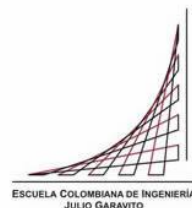


# **Maestría en Ingeniería Civil**

## **Modelación de la onda cinemática y la ecuación de transporte para obtener la tasa aproximada de producción de sedimentos en una subcuenca urbana**

**William Alberto Montes de Oca Morales**

**Bogotá, D.C., 28 de junio de 2021**



**Modelación de la onda cinemática y la ecuación de transporte  
para obtener la tasa aproximada de producción de  
sedimentos en una subcuenca urbana**

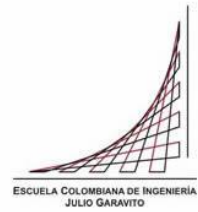
**Tesis para optar al título de magíster en Ingeniería Civil, con  
énfasis en Recursos Hidráulicos y Medio Ambiente**

**Ing. German Ricardo Santos Granados**

**Profesor titular de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito**

**Director**

**Bogotá, D.C., 28 de junio de 2021**



La tesis de maestría titulada “Modelación de la onda cinemática y la ecuación de transporte para obtener la tasa aproximada de producción de sedimentos en una subcuenca urbana”, presentada por el estudiante William Alberto Montes de Oca Morales, cumple con los requisitos establecidos para optar al título de Magíster en Ingeniería Civil con énfasis en Recursos Hidráulicos y Medio Ambiente, fue evaluada como APROBADA por el jurado evaluador el día 26 de julio de 2021.

Director de la tesis

Ingeniero Civil, Germán Santos

Jurado

Ingeniero Civil, Héctor Alfonso Rodríguez

Jurado

Ingeniero Civil, Héctor Matamoros

Bogotá, D.C., Fecha: 26 de julio de 2021

## Dedicatoria

*Este trabajo de grado se lo dedico a Dios, por ayudarme a superar barreras y darme fuerzas para seguir adelante. A los que ya no están, que con su luz y sabiduría me dieron muchas lecciones de vida.*

## Agradecimientos

Quiero expresar mi gratitud a Dios, por darme la oportunidad de continuar con mi formación profesional, por su protección y bendición, gracias a mi esposa Liliana Marcela, a mi madre Mercedes y a toda mi familia por siempre estar presentes.

A todos mis amigos, compañeros de trabajo y futuros colegas, que me brindaron su ayuda sin ningún interés, gracias infinitas por toda su ayuda y buena voluntad.

Mi agradecimiento a todo el plantel académico y administrativo que conforma la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, por abrirme las puertas, por su disposición y colaboración.

De igual manera agradezco a todos mis profesores, en especial al Dr. Germán Santos, quien con sus valiosos conocimientos hicieron que pueda creer y crecer día a día en la elaboración de esta tesis, gracias por su paciencia, dedicación y apoyo incondicional.

## Resumen

En este documento se utilizan algunos de los métodos numéricos que proporcionan la solución aproximada a la ecuación de onda cinemática, con fines de tener herramientas que simulen la transformación lluvia-escorrentía y la ecuación de transporte de sedimentos; junto con las ecuaciones que usualmente se utilizan para estimar la tasa de producción de sedimentos. Se presentan nociones generales de erosión, sedimentos, y de los procesos hidrológicos que intervienen en la generación de estos. Se menciona la importancia de los modelos computacionales, se presenta la formulación lineal y no lineal de la ecuación de onda cinemática, y su implementación en el programa computacional Mathematica 12.1.1. Se comparan los resultados con los de algunos programas de dominio público de amplia utilización, como lo son: HEC-HMS, SWMM, y el programa Onlineoverland que tiene en su página web el Dr. Víctor Ponce. Posteriormente, se describen los modelos utilizados para estimar la producción de sedimentos, y se presentan sus ventajas y desventajas.

Vale destacar que fueron reproducidas las características fisiográficas de una subcuenca urbana de la ciudad de Bogotá para el desarrollo de las modelaciones, tanto en los métodos numéricos como en los programas HEC-HMS y SWMM, con el propósito de comparar resultados, y analizar similitudes y diferencias. Finalmente, se presentan las limitaciones, conclusiones y aportes para trabajos posteriores.

## Índice general

<b>Introducción</b>	<b>13</b>
<b>Objetivos</b>	<b>15</b>
<b>Capítulo 1 Erosión, propiedades de los sedimentos y aspectos hidrológicos</b>	<b>16</b>
1.1. Erosión	16
1.1.1. Tipos de Erosión	16
1.1.2. Proceso de Erosión Hídrica	17
1.2. Sedimentos	18
1.2.1. Clasificación de los sedimentos	18
1.2.2. Propiedades de los sedimentos	18
1.2.3. Inicio del movimiento de las partículas	19
1.2.4. Capacidad de transporte	20
1.2.5. Transporte de sedimentos	21
1.2.6. Modos de transporte	22
1.3. Conceptos y Procesos hidrológicos	22
1.3.1. Precipitación	22
1.3.2. Descripción de las consideraciones de lluvia	24
1.3.3. Pérdidas de precipitación	24
1.3.4. Transformación de lluvia a escorrentía	26
<b>Capítulo 2 Aspectos generales de los modelos computacionales</b>	<b>32</b>
2.1. Justificación	32
2.2. Consideraciones	32
2.3. Clasificación de los modelos	32
2.3.1. Modelos físicos	33
2.3.2. Modelos empíricos	34
2.4. Etapas de la modelación	34
2.5. Selección del tipo de Modelo	35
2.6. Confiabilidad de los modelos computacionales	35
<b>Capítulo 3 Onda cinemática</b>	<b>36</b>
3.1. Aspectos generales	36
3.2. Aproximación mediante el esquema lineal de la caja (Box-Scheme)	37
3.3. Aproximación mediante el esquema no lineal	41
3.4. Modelo HEC – HMS	43
3.5. Modelo EPA-SWMM	45
3.6. Modelo Onlineoverland / Ponce	46
<b>Capítulo 4 Transporte y estimación aproximada de sedimentos en cuencas urbanas</b>	<b>49</b>
4.1. Transporte y erosión debido al flujo	49
4.1.1. Aproximación de la ecuación de transporte	49
4.1.2. Desprendimiento de partículas por el flujo	52
4.1.3. Formulación de la capacidad de transporte	55
4.2. Ecuaciones para estimar la tasa de producción de sedimentos	56

<b>Capítulo 5 Aplicación en una subcuenca urbana</b>	<b>60</b>
5.1. Recopilación de información de la zona de estudio	60
5.2. Caracterización general de la subcuenca de estudio	60
5.2.1. Parámetros físicos de las áreas de drenaje	63
5.2.2. Parámetros físicos del canal Molinos	65
5.2.3. Caracterización del suelo	67
5.3. Características del régimen de lluvias	74
5.3.1. Curvas Intensidad-Duración-Frecuencia (IDF)	74
5.4. Descripción del Algoritmo	77
5.5. Desarrollo y resultados del Algoritmo	78
5.5.1. Transformación lluvia-escorrentía en el área A1	80
5.5.2. Transporte de sedimentos en el área A1	85
5.5.3. Producción de sedimentos con HEC-HMS	86
5.5.4. Producción potencial de sedimentos con el método USLE modificado en el área A1	89
<b>Capítulo 6 Análisis comparativo de resultados</b>	<b>90</b>
6.1. Caudal líquido superficial	90
6.2. Cantidad estimada de producción de sedimentos	94
<b>Capítulo 7 Conclusiones, recomendaciones y aporte de la tesis</b>	<b>97</b>
<b>Capítulo 8 Referencias bibliográficas</b>	<b>102</b>



## Índice de tablas

Tabla 1. Modelos según parámetro de ponderación	39
Tabla 2. Casos especiales de modelación	39
Tabla 3. Áreas de drenaje: longitud, ancho y pendiente promedio	65
Tabla 4. Longitud, ancho y pendiente promedio en tramos del Canal Molinos	67
Tabla 5. Diámetros característicos de las partículas del Suelo	68
Tabla 6. Coeficiente de Erosionabilidad $K$ de la USLE ( $\text{kg h/N m}^2$ )	70
Tabla 7. Valores ponderados del Coeficiente de Erosionabilidad $K$	71
Tabla 8. Coeficientes ponderados de Cobertura $C$	73
Tabla 9. Lluvias constantes para cada subcuenca ( $T_r$ : 100 años y $D$ : 3 hr)	76
Tabla 10. Datos del área de drenaje $A_1$	79
Tabla 11. Lluvia constante y Volumen precipitado en el área $A_1$	79
Tabla 12. Lluvia distribuida (Hidrograma), y Volumen precipitado en el área $A_1$	79
Tabla 13. Estimación del potencial de producción de sedimentos en la subcuenca $A_1$ – método USLE modificado	89
Tabla 14. Resultados de la ecuación de Onda cinemática obtenidos con los programas y esquemas numéricos para una lluvia constante de 3 horas de duración	90
Tabla 15. Resultados de la ecuación de Onda cinemática obtenidos con los programas y esquemas numéricos para una lluvia distribuida de 3 horas de duración	91
Tabla 16. Resultados de la ecuación de Onda cinemática No lineal en todas las áreas que conforman la Subcuenca para una lluvia constante de 3 horas de duración	93
Tabla 17. Estimación del potencial de producción de sedimentos en todas las áreas que conforman la Subcuenca – método USLE modificado	94
Tabla 18. Comparación de la masa de sedimentos obtenida con Mathematica y HEC-HMS, y como referente el potencial de sedimentos del USLE modificado, para todas las áreas de la Subcuenca Molinos	95

## Índice de figuras

Figura 1. Grilla de puntos para esquema de la caja ( <i>Box-Scheme</i> )	38
Figura 2. Esquema de producción de sedimentos en un volumen de control	49
Figura 3. Diagrama de Shields modificado / obtenido por Parker	54
Figura 4. Localización de la zona de estudio	61
Figura 5. Aferencias a colectores / Delimitación subcuenca Molinos	62
Figura 6. Localización espacial subcuenca Molinos	63
Figura 7. Áreas de drenaje / Subcuenca Molinos	64
Figura 8. Canal Molinos / subcuenca Molinos	66
Figura 9. Tramos de canal aferentes a las áreas de drenaje	66
Figura 10. Zonas geotécnicas del Suelo / subcuenca Molinos	68
Figura 11. Curva Granulométrica	69
Figura 12. Zonas permeables e impermeables / Subcuenca Molina	72
Figura 13. Herramienta para la estimación de curvas IDF en Bogotá	75
Figura 14. Hietograma para $i = 24.4$ mm/hr, $T_r = 100$ años. $D = 3$ horas	76
Figura 15. Área de Drenaje A1 / Subcuenca Molinos	78
Figura 16. Hidrogramas con $\psi = 0.50$ , $\theta$ variable	80
Figura 17. Hidrogramas con $\psi$ variable, $\theta = 1.00$	80
Figura 18. Esquema lineal Lluvia constante $i = 24.36$ mm/hr $D = 3$ horas	81
Figura 19. Esquema No lineal Lluvia constante $i = 24.36$ mm/hr $D = 3$ horas	81
Figura 20. Esquema lineal Lluvia distribuida, $D = 3$ horas $\psi = 0.50$ , $\theta = 1.00$	82
Figura 21. Esquema no lineal Lluvia distribuida $D = 3$ horas	82
Figura 22. Modelación en HEC-HMS Lluvia constante $i=24.36$ mm/hr $D = 3$ horas	83
Figura 23. Modelación en SWMM Lluvia constante $i=24.36$ mm/hr $D = 3$ horas	83
Figura 24. Modelación en HEC-HMS Lluvia distribuida $D = 3$ horas	84

Figura 25. Modelación en SWMM Lluvia distribuida D = 3horas	84
Figura 26. Modelación en Onlineoverland Lluvia constante D = 3horas	84
Figura 27. Modelación en Onlineoverland Lluvia distribuida D = 3horas	84
Figura 28. Evolución de la carga total de sedimentos en el Plano - A1 con Mathematica	85
Figura 29. Evolución de la carga total de sólidos en el Plano - A1 con HEC-HMS	86
Figura 30. Carga total sólidos A2 -HEC-HMS	87
Figura 31. Carga total sólidos A3 -HEC-HMS	87
Figura 32. Carga total sólidos A4 -HEC-HMS	87
Figura 33. Carga total sólidos A5 -HEC-HMS	87
Figura 34. Carga total sólidos A6 -HEC-HMS	87
Figura 35. Carga total sólidos A7 -HEC-HMS	87
Figura 36. Carga total sólidos A8 -HEC-HMS	88
Figura 37. Carga total sólidos A9 -HEC-HMS	88
Figura 38. Carga total sólida A10-HEC-HMS	88
Figura 39. Carga total sólidos A1 -HEC-HMS	88
Figura 40. Carga total sólida A12 -HEC-HMS	88
Figura 41. Comparación de hidrogramas esquema lineal - Onda Cinemática A1	92
Figura 42. Comparación de hidrogramas esquema no lineal - Onda Cinemática A1	92
Figura 43. Comparación carga total de sedimentos (Mathematica y HEC-HMS) – A1	96

## Índice de anexos

Anexo 1. Análisis de sensibilidad en Mathematica para determinación de parámetros del esquema de la caja, $\psi$ constante y $\theta$ variable.	106
Anexo 2. Análisis de sensibilidad en Mathematica para determinación de parámetros del esquema de la caja, $\psi$ variable y $\theta$ constante.	110
Anexo 3. Solución aproximada en Mathematica de la onda cinemática mediante el esquema lineal en condición de lluvia constante. Incluye la ecuación de Transporte	114
Anexo 4. Solución aproximada en Mathematica de la onda cinemática mediante el esquema no lineal en condición de lluvia constante.	119
Anexo 5. Solución aproximada en Mathematica de la onda cinemática mediante el esquema lineal en condición de lluvia distribuida.	122
Anexo 6. Solución aproximada en Mathematica de la onda cinemática mediante el esquema no lineal en condición de lluvia distribuida.	125
Anexo 7. Solución aproximada en HEC-HMS de la onda cinemática en condición de lluvia constante, incluye el módulo de sedimentos (ver anexo digital).	128
Anexo 8. Solución aproximada en HEC-HMS de la onda cinemática en condición de lluvia distribuida. (ver anexo digital).	128
Anexo 9. Solución aproximada en SWMM de la onda cinemática en condición de lluvia constante. (ver anexo digital).	128
Anexo 10. Solución aproximada en SWMM de la onda cinemática en condición de lluvia distribuida. (ver anexo digital).	128
Anexo 11. Solución aproximada utilizando Onlineoverland, aplicación web del Dr. Ponce, en condición de lluvia constante.	129
Anexo 12. Solución aproximada utilizando Onlineoverland, aplicación web del Dr. Ponce, en condición de lluvia distribuida.	131

## Introducción

Actualmente, en muchas áreas de la Ingeniería Civil se usan los modelos computacionales para analizar las condiciones particulares que se pueden presentar en el desarrollo de un proyecto de diseño y/o construcción. Sin embargo, hay situaciones que pueden limitar el uso del modelo y generan resultados diferentes a los esperados debido al desconocimiento de los supuestos hechos. Debido a esto, en este documento se destaca la importancia de los conocimientos matemáticos en el empleo de un modelo, que conforman la base de los análisis y del esquema numérico utilizado para resolver la ecuación de onda cinemática. Además, facilita comparar los resultados obtenidos con los de otros programas del ámbito internacional.

Este documento lo componen los contenidos temáticos que a continuación se mencionan: marco teórico, metodología, formulación y aplicación del modelo computacional, análisis, resultados y conclusiones.

En el capítulo 1, se presentan conceptos teóricos de erosión, sedimentos y desprendimiento de material por acción de las lluvias. Se incluye un apartado para dar nociones sobre el análisis de precipitación y la transformación de lluvia a caudal.

En el capítulo 2, Generalidades de los modelos computacionales, se justifica el desarrollo de los modelos asistidos por computador, y su clasificación. Además, se exponen aspectos y consideraciones para la elaboración de un modelo.

El capítulo 3, presenta aspectos generales de la ecuación de onda cinemática y los distintos tipos de soluciones, mediante métodos numéricos y una descripción breve de los programas HEC-HMS y SWMM.

El capítulo 4 aborda la temática del transporte y la producción de sedimentos, describe las ecuaciones de transporte, el desprendimiento de las partículas a causa del flujo, y presenta el método USLE modificado para estimar el potencial de transporte de sedimentos.

En el capítulo 5, se tomó una subcuenca urbana para aplicar los modelos computacionales desarrollados mediante la aproximación de onda cinemática a las ecuaciones de transporte

y se estimó la tasa producción de sedimentos. Se presentan las condiciones y parámetros hidrológicos e hidráulicos de la zona de estudio.

En el capítulo 6, Análisis, se presentan los resultados de las evaluaciones y los análisis comparativos.

En el capítulo 7 se presentan las conclusiones, las recomendaciones del modelo, el aporte de la tesis y los retos de futuros trabajos que podrían tomar como referente este documento.

Finalmente, el capítulo 8 contiene las referencias bibliográficas del documento.

## Objetivos

Los modelos computacionales se han consolidado como herramientas de análisis en varias ramas de la Ingeniería Civil debido a que permiten la formulación y solución de problemas. En este trabajo se presenta la solución de la ecuación de onda cinemática en el campo hidráulico, mediante distintos métodos numéricos y programas computacionales, y se establece el objetivo de *modelar la producción y el transporte de sedimentos en una subcuenca urbana*. Para esto, el presente documento muestra en qué consisten los métodos de simulación numérica, explora sus bases científicas, y a partir de esto, desarrolla herramientas diferentes a las que utilizan los programas especializados del medio internacional.

Los objetivos específicos son los siguientes:

- Describir los conceptos generales de erosión y sedimentos, relacionados con el desprendimiento de las partículas a causa del flujo.
- Modelar numéricamente el proceso hidrológico de transformación lluvia - escorrentía y transporte de sedimentos descrito por las ecuaciones de conservación de la masa de agua y de sedimentos, y cantidad de movimiento en superficies y canales.
- Analizar los aspectos y consideraciones en el uso, la clasificación y la confiabilidad de los modelos computacionales.
- Presentar los conceptos hidrológicos e hidráulicos que se tuvieron en cuenta en la ecuación de onda cinemática y en la ecuación de transporte, con fines de interpretar adecuadamente las soluciones obtenidas, ya sea en los esquemas numéricos o en los programas especializados.
- Contrastar los resultados de los esquemas numéricos desarrollados en Mathematica, respecto a los obtenidos con métodos y programas reconocidos en la comunidad internacional.
- Aportar al desarrollo de futuros trabajos mencionando los límites de la modelación numérica, y las ventajas y desventajas de los cálculos que realizan los programas especializados.

# **Capítulo 1**

## **Erosión, propiedades de los sedimentos y aspectos hidrológicos**

En este capítulo se presentan nociones de los principales conceptos que serán utilizados en este documento, como lo son: erosión, sedimentos, análisis de precipitación, pérdidas de precipitación y transformación de lluvia a caudal.

### **1.1. Erosión**

Según Lal (2001), la erosión de los suelos se define como la pérdida físico-mecánica del suelo, con afectación en sus funciones y servicios ecosistémicos, que produce, entre otras, la reducción de la capacidad productiva de los mismos. Aunque es un proceso natural, se califica como degradación cuando se presentan actividades antrópicas no sostenibles que aceleran, intensifican y magnifican el proceso.

Conceptos similares como el de Pineda (s.f.), definen la erosión como un proceso que desgasta, disminuye y deteriora la superficie de la tierra por las acciones insostenibles del ser humano con los recursos naturales y por agentes como las lluvias, las inundaciones, el hielo, los vientos y los cambios térmicos, entre otros.

IDEAM & UDCA (2015), con respecto a la erosión, dicen: “La pérdida de la capa superficial de la corteza terrestre por acción del agua o del viento, que es mediada por el ser humano, y trae consecuencias ambientales, sociales, económicas y culturales”.

#### **1.1.1. Tipos de Erosión**

Con base en lo anterior, la erosión es un proceso lento que se prolonga por millones de años en el cual intervienen factores hidroclimáticos como la lluvia, la nieve, el frío, el calor y el viento. Se puede clasificar en dos tipos principales, la erosión hídrica y la eólica.

Según IDEAM & UDCA (2015), la erosión hídrica es causada por la acción del agua (lluvia, ríos y mares) en las zonas de ladera donde el suelo está desnudo (sin cobertura vegetal). En este caso, las gotas de lluvia o el riego, ayudadas por la fuerza gravitacional, arrastran las partículas formando zanjas o cárcavas, e incluso causando movimientos en masa en los cuales se desplaza un gran volumen de suelo.



La lluvia tiene efectos erosivos por el impacto de las gotas sobre la superficie del suelo y por el humedecimiento que el flujo le ocasiona a éste, lo que provoca desagregación de las partículas, transporte de material suelto y le proporciona energía al agua de la escorrentía superficial.

Por otra parte, la erosión eólica la causa el viento que levanta y transporta las partículas del suelo, produciendo acumulaciones (dunas o médanos) y torbellinos de polvo.

Es importante señalar que las mayores pérdidas por erosión generalmente se presentan en las regiones con suelos muy erosionables, caracterizados por tener pendientes altas, clima seco y fuertes vientos con lluvias intensas ocasionales. Adicionalmente, la degradación de suelos por erosión está ligada a la pérdida de estabilidad de las laderas y taludes, lo cual aumenta el riesgo de amenazas como los movimientos en masa y los flujos torrenciales (IDEAM and UDCA 2015).

### **1.1.2. Proceso de Erosión Hídrica**

La precipitación es el principal factor que interviene en el proceso de erosión hídrica. El impacto de las gotas de lluvia y la escorrentía representan los agentes erosivos que vencen la cohesión de las partículas de la masa de suelo, y debido a esto generan su desprendimiento y posterior transporte.

Según Hernández (2009), el desprendimiento por impacto ( $D_i$ ) tiene validez cuando la penetración de las gotas de lluvia es mayor que la profundidad de la lámina de agua; si sucede lo contrario, este tipo de desprendimiento se considera nulo, no se tiene en cuenta.

Su cálculo depende de la intensidad de precipitación y del factor de calibración que, según las condiciones particulares del sitio, puede variar considerablemente. Esto ha dificultado que los modelos alcancen resultados realistas; los que más se han aproximado requieren datos de difícil obtención como la masa depositada. Por lo anterior, en este trabajo no se tendrá en cuenta el material que se desprende por el impacto de la lluvia para estimar la tasa aproximada de sedimentos.

El desprendimiento por flujo ( $D_f$ ) es otro proceso erosivo ocasionado por la fuerza del flujo en las partículas del lecho. Se puede describir brevemente de la siguiente manera: cuando el suelo está expuesto, la escorrentía superficial genera que las partículas del suelo se desprendan de manera localizada, actuando sobre una parte del terreno en la que se concentran velocidades que pueden llegar a generar erosión.

Está controlado por la resistencia límite de las partículas del suelo a disgregarse, condición por la que usualmente se determina en términos del esfuerzo cortante, aunque existen otras variables como: el caudal, la energía de corte y la concentración de las partículas sólidas, (Zambrano, 2015).

## **1.2. Sedimentos**

Rodríguez (s.f.) sostiene que los sedimentos son depósitos de material sólido que se forman en la superficie de la tierra y en el fondo del mar. Proviene de la degradación de rocas o suelos por la acción erosiva de factores como el agua y el viento. Los procesos sedimentológicos ocurren sin acción de altas presiones y temperaturas. El estudio de los sedimentos empieza con el desgaste de una roca sólida, sigue con la capacidad de ser transportados, y termina con la formación de depósitos, lo que da origen a una roca nueva sedimentaria.

### **1.2.1. Clasificación de los sedimentos**

Según García & Maza (1990), los sedimentos están constituidos por una gran variedad de partículas que difieren entre sí en tamaño, forma y densidad. Desde el punto de vista de la resistencia que oponen a ser arrastrados y de su comportamiento al ser transportados por una corriente de agua, se distinguen primordialmente dos clases: cohesivos y no cohesivos. Sin embargo, hay sedimentos que tienen características mixtas, es decir, presentan cohesión y fricción interna.

Los sedimentos no cohesivos o de material granular están formados por granos gruesos o partículas sueltas, como las arenas y gravas. Su comportamiento mecánico e hidráulico está definido por la compactación del depósito, es decir, por el grado de acomodamiento que alcanzan las partículas, y por la orientación de las mismas.

Los sedimentos cohesivos son partículas de grano muy fino constituidas por minerales de arcilla que se mantienen unidas entre sí por la fuerza de cohesión, la cual se opone a que las partículas individuales se separen del conjunto al que forman parte. Son transportadas o mantenidas en suspensión debido a que su peso prácticamente no influye en sus movimientos; en cuanto cesa la acción del agua, muchas de ellas (coloides) no se depositan, a menos que la presencia de sales facilite el proceso de floculación (formación de grumos o flóculos).

### **1.2.2. Propiedades de los sedimentos**

Las partículas que conforman los sedimentos se consideran como cuerpos aislados que se caracterizan según las siguientes propiedades: tamaño, distribución granulométrica, forma, ángulo de reposo, densidad, peso específico, gravedad específica, porosidad y velocidad de caída de una partícula. Varios autores como Guarín (2014), consideran que algunas de las propiedades más importantes son: el tamaño, la distribución granulométrica y la forma; y debido a esto a continuación se da una descripción general de estas.

De acuerdo con el Departamento de Hidráulica de la Universidad del Cauca, citado por Guarín (2014), el tamaño es la característica física más importante de los sedimentos. Se refiere al diámetro de las partículas y se define en función del volumen, o por el tamaño de la abertura de la malla, o por sus dimensiones triaxiales. Según la medición hay varios tipos de diámetros: el nominal, el de sedimentación y el estándar de cimentación, que corresponde al diámetro de una esfera cuya densidad relativa es 2,65.

La distribución granulométrica permite caracterizar el material de un tramo de una corriente natural y continua de agua. Esto se determina a partir de muestras tomadas en secciones transversales y longitudinales que luego se analizan para relacionar el peso con el tamaño las partículas.

La forma es una propiedad que influye en el movimiento de las partículas en el fluido, independientemente de su tamaño, densidad o composición mineralógica. Es una característica importante que influye en la determinación de algunas características físicas de los sedimentos.

### **1.2.3. Inicio del movimiento de las partículas**

El estudio del inicio del movimiento de las partículas de fondo de una corriente hídrica es fundamental para conocer el comienzo del flujo de agua con sedimentos, y por tanto hace parte de los análisis de transporte de sedimentos.

De acuerdo con autores como (Rocha 2007), hay dos formas de aproximarse al estudio de la iniciación del movimiento de sedimentos:

- La primera se refiere a la acción del esfuerzo cortante. El movimiento de las partículas del fondo inicia cuando la fuerza actuante  $\tau_o$  iguala y supera al esfuerzo cortante crítico  $\tau_c$ .
- La otra es determinando la velocidad crítica  $v_c$ . Se denomina velocidad crítica de arrastre a la velocidad media de la corriente con la cual empieza el movimiento de las partículas constituyentes del lecho. El caudal que corresponde con el inicio del movimiento se denomina caudal crítico de arrastre.

Es importante resaltar que en este documento lo referente al inicio del movimiento de las partículas se realizará con el esfuerzo cortante medio de fondo, y el esfuerzo cortante crítico será determinado con el criterio de Shields, que según las fuentes consultadas es uno de los más utilizados.

Criterio de Shields. Es un parámetro obtenido en investigaciones teóricas y experimentales, que demuestra que el inicio del movimiento de una partícula sólida de diámetro  $d$  puede describirse como la relación entre la fuerza que tiende a producir el sedimento y la fuerza

que lo estabiliza o mantiene el reposo. En la ecuación 1.1 se presenta la relación adimensional obtenida.

$$\bar{\tau} = \frac{\tau_o}{(\gamma_s - \gamma)d} \quad 1.1$$

Donde el esfuerzo cortante ( $\tau_o$ ) tiende a producir el movimiento, mientras que la acción del peso representada por  $(\gamma_s - \gamma)$  tiende a estabilizar o mantener el reposo.

#### 1.2.4. Capacidad de transporte

Usualmente la capacidad de transporte se define como la cantidad máxima de sedimentos que puede transportar el flujo teniendo en cuenta el tipo movimiento y el tipo de flujo sólido según el tamaño de la partícula, concepto que en cuencas urbanas aplica para la carga en suspensión o la carga total. A continuación se describen cuatro tipo de formulaciones que, según Yang (1996), citado por (Zambrano 2015), permiten determinar la capacidad de transporte.

- Probabilística. Es una aproximación que relaciona el transporte de la carga de fondo con la turbulencia que actúa sobre las partículas de sedimentos, en el tiempo y el espacio. La ecuación formulada por Einstein en 1942 fue la primera de este tipo y por tanto es la más conocida e implementada, es una relación de probabilidad que permite determinar el transporte de sedimentos suponiendo que una partícula puede ser disgregada del lecho si la fuerza de elevación excede el peso sumergido, y sin tener en cuenta las fuerzas de arrastre sobre la partícula.
- Descarga o velocidad. Este método utiliza el caudal unitario para determinar el inicio del transporte de la carga de fondo. Es el único que no involucra de manera directa la profundidad del flujo.

Esfuerzo cortante. Supone que la capacidad de la corriente para el transporte de sedimentos varía directamente con la diferencia entre el esfuerzo cortante que actúa sobre el lecho y el esfuerzo cortante crítico que causa el inicio del movimiento, este último calculado con el criterio de Shields (parámetro obtenido experimentalmente en 1936 por Albert Shields), que es uno de los valores de referencia que más se utilizan en el estudio de la capacidad y transporte de sedimentos para conocer el inicio del movimiento de las partículas sólidas.

- Energía del flujo. Es una aproximación que considera la energía del flujo y la energía necesaria para el transporte de sedimentos. Del grupo de ecuaciones que utilizan

esta formulación se mencionan las siguientes: Engelund y Hansen (1967), Brownlie (1981), y Yang et al. (1996).

Según Zambrano (2015), como no existe una metodología única para elegir la fórmula más apropiada a las condiciones requeridas, se debe tener en cuenta el rango de aplicación de la ecuación seleccionada para que resulte lo más similar posible a las condiciones reales (parámetros hidráulicos y sedimentológicos).

Las comparaciones de los rangos de validez de las distintas formulaciones, y el análisis de estudios realizados en cauces fluviales y en laboratorio, concluyen que en las cuencas de cabecera urbana el sedimento producido es de tamaño reducido, condición que implica que se deban utilizar las ecuaciones basadas en el concepto de energía, ya que estas brindan la posibilidad de realizar el cálculo de la carga total.

### **1.2.5. Transporte de sedimentos**

Cuando el suelo es desprendido, los sedimentos son transportados por el impacto de las gotas de lluvia y por la acción del flujo del agua, siendo este último el más relevante. Según Zambrano (2015), el transporte por impacto normalmente se descarta debido a que es poco representativo de los procesos de transporte.

La mayor parte de los modelos que describen los procesos del transporte de sedimentos están fundamentados en el concepto de capacidad de transporte, que es la capacidad que tiene el flujo para transportar sedimentos, y además limita la cantidad de sedimento que se puede disgregar pues de lo contrario la simulación continuaría erosionando ilimitadamente, lo cual no tiene sentido físico.

Es importante mencionar que la producción de sedimentos y la capacidad de transporte presentan un comportamiento inverso. Inicialmente la capacidad de transporte es alta pero la provisión de sedimentos es baja, el material transportado es la carga de lavado, y por lo tanto el proceso de erosión queda limitado a la producción de sedimentos. A medida que aumenta la carga de lavado disminuye la capacidad de transporte del flujo hasta alcanzar el punto de equilibrio, a partir de éste aumenta la producción de sedimentos pero disminuye la capacidad de transporte del flujo, siendo ahora el material transportado la carga de fondo (Zambrano 2015).

Las anteriores definiciones aplican en flujos aluviales donde se puede diferenciar el flujo de fondo del flujo superficial, pero esto no ocurre en el caso urbano pues ahí el flujo superficial es poco profundo, debido a esto se usan formulaciones para la carga en suspensión o carga total para estimar la producción de sedimentos.

### **1.2.6. Modos de transporte**

El transporte de sedimentos se clasifica según el modo de transporte y/o origen del material. Según el origen del material, ya sea del cauce o de la cuenca. Los materiales de la cuenca muy finos (limos y arcillas) son transportados en suspensión y se consideran como cargas de lavado (si es de la cuenca) o foránea (si es del cauce). Según el modo de transporte, las partículas pueden ser transportadas por la corriente, o pueden moverse cercanas al fondo ya sea rodando, deslizándose o saltando (depende del tamaño de la partícula).

Si una partícula está en reposo puede iniciar su movimiento rodando o saltando al superar el umbral de movimiento. Si la corriente aumenta su velocidad y volumen, la partícula puede ser ahora transportada en suspensión, pues a mayor intensidad en la corriente, la probabilidad de que las partículas vayan suspendidas es mayor. Basado en esto, se puede afirmar que el transporte en suspensión representa casi el 90% de la carga sólida, mientras que la carga de fondo define y es causante de múltiples variaciones en el lecho, por ejemplo puede definir: la forma de la sección del cauce, la pendiente, la granulometría, etc.

Según Guarín (2014), los sedimentos se pueden clasificar de manera general según su modo de transporte en:

- Carga o material de lavado: son partículas muy finas transportadas por el agua que no existen en el lecho, son muy difíciles de medir por ser tan imperceptibles.
- Material del lecho: se refiere a la carga total que está en mayor contacto con el lecho.
- Material suspendido: es la parte de la carga total que se mueve sin contacto continuo con el lecho.

No obstante lo anterior, y tal como se mencionó en el numeral 1.2.5, en el caso urbano se descarta el material del lecho y solamente se considera el modo de transporte por lavado y en suspensión; y además, se tiene en cuenta que en condiciones urbanas, el flujo es poco profundo y muy homogéneo, siendo así muy complejo distinguir entre el suspendido y el de lavado, por ello se utilizan las ecuaciones de carga total para estimar la tasa de producción de sedimentos.

## **1.3. Conceptos y Procesos hidrológicos**

### **1.3.1. Precipitación**

En el campo de la hidrología e hidráulica es fundamental el análisis de la precipitación, pues constituye el principal dato de entrada de cualquier modelo, programa, o mecanismo similar. Debido a esto, será considerada de dos maneras: como lluvia constante, y como lluvia distribuida en el tiempo. La primera estima el caudal pico asociado al tiempo de ocurrencia del pico, y con la segunda se distribuye la precipitación en el tiempo, dando como resultado el hietograma de precipitación.

Según Gómez (2007), en el caso urbano las cuencas usualmente son pequeñas, por tanto, los análisis suelen realizarse con intervalos de tiempo de 5 a 10 minutos, o incluso menores según el tamaño de ellas - Difiere del caso fluvial, en el que los tiempos son más extensos debido a que los análisis se hacen a una escala espacial mayor.

Una vez obtenida la curva Intensidad-Duración-Frecuencia (IDF), se determina la lluvia por utilizar según la finalidad del estudio y el periodo de retorno correspondiente.

Cabe anotar que cuando la lluvia alcanza la superficie del terreno, se distribuye de diversas maneras debido a la variedad de fenómenos por los cuales discurre y que dependen de factores como las condiciones del suelo y el entorno, dentro de estos se mencionan los siguientes: interceptación, almacenamiento, humedad, aguas subterráneas, flujo subsuperficial y escorrentía superficial (Monsalve 1999).

De los fenómenos anteriores, el que tiene mayor importancia desde el punto de vista de la ingeniería es la escorrentía superficial, porque consiste en la ocurrencia y el transporte de agua en la superficie terrestre. Según lo descrito por Monsalve (1999), de la precipitación que llega al suelo, una parte queda retenida en las depresiones del terreno o como películas alrededor de partículas sólidas. Del excedente de agua retenida, una parte se infiltra y el resto escurre superficialmente. Con base en lo anterior, se define exceso de precipitación como la precipitación total caída al suelo menos la retenida o infiltrada.

De manera complementaria, el análisis de precipitación de este trabajo solamente tuvo en cuenta la infiltración debido a que es uno de los principales fenómenos que genera pérdidas en el volumen del flujo escorrentía. Sin embargo, un estudio más riguroso debería incluir los efectos que generan fenómenos como: evaporación, transpiración, interceptación del flujo por vegetación y almacenamiento superficial.

Para complementar los conceptos teóricos de esta sección, a continuación, se presentan las definiciones generales de los procesos descritos que generan pérdidas.

- Infiltración. “Se inicia una vez que el agua toca la superficie del suelo, excepto en las áreas impermeables en donde la escorrentía se inicia casi inmediatamente. La tasa y cantidad de infiltración está limitada por la cantidad precipitada y la capacidad de infiltración del suelo. Si la capacidad de infiltración es excedida, se genera escorrentía superficial por exceso de precipitación” (Zambrano 2015).
- Evapotranspiración y almacenamiento: la influencia entre estos depende de factores como el régimen climático y el tipo de vegetación. “En un periodo de pocas lluvias el agua almacenada en el suelo y las rocas irá decreciendo gradualmente, mientras que el nivel freático se hará más profundo. La evapotranspiración y los procesos de drenaje determinan las *condiciones de humedad precedente* a un evento de lluvia, las que a su vez son importantes porque determinan la respuesta de la cuenca a la precipitación” (Zambrano 2015).

### 1.3.2. Descripción de las consideraciones de lluvia

Tal como se indicó en el numeral 1.3.1, a continuación se describen las condiciones de lluvias que serán tenidas en cuenta para los análisis en este documento.

**Lluvia constante.** Consiste en conseguir de la curva IDF la profundidad de precipitación que corresponde a una duración y periodo de retorno determinado.

**Lluvia distribuida a través del método de bloques alternos.** Con la curva IDF y el periodo de retorno requerido se obtiene la lluvia máxima de diseño, a la cual se le calculan intensidades en intervalos iguales de tiempo hasta completar la duración del evento. En términos generales, “el método consiste en distribuir la cantidad precipitada que le corresponde a cada intervalo de tiempo, generando así bloques de precipitación que luego se ordenan de manera tal que la intensidad máxima ocurra en el centro de la duración del evento y los demás bloques queden en orden descendente, alternándose a la derecha y a la izquierda del bloque central” (M. Gómez 2007).

### 1.3.3. Pérdidas de precipitación

De acuerdo con Zambrano (2015), las pérdidas son abstracciones de la precipitación que no contribuyen al flujo de escorrentía. En el numeral 1.3.1 fueron descritos los fenómenos que propician las abstracciones que intervienen en el balance hídrico.

Se han desarrollado una gran cantidad de métodos para el cálculo de la infiltración basados en las ecuaciones de movimiento del flujo, el cual puede ser permanente (ley de Darcy), o no permanente (ecuación de Richards). A pesar de esto, y teniendo en cuenta lo afirmado por Zambrano (2015), resulta difícil establecer cuál sería el más apropiado para unas determinadas condiciones. Ante esta situación, se escogió el método del número de curva (CN) desarrollado por el Soil Conservation Service (SCS, por sus siglas en inglés) de Estados Unidos en 1972. Se eligió porque es un método sencillo que relaciona las cantidades reales con las cantidades potenciales de las abstracciones y excesos de precipitación, esta hipótesis tiene la siguiente forma:

$$\frac{F_a}{S} = \frac{P_e}{P - I_a} \quad 1.2$$

Donde:

- $F_a$ , pérdidas de precipitación acumuladas (abstracciones).
- $S$ , almacenamiento máximo potencial de la cuenca.
- $P_e$ , precipitación neta o efectiva.
- $P$ , precipitación bruta o total.
- $I_a$ , abstracción o pérdida inicial.



Del principio de continuidad se obtiene:

$$P = P_e + Ia + F_a \quad 1.3$$

Operando los términos de la ecuación 1.2, y aplicando el principio de continuidad resulta lo siguiente:

$$P_e = \frac{(P - Ia)^2}{P - Ia + S} \quad 1.4$$

La ecuación 1.4 es la fórmula básica para calcular la profundidad de los excesos de precipitación. Cabe señalar que con los análisis de los datos experimentales del SCS se pudo desarrollar la siguiente relación para las abstracciones iniciales  $Ia$ :

$$Ia = 0.2S \quad 1.5$$

El uso de este método requiere la determinación del número de curva (CN) correspondiente al área específica de estudio, con el cual, según Hernández (2009), se determina la relación entre la lluvia bruta y la lluvia neta o efectiva. Este parámetro depende de las condiciones antecedentes de humedad, y del tipo y uso del suelo, y según estos puede variar entre 0 y 100. En una superficie totalmente impermeable (donde la lluvia bruta sería igual a la lluvia neta) el valor de CN es 100, pero usualmente en suelos naturales el CN es menor que 100.

En adición a lo anterior, Chow et al. (1994) presenta una tabla que relaciona el número de curva CN con el uso del suelo y su condición de permeabilidad. Si bien aún no se describen las características de la zona de estudio, es importante tener presente la tabla mencionada anteriormente, pues a partir de esta y con las condiciones de dicha zona, se justificará el porcentaje promedio estimado de permeabilidad del suelo.

El almacenamiento  $S$  expresado en milímetros puede calcularse en función del CN a través de la siguiente expresión:

$$S = \frac{25400}{CN} - 254 \quad 1.6$$

Según Zambrano (2015), la definición del número de curva depende básicamente de las características y uso del suelo, debido a esto existen numerosas fuentes bibliográficas sobre los números de curva que se pueden asignar a un suelo específico y que dependen de la combinación de dichas características. Una de estas la elaboró el Soil Conservation

Service (SCS), que definió cuatro grupos de suelos para tabular el número de curva de acuerdo con el uso del terreno.

- Grupo A: Arena profunda, suelos profundos depositados por el viento, limos agregados.
- Grupo B: Suelos poco profundos depositados por el viento, limos agregados.
- Grupo C: Suelos con presencia de cal, arcillas y arenas, con bajo contenido orgánico y alto contenido de arcillas.
- Grupo D: Suelos que se expanden significativamente cuando se mojan, son arcillas de alta plasticidad y con un cierto grado de salinidad.

#### 1.3.4. Transformación de lluvia a escorrentía

Una vez obtenida la lluvia por utilizar, ésta debe ser transformada en caudal para obtener el flujo de escorrentía. Existen diferentes metodologías para realizar este proceso: uno de los más básicos y utilizados es el método racional, pero se debe tener en cuenta que solamente sirve para obtener caudales pico.

Hay métodos más complejos, como el del *hidrograma unitario*, que son bastante útiles si se cuenta con información de campo. Si no se cuenta con esto, se simplifican las variables con aproximaciones teóricas, como sucede al utilizar los hidrogramas unitarios sintéticos. Según Zambrano (2015), no es adecuado utilizar este tipo de hidrogramas en cuencas pequeñas, como las que se generan a escala urbana, ya que puede haber grandes diferencias con la realidad.

En el caso urbano, Zambrano (2015) afirma que son más apropiados los modelos basados en las ecuaciones del movimiento del fluido, como las aproximaciones a las ecuaciones de Saint-Venant, debido a que aportan la evolución en el tiempo de los caudales.

Las ecuaciones de Saint-Venant, derivadas de las ecuaciones de conservación de masa y conservación de la cantidad de movimiento, se representan de la siguiente manera:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q_l = 0 \quad 1.7$$

Donde  $A$  es el área de la sección transversal,  $Q$  es el caudal, y  $q_l$  es el flujo lateral. De la ecuación 1.6 es importante señalar que el caudal lateral es por unidad de longitud ( $q_l$ ).

En las cuencas urbanas el flujo se divide en dos tipos: el flujo en el plano (hortoniano), y el flujo en el canal. En ambos se considera que las fuerzas inerciales y de presión se pueden omitir pues las fuerzas gravitacionales y las de fricción gobiernan el flujo. Es importante

señalar que el método de *onda cinemática*, descrito en los capítulos 3 y 4, se puede utilizar para modelar estos tipos de condiciones del flujo (Zambrano, 2015).

Cabe agregar que los métodos para estimar la escorrentía por exceso de infiltración tienen las siguientes limitaciones: desestiman la interacción entre la precipitación y el tiempo de encharcamiento, y descartan el hecho de que el suelo sigue infiltrando mientras exista agua superficial, aun cuando haya cesado la precipitación.

#### 1.3.4.1. *Transformación lluvia-escorrentía en superficies*

En el flujo hortoniano, la ecuación de cantidad de movimiento con la aproximación de onda cinemática se simplifica a :

- $S_o = S_f$ , donde  $S_o$  es la pendiente de fondo (pequeña), y  $S_f$ , la pendiente de fricción.
- Se considera que el ancho del flujo es considerablemente mayor que la profundidad de la lámina de agua, por lo que el radio hidráulico se puede aproximar a la lámina de agua.
- Si el canal es ancho, la ecuación de Manning para la descarga por unidad de ancho  $q$  se puede escribir de la siguiente forma:

$$q = \left( \frac{1}{n} \right) S_o^{1/2} y_o^{5/3} \quad 1.8$$

- Con las consideraciones anteriores, la ecuación de onda cinemática para flujo superficial por unidad de ancho toma la siguiente forma:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = i = r - f \quad 1.9$$

Donde  $q$  es el caudal por unidad de ancho del plano,  $i$  es la intensidad de precipitación neta que resulta de la diferencia entre la precipitación  $r$  y las pérdidas de precipitación  $f$ . La descarga por unidad de ancho puede ser descrita en función de la lámina del flujo con la siguiente expresión.

$$q = \alpha y^\beta \quad 1.10$$

Al comparar la ecuación 1.8 con la ecuación 1.9, se tiene que:

$$\alpha = \frac{1}{n} S_o^{1/2}$$

**1.11**

$$\beta = \frac{5}{3}$$

La ecuación 1.10, al resolverse para la profundidad del flujo  $y$ , queda de la siguiente forma:

$$y = \left( \frac{q}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad \mathbf{1.12}$$

Derivando en la ecuación 1.12, la profundidad respecto al tiempo se obtiene:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{dy}{dq} \frac{\partial q}{\partial t} = \left( \frac{1}{\alpha} \right)^{\beta-1} \frac{1}{\beta} (q)^{\frac{1}{\beta}-1} \frac{\partial q}{\partial t}$$

**1.13**

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \alpha^{-1\beta-1} \beta^{-1} q^{\frac{1}{\beta}-1} \frac{\partial q}{\partial t}$$

Remplazando la derivada anterior en la ecuación 1.9, resulta lo siguiente:

$$\alpha^{-1\beta-1} \beta^{-1} q^{\frac{1}{\beta}-1} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = i$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1}{\alpha^{-1\beta-1} \beta^{-1} q^{\frac{1}{\beta}-1}} \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{i}{\alpha^{-1\beta-1} \beta^{-1} q^{\frac{1}{\beta}-1}} \quad \mathbf{1.14}$$

$$c = \frac{1}{\alpha^{-1\beta-1} \beta^{-1} q^{\frac{1}{\beta}-1}}$$

Donde  $c$  es la celeridad de onda, que al sustituir en 1.14 da lugar a la ecuación de onda:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + c \frac{\partial q}{\partial x} = c i \quad 1.15$$

### 1.3.4.2. *Transformación lluvia-caudal en canales*

Siguiendo con la formulación presentada en el numeral anterior, algunos autores como Hernández (2009) y Zambrano (2015) utilizan la aproximación de onda cinemática para simular el flujo en un canal. Para este caso se utiliza nuevamente la aproximación unidimensional de dicho método, lo que implica lo siguiente:

La longitud del canal es mucho más grande que su sección transversal. Por ello se supone que las variables de flujo dependen solamente de la coordenada longitudinal y que serán homogéneas en una sección transversal dada. Si este no fuera el caso, se puede proveer una relación entre la lámina de agua y las variaciones puntuales de las variables sobre la sección transversal.

- La curvatura de las líneas de corriente se puede desestimar en los planos verticales y horizontales. El vector aceleración tiene componentes que se pueden omitir y la presión se asume hidrostática.
- La pendiente del canal es pequeña.
- El flujo es turbulento, por lo cual la pérdida de energía se asume proporcional al cuadrado de la velocidad de flujo.
- El agua se supone incompresible, de modo que su densidad no aparece en las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento.

El canal se asume con sección constante en la longitud que se determine, de modo que la relación entre el área mojada y la lámina de agua es la misma para cada tramo en el espacio. Con estas condiciones, la ecuación de onda cinemática para flujo en canales se define a partir de la ecuación 1.7.

A partir de la siguiente relación entre área y caudal.

$$Q = \alpha A^\beta \quad 1.16$$

Ahora, utilizando la ecuación de Manning:

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} S_o^{1/2} = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} S_o^{1/2} \quad 1.17$$

Comparando la relación anterior con la forma de la ecuación 1.16, se deduce que:

$$\alpha = \left( \frac{S_o^{1/2}}{n P^{2/3}} \right)$$

**1.18**

$$\beta = \frac{5}{3}$$

Al resolver la ecuación 1.17 para el área mojada  $A$ , obtiene la siguiente forma:

$$A = \left( \frac{n P^{2/3}}{S_o^{1/2}} \right)^{3/5} Q^{3/5} = \left( \frac{1}{\alpha} \right)^{\beta-1} Q^{\beta-1} \quad \mathbf{1.19}$$

Derivando en la ecuación 1.19 el área con respecto al tiempo se obtiene:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial t} = \left( \frac{1}{\alpha} \right)^{\beta-1} \beta^{-1} Q^{\frac{1}{\beta}-1} \frac{\partial Q}{\partial t} \quad \mathbf{1.20}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = (\alpha^{-1})^{\beta-1} \beta^{-1} Q^{(\beta-1)-1} \frac{\partial Q}{\partial t}$$

Remplazando la derivada anterior en la ecuación 1.7, resulta lo siguiente:

$$(\alpha^{-1})^{\beta-1} \beta^{-1} Q^{(\beta-1)-1} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = ql$$

$$c = \frac{1}{\alpha^{-1} \beta^{-1} Q^{\frac{1}{\beta}-1}} \quad \mathbf{1.21}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = c ql$$

Que es la ecuación de onda con celeridad  $c$ . Considerando que las superficies planas tienen una extensión superficial más grande que la de los canales, y por lo tanto generan la mayor

cantidad de partículas sólidas, en este trabajo, el material desprendido debido al flujo será estimado en los planos.

## **Capítulo 2**

### **Aspectos generales de los modelos computacionales**

#### **2.1. Justificación**

La sedimentación ocurre cuando un material sólido es transportado por diversos factores como el agua, el viento y los cambios de temperatura, y se deposita en el fondo de un canal, río, o en una superficie particular. Por lo tanto, las condiciones ideales para estimar la tasa de producción de sedimentos en una cuenca implican la realización de estudios y análisis con datos de campo; sin embargo, resulta bastante costoso por la demanda de recursos y tiempo. Ante este panorama, autores como Zambrano (2015) recomiendan que la modelación computacional sea una herramienta adecuada para simular procesos como el transporte de sedimentos.

#### **2.2. Consideraciones**

Un modelo computacional tiene como fundamento reproducir los procesos hidrológicos e hidráulicos que ante un evento de lluvia ocasionan procesos de producción de sedimentos. Algunos de estos como la infiltración, la escorrentía, y la evaporación, están descritos en el numeral 1.3.

Un modelo completo de una ladera debería incluir todos los procesos antes mencionados, pero las condiciones particulares de una zona determinada, así como las limitaciones de información, llevan a realizar ciertas simplificaciones que favorecen la modelación. Por ello, es necesario conocer previamente ciertas condiciones como las características climáticas de la zona de interés, así como la vegetación, el brillo solar, la humedad y la precipitación, entre otros, para así poder establecer las limitaciones del modelo.

#### **2.3. Clasificación de los modelos**

Como se mencionó anteriormente, los modelos computacionales ofrecen grandes ventajas para la simulación de un determinado proceso. Sin embargo, hay otros tipos de modelos que, según las fuentes consultadas, se pueden clasificar en físicos y análogos. Los modelos físicos materializan el escenario de un evento y se realizan a escala en laboratorio; los análogos tienen el mismo fin pero utilizan sistemas eléctricos o mecánicos.



Hay autores como Hernández (2009), que consideran que los modelos computacionales se pueden agrupar de la siguiente manera: físicos y empíricos.

Un modelo físico se basa en la solución de las ecuaciones físicas fundamentales que describen el flujo: para el líquido se usan las de conservación de la masa y cantidad de movimiento, y para los sedimentos se utiliza la ecuación de conservación de la masa. En cambio, un modelo empírico se basa en el análisis de lo observado. Muchos modelos empíricos se fundamentan en el análisis de información recopilada con técnicas estocásticas, pero los critican por suponer hipótesis que no representan la realidad del comportamiento físico del sistema (Hernández 2009).

### **2.3.1. Modelos físicos**

Un modelo físico describe los procesos mediante ecuaciones matemáticas. Es importante precisar que en este estudio las modelaciones computacionales fueron realizadas a través de la ecuación de onda cinemática, y a partir de esto se simuló el proceso hidrológico e hidráulico para el cálculo de sedimentos.

Se utilizan los métodos numéricos para resolver dichas ecuaciones de manera aproximada. Los procesos físicos más importantes que intervienen en la producción de sedimentos son:

- **Desprendimiento:** tal como se explicó en el numeral 1.1.2, consiste en la separación de las partículas por la acción erosiva del agua lluvia. Se distinguen primordialmente dos procesos erosivos: la primera, mediante el impacto de las gotas de lluvia, acción que propicia el traslado de las partículas disgregadas a una cierta distancia cercana de su ubicación original; la segunda, debido a la escorrentía superficial. Esta última tiene relación directa con los parámetros que determinan sus características hidráulicas, como lo son: el número de Froude y el número de Reynolds.
- **Transporte:** según autores como Holeman (1968), citado por Hernández (2009), consiste en el movimiento de los sedimentos de su ubicación original. Estos viajan desde las zonas altas a través de los arroyos e incluso pueden llegar a alcanzar el mar. Cabe resaltar que hay modelos que incluyen en su ecuación la concentración máxima de sedimento o el caudal sólido, por lo cual consideran la capacidad de transporte (carga máxima de sedimentos que puede transportar un determinado flujo). Adicionalmente, en los modelos físicos no se tiene en cuenta el transporte por impacto de las gotas de lluvia debido a que las partículas se trasladan una distancia muy corta (Hernández, 2009).
- **Sedimentación:** es el depósito de los sedimentos desprendidos en el proceso erosivo. Algunos sedimentos se depositan temporalmente y puede ocurrir que muchos años después vuelvan a ser movilizados y transportados. Otros, aunque no

todos, llegan al mar; y los hay que se depositan en las zonas con cambio de pendiente (abanicos), en presas y valles.

Zambrano (2015) sostiene que en este tipo de modelos el componente hidrológico y el desprendimiento de las partículas sólidas se deben calcular sin dependencia entre estas. Esto implica suponer que las concentraciones de sedimentos son pequeñas y no influyen en las características hidráulicas del flujo. Si sucediera lo contrario, no sería posible calcularlas independientemente y se debería solucionar la hidráulica y el desprendimiento al mismo tiempo.

La mayoría de modelos que describen los procesos de transporte de sedimentos fueron formulados para drenajes aluviales; sin embargo, se adaptaron a flujos superficiales de poca profundidad para utilizarlos en otras condiciones, como el caso urbano.

En el siguiente capítulo se presentan algunos métodos numéricos que brindan soluciones aproximadas a la ecuación de onda cinemática, de esta manera permite la obtención de lo siguiente: el caudal líquido generado de la transformación lluvia – escorrentía, y la solución de la ecuación de transporte.

### **2.3.2. Modelos empíricos**

Los modelos empíricos tienen como base identificar, a partir de datos y análisis estadísticos, las relaciones entre las variables consideradas, para esto se debe disponer de bases de datos provenientes de la experimentación. A continuación se da una breve descripción de algunos de métodos utilizados en el medio internacional para estimar la tasa de producción de sedimentos:

### **2.4. Etapas de la modelación**

En general, las fases de una modelación deberían realizarse con el siguiente esquema:

- Identificación, establece los componentes y sus relaciones, los cuales se representan a través de las ecuaciones matemáticas.
- Calibración, se determinan los valores de los parámetros (pueden ser medidos en campo o estimados empíricamente)
- Validación, evalúa el error obtenido y determina si es asumible.
- Simulación, permite la obtención de series de variables en un tiempo futuro a partir de series simuladas de datos de entrada
- Análisis de sensibilidad, técnica que permite encontrar la influencia de cada uno de los parámetros usados con los resultados obtenidos por el modelo.

## **2.5. Selección del tipo de Modelo**

Cada modelo tiene un propósito determinado, y un modelo particular no debe considerarse apropiado para cualquier situación; por tanto, para la elección del modelo es indispensable conocer y definir primero el problema que se desea estudiar.

La elección de un modelo para un problema específico debe tener en cuenta lo siguiente: los requerimientos del problema, el conocimiento del sistema y la información disponible. La complejidad del problema dependerá de la cantidad y calidad de información que se disponga. En definitiva, el éxito de un estudio dependerá de la capacidad del entendimiento del proceso, las teorías asociadas, y las limitaciones de los modelos (Hernández 2009).

## **2.6. Confiabilidad de los modelos computacionales**

Un modelo es más confiable en la medida que logra reproducir los procesos que determinan la realidad de un fenómeno. Para esto, previamente se debería calibrar y validar el modelo con datos reales; sin embargo, como se mencionó en capítulos anteriores, esto podría ser bastante complejo y costoso, una opción es acudir a otras técnicas como la comparación con otros modelos. Pero sin importar el método que se defina, se espera que todo modelo tenga un nivel de confiabilidad, que a su vez dependerá del grado de incertidumbre de las variables que se utilicen.

Con base en lo anterior, para que un modelo computacional sea confiable se requieren las siguientes condiciones: Las ecuaciones deben representar el comportamiento físico de los procesos involucrados, los resultados deben ser lógicos y coherentes (previa calibración y/o análisis comparativo con otros modelos), debe permitir que se realicen predicciones de las variables del modelo.

## Capítulo 3

### Onda cinemática

#### 3.1. Aspectos generales

Es una relación matemática obtenida de las ecuaciones simplificadas de Saint-Venant. Dentro de su formulación tiene en cuenta la variación temporal y espacial del caudal, lo que contribuye a la modelación de los procesos hidrológicos e hidráulicos que intervienen en la producción de sedimentos. Además, se puede adaptar su forma matemática para utilizarla en flujos superficiales o canalizados. Según Hernández (2009), se aplica generalmente para estimar la erosión hídrica en cuencas pequeñas.

Los métodos numéricos se utilizan con bastante frecuencia para solucionar expresiones de derivadas parciales, como sucede con la ecuación de onda cinemática. Según Szymkiewicz (2010), las ecuaciones diferenciales se pueden clasificar según el orden en hiperbólicas, parabólicas y elípticas. En el caso de flujo unidimensional en canales abiertos, se clasifican en onda cinemática, onda difusiva y onda dinámica, dependiendo de los términos considerados. En muchos casos reales, es suficiente considerar la onda difusiva que tiene la fórmula matemática de la ecuación diferencial de segundo orden denominada advección-difusión.

Aunque no es del interés particular de este documento, es importante mencionar que el transporte de fluidos ocurre por la combinación de los procesos de advección y difusión. La advección hace referencia al movimiento pasivo de solutos disueltos en el agua; por ejemplo, el transporte de sustancias contaminantes por la corriente de un río. La difusión consiste en el movimiento aleatorio de las moléculas, esto las hace cambiar de una región de mayor concentración a una de menor concentración, su forma matemática se muestra en 3.1.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + U \frac{\partial f}{\partial x} - D \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0 \quad 3.1$$

Donde:

- $f$ , función escalar
- $U$ , velocidad de flujo en una sección transversal promedio
- $D$ , coeficiente de difusión

La ecuación de transporte de advección-difusión es una de las más desafiantes en el campo de la física y las matemáticas, debido a que representa una superposición de dos procesos muy diferentes de transporte. La de advección tiene carácter hiperbólico, mientras que la de difusión es parabólica, esto hace que la ecuación pueda estar gobernada por cualquiera de los dos.

Una forma de entender esta ecuación es considerando los procesos independientes. A partir de esto, solamente se tendrá en cuenta el proceso de advección, es decir la onda cinemática, debido a que tiene relación con el problema de propagación de ondas. Lo anterior implica suponer que se descarta el proceso de difusión y sus efectos de disipación y amortiguación.

En las siguientes secciones se muestran algunos de los modelos que resuelven la ecuación de onda cinemática. Inicialmente, se presenta la solución numérica lineal utilizando el método de la caja (*Box-Scheme*), luego la solución numérica no lineal, y finalmente, tres programas muy reconocidos en el ámbito internacional, como lo son el HEC-HMS, el SWMM, y el Onlineoverland del Dr. Victor Ponce, los cuales fueron utilizados para corroborar los resultados obtenidos con la solución numérica lineal y no lineal.

### 3.2. Aproximación mediante el esquema lineal de la caja (*Box-Scheme*)

Según Szymkiewicz (2010), los problemas específicos cuya solución se relacione con los métodos numéricos de ecuaciones hiperbólicas en derivadas parciales, se resuelven con la ecuación de advección pura:

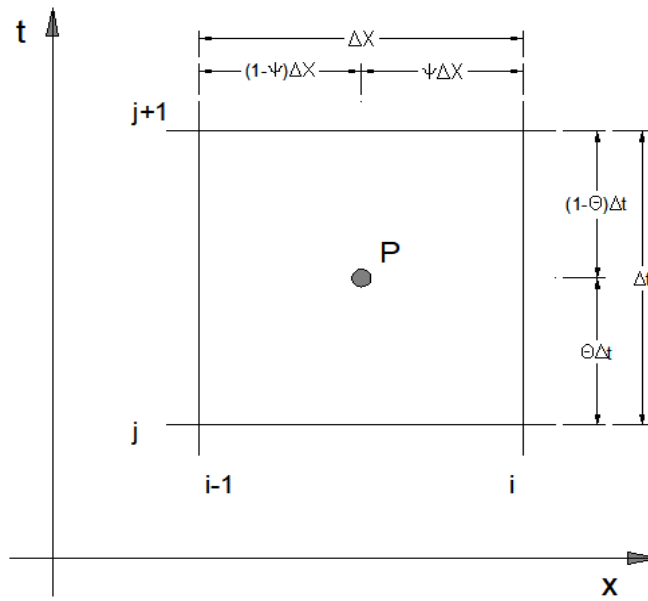
$$\frac{\partial f}{\partial t} + U \frac{\partial f}{\partial x} = Uq \quad 3.2$$

Donde:

- $f$ , función escalar.
- $U$ , velocidad del flujo, se asume como una constante.
- $q$ , caudal lateral del flujo.

Para resolver estas ecuaciones se pueden usar varios esquemas de diferencias finitas. En este documento se utiliza el esquema implícito de los cuatro puntos, denominado comúnmente esquema de la caja (*Box-Scheme*) o de Preissman.

El esquema utiliza una grilla de puntos, como se puede observar en la Figura 1, donde las derivadas se aproximan dentro de la malla en el punto P.



**Figura 1. Grilla de puntos para esquema de la caja (Box-Scheme)**  
Fuente: (Szymkiewicz, 2010).

De la figura anterior resultan las siguientes ecuaciones:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_P = \psi \frac{f_{i-1}^{j+1} - f_{i-1}^j}{\Delta t} + (1 - \psi) \frac{f_i^{j+1} - f_i^j}{\Delta t} \quad 3.3$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_P = (1 - \theta) \frac{f_i^j - f_{i-1}^j}{\Delta x} + \theta \frac{f_i^{j+1} - f_{i-1}^{j+1}}{\Delta x} \quad 3.4$$

Donde:

- $i$  , índice de la sección transversal.
- $j$  , índice de tiempo.
- $\Delta x$ , dimensión de malla espacial
- $\psi$  , parámetro de ponderación de rangos (0,1)
- $\theta$  , parámetro de ponderación de rangos (0,1)

Según Zambrano (2015), los factores de ponderación pueden tomar valores entre 0 y 1. Con esta condición se establecieron tres grupos de modelos según los valores de  $\psi$  y  $\theta$ , tal como se observa en la Tabla 1.

**Tabla 1. Modelos según parámetro de ponderación**

Modelo	$\psi$	$\theta$
$\psi$ - difusivo	< 0,5	0,5
$\theta$ - difusivo	0,5	> 0,5
$\Psi \theta$ - difusivo	< 0,5 < 0,5	> 0,5 < 0,5

Fuente: (Lyngfelt & Tekniska, 1985)

De las posibles combinaciones que se pueden realizar con los valores de la tabla anterior, hay tres casos que son interesantes por su estabilidad numérica, los cuales se mencionan en la Tabla 2.

**Tabla 2. Casos especiales de modelación**

Modelo	$\psi$	$\theta$
Segundo Orden Simple	0,5	0,5
Difusivo	0	0,5
Implícito BSBT Li et al. (1975)	0	1,0
FTBS (upwind)	0	0

Fuente: (Chow, Maidment, & Mays, 1994)

La Tabla 2 muestra que cuando los dos parámetros  $\psi$  y  $\theta$  toman valores iguales a 0,5, no se realiza difusión en el esquema numérico. En los modelos difusivos el hidrograma que se obtiene es atenuado, debido a que el esquema numérico introduce términos de segundo orden (difusión) que reflejan el efecto que generan en el flujo las fuerzas de aceleración y presión, y que están incluidas en las ecuaciones de Saint-Venant (Zambrano, 2015).

La ecuación numérica que debe ser resuelta se obtiene de sustituir las ecuaciones 3.3 y 3.4 en la ecuación 3.2, y toma la forma que se presenta a continuación:

$$\psi \frac{f_{i-1}^{j+1} - f_{i-1}^j}{\Delta t} + (1 - \psi) \frac{f_i^{j+1} - f_i^j}{\Delta t} + U \left( (1 - \theta) \frac{f_i^j - f_{i-1}^j}{\Delta x} + \theta \frac{f_i^{j+1} - f_{i-1}^{j+1}}{\Delta x} \right) = Uq \quad 3.5$$

Para  $x = 2, 3, \dots, m$

Donde  $m$  es el número total de secciones transversales en el tramo de canal en estudio. Cabe anotar que si  $U > 0$ , el valor  $f_1^{j+1}$  es conocido de la condición de contorno aguas arriba. Entonces, en cada término de la ecuación 3.5 solamente existe un desconocido  $f_i^{j+1}$  y al despejarlo se obtiene:

$$f_i^{j+1} = C1 f_{i-1}^{j+1} + C2 f_{i-1}^j + C3 f_i^j + C4q \quad 3.6$$

Donde:

$$C1 = \frac{-\psi + \theta Cr}{1 - \psi + \theta Cr} \quad 3.7$$

$$C2 = \frac{\psi + (1 - \theta) Cr}{1 - \psi + \theta Cr} \quad 3.8$$

$$C3 = \frac{1 - \psi - (1 - \theta) Cr}{1 - \psi + \theta Cr} \quad 3.9$$

$$C4 = \frac{Cr}{1 - \psi + \theta Cr} \quad 3.10$$

El número advectivo de Courant  $Cr$  se define como:

$$Cr = U \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad 3.11$$

La obtención de los anteriores coeficientes se realiza agrupando y reemplazando términos de la ecuación 3.5, tal como se presenta a continuación:



$$f_i^{j+1} \left( \frac{(1-\psi) + \theta Cr}{\Delta t} \right) - f_{i-1}^{j+1} \left( \frac{-\psi + \theta Cr}{\Delta t} \right) - f_{i-1}^j \left( \frac{\psi + (1-\theta)Cr}{\Delta t} \right) - f_i^j \left( \frac{(1-\psi) - (1-\theta)Cr}{\Delta t} \right) = Uq$$

$$f_i^{j+1} = f_{i-1}^{j+1} \left( \frac{-\psi + \theta Cr}{(1-\psi) + \theta Cr} \right) + f_{i-1}^j \left( \frac{\psi + (1-\theta)Cr}{(1-\psi) + \theta Cr} \right) + f_i^j \left( \frac{(1-\psi) - (1-\theta)Cr}{(1-\psi) + \theta Cr} \right) + \frac{U \Delta t}{(1-\psi) + \theta Cr} q \quad 3.12$$

Cada método numérico que solucione las ecuaciones diferenciales parciales es útil en la medida en que sea convergente. Es así como al refinar la cuadrícula del método de la caja se obtiene una solución numérica más precisa. Generalmente, se espera que la solución aproximada tienda a la solución exacta a medida que las dimensiones de la grilla ( $\Delta t, \Delta x$ ) sean sistemáticamente reducidas, es decir, cuando las dimensiones de la malla tiendan a cero.

Para entender el comportamiento de método anterior, autores como Szymkiewicz (2010), que analizaron sus propiedades numéricas, concluyen que su estabilidad incondicional se asegura si la siguiente desigualdad (3.13) se cumple para el intervalo de valores de los parámetros  $\psi$  y  $\theta$ , tal como se indica en 3.14.

$$-1 \leq \frac{1 - 2\psi - 2(1 - \theta) Cr}{1 - 2\psi + 2\theta Cr} \leq 1 \quad 3.13$$

$$\frac{1}{2} \leq \theta \leq 1 \quad 0 \leq \psi \leq \frac{1}{2} \quad 3.14$$

### 3.3. Aproximación mediante el esquema no lineal

En las ecuaciones físicas, la celeridad de la onda es variable, por lo que la ecuación de onda resultante es no lineal y se han planteado esquemas numéricos que tienen en cuenta este hecho.

De acuerdo con Li & Simons (1975), citado por Zambrano (2015), el esquema no lineal es incondicionalmente estable y tiene la ventaja de que funciona bastante bien para un amplio rango de valores, razón por la cual es la metodología más ampliamente utilizada.

Utilizando el esquema de diferencias finitas de Li & Simons (1975), en el que se ilustraron las ecuaciones de conservación de la masa y de la cantidad de movimiento para la

obtención de caudales en planos y canales, se obtienen las derivadas parciales de área y caudal que se presentan a continuación. De la ecuación de conservación de masa y cantidad de movimiento (1.7).

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q_l = 0$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{A_{i+1}^{j+i} - A_{i+1}^j}{\Delta t}$$

**3.15**

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_{i+1}^{j+i} - Q_i^{j+1}}{\Delta x}$$

$$q_{l_{i+1}}^{j+i} = (r_{i+1}^{j+i} - f_{i+1}^{j+i})L$$

A partir de la relación de caudal y área que se mostró en la ecuación 1.16, se obtienen los términos que siguen a continuación:

$$Q = \alpha A^\beta$$

$$A_{i+1}^{j+1} = (\alpha^{-1} Q_{i+1}^{j+1})^{\beta^{-1}}$$

**3.16**

$$A_{i+1}^j = (\alpha^{-1} Q_{i+1}^j)^{\beta^{-1}}$$

Las relaciones anteriores se sustituyen en las derivadas que a continuación se muestran en 3.17, que corresponden a las ecuaciones de conservación de la masa y cantidad de movimiento, y se obtiene lo siguiente:

$$\frac{(\alpha^{-1} Q_{i+1}^{j+1})^{\beta-1} - (\alpha^{-1} Q_{i+1}^j)^{\beta-1}}{\Delta t} + \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_{i+1}^j}{\Delta x} = \frac{(q_{l_{i+1}}^{j+i} + q_{l_{i+1}}^j)}{2} \quad 3.17$$

A partir de la expresión anterior, organizando términos se obtiene:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} Q_{i+1}^{j+1} + (\alpha^{-1} Q_{i+1}^{j+1})^{\beta-1} = \frac{\Delta t}{\Delta x} Q_{i+1}^j + (\alpha^{-1} Q_{i+1}^j)^{\beta-1} + \Delta t \frac{(q_{l_{i+1}}^{j+i} + q_{l_{i+1}}^j)}{2} \quad 3.18$$

En la ecuación 3.18, la variable desconocida  $Q_{i+1}^{j+1}$  está en la parte izquierda de la ecuación y las variables conocidas en la parte derecha. La ecuación es no lineal para el término  $Q_{i+1}^{j+1}$ , debido a esto para resolverla se requiere de un método numérico de iteración como el que se desarrolla en este documento con el programa Mathematica.

### 3.4. Modelo HEC – HMS

El Sistema de Modelación Hidrológica elaborado por el Centro de Ingeniería Hidrológica (HEC-HMS, por sus siglas en inglés) del Cuerpo de Ingenieros del Ejército de los Estados Unidos, es un programa gratuito y de dominio público que fue diseñado para simular procesos de lluvia - escorrentía en sistemas dendríticos de cuencas. Nace como evolución del programa HEC-1 pero incluye muchas mejoras, como una interfase gráfica que facilita al usuario las labores de pre y post-proceso de información (Félix 2009).

El HEC-HMS se usa para modelar la respuesta hidrológica de una cuenca. Está conformado por componentes en los cuales se ingresan los parámetros de la cuenca, las condiciones meteorológicas, y las especificaciones de control. Esta información la combina el programa HEC-HMS para crear una o varias simulaciones.

Los resultados se pueden ver en las tablas resumen que genera el programa, en las cuales hay información sobre el flujo máximo y el volumen total. También hay tablas y gráficos con los resultados de las variables simuladas.

El componente de la cuenca integra los elementos conceptuales que se utilizan en el cálculo de los procesos hidrológicos, como lo son: interceptación, almacenamiento en la superficie del suelo, abstracciones iniciales, y transformación lluvia – escorrentía.

HEC-HMS, para la transformación lluvia – escorrentía, involucra en el módulo de onda cinemática la complejidad natural de la cuenca a través de los siguientes elementos: planos de escorrentía superficial, y tramos de corrientes representativos de drenaje pluvial natural

o artificial (tuberías de alcantarillado). La combinación de estos elementos ha demostrado que reproduce adecuadamente el comportamiento real de la cuenca, una referencia de esto la dan Devries & Macarthur (1979), quienes luego de comparar las respuestas medidas en tres áreas de drenaje natural con los resultados calculados de un modelo simple utilizado para el tránsito de flujo cinemático, procedimiento similar al de HEC-1, concluyeron que aunque la geometría de las cuencas naturales es mucho más compleja que la del modelo simple, la concordancia entre los hidrogramas de descarga calculados y reales es bastante buena.

Cabe resaltar que HEC-HMS tiene un componente para calcular la erosión y el potencial de transporte de sedimentos. Está conformado por módulos en los cuales se definen las propiedades de los sedimentos y los métodos de cálculo. Además, dentro del modelo de cuenca permite determinar las propiedades de los sedimentos, y la formulación a utilizar para el cálculo del transporte.

Los métodos de potencial de transporte que incluye HEC-HMS son los siguientes: Ackers-White (1973), Engelund-Hansen (1967), Laursen-Copeland (1958), Meyer-Peter Müller (1948), Toffaleti (1968), Wilcock (2003), Yang (1984), y Krone Parthenaides (1962).

Todos los métodos anteriores son para suelos no cohesivos, excepto el método de Krone Parthenaides (1962) que se utiliza en suelos cohesivos. Es importante tener presente que cuando se selecciona este método, el resultado se adiciona al cálculo del sedimento no cohesivo. Cabe agregar que el programa utiliza el método que se seleccione en todos los tramos del modelo de cuenca.

Una subcuenca en HEC-HMS es un elemento que representa un área de captación donde la precipitación que cae genera escorrentía superficial y se presentan procesos de erosión por la combinación de diferentes fenómenos

En cada uno de los métodos de erosión que incluye HEC-HMS se calcula la carga total de sedimentos transportados fuera de la subcuenca, como este proceso de cálculo se realiza durante el tiempo de simulación, la carga de sedimentos debe distribuirse en la serie de tiempo que descargan los sedimentos de la subcuenca. La distribución de sedimentos se basa en el hidrograma y en la aproximación de la función de potencia de Haan et al. (1994), citado por Zambrano (2015).

HEC-HMS le permite al usuario definir distintas curvas granulométricas y seleccionarlas en cada subcuenca con el fin de representar las diferencias en los procesos de erosión y formación de depósitos de cada subcuenca.

Algunos campos de acción en los que se utiliza con bastante frecuencia HEC-HMS son los siguientes: estudios de disponibilidad de agua, proyectos de drenaje urbano, análisis de riesgos por inundaciones y pronósticos de caudales Félix (2009).

### 3.5. Modelo EPA-SWMM

El Storm Water Management Model (SWMM, por sus siglas en inglés) fue desarrollado entre 1969 y 1971 por la United States Environmental Protection Agency (US EPA, por sus siglas en inglés), con el fin de obtener un software que permitiera modelar los procesos hidrológicos e hidráulicos en cuencas urbanas, y los de calidad de agua en sistemas de alcantarillado.

Un primer avance se presentó con los módulos RUNOFF y TRANSPORT, y más tarde con el módulo EXTRAN, sobre el cual se realiza la modelación hidráulica resolviendo las ecuaciones de Saint-Venant. Más tarde, en 1984 se desarrolló PCSWMM, el cual tuvo la primera interfase amigable para el usuario. En 1988 la EPA dispuso que el modelo SWMM fuera de dominio público, lo que permitió su amplia difusión y conocimiento (González 2004).

El SWMM es un modelo computacional en el cual los datos de entrada son los registros de precipitación presentados en forma de hietogramas, y tiene otras entradas climatológicas como la nieve y la temperatura. También se cuenta dentro de los datos de entrada la información relacionada con la tipología de un sistema de alcantarillado para modelar el tránsito del agua a través del drenaje urbano. Los resultados del modelo representan a través de las distintas variables la cantidad de agua en forma de hidrogramas.

SWMM permite subdividir un área de estudio en un número cualquiera de subcuencas, de forma regular o irregular, para capturar mejor el efecto que tiene la variabilidad espacial en la topografía, las vías de drenaje, la cobertura del suelo y las características del suelo, en la generación de escorrentía. Como consecuencia de esto, SWMM calcula subcuenca por subcuenca la escorrentía producida.

Cabe indicar que SWMM concibe a la subcuenca como una superficie rectangular de ancho y pendiente uniforme que drena solamente a un canal de salida, y además, realiza la transformación lluvia - escorrentía con el método de embalses no lineales, combinando la ecuación de continuidad con la ecuación de Manning.

El tránsito del flujo en los conductos de SWMM está gobernado por las ecuaciones de conservación de la masa y cantidad de movimiento, es decir por las ecuaciones de Saint-Venant. En SWMM se puede seleccionar el nivel de detalle con que se pueden resolver dichas ecuaciones, por ello dispone de tres modelos hidráulicos de transporte.

- Modelo de Flujo uniforme (Steady state routing).
- Modelo de Onda cinemática (Kinematic wave).
- Modelo de Onda dinámica (Dynamic wave).

Cabe agregar que en el caso urbano, en SWMM se pueden descartar los efectos generados por: el resalto hidráulico, las pérdidas en la entrada o salida de pozos, el flujo inverso y el

flujo presurizado. Debido a que no generan cambios significativos en el comportamiento del flujo (EPA & CDM, 2005).

Es importante aclarar que SWMM, hasta ahora, no contempla herramientas para el cálculo de la erosión y el transporte de sedimentos.

### 3.6. Modelo Onlineoverland / Ponce

Ponce (1986), citado por Aguilar (2014), dió una solución a las ecuaciones de movimiento que simula la dinámica de cuencas hidrográficas. La solución de Ponce se basa en la onda difusiva. Esto permite el control total de la difusión numérica al mismo tiempo que ofrece independencia de la red. El modelo es estable y convergente para valores de número de Courant menores a 1.

La solución a las ecuaciones del movimiento con el método de onda dinámica completa es la representación más precisa del flujo en superficie libre, pues para la modelación de flujo superficial incluye todos los términos de la ecuación de momento: inercia, gradiente de presión, fricción y gravedad.

Al simplificar las ecuaciones y analizar los órdenes de magnitud de los diferentes términos surgen tres aproximaciones: la primera, el método de onda cinemática; la segunda, el método de onda difusiva; y la tercera, el método de onda difusiva con componente dinámico, que en adelante será denominada onda dinámica. Las ondas cinemáticas son las más simplificadas, las ondas dinámicas son las más completas. Las ondas de difusión se encuentran en un lugar intermedio entre las ondas cinemáticas y dinámicas (Ponce 1989).

La onda cinemática se obtiene de la ecuación de continuidad y bajo el supuesto de flujo uniforme; entonces, la ecuación de la cantidad de movimiento se reduce a un equilibrio entre las fuerzas gravitacionales y de fricción. La ecuación de onda cinemática tiene la forma que se muestra a continuación (Ponce 1989).

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \beta V \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad 3.19$$

Donde el coeficiente  $\beta V$  es la celeridad de onda. De esto se puede afirmar que la celeridad de onda varía con el caudal. Sin embargo, en la práctica se puede suponer una celeridad de onda constante, y así la ecuación se resuelve por medios analíticos y numéricos.

Una solución numérica de la ecuación 3.19 se obtiene usando un esquema numérico de primer orden, en el que las diferencias hacia atrás se utilizan tanto en derivadas espaciales como en las temporales, considerando el punto  $(i+1, j+1)$  Usando este esquema se obtiene la siguiente ecuación de tránsito.

$$Q_{i+1}^{j+1} = C_1 Q_i^{j+1} + C_2 Q_{i+1}^j \quad 3.20$$

Donde:

$$C_1 = \frac{C_r}{1 + C_r} \quad 3.21$$

$$C_2 = \frac{1}{1 + C_r}$$

Este esquema numérico de primer orden implícito es estable para todos los números de Courant, pero genera una considerable difusión numérica. Una alternativa, es aplicar dos esquemas de primer orden. Sin embargo, la difusión que se genere dependerá del número de Courant, si es cercano a 1 la difusión será menor y, en este caso, los esquemas simulan la ecuación de onda cinemática (Ponce 1989).

El modelo de onda difusiva mejora el modelo de onda cinemática debido a la adición del gradiente de profundidad de flujo de la ecuación de movimiento que explica, en gran medida, la difusión natural en flujos superficiales libres. La ecuación de continuidad se obtiene de la ecuación diferencial de difusión de onda, tal como se presenta a continuación (Ponce 1989)

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial A} \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_0}{2BS_0} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad 3.22$$

En la ecuación 3.22 el término de la izquierda representa la ecuación de onda cinemática, mientras que el término de la derecha es una expresión de segundo orden que describe la difusión física del canal. Es el método Muskingum-Cunge con la adición de flujo de entrada lateral (Ponce 1989).

$$Q_{i+1}^{j+1} = C_1 Q_i^{j+1} + C_2 Q_i^j + C_3 Q_{i+1}^j + C_4 Q_L \quad 3.23$$

Donde:

$$C_1 = \frac{-1 + C_r + D}{1 + C_r + D}$$

$$C_2 = \frac{1 + C_r + D}{1 + C_r + D}$$

3.24

$$C_3 = \frac{1 - C_r + D}{1 + C_r + D}$$

$$C_4 = \frac{2C_r}{1 + C_r + D}$$

$D$  es un término que relaciona la difusión física y la difusión numérica (Ponce 1989).

$$D = \frac{q_0}{S_0 \Delta D_s} \quad 3.25$$

Lo anterior son conceptos generales del modelo de onda difusiva. Sin embargo, hay más trabajos como el de Ponce (1986), en los cuales se puede profundizar en el tema de ondas difusivas.

El modelo para la transformación lluvia – escorrentía, basado en la onda difusiva planteada por Ponce, utiliza una representación espacial simplificada de una cuenca, consta de dos planos rectangulares son adyacentes a un canal en forma de libro abierto. Este modelo ha demostrado tener mejores propiedades de convergencia que otros métodos semejantes basados en la onda cinemática (Ponce 1986).

Además, el modelo minimiza la dispersión numérica ajustando la relación de la cuadrícula de manera que el número de Courant sea igual a 1. Esto conduce a una simulación que es numérica y físicamente precisa, tanto como sea posible, bajo el esquema de libro abierto.



## Capítulo 4

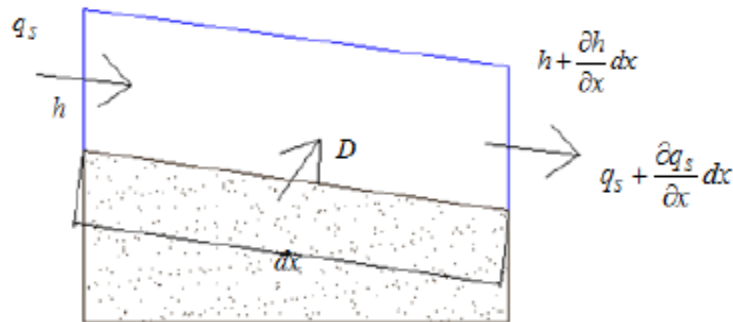
### Transporte y estimación aproximada de sedimentos en cuencas urbanas

#### 4.1. Transporte y erosión debido al flujo

##### 4.1.1. Aproximación de la ecuación de transporte

En los flujos superficiales urbanos, las partículas tienden a ser bastante homogéneas y no se puede diferenciar entre el flujo de fondo, el flujo suspendido y el flujo de lavado. *Debido a esto, se utilizan las fórmulas de carga total para estimar la tasa de producción de sedimentos en flujos urbanos.*

El cálculo del caudal sólido se realiza con las ecuaciones de continuidad de la masa, para esto se toma como referencia un volumen de control en el que las entradas de sedimentos menos las pérdidas dan como resultado la variación de almacenamiento de sedimento (Figura 2).



**Figura 2. Esquema de producción de sedimentos en un volumen de control**  
Fuente: Hernández (2009)

De acuerdo con la Figura 2, el volumen de control se puede escribir de la siguiente forma:

$$V = \frac{1}{2} \left( h + \frac{\partial h}{\partial x} dx + h \right) dx \quad 4.1$$

La cantidad de sedimento presente en el volumen de control se obtiene del producto entre el volumen de agua y la concentración en masa de sedimentos. Con base en esto, la variación de la masa de sedimento se escribe como:

$$\frac{\partial(C h dx)}{\partial t} dt \quad 4.2$$

Considerando que no se producen depósitos de material, y que hay un desprendimiento  $D$  en el terreno, la entrada de sedimentos menos la salida de los mismos en el volumen de control, en un diferencial de tiempo  $dt$ , se expresa de la siguiente manera:

$$(q_s dt + D dx dt) - \left( q_s + \frac{\partial q_s}{\partial x} dx \right) dt \quad 4.3$$

Operando los términos de la ecuación 4.3, y aplicando el principio de continuidad en la masa de sedimento, se obtiene la ecuación:

$$D dx dt - \frac{\partial q_s}{\partial x} dx dt = \frac{\partial(C h)}{\partial t} dx dt \quad 4.4$$

Rescribiendo términos, resulta:

$$\frac{\partial q_s}{\partial x} dx dt + \frac{\partial(C h)}{\partial t} dx dt = D dx dt \quad 4.5$$

Como se muestra a continuación, la lámina de agua es el producto del caudal unitario por el inverso de la velocidad, y la concentración de sedimentos es el producto del caudal sólido unitario por el inverso del caudal unitario:

$$q = v h \Rightarrow h = \frac{q}{v} \quad 4.6$$

$$q_s = C q \Rightarrow C = \frac{q_s}{q} \quad 4.7$$

Remplazando, resulta la ecuación de continuidad de sedimento:

$$\frac{\partial q_s}{\partial x} + \frac{\partial \left( \frac{q_s}{v} \right)}{\partial t} = D \quad 4.8$$

La expresión anterior está compuesta por tres términos de los cuales dos corresponden a las derivadas parciales de caudal sólido con respecto al espacio y al tiempo, y el término restante es el desprendimiento de las partículas generado por el flujo,  $D = D_f$ .

Según Zambrano (2015), la ecuación de transporte de sedimentos se resuelve de manera aproximada discretizando todos sus términos para utilizar métodos numéricos como Crank-Nicholson, el esquema de la caja (*Box-Scheme*) o de Preissmann, o el de Upwind.

En esta modelación será utilizado el esquema tipo Upwind, que resuelve las variables en el instante  $t^{j+1}$  a partir de los valores en puntos adyacentes al cálculo en el instante  $t^j$ . Estos esquemas tienen la ventaja de incorporar la ocurrencia del fenómeno físico ya que utilizan la propagación de onda en el dominio de solución  $(x, t)$ . Basado en lo anterior, la ecuación de transporte adopta la siguiente forma:

$$\frac{\partial q_s}{\partial x} = \frac{q_{s_{i+1}}^{j+1} - q_{s_i}^{j+1}}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial \left( \frac{q_s}{v} \right)}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{q_{s_i}^{j+1} - q_{s_i}^j}{\Delta t} \quad 4.9$$

$$Df = Df_i^j$$

Tomando los términos del espacio y del tiempo de la ecuación 4.9, y reemplazándolos en la ecuación 4.8, se obtiene la forma en diferencias finitas de la ecuación de transporte, ver 4.10.

$$q_{s_{i+1}}^{j+1} = q_{s_i}^{j+1} + \Delta x \left( \frac{1}{v} \frac{q_{s_i}^j - q_{s_i}^{j+1}}{\Delta t} + Df_i^j \right) \quad 4.10$$

La ecuación anterior es un esquema explícito que para ser estable debe cumplir la condición de Courant (V. Gómez 1988).

Teniendo en cuenta a Zambrano (2015), las condiciones iniciales y de frontera que fueron consideradas son las siguientes: en el tiempo inicial  $j$  para todo espacio  $i$ , la carga de sedimentos es igual a cero  $q_s(i, 0) = 0$ ; y en la frontera en el espacio inicial  $i$  para todo intervalo de tiempo  $j$ , la carga de sedimentos es igual a cero  $q_s(0, j) = 0$ .

Cabe agregar que el desprendimiento de material generado por el flujo  $D_f$ , debido a su naturaleza empírica está definido por parámetros experimentales obtenidos en condiciones particulares. Esto significa que cuando las fórmulas se utilicen en zonas con características físicas distintas, se debe realizar un proceso de calibración y validación con registros históricos, si esto no fuera posible, se tiene la opción de utilizar otras formulaciones para compararlas, analizarlas y correlacionar los resultados obtenidos.

#### 4.1.2. Desprendimiento de partículas por el flujo

Teniendo en cuenta el numeral 1.2.3, la ecuación para el cálculo del desprendimiento en términos del esfuerzo cortante consta de la formulación básica principal mencionada por Zambrano (2015), al citar la propuesta inicial de Foster, Flanagan, Nearing, Risse & Finkner (1972), que luego ajustaron Raavendra & Mathur (2007) con más parámetros del suelo, y tiene la forma que se muestra a continuación (4.11).

$$D_f = \xi_F C K \tau^{1.5} \quad 4.11$$

Donde:

- $\xi_F$ , factor de calibración adimensional de desprendimiento.
- $C$ , coeficiente adimensional de cobertura del suelo según el método USLE.
- $K$ , factor de erosionabilidad del suelo (s/m)
- $\tau$ , esfuerzo cortante promedio de fondo ( $\text{kg}/\text{ms}^2$ ). Se determina a partir de la siguiente expresión:

$$\tau = \gamma_w R_h S \quad 4.12$$

Sin embargo, según Zambrano (2015), la formulación más utilizada para el cálculo del desprendimiento debido al flujo, si se tienen los datos disponibles, se obtiene de la ecuación 4.11, de la cual resulta la siguiente expresión.

$$D_f = K (\alpha \tau - \tau_c)^b \quad 4.13$$

Con la anterior ecuación se puede obtener el desprendimiento debido al flujo en términos de: el esfuerzo cortante crítico, que permite el inicio del movimiento de los sedimentos, el factor de erosión  $K$ , y las constantes  $a$  y  $b$ . La condición esperada es que el factor de erosión  $K$  y los coeficientes  $a$ ,  $b$  y  $\tau_c$ , se determinen empíricamente a partir de información histórica. Esto implica tener una base de registros de campo de la zona de estudio que según las fuentes consultadas no existe, condición que limita el uso de la ecuación 4.13 y representa el motivo por el cual fue descartada, debido a esto, se utilizó la ecuación 4.11.

Ahora bien, si se tuviera la información que permitiera determinar los parámetros anteriores, se puede utilizar el modelo de Shields si las partículas desprendidas se remplazan por otras provenientes de aguas arriba (Sociedad Americana de Ingenieros Civiles, ASCE, por sus siglas en inglés). Pero si las partículas removidas no son remplazadas, el valor obtenido de Shields resulta muy alto y debe ser reducido.

Debido a lo anterior, la ASCE, dentro del *Manual de sedimentación*, indica que los valores obtenidos del diagrama de Shields para partículas gruesas son altos, y debe ser reducido por un factor de dos (Zambrano, 2015). Además, como el diagrama inicial propuesto por Shields no resultó práctico, pues requiere conocer la velocidad crítica de corte (la cual es una de las variables desconocidas); Brownlie (1981), citado por Zambrano (2015), propuso una expresión para solucionar esta dificultad, que consiste en una relación entre el esfuerzo de corte crítico adimensional y el número de Reynolds, dicha expresión al dividirse entre dos, como se indicó anteriormente, origina la siguiente ecuación.

$$\tau_c^* = 0,22 R_{ep}^{-0,6} + 0,06 e^{(-17,77 R_{ep}^{-0,6})} \quad 4.14$$

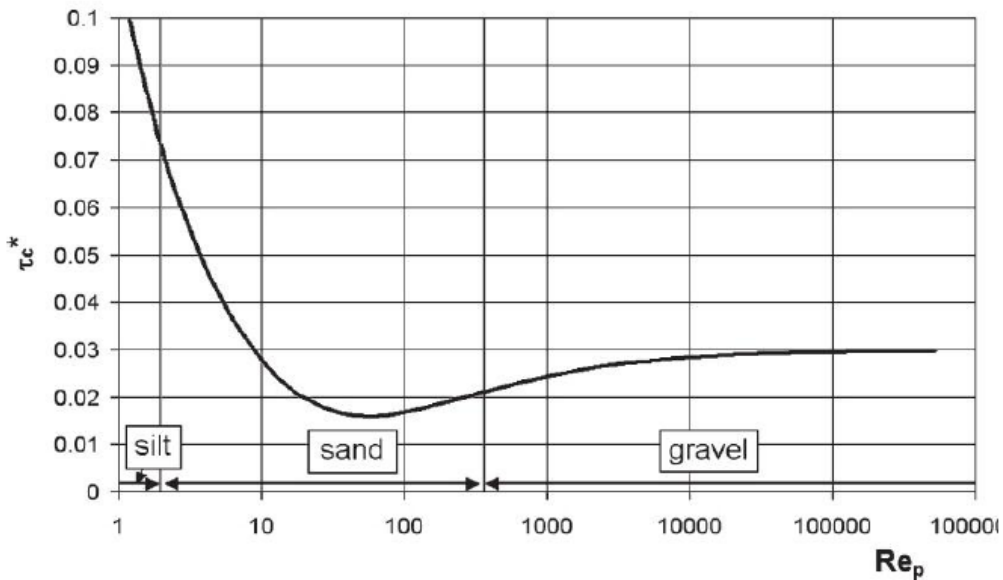
Donde, el número de Reynolds se calcula como:

$$R_{ep} = \frac{D\sqrt{g(G_s - 1)D}}{\nu} \quad 4.15$$

Donde:

- $D$ , Diámetro de la partícula.
- $G_s$ , Gravedad específica sumergida.
- $\nu$ , Viscosidad cinemática del agua.
- $g$ , Gravedad

A continuación, en la Figura 3 se puede ver la relación propuesta en la ecuación 4.14. En esta se observa el diagrama que relaciona el número de Reynolds con el esfuerzo cortante crítico adimensional y el tamaño de las partículas.



**Figura 3. Diagrama de Shields modificado / obtenido por Parker**  
Fuente: Zambrano (2015), tomado de American Society of Civil Engineers.  
Task Committee for the Preparation of the Manual on Sedimentation (2007)

Cabe anotar que para las partículas de tamaños pequeños como los limos, el diagrama de Shields tampoco da resultados realistas. Debido a esto, Zambrano (2015) cita el siguiente planteamiento de Mantz (1977):

$$\tau_c^* = 0,135 R_{ep}^{-0,261}$$

**4.16**

$$0,056 < R_{ep}^{-0,261} < 3,16$$

Es importante destacar lo descrito por Zambrano (2015), cuando menciona que este tipo de erosión puede ser positiva si el suelo es desprendido e incluido en el caudal sólido, o negativa si se generan sedimentos.

Hasta esta parte del documento se presentó de manera general el procedimiento para el cálculo del desprendimiento debido al flujo en términos del esfuerzo cortante crítico. Se puede profundizar aún más del tema en la referencia de Zambrano (2015).

### 4.1.3. Formulación de la capacidad de transporte

A continuación se presenta la formulación de Engelund-Hansen para el cálculo de la concentración de sedimentos que, según lo mencionado en el numeral 1.2.4, como se basa en el concepto de energía es una formulación adecuada para el caso urbano.

- Engelund-Hansen: fue desarrollado en 1967, es un modelo basado en el concepto de potencia unitaria de Bagnold y en el principio de semejanza, de esto resulta una ecuación para evaluar la carga en concentración por peso del cauce y el material en suspensión, Julien (2010), citado por Zambrano (2015).

$$C_{max} = 0,05 \frac{\gamma_s}{(\gamma_s - 1)} \frac{u S}{\sqrt{(\gamma_s - 1) g d}} \left( \frac{R_h S}{(\gamma_s - 1) d} \right)^{1/2} \quad 4.17$$

Teniendo en cuenta que el caudal sólido unitario es el producto del caudal líquido unitario por la concentración, ver 4.7, se obtiene lo siguiente:

$$q_s = C q = C v h$$

4.18

$$q_s = 0,05 \gamma_s u^2 \sqrt{\frac{d}{g \left( \frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right)}} \left( \frac{\tau}{(\gamma_s - \gamma_w) d} \right)^{3/2}$$

Donde:

- $q_s$ , caudal sólido por unidad de ancho (kg/s)
- $u$ , velocidad media de la corriente (m/s)
- $d$ , diámetro de la partícula (m)
- $\gamma_s$ , peso específico de la partícula (kg/m<sup>3</sup>)

- $\gamma_w$ , peso específico del agua ( $\text{kg/m}^3$ )
- $g$ , aceleración de la gravedad ( $\text{m/s}^2$ )
- $\tau$ , esfuerzo cortante promedio ( $\text{kg/m}^3$ )
- $S$ , pendiente longitudinal (m/m)

La forma de la ecuación de transporte obtenida en 4.18, se corroboró con la presentada por Maza & García, (2002) en el capítulo 10 (Transporte de sedimentos).

Cabe agregar que Engelund-Hansen obtuvieron su ecuación basada en cuatro conjuntos de experimentos donde utilizaron los siguientes diámetros promedios de arenas: 0,19 mm, 0,27 mm, 0,45 mm y 0,93 mm (Maza and García 2002). Esto se debe tener en cuenta pues justifica la definición del diámetro medio de las partículas.

La formulación descrita anteriormente realiza la simulación considerando la variación en el tiempo de las variables. Sin embargo, hay otros modelos que usualmente se utilizan para calcular la erosión y la carga de sedimentos de manera constante respecto al tiempo, a causa de esto se denominan permanentes. A continuación se describen algunos de estos.

- Modelo de Meyer & Wischmeier: se creó en 1968, siendo así el primer modelo físico. Utiliza cuatro ecuaciones independientes que simulan el desprendimiento y la capacidad de transporte de las partículas del suelo por acción de la lluvia y la escorrentía.
- Modelo Weep: Desarrollado por el departamento de agricultura de los Estados Unidos (USDA), permite el cálculo de la erosión hídrica en intervalos de tiempo variables, desde eventos de corta duración hasta años. Al igual que los dos modelos anteriores, inicia con un cálculo hidrológico y se basa en la ecuación de continuidad de la masa de sedimento para realizar el cálculo de la pérdida de suelo y la tasa de sedimento del flujo (Hernández, 2009).

Los modelos anteriores fueron descritos con el propósito de presentarlos como referentes de flujo permanente, pero no fueron utilizados en este trabajo.

## 4.2. Ecuaciones para estimar la tasa de producción de sedimentos

En esta sección se presentan algunos de los principales métodos que permiten estimar la tasa de producción de sedimentos en un período de tiempo determinado.



- **Ecuación de Zing**

Formulada en 1940, es una de las primeras expresiones para el cálculo de sedimentos. Según Hernández (2009), se determinó de la experimentación en parcelas y campos de cultivo. La ecuación es la siguiente:

$$A = C S^{1.4} L^{0.6} \quad 4.19$$

Donde:

- A, promedio de la pérdida de suelo por unidad de área (mm/m<sup>2</sup>).
- C, constante que combina los efectos de los aguaceros, suelos, cultivos y prácticas de ordenación.
- S, pendiente de la parcela expresada en grados.
- L, longitud de la proyección horizontal de la parcela (m).

- **Modelo de Fournier**

Según lo presentado por Hernández (2009), este modelo que data de 1960 es la primera aproximación para estimar la erosión específica en cuencas superiores a 2000 km<sup>2</sup>. Se basa en los datos de 96 cuencas fluviales con más de 10.000 km<sup>2</sup> distribuidas en todo el mundo, y permite establecer una correlación lineal entre el valor de X (erosión específica de la cuenca en t/km<sup>2</sup>.año) y el valor de Y (índice de agresividad climática), tal como se puede observar en la siguiente ecuación citada por Hernández (2009), tomada de Almorox (1994).

$$X = a Y + b \quad 4.20$$

Donde:

- *a* y *b* se encuentran tabulados en función de las características del relieve de la cuenca y del tipo de clima.
- El Índice de agresividad climática (Y) se obtiene dividiendo el cuadrado de la precipitación del mes más húmedo del año (mm) entre la precipitación media anual (mm).

- **Ecuación universal de pérdida de suelo (USLE)**

Es uno de los modelos más aceptado en todo el mundo. Fue creado por Wischmeier y Smith (1965,1978), luego de experimentar en más de 20 parcelas distribuidas a lo largo de la geografía de los Estados Unidos. Es un método de cálculo indirecto y arroja estimaciones del potencial de erosión media en periodos anuales. La expresión que utiliza es la siguiente:

$$A = R K L S C P$$

4.21

Donde:

- $A$ , pérdida potencial media anual de suelo ( $M / L^2 T$ ).
- $R$ , factor de erosividad pluvial [ $L F L/L^2 T T$ ]. Se define como el producto de la energía cinética de la lluvia por la intensidad máxima durante 30 minutos. Considera solamente la erosión por impacto, no por flujo.
- $K$ , factor de erosionabilidad del suelo [ $M L^2 T / L^2 L FL$ ]. Representa la susceptibilidad del suelo a erosionar en iguales condiciones de los demás factores que controlan la pérdida de suelo. Se puede describir como la pérdida de suelo por unidad de  $R$  en una parcela estándar ( $5^\circ$  de pendiente, 22,13 de longitud, en condiciones de suelo desnudo, labrado recientemente en dirección de la pendiente y sin prácticas de conservación). Se obtiene mediante mediciones en ensayos de campo; sin embargo, para facilitar la obtención de este parámetro se pueden utilizar los nomogramas de la documentación existente.

Los parámetros anteriores  $K$  y  $R$  son los únicos de la expresión USLE que tienen dimensiones y, por tanto, son los que definen las unidades del resultado.

- $L$  y  $S$  representan la tasa de pérdida de suelo por unidad de área de una parcela con determinada longitud y pendiente en relación con la pérdida de suelo de una parcela estándar, considerando iguales condiciones que el resto de factores.
- $C$ , factor de cobertura vegetal. Representa la relación entre la pérdida de suelo en una parcela con determinada vegetación y la pérdida en una parcela con poca presencia de vegetación. El valor de este parámetro está tabulado en la bibliografía existente en función de las características de la cobertura vegetal.
- $P$ , factor que tiene en cuenta las prácticas de conservación. Relaciona la pérdida de suelo en una parcela con unas determinadas prácticas de conservación y la pérdida de suelo en una parcela arada en la dirección de máxima pendiente. Si no existen prácticas de control de la erosión, el valor es igual a la unidad.

Dentro de las limitaciones que tiene el método USLE, se menciona que no distingue entre los diferentes tipos de erosión que se pueden producir (erosión por impacto, erosión por flujo). Además, al ser creado a partir de experimentación en parcelas, este método de cálculo no tiene en cuenta los depósitos ni el posible aporte de sedimentos provenientes de aguas arriba, los cuales son fenómenos muy habituales en cuencas. Por estos motivos, la USLE tiende a sobredimensionar el resultado de erosión y no es adecuado usarla para predecir la producción de sedimentos en cuencas. Debido a esto, algunos autores proponen aplicar a los resultados de la USLE factores de corrección.

Como se mencionó anteriormente, el modelo USLE calcula erosiones medias para periodos anuales; por tal razón, no es posible utilizarlo para estimar la producción de sedimentos de un suceso aislado.

- **Ecuación universal de pérdida de suelo modificada (MUSLE)**

Es un método paramétrico y empírico similar al USLE. Se diferencia en que cambia el factor  $R$  por expresiones que tienen en cuenta el efecto de la escorrentía producida por un evento de precipitación, ya sea en un periodo de tiempo diario o inferior (4.22).

$$R_M = a R_{USLE} + (1 - a) \cdot 0.4 \cdot V \cdot q_p \quad 4.22$$

Donde:

- $\alpha$ , coeficiente que varía entre 0 y 1, representa el nivel de importancia relativo del aguacero comparado con la energía de la escorrentía para arrancar el suelo.
- $R_{USLE}$ , factor de erosión de la lluvia de la USLE.
- $V$ , volumen de escorrentía generado por un evento ( $m^3$ ).
- $q_p$ , caudal punta generado por un evento, ( $m^3/s$ ).

Los demás parámetros de la ecuación son iguales a los del método USLE. Cabe agregar que dicho modelo no aporta información sobre la distribución temporal de la producción de erosión durante el evento (Zambrano, 2015).

Dentro de las fuentes consultadas se encuentran otras expresiones como la propuesta por Williams & Hann (1975), que permite sustituir el coeficiente  $R$  de USLE. Esta formulada con la siguiente ecuación:

$$R_M = 9,05 \cdot (V \cdot q_p)^{0,56} \quad 4.23$$

Donde  $V$  y  $q_p$  son los mismos parámetros que se definieron en la ecuación 4.22. En este caso  $R_M$  se obtiene en unidades de (N Ha/h), por lo tanto, en la formulación de la USLE se debe contemplar el valor de  $K$  en unidades de (ton h/Ha N).

## Capítulo 5

### Aplicación en una subcuenca urbana

#### 5.1. Recopilación de información de la zona de estudio

Para la recolección de información se realizaron búsquedas en las fuentes bibliográficas sobre los registros más recientes de los temas relacionados con el objeto de este trabajo. Producto de esto, se obtuvo un modelo digital de terreno del portal de Infraestructura de Datos Espaciales de Bogotá (Ideca), sitio web que permite el libre acceso y uso de la información geográfica de la ciudad a todas las entidades del distrito y a la ciudadanía en general.

El modelo anterior lo constituye un archivo “shape” con curvas de nivel cada un (1) metro, y una imagen ráster cuyos píxeles contienen la elevación del terreno. Como el archivo es demasiado grande, se recortaron las curvas a la zona de estudio, con lo cual se facilita el manejo y mejoran los tiempos de procesamiento de información. Adicionalmente, se cuenta con la base de datos del sistema de información geográfico de la Empresa de Acueducto y Alcantarillado de Bogotá (EAAB), cuyo contenido permite visualizar diferentes aspectos de un sistema de drenaje residual y pluvial, como las principales cuencas de la sabana de Bogotá, las subcuencas urbanas, y los canales naturales y artificiales, entre otros.

La información para el análisis de lluvias se obtuvo de la aplicación para la estimación de curvas intensidad-duración-frecuencia (IDF) en la sabana de Bogotá, versión 1.0, de enero de 2015. Es un programa desarrollado por la empresa Ingetec S.A. para la EAAB, basado en los registros de las estaciones pluviográficas en la zona de estudio hasta el año 2012.

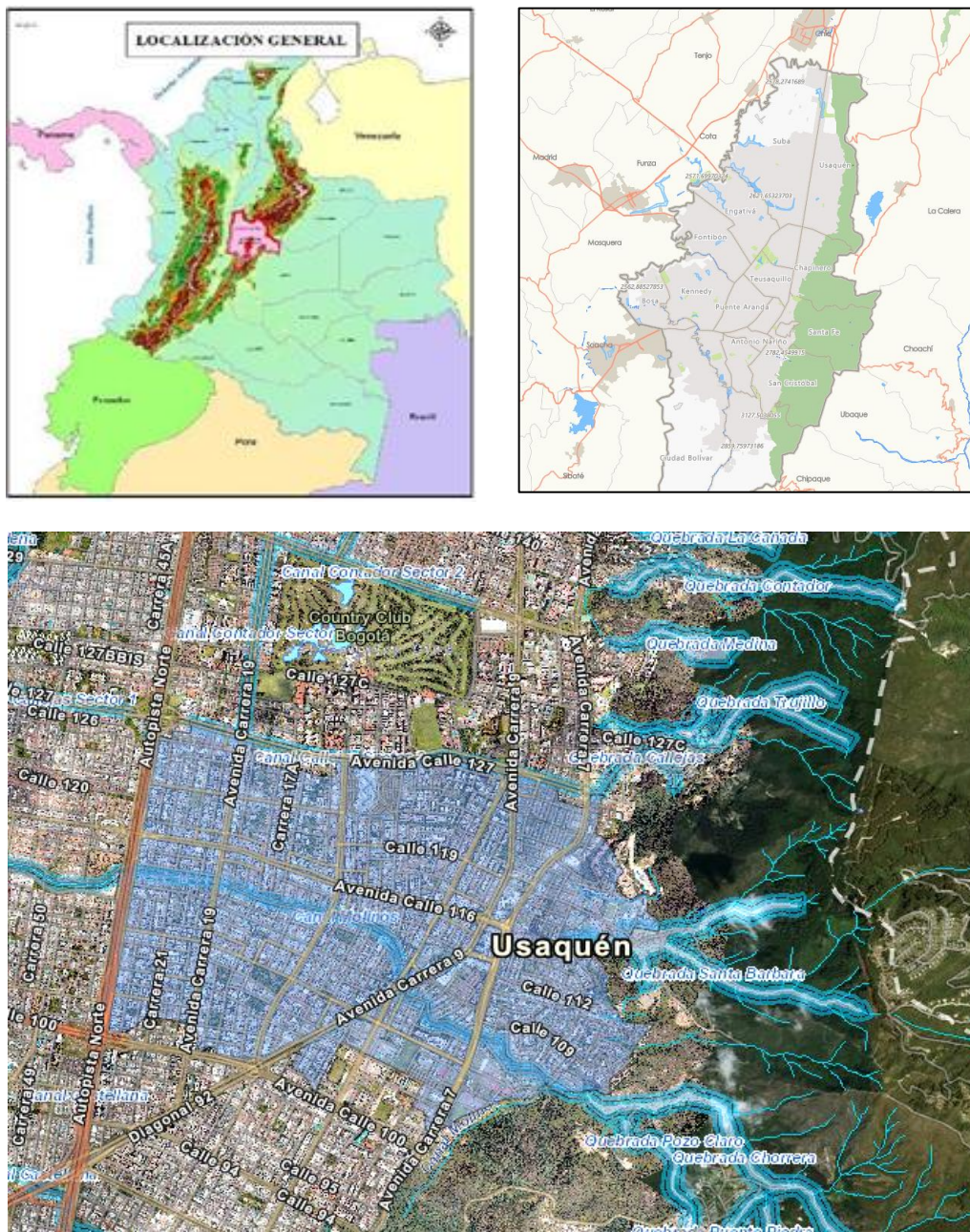
#### 5.2. Caracterización general de la subcuenca de estudio

La zona de estudio se encuentra ubicada en el casco urbano de la ciudad de Bogotá D.C. Es una subcuenca que se delimitó según las áreas de drenaje aferentes a los colectores de la red pluvial de la EAAB.

Es importante resaltar que al sistema de alcantarillado pluvial de Bogotá le llegan aportes de las cuencas de los ríos Salitre, Fucha y Tunjuelo, y estas últimas drenan más del 90 % del área urbanizada actual. Estos ríos y quebradas desembocan de forma superficial en el río Bogotá, que recorre a todo lo largo el costado occidental de la franja urbana, y drena en el río Magdalena en el municipio de Girardot, a 280 msnm, tras un recorrido aproximado de 370 km.

El proyecto está localizado en la subcuenca del río Salitre, ubicada en el sector centro-norte de la ciudad de Bogotá D.C. Al norte limita con la cuenca del río Torca y el humedal La

Conejera, al oriente con los municipios de La Calera y Choachí, al occidente con el río Jaboque y el humedal Jaboque, y al sur con la cuenca del río Fucha. A continuación, en la Figura 4 se puede apreciar la zona donde está localizada la subcuenca de estudio.



**Figura 4. Localización de la zona de estudio**  
Fuente: Elaboración propia a partir de datos EAAB e IDECA



Según los Planes de Ordenamiento y Manejo de Cuencas Hidrográficas (POMCA), la cuenca del río Salitre tiene un área de drenaje de 13965 Ha, su cauce principal tiene una longitud de 19,76 km y una pendiente media de 3,32 %. Tiene una cota máxima de 3200 msnm y una cota mínima de 2540 msnm, aproximadamente, y su elevación promedio es de 2870 msnm.

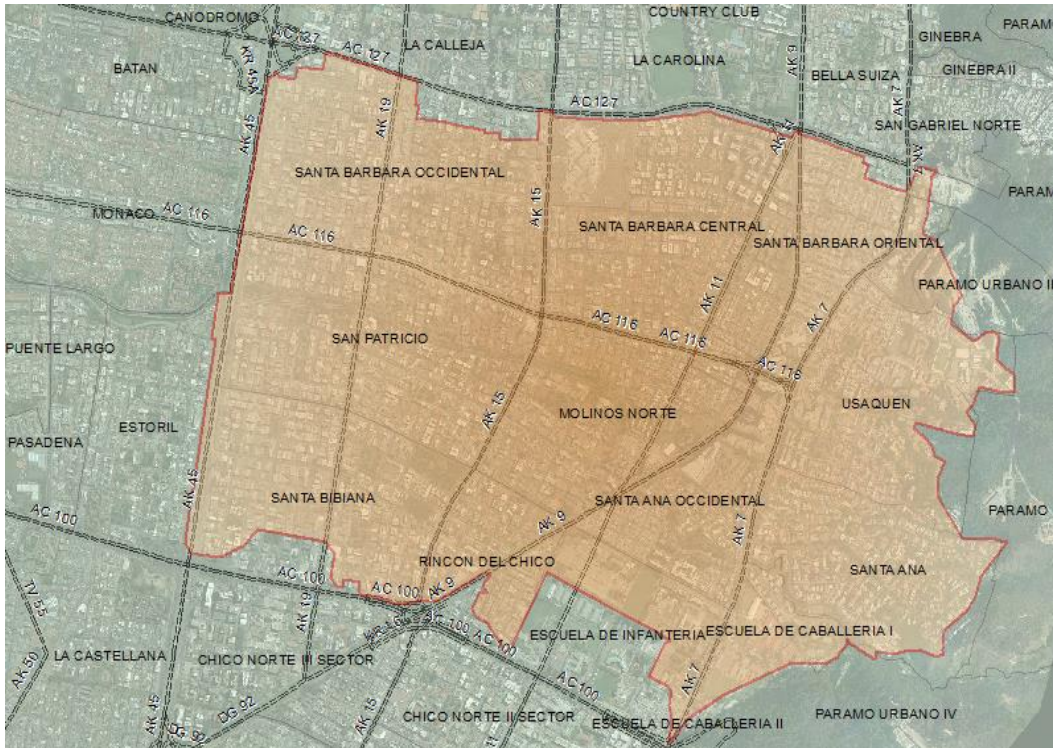
Las corrientes del río Salitre cuando entran en la ciudad empiezan a ser parte del sistema de drenaje y por esta razón, a nivel urbano, el concepto de “cuenca hidrológica” se redefine como el área de captación donde la conducción se realiza a través de elementos artificiales. Esto significa que las quebradas de los cerros tienen un entorno natural hasta que entran a la zona urbana, donde son canalizadas o entubadas convirtiéndose en colectores del sistema de alcantarillado.

Tal como se puede observar en la Figura 5, la subcuenca Molinos drena en el canal Molinos el caudal de escorrentía superficial a través de los elementos que conforman el sistema de alcantarillado pluvial, como lo son las redes de colectores, pozos y sumideros. Por lo tanto, las subcuencas de drenaje pluvial a nivel urbano se delimitan teniendo en cuenta los aportes de los sumideros, la aferencia de las áreas de drenaje y la tipología de conexión de los colectores.



**Figura 5. Aferencias a colectores / Delimitación subcuenca Molinos**  
Fuente: Elaboración propia a partir de base de datos EAAB

Teniendo en cuenta la delimitación anterior, la subcuenca de estudio está ubicada al costado nororiental de la ciudad de Bogotá, entre la calle 100 y la calle 127, y la limitan los cerros orientales y la autopista norte (AK 45). Tiene un área de drenaje de 928 Ha y la conforman los barrios Santa Bárbara, Santa Bibiana, San Patricio, Molinos y Santa Ana.



**Figura 6. Localización espacial subcuenca Molinos**  
Fuente: Elaboración propia a partir de datos EAAB, e IDECA

### 5.2.1. Parámetros físicos de las áreas de drenaje

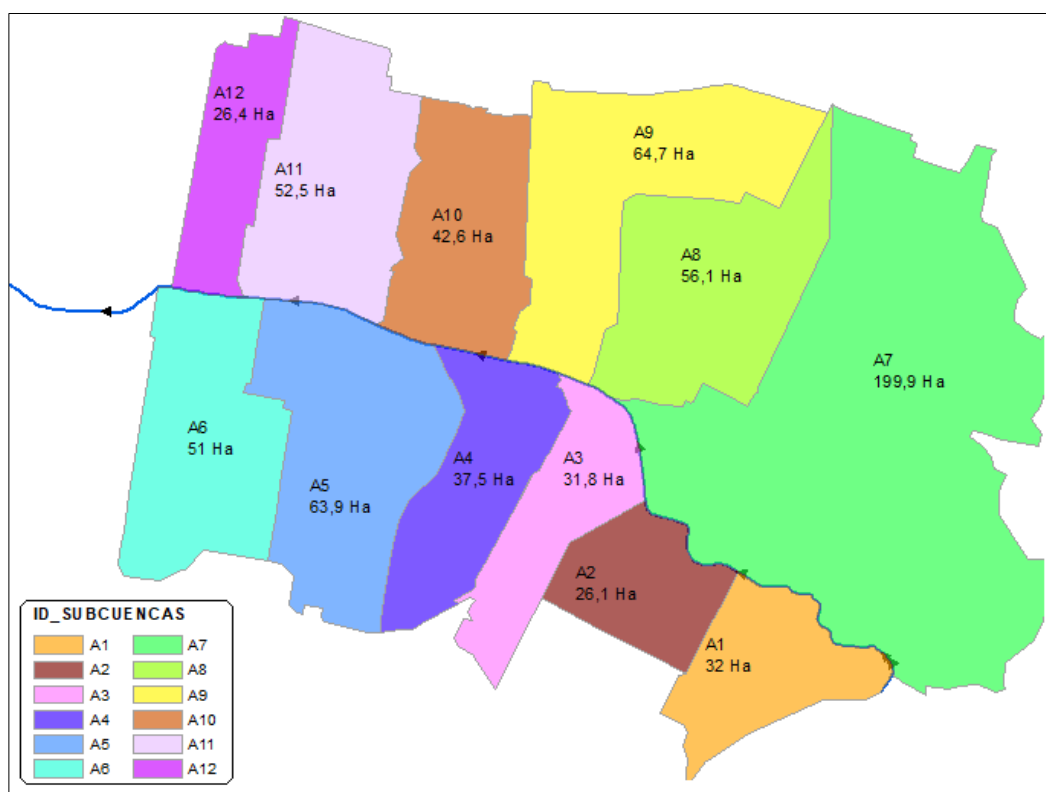
Son elementos que condicionan las características y el comportamiento hidrológico de un sitio determinado. A continuación se mencionan los siguientes:

**Área:** Se define como la proyección horizontal de la superficie de drenaje cuya escorrentía se dirige de manera directa o indirecta a un mismo cauce natural. En la zona de interés, la subcuenca tiene un área aproximada de 685 Ha (6,85 km<sup>2</sup>) que corresponde a la suma de las áreas de drenaje aferentes a los colectores del sistema de alcantarillado pluvial, las cuales se determinaron teniendo en cuenta los aportes de caudal de las redes menores, ver Figura 5.

**Longitud, pendiente y ancho promedio:** En una cuenca natural, las áreas de drenaje tienen una longitud y pendiente que se obtienen de la distancia proyectada entre el punto

más bajo y el sitio más alto de la zona de estudio; pero en el caso urbano, esto se determina analizando el trazado de la red de alcantarillado y las cotas rasantes correspondientes, estas últimas se compararon con el modelo digital de terreno para validar las pendientes calculadas y los sentidos de drenaje; cabe aclarar que el cálculo de dichas pendientes se realizó con las cotas rasantes de los pozos de alcantarillado que están en la base de datos de la EAAB. Finalmente, el ancho promedio se calculó, según las fuentes bibliográficas, como la relación entre el área y la longitud de la cuenca.

En la Figura 7 se presenta la subcuenca de estudio dividida en las áreas de drenaje que la conforman.



**Figura 7. Áreas de drenaje / Subcuenca Molinos**  
Fuente: Elaboración propia

La Tabla 3 presenta los valores de área, longitud, ancho y pendiente promedio que fueron obtenidos en la subcuenca urbana de este proyecto.



**Tabla 3. Áreas de drenaje: longitud, ancho y pendiente promedio**

ID	Área de drenaje (Ha)	Longitud (m)	Ancho Promedio (m)	Pendiente Promedio (m/m)
A1	32,0	631,27	520,89	0,0070
A2	26,1	486,65	536,32	0,0065
A3	31,8	1138,90	279,22	0,0155
A4	37,5	1134,99	330,40	0,0196
A5	63,9	1096,43	582,80	0,0049
A6	51,0	1048,21	486,54	0,0183
A7	199,9	1540,90	1297,29	0,0224
A8	56,1	975,54	575,07	0,0066
A9	64,7	1201,63	538,44	0,0041
A10	42,6	912,66	466,77	0,0016
A11	52,5	1006,78	521,46	0,0011
A12	26,4	995,52	265,19	0,0037

Fuente: Elaboración propia

**Factor de forma e Índice de Gravelius:** Son relaciones de forma que permiten analizar la dinámica del flujo superficial. Por medio de estas se cuantifican las características de una cuenca a través de sus formas, y así es posible predecir el comportamiento aproximado de una cuenca, tal como sucede con las cuencas de formas alargadas que tienden a generar flujos más veloces que las cuencas redondas, y a causa de esto la evacuación del agua es más rápida y tiene mayor energía en el arrastre de sedimentos.

### 5.2.2. Parámetros físicos del canal Molinos

En la zona de estudio el cauce principal lo representa el canal Molinos cuya longitud aproximada es de 3,5 km. Es un canal en concreto con presencia de vegetación en algunas zonas. Según la base de datos de la EAAB, su sección transversal es variable pero predomina la rectangular, tiene una base que mide entre 3 m y 17 m, y del mismo modo la altura varía de 2,4 m a 18 m. En la Figura 8 se puede apreciar la zona de interés resaltando el trazado de dicho canal.



**Figura 8. Canal Molinos / subcuenca Molinos**  
 Fuente: Elaboración propia a partir de base de datos EAAB

**Pendiente promedio:** Se estimó dividiendo la longitud del canal Molinos en los tramos que reciben los aportes de las áreas de drenaje, tal como se puede apreciar en la Figura 9.



**Figura 9. Tramos de canal aferentes a las áreas de drenaje**  
 Fuente: Elaboración propia a partir de base de datos EAAB

Con los tramos de canal y sus correspondientes cotas de fondo se estimaron las pendientes promedio correspondientes. En la Tabla 4 se presentan los tramos de canal obtenidos, sus longitudes, anchos y pendientes promedio.

**Tabla 4. Longitud, ancho y pendiente promedio en tramos del Canal Molinos**

<b>ID Tramo de Canal</b>	<b>Longitud de Canal (m)</b>	<b>Ancho de Canal (m)</b>	<b>Pendiente Promedio de Canal (m/m)</b>
T1	830,94	6,67	0,048
T2	516,46	6,96	0,020
T3	420,24	3,30	0,068
T4	225,24	10,00	0,023
T5	479,81	11,35	0,021
T6	227,19	16,25	0,003
T7	443,41	15,74	0,005
T8	406,24	8,13	0,014

Fuente: Elaboración propia partir de base de datos EAAB

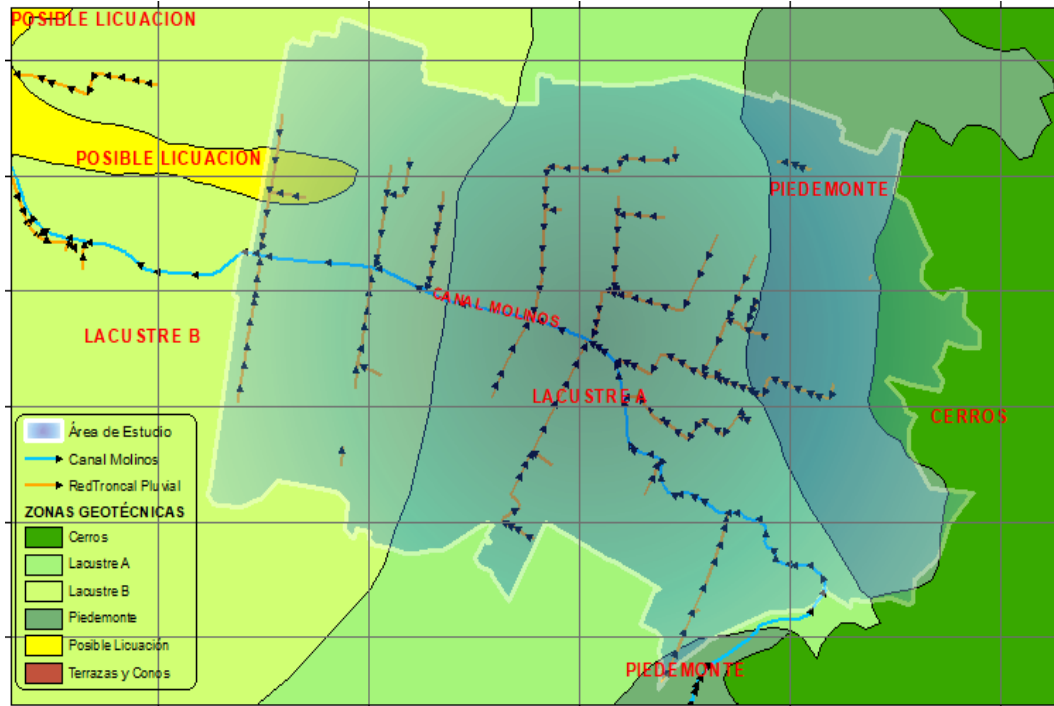
### 5.2.3. Caracterización del suelo

Si bien no hace parte del objeto de estudio, es necesario conocer las propiedades físicas de los materiales que conforman el suelo de la zona de estudio, y a partir de esto determinar parámetros como el peso, la granulometría, el factor de erosionabilidad y el coeficiente de cobertura. Para esto se caracterizó el suelo utilizando los archivos “shape” de la zonificación geotécnica del suelo de Bogotá, estos hacen parte del sistema de información geográfico de la EAAB.

Con base en lo anterior, en la Figura 10 se observa que en la zona de estudio predominan los siguientes tipos de suelos: piedemonte, lacustre A, lacustre B y posible licuación. A partir de esto y de acuerdo con el estudio de microzonificación sísmica de Bogotá, elaborado por la alcaldía mayor de Bogotá D.C., (2010), la composición de estos suelos es la siguiente:

- En la zona de los cerros, los suelos están compuestos por areniscas duras y/o arcillolitas blandas según su grado de pendiente.
- En el piedemonte, los suelos se componen de gravas arcillo arenosas compactas y gravas areno arcillosas compactas.
- En el lacustre A, los suelos están conformados por arcillas limosas muy blandas, y en el lacustre B por arcillas limosas blandas.

- En las zonas de posible licuación, están compuestos por arenas sueltas y arcillas limosas blandas.



**Figura 10. Zonas geotécnicas del Suelo / subcuenca Molinos**  
Fuente: Elaboración propia a partir de base de datos EAAB

Es importante señalar que la mayor parte del área de estudio está ubicada en zonas donde predominan los suelos lacustres. Este tipo de suelos se compone principalmente de arcillas que, según Das (2001), tienen un peso específico de 1,65 ton/m<sup>3</sup> (valor de referencia).

Otra propiedad que se debe tener en cuenta para la caracterización del suelo es el tamaño del diámetro de los granos, pues a partir de esto los suelos se clasifican en gravas, arenas, limos y arcillas. Una de las clasificaciones más utilizadas la estableció el Departamento de Agricultura de Estados Unidos (USDA, por sus siglas en inglés), esta se puede apreciar en la siguiente tabla:

**Tabla 5. Diámetros característicos de las partículas del Suelo**

Diámetro (mm)	Partícula
> 2	Grava
2 – 0,05	Arena
0,05 – 0,002	Limo

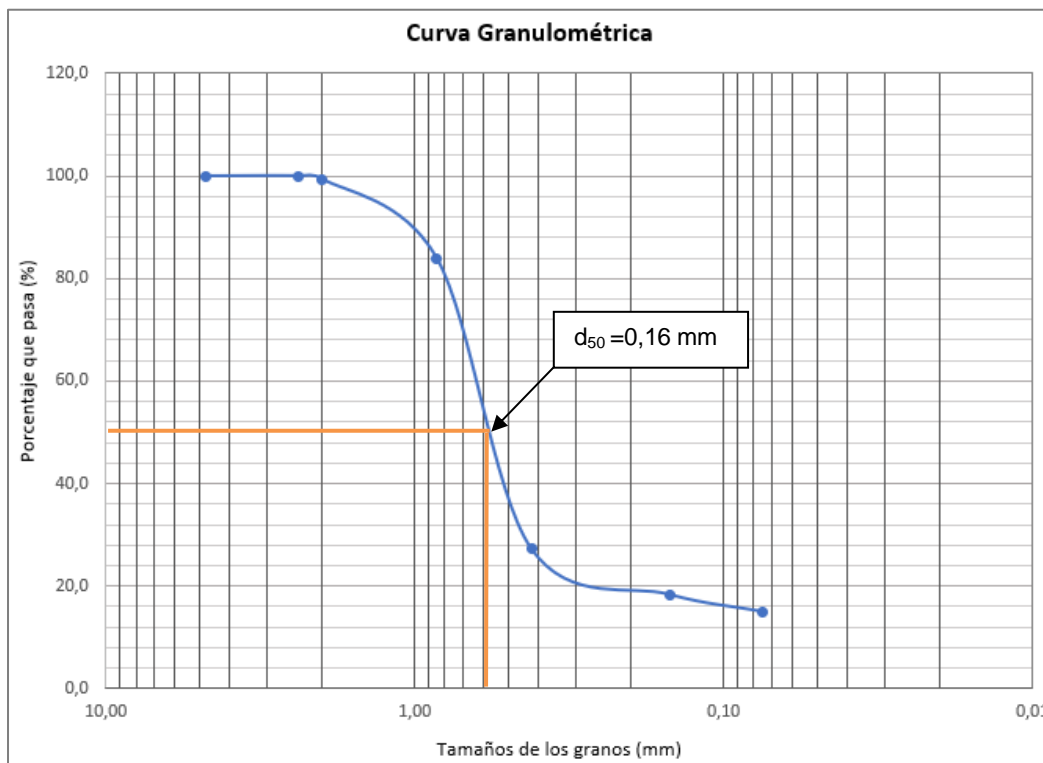
Diámetro (mm)	Partícula
< 0,002	Arcilla

Fuente: Elaboración propia a partir de la Clasificación de Suelos – USDA

### 5.2.3.1. Granulometría

La granulometría utilizada en los análisis se determinó con información secundaria teniendo en cuenta que, según el estudio de microzonificación sísmica de Bogotá, la zona de estudio se caracteriza por la presencia de suelos lacustres.

A partir de la condición anterior se buscó información en documentos y proyectos afines de suelos y geotecnia, y se encontró en un estudio de suelos de la empresa ALFO Ingenieros de suelos SAS (2016), elaborado en una zona aledaña a la zona de estudio, la curva de distribución granulométrica de un suelo que cumple con la condición descrita anteriormente, esta se puede apreciar en la Figura 11.



**Figura 11. Curva Granulométrica**

Fuente: Elaboración propia a partir del Estudio de Suelos realizado por Alfo - Ingenieros de suelos SAS (2016)

Según la figura anterior, el diámetro medio de los granos es de 0,16 mm. Este valor indica que el tamaño promedio de las partículas del suelo en la zona de estudio corresponde a arenas (USDA).

### 5.2.3.2. *Coefficiente de erosionabilidad K*

Según la textura del suelo, el coeficiente de erosionabilidad puede tomar distintos valores que dependen de la granulometría y de las propiedades físicas del suelo, debido a esto lo ideal sería determinarlos a partir de información de campo. Sin embargo, cuando no se dispone de esto se pueden utilizar valores teóricos que para este trabajo fueron tomados del método USLE, ver Tabla 6.

**Tabla 6. Coeficiente de Erosionabilidad K de la USLE (kg h/N m<sup>2</sup>)**

Clase de Textura	Porcentaje de Materia Orgánica		
	Media	< 2 %	> 2 %
Arcilla	0,029	0,032	0,028
Franco Arcilloso	0,040	0,043	0,037
Franco arenoso grueso	0,009	-	0,009
Arena fina	0,011	0,012	0,008
Franco arenoso fino	0,024	0,029	0,022
Arcilla pesada	0,022	0,025	0,020
Franco	0,040	0,045	0,034
Arenoso franco fino	0,014	0,020	0,012
Arenoso franco	0,005	0,007	0,005
Arenoso franco muy fino	0,051	0,058	0,033
Arena	0,003	0,004	0,001
Franco arcilloso arenoso	0,026	-	0,026
Franco arenoso	0,017	0,018	0,016
Franco limoso	0,050	0,054	0,049
Arcilla limosa	0,034	0,036	0,034
Franco arcilloso limoso	0,042	0,046	0,040
Arena muy fina	0,057	0,061	0,049
Franco arenoso muy fino	0,046	0,054	0,043

Fuente: Elaboración propia a partir de datos de la USLE

Utilizando la zonificación de la Figura 10 y los valores de referencia de la Tabla 6, se obtuvo el valor ponderado del coeficiente de erosionabilidad que le corresponde a cada una de las áreas que conforman la subcuenca en estudio. En la Tabla 7 se presentan los resultados obtenidos.

**Tabla 7. Valores ponderados del Coeficiente de Erosionabilidad *K***

Área de drenaje No	Área (km <sup>2</sup> )	Área Lacustre A (km <sup>2</sup> )	Área Lacustre B (km <sup>2</sup> )	Área Piedemonte (km <sup>2</sup> )	Área Posible Licuación (km <sup>2</sup> )	Área Cerros (km <sup>2</sup> )	K ponderado
A1	0,32	0,3054	-	0,0152	-	-	0,04030
A2	0,26	0,2615	-	-	-	-	0,04209
A3	0,32	0,3181	-	-	-	-	0,04201
A4	0,38	0,3755	-	-	-	-	0,04206
A5	0,64	0,1361	0,5037	-	-	-	0,03575
A6	0,51	-	0,5099	-	-	-	0,03399
A7	1,99	0,5918	-	1,1182	-	0,2907	0,02829
A8	0,56	0,5406	-	0,0213	-	-	0,04153
A9	0,65	0,6301	-	0,0176	-	-	0,04142
A10	0,43	0,2747	0,1518	-	-	-	0,03884
A11	0,52	-	0,5000	-	0,0252	-	0,03546
A12	0,26	-	0,2067	-	0,0579	-	0,03972

Fuente: Elaboración propia a partir de datos del coeficiente *K* de la USLE

Cabe aclarar que, según la composición del suelo descrita en el numeral 5.2.3, los valores del coeficiente de erosionabilidad que se utilizaron en el cálculo del coeficiente *K* ponderado son los siguientes:

- Suelos lacustres A, *K*: 0,042 ( Arcillas limosas muy blandas)
- Suelos lacustres B, *K*: 0,034 ( Arcillas limosas blandas)
- Suelos piedemonte, *K*: 0,026 ( Franco arcilloso arenoso)
- Suelos licuables, *K*: 0,057 ( Arenas muy finas)
- Suelos en cerros, *K*: 0,009 ( Franco arenoso grueso)

### 5.2.3.3. Coeficiente de escorrentía *C*

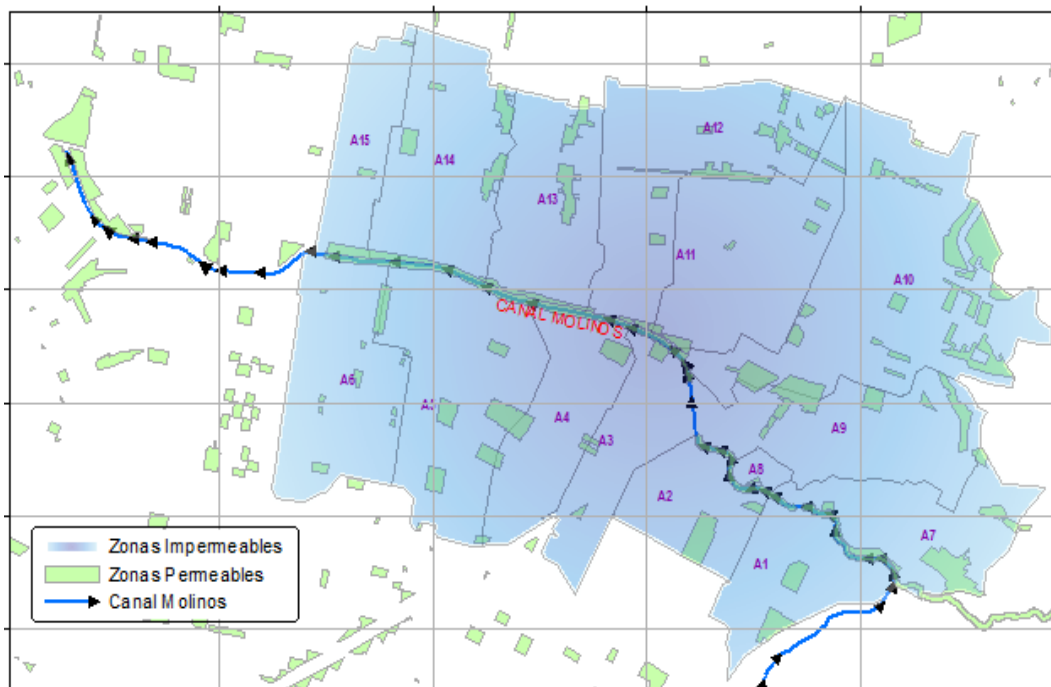
Es un parámetro que indica la cantidad de precipitación que escurre de manera superficial en el terreno. Según Monsalve (1999), es el coeficiente que resulta de la relación entre el volumen de agua de escorrentía superficial total y el volumen total de agua precipitado.



Uno de los factores que condiciona el coeficiente de escorrentía es la permeabilidad del suelo. Cuanto más permeable sea el suelo, mayor será la cantidad de agua que puede absorber, lo cual disminuye los excesos de precipitación y en consecuencia la ocurrencia de escorrentía superficial.

La permeabilidad del suelo se cuantificó a partir de la cobertura que presenta el terreno. Los valores del coeficiente C varían entre 0 y 1, siendo 1 la condición más impermeable y 0 la menos impermeable. En el sector urbano donde predominan las vías y edificaciones, los valores de los coeficientes son cercanos a 1, pero en zonas de cultivos y áreas verdes con presencia de vegetación, los coeficientes son cercanos a 0, Monsalve (1999).

En la Figura 12 se presenta la distribución de las zonas impermeables que corresponden a superficies duras como vías, cubiertas y zonas permeables.



**Figura 12. Zonas permeables e impermeables / Subcuenca Molina**

Fuente: Elaboración propia a partir de base de datos EAAB

A partir de la Figura 12 se hizo la ponderación del coeficiente de escorrentía adoptando un valor promedio de 0,45 en áreas permeables (zonas verdes y parques), y de 0,90 cuando se trate de áreas impermeables (zonas duras). Con esto se obtuvieron los coeficientes de cobertura para cada área de drenaje que se muestran en la Tabla 8.



**Tabla 8. Coeficientes ponderados de Cobertura C**

Área de Drenaje No	Área (km <sup>2</sup> )	C Zonas verdes	Área de Zona verde	C Zonas urbanizadas	Área de Zona Urbanizada	C Ponderado
A1	0,328	0,45	0,0309	0,90	0,297	0,858
A2	0,261	0,45	0,0307	0,90	0,230	0,847
A3	0,318	0,45	0,0143	0,90	0,304	0,880
A4	0,375	0,45	0,0295	0,90	0,346	0,865
A5	0,639	0,45	0,0599	0,90	0,579	0,858
A6	0,510	0,45	0,0185	0,90	0,491	0,884
A7	1,999	0,45	0,2671	0,90	1,732	0,840
A8	0,560	0,45	0,0218	0,90	0,538	0,882
A9	0,650	0,45	0,0513	0,90	0,599	0,865
A10	0,430	0,45	0,0452	0,90	0,385	0,853
A11	0,520	0,45	0,0495	0,90	0,471	0,857
A12	0,260	0,45	0,0151	0,90	0,245	0,874

Fuente: Elaboración propia a partir de coeficientes de escorrentía Monsalve (1999)

#### **5.2.3.4. Impermeabilidad del Suelo**

Según lo mencionado en el numeral 1.3.3, en el análisis se debería considerar un porcentaje de impermeabilidad del suelo debido a que la zona de estudio propicia la filtración de las lluvias, pues a pesar de ser urbana, predominan las edificaciones residenciales amplias, dotadas de patios y jardines que a su alrededor tienen espacios públicos con muchas zonas verdes.

Basado en lo anterior, existen tablas como la elaborada por Chow et al. (1994), citada en el numeral 1.3.3, que consideran porcentajes de impermeabilidad con los cuales se pretende reproducir las condiciones físicas de la zona de estudio, que aunque es urbana no deja de tener pérdidas por infiltración. A pesar de esto, en los modelos se consideró que la zona urbana es 100% impermeable con fines de que sean comparables.

Cabe agregar que aunque el porcentaje de impermeabilidad no incide en los modelos del esquema lineal y no lineal desarrolladas en Mathematica, ni tampoco en el Onlineoverland del Dr. Ponce, si influye en las simulaciones con HEC-HMS y SWMM.

### 5.3. Características del régimen de lluvias

Según el POMCA<sup>1</sup> de la UMNG<sup>2</sup>, en la zona de estudio la distribución espacial y temporal de lluvias está influenciada por la zona de confluencia intertropical, en la cual se encuentran los vientos cálidos, húmedos, y el trópico. Se caracteriza por tener dos períodos lluviosos, el primero ocurre en los meses de abril y mayo, y el segundo de octubre a noviembre. Los períodos de bajas precipitaciones ocurren de diciembre a marzo y de junio a septiembre.

En las zonas altas, cerca al costado oriental que limita con los cerros, la precipitación promedio multianual es de 1150 mm; y en las zonas bajas, ubicadas en la franja urbana, el promedio de precipitación desciende a 450 mm aproximadamente.

#### 5.3.1. Curvas Intensidad-Duración-Frecuencia (IDF)

Las curvas IDF de la zona de estudio se tomaron del estudio que realizó en 2015 la empresa consultora INGETEC para la Empresa de Acueducto y Alcantarillado de Bogotá (EAAB), el cual tuvo como base la información disponible de las estaciones pluviales de la sabana de Bogotá. El producto que se utilizó de dicho estudio es una aplicación que da como resultado los parámetros de la intensidad de la lluvia para diferentes periodos de retorno.

$$I = \frac{c \cdot T^m}{D^e + f} \quad 5.1$$

Donde:

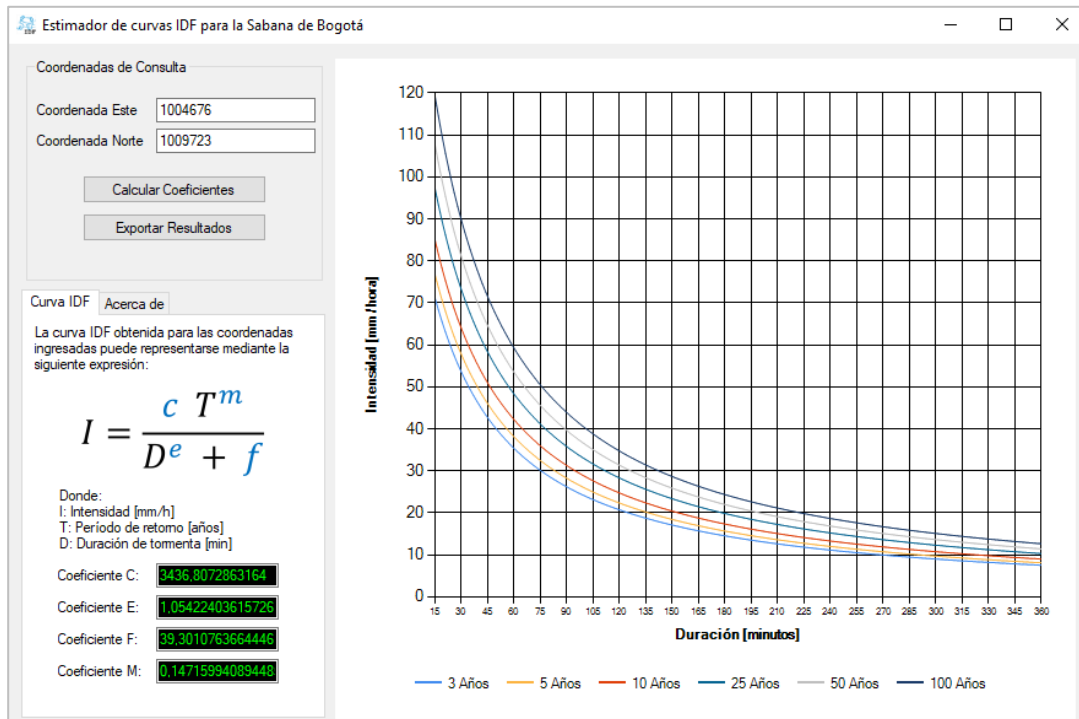
- $I$ , intensidad (mm/h).
- $T$ , período de retorno (años)
- $D$ , duración de tormenta (min)

En la Figura 13 se presenta la interfaz gráfica de dicha aplicación, a través de esta se ingresan las coordenadas de un punto de la zona de estudio. El resultado de esto son las curvas IDF para diferentes períodos de retorno con sus correspondientes parámetros  $c, m, e$  y  $f$ .

---

<sup>1</sup> Plan de Manejo y Ordenamiento de Cuencas (POMCA).

<sup>2</sup> Universidad Militar Nueva Granada (UMNG).



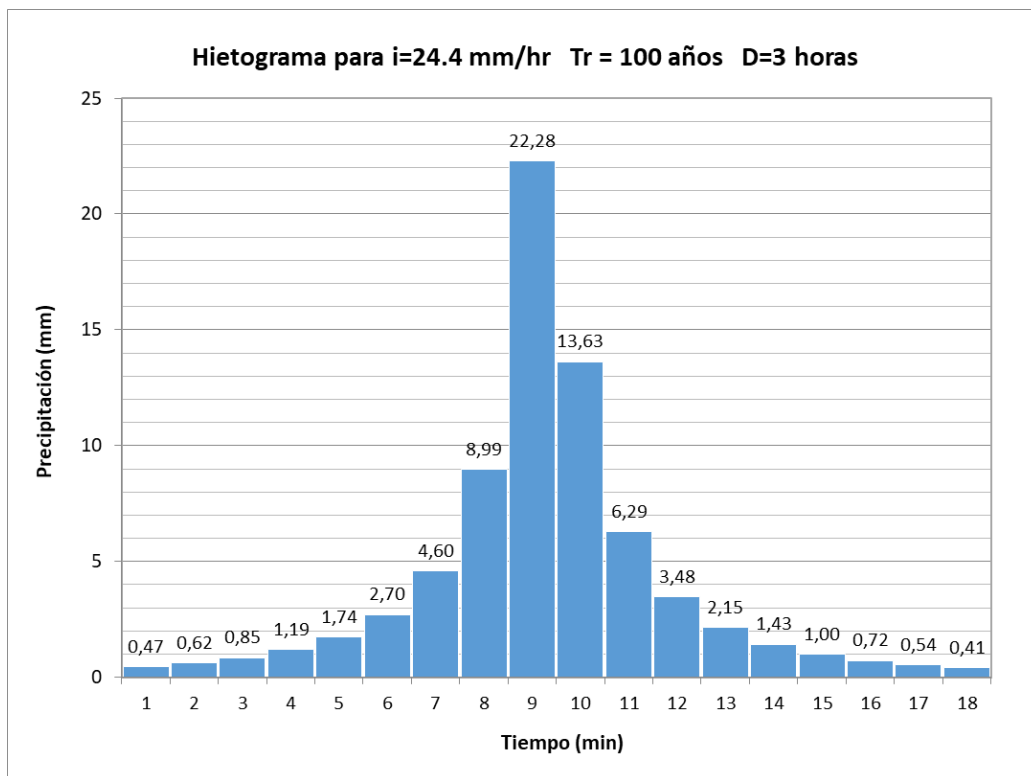
**Figura 13. Herramienta para la estimación de curvas IDF en Bogotá**  
Fuente: Elaborado por INGETEC (2015) para la EAAB.

Una vez obtenidas las curvas IDF, y a partir de lo expuesto en el numeral 1.3.2, fueron consideradas dos condiciones de precipitación para el desarrollo de los modelos de onda cinemática. En la primera, se consideró a la lluvia distribuida en el tiempo, y en la segunda constante; para esta última se tomó el valor acumulado de la precipitación y se dividió en el tiempo de duración de la tormenta. En ambos casos la duración de la lluvia fue de 3 horas con un período de retorno de 100 años.

### 5.3.1.1. Lluvia distribuida en el tiempo

En cada una de las áreas de drenaje que conforman la subcuenca de estudio, se utilizaron las correspondientes curvas IDF para obtener la distribución de la lluvia en el tiempo, tras ser generados con el método del bloque alterno.

A manera de ejemplo, en la Figura 14 se presenta el hietograma obtenido del área A1, que representa la distribución de una lluvia de tres horas para un período de retorno de 100 años.



**Figura 14. Hietograma para  $i = 24.4$  mm/hr,  $T_r = 100$  años.  $D = 3$  horas**  
Fuente: Elaboración propia a partir de datos EAAB

### 5.3.1.2. Lluvias constantes

En la Tabla 9 se presentan las intensidades de precipitación que se obtienen de dividir la lluvia acumulada entre el tiempo de tres horas de duración para un período de retorno de 100 años.

**Tabla 9. Lluvias constantes para cada subcuenca ( $T_r: 100$  años y  $D: 3$  hr)**

ID	Coordenada Este (m)	Coordenada Norte (m)	Precipitación Acumulada (mm)	Precipitación (mm/hr)
A1	1004676,00	1009723,00	73,08	24,4
A2	1004202,00	1010073,00	72,60	24,2
A3	1004046,00	1010520,00	72,60	24,2
A4	1003585,00	1010478,00	72,30	24,1
A5	1003108,00	1010554,00	72,00	24,0
A6	1002559,00	1010588,00	71,70	23,9

ID	Coordenada Este (m)	Coordenada Norte (m)	Precipitación Acumulada (mm)	Precipitación (mm/hr)
A7	1005540,00	1009930,00	73,08	24,4
A8	1005149,00	1011035,00	73,08	24,4
A9	1004477,00	1011165,00	72,90	24,3
A10	1004304,00	1011703,00	72,90	24,3
A11	1003539,00	1011371,00	72,30	24,1
A12	1003050,00	1011564,00	72,00	24,0

Fuente: Elaboración propia

Según las precipitaciones de la Tabla 9, en las subcuencas A1, A7 y A8 se genera el mismo valor de precipitación, que a su vez corresponde a la mayor intensidad de precipitación. Con este valor se realizó la transformación lluvia – escorrentía mediante la ecuación de onda cinemática para hallar el caudal líquido en la superficie.

#### 5.4. Descripción del Algoritmo

La modelación se desarrolló en el programa computacional Wolfram Mathematica versión estudiantil 12.1.1, y se realizó en dos fases de la siguiente manera.

- La primera tiene el propósito de encontrar la solución aproximada a la ecuación de onda cinemática para hallar el caudal líquido a través de los métodos numéricos que se mencionan a continuación: esquema lineal de la caja (*Box-Scheme*), y esquema no lineal de diferencias finitas. En ambos casos la estructura del algoritmo tiene los siguientes datos de entrada: intensidad y duración de la lluvia, geometría de la superficie de la subcuenca urbana, y la formulación numérica según el tipo de esquema. Con el ingreso de los datos anteriores, se calcula el caudal, la profundidad y la velocidad media en el plano, y en el caso lineal se evalúa la estabilidad del modelo. Esta última no se consideró en el esquema no lineal, debido a que, según lo descrito en el numeral 3.3, el modelo es incondicionalmente estable.

Para la solución aproximada de la onda cinemática con el esquema lineal de la caja, se realizó un análisis de sensibilidad con el fin de determinar la mejor combinación de los parámetros  $\psi$  y  $\theta$  que garantice la estabilidad del modelo, y con los cuales será obtenido el caudal líquido en el plano. Lo descrito anteriormente constituye el modelo hidrológico de transformación lluvia– escorrentía para el esquema lineal de la ecuación de onda cinemática.

En la solución de la ecuación de onda cinemática a través del esquema no lineal, se consideró que es incondicionalmente estable y por esto no se realizaron análisis de estabilidad. Este esquema representa otro modelo hidrológico de transformación de lluvia – escorrentía. Cabe agregar que se utilizaron los módulos de onda cinemática de los programas HEC-HMS, SWMM, y la aplicación web de Dr. Ponce, con el fin de validar y contrastar los resultados obtenidos.

- La segunda fase de la modelación inicia con el cálculo del hidrograma generado en el plano para obtener la lámina de agua correspondiente, luego con la pendiente del plano y las propiedades físicas del suelo se calcula el esfuerzo cortante, y con este último se halla el desprendimiento del flujo.
- En la obtención del caudal sólido se utilizó la ecuación de capacidad de transporte de Engelund-Hansen para calcular la concentración de sedimentos y luego el caudal sólido unitario. Con este resultado y el desprendimiento de las partículas debido al flujo, se obtuvo la solución de la ecuación de transporte con esquemas numéricos.

## 5.5. Desarrollo y resultados del Algoritmo

La modelación inició delimitando las áreas de drenaje que, según el sistema de información geográfica de la EAAB, conforman la subcuenca de estudio. En la Figura 15 se destaca el área de drenaje “A1”.



**Figura 15. Área de Drenaje A1 / Subcuenca Molinos**  
Fuente: Elaboración propia a partir de información EAAB

A continuación se presenta el procedimiento realizado en el área de drenaje “A1”. Los datos característicos de dicha área son los siguientes, ver Tabla 10.

**Tabla 10. Datos del área de drenaje A1**

<b>Superficie plana ID</b>	<b>Área (Ha)</b>	<b>Longitud (m)</b>	<b>Ancho (m)</b>	<b>Pendiente m/m</b>	<b>Manning</b>
A1	32	631,27	520,89	0,0070	0,050

Fuente: Elaboración propia

Las precipitaciones utilizadas en el área A1 se obtuvieron según lo expuesto en el capítulo anterior, ver numerales 5.3.1.1 y 5.3.1.2. Para la condición de lluvia constante, en la Tabla 11 se puede observar el valor de la intensidad y el volumen de precipitación.

**Tabla 11. Lluvia constante y Volumen precipitado en el área A1**

<b>Superficie (plano) ID</b>	<b>Intensidad (mm/hr)</b>	<b>Duración (hr)</b>	<b>Profundidad Precipitación (mm)</b>	<b>Área (Km<sup>2</sup>)</b>	<b>Volumen precipitado (m<sup>3</sup>)</b>
A1	24,36	3	73,08	0,32	23385,6

Fuente: Elaboración propia

Para el caso de la lluvia distribuida, en la Tabla 12 se presentan los valores de intensidad y los volúmenes de precipitación que corresponden a cada intervalo de tiempo.

**Tabla 12. Lluvia distribuida (Hidrograma), y Volumen precipitado en el área A1**

<b>Superficie ID</b>	<b>Duración (min)</b>	<b>Intensidad (mm/hr)</b>	<b>Profundidad Acumulada (mm)</b>	<b>Área (Km<sup>2</sup>)</b>	<b>Volumen precipitado (m<sup>3</sup>)</b>
A1	10	133,7	22,28	0,32	7129,5
A1	20	107,7	35,91	0,32	11490,7
A1	30	89,8	44,90	0,32	14366,7
A1	40	76,8	51,18	0,32	16378,3
A1	50	66,9	55,78	0,32	17849,4
A1	60	59,3	59,26	0,32	18962,6
A1	70	53,1	61,96	0,32	19828,1
A1	80	48,1	64,11	0,32	20515,9
A1	90	43,9	65,85	0,32	21072,3
A1	100	40,4	67,28	0,32	21529,2
A1	110	37,3	68,47	0,32	21909,1

Superficie ID	Duración (min)	Intensidad (mm/hr)	Profundidad Acumulada (mm)	Área (Km <sup>2</sup> )	Volumen precipitado (m <sup>3</sup> )
A1	120	34,7	69,46	0,32	22228,5
A1	130	32,5	70,31	0,32	22499,4
A1	140	30,4	71,03	0,32	22731,1
A1	150	28,7	71,66	0,32	22930,6
A1	160	27,1	72,20	0,32	23103,4
A1	170	25,6	72,67	0,32	23253,9
A1	180	24,4	73,08	0,32	23385,6

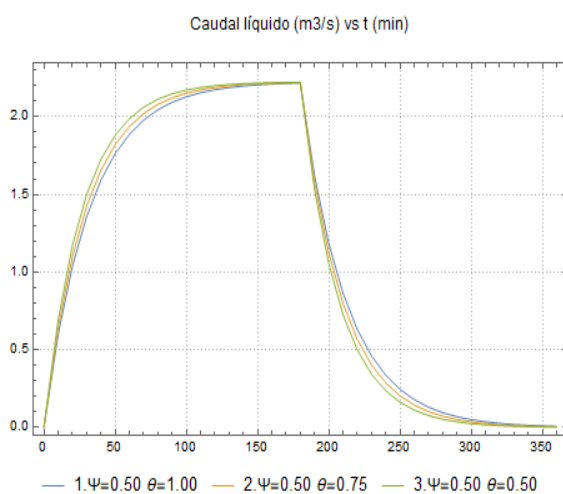
Fuente: Elaboración propia

### 5.5.1. Transformación lluvia-escorrentía en el área A1

En esta sección se utilizan las características fisiográficas del área de drenaje en estudio, y las condiciones de lluvias del numeral anterior, con el propósito de resolver la ecuación de onda cinemática mediante los métodos computacionales descritos anteriormente.

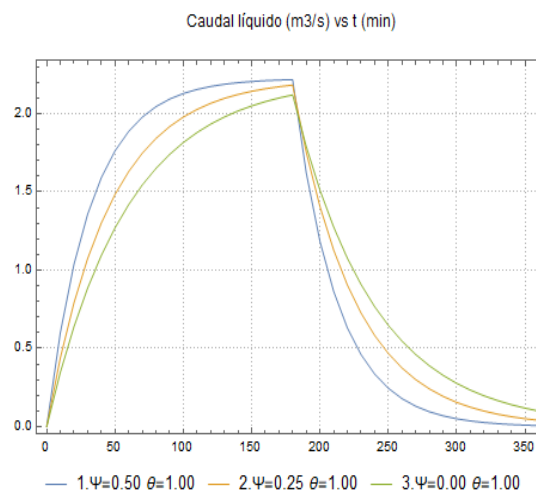
#### **Soluciones aproximadas de la ecuación de Onda Cinemática en el área A1**

Tal como se mencionó anteriormente, en el esquema lineal de la caja (*Box-Scheme*), se realizó un análisis de sensibilidad para determinar la mejor combinación de los parámetros  $\psi$  y  $\theta$ , suponiendo que uno es constante mientras que el otro es variable. El resultado de esto se presenta en la Figura 16 y en la Figura 17, en éstas se puede observar la variación de los hidrogramas obtenidos, ver anexos 1 y 2.



**Figura 16. Hidrogramas con  $\psi = 0.50$ ,  $\theta$  variable**

Fuente: Elaboración propia



**Figura 17. Hidrogramas con  $\psi$  variable,  $\theta = 1.00$**

Fuente: Elaboración propia

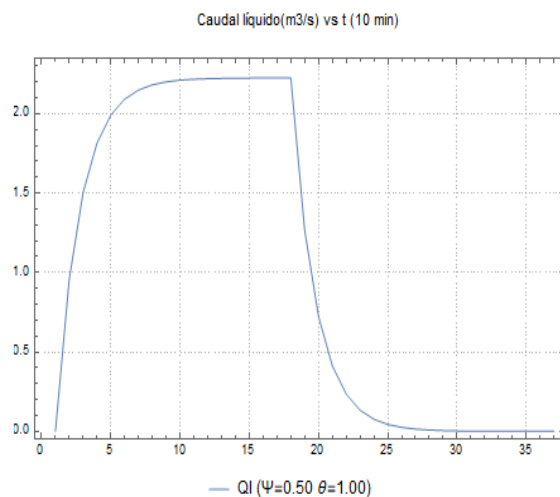


La Figura 16 presenta los hidrogramas obtenidos tras suponer constante e igual a 0,50 al parámetro  $\psi$ ; y para la otra condición, la Figura 17 muestra los hidrogramas obtenidos luego de suponer constante e igual a 1 al parámetro  $\theta$ . En los dos hidrogramas el caudal máximo es de 2,22 m<sup>3</sup>/s, pero se ve una mayor intensidad de atenuación en la Figura 17.

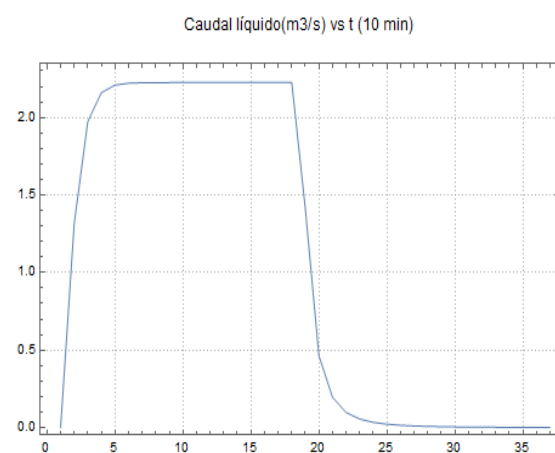
Cabe aclarar que en el análisis anterior se tuvieron en cuenta las condiciones de estabilidad del esquema de la caja (*Box-Scheme*), y se consideró una lluvia constante de tres horas de duración.

Teniendo en cuenta el comportamiento de los hidrogramas anteriores, se determinó que el valor más adecuado de los parámetros es  $\psi = 0,50$  y  $\theta = 1,00$ , pues con estos valores el hidrograma es atenuado y representa menores pérdidas de abstracciones iniciales; por lo tanto, simula de mejor manera la evolución del caudal líquido en una cuenca urbana.

Una vez definidos los parámetros  $\psi$  y  $\theta$  se utilizó el esquema lineal de la caja (*Box-Scheme*), y el esquema no lineal, para resolver la ecuación de onda cinemática y comparar los resultados obtenidos. En la Figura 18 y Figura 19 se presentan los hidrogramas obtenidos tras considerar una lluvia constante de tres horas de duración para un período de retorno de 100 años, ver Tabla 11, y en los anexos 3 y 4 se encuentra el algoritmo en Mathematica.



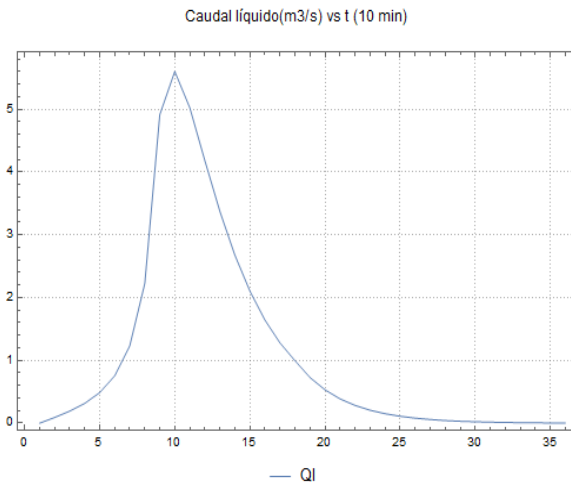
**Figura 18. Esquema lineal**  
**Lluvia constante  $i = 24.36$  mm/hr  $D = 3$  horas**  
**( $\psi = 0.50$ ,  $\theta = 0.10$ )**  
 Fuente: Elaboración propia



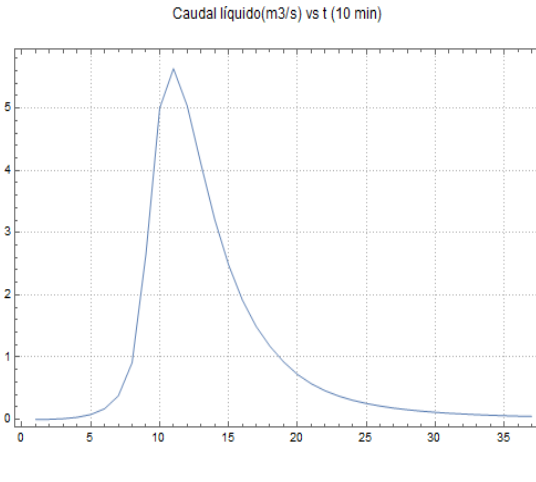
**Figura 19. Esquema No lineal**  
**Lluvia constante  $i = 24.36$  mm/hr**  
 **$D = 3$  horas**  
 Fuente: Elaboración propia

Según los hidrogramas anteriores, en ambos esquemas la forma de la curva es muy similar y se obtuvo un caudal pico de 2,22 m<sup>3</sup>/s.

De manera similar se resolvió la ecuación de onda cinemática con el esquema lineal y el no lineal, pero considerando a la lluvia distribuida en el tiempo (se utilizó el método del bloque alterno). A continuación se presentan los hidrogramas obtenidos.



**Figura 20. Esquema lineal**  
**Lluvia distribuida, D = 3 horas**  
 $\psi = 0.50, \theta = 1.00$   
 Fuente: Elaboración propia



**Figura 21. Esquema no lineal**  
**Lluvia distribuida**  
**D = 3 horas**  
 Fuente: Elaboración propia

Al igual que en el caso de lluvia constante, los hidrogramas anteriores tienen formas muy similares. El caudal pico en el esquema lineal es de  $5,60 \text{ m}^3/\text{s}$  y en el esquema no lineal es de  $5,63 \text{ m}^3/\text{s}$ , y después de alcanzar dicho caudal se presentan diferencias leves. Se recuerda que la formulación en planos para ambos esquemas se presentó en los numerales 3.2 y 3.3, y en los anexos 5 y 6 se encuentra el algoritmo en Mathematica.

### **Comparación de resultados con HEC-HMS, SWMM y Onlineoverland**

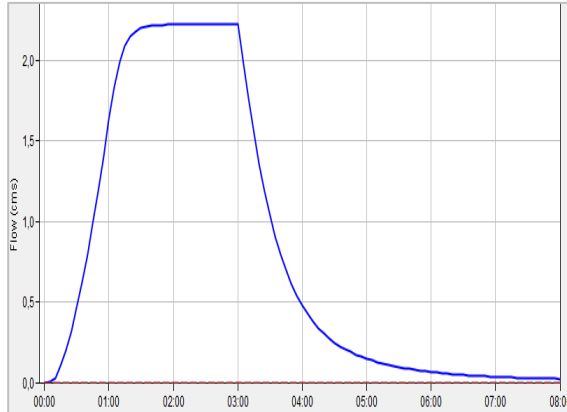
Se realizó una comparación entre los resultados obtenidos con Mathematica y HEC-HMS y SWMM. Cabe reiterar que para esto se debe utilizar la misma información de entrada, sin embargo, las pérdidas por abstracciones iniciales solamente se consideraron en HEC-HMS y SWMM debido a la configuración que traen por defecto dichos programas.

Con el fin de lograr un mejor entendimiento de los resultados obtenidos con Onlineoverland, se tomó como antecedente el análisis de Ponce & Magallón (s.f.), en el que se consideraron distintas condiciones de permeabilidad y se compararon los resultados con HEC-HMS y SWMM. Las conclusiones de dicho análisis son las siguientes:

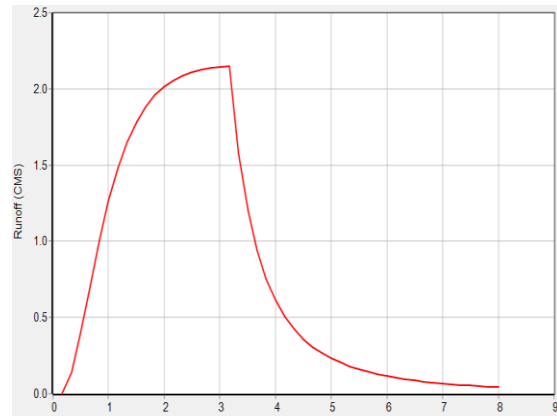
- El modelo Onlineoverland se comporta adecuadamente para el caso impermeable y el caso permeable.

- En el caso impermeable, los modelos en HEC-HMS y SWMM se aproximaron al comportamiento esperado con algunas inconsistencias en cuanto a la duración al caudal pico y la conservación de la masa.
- En el caso permeable, los modelos en HEC-HMS y SWMM nuevamente presentaron inconsistencias, aunque solamente en la duración al caudal pico.
- Según Ponce & Magallón (s.f.), las diferencias anteriores se deben a que ambos modelos utilizan abstracciones iniciales finitas que afectan el caudal pico.
- Dado que la abstracción total del método del número de curva es válida para toda la duración de la tormenta, Ponce & Magallón (s.f.) mencionan que los modelos de HEC-HMS y SWMM podrían prescindir de tal condición, si la abstracción inicial debe aplicarse en forma temporal, es decir, distribuida a una fracción inicial de la tormenta.
- Las diferencias que encontraron entre los hidrogramas en HEC-HMS y SWMM son atribuibles a las diferentes formulaciones de los modelos, incluyendo la abstracción inicial.

En las siguientes figuras se muestran los hidrogramas obtenidos en HEC-HMS y SWMM para la lluvia constante de tres horas de duración y las condiciones descritas anteriormente, ver anexos 7 y 9.



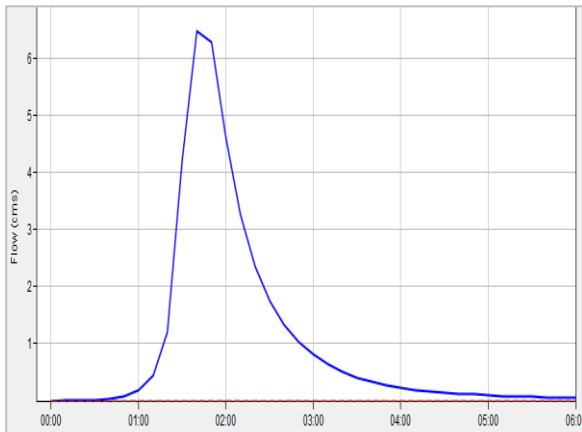
**Figura 22. Modelación en HEC-HMS**  
**Lluvia constante  $i=24.36$  mm/hr  $D = 3$  horas**  
 Fuente: Elaboración propia



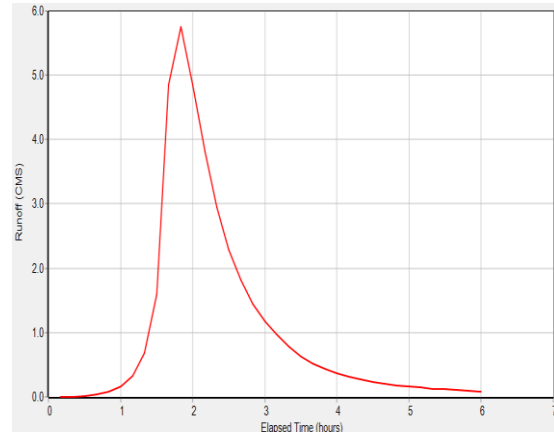
**Figura 23. Modelación en SWMM**  
**Lluvia constante  $i=24.36$  mm/hr  $D = 3$  horas**  
 Fuente: Elaboración propia

Según los hidrogramas anteriores, el caudal pico en HEC-HMS es de  $2,16 \text{ m}^3/\text{s}$  y en SWMM es de  $2,15 \text{ m}^3/\text{s}$ ; a pesar de que son muy similares se observan diferencias en la subida al caudal pico y en el tiempo de receso, lo cual es coherente con lo descrito anteriormente por Ponce & Magallón (s.f.).

Ahora bien, utilizando HEC-HMS y SWMM para resolver la ecuación de onda cinemática, pero con la lluvia distribuida en el tiempo, se obtuvieron los siguientes hidrogramas:



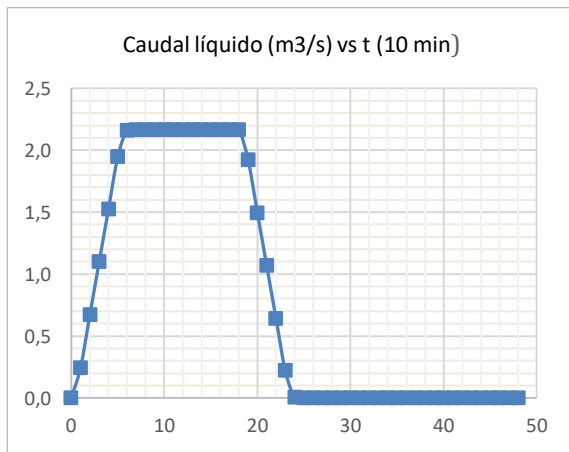
**Figura 24. Modelación en HEC-HMS**  
**Lluvia distribuida D = 3horas**  
 Fuente: Elaboración propia



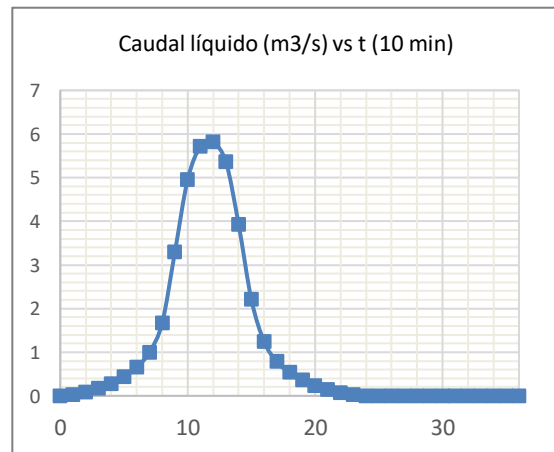
**Figura 25. Modelación en SWMM**  
**Lluvia distribuida D = 3horas**  
 Fuente: Elaboración propia

Aunque se observa que los hidrogramas son prácticamente iguales, hay diferencias en el caudal pico para la condición de lluvia distribuida, pues en HEC-HMS es de  $6,56 \text{ m}^3/\text{s}$ , y en SWMM es de  $5,76 \text{ m}^3/\text{s}$ , ver anexos 8 y 10.

Para entender el funcionamiento del programa Onlineoverland, se tuvieron en cuenta las consideraciones descritas en el numeral 3.6. A partir de esto se utilizó con los mismos datos de entrada de los modelos anteriores, y se obtuvieron los siguientes hidrogramas.



**Figura 26. Modelación en Onlineoverland**  
**Lluvia constante D = 3horas**  
 Fuente: Elaboración propia



**Figura 27. Modelación en Onlineoverland**  
**Lluvia distribuida D = 3horas**  
 Fuente: Elaboración propia

Según la Figura 26, con el programa Onlineoverland el caudal pico para la lluvia constante es  $2,16 \text{ m}^3/\text{s}$ , resultado muy similar a los obtenidos con los esquemas numéricos y, con HEC-HMS y SWMM. Ahora bien, para la lluvia distribuida el caudal pico es  $5,82 \text{ m}^3/\text{s}$ , este

resultado tiene leves diferencias respecto a los obtenidos con los esquemas anteriores. En los anexos 11 y 12 se encuentran las modelaciones realizadas, y se puede acceder al programa a través de este enlace <http://ponce.sdsu.edu/onlineoverland.php>.

### 5.5.2. Transporte de sedimentos en el área A1

Con base en la sección 4.1.1 y las características del suelo, se determinaron los parámetros que influyen en la solución aproximada de la ecuación de transporte, tales como: el esfuerzo cortante y el desprendimiento de las partículas debido al flujo.

Como se expuso anteriormente, el cálculo del caudal sólido se realizó con la ecuación de Engelund-Hansen, sin embargo, debido a que la granulometría condiciona el uso de dicha ecuación, para poder utilizarla se adoptó un tamaño promedio de 0,19 mm (numeral 4.1.3), que aunque es mayor respecto al tamaño promedio de las partículas de la zona de estudio (0,16 mm), si corresponde al mismo tipo de material (arenas); por esta razón, se consideró que dicho valor es adecuado para el desarrollo del ejercicio y de esta manera se obtiene una solución aproximada de la carga total de sedimentos.

En la Figura 28 se presenta la evolución de la carga total de sedimentos obtenida luego de resolver la onda cinemática con el esquema lineal y la ecuación de transporte formulada por Engelund-Hansen.

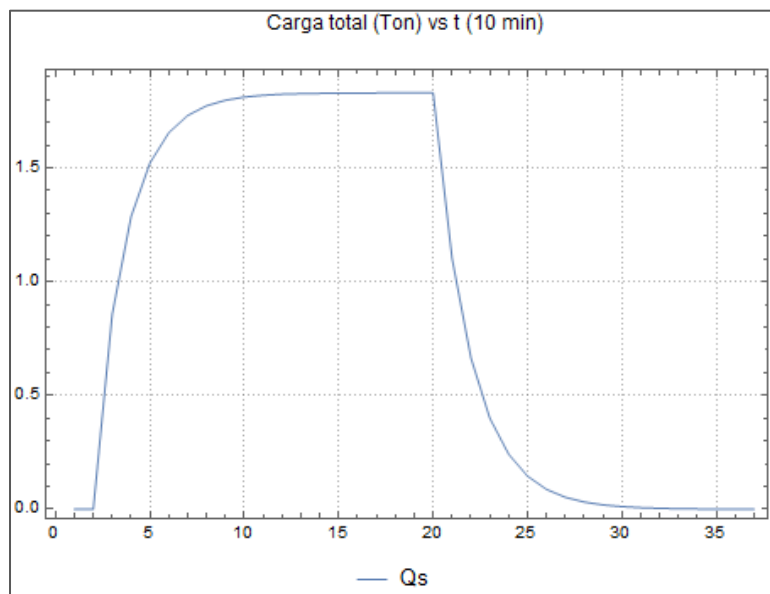


Figura 28. Evolución de la carga total de sedimentos en el Plano - A1 con Mathematica  
Fuente: Elaboración propia

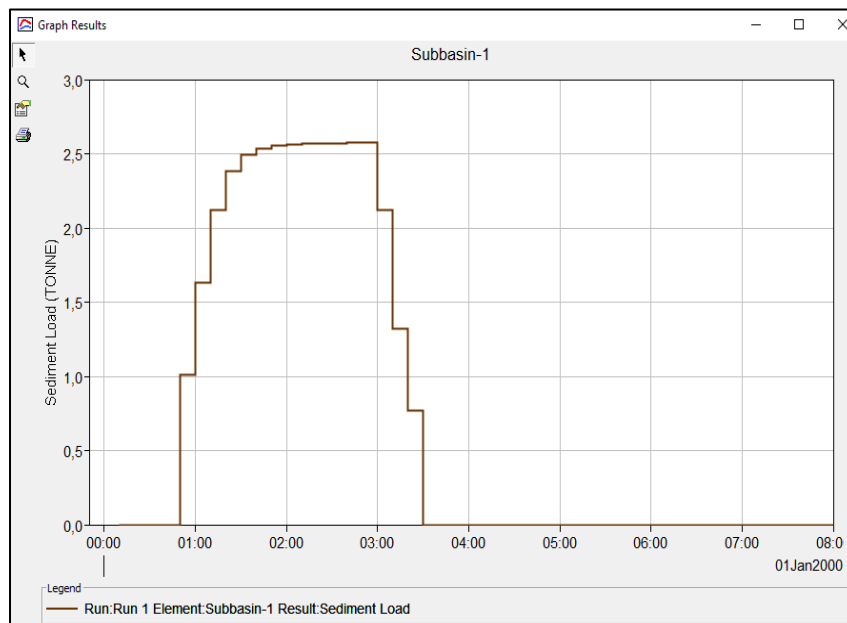
Según la figura anterior, para un evento de lluvias de intensidad constante de tres horas de duración, la carga total máxima de sólidos desprendidos debido al flujo sería de 1,83 ton, y la carga total acumulada de sedimentos es de 33,49 ton.

### 5.5.3. Producción de sedimentos con HEC-HMS

Se utilizó el programa HEC-HMS para encontrar la carga total de sedimentos considerando lo siguiente:

- Ecuación de capacidad de transporte de Engelund-Hansen.
- El mismo valor de los parámetros de la USLE mencionados anteriormente.
- La curva granulométrica mencionada en la caracterización del suelo, ver 5.2.3.1.

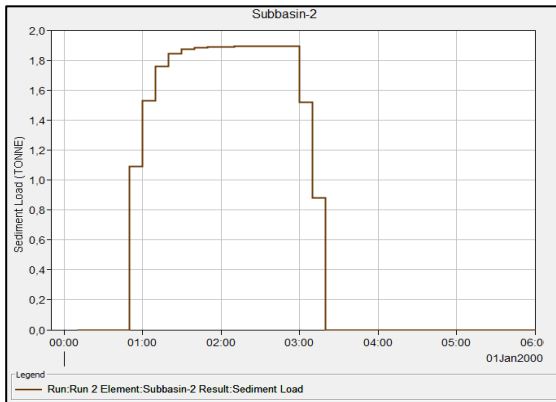
La siguiente gráfica presenta la evolución de la carga total de sedimentos en HEC-HMS.



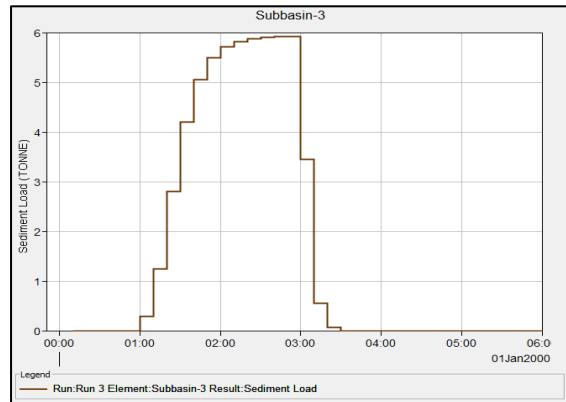
**Figura 29. Evolución de la carga total de sólidos en el Plano - A1 con HEC-HMS**

Fuente: Elaboración propia

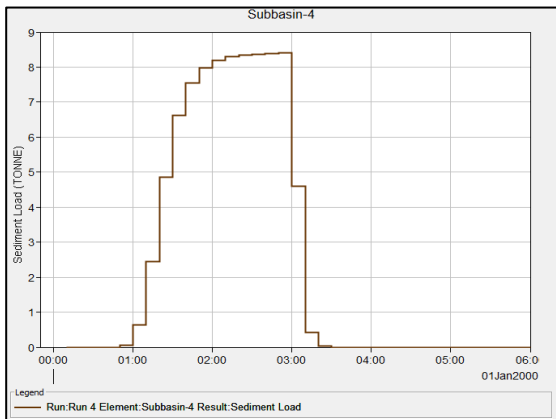
Según la figura anterior y los resultados del modelo en HEC-HMS, la carga total pico es de 2,57 ton y la carga total acumulada de sedimentos es de 34,5 ton. A continuación se presentan las gráficas obtenidas en HEC-HMS de la carga total de sólidos en las demás áreas de la subcuenca Molinos.



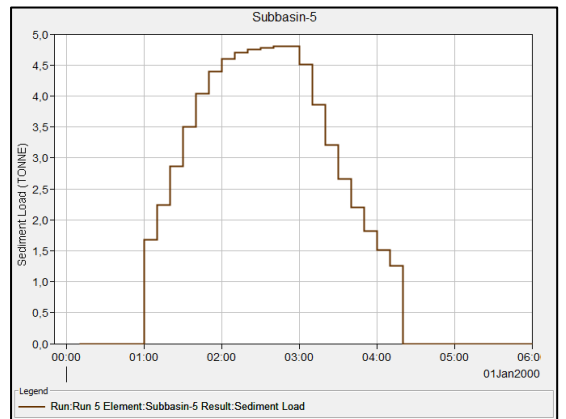
**Figura 30. Carga total sólidos A2 -HEC-HMS**  
 $Q_s=1,89$  ton - A2 = 26Ha - D = 3 hr  
 Fuente: Elaboración propia



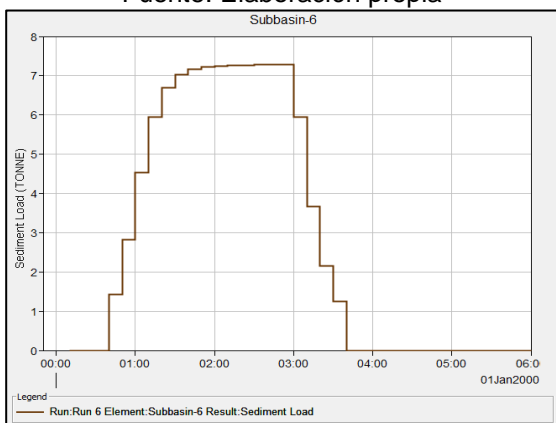
**Figura 31. Carga total sólidos A3 -HEC-HMS**  
 $Q_s=5,92$  ton - A3 = 32Ha - D = 3 hr  
 Fuente: Elaboración propia



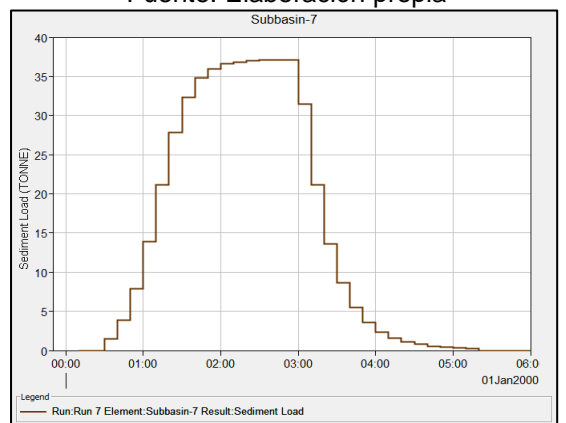
**Figura 32. Carga total sólidos A4 -HEC-HMS**  
 $Q_s=8,40$  ton - A4 = 38Ha - D = 3 hr  
 Fuente: Elaboración propia



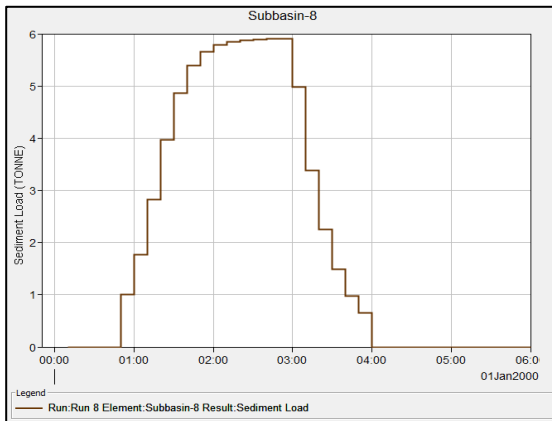
**Figura 33. Carga total sólidos A5 -HEC-HMS**  
 $Q_s=4,80$  ton - A5 = 64Ha - D = 3 hr  
 Fuente: Elaboración propia



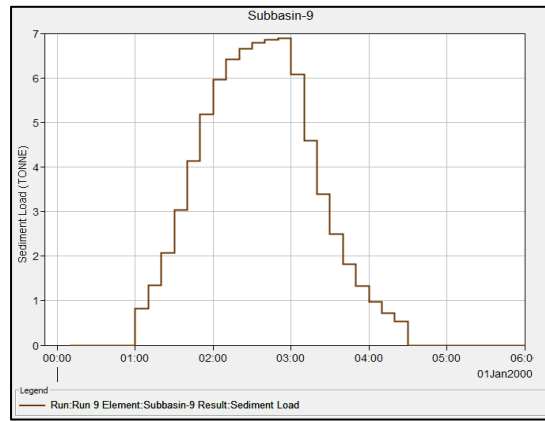
**Figura 34. Carga total sólidos A6 -HEC-HMS**  
 $Q_s=7,28$  ton - A6 = 51Ha - D = 3 hr  
 Fuente: Elaboración propia



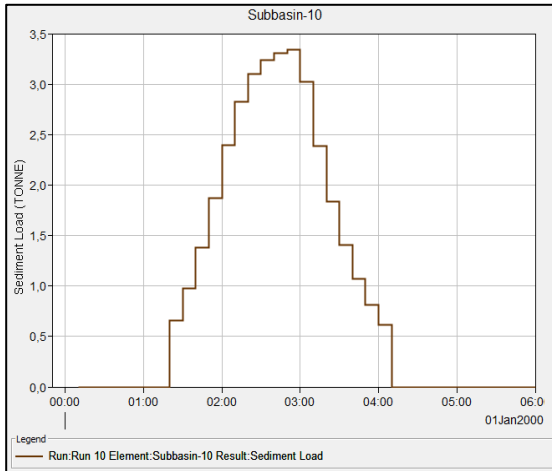
**Figura 35. Carga total sólidos A7 -HEC-HMS**  
 $Q_s=37,12$  ton - A7 = 199Ha - D = 3 hr  
 Fuente: Elaboración propia



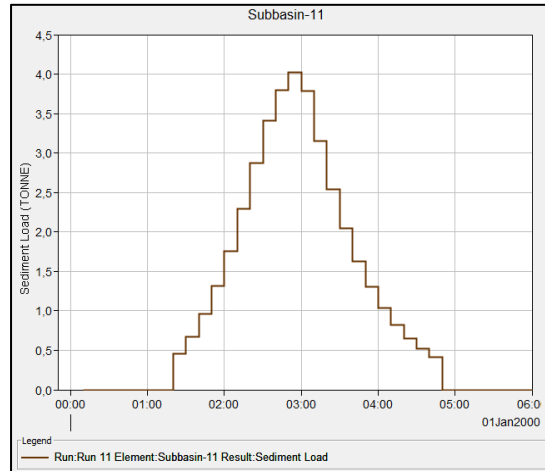
**Figura 36. Carga total sólidos A8 -HEC-HMS**  
 **$Q_s=5,91$  ton – A8 = 56Ha - D = 3 hr**  
 Fuente: Elaboración propia



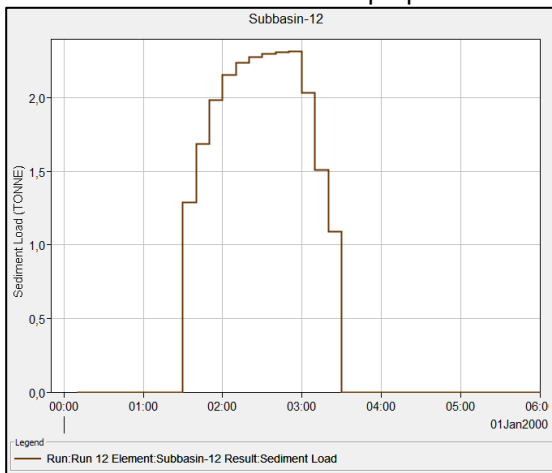
**Figura 37. Carga total sólidos A9 -HEC-HMS**  
 **$Q_s=6,88$  ton – A9 = 65Ha - D = 3 hr**  
 Fuente: Elaboración propia



**Figura 38. Carga total sólida A10-HEC-HMS**  
 **$Q_s=3,34$  ton – A10 = 43Ha - D = 3 hr**  
 Fuente: Elaboración propia



**Figura 39. Carga total sólidos A11 -HEC-HMS**  
 **$Q_s=4,02$  ton – A11 = 53Ha - D = 3 hr**  
 Fuente: Elaboración propia



**Figura 40. Carga total sólida A12 -HEC-HMS**  
 **$Q_s=2,31$  ton – A12 = 26Ha - D = 3 hr**  
 Fuente: Elaboración propia



Las gráficas anteriores fueron interpretadas considerando lo mencionado por Almasalmeh et al. (2021), en un artículo publicado en Springer, sobre la modelación de transporte de sedimentos en HEC-HMS. Este escrito menciona que la carga de sedimentos calculada por HEC-HMS, se distribuye a lo largo del tiempo en que se realiza la descarga de sedimentos (caudal sólido), tomando como base el hidrograma de escorrentía. Con base en esto, las gráficas obtenidas anteriormente, corresponden a la evolución de la carga total de sólidos.

Cabe agregar que en el anexo 7, el programa HEC-HMS incluye el módulo con que se estimó la carga total de sedimentos.

#### 5.5.4. Producción potencial de sedimentos con el método USLE modificado en el área A1

Según el numeral 4.2, se utilizó el método USLE modificado, con fines de tener indicadores de referencia, se calculó la tasa potencial aproximada de producción de sedimentos utilizando los parámetros presentados en la siguiente tabla.

**Tabla 13. Estimación del potencial de producción de sedimentos en la subcuenca A1 – método USLE modificado**

ID Subcuenca	V (m <sup>3</sup> )	q <sub>p</sub> (m <sup>3</sup> /s)	R <sub>m</sub> (N Ha/h)	K (ton h/Ha N)	LS	C	P	A (ton)
A1	23385	2,22	3955,59	0,40	0,19	0,1	1	30,8

Fuente: Elaboración propia

Donde:

- V, es el volumen de escorrentía obtenido en la Tabla 12.
- q<sub>p</sub>, caudal punta generado por un evento de lluvias (tomado de los resultados del esquema lineal).
- R<sub>m</sub>, factor de erosión de la lluvia de la USLE, se calculó con la ecuación 4.23.
- K, coeficiente de erosionabilidad del suelo, se tomó de la Tabla 6 teniendo en cuenta las recomendaciones de unidades dadas en 4.2.
- LS, este coeficiente que tiene en cuenta la longitud y la pendiente se determinó acorde a lo establecido por (Maza and García 2002).
- C, coeficiente de cobertura definido en 0,1 que corresponde a suelos cubiertos, como es el caso del suelo urbano.
- P, se definió con el valor de 1,0 pues no existen prácticas de conservación en suelos urbanos.
- A, pérdida de suelo para un evento de precipitación.

## Capítulo 6

### Análisis comparativo de resultados

#### 6.1. Caudal líquido superficial

La confiabilidad será determinada comparando los resultados de los métodos numéricos resueltos en Mathematica, con los obtenidos en HEC-HMS y SWMM. Cabe aclarar que la comparación propuesta, se realizó con las simulaciones obtenidas de la onda cinemática para la transformación lluvia - escorrentía en el plano.

No obstante, si se tuvieran aforos o un registro histórico de datos, se deberían utilizar para establecer el grado de confianza de los modelos propuestos, y así calibrar el modelo. Pero, como no se dispone de dicha información, se pretende determinar la confiabilidad de los resultados comparando y analizando las diferencias encontradas.

A continuación, se presentan las tablas con los resultados obtenidos en el capítulo anterior para el esquema lineal, el no lineal, y los programas HEC-HMS, SWMM y Onlineoverland, considerando la condición de lluvia constante.

**Tabla 14. Resultados de la ecuación de Onda cinemática obtenidos con los programas y esquemas numéricos para una lluvia constante de 3 horas de duración**

Superficie (plano) ID	CN	% Imper	Caudal pico (m <sup>3</sup> /s)	Precipi tación Total (mm)	Volumen precipitado (m <sup>3</sup> )	Volumen escorrentía (m <sup>3</sup> )
Esquema lineal	-	-	2,22	73,08	23385	23385
Esquema no lineal	-	-	2,22	73,08	23385	23385
Onlineoverland	100	-	2,16	73,08	23385	23385
HEC-HMS	99*	100	2,16	73,08	23385	23041
SWMM	99*	100	2,15	73,08	23385	22810

Fuente: Elaboración propia

(\*) máximo valor de número de curva permitido por el programa

La siguiente tabla contiene los resultados de las modelaciones, pero considerando a la lluvia distribuida en el tiempo (hidrograma).

**Tabla 15. Resultados de la ecuación de Onda cinemática obtenidos con los programas y esquemas numéricos para una lluvia distribuida de 3 horas de duración**

Superficie (plano) ID	CN	% Imper	Caudal pico (m <sup>3</sup> /s)	Precipi tación Total (mm)	Volumen precipitado (m <sup>3</sup> )	Volumen escorrentía (m <sup>3</sup> )
Esquema lineal	-	-	5,60	73,08	23385	23385
Esquema no lineal	-	-	5.63	73,08	23385	23385
Onlineoverland	100	-	5,82	73,08	23385	23385
HEC-HMS	99*	100	6,56	73,08	23385	22588
SWMM	99*	100	5,76	73,08	23385	22570

Fuente: Elaboración propia

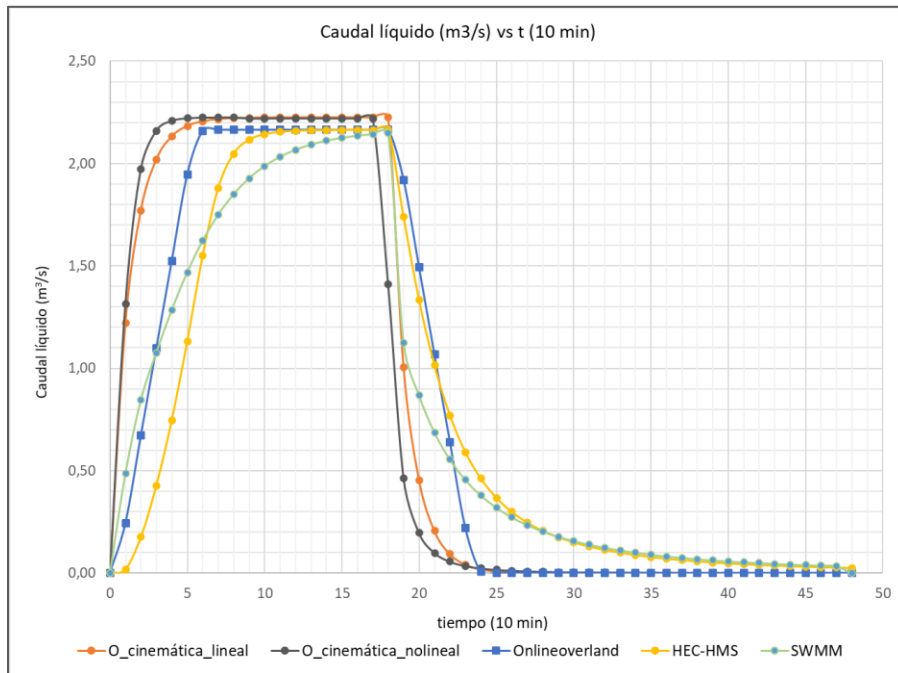
(\*) máximo valor de número de curva permitido por el programa

Según las tablas anteriores, se puede afirmar que para el esquema lineal y el no lineal, la onda cinemática en Mathematica da resultados de caudal pico que se aproximan bastante entre sí. Aunque se observan diferencias en la curva del hidrograma de lluvia distribuida, la tendencia es prácticamente la misma para ambas condiciones de precipitación.

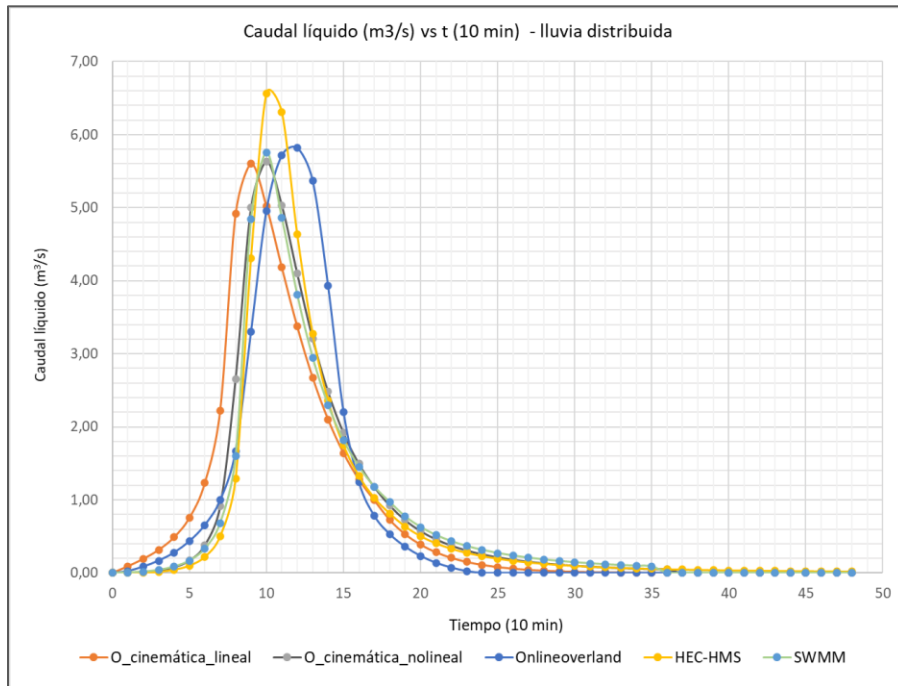
Como no se encontraron diferencias significativas entre los resultados del esquema lineal y el no lineal, para análisis posteriores se puede utilizar cualquiera de los dos esquemas sin que se alteren de manera significativa los resultados.

La comparación de los hidrogramas generados en Mathematica con los obtenidos en HEC-HMS, SWMM y Onlineoverland, se realizó considerando la condición de lluvia constante y distribuida. De este análisis se describen los siguientes resultados:

- Lluvia constante. Los caudales pico obtenidos con Mathematica son levemente mayores a los de HEC-HMS, SWMM y Onlineoverland. Los hidrogramas presentan el mismo comportamiento, con excepción del obtenido en SWMM, en el que la curva dibuja un desfase en el caudal pico, tal como se presenta en la Figura 41. Adicionalmente, el caudal pico obtenido en HEC-HMS es prácticamente igual al de Onlineoverland, y levemente mayor al de SWMM (ver Figura 41).
- Lluvia distribuida. Los hidrogramas tienen la misma tendencia de comportamiento, aunque presentan desfases en el caudal pico, ver Figura 42. Los caudales pico de los esquemas numéricos resueltos en Mathematica son muy similares, y se aproximan bastante a los obtenidos en SWMM y Onlineoverland que a su vez se aproximan entre sí. El caudal pico máximo se obtuvo en HEC-HMS.



**Figura 41. Comparación de hidrogramas esquema lineal - Onda Cinemática A1**  
Lluvia constante



**Figura 42. Comparación de hidrogramas esquema no lineal - Onda Cinemática A1**  
Lluvia distribuida

Finalmente, tras comparar el volumen de escorrentía generado en los modelos, se encontró que los esquemas desarrollados en Mathematica, y el programa Onlineoverland, arrojan el mismo resultado. Sin embargo, en los programas HEC-HMS y SWMM el volumen tiene una leve reducción. Esta disminución se debe a las abstracciones contempladas en dichos programas y que están asociadas al porcentaje de impermeabilidad del suelo, ver numeral 5.2.3.4.

Como los resultados de los esquemas numéricos en Mathematica se asemejan bastante bien a los obtenidos en HEC-HMS, SWMM, y Onlineoverland; dichos modelos se vuelven confiables en el caso urbano para la condición de lluvia constante.

Con base en el análisis y condiciones anteriores, en las áreas restantes que conforman la subcuenca urbana, se realizó la transformación lluvia – escorrentía mediante el esquema no lineal de onda cinemática. En la siguiente tabla se presentan los resultados obtenidos.

**Tabla 16. Resultados de la ecuación de Onda cinemática No lineal en todas las áreas que conforman la Subcuenca para una lluvia constante de 3 horas de duración**

ID	Área (Ha)	Longitud L (m)	Ancho promedio W (m)	Pendiente Promedio (m/m)	Esquema No lineal	
					Caudal pico (m <sup>3</sup> /s)	Volumen escorrentía (m <sup>3</sup> )
A1	32	631,27	520,89	0,0070	2,22	23385
A2	26	486,65	536,32	0,0065	1,75	18876
A3	32	1138,90	279,22	0,0155	2,13	23232
A4	38	1134,99	330,40	0,0196	2,51	27474
A5	64	1096,43	582,80	0,0049	4,26	46080
A6	51	1048,21	486,54	0,0183	3,38	36567
A7	199	1540,90	1297,29	0,0224	13,53	145429
A8	56	975,54	575,07	0,0066	3,79	40925
A9	65	1201,63	538,44	0,0041	4,36	47385
A10	43	912,66	466,77	0,0016	2,87	31347
A11	52	1006,78	521,46	0,0011	3,51	37596
A12	26	995,52	265,19	0,0037	1,76	18720

Fuente: Elaboración propia

## 6.2. Cantidad estimada de producción de sedimentos

Teniendo en cuenta las consideraciones del numeral 5.5.4, a continuación se presentan los resultados de la pérdida potencial de suelo en todas las áreas que conforman la subcuenca urbana, calculada con el método USLE modificado.

**Tabla 17. Estimación del potencial de producción de sedimentos en todas las áreas que conforman la Subcuenca – método USLE modificado**

ID Subcuenca	V (m <sup>3</sup> )	q <sub>p</sub> (m <sup>3</sup> /s)	R <sub>m</sub> (N Ha/h)	K (ton h/Ha N)	LS	C	P	A (ton)
A1	23385	2,22	3955,59	0,40	0,19	0,1	1	30,8
A2	18876	1,75	3070,86	0,40	0,18	0,1	1	22,1
A3	23232	2,13	3850,79	0,40	0,33	0,1	1	50,9
A4	27474	2,51	4637,27	0,40	0,39	0,1	1	72,6
A5	46080	4,26	8330,77	0,36	0,19	0,1	1	58,0
A6	36567	3,40	6450,70	0,34	0,37	0,1	1	80,2
A7	145429	13,53	30287,26	0,28	0,46	0,1	1	397,2
A8	40925	3,79	7301,30	0,41	0,21	0,1	1	62,3
A9	47385	4,36	8572,75	0,41	0,19	0,1	1	66,1
A10	31347	2,87	5381,86	0,38	0,15	0,1	1	31,8
A11	37596	3,51	6669,60	0,35	0,15	0,1	1	35,5
A12	18720	1,76	3066,39	0,39	0,18	0,1	1	21,5

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 18 presenta los resultados de la solución aproximada de la ecuación de transporte y la carga total acumulada de sedimentos en las demás áreas de la subcuenca de estudio. Se incluye como referente la pérdida de suelo del método USLE modificado, presentada anteriormente en la Tabla 17.

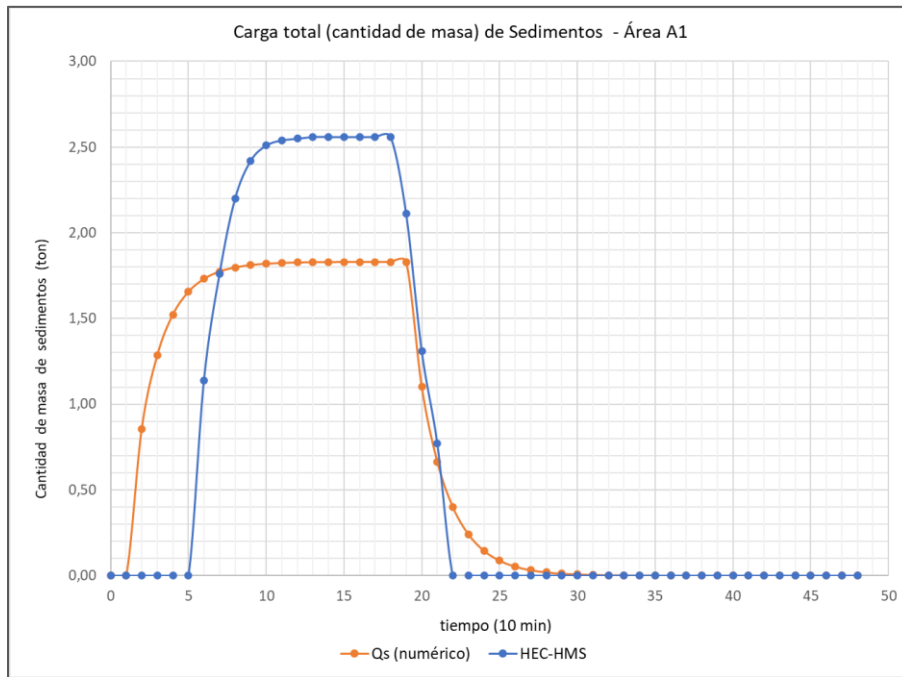
**Tabla 18. Comparación de la masa de sedimentos obtenida con Mathematica y HEC-HMS, y como referente el potencial de sedimentos del USLE modificado, para todas las áreas de la Subcuenca Molinos**

ID Subcuenca	Métodos Numéricos (Mathematica)			HEC - HMS		USLE <sub>m</sub>
	Parámetro desprendimiento $\xi_F$	Cantidad de masa de sedimentos máxima (ton)	Cantidad acumulada sedimentos (ton)	Cantidad de masa de sedimentos máxima (ton)	Cantidad acumulada sedimentos (ton)	A (ton)
A1	0,027	1,83	33,49	2,57	34,50	30,83
A2	0,035	1,38	25,18	1,89	25,70	22,11
A3	0,012	3,08	56,49	5,92	58,28	50,94
A4	0,012	4,63	84,89	8,40	85,18	72,64
A5	0,028	3,75	69,13	4,80	68,19	58,01
A6	0,014	5,42	99,13	7,28	99,44	80,21
A7	0,012	26,48	486,06	37,12	492,09	397,21
A8	0,025	4,02	73,89	5,91	74,45	62,26
A9	0,030	4,17	77,08	6,88	78,02	66,06
A10	0,070	1,77	32,82	3,34	34,26	31,83
A11	0,090	1,90	35,49	4,02	39,46	35,54
A12	0,030	1,25	23,05	2,31	23,18	21,52
Total			1096,70	-	1112,75	929,15

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con la Tabla 18, aunque la cantidad de masa de sedimentos máxima obtenida en Mathematica no coincide con la de HEC-HMS, las diferencias en la cantidad acumulada de sedimentos no son tan grandes pues se aproxima bastante el orden de magnitud de los valores obtenidos. Adicionalmente, se incluyen los resultados del método USLE modificado, como referente del potencial de sedimentos de cada una de las áreas de la subcuenca de estudio.

Con fines de ilustrar lo mencionado anteriormente respecto a las diferencias de la cantidad de masa de sedimentos, en la siguiente figura se compara la evolución de la carga total de sedimentos obtenida en Mathematica y HEC-HMS teniendo en cuenta lo presentado en la Figura 28 y Figura 29 respectivamente.



**Figura 43. Comparación carga total de sedimentos (Mathematica y HEC-HMS) – A1**  
 Fuente: Elaboración propia

Una de las razones por las cuales se diferencian los resultados entre Mathematica y HEC-HMS, es el factor de calibración adimensional de desprendimiento del flujo  $\xi_F$ , ver ecuación 4.11 y los valores establecidos en la Tabla 18. Este factor se concibe para calibrar y validar, lo que reitera la necesidad de los datos experimentales cuya obtención suele ser bastante costosa, debido a esto se utilizaron valores de referencia en Mathematica, pero en HEC-HMS esto no fue posible pues dicho programa no considera el factor de desprendimiento y utiliza como método de cálculo el USLE modificado. A pesar de esto, existe una leve relación en los modelos porque ambos consideran el coeficiente de erosionabilidad del suelo  $K$ .



## Capítulo 7

### Conclusiones, recomendaciones y aporte de la tesis

En este trabajo se presentó un modelo para estimar la producción de sedimentos en el caso urbano, particularmente en la subcuenca Molinos ubicada en la ciudad de Bogotá. Se aclara que el modelo no se calibró con datos reales por lo costoso que resulta la instrumentación de una cuenca, debido a esto se realizó un análisis comparativo con los resultados de HEC-HMS, SWMM y Onlineoverland, para determinar su confiabilidad y validez.

Se presentó la solución de la ecuación de onda cinemática mediante el esquema numérico lineal, y el esquema no lineal. La modelación realizada en Mathematica tiene el propósito de realizar la transformación lluvia – escorrentía para obtener el caudal líquido. Estos resultados se contrastaron con los obtenidos en programas especializados como HEC-HMS, SWMM y la aplicación web del Dr. Ponce.

Luego de la obtención del caudal líquido, se incluyó en el modelo la ecuación de transporte para flujos superficiales urbanos, por medio de esta se estimó la carga total de sedimentos considerando el desprendimiento a causa del flujo. Estos resultados se compararon con los obtenidos en HEC-HMS y el método USLE modificado.

La modelación se propuso de la manera más simplificada posible, y de tal modo que todos los modelos tuvieran las mismas condiciones. Esto deriva que en aspectos como el de las pérdidas por infiltración, por tratarse de una zona urbana, se consideraran condiciones impermeables y se adoptó uno de los métodos más sencillos y difundidos que representa tal condición, como lo es el método del Soil Conservation Service (SCS).

El modelo se aplicó en la subcuenca Molinos de la ciudad de Bogotá. La delimitación de las áreas de drenaje, sus características morfométricas y las propiedades físicas del suelo se determinaron a través de información secundaria tomada de fuentes oficiales y confiables.

A continuación se presentan las conclusiones de la implementación del modelo, desde su elaboración, conceptualización, aplicación y validación:

- Este documento presenta conceptos relacionados con los procesos erosivos que intervienen en la producción de sedimentos. Con base en esto, se considera que en el caso urbano, los sedimentos se generan primordialmente por el desprendimiento de las partículas sólidas a causa del flujo de escorrentía.
- El documento presenta las principales razones que justifican la elaboración de los modelos computacionales, clasifica y describe distintos tipos de modelos, e incluye aspectos para realizar un proceso de modelación adecuado.

- Por medio de la onda cinemática se obtienen soluciones bastante completas que simulan adecuadamente las condiciones de flujo superficial del caso urbano. Dicha solución tiene una base teórica muy sólida que permite la inclusión de parámetros relacionados con las características y uso del suelo.
- En este trabajo se describen las características morfométricas de la zona de estudio, y aunque no se tomó información de campo, se sustenta la información secundaria utilizada. De esta manera se definieron los siguientes requerimientos: delimitación de la subcuenca urbana, descripción del sistema hídrico, caracterización del suelo y determinación de las curvas IDF.
- Si bien el documento presenta información de los planos y el canal de la subcuenca Molinos, solamente se tomaron datos de las áreas para llevar a cabo el modelo y los análisis correspondientes. Esto se debe a la premisa de que los sedimentos se producen principalmente en los planos.
- La modelación considera el flujo como una lámina de agua distribuida a lo largo de un plano inclinado, que aumenta hacia aguas abajo y es uniforme a lo ancho del plano.
- Como se trata de un área urbana, en el modelo de Mathematica se recreó esta condición descartando las pérdidas por infiltración. Sin embargo, esto no aplica en HEC-HMS y SWMM porque estos programas utilizan internamente una abstracción inicial que altera levemente los resultados.
- La solución aproximada de la onda cinemática se elaboró en Mathematica a través del esquema lineal o método de la caja (Box-Scheme), y del esquema no lineal. Los resultados de esto muestran que ambos esquemas solucionan de manera adecuada la ecuación de onda cinemática. Esto se evidenció luego de comparar los siguientes resultados: el caudal pico y el tiempo al caudal pico, con los obtenidos en HEC-HMS, SWMM, y Onlineoverland.
- Aunque los modelos de Mathematica se asemejan bastante a los elaborados en HEC-HMS y SWMM, se encontraron diferencias en la evolución del caudal debido a la formulación de las abstracciones iniciales que incluyen dichos programas. Esta afirmación se basa en los análisis realizados por Ponce & Magallón (s.f.), cuando analizó los resultados del programa Onlineoverland respecto a los de HEC-HMS y SWMM.
- El modelo de la ecuación de transporte solamente se pudo comparar con HEC-HMS, esto se debe a que SWMM y Onlineoverland no están programados para realizar este tipo de cálculos.

- En Mathematica, la ecuación de transporte se formuló en términos de: el caudal unitario líquido obtenido de la onda cinemática, y la concentración de sedimentos mediante la ecuación de Englund-Hansen. Según las fuentes bibliográficas, dicha ecuación resulta adecuada para calcular el transporte de sedimentos en cuencas urbanas.
- En el modelo, la ecuación de transporte realiza el cálculo del desprendimiento a causa del flujo, considerando la acción del esfuerzo cortante en las partículas del suelo.
- Si bien el factor de desprendimiento del flujo  $\xi_F$  debería utilizarse en la calibración de modelos con mediciones reales, en esta modelación se utilizó para que la carga total acumulada de Mathematica se asemeje a la obtenida en HEC-HMS.
- El modelo lineal y no lineal elaborados en Mathematica predicen adecuadamente los hidrogramas de caudal líquido, los caudales pico y los tiempos de llegada al caudal pico; pero no ocurre lo mismo con el caudal sólido, pues aunque se logró que la carga total acumulada de sedimentos se aproximara bastante a la de HEC-HMS, el valor pico del caudal pico sólido difiere bastante.

A continuación se presentan las recomendaciones y aportes de la tesis, teniendo en cuenta las experiencias y resultados obtenidos.

- Las formulaciones de onda cinemática presentadas en este documento consideran únicamente el proceso erosivo del flujo en las partículas del suelo, debido a esto se recomienda complementarlas para tener en cuenta otras condiciones de análisis, como por ejemplo: el desprendimiento de material por impacto de las gotas de lluvia y las pérdidas de infiltración.
- Cuando se utilice un modelo computacional se aconseja conocer el significado físico de las variables involucradas, pues así se mejora el análisis e interpretación de los resultados obtenidos.
- Como una de las principales limitaciones que tuvo la elaboración de este trabajo fue la ausencia de datos reales que permitieran la calibración y validación del modelo. Se recomienda desarrollar estrategias para implementar sistemas de recolección de datos en el país.
- Realizar estudios hidrológicos previos para conocer las características de precipitación de la zona de estudio, pues tal como se presentó en este trabajo, el caudal pico puede tener diferencias considerables según el tipo condición de lluvia (constante o distribuida), aunque el volumen de precipitación se conserve.

- El documento describe las bases conceptuales de los procesos involucrados en la producción de sedimentos en cuencas urbanas.
- Se presenta el desarrollo de la formulación de la onda cinemática para obtener su solución aproximada a través del esquema lineal y no lineal.
- Se describen los principales aspectos que se deben tener en cuenta para concebir y desarrollar un modelo que, luego de reproducir unas determinadas condiciones, permita predecir el comportamiento de las variables de interés.
- Se presenta un análisis comparativo del modelo con HEC-HMS y SWMM, en el que se encontraron algunas diferencias debido a la programación que traen por defecto dichos programas.
- Se presentan las bases del programa Onlineoverland desarrollado por el Dr. Ponce, lo que contribuye al entendimiento y análisis de los resultados obtenidos.
- El modelo realizado en Mathematica estima de manera aproximada la producción de sedimentos en cuencas urbanas para un evento de precipitación, pero se debe tener en cuenta lo siguiente:
  - En la medida de lo posible se debe calibrar con datos reales, preferiblemente tomados de cuencas instrumentadas.
  - Los resultados son muy susceptibles a variables características del suelo, tales como: coeficientes de erosionabilidad, factores de impermeabilidad, y la granulometría del suelo, debido a esto se reitera la importancia de contar con información de campo.
- Basado en Almasalmeh et al., (2021), se menciona que el significado de la curva de sedimentos del programa HEC-HMS, consiste en describir la evolución de la carga total de sedimentos con el paso del tiempo.

De este trabajo se derivan diferentes líneas de investigación. A continuación se describen algunas de estas por considerarlas de interés en futuros trabajos.

- Extender los modelos matemáticos para otras condiciones de flujo. Si bien este modelo considera que la escorrentía se debe solamente al exceso de infiltración o flujo Hortoniano, y para su modelación matemática se utilizó la aproximación de onda cinemática, se puede complementar considerando más condiciones como las pérdidas por abstracciones iniciales y el desprendimiento de material por impacto de las gotas de lluvia.

- Evaluar los modelos matemáticos para determinar la capacidad de transporte en cauces diferentes. Existen muchos modelos que según sus bases teóricas tienen rangos de aplicación limitados. Por lo tanto, si las condiciones de flujo cambian y el modelo se aplica en cuencas de otras características, se pueden obtener modelos acordes a las condiciones requeridas.
- Aunque la modelación computacional es una herramienta poderosa y muy difundida, se requiere el desarrollo de técnicas y metodologías que contribuyan a la medición de la producción de sedimentos, pues se necesita conocer los procesos propios de cada zona estudio y las granulometrías. Así, se realiza la calibración adecuada de los modelos.
- Investigar sobre el esfuerzo cortante crítico en cuencas urbanas, de manera que se profundice en su variación respecto a los materiales y los flujos de dichas áreas de drenaje.
- Investigar sobre las abstracciones iniciales consideradas en HEC-HMS y SWMM, esto se sugiere a partir de las diferencias detectadas en este trabajo, y de los análisis realizados por Ponce & Magallón (s.f.). Con esto se pretende tener un mayor entendimiento de la modelación que realizan dichos programas, y más aún por el hecho de ser herramientas muy utilizadas en la práctica de la ingeniería.
- Contribuir al desarrollo de programas computacionales que, a partir de conceptos como el de onda cinemática, consideren características y condiciones hidrológicas e hidráulicas de una región particular. De esta manera se amplían las posibilidades de análisis a la ingeniería práctica para el desarrollo de soluciones innovadoras.

## Capítulo 8

### Referencias bibliográficas

- Aguilar, Rosa. 2014. "DIFFUSION WAVE MODELING OF CATCHMENT DYNAMICS USING ONLINE CALCULATION." [http://ponce.sdsu.edu/aguilar\\_thesis.html](http://ponce.sdsu.edu/aguilar_thesis.html).
- Alcaldía Mayor de Bogotá D.C. 2010. *Microzonificación Sísmica de Bogotá*. Colombia: Alcaldía Mayor de Bogotá D.C.
- ALFO Ingenieros de suelos SAS. 2016. "Estudio de Suelos y Análisis de Cimentación - Edificio Borde Activo Corferias." : 92.
- Almasalmeh, O., Ahmed Adel Saleh, and Khaldoon A. Mourad. 2021. "Soil Erosion and Sediment Transport Modelling Using Hydrological Models and Remote Sensing Techniques in Wadi Billi, Egypt." *Modeling Earth Systems and Environment* (0123456789). <https://doi.org/10.1007/s40808-021-01144-1>.
- Brownlie, W. 1981. *Prediction of Flow Depth and Sediment Discharge in Open-Channels*. Pasadena, California.
- Chow, Ven te, David R. Maidment, and Larry W. Mays. 1994. *Hidrología Aplicada*. ed. Nomos S.A. Bogotá: McGRA-HILL.
- Das, Braja. 2001. *Fundamentos de Ingeniería Geotécnica*. ed. Thomson – Learning. México.
- Devries, J. J., and R. C. Macarthur. 1979. "Introduction and Application of Kinematic Wave Routing Techniques Using HEC-1." (July).
- EPA, and CDM. 2005. Manual del usuario *SWMM MODELO DE GESTIÓN DE AGUAS PLUVIALES 5.0 VE*. ed. GMMF.
- Félix, Fátima Beatriz. 2009. "Análisis Del Escurrimiento de La Cuenca Del Rio San Miguel, Sonora, México, Durante El 2004." Universidad de Sonora. <http://tesis.uson.mx/digital/tesis/docs/20338/Capitulo7.pdf>.
- García, Manuel, and Jose Antonio. Maza. 1990. "Origen y Propiedades de Los Sedimentos."

*Manual de Ingeniería de Ríos: 111.*

Gómez, M. 2007. Colección CBI *Hidrología Urbana*. ed. Flumen. Barcelona.

Gómez, Valentín. 1988. “Contribución Al Estudio Del Movimiento Variable En Lámina Libre, En Las Redes de Alcantarillado. Aplicaciones.” Universitat Politècnica de Catalunya.

González, Carolina. 2004. “Modelación y Análisis Hidráulico de La Red de Alcantarillado de Una Subcuenca Piloto En Bogotá.” Universidad de los Andes.

Guarín, Tatiana. 2014. “Modelación Del Transporte de Sedimentos En Ríos. Ejemplos de Aplicación Por El Método de Diferencias Finitas En Excel y Matlab.” : 115.

Hernández, Daniel. 2009. “Estudio de La Carga Sólida de Entrada En Una Red de Alcantarillado Urbano Procedente de Las Cuencas de Cabecera.” Universidad Politècnica de Catalunya, Colección de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos.

Holeman, John N. 1968. “The Sediment Yield of Major Rivers of the World.” *Water Resources Research* 4(4): 737–47.

IDEAM, and UDCA. 2015. “No Title.” <http://www.siac.gov.co/erosion>.

Lal, R. 2001. “Soil Degradation by Erosion.” *Land Degradation and Development* 12(6): 519–39.

Li, Ruh-Ming, and Daryl B Simons. 1975. “Nonlinear Kinematic Wave Approximation for Water Routing.” *Water Resources Research* 11(2): 245–52.

Mantz, P. 1977. “Incipient Transport of Fine Grains and Flakes by Fluids-Extended Shields Diagram.” *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*: 601–16.

Maza, José A., and Manuel García. 2002. “Transporte de Sedimentos.” In *Información Tecnológica*, México: Instituto de Ingeniería, UNAM, 137–42.

Monsalve, Germán. 1999. *Hidrología En La Ingeniería*. 2da ed. Bogotá: Escuela Colombiana de Ingeniería.

Pineda, José. “Erosión: Qué Es, Tipos y Consecuencias.” <https://encolombia.com/medio->

ambiente/interes-a/erosion/.

Ponce, Victor. 1986. "Diffusion Wave Modeling of Catchment Dynamics." *Journal of Hydraulic Engineering* 112: 716–27. <https://ton.sdsu.edu/diffusionwave716.html>.

———. 1989. *Engineering Hydrology: Principles and Practices*. New Jersey: Prentice Hall. [https://ton.sdsu.edu/330textbook\\_hydrology\\_chapters.html](https://ton.sdsu.edu/330textbook_hydrology_chapters.html).

Ponce, Victor, and Luis Magallón. "Comparison Between Overland Flow Models." [http://ponce.sdsu.edu/comparison\\_between\\_overland\\_flow\\_models.html](http://ponce.sdsu.edu/comparison_between_overland_flow_models.html).

Rocha, Arturo. 2007. Facultad de Ingeniería Civil (Universidad Nacional de Ingeniería) *Hidráulica de Tuberías y Canales*.

Rodríguez, Rafael. "Sedimentología (Medellin.Unal.Edu.Co/Rrodriguez/Geologia)." <http://www.medellin.unal.edu.co/~rrodriguez/geologia/sedimentologia.htm>.

Szymkiewicz, Romuald. 2010. 83 Water Science and Technology Library *Numerical Modeling in Open Channel Hydraulics*. Springer.

Yang, Chih Ted. 1996. *Sediment Transport: Theory and Practice*. McGRAW-HILL.

Zambrano, Jeannette. 2015. TDX (Tesis Doctorals en Xarxa) "Estimación de La Producción y Transporte de Sedimentos En Cuencas Urbanas Pequeñas a Escala de Evento Mediante Un Modelo de Base Física Basado En SIG." <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/95706?show=full>.



## **ANEXOS**

Anexo 1. Análisis de sensibilidad en Mathematica para determinación de parámetros del esquema de la caja,  $\psi$  constante y  $\theta$  variable.

## ONDA CINEMÁTICA LINEAL

### Análisis de sensibilidad para determinación de parámetros

#### Esquema de la Caja (Box-scheme)

$$(\Psi = 0.50 \wedge 0.5 \leq \theta \leq 1.0)$$

## ÁREA DE DRENAJE A1 - SUBCUENCA MOLINOS

---

### DATOS DE LA LLUVIA

```
in[1]- dull = 3 (*Duración de la lluvia, horas*);  
dtmin = 10 (*Intervalo de tiempo*);  
i11 = 24.36 (*Intensidad de lluvia constante para 3 horas. S/curva IDF [mm/hr]*);
```

---

### EVALUACIÓN DEL PLANO

#### Datos

```
in[2]- A = 32; (*Ha*);  
Lp = 631.27; (*m*);  
lp = 520.89; (*m*);  
Sop = 0.007;  
n = 0.05;
```

```
in[3]-  $\alpha = \left( \frac{Sop^{\theta \cdot 0.5}}{n} \right);$   
 $\beta = 5 / 3;$ 
```

#### Cálculos iniciales para el Plano

##### Caudal en el punto medio del Plano (m3/s)

```
in[4]- qe = (i11 / 1000 / 3600) * Lp / 2  
Out[4]- 0.0021358
```

### Profundidad media en el plano (y)

In[12]-

$$yp = \left( \frac{n \cdot qe}{(Sop)^{0.5}} \right)^{3/5}$$

Out[12]- 0.018348

### Velocidad media en el Plano

In[13]-  $vp = \frac{qe}{yp};$

$u = vp;$

### Caudal Lateral para el Plano

In[14]-  $Qp = (i11 / 1000 / 3600) * l1p * Lp$

Out[14]- 2.22503

### Celeridad y Número de Courant para el Plano

In[15]-  $c1p = \frac{1}{\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\beta-1} (\beta-1) qe^{(\beta-1)}} \text{ (*Celeridad*)}$

Out[15]- 0.194008

In[17]-  $dtp = (dtmin * 60);$

$dxp = Lp;$

$Crp = c1p * \frac{dtp}{dxp} \text{ (*No de Courant*)}$

Out[17]- 0.184398

---

## TRANSFORMACIÓN LLUVIA - CAUDAL. (DEFINICIÓN VECTORES DE CAUDALES, nt, nx)

In[20]-  $nt = 6; \text{ (*Tiempo de tránsito*)}$

$nx = 2;$

In[21]-  $Qp1 = \text{Table}[\{0, \{i, 1, nx\}, \{j, 1, nt / dtmin * 60 + 1\}\}; \text{ (*Caudal en el Plano*)}$

In[22]-  $Qlpt = \text{Table}[\text{If}[\{j + dtmin <= dull + 60, Qp, 0\}, \{j, 1, nt / dtmin * 60 + 1\}];$   
 $\text{ (*Caudal lateral promedio del Plano que entra al canal*)}$

In[24]-  $t = \text{Table}[\{j - 1\} * dtmin, \{j, 1, nt / dtmin * 60 + 1\}]; \text{ (*Intervalos de tiempo*)}$

---

## 1. ONDA CINEMÁTICA RESUELTA CON ESQUEMA BOX ( 1. $\Psi = 0.50; \theta = 1.00$ )

### COEFICIENTES DEL PLANO

In[25]-  $\Psi = 0.50;$

$\theta = 1.00;$

```

In[27]- C1p =  $\frac{-\Psi + \theta * Crp}{1 - \Psi + \theta * Crp}$ 
Out[27]- -0.461138

In[28]- C2p =  $\frac{\Psi + (1 - \theta) * Crp}{1 - \Psi + \theta * Crp}$ 
Out[28]- 0.730569

In[29]- C3p =  $\frac{1 - \Psi - (1 - \theta) * Crp}{1 - \Psi + \theta * Crp}$ 
Out[29]- 0.730569

In[30]- C4p =  $\frac{Crp}{1 - \Psi + \theta * Crp}$ 
Out[30]- 0.269431

```

## DESARROLLO NUMÉRICO

```

In[31]- For[i = 1, i < nx, i++,
  For[j = 1, j < nt * 60 / dtmin + 1, j++,
    Qp1[[i + 1, j + 1]] = (C1p * Qp1[[i, j + 1]] + C2p * Qp1[[i, j]] + C3p * Qp1[[i + 1, j]] + C4p * Q1pt[[j]]);
    (*Plano*)
  ]
]

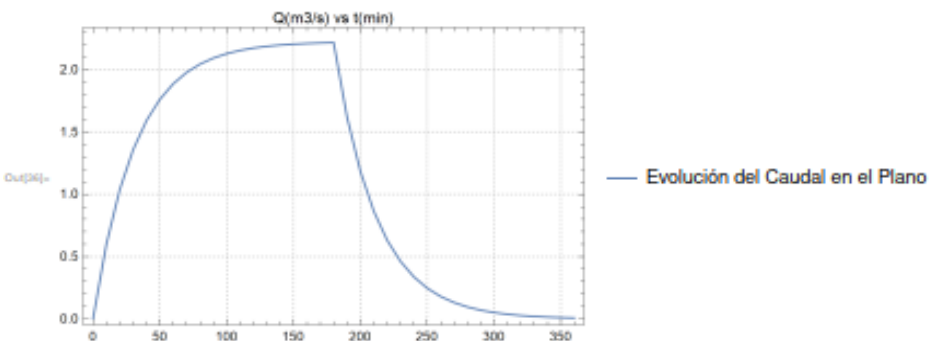
TableForm[Transpose[{t, Q1pt, Qp1[[1]], Qp1[[nx]]}],
  TableHeadings -> {None, {"t_ent", "QLat_prom", "Qp1_ent", "Qp1_sal"}}];

MatrixForm[Qp1];
ListLinePlot[Qp1[[2]], PlotRange -> Full, PlotTheme -> "Detailed"];

P1p = Transpose[{t, Qp1[[2]]}];

ListLinePlot[{P1p}, PlotRange -> Full, PlotTheme -> "Detailed", PlotLabel -> "Q (m3/s) vs t (min)",
  PlotLegends -> {"Evolución del Caudal en el Plano", "Evolución del Caudal en el Canal"}]
Max[Qp1];

```



## 2. ONDA CINEMÁTICA RESUELTA CON ESQUEMA BOX ( 2. $\Psi = 0.50$ ; $\theta = 0.90$ )

3. ONDA CINEMÁTICA RESUELTA CON ESQUEMA BOX ( 3.  $\Psi = 0.50$ ;  $\theta = 0.75$ )

---

4. ONDA CINEMÁTICA RESUELTA CON ESQUEMA BOX ( 4.  $\Psi = 0.50$ ;  $\theta = 0.60$ )

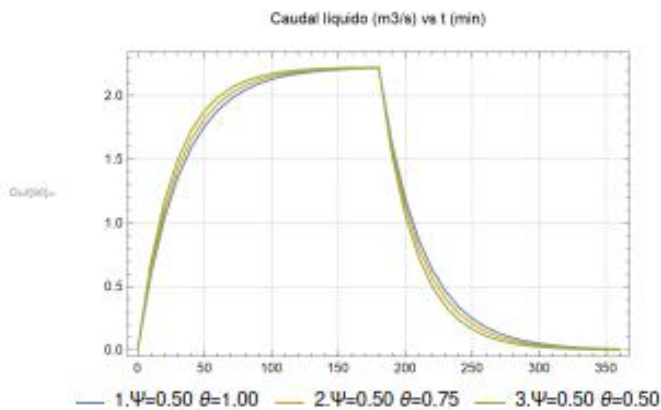
---

5. ONDA CINEMÁTICA RESUELTA CON ESQUEMA BOX ( 5.  $\Psi = 0.50$ ;  $\theta = 0.50$ )

---

### Comparación Gráficas

```
*)- ListLinePlot[{P1p, P3p, P5p}, PlotRange -> Full,  
  PlotTheme -> "Detailed", PlotLabel -> "Caudal líquido (m3/s) vs t (min)",  
  LabelStyle -> Directive [Black],  
  PlotLegends -> Placed[{"1.  $\Psi=0.50$   $\theta=1.00$ ", "2.  $\Psi=0.50$   $\theta=0.75$ ", "3.  $\Psi=0.50$   $\theta=0.50$ "}, Bottom]]
```



```
*)- Max[P1p[[All, 2]]]
```

```
Out[9]- 2.21721
```

Anexo 2. Análisis de sensibilidad en Mathematica para determinación de parámetros del esquema de la caja,  $\psi$  variable y  $\theta$  constante.

## ONDA CINEMÁTICA LINEAL

### Análisis de sensibilidad para determinación de parámetros

#### Esquema de la Caja (Box-scheme)

$$(\theta = 1.0 \wedge 0 \leq \psi \leq 0.50)$$

## ÁREA DE DRENAJE A1 - SUBCUENCA MOLINOS

---

### DATOS DE LA LLUVIA

```
In[762]:= dull = 3 (*Duración de la lluvia, horas*);  
dtmin = 10 (*Intervalo de tiempo*);  
i11 = 24.36 (*Intensidad de lluvia instantánea para 3 horas. S/curva IDF [mm/hr]*);
```

---

### EVALUACIÓN DEL PLANO

#### Datos

```
In[765]:= A = 32; (*Ha*)  
Lp = 631.27; (*m*)  
Mp = 520.89; (*m*)  
Sop = 0.007;  
n = 0.050;  
 $\alpha = \left( \frac{Sop^{0.5}}{n} \right);$   
 $\beta = 5 / 3;$ 
```

#### Cálculos iniciales para el Plano

##### Caudal en el punto medio del Plano (m3/s)

```
In[772]:= qe = (i11 / 1000 / 3600) * Lp / 2;
```

##### Profundidad media en el plano (y)

```
In[773]:= yP =  $\left( \frac{n qe}{(Sop)^{0.5}} \right)^{3/5};$ 
```

### Velocidad media en el Plano

```
W774) vp =  $\frac{qe}{yp}$ ;  
u = vp;
```

### Caudal Lateral para el Plano

```
W775) Qp = (111 / 1000 / 3600) * Wp * Lp  
Out[ ] = 2.22503
```

### Celeridad y Número de Courant para el Plano

```
W776) clp =  $\frac{1}{\left(\frac{z}{a}\right)^{\beta-1} (\beta^{-1}) qe^{(\beta-1)}}$  (*Celeridad*);  
W777) dtp = (dtmin * 60);  
d xp = Lp;  
Crp = clp *  $\frac{dtp}{d xp}$  (*No de Courant*);
```

---

## TRANSFORMACIÓN LLUVIA - CAUDAL. (DEFINICIÓN VECTORES DE CAUDALES, nt, nx)

```
W781) nt = 6; (*Tiempo de tránsito*)  
nx = 2;  
W782) Qp1 = Table[0, {i, 1, nx}, {j, 1, nt / dtmin * 60 + 1}]; (*Caudal en el Plano*)  
W783) Qlpt = Table[If[j * dtmin <= d1 * 60, Qp, 0], {j, 1, nt / dtmin * 60 + 1}];  
(*Caudal lateral promedio del Plano que entra al canal*)  
W784) t = Table[(j - 1) * dtmin, {j, 1, nt / dtmin * 60 + 1}]; (*Intervalos de tiempo*)
```

---

## 1. ONDA CINEMÁTICA RESUELTA CON ESQUEMA BOX ( 1. $\Psi = 0.50$ ; $\theta = 1.00$ )

### COEFICIENTES DEL PLANO

```
W785)  $\Psi = 0.50$ ;  
 $\theta = 1.00$ ;  
W786) C1p =  $\frac{-\Psi + \theta * Crp}{1 - \Psi + \theta * Crp}$   
Out[ ] = -0.461138  
W787) C2p =  $\frac{\Psi + (1 - \theta) * Crp}{1 - \Psi + \theta * Crp}$   
Out[ ] = 0.738569
```

$$\text{In}[790]:= C3p = \frac{1 - \Psi - (1 - \theta) * Crp}{1 - \Psi + \theta * Crp}$$

Out[790]= 0.738569

$$\text{In}[791]:= C4p = \frac{Crp}{1 - \Psi + \theta * Crp}$$

Out[791]= 0.269431

## DESARROLLO NUMÉRICO

```

In[792]:= For[i = 1, i < nx, i++,
  For[j = 1, j < nt * 60 / dtmin + 1, j++,
    Qpl[[i + 1, j + 1]] = (C1p * Qpl[[i, j + 1]] + C2p * Qpl[[i, j]] + C3p * Qpl[[i + 1, j]] + C4p Qlpt[[j]]);
    (*Plano*)
  ]
]

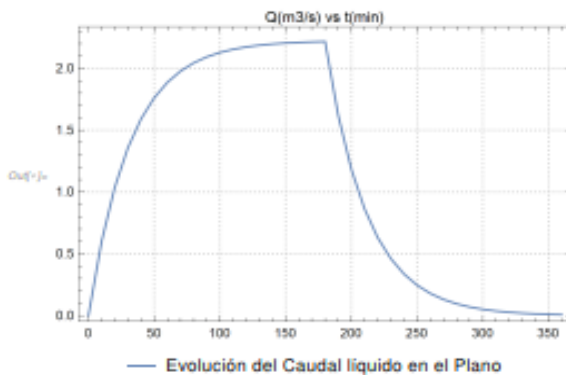
TableForm[Transpose[{t, Qlpt, Qpl[[1]], Qpl[[nx]]}],
  TableHeadings -> {None, {"t_ent", "QLat_prom", "Qpl_ent", "Qpl_sal"}}];

MatrixForm[Qpl];
ListLinePlot[Qpl[[2]], PlotRange -> Full, PlotTheme -> "Detailed"];

P1p = Transpose[{t, Qpl[[2]]}];

ListLinePlot[{P1p}, PlotRange -> Full, PlotTheme -> "Detailed",
  PlotLabel -> "Q (m3/s) vs t (min)", PlotLegends -> Placed[
    {"Evolución del Caudal líquido en el Plano", "Evolución del Caudal líquido en el Canal"}, Bottom]
]
Max[Qpl];

```




---

2. ONDA CINEMÁTICA RESUELTA CON ESQUEMA BOX ( 2.  $\Psi = 0.40$ ;  $\theta = 1.00$ )

---

3. ONDA CINEMÁTICA RESUELTA CON ESQUEMA BOX ( 3.  $\Psi = 0.25$ ;  $\theta = 1.00$ )

---

4. ONDA CINEMÁTICA RESUELTA CON ESQUEMA BOX ( 4.  $\Psi = 0.10$ ;  $\theta = 1.00$ )



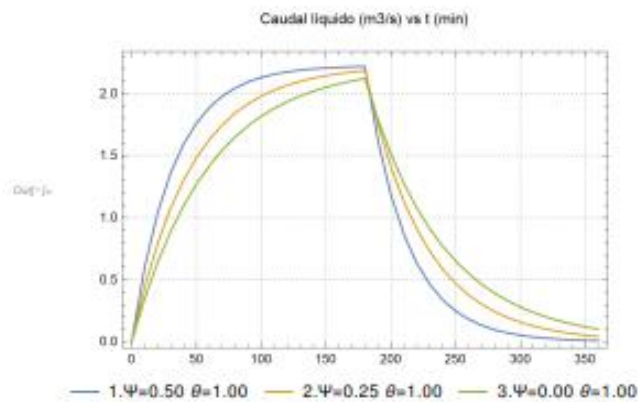
## 5. ONDA CINEMÁTICA RESUELTA CON ESQUEMA BOX ( 5. $\Psi = 0.00$ ; $\theta = 1.00$ )

### Comparación Gráficas

```

In[50]:= ListLinePlot[{P1p, P3p, P5p}, PlotRange -> Full,
  PlotTheme -> "Detailed", PlotLabel -> "Caudal liquido (m3/s) vs t (min)",
  LabelStyle -> Directive [Black],
  PlotLegends -> Placed[{"1.  $\Psi=0.50$   $\theta=1.00$ ", "2.  $\Psi=0.25$   $\theta=1.00$ ", "3.  $\Psi=0.00$   $\theta=1.00$ "}, Bottom]]

```



```

In[51]:= Max[P1p][[All, 2]]

```

```

Out[51]= 2.21721

```

Anexo 3. Solución aproximada en Mathematica de la onda cinemática mediante el esquema lineal en condición de lluvia constante. Incluye la ecuación de Transporte

## ONDA CINEMÁTICA

### Esquema lineal de la Caja (Box-scheme)

### Ecuación de transporte

### Lluvia constante

## ÁREA DE DRENAJE A1 - SUBCUENCA MOLINOS

---

### DATOS DE ENTRADA

```
In[282]:= dull = 3 (*Duración de la lluvia, horas*);  
ill = 24.36 (*Intensidad de lluvia constante. S/curva IDF [mm/hr]*);  
nt = 8 (*Tiempo de tránsito de la lluvia, horas*);  
dt = 10 * 60; (*Intervalo de tiempo en min, pero debe quedar en seg*)  
nx = 2 (*Número de tramos*);
```

### EVALUACIÓN DEL PLANO

---

#### Datos

```
In[287]:= A = 32; (*Ha*)  
Lp = 631.27; (*m*)  
Wp = 520.89; (*m*)
```

```
In[288]:= Sop = 0.007;  
n = 0.05;
```

```
In[289]:= dx =  $\frac{Lp}{nx - 1}$ ;
```

$$\alpha = \left( \frac{Sop^{0.5}}{n} \right);$$

$$\beta = 5 / 3;$$

#### Cálculos iniciales para el Plano

##### Caudal en el punto medio del Plano (m3/s)

```
In[289]:= qo = (ill / 1000 / dt) * (dx / 2)  
Out[289]:= 0.0128148
```

### Profundidad media en el plano (y)

$$y_0 = \left( \frac{q_0}{\alpha} \right)^{1/\beta}$$

$$y_0 = 0.8537625$$

### Velocidad media en el Plano

$$v_0 = \frac{q_0}{y_0}$$

$$u = v_0$$

### Celeridad y Número de Courant para el Plano

$$c_{lp} = \frac{1}{\left( \frac{1}{\alpha} \right)^{\beta-1} (\beta-1) q_0^{\beta-1}} \quad (*\text{Celeridad}*)$$

$$C_{rp} = c_{lp} * \frac{dt}{dx} \quad (*\text{No de Courant}*)$$

### Caudal unitario superficial

$$q_p = (ill / 1000 / 3600) * dx$$

---

## MODELO HIDROLÓGICO (ONDA CINEMÁTICA. ECUACIÓN LINEAL (BOX SCHEME))

---

### Definición de vectores

$$t = \text{Table}[(j-1) * dt / 60, \{j, 1, nt * 3600 / dt + 1\}] \quad (*\text{Intervalos de tiempo}*)$$

$$qpl = \text{Table}[0, \{i, 1, nx\}, \{j, 1, nt * 3600 / dt + 1\}] \quad (*\text{Caudal en el Plano}*)$$

$$qpt = \text{Table}[\text{If}[j * dt / 60 <= dult * 60, qp, 0], \{j, 1, nt * 3600 / dt + 1\}] \quad (*\text{Caudal unitario en el tiempo t}*)$$

---

### Cálculo de Coeficientes ( 1. $\Psi = 0.50$ ; $\theta = 1.00$ )

$$\Psi = 0.50$$

$$\theta = 1.00$$

$$C1p = \frac{-\Psi + \theta * Crp}{1 - \Psi + \theta * Crp}$$

$$C2p = \frac{\Psi + (1 - \theta) * Crp}{1 - \Psi + \theta * Crp}$$

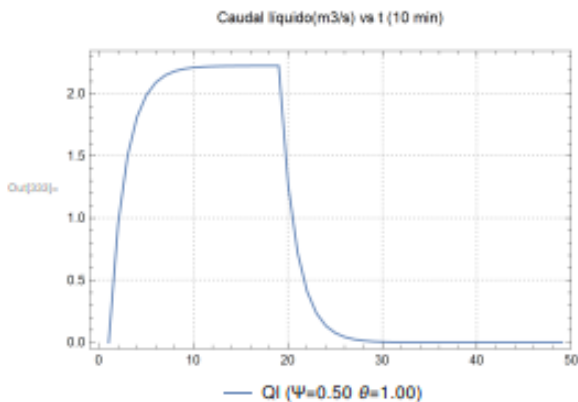
$$C3p = \frac{1 - \Psi - (1 - \theta) * Crp}{1 - \Psi + \theta * Crp}$$

$$C4p = \frac{Crp}{1 - \Psi + \theta * Crp}$$

---

## Cálculo de caudal en el plano Q[[i+1,j+1]]

```
In[201]- For[i = 1, i < nx, i++,  
  For[j = 1, j < nt * 3600 / dt + 1, j++,  
    qpl[[i + 1, j + 1]] = (C1p * qpl[[i, j + 1]] + C2p * qpl[[i, j]] + C3p * qpl[[i + 1, j]] + C4p * qpt[[j]])  
  ]]  
In[202]- Qpl = qpl * Wp;  
ListLinePlot[Qpl[[nx]], PlotRange -> Full,  
  PlotTheme -> "Detailed", PlotLabel -> "Caudal líquido(m3/s) vs t (10 min)  
", LabelStyle -> Directive[Black], PlotLegends -> Placed[{"Ql (Ψ=0.50 θ=1.00)"}, Bottom]]
```



---

## PROCESO EROSIVO

### 1. DESPRENDIMIENTO DEL FLUJO

```
In[234]- yp =  $\left( \frac{qpl[[nx]] * n}{Sop^{0.5}} \right)^{3/5}$  ;
```

```
In[235]- g = 9.81 (*Gravedad*);  
ys = 1650 (*Peso específico partícula(Kg/m3) - Arcillas sumergidas*);  
d = 0.19 (*diámetro medio de las partículas (mm)*);  
k = 0.04 (*Arcillas limosas muy blandas*);  
  
yw = 1000 (*Peso específico agua(Kg/m3)*);  
cp = yw * yp * Sop (*Kg/ms2*);  
v = 0.00000114 (*m2/s*);
```

$$Rey = \frac{1}{v} (d / 1000) * \left( \sqrt{(g * yp * Sop)} \right);$$

```
In[242]- tcr = Table[0, {j, nt * 3600 / dt + 1}];  
For[j = 1, j < nt * 3600 / dt + 1, j++,  
  If[Rey[[j]] > 0, If[d <= 0.005 && 0.056 < Rey[[j]] < 3.16, tcr[[j]] = 0.135 * Rey[[j]]-0.261,  
    tcr[[j]] = 0.5 * (0.22 * Rey[[j]]-0.6 + 0.06 * E-17.77 * Rey[[j]]-0.6)], tcr[[j]] = 0]]
```

```

In[243]:- df1 = k * (cp - tcr) (*Si la partícula se sedimenta (-), si se desprende e incluye en el caudal sólido (+) *);
In[244]:- df = 0.027 * 0.1 * k * cp1.5;

```

## 2. Cálculo de capacidad de transporte / (Engelund - Hansen)

```

In[247]:- qs = Table[0, {j, 1, nt * 3600 / dt + 1}];

For[j = 1, j < nt * 3600 / dt + 1, j++,

qs[[j]] = 0.05 * γs * vo2 *  $\sqrt{\frac{(d / 1000)}{g * \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1\right)}} * \left(\frac{cp[[j]]}{(\gamma_s - \gamma_w) * (d / 1000)}\right)^{1.5}$ 

];

qs;

In[250]:- (*Comprobación de la ecuación de Engelund-Hansen. Según forma de Maza*)
gs = Table[0, {j, 1, nt * 3600 / dt + 1}];

For[j = 1, j < nt * 3600 / dt + 1, j++,

gs[[j]] =  $\frac{0.05 * \gamma_s * vo^2 * cp[[j]]^{3/2} * \gamma_w^{1/2}}{g^{1/2} * (\gamma_s - \gamma_w)^2 * (d / 1000)}$ ;

];

```

## Condiciones Iniciales

```

In[252]:- qsp = Table[0, {i, 1, nx}, {j, 1, nt * 3600 / dt + 1}];

For[i = 1, i < nx, i++,
For[j = 1, j < nt * 3600 / dt + 1, j++,
qsp[[i + 1, j]] = qs[[j]]
(*qsp[[i+1,j]] = If[j*dt/60 <= 60, qs[[j], 0] *)
]]
qsp;

In[253]:- Qst = Table[0, {i, 1, nx}, {j, 1, nt * 3600 / dt + 1}]; (*Carga Total de sedimentos*)

```

## Ecuación de transporte Q[[i+1,j+1]]

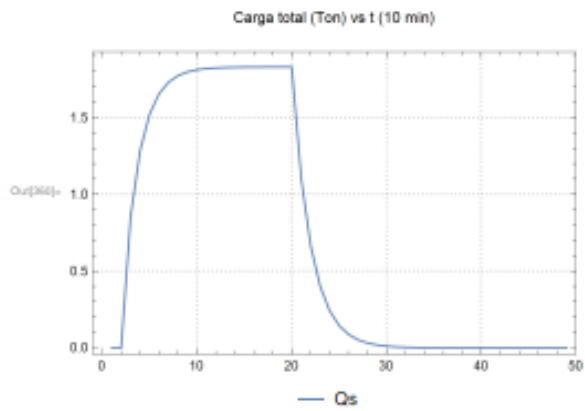
```

In[254]:- For[i = 1, i < nx, i++,
For[j = 1, j < nt * 3600 / dt + 1, j++,
If[df[[j]] > 0,
qs[[i + 1, j + 1]] = dx  $\left(\frac{1}{vo} \left(\frac{qsp[[i, j]] - qsp[[i, j + 1]]}{dt}\right) + df[[j]]\right) + qsp[[i, j + 1]], qsp[[i + 1, j + 1]] = 0$ 
]]]
Qst = ((qsp * Wp * dt) / 1000);
vol = Total[Qst[[nx]]];
MatrixForm[Qst[[nx]]];

```

Out[254]:- 33.4892

```
In[300]:= ListLinePlot[Qst[[nx]], PlotRange -> Full, PlotTheme -> "Detailed", PlotLabel -> "Carga total (Ton) vs t (10 min)", LabelStyle -> Directive[Black], PlotLegends -> Placed[{"Qs"}, Bottom]]
```



---

### Carga máxima de sedimentos

```
In[301]:= Max /@ Qst
```

```
Out[301]:= {0., 1.83011}
```

Anexo 4. Solución aproximada en Mathematica de la onda cinemática mediante el esquema no lineal en condición de lluvia constante.

## ONDA CINEMÁTICA

### Esquema No lineal

### Lluvia constante

## ÁREA DE DRENAJE A1 - SUBCUENCA MOLINOS

---

### DATOS DE ENTRADA

```
in[367]- dull = 3 (*Duración de la lluvia, horas*);  
ill = 24.36 (*Intensidad de lluvia constante. S/curva IDF [mm/hr]*);  
nt = 6 (*Tiempo de tránsito de la lluvia, 6 horas*);  
dt = 10 * 60 (*Intervalo de tiempo en min, pero debe quedar en seg*);  
nx = 2 (*Número de tramos*);
```

---

### EVALUACIÓN DEL PLANO

#### Datos

```
in[402]- A = 32; (*Ha*)  
Lp = 631.27; (*m*)  
Mp = 520.89; (*m*)
```

```
in[403]- Sop = 0.007;  
n = 0.050;
```

```
in[407]- dx =  $\frac{Lp}{nx - 1}$ ;
```

```
in[408]-  $\alpha = \left( \frac{Sop^{0.5}}{n} \right)$ ;  
 $\beta = 5 / 3$ ;
```

#### Cálculos Iniciales para el Plano

##### Caudal unitario en el punto medio del Plano

```
in[412]- qe = (ill / 1000 / 3600) * Lp / 2  
Out[412]- 0.0021358
```

##### Profundidad media en el plano

```
in[413]- yp =  $\left( \frac{qe}{\alpha} \right)^{1/\beta}$ ;
```

### Velocidad media en el Plano

```
W[412]- vp =  $\frac{qe}{yp}$ ;
```

```
W[413]- u = vp;
```

### Celeridad y Número de Courant para el Plano

```
W[414]- clp =  $\frac{1}{\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\beta-1} (\beta^{-1}) qe^{(\beta-1)}}$  (*Celeridad*);
```

```
W[415]- Crp = clp *  $\frac{dt}{dx}$  (*No de Courant*);
```

```
Out[415]- 0.184398
```

### Caudal unitario superficial

```
W[416]- qp = (i11 / 1000 / (3600)) * Wp
```

```
Out[416]- 0.00352469
```

---

## MODELO HIDROLÓGICO (ONDA CINEMÁTICA. ECUACIÓN NO LINEAL)

---

### Definición de vectores

```
W[417]- t = Table[(j - 1) * dt / 60, {j, 1, nt * 3600 / dt + 1}] (*Intervalos de tiempo*);
```

```
W[418]- qpl = Table[0, {i, 1, nx}, {j, 1, nt * 3600 / dt + 1}] (*Caudal en el Plano*);
```

```
W[419]- qpt = Table[If[j * dt / 60 <= dult * 60, qp, 0], {j, 1, nt * 3600 / dt + 1}];  
(*Caudal unitario superficial que entra al canal en el tiempo t*)
```

---

### Cálculo caudal en el plano Q[[i+1,j+1]]

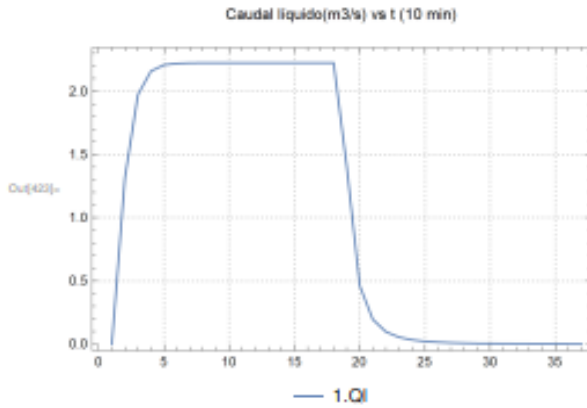
```
W[420]- For [i = 1, i < nx, i++,  
  For [j = 1, j < nt * 3600 / dt + 1, j++,  
     $\phi_0 = qpl[[i, j]]$ ;  
    qpl[[i + 1, j + 1]] =  $\phi_0$  /. FindRoot[  
       $\frac{dt}{dx} \phi + (\alpha^{-1} \phi)^{\beta-1} - \frac{dt}{dx} qpl[[i, j + 1]] - (\alpha^{-1} qpl[[i + 1, j]])^{\beta-1} - dt \left( \frac{qpt[[j + 1]] + qpt[[j]]}{2} \right) = 0, \{\phi, \phi_0\}$   
    ]]
```

```
W[421]- Q1 = qpl;
```

```
W[422]- MatrixForm[Q1];
```



```
In[422]:= ListLinePlot[Ql[{{nx}}], PlotRange -> Full,
  PlotTheme -> "Detailed", PlotLabel -> "Caudal líquido(m3/s) vs t (10 min)
  ", LabelStyle -> Directive[Black], PlotLegends -> Placed[{"1.Ql"}, Bottom]]
```




---

### Caudal Pico

```
In[426]:= Max /@ Ql
Out[426]:= {0, 2.22503}
```

---

### Duración al Pico

```
In[428]:= Ql1 = Transpose[{t, Ql[[2]]}];
  dpico = Sort[Ql1, #1[[2]] > #2[[2]] &][[1, 1]]
Out[428]:= 170
```

---

### Conservación de la masa

```
In[427]:= vol = (i11 / 1000) * d111 * (A * 10000)
Out[427]:= 23385.6
```

Anexo 5. Solución aproximada en Mathematica de la onda cinemática mediante el esquema lineal en condición de lluvia distribuida.

## ONDA CINEMÁTICA

### Esquema lineal de la Caja (Box-scheme)

### Lluvia distribuida

## ÁREA DE DRENAJE A1 - SUBCUENCA MOLINOS

### DATOS DE ENTRADA

```
In[342]:= dull = 3 (*Duración de la lluvia, horas*);  
pll = {{10, 0.47}, {20, 0.62}, {30, 0.85}, {40, 1.19}, {50, 1.74}, {60, 2.70}, {70, 4.60}, {80, 8.98},  
       {90, 22.28}, {100, 13.63}, {110, 6.29}, {120, 3.48}, {130, 2.15}, {140, 1.43}, {150, 1.00},  
       {160, 0.72}, {170, 0.54}, {180, 0.41}} (*hidrograma para 3 horas. S/curva IDF [mm]*);  
nt = 8 (*Tiempo de tránsito de la lluvia, horas*);  
dt = 10 * 60 (*Intervalo de tiempo en min, pero debe quedar en seg*);  
nx = 2 (*Número de tramos*);
```

### EVALUACIÓN DEL PLANO

#### Datos

```
In[347]:= A = 32; (*Ha*)  
Lp = 631.27; (*m*)  
Wp = 520.89; (*m*)  
Sop = 0.007;  
n = 0.050;
```

$$dx = \frac{Lp}{nx - 1};$$

$$\alpha = \left( \frac{Sop^{0.5}}{n} \right);$$

$$\beta = 5 / 3;$$

#### Cálculos iniciales para el Plano

##### Caudal en el punto medio del Plano (m3/s)

```
In[375]:= qe = ((Total[pll[[All, 2]]] / 1000) / (3 * 3600)) * (Lp / 2);
```

### Profundidad media en el plano (y)

```
In[376]:= yp = (qe / alpha)^(1/B);
```

### Velocidad media en el Plano

```
In[377]:= vp = qe / yp;
u = vp;
```

### Celeridad y Número de Courant para el Plano

```
In[378]:= clp = 1 / ((1/alpha)^(B-1) * (B-1) * qe^(B-1)) (*Celeridad*)
clp1 = (5 / 3) * u
```

```
Out[379]:= 0.194008
```

```
Out[380]:= 0.194008
```

```
In[381]:= Crp = clp * dt / dx
```

```
Out[381]:= 0.184398
```

### Caudal unitario superficial

```
In[382]:= qp = ((p11[All, 2] / 1000 / dt) * (dx * Wp));
```

---

## MODELO HIDROLÓGICO (ONDA CINEMÁTICA. ECUACIÓN LINEAL (BOX SCHEME))

---

### Definición de vectores

```
In[383]:= t = Table[{j} * dt / 60, {j, 1, nt * 3600 / dt}] (*Intervalos de tiempo*);
```

```
In[384]:= qpl = Table[0, {i, 1, nx}, {j, 1, nt * 3600 / dt}] (*Caudal en el Plano*);
```

```
In[385]:= qpt = Table[0, {i, 1, nx}, {j, 1, nt * 3600 / dt}]; (*Caudal lateral promedio del Plano que entra al canal*)
For[i = 1, i < nx, i++,
  For[j = 1, j <= nt * 3600 / dt, j++,
    qpt[[i + 1, j]] = If[j * dt / 60 <= dult * 60, qp[[j]], 0]
  ]]
```

---

### Cálculo de Coeficientes ( 1. $\Psi = 0.50$ ; $\theta = 1.00$ )

```
In[387]:= Psi = 0.50;
theta = 1.00;
```

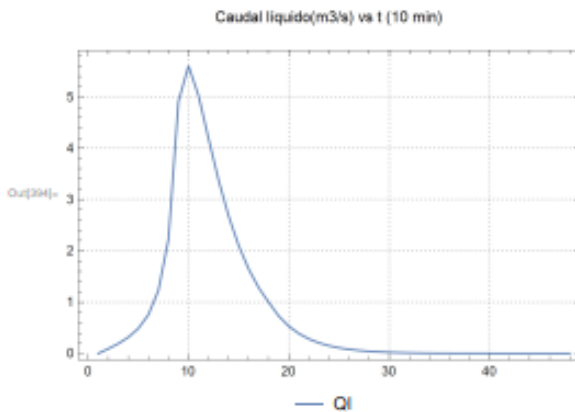
$$\begin{aligned}
 \text{In}[282] \text{- } C1p &= \frac{-Q + \theta * Crp}{1 - Q + \theta * Crp}; \\
 C2p &= \frac{Q + (1 - \theta) * Crp}{1 - Q + \theta * Crp}; \\
 C3p &= \frac{1 - Q - (1 - \theta) * Crp}{1 - Q + \theta * Crp}; \\
 C4p &= \frac{Crp}{1 - Q + \theta * Crp};
 \end{aligned}$$

## Cálculo de caudal en el plano Qpl[[i+1,j+1]]

```

In[283] <- For[i = 1, i < nx, i++,
  For[j = 1, j < nt * 3600 / dt, j++,
    qpl[[i + 1, j + 1]] =
      (C1p * qpl[[i, j + 1]] + C2p * qpl[[i, j]] + C3p * qpl[[i + 1, j]] + C4p * qpt[[i + 1, j + 1]]) (*Plano*)
  ]
In[284] <- ListLinePlot[qpl[[nx]], PlotRange -> Full,
  PlotTheme -> "Detailed", PlotLabel -> "Caudal líquido(m3/s) vs t (10 min)",
  LabelStyle -> Directive[Black], PlotLegends -> Placed[{"Ql"}, Bottom]
  MatrixForm[qpl[[nx]]];

```



```

In[285] <- Max /@ qpl;

```

## Caudal Pico

```

In[287] <- Max /@ qpl
Out[287] <- {0, 5.68371}

```

## Duración al Pico

```

In[288] <- qpl1 = Transpose[{t, qpl[[2]]}];
  dpico = Sort[qpl1, #1[[2]] > #2[[2]] &][[1, 1]]
Out[288] <- 100

```

Anexo 6. Solución aproximada en Mathematica de la onda cinemática mediante el esquema no lineal en condición de lluvia distribuida.

## ONDA CINEMÁTICA

### Esquema No lineal

### Lluvia distribuida

## ÁREA DE DRENAJE A1 - SUBCUENCA MOLINOS

### DATOS DE ENTRADA

```
In[400]:= dull = 3 (*Duración de la lluvia, horas*);  
p11 = {{10, 0.47}, {20, 0.62}, {30, 0.85}, {40, 1.19}, {50, 1.74}, {60, 2.70}, {70, 4.60}, {80, 8.98},  
       {90, 22.28}, {100, 13.63}, {110, 6.29}, {120, 3.48}, {130, 2.15}, {140, 1.43}, {150, 1.00},  
       {160, 0.72}, {170, 0.54}, {180, 0.41}} (*hidrograma para 3 horas. S/curva IDF [mm]*);  
nt = 6 (*Tiempo de tránsito de la lluvia, 6 horas*);  
dt = 10 * 60 (*Intervalo de tiempo en min, pero debe quedar en seg*);  
nx = 60 (*Número de tramos*);
```

### EVALUACIÓN DEL PLANO

#### Datos

```
In[405]:= A = 32; (*Ha*)  
Lp = 631.27; (*m*)  
Mp = 520.89; (*m*)
```

```
In[406]:= Sop = 0.007;  
n = 0.050;
```

```
In[410]:= dx =  $\frac{Lp}{nx - 1}$ ;
```

```
In[411]:=  $\alpha = \left( \frac{Sop^{0.5}}{n * Mp^{(2/3)}} \right)$ ;
```

```
 $\beta = (5 / 3)$ ;
```

#### Cálculos Iniciales para el Plano

##### Caudal en el punto medio del Plano

```
In[412]:= qe = ((p11[[All, 2]] / 1000 / 3600) * Lp / 2);
```

##### Profundidad media en el plano

```
In[414]:= yp =  $\left( \frac{qe}{\alpha} \right)^{1/\beta}$ ;
```

Resuelto por William Velasco en el curso de Física

### Velocidad media en el Plano

$$\text{v(415)} \rightarrow \text{vp} = \frac{\text{qe}}{\text{yp}};$$

$$\text{v(416)} \rightarrow \text{u} = \text{vp};$$

### Caudal Lateral del Plano

$$\text{v(417)} \rightarrow \text{qlp} = (((\text{pll}[\{\text{All}, 2\}] / 1000) / 600)) * \text{Wp};$$

---

## MODELO HIDROLÓGICO (ONDA CINEMÁTICA. ECUACIÓN NO LINEAL)

---

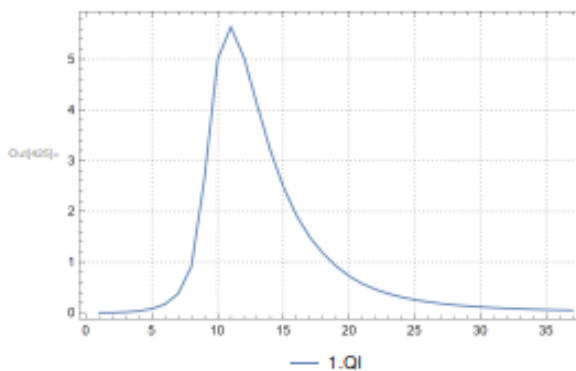
### Definición de vectores

---

### Cálculo caudal en el plano Q[[i+1,j+1]]

```
v(422) > For [i = 1, i < nx, i++,  
  For [j = 1, j < nt * 3600 / dt + 1, j++,  
    φo = qpl[[i, j]];  
    qpl[[i + 1, j + 1]] = φ / . FindRoot[ $\frac{dt}{dx} \phi + (\alpha^{-1} \phi)^{\beta-1} ==$   
       $\frac{dt}{dx} \text{qpl}[[i, j + 1]] + (\alpha^{-1} \text{qpl}[[i + 1, j]])^{\beta-1} + dt \left( \frac{\text{qlpt}[[i + 1, j + 1]] + \text{qlpt}[[i + 1, j]]}{2} \right), \{\phi, \phi o\}]$   
  ] ] ]  
v(423) > qpl;  
v(424) > ListLinePlot[qpl[[{nx}]], PlotRange -> Full,  
  PlotTheme -> "Detailed", PlotLabel -> "Caudal líquido(m3/s) vs t (10 min)",  
  LabelStyle -> Directive[Black], PlotLegends -> Placed[{"1.Q1"}, Bottom],  
  MatrixForm[qpl[[{nx}]]];
```

Caudal líquido(m3/s) vs t (10 min)



## Caudal Pico

```
In[427]: Max[qpl[[nx]]]
```

```
Out[427]: 5.63514
```

---

## Duración al Pico

```
In[428]: qpl1 = Transpose[{t, qpl[[nx]]}];
```

```
dpico = Sort[qpl1, #1[[2]] > #2[[2]] &][[1, 1]]
```

```
Out[428]: 100
```

**Anexo 7. Solución aproximada en HEC-HMS de la onda cinemática en condición de lluvia constante, incluye el módulo de sedimentos (ver anexo digital).**

**Anexo 8. Solución aproximada en HEC-HMS de la onda cinemática en condición de lluvia distribuida. (ver anexo digital).**

**Anexo 9. Solución aproximada en SWMM de la onda cinemática en condición de lluvia constante. (ver anexo digital).**

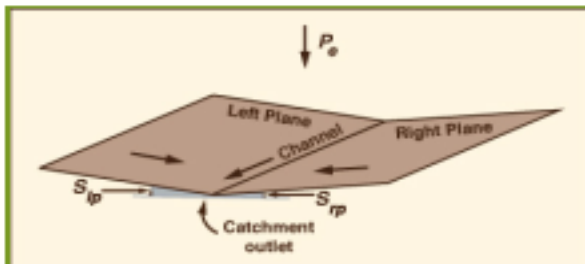
**Anexo 10. Solución aproximada en SWMM de la onda cinemática en condición de lluvia distribuida. (ver anexo digital).**



Anexo 11. Solución aproximada utilizando Onlineoverland, aplicación web del Dr. Ponce, en condición de lluvia constante.



onlineoverland: Overland flow using the diffusion wave method --- One book



References

Ponce, V. M. 1986. Diffusion wave modeling of catchment dynamics. *Journal of Hydraulic Engineering*, **112**(8), August, 716-727. [HTML version 2015].

Ponce, V. M. 1989. *Engineering Hydrology: Principles and Practices*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 322-325.

Aguilar, R. D. 2014. Diffusion wave modeling of catchment dynamics using online calculation.

INPUT DATA:

[Rationale] [Description] [Sample Input]

Select:  SI units (metric)  U.S. Customary units (SI (metric) / U.S. Customary)

Rainfall depth  $P$  (cm / in):  cm

[  $P > 0$  ]

Runoff curve number  $CN$ :

[  $CN > 20$  ]

Total rainfall duration  $t_r$  (hr):

[  $t_r > 0$  ]

Number of points in cumulative rainfall distribution  $N_p$ :

[ Integer  $N_p$  must be in the range  $2 \leq N_p \leq 101$  ]

Dimensionless cumulative time for rainfall distribution  $T_*$ :

[  $N_p$  values, separated by commas; first value must be 0.; last value must be 1.]

Dimensionless cumulative depth for rainfall distribution  $D_*$ :

[  $N_p$  values, separated by commas; first value must be 0.; last value must be 1.]

Total simulation time  $T_t$  (hr):

[  $T_t > 0$  ]

Number of time intervals  $N_{\Delta t}$ :

OUTPUT:

Time step	Time (sec)	Time (min)	Time (hr)	Outflow (m <sup>3</sup> /s)	Cumulative Volume (m <sup>3</sup> )
0	0	0	0	0	0
1	600	10	0.167	0.244	146.567
2	1200	20	0.333	0.671	549.417
3	1800	30	0.5	1.098	1208.438
4	2400	40	0.667	1.525	2123.587
5	3000	50	0.833	1.946	3291.1
6	3600	60	1	2.159	4586.553
7	4200	70	1.167	2.165	5885.687
8	4800	80	1.333	2.165	7184.886
9	5400	90	1.5	2.165	8484.086
10	6000	100	1.667	2.165	9783.286
11	6600	110	1.833	2.165	11082.486
12	7200	120	2	2.165	12381.686
13	7800	130	2.167	2.165	13680.886
14	8400	140	2.333	2.165	14980.086
15	9000	150	2.5	2.165	16279.286
16	9600	160	2.667	2.165	17578.486
17	10200	170	2.833	2.165	18877.686
18	10800	180	3	2.165	20176.886

48

[ Integer  $N_{dt} > 0$  ]

Number of time intervals for printing  $N_{pr}$ : 1

[ Integer  $N_{pr} > 0$  ]

Fraction used to estimate reference discharge  $F_r$ : 1

[  $0 \leq F_r \leq 1$ ; leave blank to specify default value of  $F_r = 0.5$  ]

Overland flow area  $A$  (ha / ac): 32 ha

[  $0 < A \leq 2500$  in SI Units;  $0 < A \leq 1000$  in U.S. Units ]

Fraction of area in left plane  $F_{lp}$ : 1

[  $0 < F_{lp} \leq 1$ ; enter 1 to specify only one (left) plane ]

Slope of left plane  $S_{lp}$ : 0.007

[  $0.000001 \leq S_{lp} \leq 0.1$  ]

Manning coefficient for left plane  $n_{lp}$ : 0.05

[  $0.008 \leq n_{lp} \leq 1$  ]

Rating exponent for left plane  $\beta_{lp}$ : 1.6667

[  $1.5 \leq \beta_{lp} \leq 3$ ; enter -1 to specify default value of  $\beta_{lp} = 2$  ]

Slope of right plane  $S_{rp}$ : 0

[  $0.000001 \leq S_{rp} \leq 0.1$ ; leave blank to exactly mirror left plane for  $F_{lp} = 0.5$  only ]

Manning coefficient for right plane  $n_{rp}$ : 0

[  $0.008 \leq n_{rp} \leq 1$ ; leave blank to exactly mirror left plane for  $F_{lp} = 0.5$  only ]

Rating exponent for right plane  $\beta_{rp}$ : 0

[  $1.5 \leq \beta_{rp} \leq 3$ ; enter -1 to specify default value of  $\beta_{rp} = 2$ ; leave blank to exactly mirror left plane for  $F_{lp} = 0.5$  only ]

Length of channel  $L_{ch}$  (m / ft): 520.89 m

[  $L_{ch} > 0$  ]

Slope of channel  $S_{ch}$ : 0.048

[  $0.000001 \leq S_{ch} \leq 0.1$  ]

Manning coefficient of channel  $n_{ch}$ : 0.013

[  $0.008 \leq n_{ch} \leq 0.250$  ]

Bottom width of channel  $B_{ch}$  (m / ft): 6.67 m

[  $B_{ch} \geq 0$  ]

Design depth of channel  $y_{ch}$  (m / ft): 1 m

[  $y_{ch} > 0$  ]

Side slope of channel  $z$  [z H : 1 V]: 1

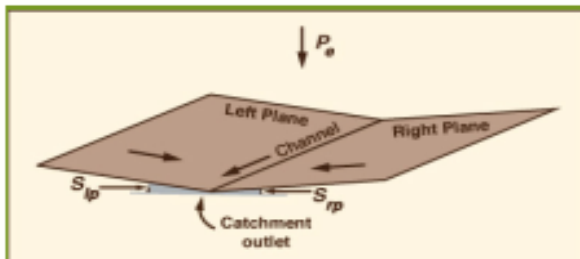
[  $0 \leq z \leq 10$  ]

19	11400	190	3.167	1.921	21329.519
20	12000	200	3.333	1.494	22225.87
21	12600	210	3.5	1.067	22866.048
22	13200	220	3.667	0.64	23250.1
23	13800	230	3.833	0.219	23381.786
24	14400	240	4	0.006	23385.533
25	15000	250	4.167	0	23385.599
26	15600	260	4.333	0	23385.6
27	16200	270	4.5	0	23385.6
28	16800	280	4.667	0	23385.6
29	17400	290	4.833	0	23385.6
30	18000	300	5	0	23385.6
31	18600	310	5.167	0	23385.6
32	19200	320	5.333	0	23385.6
33	19800	330	5.5	0	23385.6
34	20400	340	5.667	0	23385.6
35	21000	350	5.833	0	23385.6
36	21600	360	6	0	23385.6
37	22200	370	6.167	0	23385.6
38	22800	380	6.333	0	23385.6
39	23400	390	6.5	0	23385.6
40	24000	400	6.667	0	23385.6
41	24600	410	6.833	0	23385.6
42	25200	420	7	0	23385.6
43	25800	430	7.167	0	23385.6
44	26400	440	7.333	0	23385.6
45	27000	450	7.5	0	23385.6
46	27600	460	7.667	0	23385.6
47	28200	470	7.833	0	23385.6
48	28800	480	8	0	23385.6

Anexo 12. Solución aproximada utilizando Onlineoverland, aplicación web del Dr. Ponce, en condición de lluvia distribuida.



onlineoverland: Overland flow using the diffusion wave method --- One book



References

Ponce, V. M. 1986. Diffusion wave modeling of catchment dynamics. *Journal of Hydraulic Engineering*, **112**(8), August, 716-727. [HTML version 2015].

Ponce, V. M. 1989. *Engineering Hydrology: Principles and Practices*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 322-325.

Aguilar, R. D. 2014. Diffusion wave modeling of catchment dynamics using online calculation.

INPUT DATA:

[Rationale] [Description] [Sample Input]

Select:  SI units (metric)  U.S. Customary units (SI (metric) / U.S. Customary)

Rainfall depth  $P$  (cm / in):  cm  
 [  $P > 0$  ]

Runoff curve number  $CN$ :   
 [  $CN > 20$  ]

Total rainfall duration  $t_r$  (hr):   
 [  $t_r > 0$  ]

---

Number of points in cumulative rainfall distribution  $N_p$ :   
 [ Integer  $N_p$  must be in the range  $2 \leq N_p \leq 101$  ]

Dimensionless cumulative time for rainfall distribution  $T_*$ :  
 [ $N_p$  values, separated by commas; first value must be 0.; last value must be 1.]

Dimensionless cumulative depth for rainfall distribution  $D_*$ :  
 [ $N_p$  values, separated by commas; first value must be 0.; last value must be 1.]

Total simulation time  $T_f$  (hr):   
 [  $T_f > 0$  ]

Number of time intervals  $N_{\Delta t}$ :

OUTPUT:

Time step	Time (sec)	Time (min)	Time (hr)	Outflow (m <sup>3</sup> /s)	Cumulative Volume (m <sup>3</sup> )
0	0	0	0	0	0
1	600	10	0.167	0.026	15.704
2	1200	20	0.333	0.086	67.095
3	1800	30	0.5	0.168	167.796
4	2400	40	0.667	0.278	334.636
5	3000	50	0.833	0.435	595.784
6	3600	60	1	0.655	988.819
7	4200	70	1.167	0.996	1586.245
8	4800	80	1.333	1.668	2587.15
9	5400	90	1.5	3.3	4567.085
10	6000	100	1.667	4.956	7540.9
11	6600	110	1.833	5.713	10968.959
12	7200	120	2	5.816	14458.581
13	7800	130	2.167	5.366	17678.357
14	8400	140	2.333	3.927	20034.735
15	9000	150	2.5	2.207	21359.16
16	9600	160	2.667	1.241	22103.537
17	10200	170	2.833	0.78	22571.319
18	10800	180	3	0.53	22889.26

48

[ Integer  $N_{dt} > 0$  ]

Number of time intervals for printing  $N_{pr}$  : 1

[ Integer  $N_{pr} > 0$  ]

Fraction used to estimate reference discharge  $F_r$  : 1

[  $0 \leq F_r \leq 1$ ; leave blank to specify default value of  $F_r = 0.5$  ]

Overland flow area  $A$  (ha / ac): 32 ha

[  $0 < A \leq 2500$  in SI Units;  $0 < A \leq 1000$  in U.S. Units ]

Fraction of area in left plane  $F_{lp}$  : 1

[  $0 < F_{lp} \leq 1$ ; enter 1 to specify only one (left) plane ]

Slope of left plane  $S_{lp}$  : 0.007

[  $0.000001 \leq S_{lp} \leq 0.1$  ]

Manning coefficient for left plane  $n_{lp}$  : 0.05

[  $0.008 \leq n_{lp} \leq 1$  ]

Rating exponent for left plane  $\beta_{lp}$  : 1.6667

[  $1.5 \leq \beta_{lp} \leq 3$ ; enter -1 to specify default value of  $\beta_{lp} = 2$  ]

Slope of right plane  $S_{rp}$  : 0

[  $0.000001 \leq S_{rp} \leq 0.1$ ; leave blank to exactly mirror left plane for  $F_{lp} = 0.5$  only ]

Manning coefficient for right plane  $n_{rp}$  : 0

[  $0.008 \leq n_{rp} \leq 1$ ; leave blank to exactly mirror left plane for  $F_{lp} = 0.5$  only ]

Rating exponent for right plane  $\beta_{rp}$  : 0

[  $1.5 \leq \beta_{rp} \leq 3$ ; enter -1 to specify default value of  $\beta_{rp} = 2$ ; leave blank to exactly mirror left plane for  $F_{lp} = 0.5$  only ]

Length of channel  $L_{ch}$  (m / ft): 520.89 m

[  $L_{ch} > 0$  ]

Slope of channel  $S_{ch}$  : 0.048

[  $0.000001 \leq S_{ch} \leq 0.1$  ]

Manning coefficient of channel  $n_{ch}$  : 0.013

[  $0.008 \leq n_{ch} \leq 0.250$  ]

Bottom width of channel  $B_{ch}$  (m / ft): 6.67 m

[  $B_{ch} \geq 0$  ]

Design depth of channel  $y_{ch}$  (m / ft): 1 m

[  $y_{ch} > 0$  ]

Side slope of channel  $z$  [z H : 1 V]: 1

[  $0 \leq z \leq 10$  ]

19	11400	190	3.167	0.359	23104.729
20	12000	200	3.333	0.232	23243.661
21	12600	210	3.5	0.139	23327.013
22	13200	220	3.667	0.073	23371.002
23	13800	230	3.833	0.024	23385.19
24	14400	240	4	0.001	23385.593
25	15000	250	4.167	0	23385.6
26	15600	260	4.333	0	23385.6
27	16200	270	4.5	0	23385.6
28	16800	280	4.667	0	23385.6
29	17400	290	4.833	0	23385.6
30	18000	300	5	0	23385.6
31	18600	310	5.167	0	23385.6
32	19200	320	5.333	0	23385.6
33	19800	330	5.5	0	23385.6
34	20400	340	5.667	0	23385.6
35	21000	350	5.833	0	23385.6
36	21600	360	6	0	23385.6
37	22200	370	6.167	0	23385.6
38	22800	380	6.333	0	23385.6
39	23400	390	6.5	0	23385.6
40	24000	400	6.667	0	23385.6
41	24600	410	6.833	0	23385.6
42	25200	420	7	0	23385.6
43	25800	430	7.167	0	23385.6
44	26400	440	7.333	0	23385.6
45	27000	450	7.5	0	23385.6
46	27600	460	7.667	0	23385.6
47	28200	470	7.833	0	23385.6
48	28800	480	8	0	23385.6