

**Diseño de un método meta-heurístico para resolver el problema de asignación de turnos de enfermería (NSP) con soft-constraints**

**Nicolás Giedelman Lasprilla**  
**Ingeniero Industrial**

**Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito**  
**Decanatura de Ingeniería Industrial**  
**Maestría en Ingeniería Industrial**  
**Bogotá D.C., Colombia**  
**2017**

**Diseño de un método meta-heurístico para resolver el problema de asignación de turnos de enfermería (NSP) con soft-constraints**

**Nicolás Giedelman Lasprilla**  
**Ingeniero Industrial**

Trabajo de investigación para optar al título de  
Magíster en Ingeniería Industrial

Director  
Angélica Sarmiento Lepsqueur  
Ingeniera Industrial, M. Sc.

Co-Director  
William Javier Guerrero  
Ingeniero Industrial, PhD.

**Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito**  
**Decanatura de Ingeniería Industrial**  
**Maestría en Ingeniería Industrial**  
**Bogotá D.C., Colombia**  
**2017**

© Únicamente se puede usar el contenido de las publicaciones para propósitos de información. No se debe copiar, enviar, recortar, transmitir o redistribuir este material para propósitos comerciales sin la autorización de la Escuela Colombiana de Ingeniería. Cuando se use el material de la Escuela se debe incluir la siguiente nota “Derechos reservados a Escuela Colombiana de Ingeniería” en cualquier copia en un lugar visible. Y el material no se debe notificar sin el permiso de la Escuela.

Publicado en 2017 por la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito. Avenida 13 No 205-59  
Bogotá. Colombia  
TEL: +57 – 1 668 36 00

## **Reconocimiento o Agradecimientos**

A mi familia por su apoyo incondicional en todo momento. A mis tutores MSc Angélica Sarmiento Lapesqueur Y PhD. William Javier Guerrero Rueda por su inagotable paciencia y consejos. Nada de esto podría ser sin ellos. A PhD. Victoria Eugenia Ospina Becerra por el apoyo que prestó al proyecto. A Black Lotus por ese último empujón que necesitaba y su apoyo en el momento final de angustia. A Aracelly Serna por sus consejos y guía durante la formulación de esta tesis. Y la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito por el financiamiento del proyecto.

## **Resumen**

Se proponen tres formulaciones matemáticas basadas en programación entera y un método heurístico basado en búsqueda local iterativa para solucionar el problema de asignación de turnos de enfermería en un hospital teniendo en cuenta el desgaste sufrido por las enfermeras debido a jornadas continuas de trabajo, así como por variaciones en los turnos asignados durante días consecutivos. Se considera un conjunto homogéneo de enfermeras que deben ser programadas en un conjunto de turnos definidos: Mañana, tarde, y Noche, cada uno de 8 horas, o a un descanso de 24h. La planeación se hace para un conjunto finito de días y se considera la prevención del desgaste laboral de las enfermeras procurando asignar turnos de forma constante y así permitirle al personal regular sus ciclos de sueño. Adicionalmente, se obliga la prohibición de jornadas laborales de más de tres días consecutivos y se busca minimizar las violaciones a un conjunto preestablecido de políticas institucionales de los hospitales que son deseables, pero no obligatorias. Estas incluyen la programación de un porcentaje mínimo de personal a cada turno por periodo para garantizar un buen nivel de servicio. Se compara el desempeño de los enfoques propuestos en un conjunto de 500 instancias generadas aleatoriamente con hasta 500 enfermeras y 7 días de planeación. Los resultados obtenidos muestran que uno de los modelos matemáticos tiene mejor desempeño que los otros y el método heurístico es competitivo dado que encuentra soluciones con un gap a optimalidad promedio de 7% en 0,3s.

## **Abstract**

Three mathematical models based on integer programming and a heuristic method based on iterated local search are proposed to solve the nurse scheduling problem for a hospital taking into account the burnout suffered by nurses caused by continuous working hours and variations in the assigned shifts during consecutive working days. A homogeneous set of nurses must be scheduled on a set of 8 hours working shifts: Morning, Afternoon and Night, or a 24 h “day-off”. The planning is performed for a finite number of days and it prevents the burnout of nurses by trying to schedule constant shifts and thus, the staff is able to regulate the sleep cycles. In addition, nurses are limited to work up to three days in a roll. The objective function is to minimize violations of a preset set of institutional policies of hospitals that are desirable, but not mandatory. These include scheduling a minimum percentage of nurses per shift per period to ensure a good service level. the performance of the proposed approaches is compared on a set of 500 randomly generated instances with up to 500 nurses and 7 days. Results show that one of the mathematical models has better performance than the others and the heuristic method is competitive since it finds solutions with an optimality gap of 7% computed in 0.3s

## TABLA DE CONTENIDO

<b>1</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN</b> .....	<b>7</b>
2.1	PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.....	7
2.2	OBJETIVOS .....	7
2.2.1	<i>Objetivo general</i> .....	7
2.2.2	<i>Objetivos específicos</i> .....	7
<b>3</b>	<b>ESTADO DEL ARTE</b> .....	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA</b> .....	<b>12</b>
4.1	FORMULACIÓN 1: FORMULACIÓN DE TRES ÍNDICES.....	13
4.2	FORMULACIÓN 2: FORMULACIÓN DE RECUBRIMIENTO DE CONJUNTOS CON VARIABLES BINARIAS .....	15
4.3	FORMULACIÓN 3: FORMULACIÓN DE RECUBRIMIENTO DE CONJUNTOS CON VARIABLES ENTERAS .....	19
<b>5</b>	<b>MÉTODO HEURÍSTICO</b> .....	<b>20</b>
5.1	CODIFICACIÓN DE UNA SOLUCIÓN .....	20
5.2	BÚSQUEDA LOCAL ITERATIVA .....	20
5.3	GENERACIÓN DE LA SOLUCIÓN INICIAL.....	22
5.4	BÚSQUEDA LOCAL: .....	23
5.5	PERTURBACIÓN:.....	23
<b>6</b>	<b>ANÁLISIS Y RESULTADOS</b> .....	<b>25</b>
6.1	COMPARACIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS PROPUESTOS.....	25
6.2	PARAMETRIZACIÓN DEL MÉTODO HEURÍSTICO .....	28
6.3	IMPACTO DEL COMPONENTE DE SOLUCIÓN INICIAL .....	29
6.4	DESEMPEÑO DE LA HEURÍSTICA .....	30
<b>7</b>	<b>CONCLUSIONES</b> .....	<b>33</b>
<b>8</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	<b>35</b>
<b>9</b>	<b>ANEXO 1</b> .....	<b>40</b>

## Lista de Ilustraciones

<i>Ilustración 1 CPU(s) vs cantidad de enfermeras-costos uniformes .....</i>	<i>27</i>
<i>Ilustración 2 CPU(s) vs Cantidad de enfermeras- costos no uniformes.....</i>	<i>27</i>
<i>Ilustración 5 Comparación tiempo empleado formulación 3 y el método heurístico.....</i>	<i>32</i>

## Lista de Tablas

<i>Tabla 1 resumen revisión de literatura. ....</i>	<i>9</i>
<i>Tabla 2 Ejemplo: esquema de trabajo factible.....</i>	<i>16</i>
<i>Tabla 3 Ejemplo: Esquema de trabajo infactible .....</i>	<i>16</i>
<i>Tabla 4 Esquemas de descanso factibles.....</i>	<i>16</i>
<i>Tabla 5 Ejemplo de número de variaciones indeseables en dos esquemas factibles.....</i>	<i>17</i>
<i>Tabla 6 Ejemplo codificación de solución método heurístico .....</i>	<i>20</i>
<i>Tabla 7 Comparación modelos matemáticos .....</i>	<i>26</i>
<i>Tabla 8 Resumen prueba iteraciones máximas .....</i>	<i>28</i>
<i>Tabla 9 Resumen experimentación intensidad de búsqueda local .....</i>	<i>29</i>
<i>Tabla 10 resultados experimentales métodos de generación de solución inicial.....</i>	<i>33</i>
<i>Tabla 11 Resultados tiempo heurística costos no uniformes.....</i>	<i>31</i>
<i>Tabla 12 Resultados tiempo heurística costos uniformes.....</i>	<i>31</i>





## 1 INTRODUCCIÓN

Se propone una herramienta de apoyo a la toma de decisiones formulando un modelo matemático basado en programación entera y un algoritmo heurístico para el problema de asignación de turnos de enfermería (NSP, *nurse scheduling problem*) considerando restricciones de prevención del síndrome del desgaste laboral y minimización de las violaciones a políticas institucionales. El problema estudiado consiste en programar el personal de enfermería de una institución prestadora de servicios de salud que trabaja tres turnos diarios, de 8 horas cada uno, dentro de un horizonte de planeación finito. Una programación adecuada de personal de enfermería tiene las siguientes características: 1. El personal debe trabajar un mínimo de días dentro del horizonte de planeación; 2. el personal tiene suficientes días libres, según lo estipulado por la institución. 3. Se minimizan las violaciones a diferentes políticas de trabajo establecidas con respecto a la duración de las jornadas laborales. Por ejemplo, no convendría asignar una enfermera a un turno de mañana inmediatamente después de haber cumplido con turno nocturno; y 4. Se debería programar los turnos de cada enfermera con un nivel de estabilidad de horarios de trabajo que le permite a la enfermera regular sus ciclos de sueño y así minimizar el desgaste laboral (Ekstedt et al., 2006). Es decir, una enfermera podrá difícilmente recuperarse y ajustar su rutina de sueño, luego de realizar una jornada laboral extensa si su programación es muy variable. Por ejemplo, un turno altamente inestable como: Mañana-tarde-noche-tarde-noche-mañana, genera alto desgaste laboral (Cifuentes, 2014).

El interés de resolver este problema radica en su impacto tanto en costos computacionales y de tiempo, como en los indicadores de rotación de enfermeras (Hayes et al., 2006)(Poghosyan, Liu, Shang, & D'Aunno, 2015)(Poghosyan et al., 2015) y ausentismo debido al desgaste sufrido por las enfermeras luego de largas jornadas continuas de trabajo, la calidad del servicio (Parra Hidalgo et al., 2012), costos de manejo de personal y capacidad de los hospitales (Maenhout & Vanhoucke, 2013a). Adicionalmente, una buena programación de turnos beneficia también a las enfermeras porque mejora sus condiciones de trabajo. Es interés también de los pacientes que el personal que está encargado de sus cuidados médicos, se encuentre en condiciones laborales y físicas adecuadas(Orejuela, Peña, & Bustamante, 2014). Además, el sistema público de salud requiere reducir costos de contratación, capacitación, y despido de personal de enfermería, con el fin de optimizar el uso de sus recursos (Jiménez, Guerrero, Amaya, & Velasco, 2007).

La labor de programar los turnos de enfermería es una tarea dispendiosa y requiere desarrollos tecnológicos. El NSP ha sido ampliamente estudiado en la literatura científica (ver Van Den Bergh, Beliën, De Bruecker, Demeulemeester, & De Boeck, 2013). Debido a su elevada complejidad es conocido como un problema NP-Hard (Firat & Hurkens, 2012), (Maenhout & Vanhoucke, 2013b). Sin embargo, los hospitales requieren que el sistema de apoyo a esta decisión, genere programaciones en tiempos de cálculo razonables.

Las contribuciones de esta tesis son las siguientes: Primero se proponen y comparan tres nuevas formulaciones matemáticas para modelar el NSP considerando una función objetivo que minimiza la violación de políticas laborales del hospital, incluyendo aquellas relacionadas con la prevención del desgaste laboral de las enfermeras(Maslach & Goldberg,

1998). Segundo, se propone un método heurístico de solución que satisface requerimientos técnicos de aplicabilidad en términos de calidad de solución y tiempo de cómputo.

El presente documento se encuentra organizado de la siguiente forma: la sección 2 explica los objetivos generales y específicos de este proyecto. En la sección 3 se presenta el estado del arte. En la sección 4 se describen los modelos basados en programación entera. En la sección 5, se detalla el método heurístico propuesto. El análisis comparativo de los modelos y el método heurístico se presenta en la sección 6. La sección 7 presenta las conclusiones de la tesis y la propuesta de investigación futura.

## 2 OBJETIVOS Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

### 2.1 Pregunta de Investigación

¿Cómo es el desempeño en términos de tiempo computacional y calidad de solución de una herramienta de tipo meta-heurístico basada en ILS (Iterated Local Search) en comparación con un modelo de programación entera; los cuales fueron diseñados con el fin de resolver instancias de mediano y gran tamaño de programación de turnos de enfermería con *soft-constraints*.

### 2.2 Objetivos

#### 2.2.1 Objetivo general

Diseñar una herramienta de soporte para la toma de decisiones de programación de turnos de enfermería basada en ILS (Iterated Local Search) para hallar soluciones de buena calidad, empleando tiempos y recursos de cómputo competitivos frente a un optimizador comercial.

#### 2.2.2 Objetivos específicos

- Proponer un modelo matemático de programación entera que caracterice el problema de asignación de turnos de enfermería con *soft-constraints*.
- Proponer una nueva herramienta de tipo meta-heurístico basada en ILS (Iterated Local Search), que permita hallar soluciones al problema de asignación de turnos de enfermería con *soft-constraints* cercanas al óptimo, en un tiempo razonable de cómputo.

### 3 ESTADO DEL ARTE

El NSP, hace parte de los problemas de logística hospitalaria (Jiménez et al., 2007) que estudian la compra, recepción, almacenamiento, distribución y manejo de recursos necesarios para los procesos internos de los hospitales o entidades que prestan servicios de salud (Massó, 2007). Dichos problemas estudian el uso eficiente de los recursos disponibles y escasos como lo son dinero, tiempo, espacio físico, personas, información y tiempo empleado para la realización de tareas específicas, puesto que dichos recursos impactan directamente en la capacidad operativa de las instituciones y el nivel de servicio a los pacientes. Los problemas de logística hospitalaria pueden abarcar varias temáticas entre las cuales se encuentran: Gestión de inventarios (Guerrero, Yeung, & Guéret, 2013), asignación de recursos (A. K. Y. Wong, 2016), transporte de pacientes (Guerrero, Velasco, & Amaya, 2012), programación de cirugías (Bam, Denton, Van Oyen, & Cowen, 2015)(Jebali, A., Hadj Alouane, A. B., & Ladet, 2006), gestión de la atención domiciliaria (Braekers, Hartl, Parragh, & Tricoire, 2016) (Gutiérrez et al., 2014) entre otros, una revisión de literatura sobre investigación de operaciones en logística hospitalaria se encuentra en (Rais & Viana, 2011).

La utilización de modelos matemáticos para optimizar el NSP inicia en la década de 1950 (Van Den Bergh, et al, 2013). (Burke, De Causmaecker, & Vanden Berghe, 2004) muestran métodos de clasificación para la asignación de turnos de enfermería planteados por K.R Baker (1976). Esta clasificación contempla tres configuraciones las cuales son: “shift scheduling” o asignación de turnos, donde se asignan turnos específicos de trabajo a empleados, buscando que no haya una sobre posición entre estos; “days off scheduling” considera un horizonte de planeación semanal con la premisa de tener que dar días libres a los empleados y “tour scheduling”, la cual consiste en no solo realizar la asignación de turnos de forma diaria, sino que también se realiza en un horizonte de planeación mayor. Es decir, se asigna los turnos de la semana especificando qué turno diario corresponde a cada empleado.

Recientemente se ha considerado la satisfacción de las necesidades de los empleados (Ernst, Jiang, Krishnamoorthy, & Sier, 2004) mediante el uso de restricciones suaves. Un ejemplo de este tipo de restricciones se encuentra en (Berrada, Ferland, & Michelon, 1996), en el cual se plantean la integración de dos aspectos: el concepto de preferencia por parte de las enfermeras, y segundo, el cumplimiento de políticas de trabajo. Por ejemplo, la inconveniencia de encontrar enfermeras asignadas a trabajar en secuencia de “descanso-día laboral- descanso”, siendo esta situación posible pero penalizada en la función objetivo del problema. Wright & Mahar (2013) realizan un estudio sobre el impacto de centralizar las decisiones de programación de enfermeras y los resultados muestran un aumento promedio en la satisfacción del personal de enfermería del 34%.

Asociado al problema de programación de enfermeras, se ha propuesto el problema de “rostering” (Burke et al., 2004). Este consiste en asignar labores específicas durante franjas horarias definidas a cada empleado. (Braekers et al., 2016) estudian el problema de rostering para enfermeras con el fin de suplir la demanda existente de cuidados requeridos por pacientes y mantener de esta forma un nivel de servicio específico.

La literatura científica propone una variedad de métodos exactos, heurísticos y meta-heurísticos de solución considerando la complejidad del problema y los tamaños de instancia por resolver. Por ejemplo, (Bard & Purnomo, 2007) presentan una heurística basada en relajación de Lagrange para generar asignaciones de turnos de enfermería cíclicos tomando en cuenta las preferencias de las enfermeras. A nivel práctico, es deseable poder calcular soluciones cercanas al óptimo usando recursos computacionales limitados (Judge & Miller, 1991). Entre los métodos basados en meta-heurísticas presentados en la literatura se encuentran el tabú-search (Wong, Xu, & Chin, 2014), algoritmos genéticos (Aickelin & Dowsland, 2010), y búsqueda local iterativa (Van Den Bergh et al., 2013). Modelos de optimización multi-objetivo se han propuesto por Burke (2012) con restricciones suaves y propone una meta-heurística de recocido simulado. Adicionalmente se proponen acercamientos para generar soluciones basadas en al problema de asignación de turnos de enfermería (Topaloglu & Selim, 2010)

La tabla 1 presenta un resumen de los diferentes aportes encontrados en la literatura científica. La columna 2 indica si el artículo considera las preferencias de las enfermeras. La columna 3 indica si se toman en cuenta habilidades diferentes por cada enfermera. La columna 4 indica si se propone una asignación centralizada. Es decir, no hace la asignación por unidades de cuidado. La columna 5 indica si se formulan restricciones suaves. La columna 6 indica el método propuesto de solución de cada artículo.

<b>Autores</b>	<b>Preferencias de las enfermeras</b>	<b>Habilidades por enfermera</b>	<b>Centralizado</b>	<b>Restricciones suaves</b>	<b>Método de solución</b>
(Weil, Heus, Chan, & François, 1998)	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-	<i>Constraint programming</i>
(Bard & Purnomo, 2005)	-	-	<input checked="" type="checkbox"/>	-	<i>Exácto</i>
(Bard & Purnomo, 2007)	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-	<i>Heurístico/exácto</i>
(Maenhout & Vanhoucke, 2007)	-	-	-	-	<i>Heurístico</i>
(Goodman, Dowsland, & Thompson, 2009)	-	-	-	-	<i>Heurístico</i>
(Constantino, Klimentova, Viana, & Rais, 2013)	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	<input checked="" type="checkbox"/>	<i>Heurístico</i>
(Wright & Mahar, 2013)	-	-	<input checked="" type="checkbox"/>	-	<i>Exacto</i>
(Orejuela et al., 2014)	-	-	-	-	<i>Exacto</i>
(T. C. Wong, Xu, & Chin, 2014)	-	-	-	-	<i>Heurístico</i>
Wu, Yeh, & Lee, (2015)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-	<input checked="" type="checkbox"/>	<i>Exacto / Heurístico</i>
(Maenhout & Vanhoucke, 2016)	-	-	<input checked="" type="checkbox"/>	-	<i>Exacto</i>
(Braekers et al., 2016)	-	-	-	-	<i>Exacto / Heurístico</i>

*Tabla 1 resumen revisión de literatura NSP.*

Adicionalmente se consideran otros trabajos realizados en la literatura científica para diferentes problemas de asignación de recursos tales como salas de cirugía, personal médico y programación de turnos de personal en aerolíneas. En dichos estudios se contemplan métodos heurísticos para resolver problemas de asignación. (Gendreau et al., 2007) plantean algoritmos genéticos para la asignación de personal médico en hospitales de Montreal al igual que métodos heurísticos basados en generación de columnas y búsqueda tabú. (Gunawan & Lau, 2012) consideran modelos de programación matemática con el objetivo de realizar la asignación de personal satisfaciendo los requisitos del hospital y las preferencias del personal médico. (Wang et al., 2007) presenta un algoritmo genético para realizar la asignación de residentes médicos en un hospital presentando un nuevo operador de mutación dinámico.

En la tabla 2 se resumen otros aportes realizados a problemas de asignación de personal y maquinaria. En la primera columna se presentan los autores, así como el año de publicación. En la segunda columna se indica el sector económico al que pertenece la problemática. En la tercera y cuarta columna se indica el método planteado de solución y si el trabajo contempla restricciones suaves. En la quinta columna se indica el objetivo general del problema

<b>Autor</b>	<b>Sector económico</b>	<b>Método de solución</b>	<b>Restricciones suaves</b>	<b>Objetivo</b>
(Gahm, Dünwald, & Sahamie, 2014)	Industria de manufactura	heurístico	-	Planeación de producción
(Liu & W. Layland, 1973)	Industria de manufactura	heurístico	-	Asignación de tareas con un predecesor
(Hanoun, Khan, Johnstone, Nahavandi, & Creighton, 2013)	Explotación minera de carbón	heurístico	-	Programación de maquinaria
(Gendreau et al., 2007)	Sector salud	Heurístico / programación matemática/ programación de restricciones	-	Asignación de turnos médicos.
(Wang et al., 2007)	Sector salud	Heurístico / algoritmo genético	<input checked="" type="checkbox"/>	Asignación de turnos médicos.
(Brusco, Jacobs, Bongiorno, Lyons, & Tang, 1995)	Sector transporte / aerolíneas	Heurístico / generación de columnas / recorrido simulado	-	Asignación de turnos de empleados.
(Soomer & Franx, 2008)	Sector transporte / aerolíneas	Heurístico	-	Asignación de aterrizajes en aeronaves

(Ozdemir & Mohan, 2001)	Sector transporte / aerolíneas	Heurístico / algoritmo genético	-	Asignación de horarios de vuelo
(El Moudani & Mora-Camino, 2000)	Sector transporte / aerolíneas	Programación dinámica	-	Programación de mantenimiento
(Bruni & Detti, 2014)	Sector salud	Programación entera mixta	-	Asignación de turnos a personal médico
(Maenhout & Vanhoucke, 2010)	Sector transporte / aerolíneas	Heurístico / scatter search	-	Asignación de labores y turnos al personal

En conclusión, existe una gran variedad de literatura científica sobre el problema de programación de turnos de enfermería y problemas afines. Se contemplan asignaciones de labores de mantenimiento o de trabajo para empleados y maquinaria en varios sectores de la economía como explotación minera, transporte aéreo y manufactura. Se proponen métodos exactos y heurísticos. Con respecto al problema del NSP muchos de los artículos están enfocados en satisfacer las preferencias de las enfermeras o del personal médico. Por el contrario, este proyecto buscará optimizar la programación en función del mínimo número posible de violaciones de políticas institucionales de los hospitales para operar eficientemente. El modelo propuesto en este documento utiliza restricciones suaves para procurar el cumplimiento de políticas y evitar secuencias de turnos de trabajo que generan excesivo desgaste laboral.

#### 4 FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA

En la siguiente sección se presentan tres formulaciones matemáticas basadas en programación entera. Resultado de entrevistas con expertos se formulan los siguientes supuestos:

- I. El horizonte de planeación es de siete días laborables por requerimientos funcionales.
- II. Por cada semana (de lunes a domingo), cada una de las enfermeras puede trabajar un máximo de 5 días.
- III. Se consideran tres turnos de trabajo de ocho horas cada uno: mañana (6:00 am a 2:00 pm), tarde (2:00 pm a 10:00 pm) y noche (10:00 pm a 6:00 am). Alternativamente, es posible asignar un día de descanso en el cual la enfermera debe descansar en su domicilio.
- IV. Las enfermeras no pueden ser asignada a dos turnos o más durante el mismo día.
- V. Debido al desgaste sufrido por la enfermera como consecuencia de su labor, se estipula que la asignación de turnos, no excederá tres días consecutivos, tras los cuales obligatoriamente se ha de programar un día de descanso.(Hayes et al., 2006)

Se consideran dos tipos de restricciones, las cuales se clasifican según su función. El primer conjunto de restricciones se denomina restricciones de tipo duro y tienen por función dar cumplimiento a las siguientes políticas de trabajo obligatorias: ninguna de las enfermeras puede laborar más de cinco días durante el horizonte de planeación de siete días y no es posible generar jornadas de más de 3 días consecutivos de trabajo.

El segundo conjunto de restricciones, llamadas restricciones suaves, tiene por objetivo procurar el cumplimiento de políticas institucionales que no son obligatorias, pero son deseables. Estas son las siguientes: Primero, existe un porcentaje mínimo deseado de enfermeras que es asignado a los turnos de mañana, tarde, noche para cada día. Segundo, existe un porcentaje máximo deseado de enfermeras que descansan por día. Tercero, se debe evitar programar para cada enfermera una secuencia consecutiva de turnos de trabajo variables. Por ejemplo, es posible, pero se debe evitar, programar para una enfermera la secuencia noche-mañana-tarde para tres días seguidos.

Se proponen tres modelos matemáticos que se diferencian por la definición y cantidad de sus variables de decisión. En el primer modelo, se consideran variables de decisión de asignación de turnos de trabajo día a día para cada enfermera. Los dos modelos restantes están inspirados en un modelo de recubrimiento de conjuntos en donde las variables de decisión asignan esquemas completos de trabajo para el horizonte de planeación a las enfermeras. Se definen los conjuntos y parámetros de entrada para los modelos matemáticos, comunes para las tres formulaciones propuestas.

##### Notación general

Sea  $I = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  el conjunto de enfermeras a asignar a las labores diarias durante el horizonte de planeación. Sea  $J = \{\text{mañana}, \text{tarde}, \text{noche}\}$  el conjunto de turnos de trabajo durante un día y  $K = \{1, 2, 3, \dots, D\}$  los días del horizonte de planeación.



Se definen parámetros de entrada, los cuales van ligados a las políticas institucionales que se desean incorporar al modelo. Sea  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  el porcentaje de enfermeras que es deseable asignar al turno de mañana, tarde y noche respectivamente, del total de enfermeras que se encuentre laborando en cada día. Sea  $\omega$  el porcentaje máximo deseable de enfermeras que descansan durante un mismo día, calculado sobre el total de enfermeras. Los parámetros  $D_c$  y  $D_{max}$  indican el máximo número de días consecutivos laborables por enfermera y la cantidad máxima de días que pueden trabajar durante el horizonte de planeación respectivamente.

Adicionalmente, sea  $c_1$  el costo asociado a la penalidad incurrida por cada enfermera que no es asignada a un turno de “mañana” requerida para cumplir el porcentaje deseado  $\alpha$  en un día. Sea  $c_2$  el costo asociado a la penalidad incurrida por cada enfermera que no es asignada a un turno de “tarde” requerida para cumplir el porcentaje deseado  $\beta$  en un día. Sea  $c_3$  el costo asociado a la penalidad incurrida por cada enfermera que no es asignada a un turno de “noche” requerida para cumplir el porcentaje deseado  $\gamma$  en un día.

Sea  $c_4$  el costo de penalización en el que se incurre en caso tal que la cantidad de enfermeras asignadas a un descanso en cualquier día del horizonte de planeación, supere la meta establecida  $\omega$ , y sean los costos  $c_5$ ,  $c_6$ ,  $c_7$  y  $c_8$  los asociados a la asignación de turnos diferentes de trabajo durante jornadas consecutivas antes de un descanso.

#### 4.1 Formulación 1: Formulación de tres índices

La siguiente formulación realiza la asignación de turnos indicando si a una enfermera en especial se le asigna un turno específico durante un día del horizonte de planeación. Sea:

$$X_{(i,j,k)} = \begin{cases} 1 & \text{si la enfermera } i \text{ es asignada en el turno } j \text{ del día } k \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall j \in J$$

Adicionalmente se consideran las variables de decisión enteras auxiliares  $S1_{(k)}$  hasta  $S4_{(k)}$  que tienen por función calcular el incumplimiento de las restricciones referentes a la proporción deseada de personal asignado a los turnos de mañana, tarde y noche, así como al personal máximo en descanso permitido según los parámetros establecidos por las políticas institucionales. De manera similar, las variables de decisión binarias  $S5_{(i,k)}$ ,  $S6_{(i,k)}$ ,  $S7_{(i,j,k)}$  y  $S8_{(i,j,k)}$  calculan si la programación de una enfermera  $i$  en el día  $k$  tuvo una variación con respecto a los turnos asignados antes de un día de descanso. La definición de estas variables es la siguiente:

- $S1_{(k)}$  Cantidad de enfermeras no asignadas al turno de mañana que son requeridas para cumplir el porcentaje deseado  $\alpha$  en el día  $k$ .
- $S2_{(k)}$  Cantidad de enfermeras no asignadas al turno de tarde que son requeridas para cumplir el porcentaje deseado  $\beta$  en el día  $k$ .
- $S3_{(k)}$  Cantidad de enfermeras no asignadas al turno de noche que son requeridas para cumplir el porcentaje deseado  $\gamma$  en el día  $k$ .
- $S4_{(k)}$  Cantidad de enfermeras asignadas al turno de descanso que exceden la cantidad deseada para cumplir el porcentaje deseado  $\omega$  en el día  $k$ .

- $S_{5(i,k)} = 1$  si la enfermera  $i$  tiene asignado un turno de noche durante el día  $k$  y un turno de mañana en el día  $k+1$ . 0 en caso contrario.
- $S_{6(i,k)} = 1$  si la enfermera  $i$  tiene asignado un turno de mañana durante el día  $k$  y un turno de noche en el día  $k+1$ . 0 en caso contrario.
- $S_{7(i,j,k)} = 1$  si la enfermera  $i$  tiene asignado un turno  $j$  durante el día  $k$  y un turno de  $j+1$  en el día  $k+1$ . 0 en caso contrario.
- $S_{8(i,j,k)} = 1$  si la enfermera  $i$  tiene asignado un turno  $j$  durante el día  $k$  y un turno de  $j-1$  en el día  $k+1$ . 0 en caso contrario.

El modelo matemático propuesto es el siguiente:

$$\begin{aligned} \min z = & \sum_{k \in K} [(c1 * S1_{(k)}) + (c2 * S2_{(k)}) + (c3 * S3_{(k)}) + (c4 * S4_{(k)})] \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} [(c5 * S5_{(i,k)}) + (c6 * S6_{(i,k)})] \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} (c7 * S7_{(i,j,k)} + c8 * S8_{(i,j,k)}) \end{aligned} \quad (1)$$

*Sujeto a:*

$$\sum_{j \in J} x_{i,j,k} = 1 ; \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} X_{(i,j,k)} = D_{max}; \quad \forall i \in I \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J} (X_{(i,j,k-1)} + X_{(i,j,k)} + X_{(i,j,k+1)} + X_{(i,j,k+2)}) \leq D_c; \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (4)$$

La función objetivo (1) busca minimizar la cantidad ponderada de violaciones a las políticas institucionales del hospital. El primer conjunto de restricciones (2)-(4) son restricciones de asignación. La eq. (2) indica que a cada enfermera no se le puede asignar más de un turno por día. La eq. (3) obliga que cada enfermera trabaje exactamente  $D_{max}$  días por semana y la eq. (4) prohíbe que una enfermera labore más de  $D_c$  días consecutivos.

$$\sum_{i \in I} X_{(i,1,k)} + S1_{(k)} \geq \alpha * \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} X_{(i,j,k)}; \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} X_{(i,2,k)} + S2_{(k)} \geq \beta * \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} X_{(i,j,k)}; \quad \forall k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I} X_{(i,3,k)} + S3_{(k)} \geq \gamma * \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} X_{(i,j,k)}; \quad \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} X_{(i,j,k)} + S4_{(k)} \geq (1 - \omega) * n \quad \forall k \in K \quad (8)$$

El segundo grupo de restricciones (5) - (8) modelan las políticas institucionales de un hospital. Las eq. (5) - (7) calculan el porcentaje deseado sobre el total de enfermeras en los turnos de mañana, tarde y noche respectivamente. Es deseable que exista por lo menos una cantidad mínima de enfermeras asignadas diariamente a los turnos de trabajo calculados como la cantidad de enfermeras asignadas a un día específico multiplicada por su factor de proporción. De ser incumplidas estas políticas, las variables  $S1_{(k)}$ ,  $S2_{(k)}$  o  $S3_{(k)}$  tomarán valores necesarios para satisfacer las desigualdades y el valor de dichas variables afectará la función objetivo. La ecuación (8) limita la cantidad máxima permitida de enfermeras que toman descanso en un mismo día. Para este caso, la variable  $S4_{(k)}$  aumentará su valor en una unidad por cada enfermera faltante tomando como referencia la meta de personal asignado a descanso durante un día especificada mediante el parámetro  $\omega$ .

$$X_{(i,3,k)} + X_{(i,1,k+1)} \leq 1 + S5_{(i,k)} \quad \forall i \in I; \quad \forall k \in K \quad /k < 7 \quad (9)$$

$$X_{(i,1,k)} + X_{(i,3,k+1)} \leq 1 + S6_{(i,k)} \quad \forall i \in I; \quad \forall k \in K \quad |k < 7 \quad (10)$$

$$X_{(i,j,k)} + X_{(i,j+1,k+1)} \leq 1 + S7_{(i,j,k)} \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad |k < 7, \forall j \in J \quad |j < 3 \quad (11)$$

$$X_{(i,j,k)} + X_{(i,j-1,k+1)} \leq 1 + S8_{(i,j,k)} \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad |k < 7, \forall j \in J \quad > 1 \quad (12)$$

El conjunto de restricciones (9)-(12) calcula el nivel de violación de cada política institucional en caso que existan turnos diferentes durante una secuencia de días entre descansos. La ecuación (9) calcula con la variable  $S5_{(i,k)}$  si un turno de mañana es precedido por uno de noche. La ecuación (10) calcula la variable  $S6_{(i,k)}$  si un turno de mañana precede a uno de noche. Las ecuaciones (11) y (12) calculan las variables  $S7_{(i,j,k)}$  y  $S8_{(i,j,k)}$ , permitiendo identificar variaciones en los turnos en días consecutivos. La cantidad de variables de decisión de este modelo es igual a  $|K| * (4 + |I| * (3|J| + 2))$ .

#### 4.2 Formulación 2: Formulación de recubrimiento de conjuntos con variables binarias

La segunda formulación propuesta considera el conjunto completo de esquemas de trabajo posibles para una enfermera. Para esto, se define el conjunto  $z = \{1,2,3, \dots Z\}$  el cual contiene todos las secuencias de trabajo posibles, que cumplen con las restricciones descritas en las ecuaciones (2)-(4). Un ejemplo de un posible esquema de trabajo que cumple todos los supuestos al prohibir jornadas de trabajo de más de cinco días a la semana, más tres días consecutivos de trabajo y realizar la asignación de un turno diario se muestra en la tabla 2.

<i>Esquema 1</i>	<i>lunes</i>	<i>martes</i>	<i>miércoles</i>	<i>Jueves</i>	<i>viernes</i>	<i>sábado</i>	<i>Domingo</i>
------------------	--------------	---------------	------------------	---------------	----------------	---------------	----------------

	<i>mañana</i>	<i>mañana</i>	<i>Descanso</i>	<i>Mañana</i>	<i>mañana</i>	<i>mañana</i>	<i>Descanso</i>
--	---------------	---------------	-----------------	---------------	---------------	---------------	-----------------

*Tabla 2 Ejemplo: esquema de trabajo factible*

Un ejemplo de un esquema infactible se presenta en la tabla 3 donde se incumplen los supuestos porque solo existe un día de descanso durante el horizonte de planeación, se trabaja durante 5 días consecutivos. Por lo anterior, este esquema no es factible y no debe ser considerado para asignar a una enfermera.

Esquema infactible	lunes	martes	miércoles	jueves	Viernes	sábado	Domingo
	mañana	mañana	noche	mañana	Mañana	mañana	Descanso

*Tabla 3 Ejemplo: Esquema de trabajo infactible*

Para calcular el conjunto total de esquemas, que denotaremos como el conjunto *DESC*, es necesario considerar el conjunto de las asignaciones posibles de días de descanso. Para un horizonte de planeación de 7 días las configuraciones posibles de descansos son las siguientes:

Esquema de descansos	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
1	D			D			
2	D				D		
3		D		D			
4		D			D		
5		D				D	
6			D		D		
7			D			D	
8			D				D
9				D		D	
10				D			D

*Tabla 4 Esquemas de descanso factibles*

El conjunto de todas las posibles combinaciones de turnos (mañana, tarde y noche) tomando en cuenta los esquemas de descansos pueden ser generadas usando el algoritmo 1. Los pasos del 3-11 se repiten para cada esquema de descanso fijo, mostrado en la tabla 4. Para cada una de las combinaciones de descansos factibles mostradas anteriormente y para cada uno de los días de planeación se generan esquemas en los cuales se insertan todos los posibles turnos de trabajo. La condición que se valida en el paso 5 del algoritmo asegura que un turno de trabajo no se puede asignar a una posición que está asignada previamente a un descanso en ese esquema. De esta forma, para un horizonte de planeación de 7 días laborales, se generan 2430 posibles esquemas los cuales contemplan todas las posibles configuraciones de trabajo para ser asignadas a las enfermeras.

---

**Algoritmo 1: GENERACIÓN ESQUEMAS**


---

```

1: Input: combinaciones de descansos (DESC), turnos(J), Días (k)
2: For i = 1 to DESC{
3:   For k=0 to K{
4:     For j= 1 to J{
5:       If ( j!= DESC(1) || j!=DESC(2)){
6:         Esquema(i)=j
7:       }
8:       Else{
9:         Esquema(i)="D"
10:      }
11:    }
12:  }

```

La cantidad de esquemas posibles es igual a  $(j^{(k-d)}) * DS$ , en donde  $j$  indica la cantidad de turnos posibles,  $k$  indica la cantidad de días del horizonte de planeación,  $d$  indica los días de descanso estipulados, y  $DS=10$  es la cantidad de posibles esquemas de descansos, para un horizonte de planeación de 7 días.

Sea el parámetro  $W_{zjk} = 1$  si el esquema de turnos  $z$  tiene el turno  $j \in J$  en el día  $k$ . 0 de lo contrario. También, definimos el parámetro  $t_z$  como la cantidad de variaciones de turnos en días consecutivos no deseadas del esquema  $z$ . A manera de ejemplo, a continuación, se muestra el valor de  $t_z$  para dos esquemas de trabajo factibles. Se resalta en negrilla las variaciones consecutivas de mañana-tarde y noche-mañana por ser indeseables.

<i>Día</i>	<i>Lunes</i>	<i>Martes</i>	<i>Miércoles</i>	<i>Jueves</i>	<i>Viernes</i>	<i>Sábado</i>	<i>Domingo</i>	$t_z$
<i>Esquema</i> (z=1)	<b>Mañana</b>	<b>Tarde</b>	Descanso	Noche	Descanso	<b>Noche</b>	<b>Mañana</b>	2
<i>Esquema</i> (z=2)	Mañana	Mañana	Descanso	Mañana	Mañana	Mañana	Descanso	0

*Tabla 5 Ejemplo de número de variaciones indeseables en dos esquemas factibles*

Como se puede ver en la tabla 5, el valor de  $t_z$  depende únicamente de la cantidad encontrada de turnos diferentes entre sí, ignorando días de descanso. Para el primer esquema generado se puede ver que hay diferencias de turnos entre los días lunes a martes y sábado a domingo. Por lo tanto, el parámetro  $t_z$  tomará el valor de 2. Por el contrario, el esquema 2 no presenta dichas variaciones. Por lo tanto,  $t_z$  toma el valor 0.

De esta forma, se plantea una variable de decisión binaria  $R_{i,z}$ , definida a continuación:

$$R_{i,z} = \begin{cases} 1 & \text{si el esquema de trabajo } z \text{ es asignado a la enfermera } i \in I \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Adicionalmente se plantean las siguientes variables enteras:

- $S1'(k)$  Cantidad de enfermeras no asignadas al turno de mañana que son requeridas para cumplir el porcentaje deseado  $\alpha$  en el día  $k$ .
- $S2'(k)$  Cantidad de enfermeras no asignadas al turno de tarde que son requeridas para cumplir el porcentaje deseado  $\beta$  en el día  $k$ .
- $S3'(k)$  Cantidad de enfermeras no asignadas al turno de noche que son requeridas para cumplir el porcentaje deseado  $\gamma$  en el día  $k$ .
- $S4'(k)$  Cantidad de enfermeras asignadas al turno de descanso que exceden la cantidad deseada para cumplir el porcentaje deseado  $\omega$  en el día  $k$ .

Para esta segunda formulación, se considera la función objetivo (13). El primer factor penaliza el número de variaciones de turnos indeseados realizando la ponderación indicada por el valor de  $C5$ . El segundo factor de la función objetivo realiza la penalización ponderada de las violaciones a las demás políticas institucionales. El modelo propuesto se presenta a continuación:

$$\min z = \sum_{z \in Z} \sum_{i \in I} (R_{i,z} * t_z * C5) + \sum_{k \in K} (S1'(k) * C1 + S2'(k) * C2 + S3'(k) * C3 + S4'(k) * C4) \quad (13)$$

Sujeto a:

$$\sum_{z \in Z} R_{i,z} = 1 \quad \forall i \in I \quad (14)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{z \in Z | W_{(z,mañana,k)} > 0} R_{i,z} + S1'(k) \geq \alpha * \left[ \sum_{i \in I} \sum_{z \in Z | W_{(z,mañana,k)} > 0} R_{i,z} + \sum_{i \in I} \sum_{z \in Z | W_{(z,tarde,k)} > 0} R_{i,z} + \sum_{i \in I} \sum_{z \in Z | W_{(z,noche,k)} > 0} R_{i,z} \right] \quad \forall k \in K \quad (15)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{z \in Z | W_{(z,tarde,k)} > 0} R_{i,z} + S2'(k) \geq \beta * \left[ \sum_{i \in I} \sum_{z \in Z | W_{(z,mañana,k)} > 0} R_{i,z} + \sum_{i \in I} \sum_{z \in Z | W_{(z,tarde,k)} > 0} R_{i,z} + \sum_{i \in I} \sum_{z \in Z | W_{(z,noche,k)} > 0} R_{i,z} \right] \quad \forall k \in K \quad (16)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{z \in Z | W_{(z,noche,k)} > 0} R_{i,z} + S3'(k) \geq \gamma * \left[ \sum_{i \in I} \sum_{z \in Z | W_{(z,mañana,k)} > 0} R_{i,z} + \sum_{i \in I} \sum_{z \in Z | W_{(z,tarde,k)} > 0} R_{i,z} + \sum_{i \in I} \sum_{z \in Z | W_{(z,noche,k)} > 0} R_{i,z} \right] \quad \forall k \in K \quad (17)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{z \in Z | (W_{(z,mañana,k)}=0) \& (W_{(z,tarde,k)}=0) \& (W_{(z,noche,k)}=0)} R_{i,z} + S4'(k) \geq \omega * n \quad \forall k \in K \quad (18)$$

La ecuación (14) restringe que a cada enfermera se asigne un único esquema de trabajo, equivalente a la ecuación (2). Las restricciones (15) -(17) permiten calcular los valores de las variables auxiliares, ( $S1'(k)$  hasta  $S3'(k)$ ) dado el caso que se violen las políticas de turnos asociadas, siendo equivalentes a las ecuaciones (5) -(7). La ecuación (18) calcula el valor de

la variable  $S4_{(k)}$  igual a la cantidad de enfermeras que sean asignadas a un turno de descanso por encima del máximo valor permitido, indicado por el parámetro  $\omega$  siendo equivalente a la ecuación (8). Las ecuaciones (15) -(18) se evalúan para cada uno de los días del horizonte de planeación garantizando la contabilización de las violaciones realizadas a las políticas.

#### 4.3 Formulación 3: Formulación de recubrimiento de conjuntos con variables enteras

Para esta formulación se introduce la variable de decisión entera  $H_z$ , la cual reemplaza a la variable  $R_{(i,z)}$ , y es definida como la cantidad de enfermeras a las cuales se les asigna el esquema de trabajo  $z$ . Es decir, se usa la siguiente identidad para reformular el problema:

$$H_z = \sum_i R_{iz} \quad \forall z \in Z \quad (19)$$

Se modifica también el modelo matemático planteado anteriormente formulando la restricción (21) con el fin de indicar que el número de enfermeras a programar es igual a  $n$ . La formulación matemática completa se muestra a continuación:

$$\min z = \sum_{z \in Z} (H_z * t_z * C5) + \sum_{k \in K} (S1_{(k)} * C1 + S2_{(k)} * C2 + S3_{(k)} * C3 + S4_{(k)} * C4) \quad (20)$$

Sujeto a:

$$\sum_{z \in Z} H_z = n \quad (21)$$

$$\sum_{z \in Z | W_{(z,mañana,k)} > 0} H_z + s1_{(k)} \geq \alpha * \left[ \sum_{z \in Z | W_{(z,mañana,k)} > 0} H_z + \sum_{z \in Z | W_{(z,tarde,k)} > 0} H_z + \sum_{z \in Z | W_{(z,noche,k)} > 0} H_z \right] \quad \forall k \in K \quad (22)$$

$$\sum_{z \in Z | W_{(z,tarde,k)} > 0} H_z + s2_k \geq \beta * \left[ \sum_{z \in Z | W_{(z,mañana,k)} > 0} H_z + \sum_{z \in Z | W_{(z,tarde,k)} > 0} H_z + \sum_{z \in Z | W_{(z,noche,k)} > 0} R_{i,z} \right] \quad \forall k \in K \quad (23)$$

$$\sum_{z \in Z | W_{(z,noche,k)} > 0} H_z + s3_k \geq \gamma * \left[ \sum_{z \in Z | W_{(z,mañana,k)} > 0} H_z + \sum_{z \in Z | W_{(z,tarde,k)} > 0} H_z + \sum_{z \in Z | W_{(z,noche,k)} > 0} H_z \right] \quad \forall k \in K \quad (24)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{z \in Z | (W_{(z,mañana,k)}=0) \& (W_{(z,tarde,k)}=0) \& (W_{(z,noche,k)}=0)} H_z + s4_{(k)} \geq \omega * n \quad \forall k \in K \quad (25)$$

Para esta formulación, la ecuación (20) describe la nueva función objetivo. Las ecuaciones (22) -(25) son equivalentes a las ecuaciones (15)-(18). Las ecuaciones (22) -(24) calculan las variables auxiliares correspondientes en caso tal que las políticas institucionales sean violadas. La ecuación (25) calcula la falta de personal asignado a labores durante un día en específico. Para los dos últimos modelos planteados la cantidad de variables es:  $(4k + Z * i)$  y  $(4k + Z)$  respectivamente.

## 5 MÉTODO HEURÍSTICO

El método heurístico propuesto está basado en una búsqueda local iterativa (ILS) (Lourenço, Martin, & Stützle, 2003) y se compone de los siguientes elementos: codificación de la solución, generación de soluciones iniciales, búsqueda local, y método de perturbación. Se describe la heurística y cada uno de sus componentes.

### 5.1 Codificación de una solución

La solución se presenta como una matriz de  $i$  filas y  $k$  columnas donde  $i$  indica la cantidad de enfermeras a asignar y  $k$  la cantidad de días en el horizonte de planeación. La codificación establece que los turnos de mañana, tarde y noche serán identificados con los valores 1, 2 y 3 respectivamente. Los descansos serán señalados mediante el valor 4. La tabla 6 presenta un ejemplo de una solución factible para un problema de tres enfermeras y 7 días de planeación. En el ejemplo, la enfermera I tiene asignados turnos de mañana los días lunes, martes y viernes, un turno de tarde el día jueves, el día sábado es asignado al turno de la noche y descansa el miércoles y el domingo.

Enfermera	lunes	martes	miércoles	jueves	viernes	sábado	Domingo
<b>I</b>	1	1	4	2	1	3	4
<b>II</b>	2	1	4	3	3	4	3
<b>III</b>	4	2	2	4	2	1	2

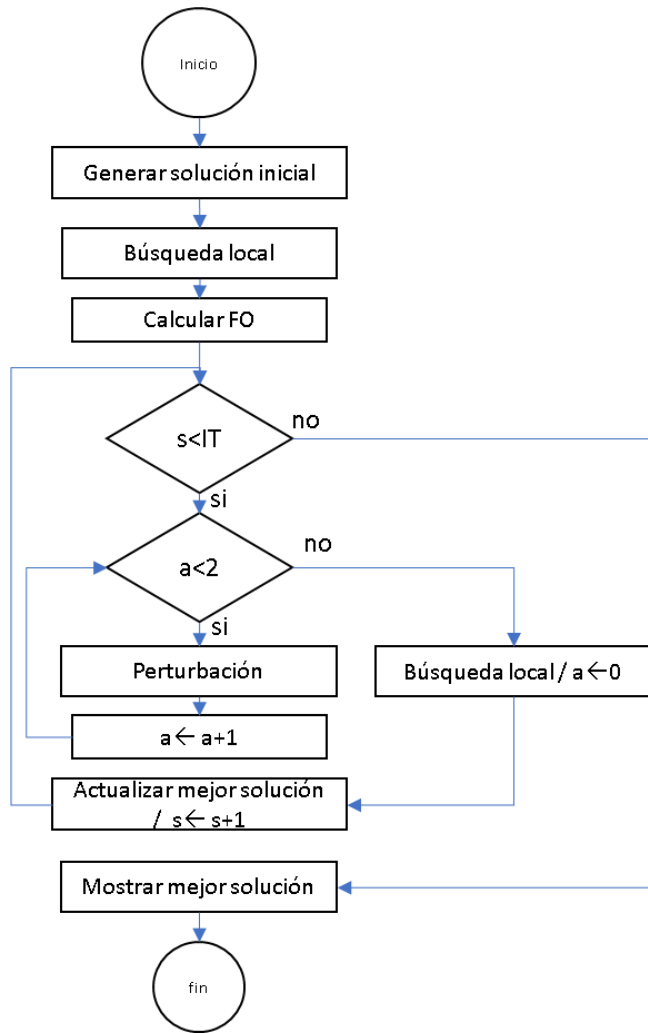
Tabla 6 Ejemplo codificación de solución método heurístico

### 5.2 Búsqueda local iterativa

El esquema general del método propuesto se presenta en el algoritmo 2 en forma de pseudocódigo. El algoritmo parte, en el paso 2, generando una solución inicial siguiendo un esquema de descansos predeterminado. En la sección 5.3 se muestran este procedimiento. Se procede en el paso 3 a realizar una búsqueda local. En el paso 4 se calcula y almacena el valor de la función objetivo.

Los pasos 5-12 se repiten un número IT de iteraciones. El paso 6-9 se realizan dos perturbaciones que diversifican la búsqueda de soluciones. El paso 10 consiste en realizar la búsqueda local de que se explica en la sección 5.4. Los pasos 13-14 muestran la mejor solución encontrada y el valor de la función objetivo. A continuación, se presenta el diagrama de flujo y el pseudo código del método heurístico propuesto





*Ilustración 1 Diagrama de flujo método heurístico propuesto*

---

**Algoritmo 2: MÉTODO HEURÍSTICO PROPUESTO**

---

```
1: Input: Cantidad de enfermeras (i), días del horizonte de planeación (k), cantidad de iteraciones(IT).
2: Generar Solución Inicial;
3: Búsqueda Local;
4: Calcular función objetivo;
5: For iteraciones=1 to IT {
6:     FOR o=1 to 2
7:     {
8:         Perturbación ()
9:     }
10:     Búsqueda Local;
11:     Actualizar mejor solución encontrada;
12: }
13: Mostrar mejor solución encontrada;
14: Mostrar función objetivo;
15: fin
```

### 5.3 Generación de la solución inicial

El algoritmo 3 presenta el método de generación de soluciones iniciales. El procedimiento inicia con un bucle de los pasos 2-12, partiendo desde la enfermera 1 y generando un número aleatorio entre 1 y 4, con el fin de establecer el primer descanso que se le va a asignar a dicha enfermera. Se procede a establecer el segundo descanso tres días después del primero en el paso 4. Una vez establecidos los días en los cuales la enfermera tiene turnos de descanso, se procede a asignar un turno de forma aleatoria siguiendo una distribución uniforme para los días en los cuales no fue asignado un descanso. Este proceso se realiza para todas las enfermeras, dando como resultado una solución factible.

---

**Algoritmo 3: SOLUCIÓN INICIAL**

---

```
1: Input: cantidad de enfermeras (i), días del horizonte (k)
2: For (L=0 to i){
3:     D1 ← rand[1,4]
4:     D2 ← D1+3
5:     Sol[L][D1] ← 4
6:     Sol[L][D2] ← 4
7:     For (e=1 to k){
8:         If(sol[L][e]!=4){
9:             Sol[L][e] ← rand[1,3]
10:        }
11:    }
12: }
```

#### 5.4 Búsqueda local:

La búsqueda local presentada en el algoritmo 4 consiste en evaluar para cada enfermera en los pasos 2-16, y para cada día en los pasos 3-15, el ahorro por cambiar el turno asignado a la enfermera **L** en el día **e** por cualquiera de los posibles turnos de trabajo. Los pasos 4-14 permiten dicho cambio en caso tal de que a enfermera **L** en el día **e** no tenga asignado un turno de descanso. El paso 8 calcula el ahorro en la función objetivo al realizar este cambio. En los pasos 9-13 se verifica si el ahorro es positivo. En este caso se almacena el valor de la nueva función objetivo (ver paso 10), se reinicia la búsqueda de ahorros con la función Reiniciar () y se guarda la nueva solución.

---

#### Algoritmo 4: BUSQUEDA LOCAL

---

```
1: Input: cantidad de enfermeras (i), días del horizonte (k), turnos(j)
2: For (L=0 to i)
3:   For (e=0 to k){
4:     If (Sol [L][e] !=4) then{
5:       For (j=1 to 3){
6:         If (j!= Sol [L][e]) then{
7:           Sol' [L][e] ← j
8:           Δ ← calcAhorro (Sol,Sol')
9:           if (Δ >0) then{
10:            Fun.Obj ← Fun.Obj - Δ
11:            Sol ← Sol'
12:            L ← Reiniciar(L)
13:          }
14:        }
15:      }
16:    }
17: }
```

#### 5.5 Perturbación:

La perturbación propuesta para el método heurístico consiste en determinar los días del horizonte de planeación tienen el mayor y la menor violación de las políticas asociadas a la cantidad de personal que puede ser asignado a un turno de descanso (ver pasos 1-12). Una vez realizado este proceso se procede en el paso 14 a elegir una enfermera de forma aleatoria que tenga asignado un turno de descanso durante el día *i*, de la misma forma se procede a elegir una enfermera candidata de forma aleatoria a la cual se le haya asignado un turno de trabajo diferente a descanso, esta selección depende de si el cambio es o no factible respetando la restricción de que ninguna enfermera puede trabajar más de tres días consecutivos, una vez probada la factibilidad del cambio se procede a realizarlo en la matriz solución. La función swap (ver paso 16) realiza un intercambio entre el descanso asignado en el día *Mayor* de la enfermera *enf1* y el turno de trabajo de la enfermera *enf2* en el día *Menor* y viceversa. Este cambio es evaluado para determinar su factibilidad (ver paso 18) y

se acepta almacenando la solución. En caso contrario se repiten los pasos 13-16 hasta lograr factibilidad.

---

**Algoritmo 5: PERTURBACION**

---

```
1: CMay ← 9999
2: CMin ← 0
3: Mayor ← 0
4: Menor ← 0
5: For (i=0 to k){
6:     If costo < costo_desc(i){
7:         CMay ← costo_desc(i)
8:         Mayor ← i}
9:     If costo > costo_desc(i){
10:        CMin ← costo_desc(i)
11:        Menor ← i}
12: }
13: Do{
14: Elegir enfermera aleatoria (enf1) / Sol [enf1][Mayor]=4
15: Elegir enfermera aleatoria (enf2) / Sol [enf2][Menor]!=4
16: Sol' ← Swap (enf1,enf2,Sol)
17: }
18: While (Sol' es infactible)
19: Sol ← Sol'
```

## 6 *Análisis y Resultados*

La fase de experimentación se lleva a cabo usando una estación de trabajo Lenovo Y50 Procesador: core i7 @2.7GHz 12 GB RAM. El lenguaje de programación es C++ y el solver de optimización es CPLEX v.12.3.2. En la literatura se encuentra un conjunto de instancias para este problema (Vanhoucke & Maenhout, 2005). Dichas instancias contemplan una cantidad de enfermeras que oscila entre 30-60 para las instancias denominadas como “realistas”, y de 25 a 100 enfermeras para las denominadas como “variadas”. Se estipulan factores de preferencia con respecto a los turnos que desea ocupar una enfermera en particular. Dado que este proyecto no considera preferencia de enfermeras, se generan nuevas instancias aleatorias basadas en políticas que no se han considerado en la literatura.

Las instancias contemplan desde 5 hasta 500 enfermeras realizando aumentos de 5 enfermeras. Las primeras instancias se denominaron instancias pequeñas y contemplan un máximo de 20 enfermeras. Las instancias del segundo grupo o medianas son aquellas en las cuales la cantidad de enfermeras se encuentra en un rango de 21 a 100 enfermeras. Un tercer grupo de instancias denominado grandes, establece la cantidad de enfermeras entre 101 y 250. La última clasificación se denomina grandes-2, donde la cantidad de enfermeras se encuentra entre 251 y 500. Con el fin de lograr representar un nivel de servicio durante cada uno de los turnos de mañana, tarde y noche, los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\omega$  se establecieron en 30%, 30%, 30% y 20% respectivamente, lo cual indica que es deseable en todas las instancias resueltas, que aproximadamente un tercio del total de personal asignado a cada día sea asignado en cada uno de los turnos. El valor del parámetro  $\omega$  permite que la totalidad de personal pueda descansar de acuerdo con las políticas obligatorias planteadas. Se hacen pruebas computacionales con una ponderación constante de los coeficientes C1 – C5 igual a 1, también se experimenta seleccionando sistemáticamente cada uno de los coeficientes C1-C4 igual a 5. Los valores de los coeficientes C1-C5 indican la importancia atribuida a cada una de las políticas asociadas a las restricciones correspondientes, siendo el valor 1 una importancia normal y 5 una importancia alta.

A continuación, se presenta en la sección 6.1 una comparación de los resultados obtenidos mediante los tres modelos matemáticos propuestos. En la sección 6.2 se presenta la parametrización del método heurístico. La sección 6.3 muestra los resultados de la medición de impacto del procedimiento de generación de soluciones iniciales. La sección 6.4 presenta la evaluación del desempeño global de la heurística propuesta.

### 6.1 Comparación de modelos matemáticos propuestos

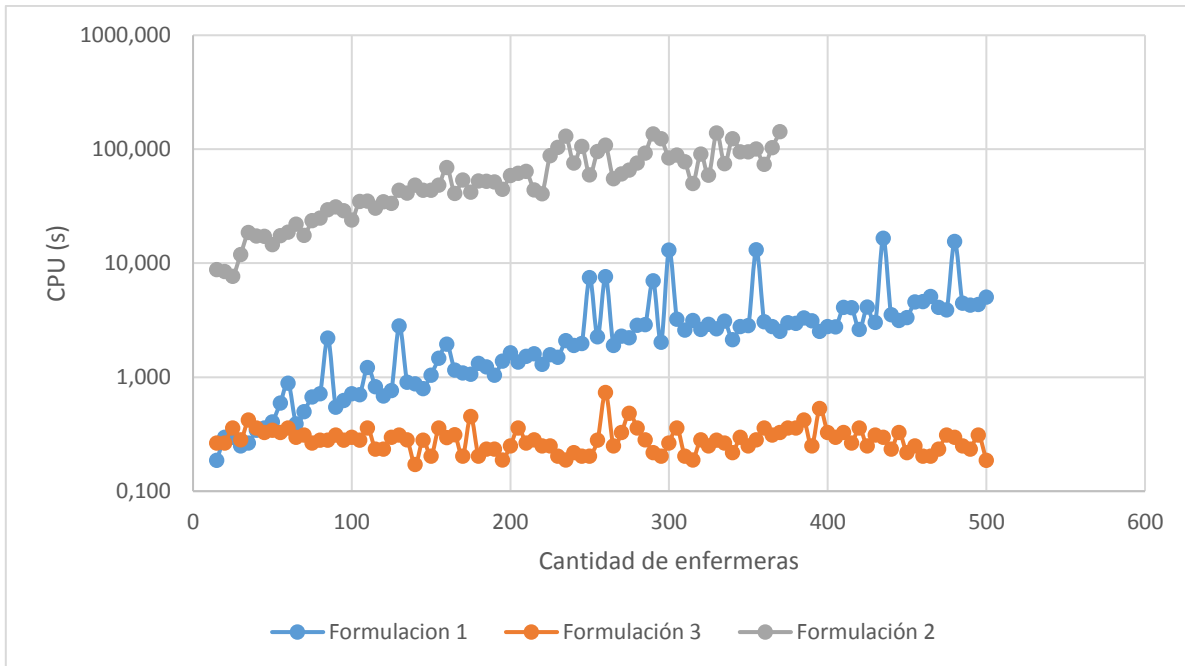
Los resultados obtenidos al resolver los tres modelos matemáticos se presentan en la tabla 7. Para cada grupo de instancias, la columna dos presenta el promedio del valor objetivo óptimo encontrado. Para cada formulación, la columna GAP presenta el gap porcentual promedio encontrado contra la solución óptima o la mejor cota inferior dentro de un tiempo límite de ejecución de 1000s. La columna #OPT presenta el número de soluciones óptimas encontradas para cada grupo. La columna CPU presenta los tiempos promedio de ejecución en segundos.

Grupo de instancias	Formulación 1			Formulación 2			Formulación 3			
	AVG OPT	GAP (%)	#OPT	CPU (s)	GAP (%)	#OPT	CPU (s)	GAP (%)	#OPT	CPU (s)
5-20	15,5	16%	10/20	302,60	16%	10/20	504,37	17%	10/20	500,15
21-100	37,8	0%	25/25	0,30	0%	25/25	14,59	0%	25/25	0,32
101-250	162	0%	164/164	1,34	0%	164/164	47,14	0%	164/164	0,27
251-500	407,7	0%	250/250	4,35	0%	120/250	92,41	0%	250/250	0,28
<b>Total general</b>	<b>272,78</b>	<b>0,01</b>	<b>449/459</b>	<b>14,85</b>	<b>0,01</b>	<b>319/459</b>	<b>84,34</b>	<b>0,01</b>	<b>449/459</b>	<b>20,28</b>

*Tabla 7 Comparación modelos matemáticos*

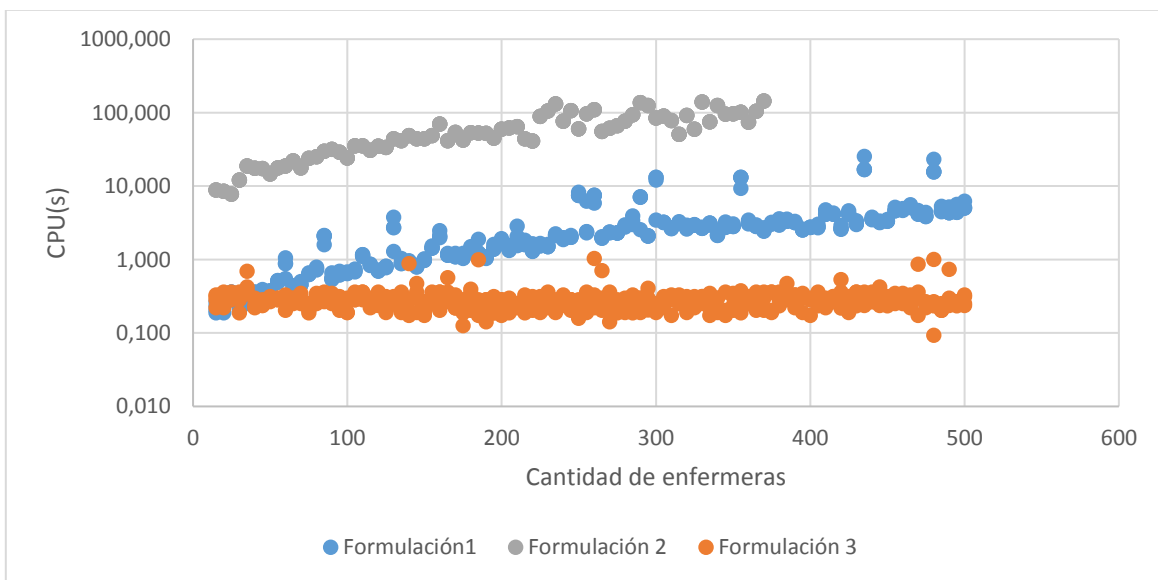
En la tabla 7, los resultados obtenidos indican que para el grupo de instancias pequeñas (5 a 20 enfermeras) no es posible encontrar optimalidad de todos los componentes de este grupo a diferencia de las instancias en las cuales la cantidad de enfermeras es significativamente mayor. Esto debido a que, en instancias con menos de 20 enfermeras, el aporte porcentual de cada enfermera sobre el total del personal es mayor que en instancias con más de 20 enfermeras. Esto genera que, al realizar cualquier intercambio en la planeación, los porcentajes obtenidos varíen en una medida importante con respecto a las proporciones establecidas con los parámetros de operación  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\omega$ . Para instancias pequeñas el tiempo promedio de ejecución de la formulación número 1 es inferior a todos los demás con gaps similares. Para instancias grandes la formulación 3 tiene el mejor desempeño tanto en gap como en tiempo de ejecución.

A diferencia de las formulaciones de tres índices y de cubrimiento de conjuntos usando variables enteras (1 y 3), el segundo modelo tiene un requerimiento de almacenamiento de datos mayor, por una mayor cantidad de variables de decisión utilizadas. En la ilustración 3 se puede evidenciar el comportamiento del tiempo de ejecución promedio empleado por las tres formulaciones matemáticas para resolver instancias de costos uniformes superiores a 10 enfermeras. Como se puede observar, la cantidad de tiempo empleado por la formulación 2 es significativamente mayor a los otros dos. La formulación de cubrimiento de conjuntos con variables enteras es una formulación dominante para resolver las instancias de gran tamaño.



*Ilustración 2 CPU(s) vs cantidad de enfermeras-costos uniformes*

En la ilustración 2 se presentan los resultados obtenidos para las instancias con costos variables. Como se puede observar, la cantidad de tiempo empleado por la formulación 3 es significativamente menor a los otros dos para instancias mayores a 100 enfermeras. La formulación 1 es levemente dominante al resolver instancias pequeñas y el tiempo empleado por la formulación 2 es significativamente mayor para cualquier instancia evaluada.



*Ilustración 3 CPU(s) vs Cantidad de enfermeras- costos no uniformes*

## 6.2 Parametrización del método heurístico

Para la parametrización del método heurístico se realizaron pruebas computacionales con cambios en dos parámetros que pueden ser modificados del algoritmo. Estos son la cantidad de iteraciones que se realizan (IT) y la función REINICIAR () en el operador de perturbación. Los resultados de estas pruebas se muestran a continuación:

Para la calibración de la cantidad de iteraciones máximas permitidas en el método heurístico, se procedió a experimentar con un subconjunto de cuatro instancias elegidas al azar de diferente tamaño. Las columnas SOL y CPU en la tabla 8 muestran el valor de la mejor solución encontrada por el algoritmo propuesto, así como el tiempo requerido en segundos.

Como es posible evidenciar, la cantidad de iteraciones máximas permitidas en el algoritmo propuesto solo tiene un impacto en el tiempo de cómputo, mas no en la calidad de la solución. Se establece que la cantidad máxima de iteraciones permitidas en el método heurístico sea igual a 1.

	Instancia de prueba											
	n=100 (OPT= 60)		n=200 (OPT=120)		n=405 (OPT=243)		n=500 (OPT=300)					
Cantidad de iteraciones	SOL	CPU	SOL	CPU	SOL	CPU	SOL	CPU	SOL	CPU		
1	64	0,07	121	0,15	243	0,52	300	0,73				
10	63	0,12	120	0,19	243	0,73	300	0,87				
20	63	0,08	120	0,25	243	0,68	300	1,04				
30	63	0,15	120	0,24	243	0,88	300	1,19				
40	63	0,13	120	0,27	243	0,93	300	1,27				
50	63	0,11	120	0,42	243	0,95	300	1,4				
60	63	0,13	120	0,44	243	1,11	300	1,62				
70	63	0,16	120	0,35	243	1,15	300	1,72				
80	63	0,19	120	0,52	243	1,25	300	1,86				
90	63	0,16	120	0,42	243	1,4	300	1,97				
100	63	0,21	120	0,42	243	1,88	300	2,13				
<b>Total, general</b>	<b>60</b>	<b>63,54</b>	<b>0,14</b>	<b>120</b>	<b>120,09</b>	<b>0,33</b>	<b>243</b>	<b>243</b>	<b>1,04</b>	<b>300</b>	<b>301,72</b>	<b>1,44</b>

Tabla 8 Resumen prueba iteraciones máximas

Para establecer la intensidad de la búsqueda local, se realizaron pruebas variando la función REINICIAR () tomando como medida de desempeño el valor de la función objetivo y el tiempo empleado por el algoritmo. Diferentes funciones del procedimiento REINICIAR ()



se muestran en la primera columna de la tabla 9. Esta función permite la modificación del contador del bucle definido por los pasos del 5-12 del algoritmo 4 de búsqueda local. En la fila 0, se muestra la configuración del algoritmo cuando el contador del bucle se reinicia en cero cada vez que una mejora de la solución es encontrada. Es decir, en este caso se vuelve a hacer la búsqueda desde la primera enfermera.

Las filas 2, 3, y 4 establecen el reinicio de la búsqueda en las enfermeras 10, 20 y 30 respectivamente. A partir de la fila 5, la función reiniciar () depende de la enfermera en la que se haya logrado una mejora, denotada como la enfermera *i*. reiniciando la búsqueda en *L*, *L-1*, *L-2* hasta *L-10*. Cada una de las columnas llamadas SOL indican el valor de la función objetivo y CPU indica el tiempo en segundos empleado para resolver cada una de las instancias de prueba. Se concluye que un buen valor de desempeño para la función REINICIO () es cuando esta equivale a 30. Se toma este valor debido a que presenta el menor tiempo al solucionar las instancias de prueba teniendo un desempeño competitivo.

	N= 25		n=250		N=405		N=500	
REINICIO ()	SOL	CPU	SOL	CPU	SOL	CPU	SOL	CPU
0	25	0,06	150	0,68	243	2,39	300	4,35
1	25	0,06	150	0,74	243	2,39	300	4,38
10	25	0,07	150	0,65	243	2,26	300	4,21
20	25	0,16	150	0,65	243	2,191	300	4,03
30	25	0,15	150	0,57	243	2,05	300	3,89
L	25	0,13	151	0,1	243	0,085	300	0,09
L-1	25	0,06	150	0,7	243	2,36	300	4,42
L-2	25	0,15	150	0,63	243	2,45	300	4,41
L-3	25	0,17	150	0,7	243	2,46	300	4,49
1-4	25	0,15	150	0,7	243	2,37	300	4,39
L-5	25	0,1	150	0,61	243	2,35	300	4,32
L-6	25	0,16	150	0,66	243	2,4	300	4,4
L-7	25	0,02	150	0,59	243	2,32	300	4,33
1-8	25	0,12	150	0,74	243	2,28	300	4,21
1-9	25	0,04	150	0,72	243	2,27	300	4,32
L-10	25	0,04	150	0,66	243	2,29	300	4,32

*Tabla 9 Resumen experimentación intensidad de búsqueda local*

### 6.3 Impacto del componente de solución inicial

Para medir el impacto del procedimiento de generación de soluciones iniciales, se comparará la calidad de la solución cuando se arranca la heurística desde una solución inicial aleatoria. Se evalúan instancias elegidas aleatoriamente. El pseudo-código de generación de soluciones aleatorias encuentra explicado en el anexo 1.

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 10 donde la primera columna muestra la cantidad respectiva de enfermeras de la instancia de prueba. Las columnas RANDOM y SIE

(solución inicial esquemática) muestran el valor de la mejor solución encontrada por el método heurístico tomando como punto de partida una solución inicial aleatoria, y una solución inicial esquemática respectivamente. La columna OPT indica el valor óptimo probado de la instancia y la columna GAP muestra el GAP porcentual obtenido usando cada uno de estos métodos de generación de soluciones iniciales. El resultado muestra que el método mejora en promedio el GAP en 32,5%.

<b>N</b>	<b>RANDOM</b>	<b>SIE</b>	<b>OPT</b>	<b>GAP RANDOM</b>	<b>GAP SIE</b>
<b>15</b>	<b>19</b>	<b>13</b>	<b>9</b>	<b>111,11%</b>	<b>44,44%</b>
<b>20</b>	<b>24</b>	<b>21</b>	<b>12</b>	<b>100,00%</b>	<b>75,00%</b>
<b>25</b>	<b>28</b>	<b>25</b>	<b>15</b>	<b>86,67%</b>	<b>66,67%</b>
<b>30</b>	<b>34</b>	<b>20</b>	<b>18</b>	<b>88,89%</b>	<b>11,11%</b>
<b>35</b>	<b>40</b>	<b>29</b>	<b>21</b>	<b>90,48%</b>	<b>38,10%</b>
<b>40</b>	<b>40</b>	<b>29</b>	<b>24</b>	<b>66,67%</b>	<b>20,83%</b>
<b>45</b>	<b>40</b>	<b>33</b>	<b>27</b>	<b>48,15%</b>	<b>22,22%</b>
<b>50</b>	<b>44</b>	<b>33</b>	<b>30</b>	<b>46,67%</b>	<b>10,00%</b>
<b>120</b>	<b>95</b>	<b>76</b>	<b>72</b>	<b>31,94%</b>	<b>5,56%</b>
<b>125</b>	<b>97</b>	<b>79</b>	<b>75</b>	<b>29,33%</b>	<b>5,33%</b>
<b>130</b>	<b>98</b>	<b>80</b>	<b>78</b>	<b>25,64%</b>	<b>2,56%</b>
<b>135</b>	<b>101</b>	<b>82</b>	<b>81</b>	<b>24,69%</b>	<b>1,23%</b>
<b>140</b>	<b>106</b>	<b>87</b>	<b>84</b>	<b>26,19%</b>	<b>3,57%</b>
<b>145</b>	<b>109</b>	<b>91</b>	<b>87</b>	<b>25,29%</b>	<b>4,60%</b>
<b>475</b>	<b>361</b>	<b>285</b>	<b>285</b>	<b>26,67%</b>	<b>0,00%</b>
<b>480</b>	<b>366</b>	<b>288</b>	<b>288</b>	<b>27,08%</b>	<b>0,00%</b>
<b>485</b>	<b>369</b>	<b>292</b>	<b>291</b>	<b>26,80%</b>	<b>0,34%</b>
<b>490</b>	<b>372</b>	<b>295</b>	<b>294</b>	<b>26,53%</b>	<b>0,34%</b>
<b>495</b>	<b>376</b>	<b>297</b>	<b>297</b>	<b>26,60%</b>	<b>0,00%</b>
<b>500</b>	<b>381</b>	<b>300</b>	<b>300</b>	<b>27,00%</b>	<b>0,00%</b>

*Tabla 10 resultados experimentales métodos de generación de solución inicial*

#### 6.4 Desempeño de la heurística

En las tablas 11 y 12 se resumen los resultados experimentales para instancias con costos no uniformes y uniformes respectivamente. Se muestran los tiempos promedio requeridos por las formulaciones 1 y 3 y el tiempo empleado por el método heurístico propuesto (CPU en segundos), así como el GAP obtenido por la heurística. Se evidencia que para instancias grandes el GAP tiende a 0%. En las tablas se ignora la formulación 2 puesto que se demostró previamente que ésta no tiene un desempeño competitivo.

	Formulación 1	Formulación 3	Método heurístico	
<b>Grupo de instancias</b>	<b>CPU(s)</b>	<b>CPU(s)</b>	<b>CPU(s)</b>	<b>GAP (%)</b>
5-20	314,45	500,16	0,29	66%
21-100	0,31	0,32	0,33	32%
100-250	1,35	0,28	0,18	7%
251-500	4,37	0,29	0,35	0%
<b>Promedio</b>	<b>15,33</b>	<b>20,28</b>	<b>0,28</b>	<b>7%</b>

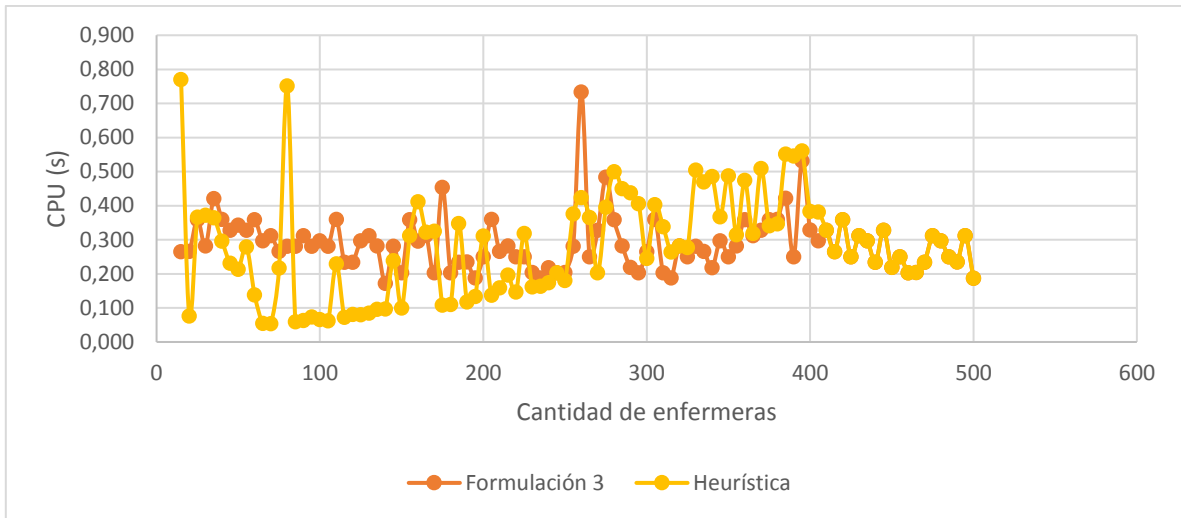
*Tabla 11 Resultados tiempo heurística costos no uniformes*

Los resultados muestran que el tiempo promedio empleado por las diferentes formulaciones es superior al tiempo requerido por el método propuesto. Los resultados del GAP obtenido mediante el uso del método heurístico propuesto indican que el método propuesto permite encontrar soluciones con un GAP promedio de 7%, en un tiempo de cómputo de 0,28 segundos. Adicionalmente se resalta que el método es más competitivo en instancias de más de 250 enfermeras, independiente de la estructura de costos.

	Formulación 1	Formulación 3	Método heurístico	
<b>Grupo de instancias</b>	<b>CPU(s)</b>	<b>CPU(s)</b>	<b>CPU(s)</b>	<b>GAP (%)</b>
5-20	255,19	500,14	0,29	58%
21-100	0,30	0,35	0,33	32%
100-250	1,33	0,27	0,18	7%
251-500	4,30	0,30	0,35	0%
<b>Promedio</b>	<b>12,92</b>	<b>20,28</b>	<b>0,28</b>	<b>7%</b>

*Tabla 12 Resultados tiempo heurística costos uniformes*

En la ilustración 5 se compara el tiempo requerido por la formulación 3 y el método heurístico propuesto evidenciando que el comportamiento del tiempo empleado por estos métodos se encuentra en el mismo orden de magnitud. Se concluye que el método heurístico es competitivo para resolver instancias del problema. Además, se concluye que el método heurístico propuesto es superior a las formulaciones 1 y 2 para instancias grandes y medianas.



*Ilustración 4 Comparación tiempo empleado formulación 3 y el método heurístico*

## 7 Conclusiones

Se proponen tres nuevas formulaciones matemáticas para el problema de programación de turnos de enfermería para un hospital considerando la prevención del desgaste de las enfermeras y la minimización de las violaciones a un conjunto deseable de políticas institucionales de un hospital. Estas políticas contemplan las proporciones mínimas y máximas de personal asignado a cada uno de los tres posibles turnos con el fin de lograr mantener un nivel de servicio similar durante toda la jornada laboral. Estas podrían contribuir al proceso de toma de decisiones en hospitales generando beneficios en cuanto al uso de recursos minimizando los índices de rotación de personal de enfermería. Las enfermeras se benefician debido a la inclusión de la prevención del desgaste laboral. Se propone un método heurístico basado en búsqueda local iterativa para resolver el problema a nivel práctico y para servir como base en el desarrollo de herramientas de soporte para la toma de decisiones referentes al problema de asignación de turnos de enfermería o problemas similares. Se realiza un análisis comparativo considerando un conjunto de 500 instancias de siete días de planeación y entre 5 – 500 enfermeras.

Los resultados experimentales muestran un desempeño competitivo por parte de la formulación 3 y el método heurístico en cuanto a calidad de la solución y al tiempo requerido para solucionar instancias de más de 250 enfermeras. En promedio la formulación 3 resuelve las instancias en 20,28 segundos y el método heurístico en 0,28 segundos. Empíricamente se demuestra que las instancias pequeñas con menos de 20 enfermeras demuestran ser más difíciles de resolver que las instancias grandes, para los optimizadores comerciales.

Como investigación futura se propone la inclusión de habilidades diferentes de cada enfermera, sus preferencias, o analizar el contexto de una entidad hospitalaria con varias unidades de cuidado médico donde cada una requiera diferentes políticas de manejo de personal. Asimismo, se puede extender el modelo al estudio de otros contextos logísticos como la planeación de cirugías, la planeación de turnos de trabajo en otras industrias de manufactura y servicios. Finalmente es importante el desarrollo de métodos exactos y heurísticos más sofisticados para el cálculo de soluciones de este problema con el fin de que estos puedan ser utilizados en situaciones reales dentro de los hospitales y entidades prestadoras del servicio de salud.



## 8 Bibliografía

- Bam, M., Denton, B., Van Oyen, M., & Cowen, M. (2015). Surgery Scheduling with Recovery Resources. *IIE Transactions*, 1–40. <https://doi.org/10.1080/24725854.2017.1325027>
- Bard, J. F., & Purnomo, H. W. (2005). Short-term nurse scheduling in response to daily fluctuations in supply and demand. *Health Care Management Science*, 8(4), 315–324. <https://doi.org/10.1007/s10729-005-4141-9>
- Bard, J. F., & Purnomo, H. W. (2007). Cyclic preference scheduling of nurses using a Lagrangian-based heuristic. *Journal of Scheduling*, 10(1), 5–23. <https://doi.org/10.1007/s10951-006-0323-7>
- Braekers, K., Hartl, R. F., Parragh, S. N., & Tricoire, F. (2016). A bi-objective home care scheduling problem: Analyzing the trade-off between costs and client inconvenience. *European Journal of Operational Research*, 248(2), 428–443. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.07.028>
- Bruni, R., & Detti, P. (2014). A flexible discrete optimization approach to the physician scheduling problem. *Operations Research for Health Care*, 3(4), 191–199. <https://doi.org/10.1016/j.orhc.2014.08.003>
- Brusco, M. J., Jacobs, L. W., Bongiorno, R. J., Lyons, D. V., & Tang, B. (1995). Improving Personnel Scheduling at Airline Stations. *Operations Research*, 43(5), 741–751. <https://doi.org/10.1287/opre.43.5.741>
- Cifuentes, J. (2014). Satisfacción laboral en enfermería en una institución de salud de cuarto nivel de atención,. Bogotá, Colombia 14 de Junio, 91(2), 217–227. Retrieved from [www.scielo.org.co/pdf/aven/v32n2/v32n2a05.pdf](http://www.scielo.org.co/pdf/aven/v32n2/v32n2a05.pdf)
- Constantino, M., Klimentova, X., Viana, A., & Rais, A. (2013). New insights on integer-programming models for the kidney exchange problem. *European Journal of Operational Research*, 231(1), 57–68. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.05.025>
- Ekstedt, M., Söderström, M., Kerstedt, T., Nilsson, J., Söndergaard, H. P., & Aleksander, P. (2006). Disturbed sleep and fatigue in occupational burnout. *Scandinavian Journal of Work, Environment and Health*, 32(2), 121–131. <https://doi.org/10.5271/sjweh.987>
- El Moudani, W., & Mora-Camino, F. (2000). A dynamic approach for aircraft assignment and maintenance scheduling by airlines. *Journal of Air Transport Management*, 6(4), 233–237. [https://doi.org/10.1016/S0969-6997\(00\)00011-9](https://doi.org/10.1016/S0969-6997(00)00011-9)

- Gahm, C., Dünnwald, B., & Sahamie, R. (2014). A multi-criteria master production scheduling approach for special purpose machinery. In *International Journal of Production Economics* (Vol. 149, pp. 89–101). <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.10.011>
- Gendreau, M., Ferland, J., Gendron, B., Hail, N., Jaumard, B., Lapierre, S., ... Soriano, P. (2007). Physician Scheduling in Emergency Rooms. In E. K. Burke & H. Rudová (Eds.), *Practice and Theory of Automated Timetabling VI* (pp. 53–66). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-77345-0\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-540-77345-0_4)
- Goodman, M. D., Dowsland, K. A., & Thompson, J. M. (2009). A grasp-knapsack hybrid for a nurse-scheduling problem. *Journal of Heuristics*, 15(4), 351–379. <https://doi.org/10.1007/s10732-007-9066-7>
- Guerrero, W. J., Velasco, N., & Amaya, C. A. (2012). Multi-objective Optimization for Interfacility Patient Transfer. In G. Mejía & N. Velasco (Eds.), *Production Systems and Supply Chain Management in Emerging Countries: Best Practices: Selected papers from the International Conference on Production Research (ICPR)* (pp. 81–95). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-26004-9\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-642-26004-9_5)
- Guerrero, W. J., Yeung, T. G., & Guéret, C. (2013). Joint-optimization of inventory policies on a multi-product multi-echelon pharmaceutical system with batching and ordering constraints. *European Journal of Operational Research*, 231(1), 98–108. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.05.030>
- Gunawan, a, & Lau, H. C. (2012). Master physician scheduling problem. *Journal of the Operational Research Society*, 64(3), 410–425. <https://doi.org/10.1057/jors.2012.48>
- Gutiérrez, E. V., Galvis, O. D., López, D. A., Mock-Kow, J. S., Zapata, I., & Vidal, C. J. (2014). Gestión logística en la prestación de servicios de hospitalización domiciliaria en el Valle del Cauca: caracterización y diagnóstico. *Estudios Gerenciales*, 30(133), 441–450. <https://doi.org/10.1016/j.estger.2014.06.004>
- Hanoun, S., Khan, B., Johnstone, M., Nahavandi, S., & Creighton, D. (2013). An effective heuristic for stockyard planning and machinery scheduling at a coal handling facility. In *IEEE International Conference on Industrial Informatics (INDIN)* (pp. 206–211). <https://doi.org/10.1109/INDIN.2013.6622883>
- Hayes, L. J., O'Brien-Pallas, L., Duffield, C., Shamian, J., Buchan, J., Hughes, F., ... Stone, P. W. (2006). Nurse turnover: A literature review. *International Journal of Nursing Studies*, 43(2), 237–263. <https://doi.org/10.1016/j.ijnurstu.2005.02.007>
- Jebali, A., Hadj Alouane, A. B., & Ladet, P. (2006). Operating rooms scheduling.



- International Journal of Production Economics, 99, 52. Retrieved from <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2004.12.006>
- Jiménez, A. M., Guerrero, J., Amaya, C. a., & Velasco, N. (2007). Optimización de los recursos en los hospitales : revisión de la literatura sobre logística hospitalaria. *Los Cuadernos de PYLO -Logística Hospitalaria-*, 12.
- Judge, W. Q., & Miller, A. (1991). Antecedents and outcomes of decision speed in different environmental contexts. *Academy of Management Journal*. <https://doi.org/10.2307/256451>
- Liu, C. L., & W. Layland, J. (1973). Scheduling Algorithms for Multiprogramming in a Hard-Real-Time Environment Scheduling Algorithms for Multiprogramming. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 20(1), 46–61. <https://doi.org/10.1145/321738.321743>
- Lourenço, H. R., Martin, O. C., & Stützle, T. (2003). Iterated Local Search. In F. Glover & G. A. Kochenberger (Eds.), *Handbook of Metaheuristics* (pp. 320–353). Boston, MA: Springer US. [https://doi.org/10.1007/0-306-48056-5\\_11](https://doi.org/10.1007/0-306-48056-5_11)
- Maenhout, B., & Vanhoucke, M. (2007). An electromagnetic meta-heuristic for the nurse scheduling problem. *Journal of Heuristics*, 13(4), 359–385. <https://doi.org/10.1007/s10732-007-9013-7>
- Maenhout, B., & Vanhoucke, M. (2010). A hybrid scatter search heuristic for personalized crew rostering in the airline industry. *European Journal of Operational Research*, 206(1), 155–167. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.01.040>
- Maenhout, B., & Vanhoucke, M. (2013a). An integrated nurse staffing and scheduling analysis for longer-term nursing staff allocation problems. *Omega (United Kingdom)*, 41(2), 485–499. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2012.01.002>
- Maenhout, B., & Vanhoucke, M. (2013b). Reconstructing nurse schedules: Computational insights in the problem size parameters. *Omega (United Kingdom)*, 41(5), 903–918. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2012.10.010>
- Maenhout, B., & Vanhoucke, M. (2016). An exact algorithm for an integrated project staffing problem with a homogeneous workforce. *Journal of Scheduling*, 19(2), 107–133. <https://doi.org/10.1007/s10951-015-0443-z>
- Maslach, C., & Goldberg, J. (1998). Prevention of burnout: New perspectives. *Applied and Preventive Psychology*, 7(1), 63–74. [https://doi.org/10.1016/S0962-1849\(98\)80022-X](https://doi.org/10.1016/S0962-1849(98)80022-X)

- Massó, B. O. (2007). *Logística hospitalaria-2a edición*. Marge Books.
- Orejuela, J. P., Peña, D., & Bustamante, N. (2014). Modelo de la programación de turnos de trabajo considerando el bienestar de los empleados de las clínicas Modeling the labor scheduling problem considering well- being for the clinic's employees, 16(1), 11–21.
- Ozdemir, H. T., & Mohan, C. K. (2001). Flight graph based genetic algorithm for crew scheduling in airlines. *Information Sciences*, 133(3–4), 165–173. [https://doi.org/10.1016/S0020-0255\(01\)00083-4](https://doi.org/10.1016/S0020-0255(01)00083-4)
- Parra Hidalgo, P., Bermejo Alegría, R. M., Más Castillo, A., Hidalgo Montesinos, M. D., Gomis Cebrián, R., & Calle Urrea, J. E. (2012). Factores relacionados con la satisfacción del paciente en los servicios de urgencias hospitalarios. *Gaceta Sanitaria*, 26(2), 159–165. <https://doi.org/10.1016/j.gaceta.2011.07.014>
- Poghosyan, L., Liu, J., Shang, J., & D'Aunno, T. (2015). Practice environments and job satisfaction and turnover intentions of nurse practitioners. *Health Care Management Review*, 0(0), 1. <https://doi.org/10.1097/HMR.0000000000000094>
- Rais, A., & Viana, A. (2011). Operations research in healthcare: A survey. *International Transactions in Operational Research*, 18(1), 1–31. <https://doi.org/10.1111/j.1475-3995.2010.00767.x>
- Soomer, M. J., & Franx, G. J. (2008). Scheduling aircraft landings using airlines' preferences. *European Journal of Operational Research*, 190(1), 277–291. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.06.017>
- Topaloglu, S., & Selim, H. (2010). Nurse scheduling using fuzzy modeling approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 161(11), 1543–1563. <https://doi.org/10.1016/j.fss.2009.10.003>
- Van Den Bergh, J., Beliën, J., De Bruecker, P., Demeulemeester, E., & De Boeck, L. (2013). Personnel scheduling: A literature review. *European Journal of Operational Research*, 226(3), 367–385. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.11.029>
- Vanhoucke, M., & Maenhout, B. (2005). NSPLib - a nurse scheduling problem library: A tool to evaluate (meta-) heuristic procedures. *Operational Research for Health Policy: Making Better Decisions: Proceedings of the 31st Annual Conference of the European Working Group on Operational Research Applied to Health Services*, 1–11. Retrieved from <http://www.projectmanagement.ugent.be/sites/default/files/files/nsp/PaperNSPLib.pdf>
- Wang, C.-W., Sun, L.-M., Jin, M.-H., Fu, C.-J., Liu, L., Chan, C.-H., & Kao, C.-Y. (2007). A genetic algorithm for resident physician scheduling problem. In *Proceedings of*

- GECCO 2007: Genetic and Evolutionary Computation Conference (pp. 2203–2210). New York, NY, USA: ACM. <https://doi.org/10.1145/1276958.1277380>
- Weil, G., Heus, K., Chan, P., & François, P. (1998). The nurse scheduling problem: A combinatorial problem, solved by the combination of constraint programming and real users heuristics. In *Studies in Health Technology and Informatics* (Vol. 52, pp. 508–512). <https://doi.org/10.3233/978-1-60750-896-0-508>
- Wong, A. K. Y. (2016). Addressing resource allocation for advance care planning discussions in hospital. *Journal of Clinical Oncology*, 34(26\_suppl), 16. [https://doi.org/10.1200/jco.2016.34.26\\_suppl.16](https://doi.org/10.1200/jco.2016.34.26_suppl.16)
- Wong, T. C., Xu, M., & Chin, K. S. (2014). A two-stage heuristic approach for nurse scheduling problem: A case study in an emergency department. *Computers and Operations Research*, 51, 99–110. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.05.018>
- Wright, P. D., & Mahar, S. (2013). Centralized nurse scheduling to simultaneously improve schedule cost and nurse satisfaction. *Omega (United Kingdom)*, 41(6), 1042–1052. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2012.08.004>
- Wu, T. H., Yeh, J. Y., & Lee, Y. M. (2015). A particle swarm optimization approach with refinement procedure for nurse rostering problem. *Computers and Operations Research*, 54, 52–63. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.08.016>

## 9 Anexo I.

A continuación se presenta el pseudo código del algoritmo empleado para la generación de una solución inicial aleatoria.

### **RANDOM (Solución inicial Aleatoria):**

#### **SELECCIÓN ALEATORIA DE DESCANSOS**

```
1: Input: cantidad de enfermeras (CE), días del horizonte (DH)
2: For (i=0 to CE){
3:     Do(
4:         D1←rand[0,3]
5:         D2←rand[4,7]
6:     )
7:     While(D1 y D2 sean factibles)
8:         Sol[i][D1]←4
9:         Sol[i][D2]←4
10:    For (i=0 to DH){
11:        If(sol[i][j]=!4){
12:            Sol[i][j]←rand[1,3]
13:        }
14:    }
15: }
```

Como se puede ver en el anterior pseudo-código, el método de GENERACIÓN de la solución inicial se eligen de forma aleatoria dos días de descanso, el primero de estos días aleatorios se encuentra entre el rango {1,3} y el segundo entre {4,7} y posteriormente se evalúa la factibilidad de estos dos días, tal que la diferencia entre estos sea por mucho de 3 días y mínimo de 2, con el fin de garantizar la restricción de que por mucho una enfermera puede trabajar 3 días consecutivos para un horizonte de planeación de siete días, en caso de que los número D1 y D2 no cumplan esta condición, se repite el proceso.

Finalmente se realiza la inserción de los turnos de trabajo de forma aleatoria siguiendo una distribución uniforme para lograr una distribución promedio igual para cada uno de los posibles turnos de mañana, tarde y noche.