

# ATENUACIÓN Y DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE INTENSIDADES SÍSMICAS PARA COLOMBIA Y EL OCCIDENTE DE VENEZUELA<sup>1</sup>

Jorge A. Prieto<sup>2</sup>, Ricardo O. Foschi<sup>3</sup>, Carlos E. Ventura<sup>4</sup>, W. D. Liam Finn<sup>4</sup>, Alfonso M. Ramos<sup>5</sup>, and L. F. Prada-Sarmiento<sup>5</sup>

Resumen: Este artículo utiliza una base de datos de mapas de isosistas (artículo acompañante) para desarrollar dos aproximaciones. Primero, se generan ecuaciones de atenuación tradicionales de intensidad que relaciona variables continuas y discretas, y segunda se presenta un método alternativo de tratamiento del problema que desarrolla funciones probabilísticas conjuntas mixtas discretas-continuas que permite estimar directamente las probabilidades de ocurrencia o excedencia de diferencia de intensidades dada la distancia a un sitio y la intensidad epicentral. La distribución condicional de la distancia dado un nivel de intensidad o diferencia de intensidad es continua y se representa por una distribución lognormal. La distribución de intensidades es discreta y se representa por una función de Poisson bimodal. La representación bimodal se puede deber a reflexiones de onda en la frontera entre la litósfera y la astenósfera. Ambas aproximaciones se aplican para sismos de subducción y eventos superficiales ocurridos en Colombia y el Occidente de Venezuela.

**Palabras Claves:** atenuación sísmica, distribuciones de probabilidad, intensidad sísmica

## ATTENUATION AND PROBABILITY DISTRIBUTION OF SEISMIC INTENSITIES FOR COLOMBIA AND WESTERN VENEZUELA

Abstract: This paper uses an intensity database (parallel paper) to generate first traditional attenuation equations, and second, a model for the conditional exceedence probability of a level of seismic intensity, given distance to a site and the epicentral intensity. The latter model is comprised of mixed discrete-continuous joint probability distributions. The conditional distribution of distance for a given intensity or intensity difference is continuous and is represented by a lognormal distribution. The distribution of intensities is discrete and is represented by bi-modal Poisson functions. The bi-modal representation may be due to wave reflections at the boundary between the lithosphere and the asthenosphere, in the region. Two models are proposed, one for subduction earthquakes and the other for shallow earthquakes. The models are applied to Colombia and Western Venezuela.

**Keywords:** probability distributions, seismic attenuation, seismic intensity

### INTRODUCCIÓN

Los modelos de análisis de riesgos han sido históricamente basados en modelos de intensidad (Steinbrugge, 1892; ATC, 1985; McGuire, 2004) debido a la escasez de medidas instrumentales de intensidad, es decir, de parámetros de movimiento fuerte deducidos de registros de acelerómetros. McGuire (2004) comparó diferentes métodos de estimación de pérdidas. El encontró que para cada magnitud y distancia considerada, por ejemplo,  $M=7.7$  y distancia 10 km, las pérdidas estimadas, expresadas como un porcentaje del valor de reposición, basadas en modelos de intensidad para viviendas en estructura de madera bien diseñadas están entre el 8% y el 10%. Estas pérdidas estaban en buen ajuste con las pérdidas estimadas usando el espectro de capacidad y los métodos de coeficientes de desplazamiento. Se han desarrollado varios estudios de atenuación de la intensidad en diferentes regiones del mundo: Noroccidente de Europa (Ambraseys, 1985), la zona de Cascadia (Bakun *et al.*, 2002), India (Ambraseys y Douglas, 2004) e Italia (Gasperini, 2001; Pasolini *et al.*, 2008a).

<sup>1</sup> Artículo recibido el 25 de enero de 2011 y aceptado para publicación el 20 de agosto de 2011

<sup>2</sup> Consultor independiente, Vancouver, British Columbia, Canada. E-mail: jprieto12@hotmail.com

<sup>3</sup> Departamento de Ingeniería Civil, University of British Columbia, Vancouver, British Columbia, Canada. Email: esrowfal@civil.ubc.ca

<sup>4</sup> Departamento de Ingeniería Civil, University of British Columbia, Vancouver, British Columbia, Canada. E-mail: ventura@civil.ubc.ca; finn@civil.ubc.ca

<sup>5</sup> Instituto Geofísico- Facultad de Ingeniería, Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, D.C., Colombia. E-mail: a-ramos@javeriana.edu.co ; lf.pradas@javeriana.edu.co

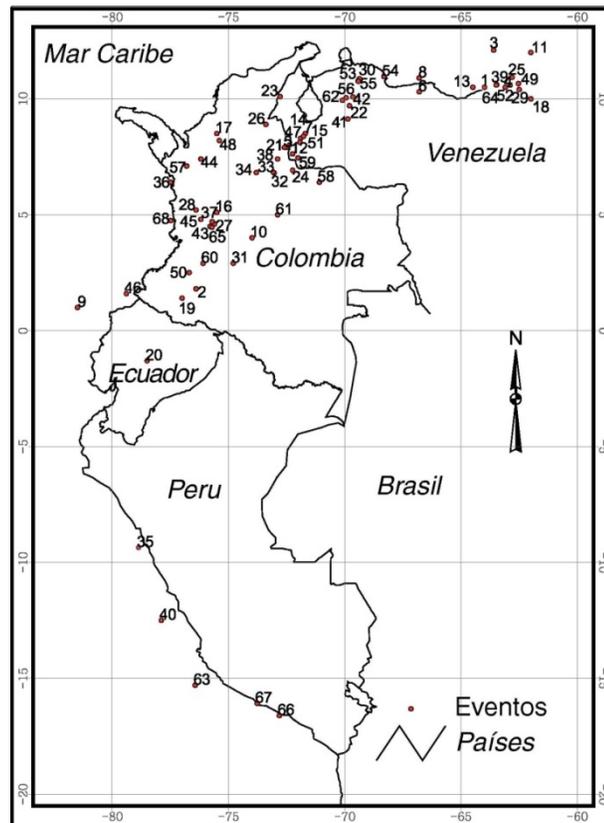
En la gran mayoría de casos, los estudios de atenuación de la intensidad realizan regresiones de la intensidad o de niveles de diferencia de intensidad en función de la distancia, lo que implica correlacionar variables continuas con variables discretas. Las ecuaciones resultantes no producen valores discretos de intensidad, sino valores continuos. Las ecuaciones provenientes de la regresión de la intensidad en función de la distancia son usadas para estimar la amenaza condicional de los niveles de intensidad dada una distancia.

Una alternativa a la aproximación del método de regresión directo es desarrollar una función de distribución de probabilidad conjunta mixta (continua-discreta) de la distancia e intensidad.

La base de datos de diferencia de intensidad ( $I-I_0$ ) contra los radios de isosistas equivalentes presentada por Prieto et al. (2012) provee la materia prima para obtener no solo la regresión de la intensidad en función de la distancia (cuyo procedimiento es el normalmente utilizado y que será mostrado más adelante), sino también la distribución de la probabilidad conjunta continua-discreta mixta de la distancia y la intensidad. Esta última aproximación es usada para estimar la probabilidad de excedencia de un nivel de intensidad dado, condicionado a una distancia y a una intensidad epicentral, es decir el objetivo es encontrar la probabilidad condicional  $P\{I \geq i | (I_0, r)\}$ , en la que  $I$  es la intensidad en un sitio dado,  $i$  es un nivel de intensidad dada,  $I_0$  es la intensidad epicentral y  $r$  es la distancia.

### Base de datos

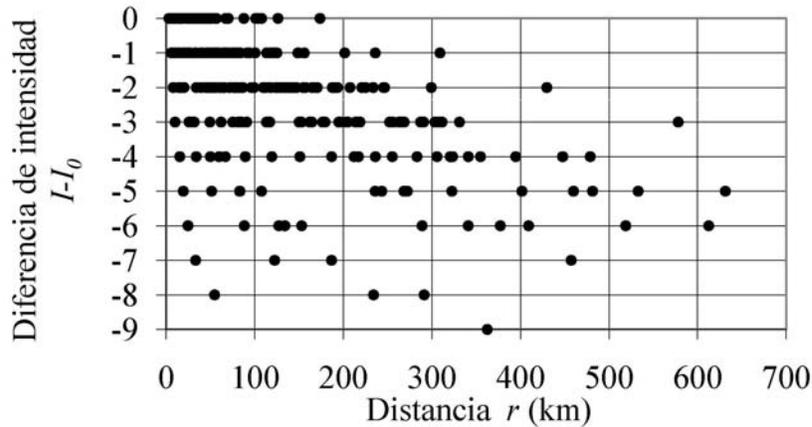
Una de las principales dificultades en el estudio de la atenuación de la intensidad sísmica es la recopilación de una base de datos de intensidades. La base de datos usada en el presente trabajo incluye 68 sismos ocurridos en la parte norte de Suramérica, principalmente en Colombia entre 1766 y 2004. El área de estudio está afectada por la compleja interacción entre las placas de Nazca, la suramericana y la placa Caribe. El mapa del área de estudio y la ubicación de 68 sismos seleccionados se presenta en la Figura 1. En la Tabla 1 del artículo complementario (Prieto et al., 2012) se presenta la lista de los eventos con sus principales características.



**Figura 1: Ubicación de los sismos usados en el presente estudio. Las principales características de los eventos presentados se pueden consultar en la Tabla 1 de Prieto et al. (2012).**

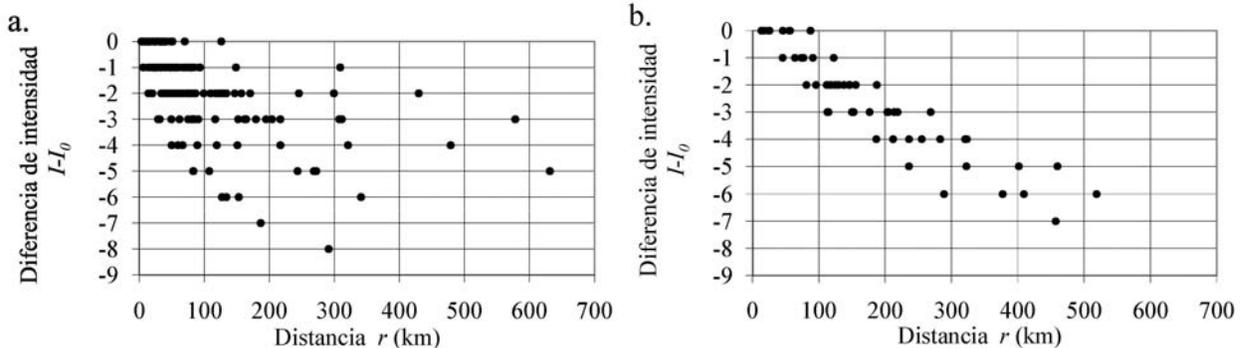
Un aspecto importante para desarrollar ecuaciones de atenuación y/o distribuciones de probabilidad de intensidad es la definición de la distancia para cada isosista. En este trabajo se utilizó el radio equivalente de cada isosista para cada uno de los contornos de los mapas de isosistas siguiendo el procedimiento propuesto por Ambraseys y Douglas (2004). En la Tabla 2 del artículo complementario Prieto et al., (2012) se presentan los radios equivalentes y las intensidades para los sismos mostrados en la Figura 1.

La totalidad de la base datos expresado en el espacio  $(I-I_0, r)$  se muestra en la Figura 2, donde se observa una distribución no uniforme de los datos, es decir, la mayor parte se concentra hasta diferencias de intensidades de -6.



**Figura 2: Diferencia entre intensidad epicentral e intensidad local en función del radio equivalente.**

Se tomaron para análisis dos subgrupos de datos. Un subgrupo está comprendido por sismos corticales superficiales con profundidad estimada menor a 40 kilómetros en Colombia y el occidente de Venezuela (sismos superficiales), y el otro subgrupo comprende sismos de subducción en la región del Océano Pacífico asociados con la interacción entre las placas de Nazca y la Suramericana en Colombia. Sismos de Ecuador y Perú no fueron usados para los modelos debido a la escasez de los datos y a las diferencias en el ambiente tectónico. La Figura 3 muestra la distribución de la diferencia de la intensidad,  $I-I_0$ , versus la distancia (radio equivalente) para los dos subgrupos.



**Figura 3: Subgrupos de datos de diferencia de intensidad  $I-I_0$ , versus distancia. a) sismos superficiales y, b) sismos de subducción.**

### Ecuación de atenuación de la intensidad

En este aparte se desarrollará una ecuación de atenuación para los dos subgrupos mostrados anteriormente, con el procedimiento clásico de regresión directa.

Un hecho bien conocido es que al menos dos factores están relacionados a los fenómenos de atenuación: Primero, la atenuación geométrica por el cual el frente de ondas se incrementa en superficie con la distancia, y consecuentemente la energía se distribuye sobre esta superficie y segundo la atenuación inelástica, causada por la disipación de la energía de

las ondas a medida que atraviesa los materiales internos de la tierra (Gasperini, 2001). El modelo de atenuación adoptado es el propuesto por Gupta y Nuttli (1976):

$$\Delta I = C_1 + C_2 \cdot R + C_3 \cdot \text{Log}_{10} r \quad (1)$$

donde  $\Delta I$  es la diferencia entre  $I$ , el valor de la intensidad en la escala de Mercalli Modificada (MMI) a una distancia dada (radio de la isosista equivalente), e  $I_0$ , la intensidad epicentral MMI.  $C_1$  es el término independiente,  $C_2$  es el coeficiente inelástico,  $C_3$  es el coeficiente de atenuación geométrica y  $r$  es el radio equivalente de la isosista.

El índice de desempeño para cada regresión fue la desviación estándar  $\sigma$  tipo 1 definida como:

$$\sigma = \left( \frac{\sum (error^2)}{n-1} \right)^{1/2} \quad (2)$$

donde  $n$  es el número de datos y  $error$  es la diferencia entre los puntos observados y los estimados.

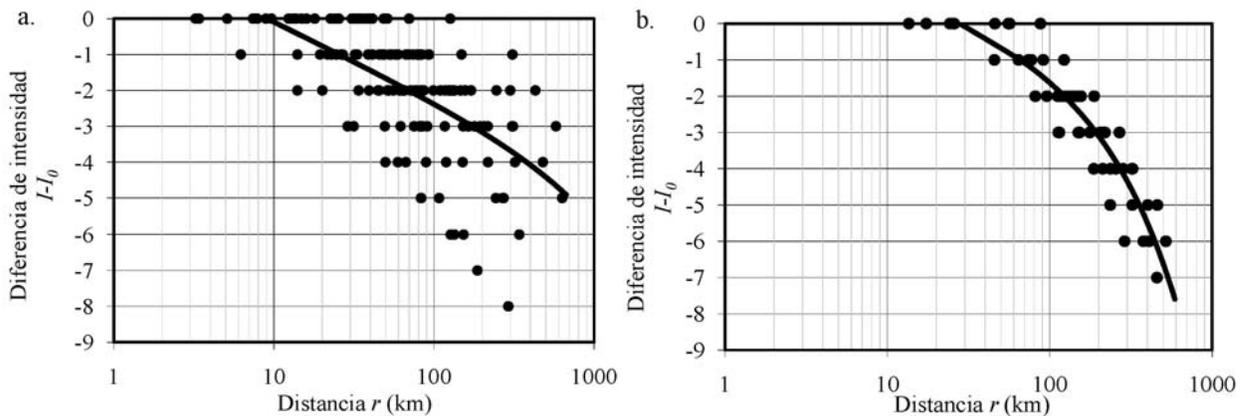
Un modelo de regresión directa se aplicó a las dos agrupaciones de sismos. La ecuación de atenuación de la intensidad para sismos superficiales está dada por:

$$I - I_0 = 2.0971 - 0.0012708 \cdot r - 2.1778 \cdot \text{Log}_{10} r ; \sigma = 1.29 \quad (3)$$

Para sismos de subducción es:

$$I - I_0 = 2.7188 - 0.0094801 \cdot r - 1.7026 \cdot \text{Log}_{10} r ; \sigma = 0.67 \quad (4)$$

La Figura 4 presenta las ecuaciones de atenuación para sismos superficiales y sismos de subducción junto con los pares de puntos de radios equivalentes e isosistas para cada agrupación.



**Figura 4: Ecuación de atenuación de intensidad para: a) sismos superficiales y, b) sismos de subducción.**

El modelo de subducción presenta dos etapas diferentes, la primera con una tasa de atenuación similar a la del modelo superficial para distancias hasta de 100 km y la segunda etapa con una pendiente más inclinada comenzando desde los 100 km (Fig 4). En este caso un modelo bilineal similar al propuesto por Gasperini (2001) podría ser considerado si más isosistas fueran disponibles. El modelo superficial muestra una pendiente más estable con una tasa de atenuación mayor que la ecuación para los sismos de subducción.

Las ecuaciones de atenuación obtenidas fueron comparadas con otras desarrolladas en la región. Villacis et al. (1994) trabajó con 23 sismos y 1104 puntos de observación para producir dos modelos de atenuación, uno para sismos de subducción y otro para sismos intraplaca para condiciones promedio de suelo en Ecuador.

$$I = 1.70 \cdot M - 4.82 \cdot \text{Log}(R) + 3.97; \sigma = 1.64 \text{ (Subducción)} \quad (5)$$

$$I = 1.55 \cdot M - 3.72 \cdot \text{Log}(R) + 1.97; \sigma = 1.39 \text{ (Intraplaca)} \quad (6)$$

donde  $M$  es la magnitud y  $R$  es la distancia epicentral. Gómez and Salcedo (2002) presentaron dos modelos de atenuación de la intensidad para Colombia, basados en 34 mapas de isosistas, un modelo para sismos superficiales con profundidades iguales o menores que 20 km, y otro para profundidades intermedias con profundidades hasta de 60 km (incluyendo las del primer grupo)

$$I = I_0 - 0.019(R - 15) - 0.76 \cdot \text{Ln}(R - 15) \text{ (Superficial, } h \leq 20 \text{ km)} \quad (7)$$

$$I = (2.3 \cdot m_b - 6.8) \cdot 1.1 \cdot R^{-0.06} \cdot e^{-0.01 \cdot R} \text{ (Intermedio, } h \leq 60 \text{ km)} \quad (8)$$

donde  $m_b$  es la magnitud de ondas internas y  $R$  es la distancia epicentral. Este modelo fue sugerido para distancias epicentrales iguales o mayores a 15 km. Bakun et al. (2003) analizaron 12 sismos para determinar relaciones de atenuación para la región de Cascadia en el Pacífico Noroeste de Norte América.

$$I = -0.54 + 1.68 \cdot M_w - 0.00513 \cdot R - 1.80 \cdot \text{Log}(R) \quad (9)$$

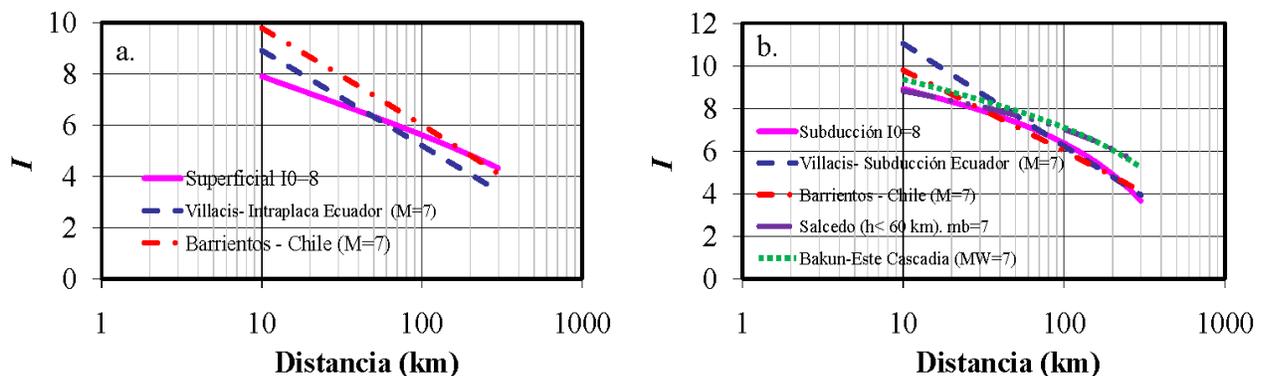
donde  $M_w$  es la magnitud momento y  $R$  es la distancia epicentral en kilómetros.

Finalmente, el modelo de Barrientos para atenuación de la intensidad es referenciado en Saragoni et al. (2004). Barrientos considera 966 datos de 74 sismos que tuvieron lugar entre 1906 y 1977 en Chile, especialmente de tipo cortical y profundidades focales menores que 120 km. El modelo de Barrientos es:

$$I = 1.3844 \cdot M_L - 3.7355 \cdot \text{Log}R - 0.0006 \cdot R + 3.8461 \quad (10)$$

donde  $M_L$  es la magnitud Richter y  $R$  es la distancia hipocentral.

La Figura 5a muestra la comparación entre el modelo para sismos superficiales (ecuaciones 3) ( $I_0 = 8$ ), el modelo de sismos intraplaca de Villacis et al. (1994) ( $M = 7.0$ ), y la ecuación de Barrientos ( $M_L = 7.0$ ). La Figura 5b presenta la comparación entre el modelo para sismos de subducción (ecuación 4) ( $I_0 = 8$ ), el modelo de subducción de Villacis et al. (1994) ( $M = 7.0$ ), el modelo de Gómez y Salcedo (2002) para profundidades superficiales e intermedias (para  $I_0 = 8$ ) ( $m_b = 6.5$ ), la formulación de Bakun et al. (2002) para la región de Cascadia (suponiendo  $M_w = 7.0$ ), y la ecuación de Barrientos ( $M_L = 7.0$ ).



**Figura 5: Ecuaciones de atenuación de la intensidad reportadas y el modelo propuesto para: a) sismos superficiales; b) sismos de subducción.**

El modelo derivado para atenuación de la intensidad para sismos superficiales tiene una pendiente menos pronunciada que los modelos propuestos por Villacis et al. (1994) y Barrientos (Figura 5a). La explicación para esta diferencia de pendientes puede descansar en el tipo de sismos usados para derivar las ecuaciones de atenuación. Barrientos considera sismos chilenos de tipo corticales, los cuales de acuerdo a registros instrumentales muestran altos valores de PGA en tanto que Villacis et al. (1994) incluyen en su base de datos eventos intraplaca con profundidades focales mayores que 40 km. Por otro lado, el modelo de subducción propuesto muestra forma y pendiente similar a las ecuaciones dadas por Bakun et al. (2002) para la zona de Cascadia y para el modelo de sismos con profundidades menores a 60 km de Gómez y Salcedo (2002). El modelo de Villacis et al. (1994) describe una línea de atenuación recta más pendiente, similar en forma pero no en inclinación a la del modelo de Barrientos.

Se puede decir que el mecanismo de subducción de la placa de Nazca en la placa Suramericana no es la misma a lo largo de la traza de falla. La tasa de atenuación más fuerte es observada en el modelo ecuatoriano, mientras que pendientes más suaves aparecen en la parte Colombiana. El modelo de atenuación para la parte chilena se encuentra en las dos primeras mencionadas. Las diferencias podrían atribuirse a aspectos tales como la edad de las placas que están convergiendo, velocidad de convergencia y caída de esfuerzos (Saragoni et al., 2004). Saragoni et al. (2004) analizaron los daños causados para cada tipo de sismos chilenos de acuerdo al umbral de daño en términos de niveles de intensidad. Ellos establecen que un grado VI en la escala de Mercalli Modificada representa un umbral de daño para casas débiles (construcciones en mampostería no reforzada y adobe) en Chile. En Colombia se pueden encontrar tipos similares de construcción en regiones rurales por lo que el mismo umbral puede ser aplicado a esta área. Por lo que de la Figura 5 se puede inferir que los sismos de subducción podrían causar mayor daño a distancias más lejanas del epicentro (mayores a 120 km) que los sismos superficiales (más de 70 km).

Las ecuaciones de atenuación obtenidas pueden usarse conjuntamente con las desviaciones estándar para calcular las probabilidades de exceder un nivel dado de intensidad, dato objetivo en un modelo de riesgo sísmico. Sin embargo, hay otras alternativas para obtener dichas probabilidades, y en especial una que suministra directamente esos valores de probabilidad. Nótese en las Figuras 4a, 4b, 5a y 5b que las líneas de atenuación son consistentes con las regresiones si las variables en ambos ejes son continuas. Sin embargo, se tiene por un lado variables discretas (intensidades o diferencia de intensidades) y por el otro variables continuas (distancias, radios equivalentes). Por lo anterior, se decidió utilizar un enfoque diferente, que intenta construir funciones de probabilidad mixtas, discretas-continuas, a partir de, por un lado, las distribuciones de distancia (continuas), y por otro lado, funciones discretas (intensidades o diferencia de intensidades) mediante el teorema de Bayes. El procedimiento se describe en la siguiente sección.

## DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES DE INTENSIDADES

Las funciones mixtas de probabilidad suministran directamente las probabilidades de estar o exceder en un nivel dado de intensidad, que es el objetivo perseguido en los modelos de riesgo. La probabilidad condicional de alcanzar o exceder un nivel de intensidad,  $i$ , dada una intensidad epicentral  $I_0$  y una distancia  $r$  se puede expresar como:

$$P[(I \geq i) | (I_0, r)] = P[((I - I_0) \geq -j) | (r)] \quad (11)$$

donde  $j = I_0 - i$  es la diferencia de intensidad. Note que  $j$  puede tomar los valores  $0, 1, 2, \dots, I_0 - 1$ . Cambiando el signo de la diferencia de la intensidad, la ecuación (11) queda:

$$P[(I \geq i | (I_0, r)] = P[((I_0 - I) \leq j) | (r)] = \sum_{k=0}^j P[((I_0 - I) = k) | (r)] \quad (12)$$

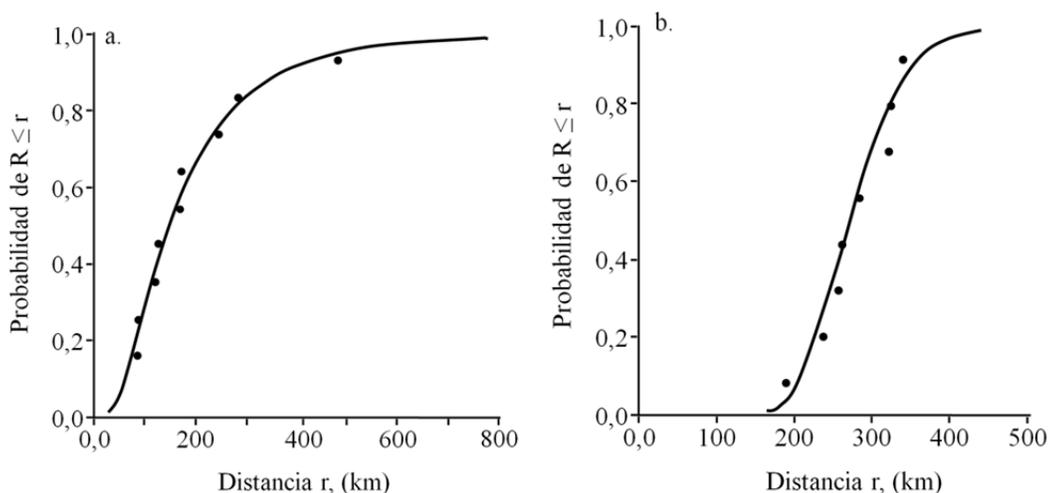
Cada término del lado derecho de la ecuación (12),  $P[((I_0 - I) = k) | (r)]$ , correspondiente a la probabilidad de estar en un nivel de diferencia de intensidad  $I_0 - I = k$  dada una distancia  $r$ , se puede evaluar por medio del teorema de Bayes de la siguiente forma:

$$P[(I_0 - I) = k | (r)] = \frac{P[(r) | ((I_0 - I) = k)]P[((I_0 - I) = k)]}{\sum_{k=0}^{j_{\max}} \{P[(r) | ((I_0 - I) = k)]P[((I_0 - I) = k)]\}} \quad (13)$$

donde  $P[r | ((I_0 - I) = k)]$  es la probabilidad condicional de la distancia  $r$ , dada un nivel de diferencia de intensidad  $k$ . Esas probabilidades se pueden obtener de las distribuciones condicionales de la distancia a cada valor de diferencia de intensidad, basados en los datos de frecuencia sobre las líneas horizontales de una base de datos como las mostradas en la Figura 3. Además se necesita calcular  $P[(I_0 - I) = k]$ , probabilidad de estar en un nivel de diferencia de intensidad, en la ecuación (13). Esas probabilidades se obtienen de la distribución de diferencia de intensidades en una base de datos como la mostrada en la Figura 3. El cálculo de esas probabilidades se detalla en la siguiente sección.

### Distribución de probabilidad condicional de la distancia dada una diferencia de intensidad

Para obtener la distribución condicional de la distancia dada una diferencia de intensidad, se organizaron los datos en las líneas horizontales de la Figura 3 y se representaron con funciones de distribución acumulada lognormal, (CDF, por las siglas en inglés de Cumulative Distribution Function), para varios niveles de diferencia de intensidad y para los subgrupos de datos de sismos superficiales y de subducción. Se usaron gráficos para 6 niveles de diferencia de intensidad  $I_0 - I = 0, 1, 2, 3, 4$  y 5 para el subgrupo de sismos superficiales, con al menos 10 distancias. Mientras que para el grupo de subducción se usaron 5 niveles de diferencia de intensidad  $I_0 - I = 0, 1, 2, 3$ , y 4 con al menos 8 distancias. La Figura 6 muestra resultados típicos, incluyendo en cada caso el ajuste a la CDF lognormal.



**Figura 6: CDF de la distancia para  $I_0 - I = 4$ . a) Sismos superficiales; b) Sismos de subducción.**

Se ejecutó la prueba de bondad Kolmogorov-Smirnov, K-S, para cada uno de los 11 juegos de datos analizados, es decir, a 6 niveles de diferencia de intensidad para los eventos superficiales y a los 5 niveles para los eventos de subducción y para el 5% de nivel de significancia (sl). La prueba K-S usa la máxima desviación  $D_{max}$  entre la distribución acumulada hipotética y un histograma acumulativo de los datos. Este valor,  $D_{max}$ , tiene una distribución que depende del tamaño de la muestra. Por lo tanto, es posible seleccionar un valor crítico  $D_{max}$  que refleja alguna probabilidad que los datos se ajusten a una distribución propuesta. Si la probabilidad es 0.8, el nivel de significancia es  $(1-0.8)/2 = 0.10$  o 10%. Valores comunes para el nivel de significancia son 10%, 5% y 1%. La Tabla 1 muestra los resultados de la prueba K-S para el 5% de nivel de significancia para los sismos superficiales y para los de subducción.

La Tabla 1 muestra que en todos los casos, la prueba K-S acepta la función de distribución lognormal para un 5% de nivel de significancia. A pesar que se consideraron otras distribuciones, se seleccionó la lognormal debido a su simplicidad y porque cumple con la prueba K-S. Los parámetros obtenidos de las funciones de distribución lognormal se muestran en la Tabla 2. La Tabla 2 entrega los datos de entrada para estimar la probabilidad condicional de estar dentro de un intervalo de distancia para solamente hasta 5 niveles de diferencia de intensidad. La ecuación (13) requiere las probabilidades condicionales para todas las diferencias de intensidades, desde 0 hasta 11, o al menos hasta  $I_0 - 1$ . Parámetros para las distribuciones lognormal correspondiente a diferencias de intensidad diferentes a las mostradas en la Tabla 2 se estimaron de la siguiente forma. Se realizó una regresión de las distancias medianas y las desviaciones estándar del logaritmo natural  $\sigma_{ln}$  de la distancia en términos de la diferencia del nivel de intensidad, para los sismos superficiales y los de subducción. Como condición de frontera, en  $I_0 - I = 11$ , se supuso que la distancia mediana correspondiente se aproxima al infinito, mientras que, correspondientemente, la desviación estándar,  $\sigma_{ln}$ , debe tender a

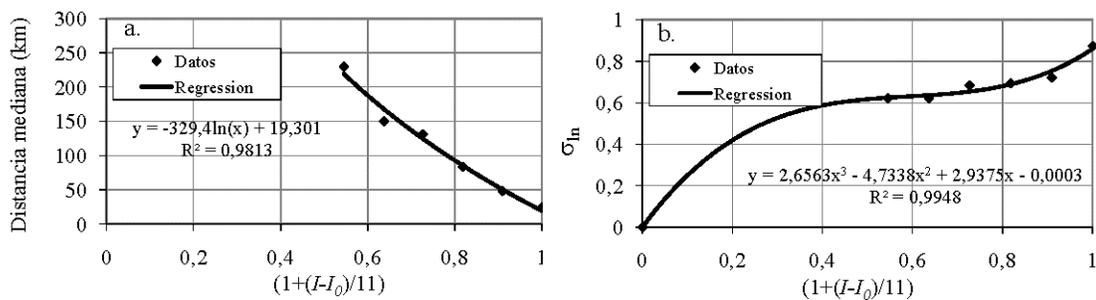
0. Las regresiones se desarrollaron en el eje transformado  $1 - (I_0 - I)/11$ , que varía entre 0 y 1. Las Figuras 7 y 8 muestran los datos y las regresiones correspondientes.

**Tabla 1: Resultados de la prueba K-S (distribuciones condicionales lognormales).**

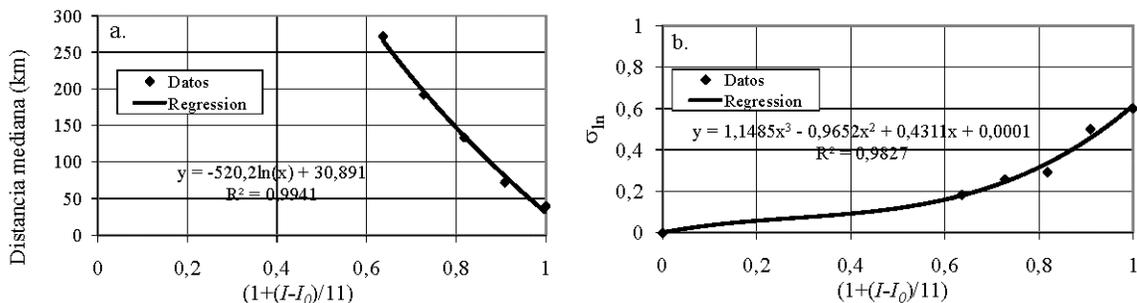
Sismos superficiales						
$I_0 - I$	0	1	2	3	4	5
Dmax para la prueba K-S a 5% de nivel de significancia	0.25	0.24	0.25	0.28	0.41	0.41
Dmax obtenida de la CDF LogNormal	0.15	0.07	0.12	0.13	0.11	0.15
Sismos de subducción						
$I_0 - I$	0	1	2	3	4	
Dmax para la prueba K-S a 5% de nivel de significancia	0.41	0.41	0.38	0.38	0.46	
Dmax obtained from the LogNormal CDF	0.22	0.17	0.23	0.19	0.19	

**Tabla 2: Parámetros obtenidos para las funciones de distribución lognormal de la distancia dada una diferencia de intensidad.**

Diferencia de intensidad $I_0 - I$	Sismos superficiales		Sismos de subducción	
	Distancia Mediana (km)	Desviación estándar, $\sigma_{ln}$	Distancia mediana (km)	Desviación estándar, $\sigma_{ln}$
0	23.911	0.874	39.711	0.601
1	48.229	0.721	72.100	0.500
2	83.689	0.694	133.710	0.292
3	131.073	0.684	191.980	0.257
4	149.984	0.622	271.670	0.182



**Figure 7: a) Regresión de la distancia mediana y, b)  $\sigma_{ln}$  sobre el eje transformado  $1 - (I_0 - I)/11$ . Sismos superficiales.**



**Figure 8: a) Regresión de la distancia mediana y, b)  $\sigma_{ln}$  sobre el eje transformado  $1 - (I_0 - I)/11$ . Sismos de subducción.**

Las regresiones se desarrollaron por el método de mínimos cuadrados. Se intentaron formas funcionales exponenciales y logarítmicas para la distancia mediana. Las mostradas en las Figuras 7 y 8 entregaron los coeficientes de correlación más altos (los coeficientes de correlación cuadrados para las funciones logarítmicas exceden 0.98, mientras que para las funciones exponenciales levemente excedían 0.92).

Los  $\sigma_{\ln}$  se ajustaron a polinomios cúbicos, los cuales mostraron el mejor ajuste a los datos y a la condición de frontera. Polinomios cúbicos cumplían los dos criterios, altos coeficientes de correlación y forma decreciente monotónica. (Polinomios de orden mayor no decrecen monotónicamente dentro del rango de valores). Los resultados se muestran en la Tabla 3.

La evaluación de los términos  $P[(r) | ((I_0 - I) = k)]$  en la ecuación (13) es ahora sencillo. Ellos se puede calcular de

$$P[(r) | ((I_0 - I) = k)] = \int_{r-\Delta r}^{r+\Delta r} \frac{1}{x\sqrt{2\pi}} e^{-1/2 \left( \frac{\ln(\text{median}) - \ln x}{\sigma_{\ln}} \right)^2} dx \quad (14)$$

donde *median* es el valor de la distancia mediana para el nivel de diferencia de intensidad  $k$ ,  $\sigma_{\ln}$  es la desviación estándar correspondiente, ambos tomados de la Tabla 3 y  $x=r$  se toma como el centro del intervalo de distancia ( $r-\Delta r$ ,  $r+\Delta r$ ).  $\Delta r$  se puede tomar como 1 km, que significa que intervalos de 2 km se seleccionan para evaluación de la ecuación (14).

**Tabla 3: Parámetros para las funciones de distribución lognormal de la distancia dada una diferencia de intensidad, recomendada para cálculos.**

Diferencia de intensidad $I_0 - I$	Superficiales Distancia mediana (km)	Superficiales Desviación estándar $\sigma_{\ln}$	Subducción Distancia mediana (km)	Subducción Desviación estándar $\sigma_{\ln}$
0	19.301	0.860	30.891	0.615
1	50.700	0.754	80.469	0.457
2	85.410	0.689	135.274	0.336
3	124.212	0.654	196.541	0.245
4	168.203	0.637	266.000	0.180
5	218.986	0.6246	346.185	0.134
6	279.050	0.606	441.023	0.104
7	352.563	0.570	557.095	0.084
8	447.337	0.502	706.739	0.069
9	580.913	0.393	917.650	0.053
10	809.264	0.230	1278.204	0.032
11	Infinito	0	Infinito	0

### Probabilidades de una diferencia de intensidad

El cálculo de la probabilidad de una diferencia de intensidad o distribuciones requirió el uso de funciones de distribución de frecuencia discretas obtenidas de los datos, análogos a las funciones de distribución de masa (MDF). Estos fueron modelados con funciones de distribución de frecuencias Geométrica y de Poisson para los sismos superficiales y de subducción. Las Figuras 9a y 10a muestran los resultados para los sismos superficiales y de subducción, respectivamente. La distribución geométrica está relacionada con el número de intentos hasta la primera ocurrencia de un evento en una secuencia de Bernoulli. Se utilizó únicamente para comparación como un ejemplo de una función discreta. Una primera observación de estas figuras podría sugerir una posible característica bimodal debido a que después de alcanzar su máximo, las frecuencias no decrecen monotónicamente, sino que se nota un segundo pico más pequeño. Por lo que se usó una distribución de Poisson bimodal (TBP, por las siglas en inglés de Truncated Bimodal Poisson) definida como:

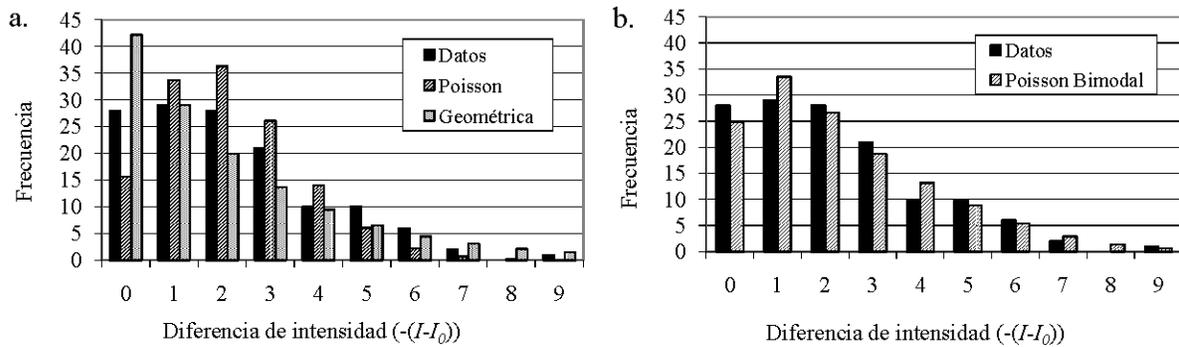
$$P[(I_0 - i = k)] = a \frac{\lambda_1^k e^{-\lambda_1}}{k!} + b \frac{\lambda_2^k e^{-\lambda_2}}{k!} \quad (15)$$

donde  $a$ ,  $b$ ,  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  son parámetros de la distribución.

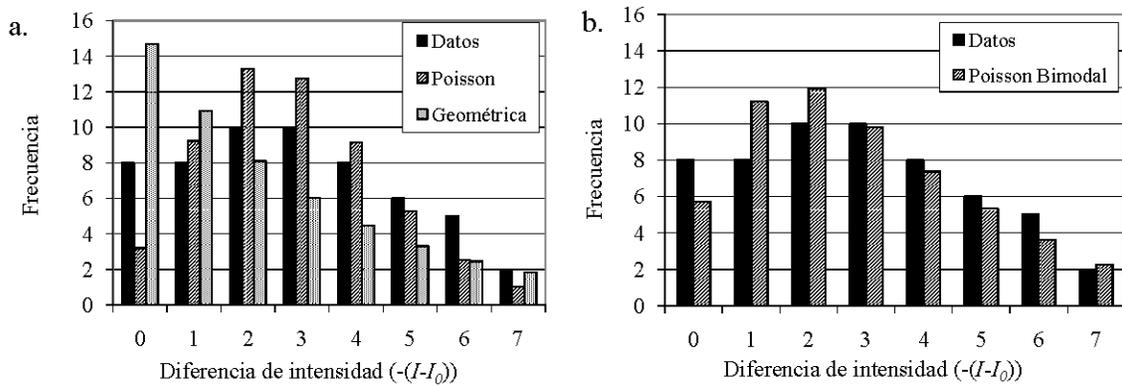
Dado que la prueba de bondad K-S es aplicable únicamente a variables continuas, la prueba de bondad Chi-cuadrado,  $\chi^2$ , se aplicó a cada nivel de diferencia de intensidad al 5% de nivel de significancia. Esta prueba compara el ajuste entre un histograma dado y una función de probabilidad de masa o una función de un histograma de un modelo. La comparación usa la desviación normalizada cuadrada de los datos,  $\max \chi^2$ , y la compara con un valor de referencia para un nivel de significancia dado dependiendo de los grados de libertad (puntos de datos independientes). La Tabla 4 muestra los resultados de las distribuciones Poisson unimodal y Geométrica. Se observa de la Tabla 4 que únicamente la distribución de Poisson para eventos de subducción pasa la prueba  $\chi^2$  al 5% de nivel de significancia.

Los parámetros para la TBP en la ecuación (15) se obtuvieron minimizando el valor de la suma de la prueba de bondad  $\chi^2$ . Los parámetros ajustados se muestran en la Tabla 5. Esta tabla muestra que la distribución TBP pasa la prueba  $\chi^2$  al 5% del nivel de significancia para eventos superficiales y de subducción. Por lo tanto, la distribución TBP de la ecuación (15), con los parámetros dados en la Tabla 5 es recomendada para representar la distribución TBP de las diferencias de intensidad.

Las Figuras 9b y 10b muestran los resultados para sismos superficiales y de subducción respectivamente, y la comparación de los datos con el modelo TBP del nivel de significancia para eventos superficiales y de subducción. Por lo tanto, la distribución TBP de la ecuación (15), con los parámetros dados en la Tabla 5 es recomendada para representar la distribución TBP de las diferencias de intensidad.



**Figura 9: Funciones de frecuencias de la diferencia de intensidad. Sismos superficiales. a) Datos y modelos Geométrico y Poisson; b) Datos y modelo Poisson Bimodal.**



**Figura 10: Funciones de frecuencias de la diferencia de intensidad. Sismos de subducción. (a) Datos y modelos Geométrico y Poisson (b) Datos y modelo Poisson Bimodal.**

**Tabla 4: Prueba de bondad Chi-cuadrado para distribuciones de Poisson unimodal y distribución geométrica de diferencia de intensidad de sismos superficiales y de subducción.**

	Sismos superficiales		Sismos de subducción	
	Distribución Poisson	Distribución Geométrica	Distribución Poisson	Distribución Geométrica
Suma para $\chi^2$	47.72	17.00	12.27	14.59
Max $\chi^2$ a 5% de nivel de significancia	15.70	15.70	12.70	12.70
Grados de libertad	8	8	6	6

**Tabla 5: Parámetros de la distribución de Poisson bimodal truncada que representa las probabilidades de estar en un nivel de diferencia de intensidad dado, recomendado para cálculos.**

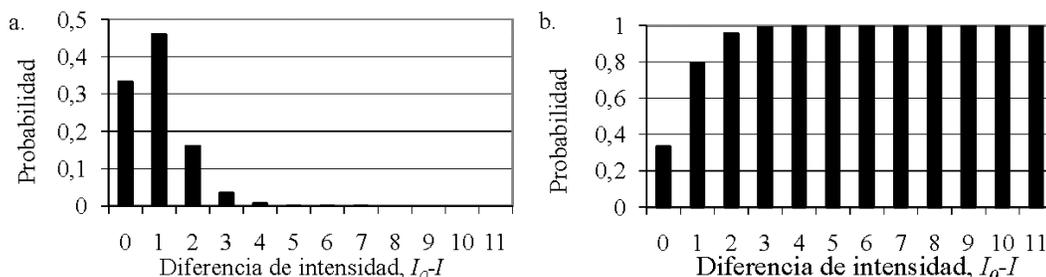
Parámetro	Sismos superficiales	Sismos de subducción
$a$	0.596	0.570
$b$	0.424	0.430
$\lambda_1$	1.221	1.827
$\lambda_2$	3.800	4.557
Suma para la prueba $\chi^2$ test	4.300	4.700
Max $\chi^2$ a 5% nivel de significancia	11.200	7.810
Grados de libertad	5	3

Ahora se presenta un ejemplo de la evaluación de las probabilidades de amenaza de intensidad de un sismo superficial a una distancia de 30 km. Los resultados son dados en la Tabla 6 y son mostrados en la Figura 11.

**Tabla 6: Ejemplo de la evaluación de las probabilidades de un evento superficial a 30 km de distancia.**

$I_o-I$	$P[(r)/(I_o-I=k)]$ de la ecuación (14) y Tabla 3	$P[(I_o-I=k)]$ de la ecuación (15) y Tabla 4	$P[(r)/(I_o-I=k)] * P[(I_o-I=k)]$	$P[(I_o-I=k)/r]$ del teorema de Bayes, ecuación (13)	Probabilidad de excedencia $P[((I_o-I) \geq j)/r]$ de las ecs. (11) y (12)
0	0.0271	0.1816	0.0049	0.3338	0.3338
1	0.0277	0.2458	0.0068	0.4606	0.7945
2	0.0122	0.1956	0.0024	0.1614	0.9559
3	0.0038	0.1374	0.0005	0.0357	0.9917
4	0.0011	0.0968	0.0001	0.0070	0.9987
5	0.0003	0.0653	1.76E-05	0.0012	0.9999
6	5,08E-01	0.0397	2.02E-06	0.0001	0.9999
7	4,07E-02	0.0212	8.64E-08	5,85E-02	1.000
8	2,84E-04	0.0100	2.86E-10	1,94E-04	1.000
9	3,34E-10	0.0042	1.42E-16	9,60E-11	1.000
10	4,10E-42	0.0016	6.6E-49	4,47E-44	1.000
11		0.0006	0	0	1.000
Suma		1.000	0.0148	1.000	

Note de la Figura 11 y la Tabla 6 que la diferencia de intensidad dominante para este ejemplo es 1 (probabilidad de 0.46). Por lo tanto, si la intensidad epicentral fuera X, la intensidad en el sitio sería  $X-1=IX$ . Igualmente, la probabilidad de estar en o exceder la intensidad IX sería 0.79, mientras que la probabilidad de estar en o exceder la intensidad VIII sería 0.96.



**Figura 11: Probabilidad de niveles de amenaza de intensidad para un sismo superficial a  $r = 30$  km. a) Probabilidad de estar en una diferencia de intensidad a  $r = 30$  km; b) Probabilidad de estar o exceder  $I_0 - I$  a 30 km.**

## CONCLUSIONES

En una primera parte se explota el método comúnmente utilizado de regresión directa con base en los datos presentados en Prieto et al. (2012), y las ecuaciones de atenuación obtenidas se comparan con otras presentadas para la región.

Por otro lado, se usa conjuntamente tanto las probabilidades condicionales continuas de la distancia dado una diferencia de intensidad como las probabilidades discretas de diferencias de intensidad para estimar la probabilidad de estar en o exceder un rango de intensidad dado a una distancia dada del epicentro. Se encuentra que las funciones de distribución lognormal representan adecuadamente las distribuciones condicionales de la distancia para una diferencia de intensidad dada.

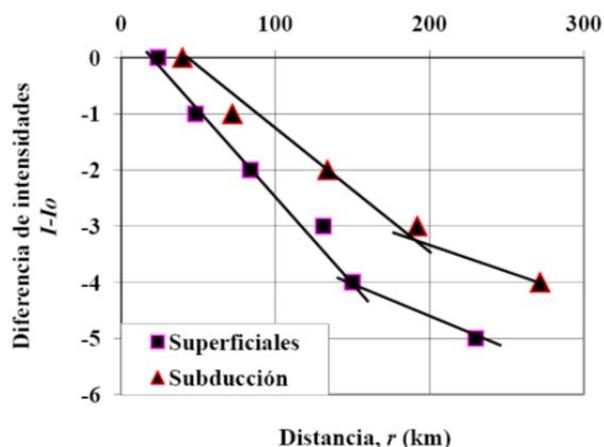
Las regresiones de la mediana de la distancia sobre la diferencia de intensidad (más exactamente en el eje transformado  $(1 - (I_0 - I)/11)$ ) mostraron altos coeficientes de correlación, (mayores que 0.9899) para sismos superficiales y de subducción. Estos resultados enfatizan la robustez del método probabilístico propuesto. Las regresiones se usaron para extrapolar los parámetros de distribución para niveles  $I_0 - I$  no cubiertos por los datos.

La desviación estándar del logaritmo natural,  $\sigma_{ln}$ , de la distribución de la distancia dada diferencias de intensidad empiezan a disminuir desde 0.86 y 0.61 a  $I - I_0 = 0$  para los eventos superficiales y de subducción respectivamente. Esos valores iniciales reflejan la incertidumbre del tamaño de la isosista epicentral. Aunque factores como la profundidad de la fuente afectan la distribución de la intensidad sísmica, la influencia de la profundidad no pudo ser considerada en el modelo probabilístico, aparte de usar eventos superficiales con profundidades menores a 40 km, debido a las altas incertidumbres de la profundidad en la base de datos histórica.

Se encontró que la distribución bimodal de Poisson es un buen modelo para representar la distribución de diferencias de intensidades. Una posible razón física para la representación bimodal es la reflexión de las ondas en la frontera entre la litósfera y la astenósfera. El resultado neto es una variación en la tasa de atenuación de la intensidad. El efecto de las ondas reflejadas desde la discontinuidad de Moho sobre los movimientos fuertes ha sido reportado por varios investigadores (Catchings y Kohler, 1996; Mori y Helmberger, 1996; Liu y Tsai, 2009). El aspecto bimodal de la distribución de diferencia de intensidades no se puede observar con la metodología convencional de regresión directa, dada la forma funcional genérica de la ecuación de atenuación (ecuación 1).

La Figura 12 presenta los valores de la mediana de la distancia junto con la diferencia de intensidades para la base de datos separados en los sismos superficiales y los de subducción. Se observa claramente una variación brusca en la atenuación de la intensidad con la distancia para diferencias de intensidades entre 3 y 4 para sismos de subducción y entre 4 y 5 para sismos superficiales para distancias mayores a 150 kilómetros. Es un hecho el fenómeno de reflexión y refracción cuando las ondas sísmicas atraviesan la frontera de dos medios con rigideces distintas. Consideramos que los

resultados de la Figura 12 le dan fuerza experimental al proceso de alteración de la propagación de las ondas por su recorrido en medios heterogéneos. El comportamiento mostrado y proveniente de información de la totalidad de la base de datos, junto con la modelación probabilística de la diferencia de intensidades con dos modas nos hace reforzar la hipótesis propuesta por otros investigadores (Catchings y Kohler, 1996; Mori y Helmberger, 1996; Liu y Tsai, 2009) del efecto de la atenuación sobre los movimientos del terreno.



**Figura 12: Mediana de la distancia  $r$  en función de la diferencia de intensidad para la base de datos separada en sismos superficiales y de subducción.**

Tanto el análisis probabilístico propuesto en este trabajo, como las ecuaciones de atenuación desarrollados con la metodología convencional, muestran que los sismos de subducción y los superficiales generan diferentes tasas de atenuación en Colombia y el Occidente de Venezuela. Este resultado es consistente con datos de campo de otras regiones (Villacis, et. al., 1994; Bakun et. al., 2002; Saragoni et al., 2004).

Resumiendo, los objetivos de este trabajo fueron: Primero explotar de la mejor manera posible una base de datos limitada, debido a la escasez de información primaria en el desarrollo de ecuaciones de atenuación de la intensidad siguiendo una metodología convencional y segundo, presentar un método alternativo para generar valores de amenaza. El método propuesto se puede ajustar y mejorar a medida que se disponga de información primaria adicional. Mientras tanto, se considera que el método propuesto presenta las bases para el desarrollo de modelos de riesgo para Colombia y el Occidente de Venezuela.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Dr. Anselm Smolka y a Mauricio Rodríguez por su continuo interés y ayuda. Además quisiéramos agradecer al Dr. John Douglas por proveer importantes referencias y valiosos comentarios. Agradecemos a los miembros del Earthquake Engineering Research Facility en el Departamento de Ingeniería Civil de University of British Columbia (Canadá) por el apoyo logístico. Agradecemos a la Pontificia Universidad Javeriana – Bogotá Colombia por su soporte en la parte inicial de esta investigación bajo el Proyecto No 00113.

La base de datos de las intensidades sísmicas se soportan fuertemente en estudios fundamentales de muchos investigadores en Colombia y Venezuela realizados por muchos años con recursos limitados. Los autores agradecen a todos ellos, especialmente a Jesús E. Ramírez, Alberto Sarria y José Grasses.

Finalmente, queremos agradecer por los importantes comentarios realizados por dos revisores desconocidos, los cuales han ayudado a aclarar y mejorar el presente manuscrito.

## REFERENCIAS

- Ambraseys, N.N. (1985). "Intensity-Attenuation and magnitude-intensity relationships for Northwest European earthquakes", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 13, pp. 733-778.
- Ambraseys, N. N., y Douglas J. (2004). "Magnitude calibration of north Indian earthquakes", *Geophysics Journal International*, Vol. 159, pp. 165-206.

- ATC- Applied Technology Council (1985). *Earthquake Damage Evaluation Data for California*, ATC-13, Redwood City, California.
- Bakun, W. H., Haugerud, R. A., Hopper, M. G. y Ludwin R. S. (2002). "The December 1872 Washington State earthquake", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 92, pp. 3239-3258.
- Bakun, W. H., Johnston, A. C. y Hopper M. G. (2003). "Estimating locations and magnitudes of earthquakes in Eastern North America from Modified Mercalli Intensities", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 93, pp. 190-202.
- Catchings, R. D. y Kohler W. M. (1996). "Reflected seismic waves and their effect on strong shaking during the 1989 Loma Prieta, California, earthquake", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 86, pp. 1401-1416.
- Gasparini, P. (2001). "The attenuation of seismic intensity in Italy: a bilinear shape indicates the dominance of deep phases at epicentral distances longer than 45 km", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 91, pp. 826-841.
- Gupta, I., O. y Nuttli, O. (1976). "Spatial attenuation of intensities for central US earthquakes", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 66, No. 3, pp. 743-751.
- IBC (2006). International Building Code, version 2006.
- Liu, K.-S. y Tsai Y.-B. (2009). "Large effects of Moho reflections (SmS) on peak ground motions in Northwestern Taiwan", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 99, pp. 255-267.
- McGuire, R. (2004). *Seismic Hazard and Risk Analysis*, Earthquake Engineering Research Institute, Monograph 10, pp. 221, Oakland, California.
- Mori, J. y Helmberger D. (1996). "Large amplitude Moho reflections (SmS) from Landers aftershocks, Southern California", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 86, pp. 1845-1852.
- Pasolini, C., Gasparini, P., Albarello, D., Lolli, B. y D'Amico, V. (2008 a). "The attenuation of seismic intensity in Italy, Part I: theoretical and empirical backgrounds", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 98, No. 2, pp. 682-691.
- Pasolini, C., Albarello, D. Gasparini, P., D'Amico, V. y Lolli, B. (2008 b). "The attenuation of seismic intensity in Italy, Part II: modeling and validation", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 98, No. 2, pp. 692-708.
- Prieto, J., Ventura, C., Finn, W.D., Ramos, A. y Prada, F. (2012). "Base de datos de intensidad sísmica para Colombia y el Occidente de Venezuela", *Revista Internacional de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil*, Vol. 12, No. 2, pp. 163-182.
- Saragoni, R., Astroza M., y Ruiz S. (2004). "Comparative study of subduction earthquake ground motion of North, Central and South America", *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Paper no.104, Vancouver, Canada.
- Steinbrugge, K. V. (1982). *Earthquakes, Volcanoes and Tsunamis: Anatomy of Hazard*, Skandia America Group, New York.
- Villacis, C., Yamada T., y Kaneko F. (1994). "Attenuation relations for Ecuador", Appendix II, en The Quito, Ecuador, Earthquake Risk Management Project, Escuela Politécnica Nacional, Geohazards International, Orstom-Quito and Oyo Corporation, Quito, Ecuador, pp. 162-181.