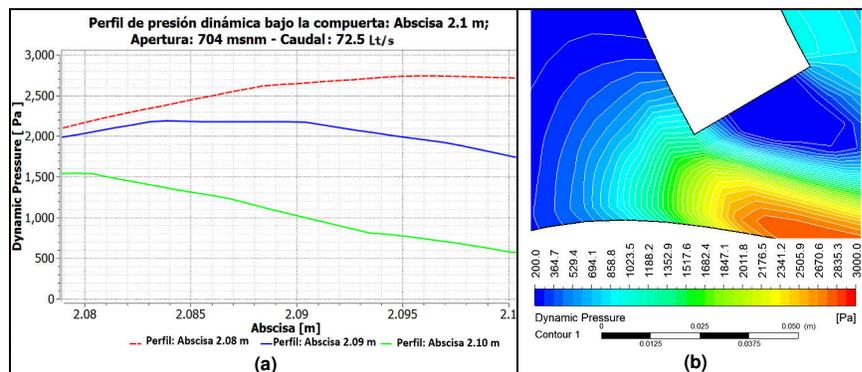


Figura 61. Presión en la compuerta: Apertura= 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

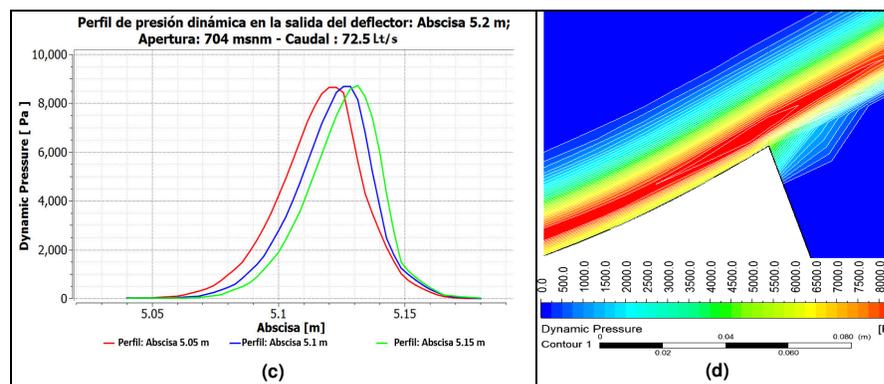
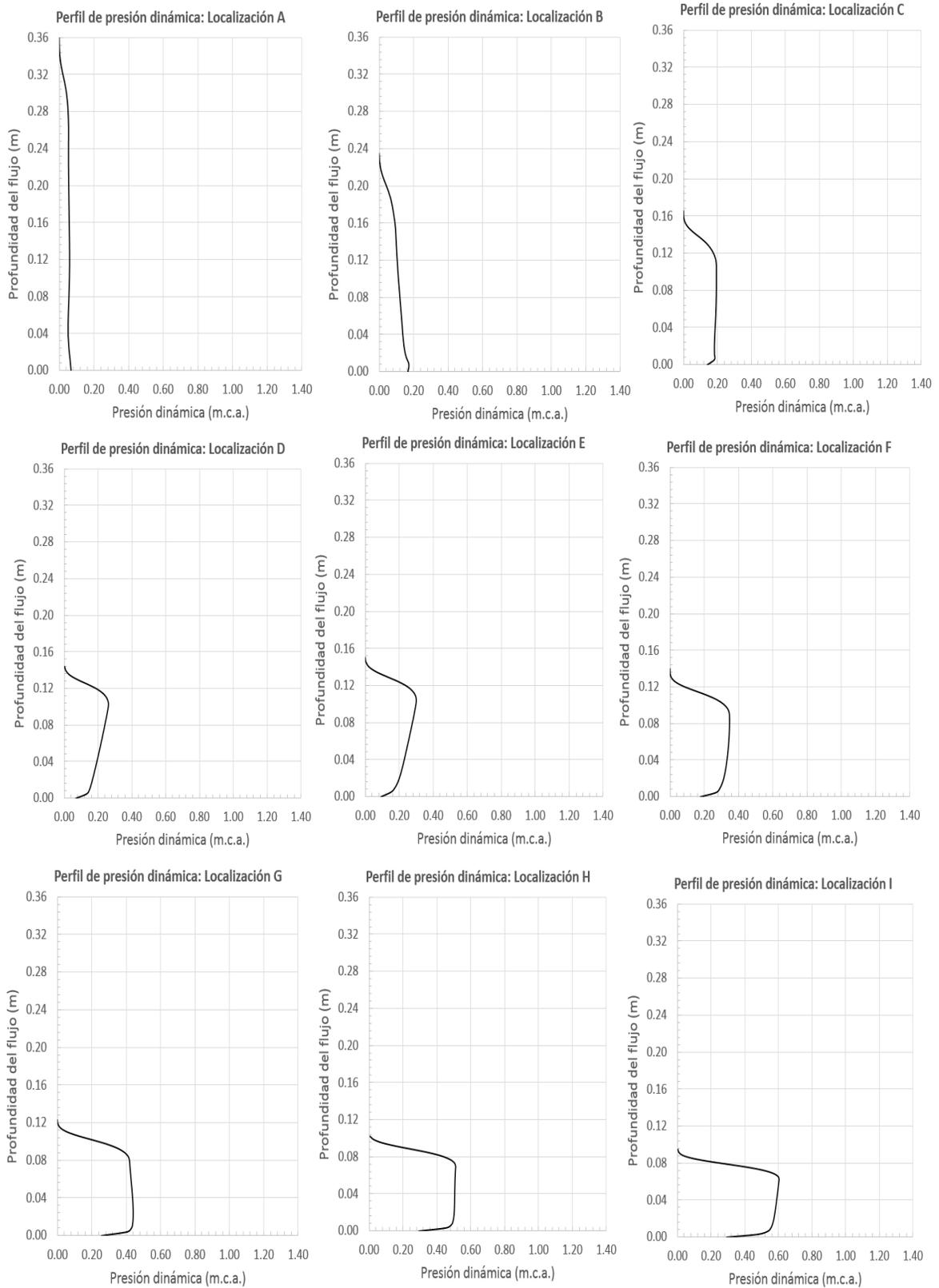
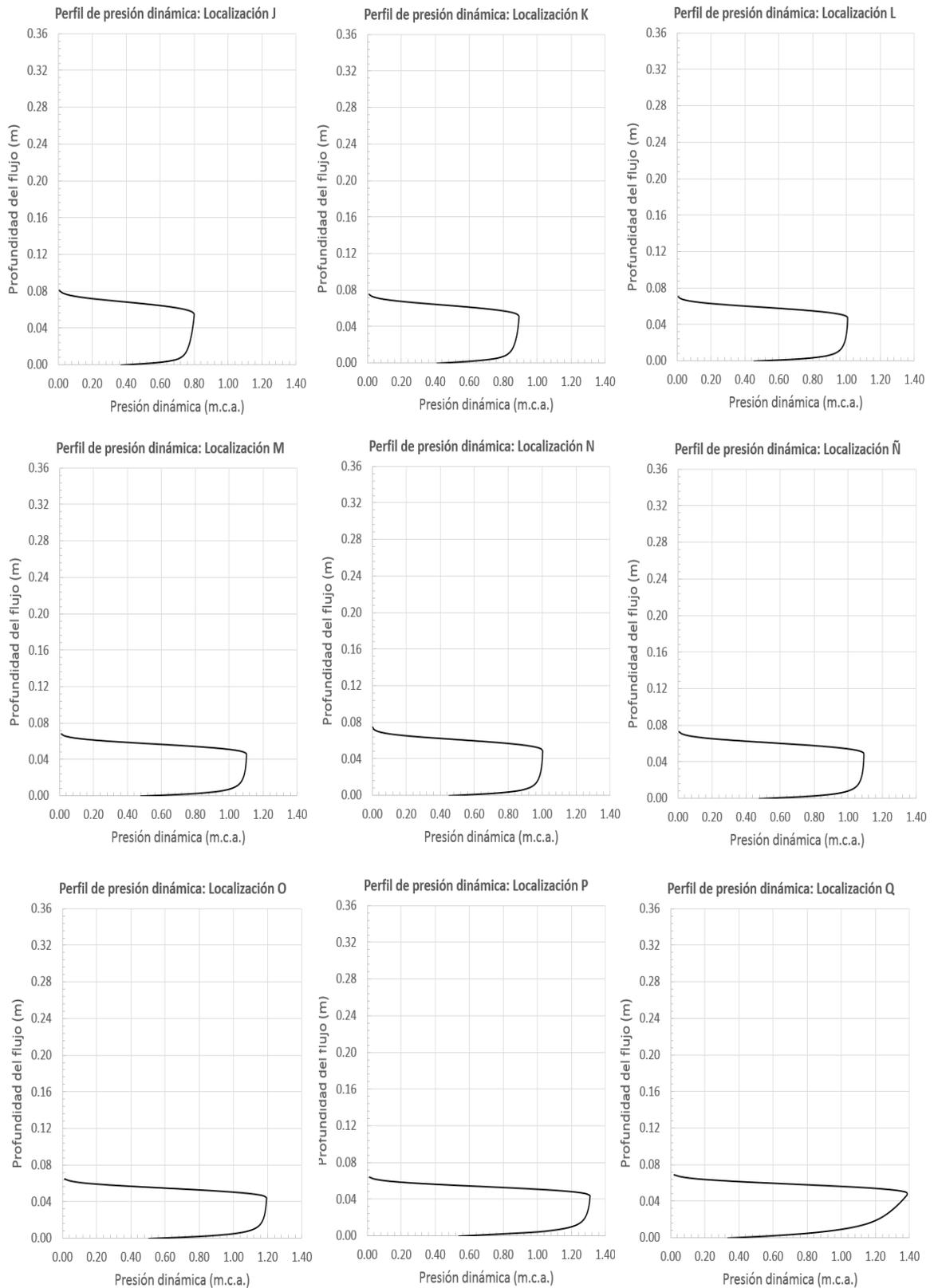


Figura 62. Presión dinámica deflector: Apertura= 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

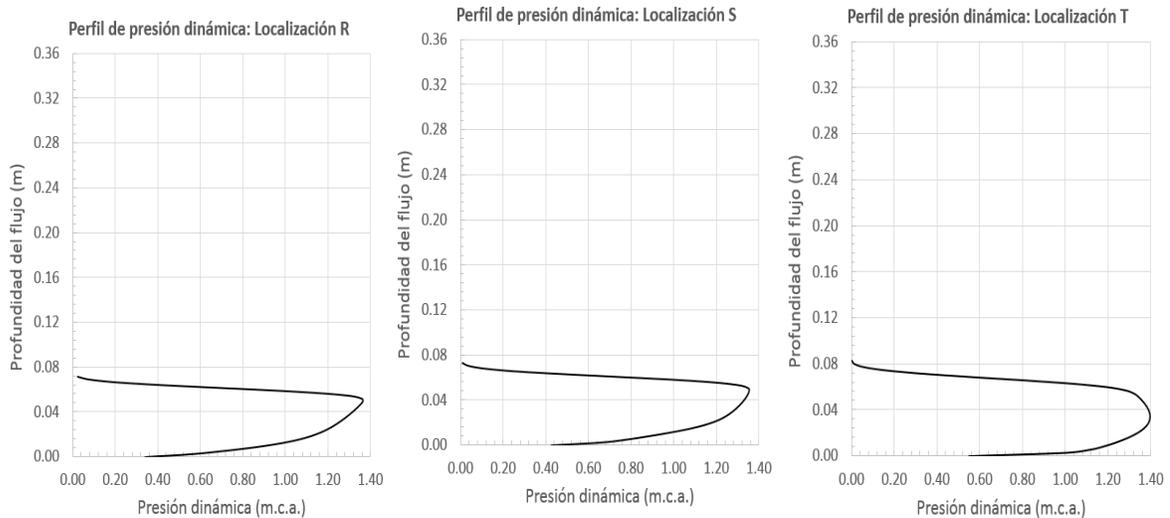
En la Figura 63, Figura 64 y Figura 65 se muestra la evolución del perfil de presión dinámica en función de la profundidad de la lámina de agua, indicando desarrollo curvilíneo a lo largo de la estructura.



**Figura 63. Distribución de presión dinámica (A-I). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s**  
 Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



**Figura 64. Distribución de presión dinámica (J-Q). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s**  
 Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



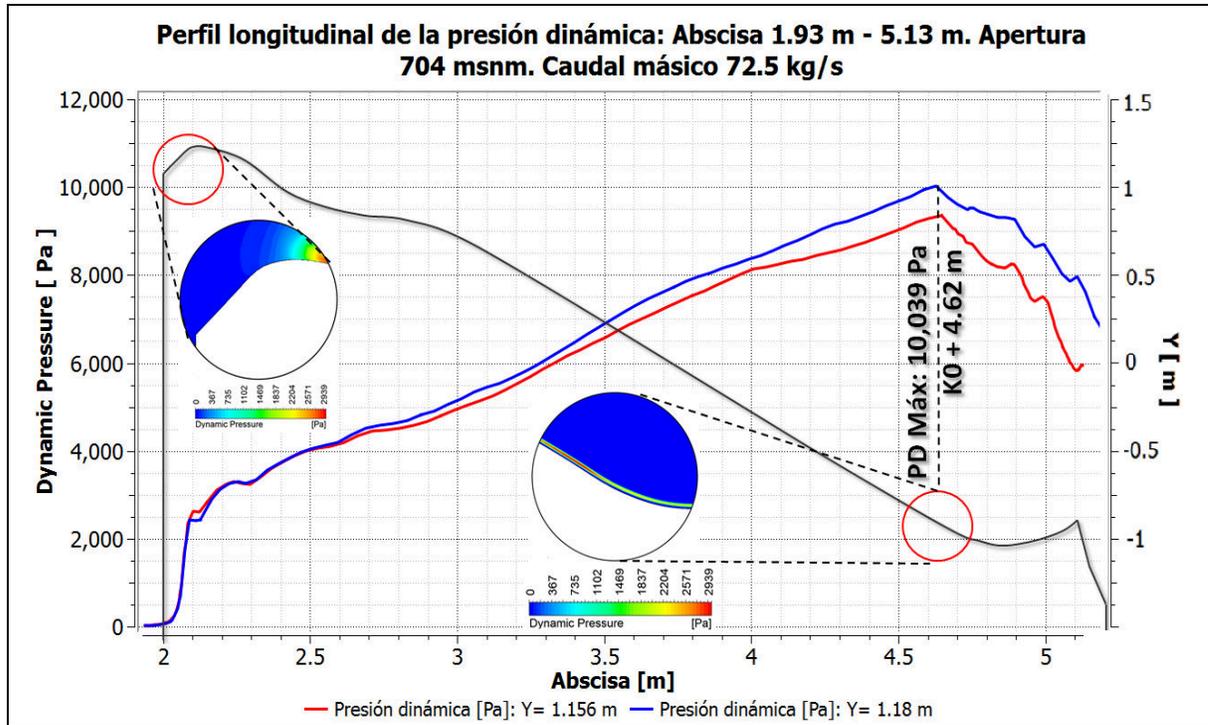
**Figura 65. Distribución de presión dinámica (R-T). Apertura= 724.6 msnm. Q= 290 Lt/s**  
 Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

#### 5.4.2 Perfil longitudinal de la presión dinámica

Algunas oscilaciones de la presión dinámica se pueden ver en la Figura 66, principalmente en el deflector. De hecho, se presentan mayores valores de presión en el empalme de la rápida con el deflector cuando la apertura de la compuerta disminuye. Así, para la abscisa 4.62 m, con un caudal de 72.5 Lt/s y una apertura de 704 msnm, establece una presión dinámica máxima de 10,039 Pa.

El hecho que la presión dinámica aumente a medida que la apertura de las compuertas radiales disminuye, se relaciona con la variación de los límites del flujo en un espacio reducido y confinado como lo es la entrada a la compuerta, en este escenario las líneas de corriente experimentan la aparición de aceleraciones.

Por otro lado, la presión dinámica presenta una tendencia ascendente sin fluctuaciones significativas entre las abscisas 2.3 m y 4.61 m del modelo numérico. Finalmente, los valores mínimos de la presión dinámica evidenciados en el modelo numérico se presentaron antes de la compuerta entre la abscisa 1.93 m y 2.1 m. Al paso por la compuerta, la presión dinámica comienza a experimentar un incremento significativo llegando a la abscisa 2.11 m con un valor de presión dinámica de 2108 Pa.



**Figura 66. Presión dinámica: Apertura= 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0.

Como se dijo anteriormente el mayor valor de la presión dinámica se alcanzará en la abscisa 4.62 m del modelo numérico, en el punto de empalme entre la rápida y el deflector, con una presión de 10,039 Pa, debido principalmente al cambio en la dirección de las líneas de corriente generado por la curvatura del deflector, luego, la presión desciende súbitamente hasta los 6,000 Pa en la abscisa 5.10 m.

En términos adimensionales la fluctuación de la presión dinámica a lo largo del vertedero permanecerá positiva siempre y cuando el nivel del embalse este por abajo del nivel de inundación (CMP). A medida que la relación entre la carga hidráulica y la altura de diseño aumente, la presión dinámica aumentará.

Por ejemplo, para la relación  $H/H_D = 1.33$ , la presión dinámica adimensional es igual a  $0.225H_D$  en la abscisa  $0.105H_D$ . No obstante, para la relación  $H/H_D = 0.5$  la presión dinámica adimensional es igual a  $0.05H_D$  en  $X = 0.05H_D$ .

En la Figura 67 se observan los contornos generados por la presión dinámica para apertura de 704 msnm.

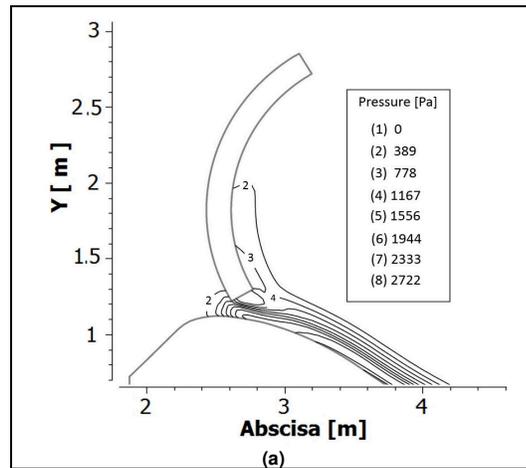


Figura 67. Contornos presión dinámica en la gola. Apertura 704 msnm  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

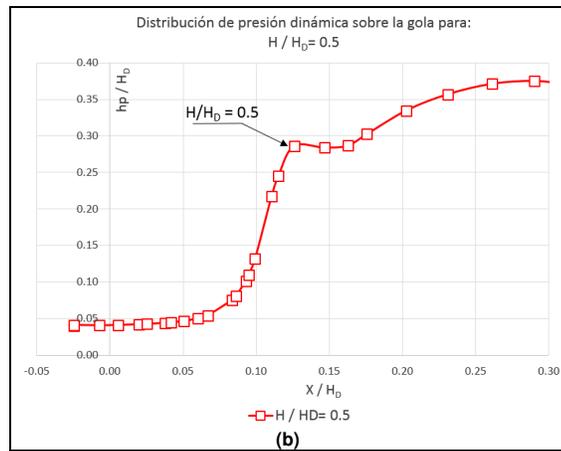


Figura 68. Presión dinámica adimensional ( $H/H_0 = 0.5$ ). Apertura 704 msnm  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

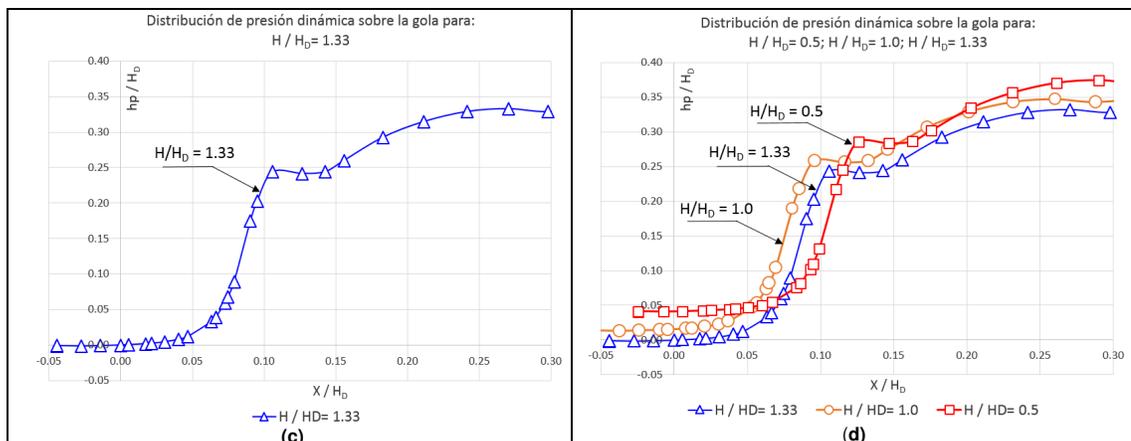


Figura 69. Presión dinámica adimensional ( $H/H_0 = 1.33$ ). Apertura 704 msnm  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

## 5.5 ANÁLISIS DEL COEFICIENTE DE DESCARGA

### 5.5.1 Curva de descarga del modelo numérico

Teniendo en cuenta la ecuación (39), los valores de  $C_0$  y  $C$  obtenidos en el modelo numérico, se generó la curva de descarga con respecto a la altura sobre la gola, sin tener en cuenta la variación del ancho efectivo del vertedero. Por lo tanto, las curvas de descarga generadas por el método USBR fueron utilizadas para determinar los coeficientes efectivos de descarga. El valor de  $C_0$  se estimó mediante la Grafica 3 del libro “Design of small dams” del USBR, con base en la profundidad del canal de aproximación ( $P$ ) y de la altura de diseño ( $H_D$ ).

Según el documento “No. Qd-ITE-13b-002”, elaborado por INGETEC y la Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales), se establece un valor de ( $P$ ) de 6 m y una altura de diseño de 18.26 m obteniendo un valor de  $C_0$  de 2,047. Para este estudio y con base en el modelo numérico desarrollado se obtuvo una carga máxima sobre la cresta de 11.9847 m y una velocidad promedio de 1.683 para la CMP, presentando un valor de  $C_0$  de 2,019 y para  $C_D$  de 0.454.

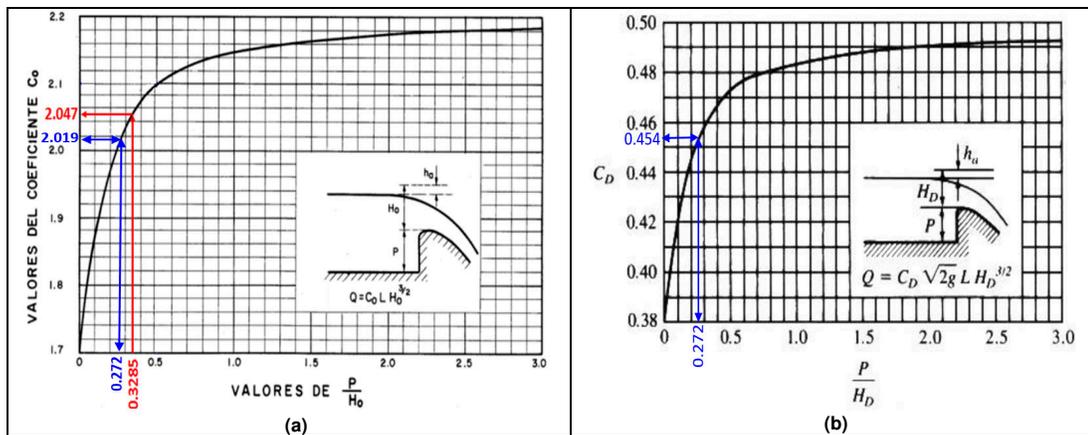


Figura 70. Coeficientes de descarga en función de la altura sobre la cresta  
Fuente: USBR, 1987.

Significa entonces, que el coeficiente  $C_0$  depende de la profundidad de aproximación, de la forma real de la cresta y de la pendiente de la corriente, asimismo, el parámetro  $H_D$  se ve afectado por la altura de velocidad que experimenta el flujo en el paso por la gola, esta velocidad de aproximación es pequeña originando la máxima contracción vertical de la lámina (USBR, 1987, pág. 369).

Así, la carga hidráulica obtenida sobre la gola para la CMP está dada por:

$$H_D = H_0 + \frac{v^2}{2g}$$

$$H_D = 11.985 + \frac{1.6826^2}{2 * 9.801} * 70$$

$$H_D = 22.0945 \text{ m}$$

A continuación se relaciona los diferentes parámetros para obtener el coeficiente de descarga, el cual se calculó mediante la gráfica N° 1. El valor obtenido para  $C_0$  fue de 2,019 y para  $C_D$  de 0.454 (véase Tabla 38).

Parámetros iniciales modelo numérico	
Cota de la gola (msnm):	702.0
$H_0$ (Altura lámina modelo numérico (CMP) (m):	11.985
P (m):	6
L Longitud del vertedero (m):	57.0
Velocidad de aproximación (m/s):	1.6826
Gravedad ( $m/s^2$ ):	9.806
Interpolación Gráfica 1.	
P/ $H_D$ :	0.272
$C_D$ (Coeficiente de descarga inicial interpolado):	0.454

**Tabla 38. Parámetros para el cálculo del coeficiente de descarga**  
Fuente: Este estudio.

Con base en el coeficiente inicial calculado  $C_D$  de 0.454, se calcula el caudal descargado (véase Tabla 39).

Nivel (msnm)	$H_e$ (m)	$H_i/H_D$	L (m)	$C_D/C$	$C_D$	Caudal ( $m^3/s$ )		
						Modelo numérico	U. Nacional - INGETEC	Variación [%]
702.000	0.000	0.000	57.00	0.780	0.3688	0.000	0.000	0.00%
703.000	1.000	0.100	57.00	0.811	0.3834	96.782	96.280	0.52%
704.000	2.000	0.200	57.00	0.842	0.3981	284.206	275.940	2.91%
705.000	3.000	0.300	57.00	0.869	0.4108	538.862	513.240	4.75%
706.000	4.000	0.400	57.00	0.895	0.4231	854.454	799.380	6.45%
707.000	5.000	0.500	57.00	0.915	0.4326	1220.820	1129.310	7.50%
708.000	6.000	0.600	57.00	0.935	0.4420	1639.888	1499.560	8.56%

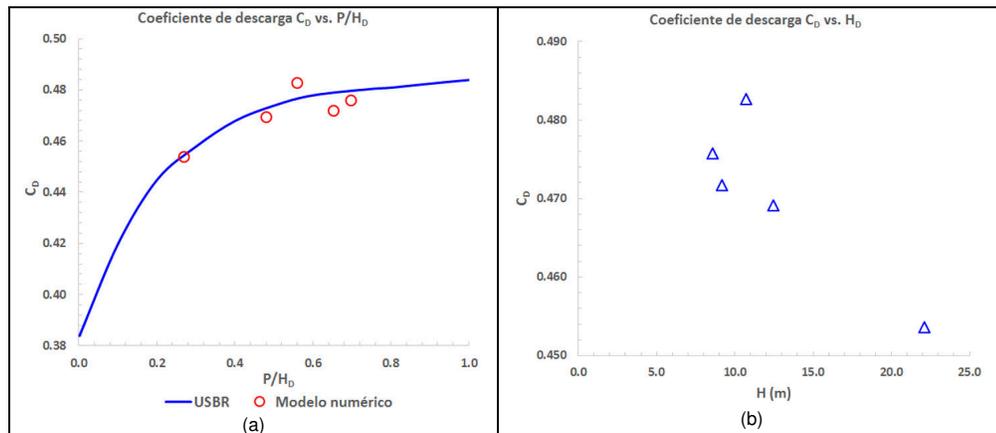
**Tabla 39. Comparación caudal descargado**  
Fuente: Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales), INGETEC, este estudio.

Los valores de la Tabla 39, para el caudal descargado del modelo físico se encuentran en el Documento "No. Qd-ITE-13b-002 (2013) página 15, Cuadro 2.3 Curva de capacidad del vertedero del proyecto El Quimbo". De igual forma, el coeficiente de descarga  $C_D$  se calculó mediante la

Gráfica 1, teniendo en cuenta la velocidad media y la altura de velocidad para cada caudal modelado, estos valores se obtuvieron del perfil de velocidades para la sección en la cresta con la ayuda del post-procesador de ANSYS Fluent, una vez obtenido el perfil se exportó a un archivo plano obteniendo finalmente las velocidades promedio para cada sección. Luego, este valor se sumó a la altura de la lámina de agua calculada en el modelo numérico, con éste valor, y con la ecuación (8), se despejó el valor de  $C_D$ , teniendo en cuenta la longitud efectiva del vertedero de 57 m.

			Maestría en Ingeniería Civil							
			Recursos hidráulicos y medio ambiente							
			SIMULACIÓN NUMÉRICA CFD DE LA ESTRUCTURA DE CONTROL Y DEL SISTEMA DE COMPUERTAS RADIALES – REPRESA EL QUIMBO							
			Cálculo coeficiente de descarga $C_D$ modelo numérico							
Parámetros iniciales			Cota	Ángulo	Lámina H	Velocidad	$H_0$	$P/H_0$	Caudal	$C_D$ Modelo
Longitud efectiva:	57.0	m	(msnm)	(°)	(m)	(m/s)	(m)		( $m^3/s$ )	
P Paramento:	6.000	m	724.6	80.2652	4.935	1.012	8.590	0.698	3024	0.4758
Gravedad:	9.806	$m/s^2$			5.467	1.020	9.180	0.654	3312	0.4717
					5.117	1.250	10.694	0.561	4261	0.4827
					6.167	1.328	12.462	0.481	5210	0.4692
					11.985	1.683	22.0900	0.272	11888	0.4536

**Tabla 40. Cálculo coeficientes de descarga  $C_D$**   
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

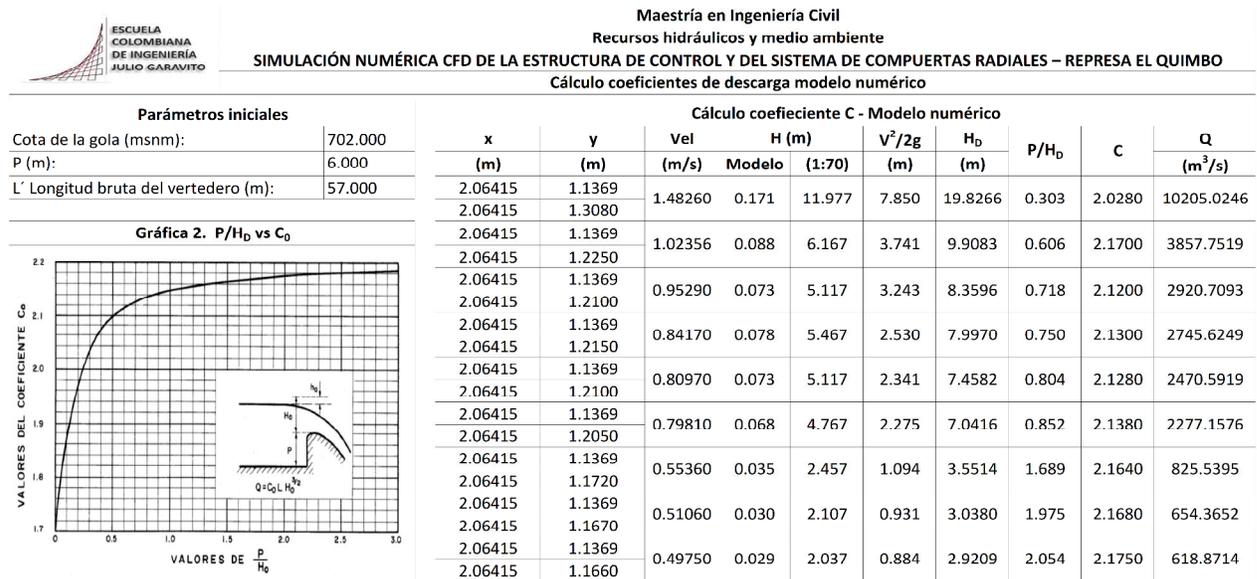


**Figura 71. Coeficientes de descarga  $C_D$**   
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

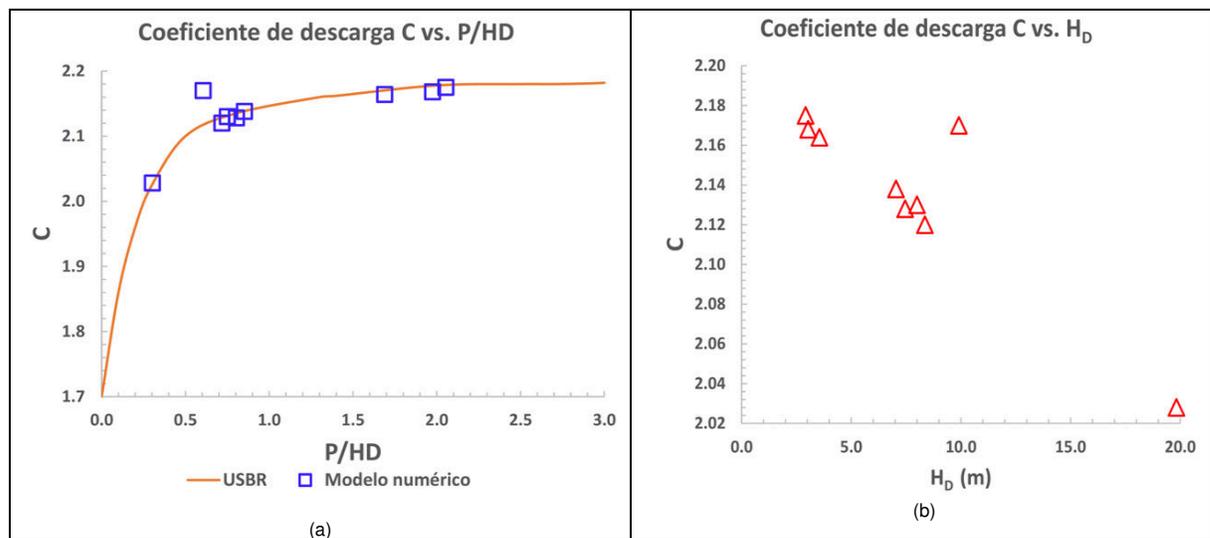
De forma análoga al cálculo del coeficiente  $C_D$ , se calculó el coeficiente de descarga  $C$ , una vez establecido para cada caudal la altura de la lámina de agua medida en el modelo numérico y determinando la relación entre la profundidad de aproximación y la carga hidráulica, se calculó el valor de  $C$  mediante a partir de la ecuación (39). Finalmente, la descarga para flujo libre para un vertedero tipo Ogee según la USBR está dada por siguiente ecuación:

$$Q = CLH^{1.5} \quad (39)$$

Donde:  $Q$ : Caudal descargado ( $m^3/s$ );  $C$ : Coeficiente de descarga para vertederos hidráulicos ( $m^{0.5}/s$ );  $H$ : Carga hidráulica total incluyendo la altura de velocidad (m);  $L$ : Longitud efectiva de la cresta (m).

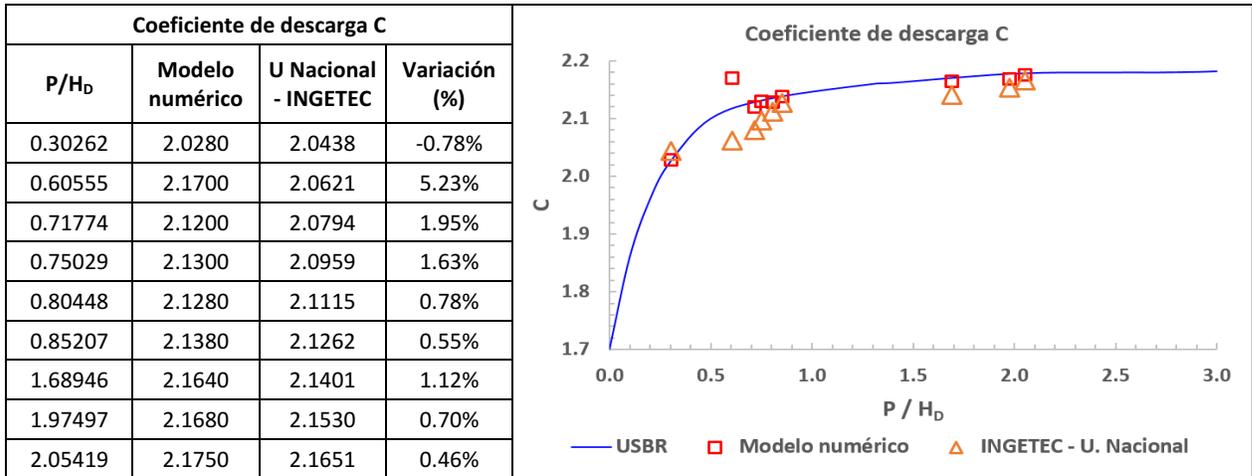


**Figura 72. Coeficiente descarga C – Modelo numérico**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.



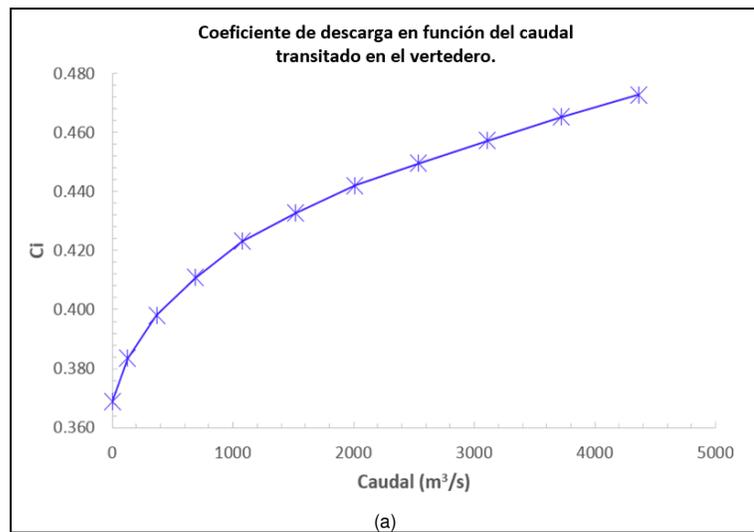
**Figura 73. Coeficiente descarga C vs P/ $H_D$  – Modelo numérico**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

Los valores para  $C$  se compararon con los coeficientes de descarga obtenidos por INGETEC y la Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales), la variación de estos coeficientes se presenta en la Tabla 41.



**Tabla 41. Comparación coeficientes de descarga C**  
Fuente: Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales). INGETEC. Este estudio. ANSYS Fluent.

Según la Tabla 41, se observa que la mayor variación porcentual del coeficiente de descarga se presenta para una carga inicial de 9.9083 m, medida en el modelo numérico, esta variación puede ser explicada en términos de la longitud efectiva que se tuvo en cuenta para el desarrollo del modelo 2D, por un lado, en el modelo hidráulico, se tuvo en cuenta la longitud efectiva considerando el efecto de las pilas y los estribos en el azud, no obstante, en el modelo numérico la dimensión del ancho del vertedero (L) se mantuvo constante, es decir, los caudales descargados se calcularon para una longitud efectiva de 57 m. En la Figura 74, se muestra el comportamiento del coeficiente de descarga en función del caudal.



**Figura 74. Coeficientes de descarga vs caudal**  
Fuente: Este estudio.

De igual forma, existen múltiples ecuaciones para calcular los coeficientes de descarga en este tipo de estructuras. Por ejemplo, Rehbock (1985), propone un modelo en el cual tiene en cuenta la carga hidráulica (h), la profundidad de aproximación (P) y el radio de curvatura (r), mediante la siguiente formulación:

$$C_D = 0.312 + 0.09 \frac{h}{P} + \sqrt{0.30 - 0.01 \left(5 - \frac{h}{r}\right)^2} \quad (40)$$

Así, para una carga hidráulica de 2.107 m, con una profundidad de aproximación de 6 m y un radio de 56 m, se tiene un coeficiente  $C_D$  de 0.579. También, Kramer (2006) plantea la siguiente ecuación para el cálculo del coeficiente de descarga:

$$C_D = 1.02 + \frac{1.015}{\frac{h}{r} + 2.08} + \left(0.04 \left[\frac{h}{r} + 0.19\right]^2 + 0.0223\right) \frac{r}{P} \quad (41)$$

Para ilustrar esto, se calcularon los coeficientes de descarga para Rehbock y Kramer, se comparan con los obtenidos mediante el numérico teniendo en cuenta la carga hidráulica inicial más la altura de velocidad. (véase Figura 75). Se evidencia claramente la tendencia que presentan los coeficientes para Rehbock y Kramer con variaciones significativas con respecto a los coeficientes calculados en el modelo numérico y a la curva establecida por la USBR.

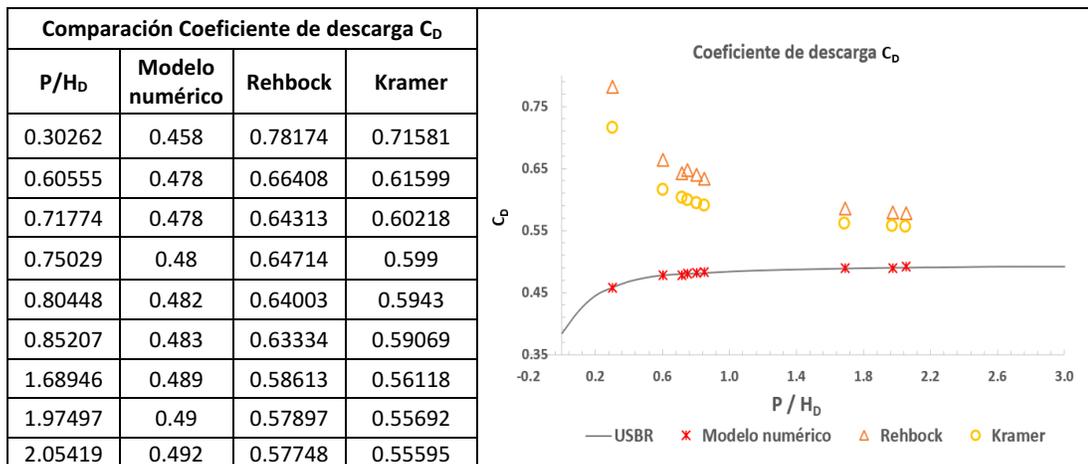
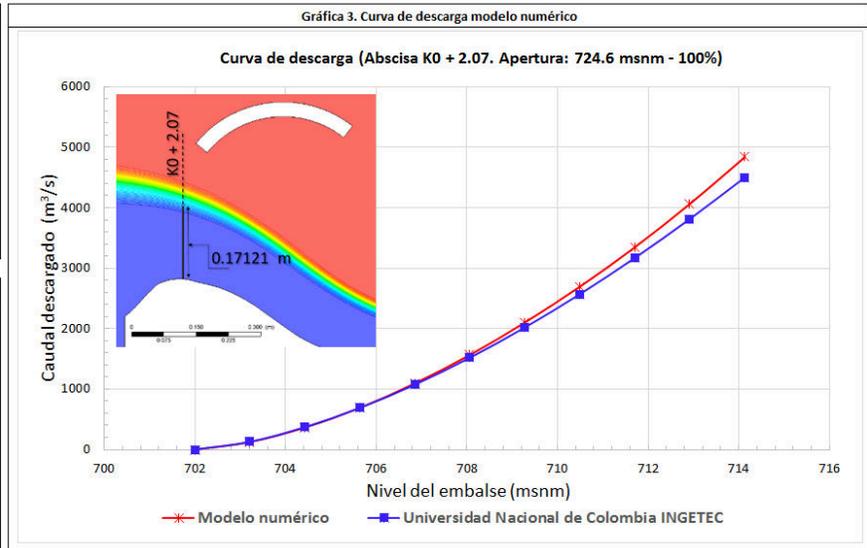
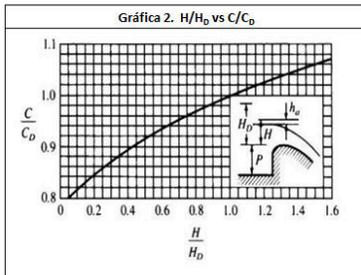
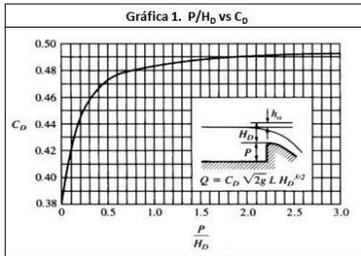


Figura 75. Coeficientes de descarga Rehbock – Kramer  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

Ahora bien, con base en la lectura de la carga hidráulica realizada en el modelo numérico para la CMP, apertura de 724.6 msnm, abscisa 2.07 m y teniendo en cuenta los parámetros de aproximación establecidos por INGETEC, se elaboró la curva de descarga para el modelo (véase Figura 76), se obtuvo una relación entre la profundidad de aproximación y la carga hidráulica de 0.272, éste valor fue calculado en la gráfica 1, obteniendo un coeficiente de descarga  $C_D$  de 0.454, calculado anteriormente, en la misma forma, mediante este valor se calculó el coeficiente  $C_i$ , sin tener en cuenta la variación de la longitud del vertedero generada por la contracción en las pilas y los estribos, finalmente se calculó el caudal descargado a partir de la ecuación (8):

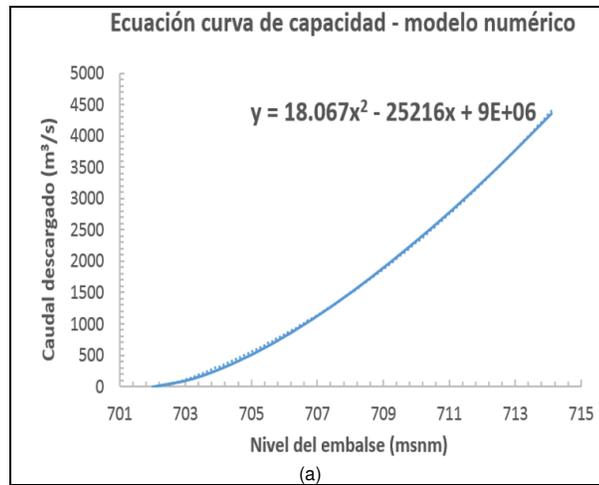
		Maestría en Ingeniería Civil								
		Recursos hidráulicos y medio ambiente								
		SIMULACIÓN NUMÉRICA CFD DE LA ESTRUCTURA DE CONTROL Y DEL SISTEMA DE COMPUERTAS RADIALES – REPRESA EL QUIMBO								
		Cálculo coeficientes de descarga modelo numérico								
Parámetros iniciales		Nivel	He	Hi/HD	Ci/CD	Ci	L	Caudal (m³/s)		
Cota de la gola (msnm):	702.000	(msnm)	(m)				(m)	Modelo numérico	U Nacional - INGETEC	Variación
HD (Altura lámina modelo numérico (CMP) (m):	11.985	702.000	0.000	0.000	0.780	0.354	57.000	0.000	0.000	0.000%
Paramento (m):	6.000	703.213	1.213	0.100	0.811	0.368	57.000	124.157	128.427	3.325%
L' Longitud bruta del vertedero (m):	57.000	704.426	2.426	0.200	0.842	0.382	57.000	364.594	368.976	1.188%
Velocidad de aproximación (m/s):	1.683	705.639	3.639	0.300	0.869	0.395	57.000	691.280	687.724	-0.517%
Gravedad (m/s²):	9.806	706.852	4.852	0.400	0.895	0.406	57.000	1096.138	1073.023	-2.154%
Interpolación Gráfica 1.		708.065	6.065	0.500	0.915	0.415	57.000	1566.131	1518.073	-3.166%
P/HD:	0.27200	709.278	7.278	0.600	0.935	0.424	57.000	2103.733	2018.068	-4.245%
C <sub>0</sub> (Coeficiente de descarga inicial interpolado):	0.45400	710.491	8.491	0.700	0.951	0.432	57.000	2696.371	2569.208	-4.950%
		711.704	9.704	0.800	0.967	0.439	57.000	3349.758	3168.253	-5.729%
		712.916	10.916	0.900	0.984	0.447	57.000	4067.344	3812.295	-6.690%
		714.129	12.129	1.000	1.000	0.454	57.000	4841.189	4498.632	-7.615%

**Tabla 42. Cálculo curva de descarga**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

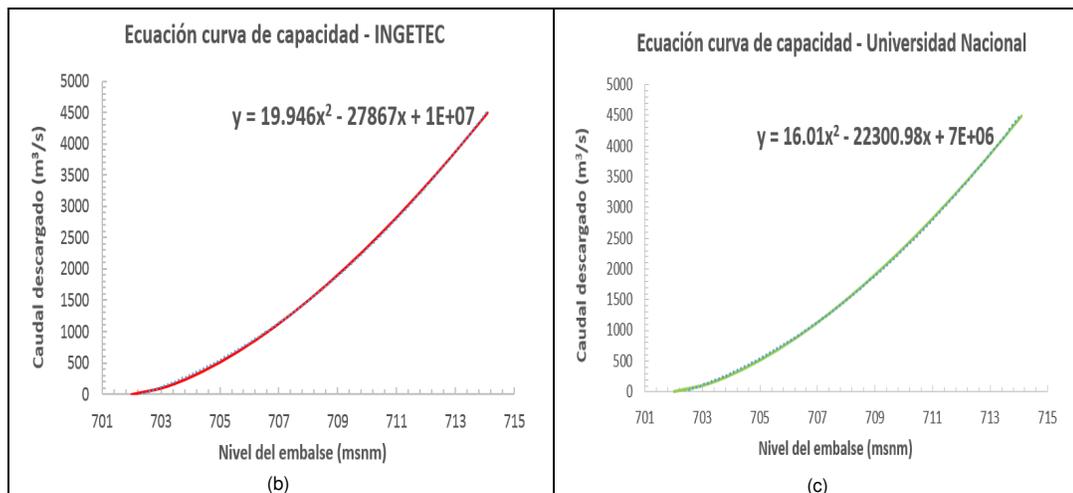


**Figura 76. Comparación curva de descarga**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

Se evidencia en la Figura 76 una variación del caudal del 1.188 % para la cota 704.426 msnm con respecto a los valores calculados, esta variación presenta una tendencia a aumentar a medida que se incrementa el nivel en el embalse. Con base en los datos obtenidos en el modelo y los datos alcanzados por INGETEC y la Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales), se graficaron tres curvas parabólicas que describen el comportamiento del caudal en función del nivel del embalse, para la Figura 77 (a), el coeficiente de correlación ( $R^2$ ) obtenido es de 0.9788 estableciendo la variación de la variable respuesta (caudal  $m^3/s$ ) que explica su relación con la variable predictora (nivel del embalse msnm). Por lo general, mientras mayor sea el  $R^2$ , mejor será el ajuste del modelo a los datos observados. Para la curva de la Figura 78 (b) y (c) se obtuvieron para el  $R^2$  valores de 0.997 y 0.999 respectivamente.



**Figura 77. Ecuación curva de capacidad de descarga**  
Fuente: INGETEC, Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales). Este estudio.



**Figura 78. Comparación ecuación curva de capacidad de descarga**  
Fuente: INGETEC, Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales).

### 5.5.2 Coeficientes de descarga para apertura variable de compuertas

En el análisis del coeficiente de descarga para apertura parcial de las compuertas radiales, se implementa la ecuación del orificio que depende de la forma y posición de la compuerta y de la apertura con respecto al azud, esto debido al confinamiento que experimenta el flujo con apertura parcial de compuertas en el paso por la gola, originando una variación del coeficiente de descarga  $C$ , esto, en función de la altura de operación  $H_e$  y la descarga del vertedero. De hecho, este coeficiente también varía dependiendo de la abscisa, en la cual se lea la altura de la lámina de agua. Según Otálora (2016), no es posible definir un coeficiente de descarga único para un vertedero tipo laberinto, debido a la variación de la lámina de agua, a parámetros físicos y al cambio transversal de la velocidad, estas variables afectan de manera directa el coeficiente de descarga, por esta razón Otálora propone calcular el promedio de los coeficientes de descarga a partir del centro de masa generados por la dispersión de valores calculados. Una vez obtenidas las diferentes cargas y los ángulos de apertura en el modelo numérico, se estimó el coeficiente de descarga para apertura variable de compuertas a partir de la ecuación (9) (véase Tabla 44).

Cota [msnm]	Apertura [°]	Prototipo			Modelo numérico		
		d [m]	L [m]	Caudal [m <sup>3</sup> /s]	d [m]	L [m]	Caudal [Lt/s]
704.0	32.4106	2.0	57.00	3024	0.02857	0.8143	73.76
706.9	43.8025	4.9	57.00	3312	0.07000	0.8143	80.80
709.4	58.7350	7.4	57.00	4261	0.10571	0.8143	103.95
712.0	65.1027	10.0	57.00	5210	0.14286	0.8143	127.10
724.6	80.4477	22.6	57.00	11888	0.32286	0.8143	290.00

Tabla 43. Parámetros apertura compuerta  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

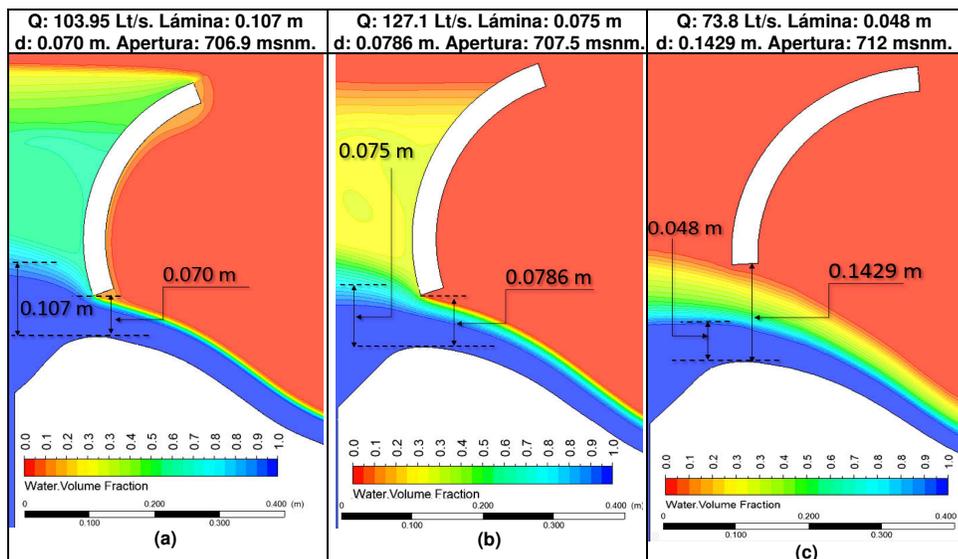


Figura 79. Variación de la lámina para diferentes aperturas y caudales  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0.

La Tabla 44 presenta los valores para el coeficiente de descarga C para apertura variable de las compuertas, comparados con los valores teóricos propuestos por la USBR. Para una apertura de 0.1429 m (712 msnm), se obtuvo un coeficiente de descarga de 0.6537 para un caudal de 73.8 Lt/s, el cual representa un caudal de 3024 m<sup>3</sup>/s para el vertedero El Quimbo.

	Maestría en Ingeniería Civil
	Recursos hidráulicos y medio ambiente
	SIMULACIÓN NUMÉRICA CFD DE LA ESTRUCTURA DE CONTROL Y DEL SISTEMA DE COMPUERTAS RADIALES – REPRESA EL QUIMBO
	Cálculo coeficientes de descarga modelo numérico - apertura variable de compuertas

Posición compuerta		Prototipo			Modelo numérico						
Cota (msnm)	Ángulo (°)	d (m)	L (m)	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	d (m)	L (m)	He (m)	Velocidad (m/s)	H <sub>0</sub> (m)	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	C
706.9	43.4890	4.90	57.0	4261.0	0.0700	0.8143	0.107	2.223	0.358	0.10395	0.6878
707.5	51.1210	5.50	57.0	5210.0	0.0786	0.8143	0.075	2.688	0.443	0.12710	0.6737
709.4	58.4460	7.40	57.0	11888.0	0.1057	0.8143	0.625	3.578	1.278	0.29000	0.6729
709.4	58.4460	7.40	57.0	3024.0	0.1057	0.8143	0.065	0.662	0.087	0.07380	0.6550
712.0	65.1027	10.00	57.0	3024.0	0.1429	0.8143	0.048	0.102	0.048	0.07380	0.6537

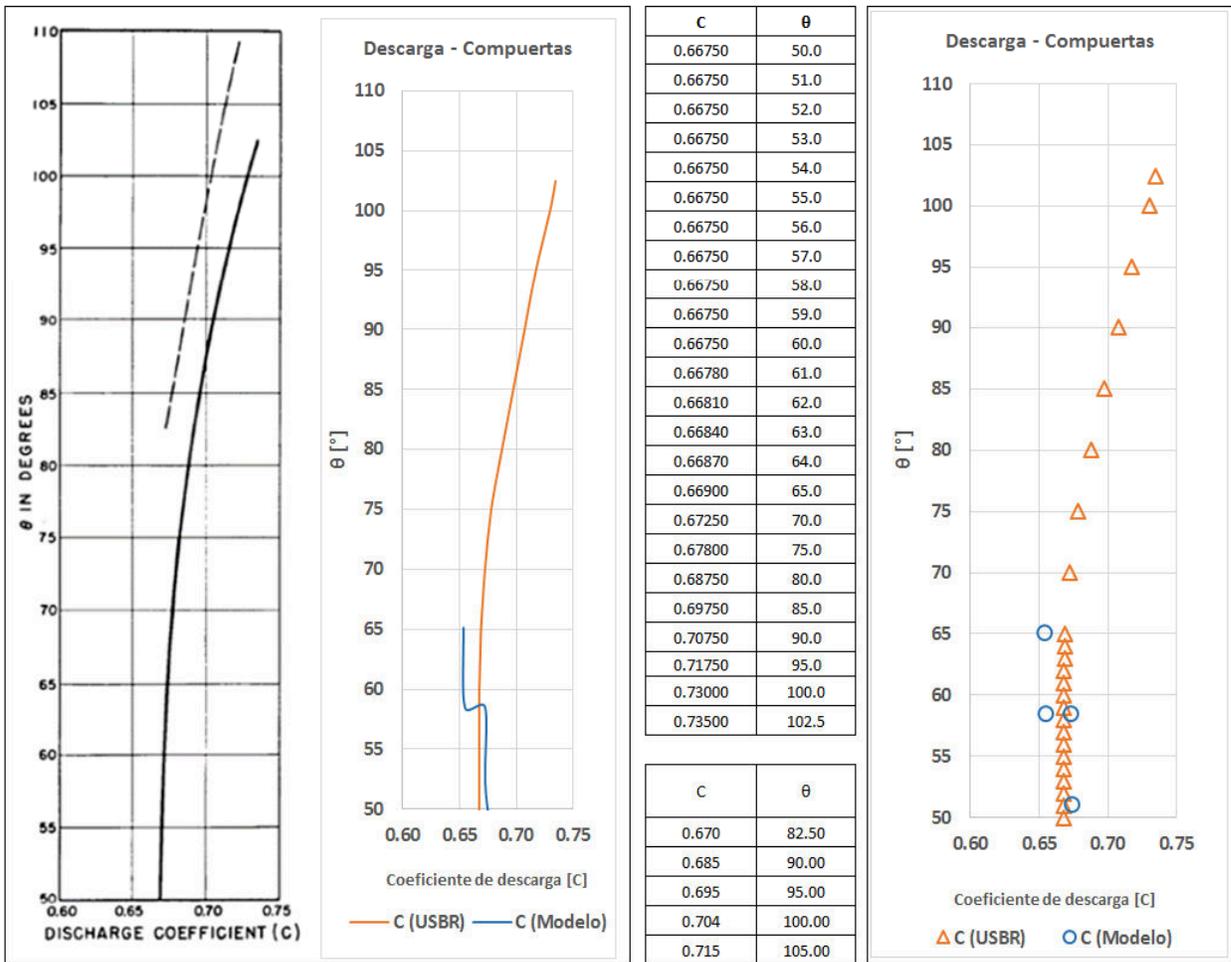


Tabla 44. Coeficientes de descarga para apertura variable de compuertas  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

## 5.6 ANÁLISIS DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN

El coeficiente de fricción es un parámetro adimensional definido como la relación de la tensión de corte de la pared y la presión dinámica de referencia. ANSYS Fluent, determina el coeficiente de fricción con base en la densidad y la velocidad de referencia. La distribución del coeficiente de fricción sobre la pared de la gola muestra que para la relación  $H/H_D = 0.5$  el menor valor se establece en  $X = 0.15H_D$  correspondiente a  $C_f = 0.25$ , de igual forma, para la relación  $H/H_D = 1.33$ , se indica un  $C_f = 0.62$  en  $X = -0.02H_D$  (véase Tabla 45 (c)), esto se experimenta instantes antes de la entrada del flujo a la compuerta, una vez el fluido supera el paso por la compuerta el coeficiente de fricción aumenta a 2.82 en la posición  $0.325H_D$ . De igual forma que el comportamiento del coeficiente de presión, este estudio demostró que a medida que la carga hidráulica aumenta con respecto a la carga de diseño, se incrementarán los esfuerzos cortantes en la vecindad entre la gola y la salida de la compuerta.

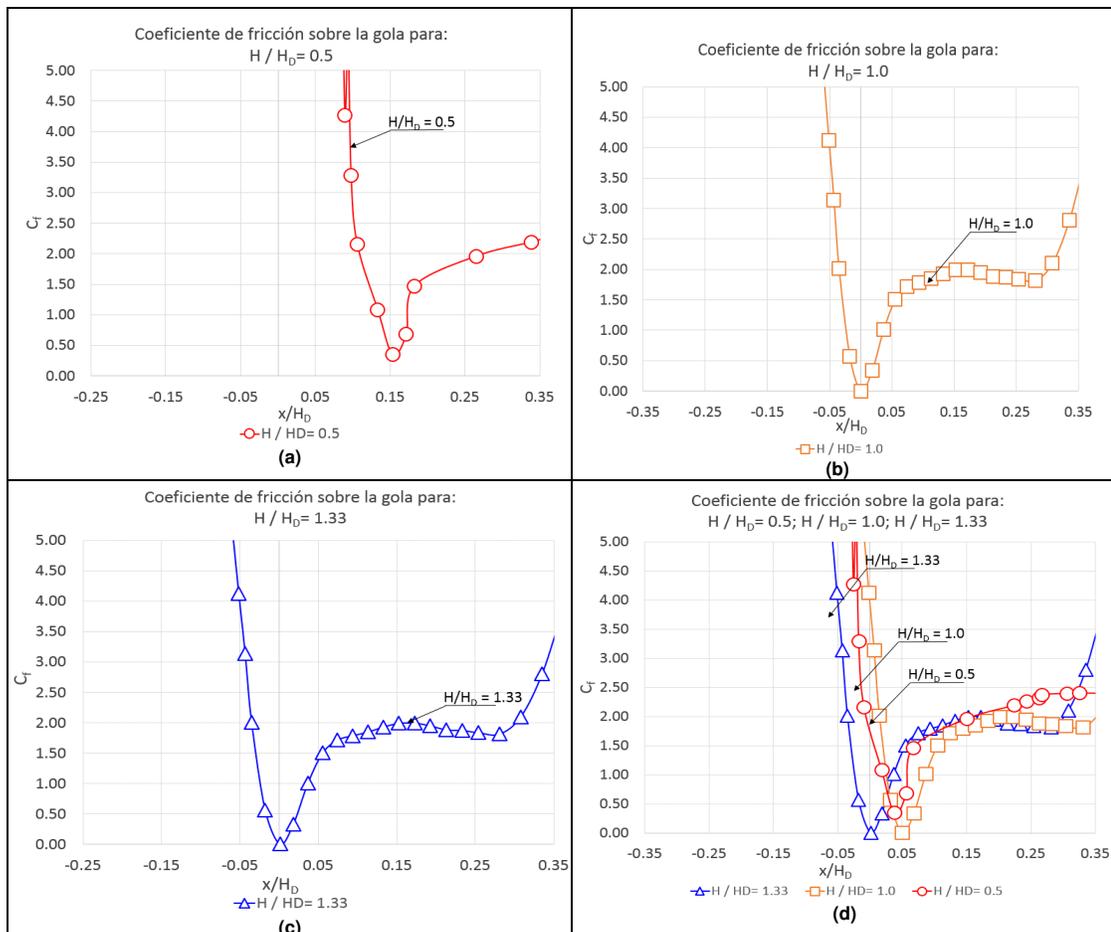


Tabla 45. Coeficiente de fricción (gola): Apertura 704 msnm  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

## 5.7 ANÁLISIS DE TURBULENCIA

A partir del caudal obtenido derivado de las condiciones hidrológicas extremas, para una apertura de 709.4 msnm, según el modelo numérico el máximo valor de la energía cinética turbulenta se presenta en el empalme entre la rápida y el deflector, llegando a un valor máximo de  $0.149 \text{ m}^2/\text{s}^2$ , generando un flujo turbulento aireado (véase Figura 80).

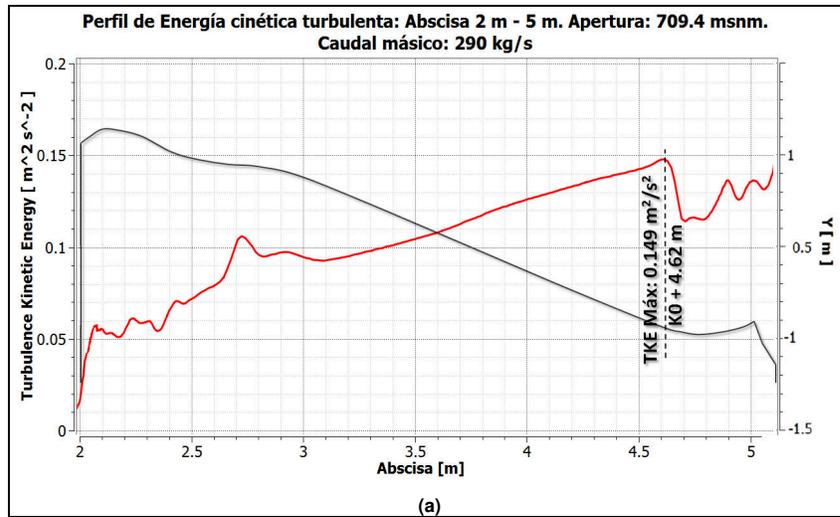


Figura 80. Energía cinética turbulenta: Apertura 709.4 msnm  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

En la Figura 81 se presenta el perfil para la disipación de energía, en la cual se evidencia que la mayor disipación se presenta a la salida del deflector en la abscisa 5.19 m del modelo numérico, originando un valor de  $90 \text{ m}^2/\text{s}^3$  (véase Figura 81).

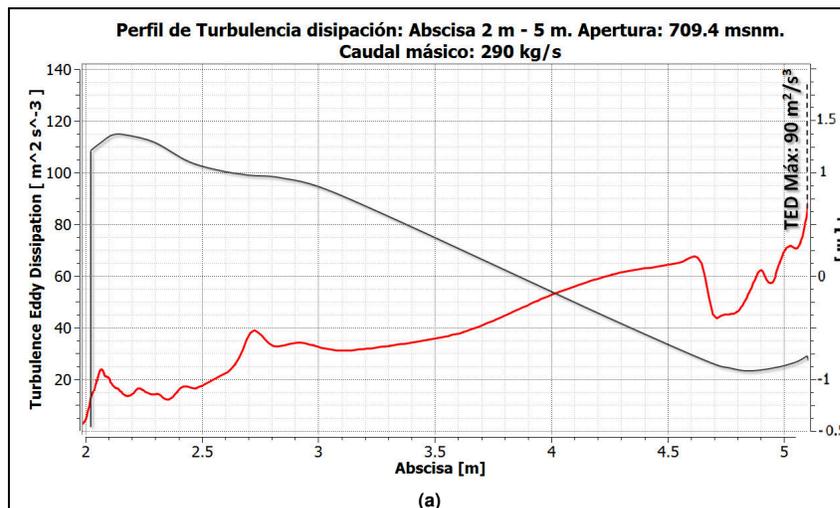


Figura 81. Disipación turbulenta: Apertura 709.4 msnm  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

## 5.8 TRAYECTORIA SALTO ESQUÍ

### 5.8.1 Alcance del chorro

La Figura 82 muestra la variación del alcance del chorro en función de la altura de diseño. Por ejemplo, para una apertura de 704 msnm y una relación de diseño de  $H/H_D = 1.0$  y la CMP, el mayor alcance horizontal del chorro se origina en  $X = 0.57H_D$ . Una vez la carga hidráulica aumenta con relación a la carga de diseño ( $H/H_D = 1.33$ ), el alcance horizontal del chorro aumenta y se desplaza a  $X = 0.754 H_D$ . (véase Figura 82).

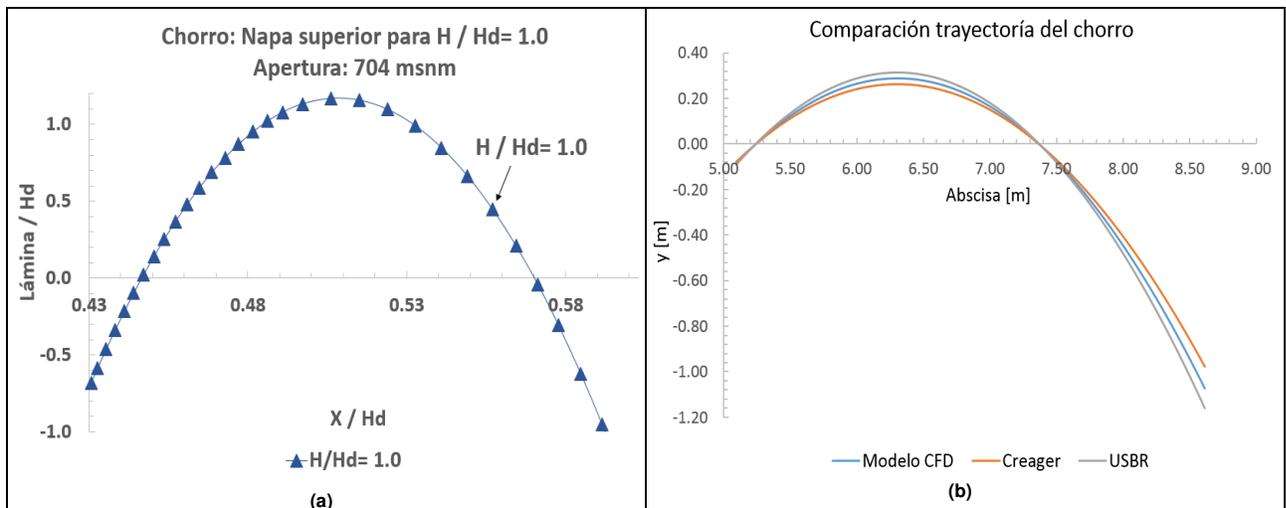


Figura 82. Trayectoria salto esquí: Apertura 704 msnm  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

Según los resultados obtenidos en el modelo numérico, para la condición hidrológica extrema correspondiente a 290 Lt/s y para una apertura total de compuertas (724.6 msnm), la altura máxima que alcanza el chorro para una relación de la carga hidráulica con respecto a la carga de diseño ( $H/H_D = 1.0$ ), es de  $1.20H_D$  en  $X = 0.55H_D$ .

La comparación de la trayectoria de chorro realizada con respecto a los modelos propuestos por Creager y la USBR, se establece que el perfil del chorro generado por el modelo numérico presenta mejor ajuste con respecto a la curva parabólica establecida por la USBR (véase Figura 82 (b)).

## **CAPÍTULO 6: VERIFICACIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO**

Debido a la variación y refinamiento de la malla por las diferentes aperturas de la compuerta se realizaron 27 simulaciones, lo que conllevó a un tiempo de simulación de 81 días, este tiempo se redujo a 43 por la utilización de dos estaciones de trabajo. Se consideró para los ciclos de simulación 2D, el método variable para el tiempo con un número máximo de iteraciones por paso igual a 20 y un número de tiempos de paso de 20,000. Durante los ciclos de simulación, se monitorearon los perfiles de convergencia. Para obtener la convergencia, se estableció que el flujo neto fuera inferior al 1%, cuando los residuos alcanzarán 0.0001 para la continuidad, la turbulencia, la presión y la velocidad alcanzarán un valor de 0.00001.

La validación del modelo numérico (VOF), se llevó a cabo en términos de la comparación de la lámina de agua, la presión y los valores para los coeficientes de descarga del modelo numérico con los calculados por INGETEC y la Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales).

### **6.1 COMPARACIÓN DE RESULTADOS**

En el modelo numérico se encontró que para un caudal de 73.77 Lt/s, con apertura: 724.6 msnm, bajo condiciones de flujo permanente, la convergencia se logró después de 809,843 iteraciones, con una variación final de caudal de 0.277%, lo cual garantiza la continuidad tanto en la entrada como en la salida del caudal de volumen de control, los monitores de residuales para este escenario se puede observar en la Figura 31.

Los valores obtenidos para la lámina de agua del modelo numérico presentan gran similitud con los datos experimentales. Para un tiempo de retorno de 1000 años y con un caudal de 103.95 Lt/s, se midió en el modelo numérico una lámina de 0.03956 m equivalente a 2.769 m a escala (1:70), lo cual indica una variación de 0.0443 m con respecto a la obtenida por INGETEC y la Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales). De igual forma, la variación en términos de caudal fue de 0.0046% para la abscisa 2.635 m, (véase Figura 35). Esto demuestra que el método (VOF) predice con precisión significativa el perfil del nivel de agua y puede ser utilizado para estudios posteriores.

La altura de la lámina de agua medida en la abscisa K0+040, lo que equivale en el modelo numérico a la abscisa K0+2.635, por lo tanto, para la CMP (11,877 m<sup>3</sup>/s) se presenta una variación en términos de lámina de agua del 3.108%, es decir, la lámina calculada por INGETEC, según la Tabla 34 fue de 8.311 m, mientras que la obtenida mediante el modelo numérico fue de 8.052 m.

De igual forma, para un caudal 3024 m<sup>3</sup>/s en el modelo numérico se estimó una lámina sobre el vertedero de 1.925 m, por su parte INGETEC para la misma abscisa y el mismo caudal determino una lámina de 1.92 m, esto bajo un escenario de apertura de compuerta del 100%.

De acuerdo con los resultados de la presión medidos en el deflector mediante el modelo numérico, se evidencia una presión de 31.766 m.c.a (véase Figura 57), esta medición se realizó en un punto análogo al modelo hidráulico. Asimismo, INGETEC estableció para el piezómetro (P4) una lectura de 32.9 m.c.a (véase Tabla 37), es decir, la presión obtenida en el modelo numérico presenta una variación con respecto a los valores observados de 3.44%.

En cuanto a los coeficientes de descarga, el valor de  $C_0$  se estimó mediante la Grafica 3 del libro "Design of small dams" del USBR, con base en la profundidad del canal de aproximación (P) y de la altura de diseño ( $H_D$ ). Así entonces, a partir de la carga máxima sobre la cresta correspondiente a 11.9847 m para la CMP observada en el modelo numérico, se estimó un valor de  $C_0$  de 2.019 y para  $C_D$  de 0.454 calculado en las gráficas de diseño, por su parte INGETEC estableció para  $C_0$  un valor de 2.047.

## CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 7.1 CONCLUSIONES

1. Para un periodo de retorno de 100 años, con el modelo numérico a escala 1:70, se estimó una lámina que corresponde a 2.143 sobre la rápida del vertedero en la abscisa K0+040, donde ingresaron al volumen de control 80.7996 Lt/s y salieron 80.7324 Lt/s, originando una variación en términos de caudal de 0.08316%, el cual se encuentra dentro del intervalo de confianza establecido en este estudio (véase Tabla 30).
2. La presión con respecto a la carga hidráulica ( $H$ ) y la carga de diseño ( $H_D$ ) y teniendo en cuenta la relación de diseño ( $H/H_D=1.33$ ) sobre la gola en  $x = -0.175H_D$ , se establece un valor crítico para la cavitación de  $h_p = -0.165H_D$ , lo que concuerda con lo indicado por la USBR. Cuando la carga hidráulica supera la carga de diseño ( $H > H_D$ ), la trayectoria de la lámina de agua será más alta en la cresta, creando presiones negativas, resultando en el aumento de la presión en la descarga aguas abajo de la estructura. Así, el grado de cavitación potencial encontrado corresponde según este estudio a una cavitación incipiente, la cual no afectará a nivel estructural el vertedero.
3. Se evidencia que la presión para  $H/H_D = 0.50$  sobre la gola en  $x = -0.1H_D$  es aproximadamente cero. La presión mínima para  $H/H_D = 1.0$  es  $h_p = 0.25H_D$  con una ubicación en  $-0.08H_D$ . Es decir, a medida que la relación  $H/H_D$  aumenta, la presión aumenta aguas abajo del vertedero (véase Figura 59 (b)).
4. Una vez el flujo supera el estado subcrítico en su paso por la gola a estado supercrítico en la rápida, se inicia el desarrollo completo del perfil de velocidades, tal y como se observa en la Figura 98, lo cual genera una velocidad en la rápida de 4.38 m/s para la abscisa 4.3 m y un caudal de 72.5 Lt/s. De igual forma, se evidencia el comportamiento curvilíneo del perfil de velocidades de acuerdo con los principios teóricos que aplican para flujo en canales abiertos.
5. La velocidad máxima en el deflector se presenta en la abscisa 5.1 m fue de 5.18 m/s para un caudal de 72.5 Lt/s y una apertura de 704 msnm, lo cual se puede observar en la Figura 99 (a). En esta abscisa se desarrolla de manera completa el perfil de velocidades.

6. El modelo numérico demostró que la fluctuación de la presión dinámica a lo largo del vertedero permanecerá positiva siempre y cuando el nivel del embalse este por debajo de la creciente máxima probable.
7. La presión obtenida en el deflector a partir del modelo numérico es de 31.766 m.c.a (véase Figura 57), esta medición se realizó en un punto análogo al modelo hidráulico. Por su parte, INGETEC estableció para el piezómetro (P4) una lectura de 32.9 m.c.a (véase Tabla 37), presentando una variación con respecto de 3.44%.
8. En la salida del flujo del deflector se experimenta un comportamiento característico de la presión generando presiones inferiores a la presión atmosférica de 23 Pa (véase Figura 109 (a)). Este comportamiento se evidenció para los diferentes caudales modelados y para diferentes aperturas de las compuertas.
9. Comparando los valores de descarga obtenidos en el modelo numérico con respecto a los modelos propuestos por Rehbock (1985) y Kramer (2006), se establece una variación del 14.8% y 11.5% respectivamente, para una carga hidráulica de 2.921 m, considerando la velocidad de aproximación.
10. A partir de la carga máxima del vertedero, cuya altura corresponde a 11.9847 m para la CMP observada en el modelo numérico, se estimó un valor  $C_0$  de 2,019 y para  $C_D$  de 0.454, presentando una variación del coeficiente de descarga ( $C_0$ ) de 1.368% con respecto al valor estimado por INGETEC.
11. La curva de descarga calculada mediante el modelo numérico establece una variación del caudal de por debajo del 0.517% para la cota 705.639 msnm con respecto a los valores calculados por INGETEC. Esta variación presenta una tendencia a aumentar a medida que se incrementa el nivel en el embalse (véase Figura 76). La diferencia puede explicarse por el efecto generado por las pilas y los estribos en el azud, el cual no fue considerado en el modelo numérico 2D.
12. La distribución del coeficiente de fricción adimensional (véase Tabla 45) sobre la pared de la gola muestra que para la relación  $H/H_D = 0.5$  el menor valor se establece en  $X = 0.15H_D$  correspondiente a  $C_f = 0.25$ , de igual forma para la relación  $H/H_D = 1.33$ , se indica

un  $C_f = 0.62$  en  $X = -0.02H_D$ , esto se observa antes de la entrada del flujo a la compuerta, una vez el fluido supera el paso por la compuerta el coeficiente de fricción aumenta a 2.82 en la posición  $0.325H_D$ . De igual forma que el comportamiento del coeficiente de presión, este estudio demostró que a medida que la carga hidráulica ( $H$ ) aumenta con respecto a la carga de diseño ( $H_D$ ), se incrementarán los esfuerzos cortantes a lo largo de la estructura.

13. Con respecto a la variación del coeficiente de descarga en términos del ángulo formado entre la gola y la compuerta, se puede comprobar que para una apertura de 706.9 msnm se establece un coeficiente de descarga  $C$  de 0.6878 para un caudal de 103.95 Lt/s, presentando una variación de 1.062% con respecto a los valores propuestos por la USBR (véase Tabla 44).
14. Para una apertura de 709.4 msnm y un caudal de 290 Lt/s, deducido de las condiciones hidrológicas extremas, presenta en el empalme entre la rápida y el deflector, el mayor valor para la energía cinética turbulenta llegando a un valor máximo de  $0.149 \text{ m}^2/\text{s}^2$ , originando un flujo turbulento aireado (véase Figura 80).
15. Finalmente, este estudio comprobó que la relación entre la carga hidráulica con respecto a la carga de diseño no debe superar 1.33, lo cual a su vez concuerda con lo recomendado por la USBR. En el diseño de vertederos, la relación  $H/H_D$  incide de manera directa en la aparición de fenómenos de cavitación sobre la estructura, en el desarrollo de altas velocidades en la rápida, en el deflector y en la capacidad de descarga del vertedero. Por tal razón, se debe establecer una aproximación de la relación entre la carga hidráulica y la altura de diseño cercana a 1, esto disminuirá las subpresiones en la gola y en el deflector, reduciendo las velocidades en la estructura. Para lograr esto, la estructura debe aproximarse lo más posible al perfil característica de la lámina de agua en la salida de la gola del vertedero.

## 7.2 RECOMENDACIONES

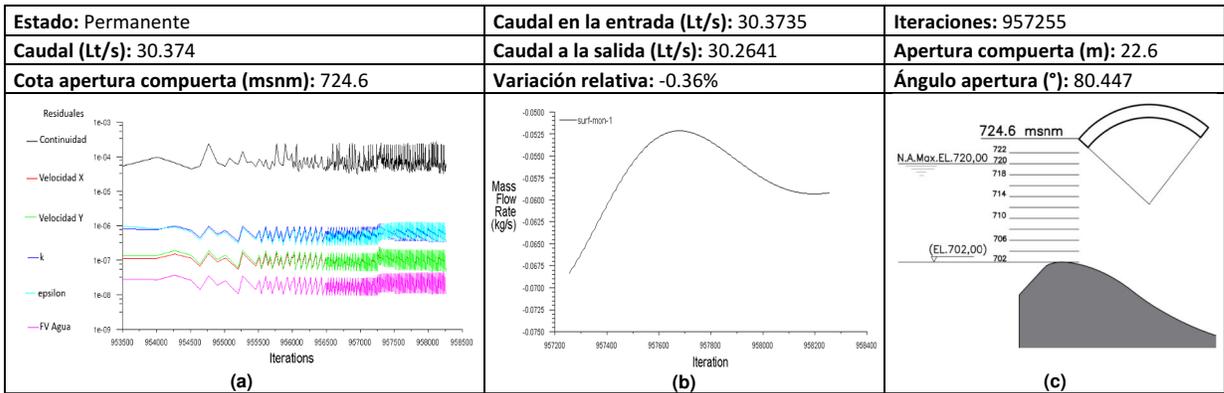
1. Para dar continuidad con este estudio se recomienda implementar diferentes modelos de turbulencia (DNS, RANS, LES, RSM), para evaluar la variación de la interfaz aire-agua, calcular la altura de la lámina de agua para diferentes secciones del vertedero y establecer las variaciones en la proximidad a la pared.
2. Con el objeto de comparar los resultados de este estudio el cual se realizó en condiciones de flujo permanente, se recomienda el desarrollo del modelo bajo condiciones transitorias mediante el hidrograma de salida establecido por INGETEC.
3. Al evaluar los resultados de las modelación se evidencia que al aumentar la carga hidráulica sobre el vertedero con relación a la carga de diseño se aumenta el potencial de cavitación sobre la estructura. En tal sentido, se recomienda que la relación entre la carga hidráulica y la carga de diseño no supere 1.33, debido a que ante la presencia de valores de cargas superiores, se presenta a lo largo de la gola presiones inferiores a la atmosférica.
4. Se recomienda la implementación de los modelos de turbulencia no isotrópica como lo son los modelos de tensión de Reynolds (RSM). Estos modelos calculan la totalidad de las componentes del tensor, lo cual podría afectar la distribución de presiones y los perfiles de velocidades sobre la gola, la rápida y el deflector.
5. Finalmente, se recomienda para el desarrollo de futuros estudios CFD, evaluar el grado de refinamiento de la malla en la apertura y cierre de la compuerta, el análisis del acoplamiento del sistema y la construcción del perfil de movimiento, debido principalmente a la variación del comportamiento físico de la compuerta en función del tiempo, lo cual genera cambios en el dominio. Este comportamiento dinámico se puede modelar mediante los esquemas de suavizado, estratificación y remezclado disponibles en ANSYS Fluent.

## REFERENCIAS:

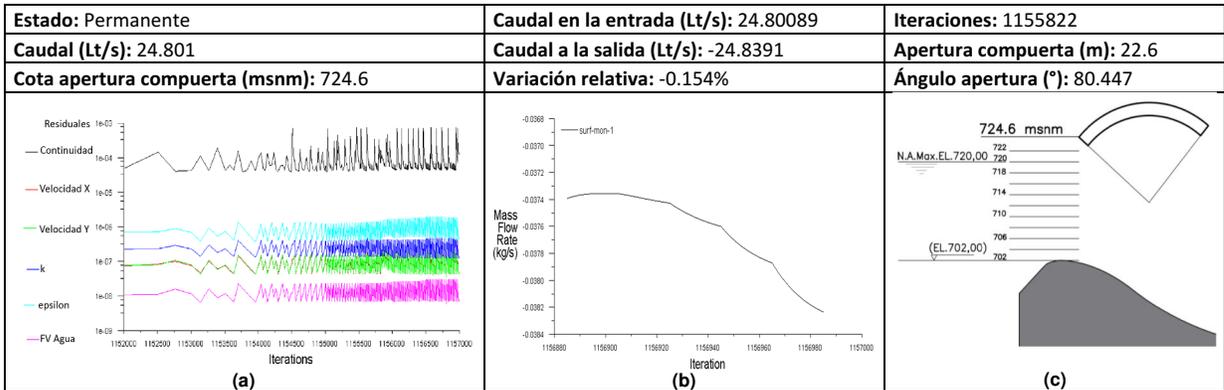
- ANSYS, I. (2013). *Introduction to ANSYS. Introduction to the CFD Methodology*. Canonsburg, Pennsylvania: ANSYS, Inc.
- Arturo Duarte, J. N. (2004). *Introducción a la Mecánica de Fluidos*. Bogotá D. C.: Universidad Nacional de Colombia.
- Barraza, J. P. (2007). Estudio comparativo de modelos numéricos para el seguimiento de Interfaces móviles: estudio del derrame de una columna de líquido. *Revista chilena de ingeniería*, 65.
- Chadwick, A. a. (1986). *Hydraulics in Civil Engineering. Allen & Unwin*, 406.
- Chaiyuth Chinnarasri, D. Kositgittiwong, Pierre Y. Julien (2012), *Numerical simulation of flow velocity profiles along a stepped spillway*, King Mongkut's University of Technology T., 5.
- Chow, V. T. (1994). *Hidráulica de canales abiertos*. Bogotá D. C.: McGraw Hill.
- Chull, J. (2006). *Interactions, Fluid-Structure*. Korea: Korea Institute of Nuclear Safety.
- Coleman, H. W. (2004). *Hydraulic design of spillways*. Chicago, Illinois: Harza Engineering Company.
- Daneshkhah, A. (2014). Numerical Investigation of Passed Flow Different Parameters Over a Standard Ogee Spillway to Satisfy Flow Profile in CFD Method. *Khavaran Higher-education Institute, Mashhad, Iran*, 2.
- Dehdar-behbahani, S. (2016). Numerical modeling of flow pattern in dam. *Elsevier*, 4.
- Falvey, H. T. (1990). *Cavitation in chutes and spillways*. Denver, Colorado : A water resources technical publication engineering monograph no. 42 .
- Feistauer, M. (2007). *Finite Volume and Finite Element Methods in CFD*. Prague: Charles University Prague, Faculty of Mathematics and Physics.
- Fraser, C. N. (2016). Ski-jump energy dissipation design of a ski-jump to maximise energy dissipation and aeration. *University of Stellenbosch*, 51-52.
- G. Duró, M. De Dios, A. López, S. O. Liscia (2012). *Comparación de simulaciones en CFD y modelación física de una central hidrocombinada*: Sedici unlp.
- Garcia, H. D. (2011). Transporte turbulento de sedimentos y su estructura fractal. *Barcelona Teach*, 23.
- INGETEC. (2013). *Documento No.Qd-ITE-13b-002*. Bogotá: Ingetec- Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales).
- Ishii, N. (1992). Flow-induced vibration of long-span gates part I: Model development. *Journal of Fluids and Structures*, 539. Obtenido de Journal of Fluids and Structures: [http://dx.doi.org/10.1016/0889-9746\(92\)90018-X](http://dx.doi.org/10.1016/0889-9746(92)90018-X).
- Keshavarzi, A. (2012). New equation for estimation of radial gate discharge. *Shiraz University*, 10.
- Kiamanesh, H. (1996). *An Investigation to Predict the Sub-Atmospheric Pressure on High Spillways*. Monneal, Quebec, Canad: Concordia University.
- Lars, D. (2015). *An Introduction to Turbulence Models*. Göteborg, Sweden: Chalmers University of Technology. Department of Thermo and Fluid Dynamics.
- Lenau, C. W., and Cassidy, J. (1969). "Flow through spillway flip bucket". *Journd of the Hydraulics Division. ASCE.* Vol. 95. No. Hy2., pp. 633-648.
- Malalasekera & Versteeg, H. K. (1995). *An introduction to computational fluid dynamics. The finite volumen method*. New York: Longman Scientific & Technical.

- Mejia et al, F. (2012). Estudio en modelo hidráulico del vertedero del proyecto hidroeléctrico El Quimbo. *XXV Congreso Latinoamericano de hidráulica San José, Costa Rica, 9 al 12 de septiembre de 2012* (pág. 5). San José: Capacity Development in Water Engineering and Environmental Management.
- Moukalled, F. (2016). *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics*. Beirut: Springer.
- Mott, Robert L (1996). *Mecánica de fluidos aplicada*. México: Prentice-Hall.
- M. R. Bhajantri, T. I. Eldho, P. B. Deolalikar (2006). *Hydrodynamic modelling of flow over a spillway using a two-dimensional finite volume-based numerical model*, *Sadhana*, 743–754.
- M. R. Zahedani, A. Keshavarzi, M. Javan, Mohammad Ali, Shahrokhnia, (2011), *Estimation of discharge coefficients in radial gates*. *Journals sid*.
- Otálora, A. H. (2016). Modelación Numérica 3D con ANSYS -FLUENT del Vertedero Laberinto de la Central Hidroeléctrica “La Naveta”, en Apulo – Cundinamarca, a partir de un Modelo Físico a Escala. *Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito*, 59.
- Pope, S. B. (2015). *Turbulent Flow*. UK: Cambridge University Press.
- Rodríguez Díaz, H. A. (2015). *Hidráulica experimental*. Bogotá D. C.: Escuela Colombiana de Ingeniería.
- Ruiz, S. G. (2014). Modelos de turbulencia en mecánica de fluidos computacional. *XXIII Congreso Nacional de Hidráulica, Puerto Vallarta, jalisco. México.*, 12.
- Shames, Irving H. (1998). *Mecánica de fluidos*. 3.ed. Santafé de Bogotá: McGraw Hill.
- Streeter, Víctor L. y WYLIE, E. Benjamín (1979), *Mecánica de fluidos*. 6.ed. México: McGraw Hill.
- Schlichting, H. (1979). *Boundary-Layer Theory*. New York: McGraw-Hill.
- Sonin, A. A. (2001). *The Physical Basis of Dimensional Analysis*. Massachusetts , EEUU.: Department of Mechanical Engineering MIT Cambridge.
- Sotelo Avila, Gilberto. (1997). *Hidráulica General: fundamentos*. México: Limusa, 551p.
- Suárez, J. N. (2009). La Modelación Física como Herramienta en la Toma de Decisiones. *IDEA, Boletín Ambiental, Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales*, 4.
- Universidad Nacional de Colombia. (2013). el informe final Diseño, construcción, instrumentación, calibración y operación del modelo N° 2. *U. Nacional*, 23.
- USBR, U. S. (1987). *Design of Small Dam*. Washington: A Water Resources Technical Publication.
- Uscátegui, J. A. (2017). Modelación hidrodinámica Bi y Tridimensional de dos canales con dissipador de energía del laboratorio de la Escuela Colombiana de Ingeniería utilizando ANSYS FLUENT. *Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito*, 81.
- Wahl, T. L. (2009). Computing the trajectory of free jets. *Journal of Hydraulic Engineering*, 256.
- Wilcox, D. C. (1988). *Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models*. Canada: AIAA Journal, Vol. 26.
- Wilson, E. L. (2000). *Three Dimensional Dynamic Analysis of Structures*. California: University of California at Berkeley.
- Y. Peltier, B. Dewals, P. Archambeau, M. Piroton & S. Erpicum (2015). *Pressure and velocity on an ogee spillway crest operating at high head ratio: experimental measurements and validation*. *Journal of Hydro-environment Research*.
- Young, W. J. (2001). An Approach to Modeling Real-Time Control of Dynamic and Static Radial and Sluice Gates within EXTRAN. *University of Guelph; Progressive Engineering*, 12.

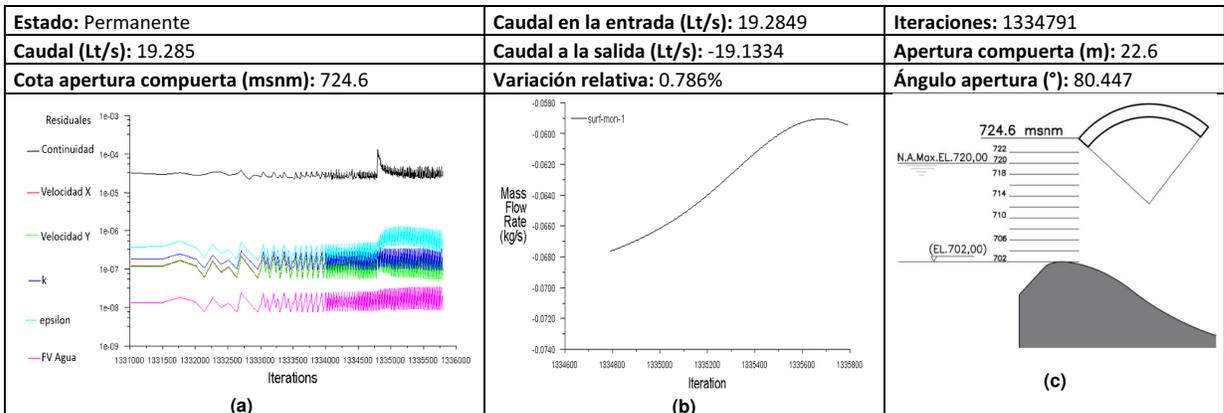
## **Anexos**



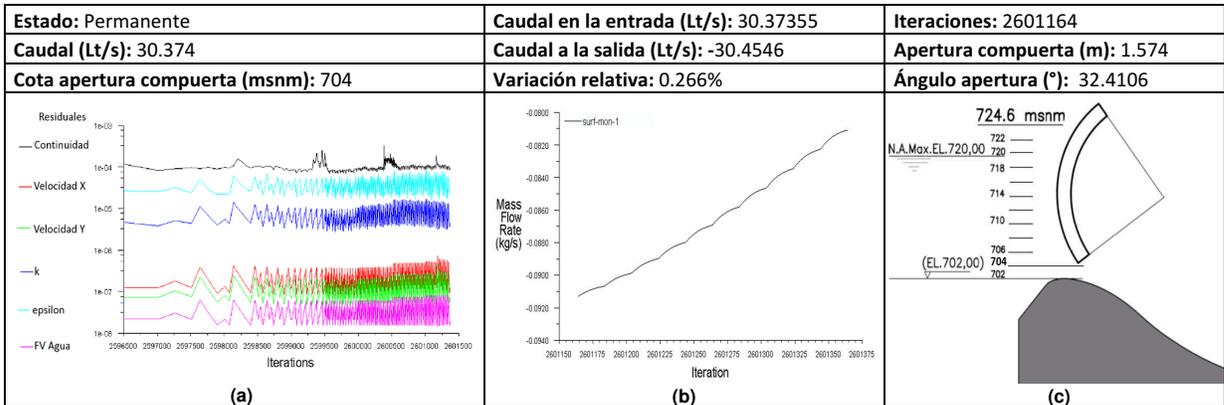
**Figura 83. Monitores residuales: Apertura= 724.6 msnm; Q= 30.374 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



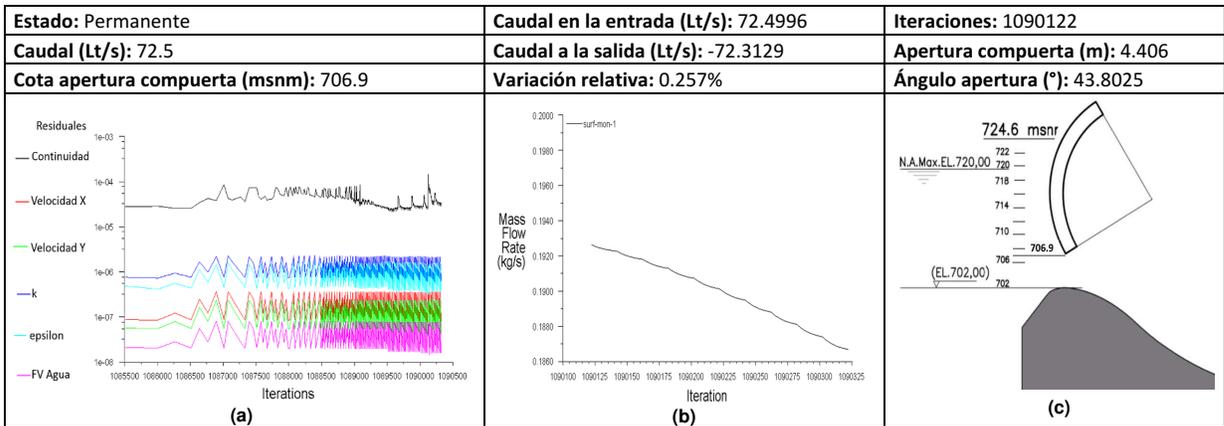
**Figura 84. Monitores residuales: Apertura= 724.6 msnm; Q= 24.801 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



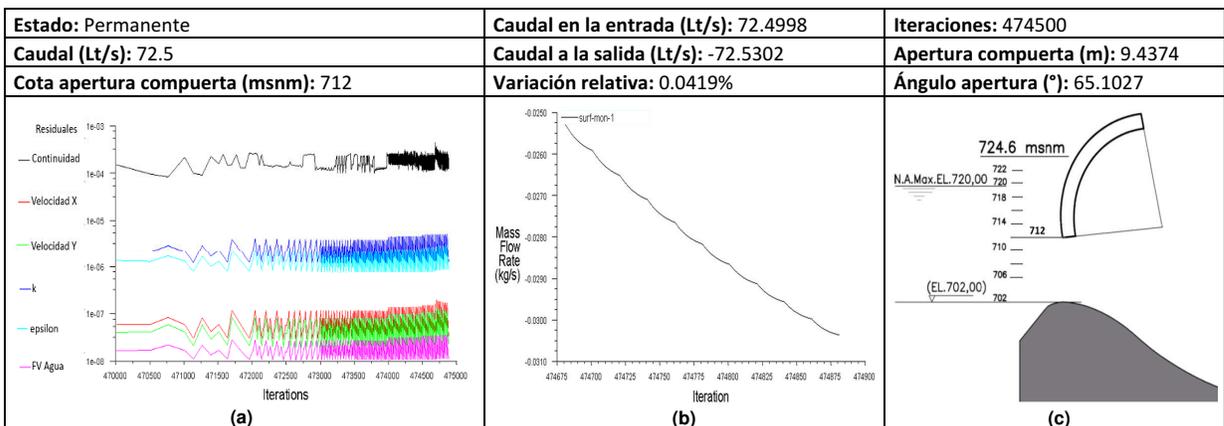
**Figura 85. Monitores residuales: Apertura= 724.6 msnm; Q= 19.285 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



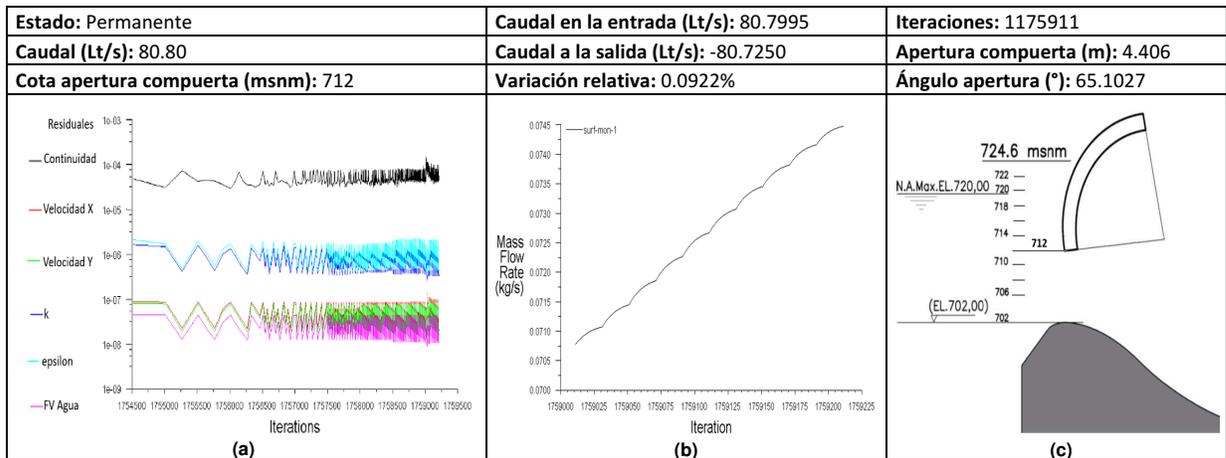
**Figura 86. Monitores residuales: Apertura= 704 msnm; Q= 30.374 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



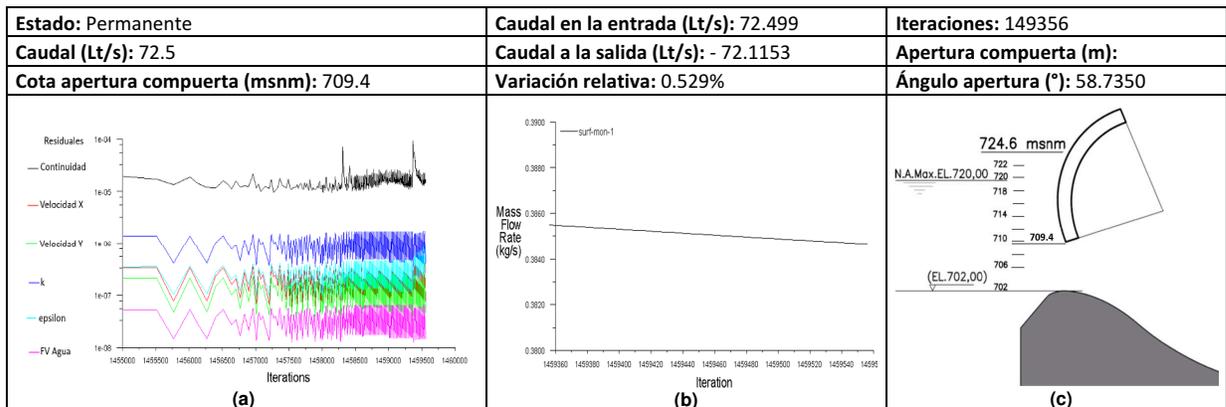
**Figura 87. Monitores residuales: Apertura= 706.9 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



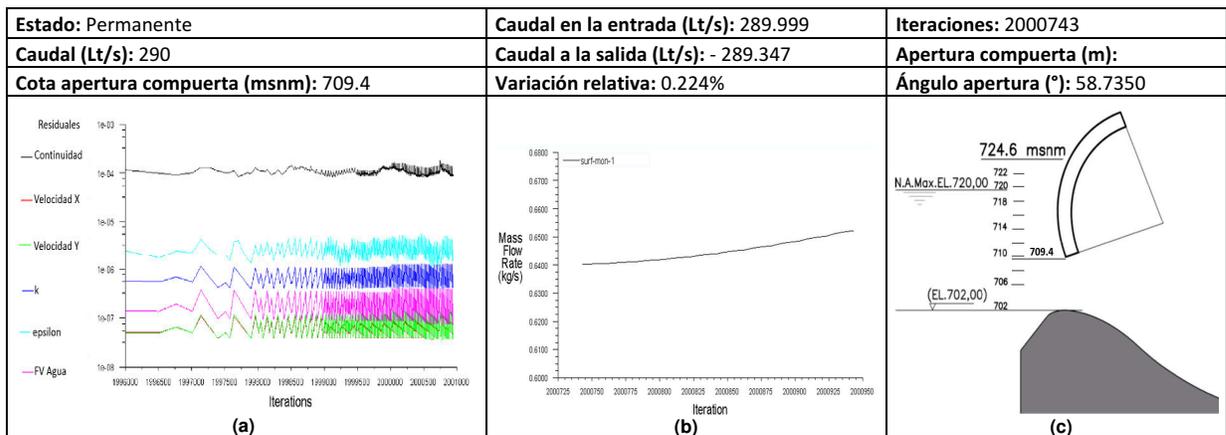
**Figura 88. Monitores residuales: Apertura= 712 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



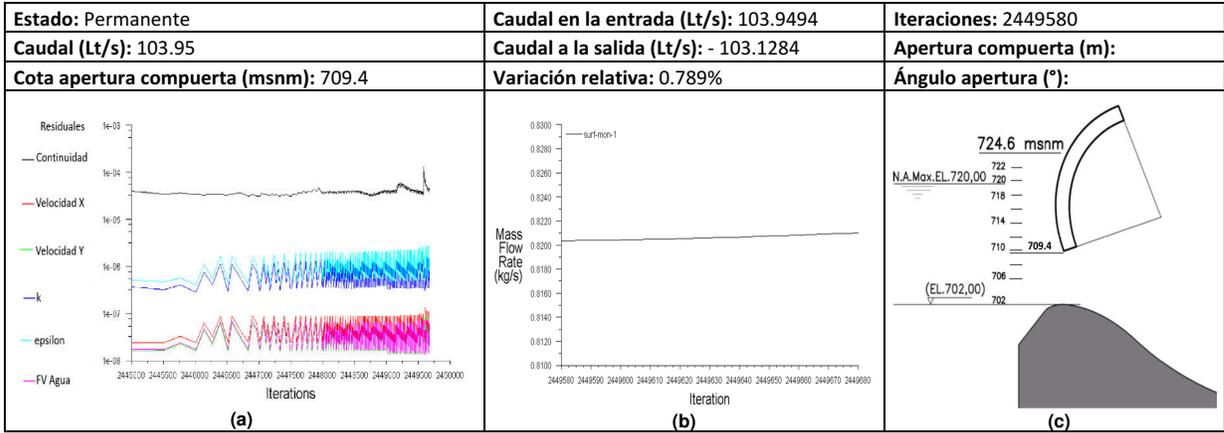
**Figura 89. Monitores residuales: Apertura= 706.9 msnm; Q= 80.80 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



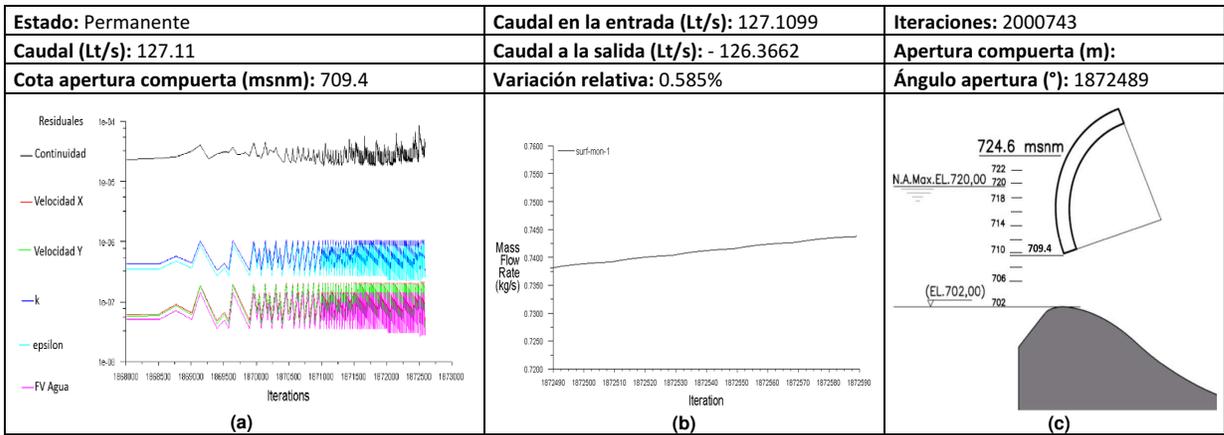
**Figura 90. Monitores residuales: Apertura= 709.4 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



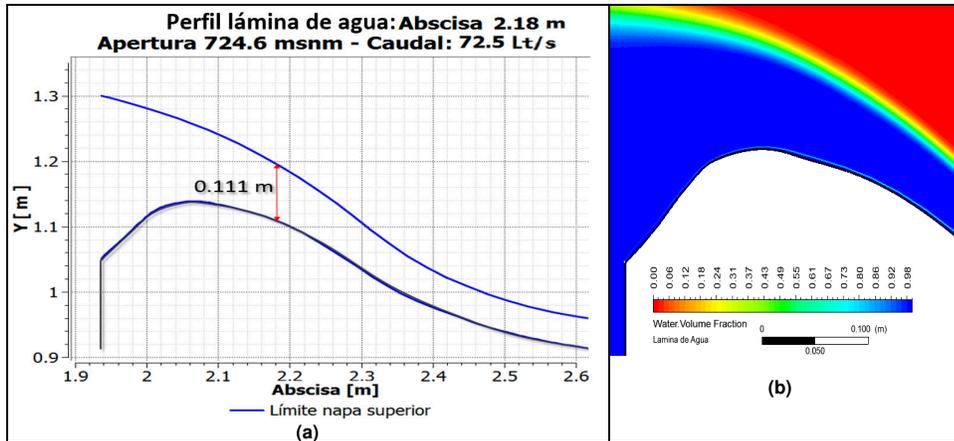
**Figura 91. Monitores residuales: Apertura= 709.4 msnm; Q= 290 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



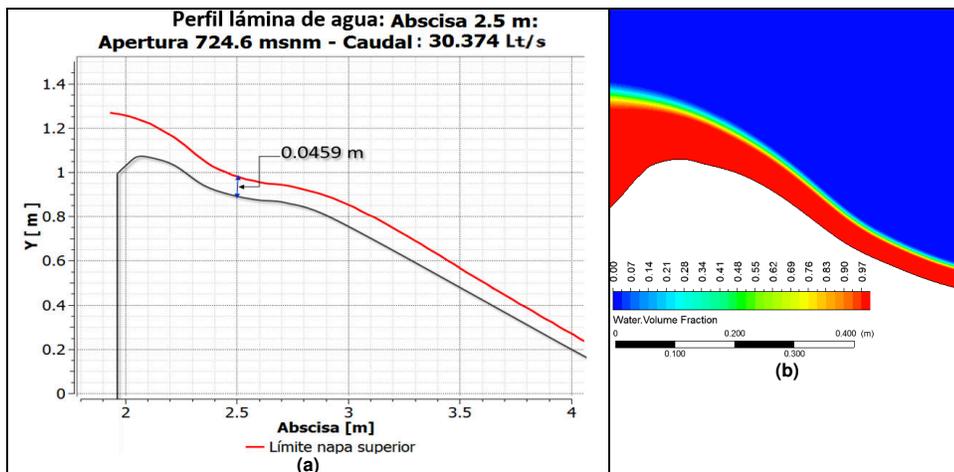
**Figura 92. Monitores residuales: Apertura= 709.4 msnm; Q= 103.95 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



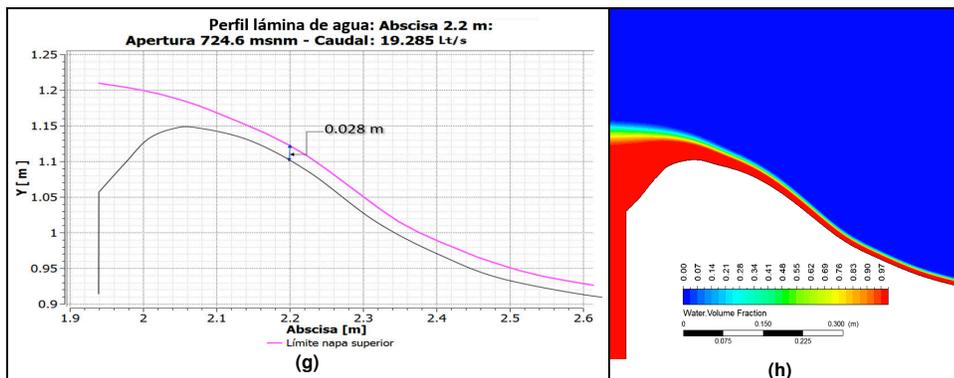
**Figura 93. Monitores residuales: Apertura= 709.4 msnm; Q= 127.11 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



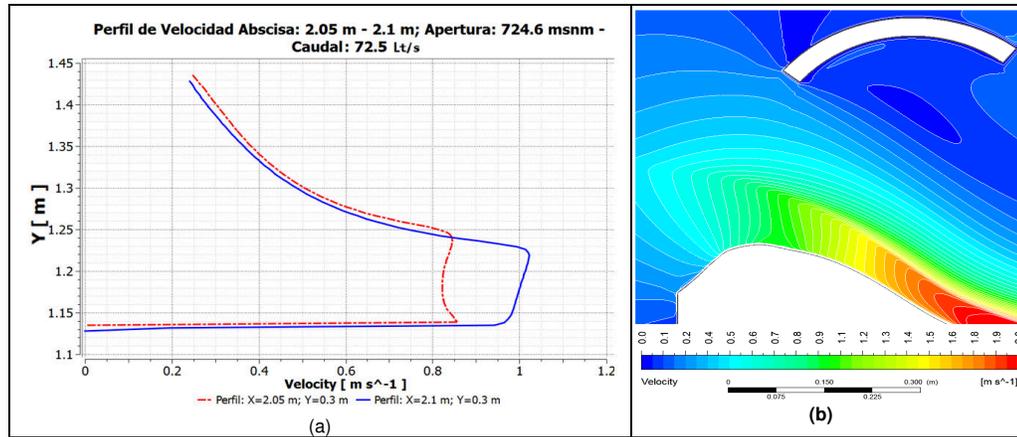
**Figura 94. Lámina. Abscisa 2.18 m, Apertura 724.6 msnm, Q=72.5 Lt/s**  
 Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



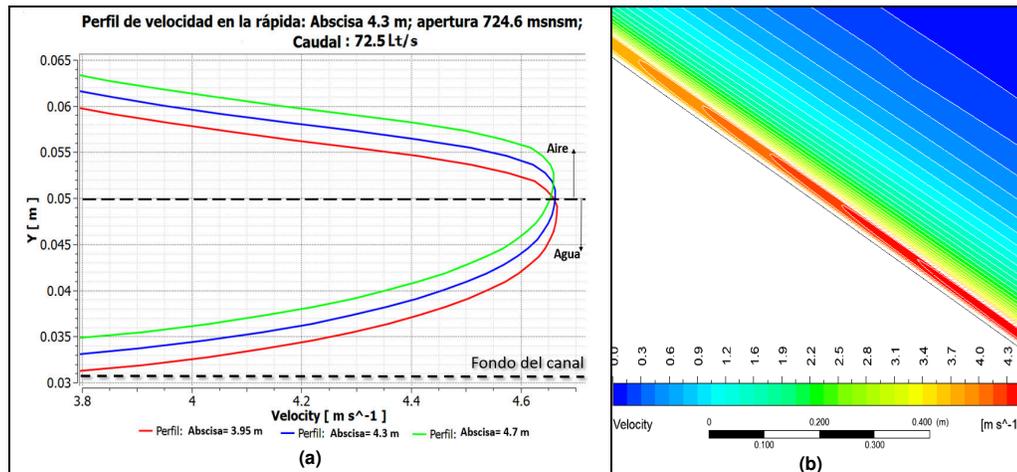
**Figura 95. Lámina. Abscisa 2.5 m, Apertura 724.6 msnm, Q=30.3 Lt/s**  
 Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



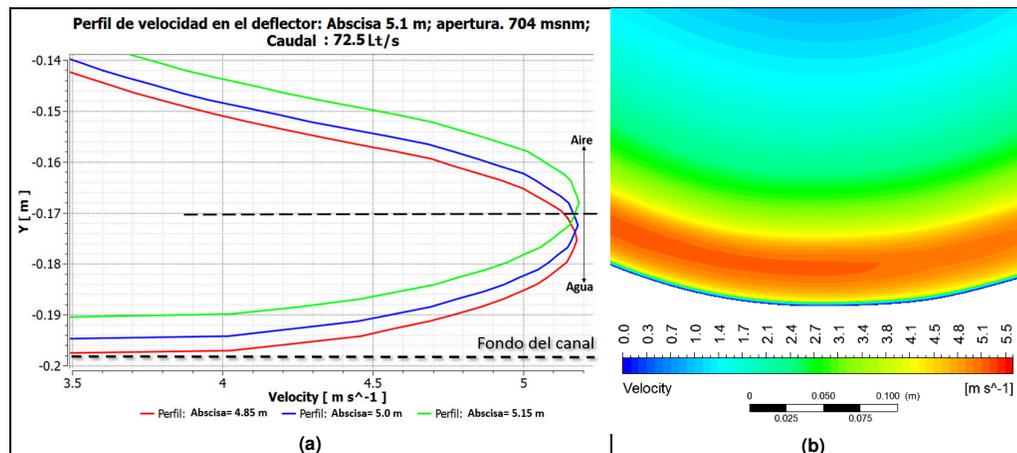
**Figura 96. Lámina. Abscisa 2.2 m, Apertura 724.6 msnm, Q= 19.2 Lt/s**  
 Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



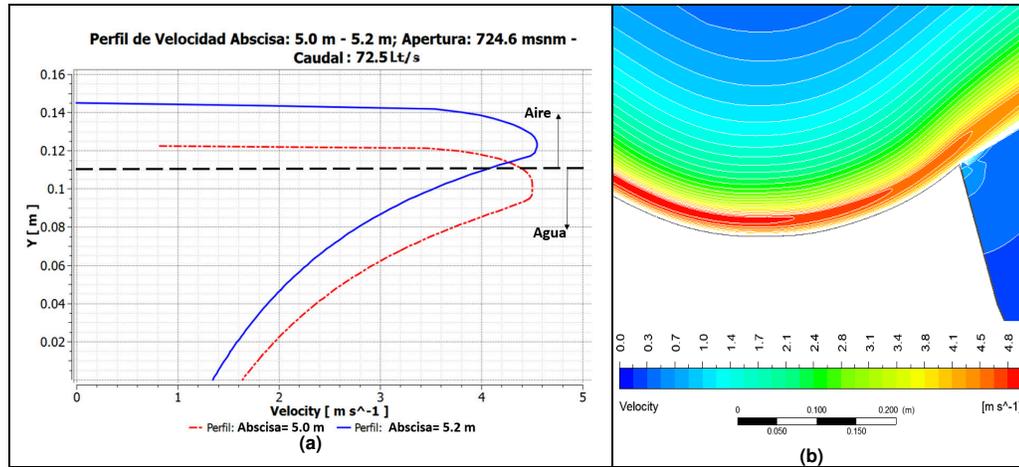
**Figura 97. Perfil de velocidad Compuerta: 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



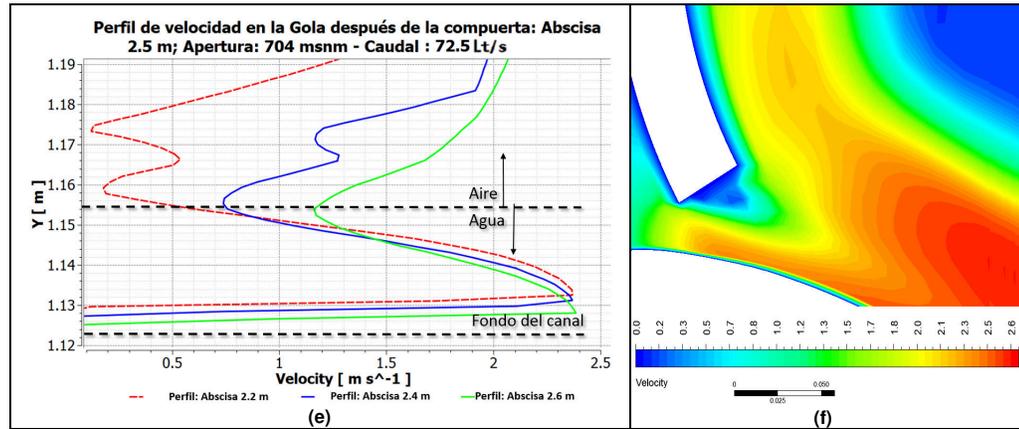
**Figura 98. Perfil de velocidad en la rápida: 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



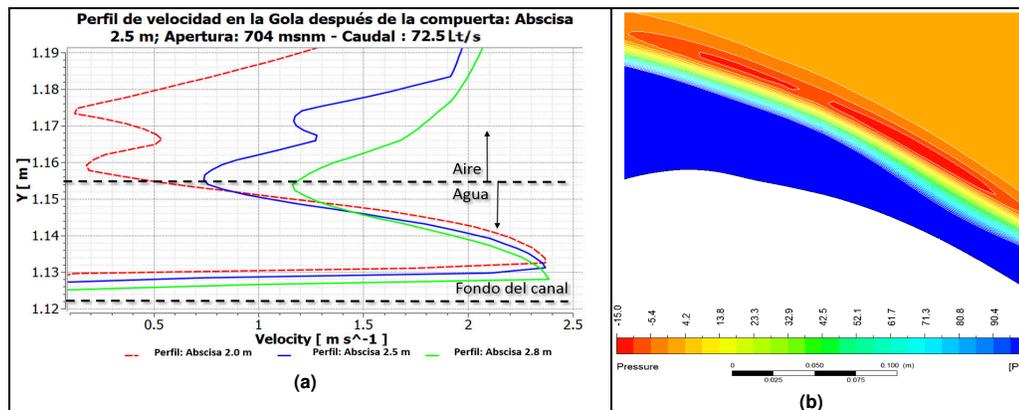
**Figura 99. Perfil de velocidad en el deflector: 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



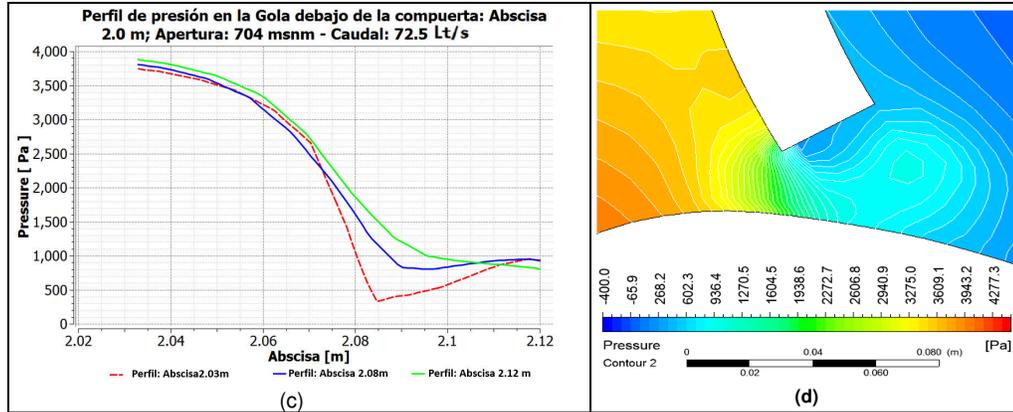
**Figura 100. Perfil de velocidad en el deflector: 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



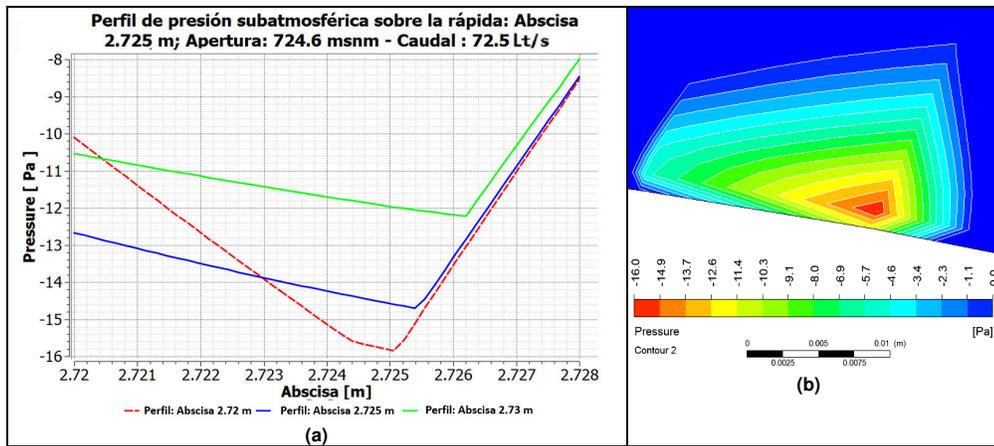
**Figura 101. Perfil II de velocidad compuerta: 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



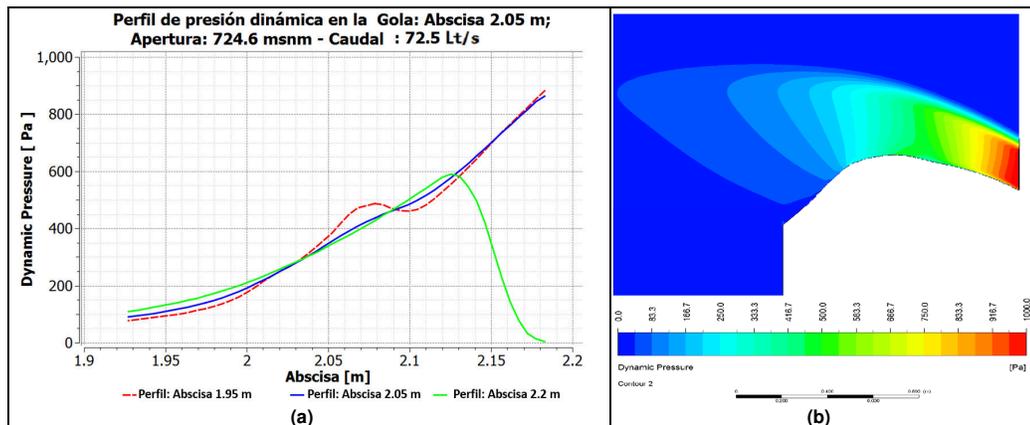
**Figura 102. Perfil de presión en la compuerta: 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



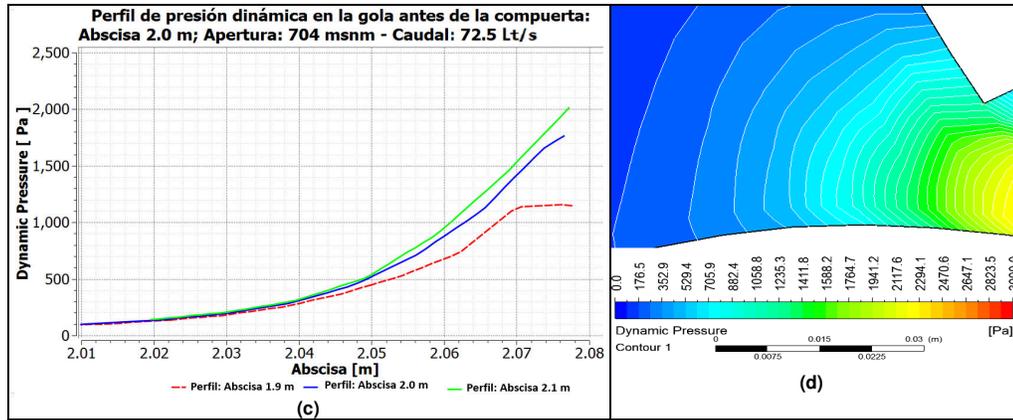
**Figura 103. Perfil de presión bajo la compuerta: 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



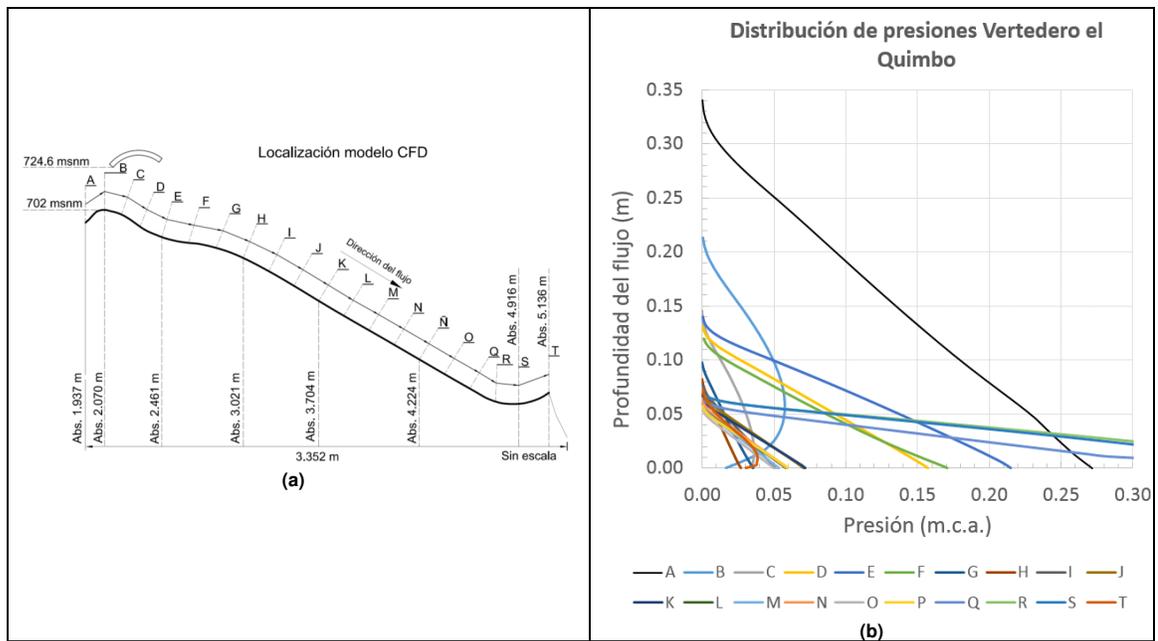
**Figura 104. Perfil de presión subatmosférica: 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



**Figura 105. Perfil de presión dinámica: Apertura= 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



**Figura 106. Perfil de presión dinámica: Apertura= 704 msnm; Q= 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0



**Figura 107. Distribución de presiones: 724.6 msnm - Q: 290 Lt/s**  
Fuente: (a) Este estudio. ANSYS Fluent 17.0. (b) Ven Te Chow. Hidráulica de canales abiertos (1994), pág. 30.

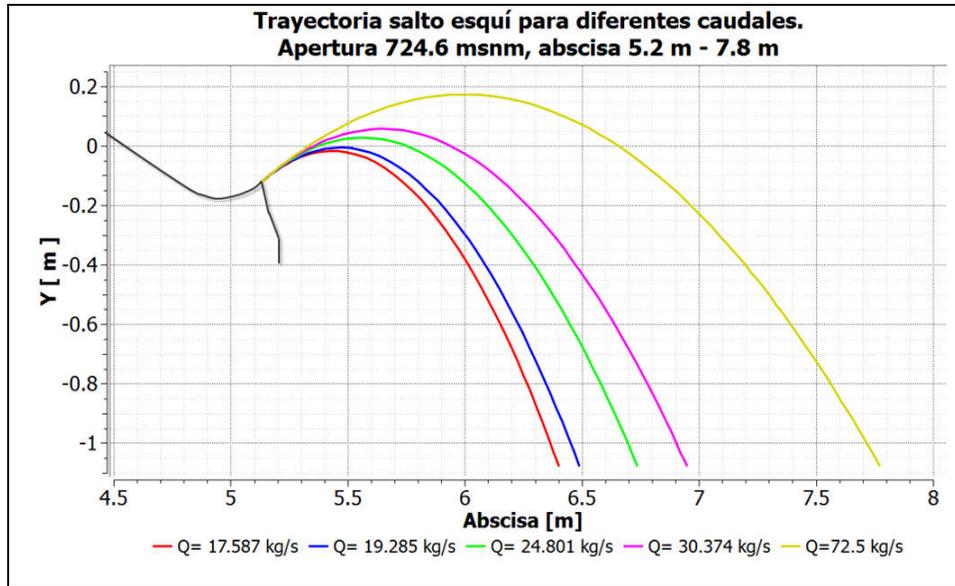


Figura 108. Trayectoria salto esquí: Apertura 724.6 msnm  
Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

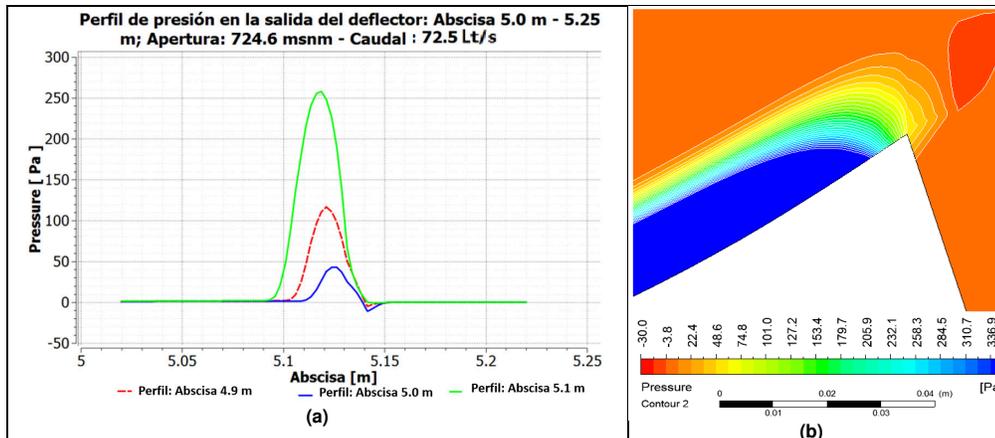


Figura 109. Presión en el deflector: Apertura= 724.6 msnm; Q=72.5 Lt/s  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0.

ESCUOLA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO		Maestría en Ingeniería Civil			
		Recursos hidráulicos y medio ambiente			
		SIMULACIÓN NUMÉRICA CFD DE LA ESTRUCTURA DE CONTROL Y DEL SISTEMA DE COMPUERTAS RADIALES – REPRESA EL QUIMBO			
		Escala caudales modelo numérico			
$L_r = \frac{l_p}{l_m}; V_r = \sqrt{L_r}$ $Q_r = V_r L_r^2 = \sqrt{L_r} L_r^2$ $Q_r = L_r^{2.5}; Q_r = \frac{Q_p}{Q_m}$	Parámetros escala		Caudal escalado		
	Longitud	Prototipo	Modelo	INGETEC	Modelo numérico
	Lp (m):	70		[m <sup>3</sup> /s]	[LPS]
	Lm (m):		1	3024	73.76
Lr:	70		3312	80.8	
Vr:	8.367		4261	103.9	
Qr:	40996.341		5210	127.1	
			11877	290	

Tabla 46. Escala caudal modelo numérico  
Fuente: Este estudio.

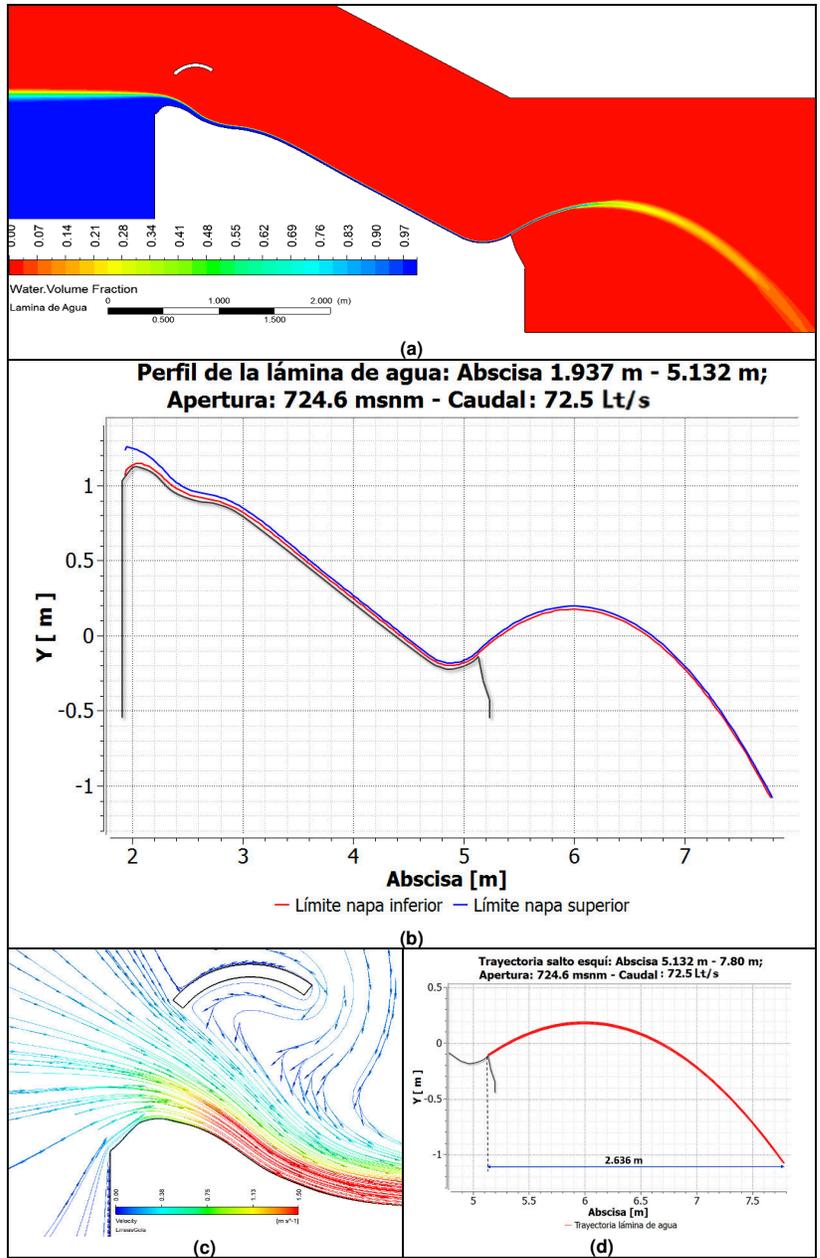


Figura 110. Perfil de la lámina: Apertura= 724.6 msnm; Q= 72.5 Lt/s  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

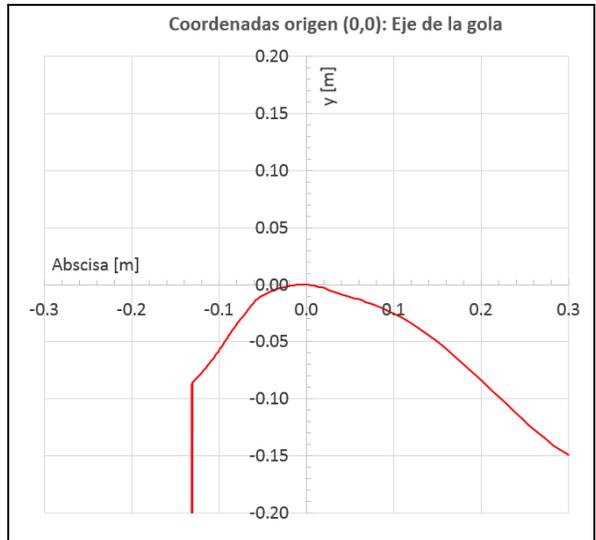


Figura 111. Traslado de coordenadas origen: eje de la gola  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

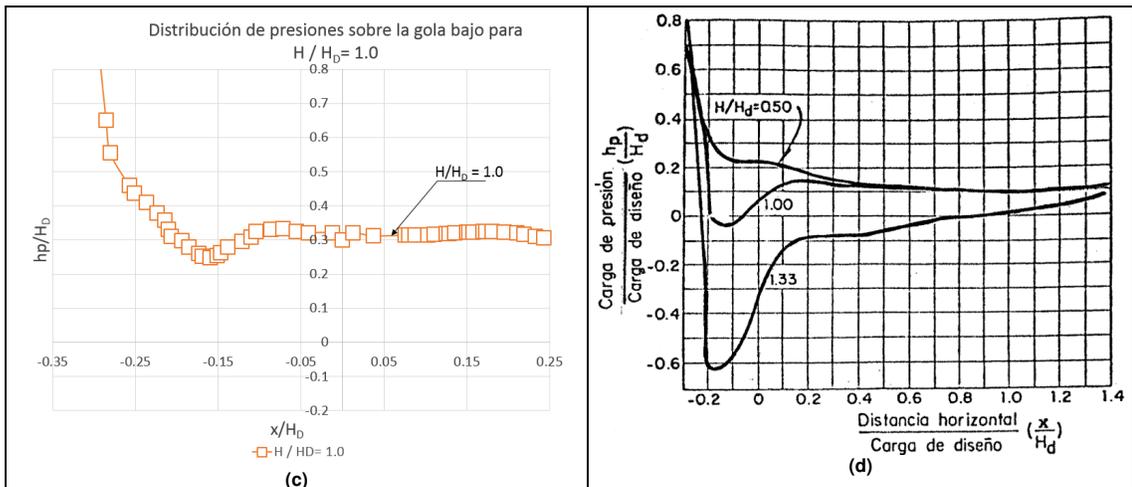


Figura 112. Presión adimensional sobre la gola: Apertura 704 msnm  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

Característica	Valor
<b>Generalidades</b>	
Tipo de vertedero	Canal abierto controlado por compuertas
Ubicación	Margen derecha del río
Método de disipación de energía	Deflector en salto esquí
Longitud	218.11 m
<b>Canal de aducción</b>	
Sección transversal	Trapezoidal
Longitud	55 m
Ancho de la base	81 m – 109.83
Cota de la base	696 msnm
<b>Estructura de control</b>	
Cota de la cresta del azud	702 msnm
Altura del paramento	6 m
Talud del paramento	3:3
Relación altura máxima/altura de diseño	1.24
Altura de diseño	18.26 m
Ecuación de la gola	$y = -0,0405x^{1.85}$
Número de compuertas	4
Altura de compuertas	18,43 m
Ancho de compuertas	14,25 m
Ancho de pilas	4 m
Radio de estribos	6 m
Ancho libre	57 m
<b>Capacidad del vertedero</b>	
Nivel máximo normal	720 msnm
Descarga en el nivel máximo normal	8373,6 m <sup>3</sup> /s
Nivel máximo extraordinario ( teórico)	724,64 msnm
Descarga en el nivel máximo extraordinario teórico	11886,3 m <sup>3</sup> /s
Borde libre con nivel máximo teórico	1,36 m
<b>Curva de empalme a la rápida</b>	
Radio de la curva	56 m
Ángulo de la curva	28.65
Cota de inicio de la curva	696,54 msnm
Cota de inicio de la rápida	686,54 msnm
Longitud de la curva	52,23 m
<b>Rápida del vertedero</b>	
Longitud total	156,07 m
Ancho	69,00 m
<b>Tramo 1</b>	
Longitud	1,78 m
Pendiente	12%
Cota de inicio	686,54 msnm
Cota de fin	686,33 msnm
<b>Curva</b>	
Tipo	Convexa
Radio	85,00 m
Ángulo	23,27°
<b>Tramo 2</b>	
Pendiente	58%
Cota de inicio	675,47 msnm
Cota de fin	612,70 msnm
<b>Deflector salto esquí</b>	
Radio del deflector	30 m
Cota de disparo	614,08 msnm
Ángulo de disparo	35°
<b>Entrega al río</b>	
Período de retorno de la preconformación	1000 años
Ancho de la plataforma	Variable, mínimo 80,27 m
Cota de la plataforma	584 msnm
Cota de fondo del río	582,50 msnm

**Tabla 47. Características principales del vertedero El Quimbo**

Fuente: INGETEC. Proyecto Hidroeléctrico el Quimbo. Documento No. Qd-ITE-13b-002 (2013) pág. 14.

Perfil napa superior apertura 724.6 msnm, caudal 290 Lt/s					
Estado: Permanente		Caudal en la entrada (Lt/s): 289.9987		Lámina (m):	0.11503900
Caudal (Lt/s): 290		Caudal a la salida (Lt/s): -290.628		X [m]:	2.63500000
Cota apertura (msnm): 724.6		Variación relativa: 0.2173%		Y [m]:	1.02600000
X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]
1.93900001	1.34000003	3.91980577	0.363637805	5.88478184	0.248044595
1.95115149	1.33849609	3.94944143	0.346036404	5.93558025	0.258339673
1.97546935	1.33503664	3.97907925	0.328439355	5.98671818	0.26736781
1.99927199	1.33099055	4.0087142	0.310838878	6.0381217	0.275091857
2.09247088	1.30711079	4.12719584	0.240338624	6.24606752	0.292516917
2.11474466	1.29911947	4.15680313	0.222686291	6.29841471	0.29340899
2.14664578	1.28602362	4.18640709	0.205024183	6.35086823	0.292892575
2.17792749	1.27133572	4.21600723	0.187354416	6.40334177	0.290963799
2.20847321	1.25513291	4.24560642	0.16967684	6.45582914	0.287621737
2.23824692	1.23761725	4.27520561	0.151992887	6.50825787	0.282872707
2.26734686	1.21899068	4.30481005	0.134302571	6.56061983	0.276722312
2.35175371	1.15952849	4.39365721	0.081249706	6.72202444	0.248916984
2.3797152	1.13968408	4.42330313	0.063598551	6.77869034	0.235997438
2.40786123	1.12060261	4.4529748	0.04598679	6.83624983	0.221191481
2.43637109	1.10266197	4.48268318	0.02842772	6.89396906	0.204645455
2.55609417	1.045627	4.60200787	-0.041047912	7.11538124	0.12537773
2.58785558	1.03504395	4.63196421	-0.058206078	7.16815948	0.102777466
2.61963534	1.02591801	4.66200733	-0.075168476	7.21974087	0.079310142
2.63500000	1.02600000	4.69230413	-0.091559231	7.27048206	0.054894138
2.68391633	1.01046145	4.7231679	-0.106687889	7.32017803	0.029701218
2.7161696	1.00333226	4.75485229	-0.119821079	7.3686614	0.003902059
2.74834681	0.99604702	4.77905941	-0.127980351	7.41592789	-0.022411425
2.78041458	0.988290608	4.80320978	-0.134392887	7.46197462	-0.049149089
2.81233883	0.979885578	4.82726622	-0.139041677	7.50679255	-0.07621859
2.84408832	0.970754862	4.85105658	-0.14196986	7.55022001	-0.103433713
2.87668586	0.960522354	4.87452269	-0.143312678	7.59243441	-0.130819798
2.90903544	0.949451864	4.89761686	-0.143171385	7.63344288	-0.158305138
2.94110084	0.937517881	4.92514896	-0.141170859	7.67289209	-0.185556784
2.97285295	0.924718976	4.95198631	-0.137273595	7.70082712	-0.205332205
3.00427651	0.911086559	4.97805309	-0.131532878	7.7288456	-0.225568622
3.03537297	0.89668411	5.00327444	-0.12410669	7.75709295	-0.246377543
3.18687463	0.816165745	5.11644793	-0.068476394	7.90169001	-0.35930118
3.21659803	0.798896849	5.1372304	-0.056074671	7.93161535	-0.384009808
3.24618483	0.781363904	5.16183281	-0.041548237	7.96178865	-0.409390718
3.3050139	0.745642543	5.21226931	-0.012650196	8.02788734	-0.466611445
3.39261317	0.690859973	5.2911005	0.0299122	8.13250542	-0.561771512
3.42169738	0.672385991	5.31832981	0.043871444	8.16677284	-0.594150186
3.5088098	0.61667794	5.4031024	0.084893905	8.2678194	-0.693106711
3.53784847	0.598096907	5.4324007	0.098214343	8.30092812	-0.726661563
3.56691313	0.579550147	5.4622221	0.111320689	8.33376217	-0.760489106
3.59601545	0.561062217	5.49260473	0.1242048	8.36632252	-0.794577956
3.62516975	0.542653084	5.52376699	0.136928096	8.39861202	-0.828918815
3.77190065	0.452146232	5.68944693	0.1962201	8.53279591	-0.977321565
3.8014183	0.434332311	5.72476339	0.207042009	8.5561533	-1.00410914
3.83097601	0.416588396	5.76052284	0.217349946	8.57945919	-1.03111649
3.86056542	0.398900568	5.79701948	0.2271972	8.60276222	-1.05839789
3.89017797	0.381254941	5.83429193	0.23653166	8.61671734	-1.07481718

Tabla 48. Coordenadas perfil napa apertura 724.6 msnm, caudal 290 Lt/s  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

Perfil Lámina 103.94_724.6		Perfil Lámina 127.1_724.6		Perfil Lámina 290_724.6	
Position X	Position Y	Position X	Position Y	Position X	Position Y
H / H <sub>0</sub> =	1	H / H <sub>0</sub> =	0.5	H / H <sub>0</sub> =	1.33
-1.5693	0.2432	-1.5693	0.1565	-1.5693	0.3016
-1.5493	0.2332	-1.5493	0.1465	-1.5493	0.2916
-1.5103	0.2232	-1.5103	0.1365	-1.5103	0.2816
-1.4703	0.2132	-1.4703	0.1265	-1.4703	0.2716
-1.4303	0.2132	-1.4303	0.1265	-1.4303	0.2716
-1.3913	0.2132	-1.3913	0.1265	-1.3913	0.2716
-1.3523	0.2232	-1.3523	0.1365	-1.3523	0.2816
-1.3153	0.2332	-1.3153	0.1465	-1.3153	0.2916
-1.2783	0.2432	-1.2783	0.1565	-1.2783	0.3016
-1.2383	0.2432	-1.2383	0.1565	-1.2383	0.3016
-1.1973	0.2432	-1.1973	0.1565	-1.1973	0.3016
-1.1553	0.2332	-1.1553	0.1465	-1.1553	0.2916
-1.1143	0.2232	-1.1143	0.1365	-1.1143	0.2816
-1.0733	0.2232	-1.0733	0.1365	-1.0733	0.2816
-1.0293	0.2132	-1.0293	0.1265	-1.0293	0.2716
-0.9893	0.2132	-0.9893	0.1265	-0.9893	0.2716
-0.9593	0.2232	-0.9593	0.1365	-0.9593	0.2816
-0.9193	0.2232	-0.9193	0.1365	-0.9193	0.2816
-0.8793	0.2332	-0.8793	0.1465	-0.8793	0.2916
-0.8393	0.2332	-0.8393	0.1465	-0.8393	0.2916
-0.7993	0.2332	-0.7993	0.1465	-0.7993	0.2916
-0.7493	0.2332	-0.7493	0.1465	-0.7493	0.2916
-0.7093	0.2232	-0.7093	0.1365	-0.7093	0.2816
-0.6693	0.2232	-0.6693	0.1365	-0.6693	0.2816
-0.6293	0.2232	-0.6293	0.1365	-0.6293	0.2816
-0.5893	0.2232	-0.5893	0.1365	-0.5893	0.2816
-0.5493	0.2232	-0.5493	0.1365	-0.5493	0.2816
-0.5093	0.2232	-0.5093	0.1365	-0.5093	0.2816
-0.4693	0.2232	-0.4693	0.1365	-0.4693	0.2816
-0.4293	0.2232	-0.4293	0.1365	-0.4293	0.2816
-0.3993	0.2232	-0.3993	0.1365	-0.3993	0.2816
-0.3693	0.2232	-0.3693	0.1365	-0.3693	0.2816
-0.3493	0.2232	-0.3493	0.1365	-0.3493	0.2816
-0.3193	0.2232	-0.3193	0.1365	-0.3193	0.2816
-0.2893	0.2132	-0.2893	0.1265	-0.2893	0.2716
0.0507	0.1632	0.0507	0.0765	0.0507	0.2216
0.0807	0.1432	0.0807	0.0565	0.0807	0.2016
0.1107	0.1332	0.1107	0.0465	0.1107	0.1916
0.1407	0.1132	0.1407	0.0265	0.1407	0.1716
0.1707	0.0932	0.1707	0.0065	0.1707	0.1516
0.2007	0.0832	0.2007	-0.0035	0.2007	0.1416
0.2307	0.0632	0.2307	-0.0235	0.2307	0.1216
0.2607	0.0432	0.2607	-0.0435	0.2607	0.1016
1.3307	-0.4488	1.1807	-0.3975	1.3307	-0.3904
1.3607	-0.4678	1.2107	-0.4145	1.3607	-0.4094
2.0607	-0.8998	1.9107	-0.8505	2.0607	-0.8414
2.0907	-0.9168	1.9407	-0.8675	2.0907	-0.8584
6.5507	-2.2068	6.4407	-2.1215	6.5507	-2.1484

**Tabla 49. Coordenadas perfil napa apertura (H/H<sub>0</sub>)**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

Perfil Lámina 103.94_724.6		Perfil Lámina 127.1_724.6		Perfil Lámina 290_724.6	
Position X	Position Y	Position X	Position Y	Position X	Position Y
H / H <sub>0</sub> =	1	H / H <sub>0</sub> =	0.5	H / H <sub>0</sub> =	1.33
-0.5093	0.2232	-0.5093	0.1365	-0.5093	0.2816
-0.4693	0.2232	-0.4693	0.1365	-0.4693	0.2816
-0.4293	0.2232	-0.4293	0.1365	-0.4293	0.2816
5.0007	-0.9918	4.7207	-0.9415	5.0007	-0.9334
5.0507	-1.0138	4.7707	-0.9565	5.0507	-0.9554
5.1007	-1.0368	4.8307	-0.9725	5.1007	-0.9784
5.1607	-1.0603	4.8907	-0.9905	5.1607	-1.0019
5.2107	-1.0847	4.9407	-1.0105	5.2107	-1.0263
5.2607	-1.1099	5.0007	-1.0305	5.2607	-1.0515
5.3007	-1.1358	5.0507	-1.0525	5.3007	-1.0774
5.3507	-1.1622	5.1007	-1.0755	5.3507	-1.1038
5.4007	-1.1888	5.1607	-1.099	5.4007	-1.1304
5.4407	-1.2157	5.2107	-1.1234	5.4407	-1.1573
5.4807	-1.2428	5.2607	-1.1486	5.4807	-1.1844
5.5307	-1.2708	5.3007	-1.1745	5.5307	-1.2124
5.5707	-1.2978	5.3507	-1.2009	5.5707	-1.2394
5.6107	-1.3248	5.4007	-1.2275	5.6107	-1.2664
5.6307	-1.3448	5.4407	-1.2544	5.6307	-1.2864
5.6607	-1.3658	5.4807	-1.2815	5.6607	-1.3074
5.6907	-1.3858	5.5307	-1.3095	5.6907	-1.3274
5.7207	-1.4078	5.5707	-1.3365	5.7207	-1.3494
5.7507	-1.4298	5.6107	-1.3635	5.7507	-1.3714
5.7807	-1.4518	5.6307	-1.3835	5.7807	-1.3934
5.8107	-1.4758	5.6607	-1.4045	5.8107	-1.4174
5.8407	-1.4998	5.6907	-1.4245	5.8407	-1.4414
5.8707	-1.5248	5.7207	-1.4465	5.8707	-1.4664
5.9007	-1.5498	5.7507	-1.4685	5.9007	-1.4914
5.9307	-1.5768	5.7807	-1.4905	5.9307	-1.5184
5.9607	-1.6078	5.8107	-1.5145	5.9607	-1.5494
6.0007	-1.6388	5.8407	-1.5385	6.0007	-1.5804
6.0307	-1.6708	5.8707	-1.5635	6.0307	-1.6124
6.0707	-1.7028	5.9007	-1.5885	6.0707	-1.6444
6.1007	-1.7348	5.9307	-1.6155	6.1007	-1.6764
6.1407	-1.7678	5.9607	-1.6465	6.1407	-1.7094
6.1707	-1.8008	6.0007	-1.6775	6.1707	-1.7424
6.3907	-2.0308	6.2407	-1.9065	6.3907	-1.9724
6.4107	-2.0568	6.2707	-1.9405	6.4107	-1.9984
6.4407	-2.0828	6.3007	-1.9745	6.4407	-2.0244
6.4607	-2.1098	6.3307	-2.0085	6.4607	-2.0514
6.4807	-2.1358	6.3607	-2.0435	6.4807	-2.0774
6.5107	-2.1668	6.3907	-2.0695	6.5107	-2.1084
6.5307	-2.1868	6.4107	-2.0955	6.5307	-2.1284
6.5507	-2.2068	6.4407	-2.1215	6.5507	-2.1484

**Tabla 50. Coordenadas perfil napa apertura (H/H<sub>0</sub> - Continuación)**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

Perfil napa superior apertura 724.6 msnm, caudal 80.80 Lt/s					
Estado: Permanente		Caudal en la entrada (Lt/s): 80.79965		Lámina (m):	0.030628
Caudal (Lt/s): 80.80		Caudal a la salida (Lt/s): -80.73301		X [m]:	2.635
Cota apertura (msnm): 724.6		Variación relativa: 0.0824%		Y [m]:	0.9415666
X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]
1.93999994	1.26798069	3.68206382	0.457661837	5.36388493	0.041351583
1.9519279	1.2660116	3.71165466	0.440021664	5.3919363	0.055231787
1.97610688	1.26156628	3.74129653	0.422474056	5.42057705	0.068788685
1.99975562	1.25655711	3.77098012	0.405005693	5.44982624	0.081992507
2.02366924	1.25068617	3.80069757	0.387602359	5.47988558	0.094887361
2.04700375	1.24401653	3.83044171	0.37024954	5.51060104	0.107357584
2.06980252	1.23644257	3.86020112	0.352935523	5.54199553	0.119365945
2.09220052	1.22787642	3.88997006	0.335645109	5.57409906	0.130874038
2.11401725	1.21846175	3.91974163	0.318364084	5.6069169	0.141832173
2.13531947	1.20829713	3.94950891	0.301078767	5.64050007	0.152202293
2.16442442	1.19292521	3.97926641	0.283779085	5.67486954	0.161931872
2.19276285	1.17626333	4.00901175	0.266460598	5.71002674	0.170959666
2.22020578	1.15836072	4.03874302	0.249124125	5.7459259	0.179212466
2.24657106	1.13942039	4.06846523	0.231768221	5.78259516	0.186636761
2.27205396	1.11963606	4.09817791	0.21439527	5.81972075	0.193084061
2.296767	1.09951854	4.12788391	0.197004929	5.85758114	0.198577613
2.3212409	1.07949209	4.15758181	0.179600358	5.90892363	0.204331934
2.3459928	1.0602113	4.18727303	0.16218257	5.96053314	0.208108395
2.37147355	1.04245579	4.21696091	0.144751593	6.01212502	0.209859863
2.39816475	1.02656341	4.24664593	0.127308905	6.07145596	0.209369943
2.4258194	1.01248634	4.27632999	0.109854892	6.13094854	0.206217378
2.45390344	0.999910831	4.30601358	0.092391595	6.19286013	0.200093478
2.48229432	0.988648117	4.33568716	0.074927606	6.25413847	0.19117263
2.51093769	0.978834987	4.36536551	0.057463028	6.31462955	0.179579347
2.54342008	0.96953541	4.39505672	0.040009979	6.37415838	0.16546303
2.57591152	0.961924672	4.42476988	0.022583839	6.43269491	0.14896147
2.60862947	0.955807328	4.45451546	0.005200891	6.49003124	0.130277351
2.635	0.9415666	4.48430443	-0.012121851	6.5457077	0.109746881
2.67461801	0.947024167	4.51414299	-0.029365538	6.60015345	0.087394469
2.7076745	0.942764759	4.54402828	-0.04650835	6.65311003	0.06349285
2.74048281	0.937328398	4.57397127	-0.063553013	6.70421886	0.038407151
2.77298117	0.930491626	4.6039381	-0.080568597	6.75371075	0.012229841
2.87006521	0.904109538	4.69360924	-0.131928042	6.89245653	-0.071033806
2.90256953	0.893452883	4.72461796	-0.146896198	6.93595028	-0.100151613
2.9347508	0.881777406	4.75666046	-0.159413204	6.97832155	-0.129892677
2.96656609	0.869068861	4.78087139	-0.167011708	7.01901817	-0.159744591
2.99800539	0.855416894	4.80500174	-0.172805235	7.05728817	-0.188978866
3.09050131	0.81020546	4.8760705	-0.179757401	7.16176367	-0.274465233
3.12088752	0.794163048	4.89903069	-0.179469407	7.19381666	-0.302343816
3.1511178	0.777777672	4.92649555	-0.177776352	7.22556019	-0.330703199
3.2409544	0.726945579	5.00463152	-0.161775634	7.29990101	-0.40003261
3.27066231	0.709530652	5.02908039	-0.153548434	7.32433367	-0.423746228
3.30025482	0.691934347	5.05260181	-0.143915251	7.34857273	-0.447778076

**Tabla 51. Coordenadas perfil napa apertura 724.6 msnm, caudal 80.80 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

Perfil napa límite superior apertura 724.6 msnm, caudal 72.5 Lt/s					
Estado: Permanente		Caudal en la entrada (Lt/s): 72.499693		Lámina (m):	0.111
Caudal (Lt/s): 72.5		Caudal a la salida (Lt/s): -72.762237		X [m]:	2.02203035
Cota compuerta (msnm): 724.6		Variación: -0.36%		Y [m]:	1.243029
X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]
1.93773997	1.23526585	3.68093371	0.455136061	5.36233234	0.037757307
1.94996679	1.25675821	3.71053672	0.437522233	5.39041519	0.051521663
1.97422063	1.25286663	3.74018955	0.420000434	5.41907883	0.064926222
1.99796581	1.24839616	3.76988387	0.402557105	5.44835901	0.077947408
2.02203035	1.243029	3.79961133	0.385178208	5.47827625	0.090550736
2.04551506	1.23678875	3.82936502	0.367849231	5.50906658	0.102781959
2.0684247	1.22956228	3.8591342	0.350558043	5.54052114	0.114501998
2.13412857	1.2018944	3.94846869	0.298766851	5.63927364	0.146207884
2.21883965	1.15234149	4.03772688	0.246871576	5.74493217	0.171583354
2.24522233	1.13348591	4.06745577	0.229535162	5.78137398	0.178286433
2.27059221	1.11385322	4.0971756	0.212180868	5.81853724	0.18400082
2.34426212	1.05484056	4.18628645	0.160025194	5.96008635	0.195826977
2.36979008	1.03722823	4.21597815	0.14261286	6.01945448	0.196088001
2.39644623	1.02161717	4.24566603	0.125188395	6.08153629	0.193379477
2.42404008	1.00782549	4.27535105	0.107753091	6.14349604	0.187631637
2.50876665	0.974598825	4.36440039	0.055409364	6.32520866	0.153248429
2.54127336	0.965326905	4.39409113	0.037973765	6.38355207	0.136655435
2.57378411	0.957728863	4.42380238	0.020565912	6.44078779	0.11775218
2.60650969	0.951615691	4.45354414	0.003202461	6.49672699	0.096764945
2.63942695	0.946876109	4.48332596	-0.014099609	6.55092621	0.074061737
2.67250633	0.942993224	4.51315784	-0.031324137	6.60382986	0.049652576
2.70558333	0.938901842	4.5430479	-0.048454836	6.65491152	0.023979053
2.77097392	0.926824391	4.60296297	-0.082479075	6.75225496	-0.030653928
2.80325747	0.918941975	4.63285542	-0.099619716	6.79825401	-0.059073404
2.83539224	0.910273194	4.66262007	-0.116999038	6.84242439	-0.08793956
2.86818194	0.900604546	4.6925869	-0.133836925	6.88521624	-0.117390305
2.90073276	0.890019596	4.72350883	-0.148782581	6.92577362	-0.146658808
2.93296218	0.878406882	4.75549746	-0.161305934	6.96544838	-0.176558629
3.02744508	0.837715447	4.82769012	-0.178773224	7.07224703	-0.263265938
3.05829477	0.822633266	4.85135508	-0.181047678	7.10420847	-0.290974468
3.0889051	0.807034791	4.87466717	-0.181882709	7.13530397	-0.318698972
3.11932945	0.791027725	4.89760447	-0.181646168	7.16037703	-0.341602921
3.2096765	0.741119027	4.97804689	-0.171269894	7.23473263	-0.412447155
3.23952365	0.72395891	5.00331688	-0.164418012	7.259058	-0.436579853
3.26925397	0.706583202	5.02779055	-0.156327024	7.28766775	-0.465562791
3.29887772	0.689018846	5.05135822	-0.146865964	7.31596231	-0.494859099
3.35787368	0.653421521	5.09510803	-0.123445235	7.39500761	-0.580189466
3.44592953	0.599253356	5.15847111	-0.080910906	7.54334497	-0.752695322
3.47521782	0.581097364	5.18210173	-0.065464966	7.59094954	-0.811717033
3.50450349	0.562931359	5.20628452	-0.05011747	7.63768101	-0.871387303
3.53380179	0.544781029	5.23093271	-0.034953158	7.68355703	-0.931645155

**Tabla 52. Coordenadas perfil napa apertura 724.6 msnm, caudal 72.5 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

Perfil napa límite superior apertura 724.6 msnm, caudal 30.374 Lt/s					
Estado: Permanente		Caudal en la entrada (Lt/s):		Lámina (m):	0.0459
Caudal (Lt/s): 30.374		Caudal a la salida (Lt/s):		X [m]:	2.5073316
Cota apertura (msnm): 724.6		Variación:		Y [m]:	0.977538
X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]
1.937	1.268	3.6491287	0.4757532	5.30686	0.010093
1.9491808	1.2658966	3.6786649	0.4580096	5.333643	0.0244138
1.9733795	1.2612991	3.7082613	0.4403718	5.3611479	0.0385284
1.9970478	1.2561829	3.7379081	0.4228276	5.389216	0.0523138
2.0210125	1.2502303	3.767597	0.4053634	5.417882	0.0657488
2.0443871	1.2435062	3.7973194	0.3879656	5.4471669	0.0788019
2.0671876	1.2359034	3.8270679	0.37062	5.4770932	0.091439
2.0896101	1.2273006	3.8568313	0.3533149	5.5076513	0.1036113
2.1114063	1.2178462	3.8866048	0.3360346	5.5391111	0.1153705
2.132664	1.2076041	3.9163811	0.3187645	5.5712881	0.1265869
2.1616917	1.1921244	3.9461527	0.3014914	5.6041875	0.1372079
2.1899953	1.1754074	3.9759138	0.2842045	5.6378622	0.1471919
2.2174056	1.1575137	4.0056624	0.2668987	5.6722951	0.1564721
2.2437768	1.1385832	4.0353971	0.2495752	5.7075143	0.1649928
2.2691469	1.1188786	4.0651231	0.232232	5.7432175	0.1726303
2.2938495	1.0987167	4.0948396	0.2148714	5.7796469	0.1793827
2.3182364	1.0786424	4.124547	0.1974948	5.8168168	0.1851549
2.3428257	1.0593123	4.1542487	0.180102	5.8547096	0.1899045
2.3682571	1.0414085	4.1839442	0.1626953	5.9061117	0.194576
2.3948195	1.0254761	4.2136354	0.1452753	5.9575768	0.1971656
2.4223836	1.0113976	4.2433243	0.1278424	6.0167899	0.1975414
2.4504685	0.9987709	4.2730117	0.1103977	6.0762138	0.1951412
2.4787264	0.9874597	4.3026991	0.0929427	6.1382103	0.1896571
2.5073316	0.977538	4.3323751	0.0754877	6.1995912	0.1812272
2.5398169	0.9681168	4.3620524	0.0580326	6.2602658	0.1699627
2.5723207	0.960389	4.3917413	0.0405877	6.3200312	0.1560135
2.6050456	0.9541631	4.4214516	0.0231681	6.3787231	0.1395556
2.6379612	0.9493272	4.4511948	0.0057902	6.4360161	0.1208525
2.6710529	0.9453767	4.4809804	-0.0115289	6.4920154	0.1000544
2.7041154	0.9412732	4.5108185	-0.028773	6.5465736	0.0773976
2.7369061	0.9360142	4.5407076	-0.0459203	6.5995469	0.0531382
2.7693574	0.9293188	4.5706444	-0.0629606	6.6509724	0.0274594
2.8015685	0.9214963	4.6006126	-0.0799584	6.7007575	0.0006074
2.8336546	0.9128665	4.6305113	-0.0970812	6.7486887	-0.027093
2.8663967	0.9032406	4.6602669	-0.1144444	6.7947354	-0.0554127
2.8988919	0.8927157	4.6901994	-0.1314007	6.8392406	-0.0843774
2.9943192	0.8550506	4.7772541	-0.1671959	6.9632945	-0.1734762
3.0254149	0.8406887	4.8013334	-0.1732342	7.0010705	-0.2030449
3.0562515	0.8256403	4.8253131	-0.1774277	7.0364366	-0.2317569
3.0868316	0.810073	4.8491116	-0.1798762	7.0701866	-0.260082
3.11725	0.7940768	4.8725472	-0.1808339	7.1021633	-0.2877522
3.1474845	0.7777486	4.8955159	-0.1806734	7.1332936	-0.3154609
3.1775901	0.7611076	4.9230018	-0.1792012	7.1583762	-0.3383349
3.2671118	0.7096645	5.0017242	-0.1637828	7.2327838	-0.4091111
3.2967186	0.6921037	5.0262475	-0.1557426	7.257124	-0.4332206

Tabla 53. Coordenadas perfil napa apertura 724.6 msnm, caudal 30.374 Lt/s  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0.

Perfil napa superior apertura 724.6 msnm, caudal 24.801 Lt/s					
Estado: Permanente		Caudal en la entrada (Lt/s): 24.8008		Lámina (m):	0.03545
Caudal (Lt/s): 24.801		Caudal a la salida (Lt/s): -24.8391		X [m]:	2.187544
Cota apertura (msnm): 724.6		Variación relativa: -0.3721%		Y [m]:	1.133847
X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]
1.936350	1.215000	3.441678	0.585120	4.968208	-0.183413
1.948554	1.213426	3.471036	0.567143	4.993797	-0.177122
1.973082	1.209809	3.500388	0.549154	5.018495	-0.169700
1.997285	1.205568	3.529748	0.531180	5.042395	-0.161114
2.021986	1.200333	3.559131	0.513248	5.065327	-0.151101
2.046067	1.194047	3.588543	0.495388	5.087073	-0.139567
2.069440	1.186533	3.617992	0.477628	5.107628	-0.126683
2.092339	1.177745	3.647501	0.459978	5.127372	-0.113072
2.114401	1.168355	3.677070	0.442441	5.146875	-0.099670
2.136263	1.158708	3.706691	0.425005	5.170151	-0.084495
2.158691	1.148471	3.736353	0.407658	5.194088	-0.069805
2.187544	1.133847	3.766048	0.390387	5.218809	-0.055604
2.215074	1.117570	3.795774	0.373174	5.244218	-0.042035
2.241256	1.099838	3.825523	0.356007	5.270473	-0.029105
2.266405	1.081103	3.855286	0.338871	5.297436	-0.016981
2.290872	1.061983	3.885056	0.321753	5.325121	-0.005752
2.365473	1.009226	3.974327	0.270381	5.413077	0.021706
2.392339	0.995604	4.004060	0.253218	5.443787	0.028366
2.419702	0.983533	4.033780	0.236033	5.481801	0.034520
2.447130	0.972266	4.063489	0.218828	5.521076	0.038449
2.474722	0.961843	4.093187	0.201602	5.562064	0.039905
2.502621	0.952726	4.122876	0.184358	5.604178	0.038596
2.600930	0.930539	4.211915	0.132518	5.735693	0.016194
2.633976	0.926053	4.241579	0.115213	5.780652	0.002161
2.667139	0.922771	4.271245	0.097891	5.825788	-0.015200
2.700151	0.919432	4.300905	0.080560	5.871069	-0.035905
2.732807	0.914586	4.330564	0.063221	5.915895	-0.059638
2.765230	0.907965	4.360226	0.045878	5.960553	-0.086500
2.797551	0.900190	4.389895	0.028546	6.009800	-0.119780
2.829814	0.891736	4.419577	0.011242	6.057002	-0.155239
2.959272	0.848387	4.538682	-0.057363	6.213617	-0.298151
2.990755	0.835000	4.568596	-0.074282	6.247273	-0.333882
3.083583	0.790492	4.658125	-0.125568	6.348177	-0.451882
3.114115	0.774698	4.687945	-0.142506	6.383723	-0.497448
3.144483	0.758570	4.718716	-0.157427	6.418292	-0.543724
3.174697	0.742142	4.750607	-0.169967	6.451948	-0.590644
3.264537	0.691303	4.822359	-0.187930	6.547955	-0.734631
3.294260	0.673928	4.845984	-0.190419	6.578480	-0.783544
3.323876	0.656395	4.869357	-0.191416	6.608348	-0.832850
3.353412	0.638722	4.892288	-0.191325	6.637593	-0.882516
3.382880	0.620936	4.914773	-0.190517	6.666247	-0.932509
3.412297	0.603060	4.941850	-0.188035	6.694261	-0.982683

**Tabla 54. Coordenadas perfil napa apertura 724.6 msnm, caudal 24.801 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

Perfil napa superior apertura 724.6 msnm, caudal 19.285 Lt/s					
Estado: Permanente		Caudal en la entrada (Lt/s): 24.8008		Lámina (m):	0.028
Caudal (Lt/s): 19.285		Caudal a la salida (Lt/s): -24.8391		X [m]:	2.197707
Cota apertura (msnm): 724.6		Variación relativa: -0.3721%		Y [m]:	1.123325
X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]
1.93973005	1.20918024	3.36185002	0.631614	4.83111525	-0.19014375
1.95163167	1.20752048	3.39130473	0.613824	4.85467339	-0.19203651
1.97616303	1.20360839	3.42071319	0.5959513	4.87787151	-0.19255395
2.00038791	1.19906664	3.45008993	0.5780228	4.90062523	-0.19218081
2.02514839	1.19353855	3.47944427	0.5600681	4.92792225	-0.19060263
2.0492487	1.187006	3.50878215	0.5421188	4.95452404	-0.18711036
2.07267904	1.17924666	3.53812957	0.5241935	4.98040581	-0.18163899
2.09559131	1.17028058	3.56750154	0.5063173	5.00551033	-0.17480157
2.11769271	1.16094625	3.59691191	0.4885158	5.02985811	-0.166866
2.13981509	1.15153468	3.62637496	0.4708135	5.05331802	-0.15766059
2.16935253	1.13820887	3.65589809	0.4532241	5.07564831	-0.14698228
2.1977067	1.12332511	3.68547821	0.4357433	5.09675121	-0.13483468
2.22470093	1.10664785	3.7151022	0.4183611	5.11677504	-0.12153055
2.25041819	1.08865321	3.74476242	0.4010642	5.13627768	-0.10799743
2.27527595	1.06985652	3.7744596	0.3838347	5.15929985	-0.09277017
2.29964018	1.05090702	3.80418611	0.3666588	5.18306446	-0.07820401
2.32399988	1.03243542	3.83393335	0.3495234	5.207726	-0.06432823
2.34905648	1.01534665	3.86369371	0.3324147	5.23319387	-0.0513209
2.3753407	1.00056124	3.89345908	0.3153192	5.25960827	-0.03924891
2.40248752	0.98788148	3.92322254	0.2982233	5.28682852	-0.0283218
2.42981124	0.97632843	3.95297742	0.2811145	5.31500053	-0.01863771
2.45717454	0.96545112	3.98271847	0.263985	5.3439579	-0.01039885
2.48479533	0.95557672	4.01244545	0.2468328	5.37339354	-0.00379303
2.51273179	0.94709724	4.04215431	0.2296616	5.40954399	0.001895736
2.54530263	0.93885762	4.07185125	0.2124701	5.4469595	0.004949203
2.57805967	0.93197525	4.10153818	0.1952588	5.48555994	0.005061444
2.6110332	0.92648071	4.13121653	0.1780288	5.52555037	0.001945277
2.64416933	0.92247611	4.16088724	0.1607809	5.56627798	-0.00461262
2.67734623	0.91938102	4.19055796	0.1435127	5.6074748	-0.01472052
2.71017313	0.91570383	4.22022343	0.1262301	5.64901066	-0.02844816
2.74262285	0.91029531	4.24988222	0.1089353	5.69051981	-0.04572025
2.7749157	0.90326375	4.27953815	0.0916273	5.73145819	-0.06622668
2.80719829	0.8952781	4.3091898	0.0743102	5.77221012	-0.09005746
2.83941078	0.88666761	4.33883667	0.0569872	5.81215811	-0.11672293
2.87215304	0.87709832	4.36848402	0.0396646	5.85171843	-0.14635003
2.90461779	0.86655366	4.39814186	0.0223558	5.89043617	-0.17844549
2.99980569	0.82859963	4.48728323	-0.029315	5.99589539	-0.28129709
3.06172895	0.7991823	4.54694462	-0.0633765	6.0582881	-0.3524119
3.09237266	0.78369451	4.57686567	-0.0802535	6.09084225	-0.39258486
3.12284565	0.7678352	4.60679865	-0.0971267	6.12319565	-0.43475187
3.15316176	0.75164902	4.63661909	-0.1142387	6.15726233	-0.48155201
3.18333054	0.73516643	4.66627789	-0.1316767	6.1902256	-0.52910823
3.27305722	0.68422699	4.7594347	-0.174178	6.28317356	-0.6754809
3.30274034	0.66684145	4.78343487	-0.1812839	6.31241703	-0.72528732
3.33233309	0.64929515	4.80733728	-0.1866098	6.34091139	-0.77553237

Tabla 55. Coordenadas perfil napa apertura 724.6 msnm, caudal 19.285 Lt/s  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

Perfil napa superior apertura 724.6 msnm, caudal 73.77 Lt/s					
Estado: Permanente		Caudal en la entrada (Lt/s): 73.76968		Lámina (m):	0.02751300
Caudal (Lt/s): 73.77		Caudal a la salida (Lt/s): -73.5654		X [m]:	2.63500000
Cota apertura (msnm): 724.6		Variación relativa: 0.0824%		Y [m]:	0.93890000
X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]
1.94000006	1.23000002	3.65544677	0.4659473	5.31099749	0.006987596
1.95198381	1.22943175	3.68502045	0.448289931	5.3379178	0.021305025
1.97635293	1.22775173	3.7146492	0.430734187	5.36539507	0.035330273
2.00028515	1.22528732	3.74432492	0.413266599	5.39344931	0.049036715
2.07156157	1.21091282	3.83355236	0.361255199	5.48147154	0.088021427
2.09436417	1.20345366	3.86333561	0.344002157	5.51224279	0.100211851
2.11649585	1.19484138	3.89312649	0.326767951	5.54370022	0.111904219
2.13807726	1.18526316	3.9229176	0.309538871	5.57584953	0.123049669
2.16711664	1.17077208	3.95270228	0.292301863	5.60874081	0.133611128
2.19539285	1.15487349	3.98247552	0.275047779	5.6423974	0.143537566
2.22267056	1.13761473	4.01223564	0.25777331	5.67683458	0.15277189
2.2488718	1.11917126	4.04198313	0.240478709	5.7120223	0.161243305
2.29866815	1.08034909	4.10144567	0.205833644	5.78466749	0.175655618
2.32306552	1.06102967	4.13116217	0.188485742	5.82181597	0.181375921
2.4003818	1.0112195	4.2202673	0.136354998	5.97011328	0.193429545
2.42791843	0.99818027	4.24995899	0.118952274	6.0295248	0.193473712
2.51220942	0.966495097	4.33901596	0.066689834	6.21445465	0.175801292
2.54482007	0.957592785	4.36870337	0.049263079	6.27474785	0.164216191
2.5773921	0.950313807	4.39840269	0.031850822	6.3341589	0.149995908
2.61016703	0.944477499	4.428123	0.014469268	6.39249086	0.133323357
2.64310861	0.939978659	4.45787191	-0.00286389	6.44959879	0.114397988
2.63500000	0.93890000	4.48765802	-0.020131001	6.50550938	0.093373463
2.70919466	0.932178497	4.51749277	-0.037316278	6.55971479	0.07062991
2.74201441	0.926778972	4.54738474	-0.054403927	6.61240149	0.046297088
2.77456975	0.919902086	4.5773344	-0.071395353	6.66347361	0.020619284
2.80690098	0.911949813	4.60730124	-0.08838103	6.7126832	-0.006065121
2.83907413	0.903229117	4.63717651	-0.105557963	6.76026678	-0.033677913
2.87186623	0.893500388	4.66693068	-0.122938171	6.80600548	-0.061898105
2.90440297	0.882835388	4.6969595	-0.13950938	6.84991312	-0.090541884
2.93661237	0.871128201	4.72800541	-0.153982952	6.89273119	-0.119948804
3.2133801	0.733592689	4.95562601	-0.179147124	7.19231844	-0.366302669
3.27298951	0.699096024	5.00680017	-0.166643828	7.2415657	-0.413544506
3.30263352	0.681554258	5.03119373	-0.158454373	7.26593733	-0.437633365
3.47910094	0.573848307	5.16130877	-0.083049551	7.50221491	-0.6949718
3.50841403	0.555729628	5.18501425	-0.067611426	7.55083561	-0.753181338
3.53773904	0.537631571	5.20917845	-0.052331865	7.59855318	-0.81209898
3.56709123	0.519580066	5.23380661	-0.037233498	7.64541149	-0.871688545
3.5964849	0.501600802	5.25903606	-0.022263067	7.69143629	-0.931898892
3.62593436	0.48371771	5.28476477	-0.007513521	7.73663187	-0.992663622

**Tabla 56. Coordenadas perfil napa apertura 724.6 msnm, caudal 73.77 Lt/s**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent 17.0

Perfil Presión A		Perfil Presión B		Perfil Presión C		Perfil Presión D		Perfil Presión E		Perfil Presión F		Perfil Presión G	
Presión 290_724.6		Presión 290_724.12											
Presión	Lámina	Presión	Lámina										
(m.c.a)	(m)	(m.c.a)	(m)										
0.2716	0.0000	0.0167	0.0000	0.0351	0.0000	0.1575	0.0000	0.2151	0.0000	0.1704	0.0000	0.0355	0.0000
0.26000	0.01174	0.03034	0.00736	0.03558	0.00502	0.15224	0.00450	0.20944	0.00483	0.16282	0.00412	0.03385	0.00337
0.25000	0.02349	0.04132	0.01473	0.03627	0.01004	0.14657	0.00900	0.20240	0.00966	0.15493	0.00825	0.03233	0.00674
0.24047	0.03523	0.04813	0.02209	0.03634	0.01507	0.14080	0.01351	0.19508	0.01449	0.14720	0.01237	0.03085	0.01012
0.23129	0.04698	0.05234	0.02946	0.03629	0.02009	0.13498	0.01801	0.18753	0.01932	0.13970	0.01650	0.02940	0.01349
0.22025	0.05872	0.05505	0.03682	0.03580	0.02511	0.12911	0.02251	0.17982	0.02415	0.13243	0.02062	0.02799	0.01686
0.20853	0.07047	0.05668	0.04418	0.03510	0.03013	0.12320	0.02701	0.17202	0.02898	0.12540	0.02474	0.02662	0.02023
0.19681	0.08221	0.05751	0.05155	0.03430	0.03516	0.11730	0.03152	0.16414	0.03381	0.11858	0.02887	0.02528	0.02360
0.18534	0.09396	0.05768	0.05891	0.03325	0.04018	0.11139	0.03602	0.15620	0.03864	0.11196	0.03299	0.02397	0.02698
0.17428	0.10570	0.05728	0.06627	0.03208	0.04520	0.10547	0.04052	0.14819	0.04347	0.10551	0.03712	0.02268	0.03035
0.16361	0.11745	0.05635	0.07364	0.03087	0.05022	0.09955	0.04502	0.14012	0.04830	0.09918	0.04124	0.02142	0.03372
0.15314	0.12919	0.05496	0.08100	0.02947	0.05525	0.09363	0.04953	0.13198	0.05313	0.09294	0.04537	0.02017	0.03709
0.14283	0.14094	0.05316	0.08837	0.02798	0.06027	0.08772	0.05403	0.12377	0.05796	0.08675	0.04949	0.01893	0.04047
0.13269	0.15268	0.05099	0.09573	0.02644	0.06529	0.08181	0.05853	0.11549	0.06279	0.08067	0.05361	0.01770	0.04384
0.12269	0.16443	0.04848	0.10309	0.02474	0.07031	0.07591	0.06303	0.10713	0.06762	0.07468	0.05774	0.01648	0.04721
0.11283	0.17617	0.04569	0.11046	0.02291	0.07534	0.07001	0.06754	0.09868	0.07245	0.06878	0.06186	0.01527	0.05058
0.10304	0.18792	0.04263	0.11782	0.02111	0.08036	0.06410	0.07204	0.09015	0.07728	0.06294	0.06599	0.01407	0.05395
0.09330	0.19966	0.03935	0.12518	0.01917	0.08538	0.05819	0.07654	0.08153	0.08211	0.05716	0.07011	0.01286	0.05733
0.08357	0.21141	0.03586	0.13255	0.01713	0.09040	0.05224	0.08104	0.07281	0.08694	0.05140	0.07423	0.01166	0.06070
0.07381	0.22315	0.03218	0.13991	0.01505	0.09543	0.04629	0.08555	0.06399	0.09177	0.04568	0.07836	0.01045	0.06407
0.06396	0.23490	0.02832	0.14728	0.01291	0.10045	0.04030	0.09005	0.05508	0.09660	0.03997	0.08248	0.00925	0.06744
0.05390	0.24664	0.02431	0.15464	0.01070	0.10547	0.03428	0.09455	0.04606	0.10143	0.03427	0.08661	0.00804	0.07081
0.04367	0.25839	0.02026	0.16200	0.00850	0.11049	0.02822	0.09905	0.03703	0.10626	0.02858	0.09073	0.00682	0.07419
0.03364	0.27013	0.01628	0.16937	0.00645	0.11552	0.02222	0.10356	0.02823	0.11109	0.02298	0.09485	0.00560	0.07756
0.02431	0.28188	0.01246	0.17673	0.00456	0.12054	0.01649	0.10806	0.02003	0.11591	0.01762	0.09898	0.00440	0.08093
0.01599	0.29362	0.00894	0.18409	0.00291	0.12556	0.01130	0.11256	0.01285	0.12074	0.01267	0.10310	0.00325	0.08430
0.00907	0.30537	0.00586	0.19146	0.00162	0.13058	0.00692	0.11706	0.00716	0.12557	0.00838	0.10723	0.00219	0.08768
0.00409	0.31711	0.00337	0.19882	0.00076	0.13560	0.00364	0.12157	0.00330	0.13040	0.00494	0.11135	0.00128	0.09105
0.00133	0.32886	0.00169	0.20619	0.00030	0.14063	0.00155	0.12607	0.00118	0.13523	0.00251	0.11547	0.00056	0.09442
0.00028	0.34060	0.00070	0.21355	0.00010	0.14565	0.00050	0.13057	0.00032	0.14006	0.00104	0.11960	0.00008	0.09779

**Tabla 57. Valores perfil de presión (A-G)**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

Perfil Presión H		Perfil Presión I		Perfil Presión J		Perfil Presión K		Perfil Presión L		Perfil Presión M		Perfil Presión N	
Presión 290_724.6		Presión 290_724.12											
Presión	Lámina	Presión	Lámina										
(m.c.a)	(m)	(m.c.a)	(m)										
0.0270	0.0000	0.0512	0.0000	0.0708	0.0000	0.0720	0.0000	0.0582	0.0000	0.0533	0.0000	0.0587	0.0000
0.02572	0.00283	0.04911	0.00265	0.06842	0.00238	0.06967	0.00235	0.05596	0.00220	0.05125	0.00203	0.05655	0.00223
0.02462	0.00567	0.04714	0.00530	0.06587	0.00476	0.06699	0.00469	0.05375	0.00440	0.04926	0.00407	0.05435	0.00446
0.02358	0.00850	0.04517	0.00795	0.06328	0.00714	0.06427	0.00704	0.05153	0.00660	0.04728	0.00610	0.05213	0.00668
0.02255	0.01134	0.04321	0.01060	0.06065	0.00953	0.06150	0.00938	0.04929	0.00880	0.04529	0.00814	0.04990	0.00891
0.02154	0.01417	0.04125	0.01325	0.05801	0.01191	0.05871	0.01173	0.04703	0.01100	0.04329	0.01017	0.04765	0.01114
0.02053	0.01701	0.03930	0.01590	0.05536	0.01429	0.05591	0.01408	0.04477	0.01320	0.04129	0.01221	0.04539	0.01337
0.01953	0.01984	0.03736	0.01855	0.05270	0.01667	0.05309	0.01642	0.04250	0.01540	0.03928	0.01424	0.04313	0.01560
0.01853	0.02267	0.03542	0.02120	0.05004	0.01905	0.05028	0.01877	0.04023	0.01760	0.03727	0.01628	0.04086	0.01782
0.01753	0.02551	0.03350	0.02385	0.04739	0.02143	0.04746	0.02111	0.03796	0.01980	0.03526	0.01831	0.03859	0.02005
0.01654	0.02834	0.03158	0.02649	0.04474	0.02382	0.04464	0.02346	0.03569	0.02200	0.03324	0.02035	0.03633	0.02228
0.01555	0.03118	0.02967	0.02914	0.04209	0.02620	0.04183	0.02580	0.03342	0.02420	0.03123	0.02238	0.03406	0.02451
0.01458	0.03401	0.02777	0.03179	0.03944	0.02858	0.03902	0.02815	0.03115	0.02640	0.02923	0.02442	0.03180	0.02673
0.01360	0.03684	0.02588	0.03444	0.03680	0.03096	0.03621	0.03050	0.02888	0.02860	0.02722	0.02645	0.02953	0.02896
0.01263	0.03968	0.02400	0.03709	0.03416	0.03334	0.03341	0.03284	0.02662	0.03080	0.02522	0.02849	0.02727	0.03119
0.01165	0.04251	0.02213	0.03974	0.03153	0.03572	0.03061	0.03519	0.02436	0.03300	0.02322	0.03052	0.02501	0.03342
0.01068	0.04535	0.02027	0.04239	0.02891	0.03810	0.02782	0.03753	0.02210	0.03520	0.02122	0.03256	0.02276	0.03565
0.00972	0.04818	0.01842	0.04504	0.02628	0.04049	0.02502	0.03988	0.01985	0.03740	0.01922	0.03459	0.02051	0.03787
0.00876	0.05102	0.01657	0.04769	0.02366	0.04287	0.02223	0.04223	0.01760	0.03960	0.01723	0.03663	0.01826	0.04010
0.00781	0.05385	0.01474	0.05034	0.02105	0.04525	0.01945	0.04457	0.01536	0.04180	0.01525	0.03866	0.01602	0.04233
0.00686	0.05668	0.01291	0.05299	0.01844	0.04763	0.01667	0.04692	0.01311	0.04400	0.01326	0.04070	0.01378	0.04456
0.00592	0.05952	0.01110	0.05564	0.01584	0.05001	0.01389	0.04926	0.01088	0.04620	0.01128	0.04273	0.01154	0.04679
0.00499	0.06235	0.00929	0.05829	0.01323	0.05239	0.01113	0.05161	0.00866	0.04840	0.00931	0.04476	0.00931	0.04901
0.00406	0.06519	0.00749	0.06094	0.01066	0.05477	0.00847	0.05395	0.00653	0.05060	0.00736	0.04680	0.00716	0.05124
0.00315	0.06802	0.00577	0.06359	0.00818	0.05716	0.00605	0.05630	0.00461	0.05280	0.00552	0.04883	0.00516	0.05347
0.00229	0.07086	0.00417	0.06624	0.00591	0.05954	0.00394	0.05865	0.00297	0.05500	0.00387	0.05087	0.00344	0.05570
0.00150	0.07369	0.00277	0.06889	0.00394	0.06192	0.00234	0.06099	0.00173	0.05720	0.00250	0.05290	0.00207	0.05793
0.00083	0.07652	0.00165	0.07154	0.00239	0.06430	0.00120	0.06334	0.00088	0.05940	0.00144	0.05494	0.00111	0.06015
0.00031	0.07936	0.00083	0.07419	0.00128	0.06668	0.00055	0.06568	0.00039	0.06160	0.00075	0.05697	0.00051	0.06238
-0.00004	0.08219	0.00035	0.07684	0.00061	0.06906	0.00021	0.06803	0.00015	0.06380	0.00033	0.05901	0.00021	0.06461

**Tabla 58. Valores perfil de presión (H-N)**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

Perfil Presión O		Perfil Presión P		Perfil Presión Q		Perfil Presión R		Perfil Presión S		Perfil Presión T	
Presión 290_724.6		Presión 290_724.6		Presión 290_724.6		Presión 290_724.6		Presión 290_724.12		Presión 290_724.12	
Presión	Lámina	Presión	Lámina	Presión	Lámina	Presión	Lámina	Presión	Lámina	Presión	Lámina
(m.c.a)	(m)	(m.c.a)	(m)	(m.c.a)	(m)	(m.c.a)	(m)	(m.c.a)	(m)	(m.c.a)	(m)
0.0521	0.0000	0.0593	0.0000	0.3557	0.0000	0.4493	0.0000	0.4160	0.0000	0.0302	0.0000
0.05019	0.00196	0.05772	0.00196	0.34668	0.00221	0.44101	0.00228	0.40477	0.00227	0.03744	0.00251
0.04826	0.00393	0.05556	0.00393	0.33526	0.00441	0.43063	0.00457	0.39560	0.00454	0.03794	0.00501
0.04633	0.00589	0.05337	0.00589	0.32275	0.00662	0.41904	0.00685	0.38552	0.00681	0.03839	0.00752
0.04439	0.00785	0.05116	0.00785	0.30948	0.00883	0.40625	0.00913	0.37458	0.00908	0.03839	0.01003
0.04245	0.00982	0.04893	0.00981	0.31000	0.01104	0.39244	0.01142	0.36282	0.01135	0.03796	0.01254
0.04050	0.01178	0.04667	0.01178	0.28187	0.01324	0.37780	0.01370	0.35028	0.01361	0.03710	0.01504
0.03854	0.01374	0.04441	0.01374	0.26788	0.01545	0.36248	0.01599	0.33703	0.01588	0.03590	0.01755
0.03659	0.01571	0.04214	0.01570	0.25387	0.01766	0.34663	0.01827	0.32315	0.01815	0.03440	0.02006
0.03462	0.01767	0.03986	0.01766	0.23990	0.01987	0.33038	0.02055	0.30871	0.02042	0.03268	0.02257
0.03266	0.01963	0.03758	0.01963	0.22600	0.02207	0.31377	0.02284	0.29380	0.02269	0.03079	0.02507
0.03070	0.02160	0.03530	0.02159	0.21217	0.02428	0.29687	0.02512	0.27848	0.02496	0.02877	0.02758
0.02874	0.02356	0.03302	0.02355	0.19839	0.02649	0.27970	0.02740	0.26279	0.02723	0.02654	0.03009
0.02678	0.02552	0.03073	0.02551	0.18465	0.02870	0.26229	0.02969	0.24677	0.02950	0.02423	0.03260
0.02483	0.02749	0.02845	0.02748	0.17096	0.03090	0.24465	0.03197	0.23046	0.03177	0.02207	0.03510
0.02288	0.02945	0.02618	0.02944	0.15730	0.03311	0.22679	0.03425	0.21389	0.03404	0.01994	0.03761
0.02093	0.03141	0.02390	0.03140	0.14363	0.03532	0.20873	0.03654	0.19707	0.03631	0.01783	0.04012
0.01898	0.03338	0.02163	0.03337	0.12999	0.03753	0.19044	0.03882	0.17999	0.03857	0.01577	0.04263
0.01703	0.03534	0.01936	0.03533	0.11633	0.03973	0.17196	0.04111	0.16270	0.04084	0.01378	0.04513
0.01509	0.03730	0.01709	0.03729	0.10268	0.04194	0.15324	0.04339	0.14520	0.04311	0.01186	0.04764
0.01316	0.03926	0.01482	0.03925	0.08899	0.04415	0.13433	0.04567	0.12749	0.04538	0.01002	0.05015
0.01122	0.04123	0.01256	0.04122	0.07530	0.04636	0.11521	0.04796	0.10960	0.04765	0.00829	0.05266
0.00929	0.04319	0.01031	0.04318	0.06165	0.04856	0.09591	0.05024	0.09156	0.04992	0.00666	0.05516
0.00738	0.04515	0.00809	0.04514	0.04824	0.05077	0.07660	0.05252	0.07358	0.05219	0.00515	0.05767
0.00558	0.04712	0.00600	0.04710	0.03550	0.05298	0.05792	0.05481	0.05608	0.05446	0.00379	0.06018
0.00394	0.04908	0.00415	0.04907	0.02429	0.05518	0.04066	0.05709	0.04011	0.05673	0.00263	0.06269
0.00257	0.05104	0.00263	0.05103	0.01494	0.05739	0.02630	0.05938	0.02626	0.05900	0.00169	0.06519
0.00151	0.05301	0.00149	0.05299	0.00835	0.05960	0.01503	0.06166	0.01574	0.06127	0.00098	0.06770
0.00079	0.05497	0.00076	0.05495	0.00402	0.06181	0.00773	0.06394	0.00821	0.06353	0.00051	0.07021
0.00036	0.05693	0.00032	0.05692	0.00172	0.06401	0.00341	0.06623	0.00388	0.06580	0.00024	0.07272

**Tabla 59. Valores perfil de presión (O-T)**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

Perfil Lámina 290_724.6		Perfil Lámina 127.1_724.6		Perfil Lámina 103.9_724.6	
X	Presión dinámica	X	Presión dinámica	X	Presión dinámica
[ m ]	[m.c.a]	[ m ]	[m.c.a]	[ m ]	[m.c.a]
H / H <sub>D</sub> :	1.33	H / H <sub>D</sub> :	1.0	H / H <sub>D</sub> :	0.5
-0.0445	-0.0018	-0.0546	0.0132	-0.0246	0.0405
-0.0445	-0.0009	-0.0546	0.0142	-0.0246	0.0414
-0.0273	-0.0014	-0.0373	0.0137	-0.0074	0.0409
-0.0143	-0.0009	-0.0244	0.0142	0.0056	0.0414
0.000	0.0000	-0.0101	0.0151	0.0199	0.0423
0.0056	0.0005	-0.0045	0.0155	0.0255	0.0428
0.0177	0.0019	0.0077	0.0169	0.0376	0.0442
0.0218	0.0025	0.0118	0.0176	0.0417	0.0448
0.0307	0.0045	0.0207	0.0196	0.0506	0.0468
0.0403	0.0081	0.0303	0.0232	0.0603	0.0504
0.047	0.0122	0.0369	0.0273	0.0669	0.0545
0.0635	0.0332	0.0534	0.0482	0.0834	0.0755
0.0663	0.0391	0.0563	0.0542	0.0863	0.0814
0.0729	0.0594	0.0629	0.0744	0.0929	0.1017
0.0749	0.0676	0.0648	0.0827	0.0948	0.1099
0.0792	0.0894	0.0692	0.1045	0.0992	0.1317
0.0905	0.1748	0.0805	0.1899	0.1105	0.2171
0.0953	0.2031	0.0852	0.2181	0.1152	0.2454
0.1059	0.2438	0.0958	0.2588	0.1258	0.2861
0.1267	0.2415	0.1166	0.2566	0.1466	0.2838
0.1427	0.2442	0.1326	0.2593	0.1626	0.2865
0.1558	0.2600	0.1457	0.275	0.1757	0.3023
0.1827	0.2924	0.1727	0.3075	0.2027	0.3347
0.2111	0.3145	0.201	0.3295	0.231	0.3568
0.2414	0.3288	0.2313	0.3439	0.2613	0.3711
0.2702	0.3327	0.2601	0.3478	0.2901	0.375
0.2977	0.3286	0.2877	0.3437	0.3177	0.3709
0.3336	0.3366	0.3235	0.3517	0.3535	0.3789
0.3711	0.3587	0.361	0.3737	0.391	0.4009
0.4093	0.3745	0.3992	0.3896	0.4292	0.4168
0.4481	0.3886	0.4381	0.4037	0.4681	0.4309
0.4877	0.4009	0.4776	0.4159	0.5076	0.4432
0.5277	0.4092	0.5177	0.4243	0.5476	0.4515
0.5683	0.4157	0.5582	0.4307	0.5882	0.458
0.6092	0.4234	0.5992	0.4385	0.6292	0.4657
0.8465	0.475	0.8365	0.4901	0.8665	0.5173
0.8931	0.4864	0.883	0.5014	0.913	0.5287
0.9392	0.4972	0.9291	0.5122	0.9591	0.5395
0.9848	0.5115	0.9747	0.5265	1.0047	0.5538
1.0296	0.5258	1.0195	0.5409	1.0495	0.5681
1.0736	0.54	1.0635	0.555	1.0935	0.5823
1.1167	0.5505	1.1067	0.5656	1.1367	0.5928
1.1595	0.561	1.1494	0.5761	1.1794	0.6033
1.2019	0.5725	1.1918	0.5876	1.2218	0.6148
1.2442	0.5862	1.2341	0.6013	1.2641	0.6285

**Tabla 60. Valores perfil de presión dinámica**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.

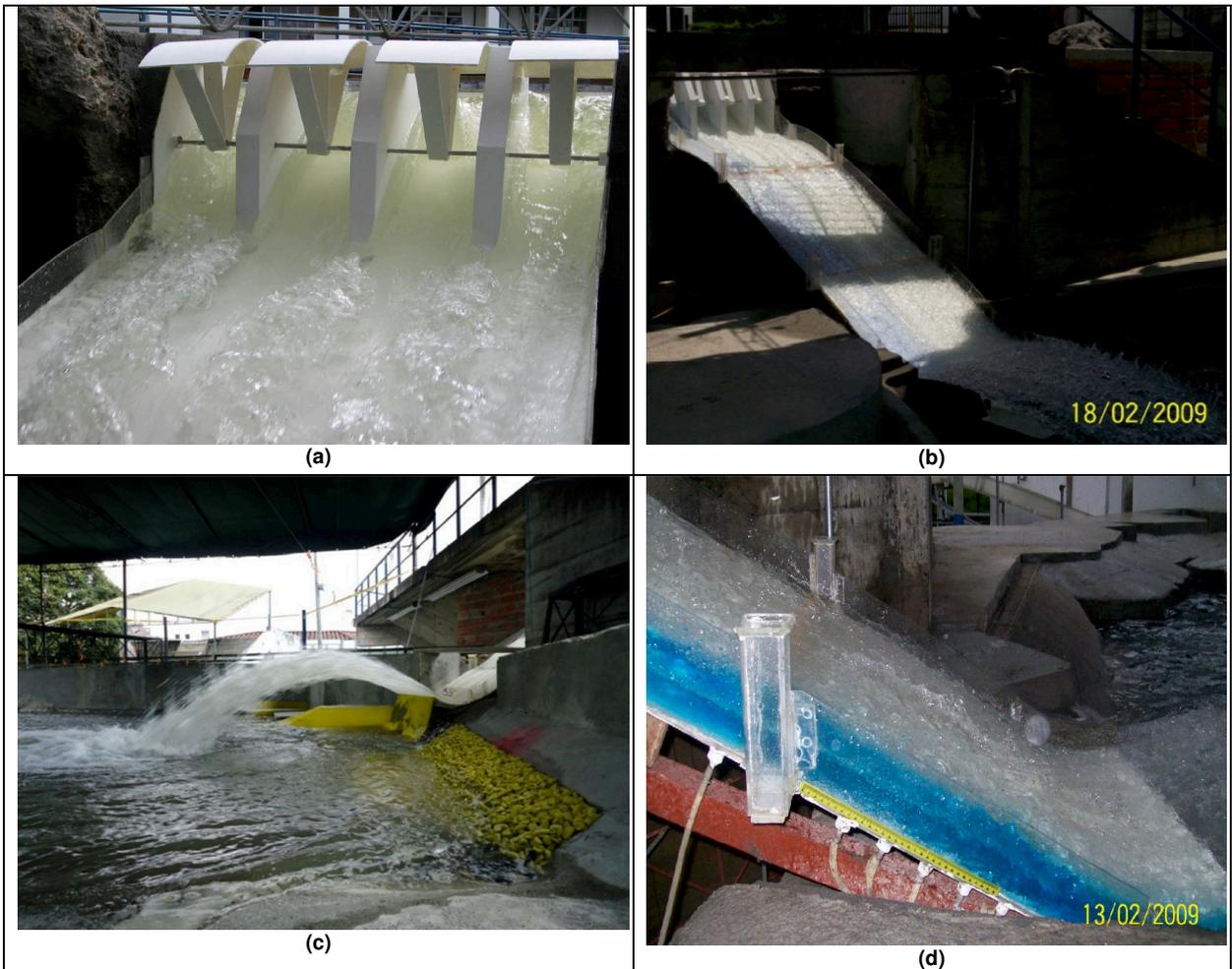
Perfil Lámina 290_724.6		Perfil Lámina 127.1_724.6		Perfil Lámina 103.94_724.6	
X	Presión dinámica	X	Presión dinámica	X	Presión dinámica
[ m ]	[m.c.a]	[ m ]	[m.c.a]	[ m ]	[m.c.a]
H / H <sub>b</sub> :	1.33	H / H <sub>b</sub> :	1.0	H / H <sub>b</sub> :	0.5
1.5408	0.709	1.5308	0.7241	1.5608	0.7513
1.5831	0.7259	1.5731	0.7409	1.6031	0.7682
1.6254	0.7419	1.6154	0.757	1.6454	0.7842
1.6677	0.757	1.6576	0.7721	1.6876	0.7993
1.7099	0.7711	1.6999	0.7862	1.7298	0.8134
1.7521	0.7841	1.7421	0.7992	1.772	0.8264
1.7943	0.7961	1.7842	0.8112	1.8142	0.8384
1.8365	0.8073	1.8264	0.8223	1.8564	0.8495
2.0472	0.8574	2.0371	0.8725	2.0671	0.8997
2.0894	0.8685	2.0793	0.8835	2.1093	0.9108
2.1316	0.8804	2.1216	0.8955	2.1515	0.9227
2.1739	0.8931	2.1638	0.9082	2.1938	0.9354
2.2163	0.9063	2.2062	0.9214	2.2362	0.9486
2.2587	0.9196	2.2487	0.9346	2.2787	0.9619
2.9112	0.9418	2.9011	0.9569	2.9311	0.9841
2.9454	0.9006	2.9354	0.9157	2.9654	0.9429
2.9786	0.8757	2.9686	0.8907	2.9986	0.918
3.0112	0.8828	3.0011	0.8979	3.0311	0.9251
3.0422	0.8507	3.0322	0.8657	3.0621	0.893
3.0715	0.8155	3.0615	0.8305	3.0915	0.8578
3.0992	0.7975	3.0892	0.8126	3.1192	0.8398
3.5725	0.3574	3.5624	0.3725	3.5924	0.3997
3.6213	0.3344	3.6112	0.3494	3.6412	0.3767
3.6714	0.3278	3.6614	0.3429	3.6914	0.3701
3.7235	0.2927	3.7135	0.3077	3.7434	0.335
3.7779	0.2839	3.7679	0.2989	3.7979	0.3262
3.8348	0.2729	3.8248	0.288	3.8547	0.3152
3.8958	0.2484	3.8857	0.2635	3.9157	0.2907
4.0021	0.1774	3.992	0.1924	4.022	0.2197
4.1089	0.125	4.0988	0.1401	4.1288	0.1673
4.2152	0.112	4.2052	0.127	4.2352	0.1543
4.3197	0.1092	4.3096	0.1243	4.3396	0.1515
4.4223	0.0985	4.4123	0.1136	4.4422	0.1408
5.0431	0.0953	5.0331	0.1104	5.063	0.1376
5.1276	0.087	5.1176	0.1021	5.1476	0.1293
5.2047	0.0807	5.1946	0.0958	5.2246	0.123
5.305	0.086	5.295	0.1011	5.325	0.1283
5.3454	0.0875	5.3354	0.1025	5.3653	0.1298
5.3852	0.0811	5.3752	0.0962	5.4052	0.1234
5.4644	0.0613	5.4543	0.0763	5.4843	0.1036
5.6185	0.0530	5.6084	0.068	5.6384	0.0953
5.7668	0.0558	5.7567	0.0709	5.7867	0.0981
5.9074	0.0663	5.8974	0.0813	5.9274	0.1086
5.9378	0.0676	5.9278	0.0826	5.9578	0.1099

**Tabla 61. Valores perfil de presión dinámica (continuación)**  
Fuente: Este estudio. ANSYS Fluent.



**Figura 113. Vertedero El Quimbo**

Fuente: INGETEC. Proyecto Hidroeléctrico el Quimbo. Documento No. Qd-ITE-13b-002 (2013).



**Figura 114. Modelo hidráulico Vertedero El Quimbo**

Fuente: Informe final diseño, construcción, instrumentación, calibración y operación del Modelo Hidráulico N° 2 del Proyecto Hidroeléctrico El Quimbo. Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales).