



**ESTUDIO DE LA CAPACIDAD, MODO DE  
FALLA Y DEFLEXIONES DE LOSAS DE  
CONCRETO DE DIFERENTES ESPESORES Y  
CUANTÍAS DE REFUERZO CFRP**

**FREDD HERNÁNDEZ OSORIO**

Escuela Colombiana de Ingeniería  
Posgrado en Ingeniería Civil  
Bogotá, D. C. Colombia  
2023

# **ESTUDIO DE LA CAPACIDAD, MODO DE FALLA Y DEFLEXIONES DE LOSAS DE CONCRETO DE DIFERENTES ESPESORES Y CUANTÍAS DE REFUERZO CFRP**

**FREDD HERNÁNDEZ OSORIO**

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Ingeniería Civil

Directora:

Nancy Torres Castellanos, Ph.D.

Escuela Colombiana de Ingeniería  
Posgrado en Ingeniería Civil  
Bogotá, D. C. Colombia  
2023

*DEDICATORIA*

*A mis queridos padres Luis Alejandro e Isabel, de quienes recibí valiosas enseñanzas de vida acerca del amor y los sacrificios por la familia; a mi amada esposa Nancy, quien con espíritu indomable y gran amor por la vida me ayuda a ver el horizonte; a mi hijo Gabriel Alejandro y su familia que son para mi ejemplo de tesón.*

## **Agradecimientos**

A la Ingeniera Nancy Torres, por su dedicación a mi proyecto de grado, lo que me permitió la oportunidad de realizar un trabajo científico interesante, aplicando y afianzando lo aprendido durante la realización de mi posgrado.

A la Universidad Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, especialmente por la acogida de parte del personal científico y de cátedra del laboratorio.

A todo el personal del laboratorio Alejandro Sandino, por su apoyo y acogida fraterna.

---

## Resumen

Desde hace cerca de 100 años la construcción en Colombia se ha fundamentado en los principios de la ingeniería estructural, determinados a través de códigos, con énfasis especial en las propiedades de materiales tales como el concreto y el acero, lo que ha llevado a establecer una tradición en el país de edificaciones construidas a partir de concreto reforzado con barras de acero, en este tipo de estructuras el concreto protege al acero de agresiones externas como, por ejemplo, la corrosión.

No obstante, condiciones ambientales como las que se presentan en el clima de bosques tropicales o también en ambientes marinos, caracterizadas por temperaturas promedio superiores a 25 °C con alta humedad relativa, son propicias para que las estructuras citadas experimenten ataques químicos y/o carbonatación, es así como, si el concreto por alguna razón presenta alta permeabilidad y fisuras, resulta fácilmente vulnerable a degradación y, en consecuencia, el acero al que está recubriendo se hace susceptible a corrosión, reduciendo la durabilidad general de toda la estructura.

Para solucionar esta problemática se probaron nuevas combinaciones de materiales, como fue el caso del concreto reforzado con barras de fibras de vidrio o carbono, encontrándose que los polímeros reforzados con fibra (*Fiber Reinforced Polymers – FRP*) y los compuestos poliméricos reforzados con fibra de carbono (*Carbon Fiber Reinforced Polymer – CFRP*) ofrecían resultados estructurales similares a los de los materiales que se buscaba reemplazar.

Sin embargo, surgieron inconvenientes debido a que, a pesar de que las barras de CFRP ofrecen alta resistencia a la tensión (de dos a tres veces la del acero) provocando que el momento de falla sea más alto, desde el punto de vista mecánico hacen frágil a la estructura debido a que poseen un menor módulo elástico, presentando inconvenientes en cuanto a su serviciabilidad debido a las altas deflexiones.

Teóricamente si se espera que un elemento se agriete en una o más secciones debido a cargas de flexión que afecten su serviciabilidad, hay que tener presente la variación en la rigidez a lo largo de la longitud de dicho elemento, acorde con lo postulado en el ACI Code ACI 440.1R-15 (Teoría de Bischoff, 2011), numeral 24.2.3.5; además, la variación en el espesor de los elementos y la cuantía del refuerzo colocado modifican la rigidez y su resistencia a la flexión. Es así como para calcular el espesor de un elemento sometido a flexión, reforzado internamente con barras de FRP,

---

se permite el uso de la Guía para el Diseño y Construcción de Concreto Estructural Reforzado con barras de FRP (ACI 440.1R-15 - ACI Committee 440, 2022), pero se debe cumplir con las deflexiones requeridas en la tabla 24.2.2 del código ACI Code 440.11-22.

Asimismo, para el cálculo del momento de fisuración  $M_{cr}$  del elemento, se debe seguir el método contemplado en la NSR-10 C.9.5 y el ACI Code 440.11-22, numeral 24.2.3.5, y la capacidad de corte del concreto,  $V_c$ , se encuentra en el ACI Code 440.11-22 22.5.5.1 y NSR-10 C.11-3. Con base en teorías se pueden calcular los espesores necesarios de las losas para que la cuantía del refuerzo de CFRP proporcione la rigidez suficiente de modo que se cumpla con la deformación solicitada para estos elementos.

En la presente investigación se adelantaron experimentos con siete losas, seis de ellas de concreto reforzado con CFRP y una con acero A706 y se analizó su comportamiento bajo cargas aplicadas en el centro de la luz. Los resultados teóricos del cálculo de los elementos ensayados se compararon contra los resultados experimentales obtenidos en el laboratorio, con el objetivo de validar qué tan cercanas están las fórmulas teóricas existentes en la ciencia actual a lo que realmente sucede en estos tipos de estructuras sometidos a cargas.

En la presente investigación se propuso encontrar cómo el cambio de espesor influye en la mejora de la serviciabilidad de elementos como losas y vigas reforzadas con CFRP y se encontró que las estructuras reforzadas con CFRP necesitan una mayor cuantía de refuerzo que aquellas de acero para evitar las grandes deflexiones y la fisuración que se desarrollan en el caso de refuerzo de barras de CFRP. La investigación indicó que la deformación puede ser amortiguada mediante el diseño de estructuras que combinen un mayor espesor de concreto y una mayor cuantía de refuerzo CFRP, dotando a estos elementos de un mayor control sobre el agrietamiento diagonal producido por los esfuerzos cortantes. Como conclusión de la experimentación se pudieron calcular los espesores necesarios de losas para que la cuantía del refuerzo de CFRP proporcione a los elementos estructurales la rigidez suficiente de modo que la deformación y la resistencia a momentos flectores y esfuerzos cortante de estos elementos estén en línea con lo exigido en la norma NSR-10.

## Abstract

For nearly 100 years, construction in Colombia has been based on the principles of structural engineering, determined through codes, with special emphasis on the properties of materials such as concrete and steel, which has led to the establishment of a tradition in the country of buildings built from concrete reinforced with steel bars, in this type of structures the concrete protects the steel from external aggressions such as, for example, corrosion.

However, environmental conditions such as those that occur in the climate of tropical forests or also in marine environments, characterized by average temperatures above 25 °C with high relative humidity, are conducive for the aforementioned structures to experience chemical attacks and/or carbonation, This is how, if the concrete for some reason presents high permeability and cracks, it is easily vulnerable to degradation and, consequently, the steel it is covering becomes susceptible to corrosion, reducing the general durability of the entire structure.

To solve this problem, new combinations of materials were tested, such as concrete reinforced with glass or carbon fiber bars, finding that *fiber reinforced polymers* (FRP) and polymeric compounds reinforced with carbon fiber (*Carbon Fiber Reinforced Polymer* – CFRP) offered structural results like those of the materials they were seeking to replace.

However, problems arose because, although CFRP bars offer high tensile strength (two to three times that of steel) causing the moment of failure to be higher, from a mechanical point of view they make fragile to the structure because they have a lower elastic modulus, presenting drawbacks in terms of serviceability due to high deflections.

Theoretically, if an element is expected to crack in one or more sections due to bending loads that affect its serviceability, the variation in stiffness along the length of said element must be taken into account, in accordance with what is postulated in the ACI Code 440.11-22 (Bischoff Theory, 2011), section 24.2.3.5; Furthermore, the variation in the thickness of the elements and the amount of reinforcement placed modify the rigidity and its resistance to bending. Thus, to calculate the thickness of an element subjected to bending, internally reinforced with FRP bars, the use of the Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP bars (ACI

---

440.1R-15 - ACI Committee) is permitted. 440, 2022), but the deflections required in table 24.2.2 of ACI Code 440.11-22 must be met.

Likewise, to calculate the cracking moment  $M_{cr}$  of the element, the method contemplated in NSR-10 C.9.5 and ACI Code 440.11-22, section 24.2.3.5, and the shear capacity of the concrete,  $V_c$ , must be followed. is found in ACI Code 440.11-22 22.5.5.1 and NSR-10 C.11-3. Based on theories, the necessary thicknesses of the slabs can be calculated so that the amount of CFRP reinforcement provides sufficient rigidity so that the requested deformation for these elements is met.

In the present investigation, experiments were carried out with seven slabs, six of them made of concrete reinforced with CFRP and one with A706 steel, and their behavior was analyzed under loads applied in the center of the span. The theoretical results of the calculation of the tested elements were compared against the experimental results obtained in the laboratory, with the aim of validating how close the theoretical formulas existing in current science are to what really happens in these types of structures subjected to loads.

In the present investigation, it was proposed to find how the change in thickness influences the improvement of the serviceability of elements such as slabs and beams reinforced with CFRP, and it was found that structures reinforced with CFRP need a greater amount of reinforcement than those made of steel to avoid large deflections and cracking develop in the case of CFRP bar reinforcement. The research indicated that deformation can be cushioned by designing structures that combine a greater thickness of concrete and a greater amount of CFRP reinforcement, providing these elements with greater control over the diagonal cracking produced by shear stresses. As a conclusion of the experimentation, it was possible to calculate the necessary thicknesses of slabs so that the amount of CFRP reinforcement provides the structural elements with sufficient rigidity so that the deformation and resistance to bending moments and shear forces of these elements are in line with what is required in the NSR-10 standard.

# Contenido

1.	INTRODUCCIÓN .....	23
2.	MARCO TEÓRICO .....	27
2.1	Formulación teórica de diseño .....	27
2.2	Propiedades del material para diseño .....	28
2.3	Estados límites de falla de las losas reforzadas con CFRP - ACI 440.1R-15 .....	29
2.4	Momento efectivo de inercia.....	30
2.5	Cálculo de la Deflexión.....	32
2.6	Resistencia al corte.....	32
2.6.1	Directrices del <i>American Concrete Institute</i> ACI-318-19 y ACI 440.1R-15.....	33
2.7	Resistencia nominal a flexión .....	35
3.	ESTADO DEL ARTE.....	36
3.1	Mecanismos de resistencia al corte de losas de concreto.....	36
3.2	Comportamiento a flexión de losas de concreto reforzados con GFRP.....	37
3.3	estructuras de concreto reforzadas con GFRP.....	38
3.4	Comportamiento de adherencia-deslizamiento del refuerzo GFRP en elemntos a flexión 39	
4.	OBJETIVOS.....	42
4.1	Objetivo general: .....	42
4.2	Objetivos específicos: .....	42
5.	PROGRAMA DE INVESTIGACIÓN.....	43
5.1	Diseño de los elementos.....	44
5.1.1	Cálculo de los espesores y longitudes típicas de losas a ensayar.....	44
5.1.2	Evaluación de cargas.....	46
5.1.3	Materiales .....	46
5.1.4	Diseño de losas con barras de CFRP.....	47
5.1.5	Cuantía balanceada de la losa.....	48
5.1.6	Diseño a Flexión.....	49
5.1.7	Cálculo de deflexiones de las losas reforzadas con CFRP, método Bischoff Guía ACI 440.1R-15.....	51
5.1.8	Diseño la losa reforzada con barras de acero ASTM A-706.....	53

5.1.9	Resumen deflexiones losas.....	55
5.1.10	Evaluación de la carga $P_{cr}$ de agrietamiento.....	55
5.1.11	Elementos propuestos para construcción y ensayo .....	56
5.1.12	Cálculo de capacidades teóricas de las losas y Protocolo de carga.....	57
5.1.13	Cálculo de capacidad y deflexiones de losas por el método de Bischoff (2005 y 2011)	58
5.2	Construcción de losas de ensayo.....	62
5.3	Montaje de laboratorio .....	67
5.4	Protocolo de carga.....	72
5.4.1	Cargas máximas esperadas en el ensayo .....	72
6.	RESULTADOS.....	73
6.1	Resultados del ensayo .....	73
6.2	Resultados del Ensayo de deflexión (carga central).....	73
6.3	Análisis de la capacidad a flexión.....	99
6.4	Análisis de los esfuerzos cortantes (Deducida de la tabla 32) .....	100
6.5	Verificación de modos de falla.....	104
6.6	Análisis de las deflexiones .....	105
6.7	Deflexiones experimentales de falla .....	107
6.8	Análisis comparativo losas A706 (18x4), CFRP 3 (18x4) y CFRP 5 (12x4) .....	112
7.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	116
7.1	Conclusiones .....	116
7.2	Recomendaciones.....	119
8.	BIBLIOGRAFÍA.....	121
A.	ANEXO: MEMORIA DE CÁLCULO DISEÑOS ESTRUCTURALES LOSAS. ....	123
B.	ANEXO: CONSTRUCCIÓN DE ELEMENTOS Y ENSAYOS DE MATERIALES.....	145
C.	ANEXO: CICLOS DE CARGA Y DESCARGA. ....	159
D.	ANEXO: ANÁLISIS DE ESPESORES DE LOSA.....	180
E.	ANEXO: DESCRIPCIÓN PROCESO DE CARGA Y FISURAS .....	182
F.	ANEXO: CÁLCULO DE DEFLEXIONES. ....	197
	Deflexiones losa CFRP-1 (18X2) .....	198
	Deflexiones losa CFRP-2 (18X3) .....	200
	Deflexiones losa CFRP-4-12x2.....	204
	Deflexiones losa CFRP-5-(12x4) .....	205

---

Deflexiones losa CFRP-6 (12x7) .....	207
Deflexiones losa A706-1A (18x4) .....	209

## Lista de Gráficas

Grafica 1. Curva típica Tensión-Deformación en barras GFRP y CFRP- (Nanni et al., 2014), Curva A-706 experimental ECI, anexo B (2023) .....	27
Grafica 2. Tipos de falla que dominan la Rotura. Fuente: ACI 440.1R-15(7.2.1) (ACI Committee 440, 2015) .....	30
Grafica 3. Diagramas de fuerzas internas en las losas reforzadas con barras de CFRP, simplemente apoyadas. ....	47
Grafica 4. Dimensiones de las secciones principales de las losas ensayadas con su refuerzo .....	56
Grafica 5. Diagrama de fuerza cortante y momento flector .....	68
Grafica 6. Localización de LDVT en las losas.....	70
Grafica 7. Esquema de la distribución de los LDVT en las losas. Fuente: Elaboración propia....	70
Grafica 8. Esquema del montaje de equipos para el ensayo las losas. Fuente: Elaboración propia. .....	71
Grafica 9. Esquema aplicación cargas y localización refuerzo. Fuente: Elaboración propia. ....	71
Grafica 10. Resumen de los ciclos de carga aplicados en losa CFRP 1a (18X2) .....	74
Grafica 11. Resumen de los ciclos de carga aplicados en la losa CFRP-2 (18X3).....	77
Grafica 12. Resumen de los ciclos de carga de repetición de cargas CFRP-3(18x4) .....	82
Grafica 13. Resumen de los ciclos de carga aplicados en losa CFRP 4 (12X2) .....	85
Grafica 14. Resumen de los ciclos de carga aplicados en la losa CFRP-5 (12X4).....	88
Grafica 15. Resumen de los ciclos de carga aplicados en losa CFRP 6 (12X7).....	91
Grafica 16. Resumen de los ciclos de carga aplicados a la losa A706-1A (18X4).....	95
Grafica 17. Curvas envolventes de carga en losas ensayadas .....	98
Grafica 18. Momento de falla experimental losas Vs Momento teórico de falla (Tabla 37).....	99
Grafica 19. Carga Máxima experimental Vs Cuantía losa $\rho$ (Tabla 37).....	100
Grafica 20. Fuerza Cortante Vs Momento de falla $M_n$ Experimental, Tabla 32 .....	101
Grafica 21. Fuerza cortante de Falla teórico Vs Deflexión de Falla experimentales (mm) por losa -(Tabla 33) .....	102
Grafica 22. Cortante Experimental Vs Cortante Teórico (De la Tabla 34).....	103
Grafica 23. Deflexiones Teóricas Vs Experimentales (Tabla 37).....	107

---

Grafica 24. Deflexiones Experimentales Vs Cuantía por losa (Tabla 37) .....	107
Grafica 25. Deflexiones ultimas Teórica Vs Experimental (Tabla 36).....	108
Grafica 26. Deflexiones experimentales Vs espesores de losa (Tabla 36).....	108
Grafica 27. Momento Vs Deflexiones Losa CFRP-6.....	110
Grafica 28. Comparativa de Losas CFRP-3 y 5, A706-1 .....	115
Grafica 29. Ciclos de Carga Losa A706 -1 .....	161
Grafica 30. Segundo ciclo 50% de Carga ultima Teórica Losa A706-1 .....	161
Grafica 31. Tercer ciclo 75% de Carga ultima Teórica Losa A706-1A.....	162
Grafica 32. Cuarto ciclo 100% de Carga ultima Teórica Losa A706-1 .....	162
Grafica 33. Quinto ciclo de Carga de falla final losa A706-1 .....	163
Grafica 34. Resumen de los ciclos de Cargas implementados en losa A706-1 .....	164
Grafica 35. Primer ciclo 25% de Carga ultima Teórica losa CFRP-1.....	164
Grafica 36. Segundo ciclo 50% de Carga ultima Teórica Losa CFRP-1A .....	165
Grafica 37. Tercer ciclo 75% de Carga ultima Teórica Losa CFRP-1A.....	165
Grafica 38. Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP1A.....	166
Grafica 39. Ciclo de Carga de fisuramiento Losa CFRP-2 .....	167
Grafica 40. Primer ciclo 25% de Carga ultima Teórica losa CFRP-2.....	167
Grafica 41. Segundo ciclo 50% de Carga ultima Teórica losa CFRP 2.....	168
Grafica 42. Tercer ciclo 75% de Carga ultima Teórica losa CFRP-2 .....	168
Grafica 43. Cuarto ciclo 100% de Carga ultima Teórica losa CFRP-2.....	169
Grafica 44. Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP-2 .....	169
Grafica 45. Ciclo de Carga de fisuramiento losa CFRP-3 .....	170
Grafica 46. Primer ciclo 25% de Carga ultima Teórica losa CFRP-3.....	170
Grafica 47. Segundo ciclo 50% de Carga ultima Teórica losa CFRP-3. ....	171
Grafica 48. Tercer ciclo 75% de Carga ultima Teórica losa CFRP-3 .....	171
Grafica 49. Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP - 3 .....	172
Grafica 50. Primer ciclo 25% de Carga ultima Teórica losa CFRP-4.....	173
Grafica 51. Segundo ciclo 50% de Carga ultima Teórica losa CFRP-4 .....	173
Grafica 52. Tercer ciclo 75% de Carga ultima Teórica losa CFRP-4.....	174
Grafica 53. Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP-4 .....	174

---

Grafica 54. Primer ciclo 25% de Carga ultima Teórica losa CFRP-5.....	175
Grafica 55. Segundo ciclo 50% de Carga ultima Teórica losa CFRP-5 .....	175
Grafica 56. Tercer ciclo 75% de Carga ultima Teórica losa CFRP-5 .....	176
Grafica 57. Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP-5 .....	176
Grafica 58. Primer ciclo 25% de Carga ultima Teórica losa CFRP-6.....	177
Grafica 59. Segundo ciclo 50% de Carga ultima Teórica losa CFRP-6 .....	177
Grafica 60. Tercer ciclo 75% de Carga ultima Teórica losa CFRP-6.....	178
Grafica 61. Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP-6 .....	178
Grafica 62. Resumen de las Curvas Envolventes de Carga .....	179
Grafica 63. Deflexión Experimental Vs Espesor de losa .....	181
Grafica 64. Momento Mn Vs Deflexión losa CFRP-1 (Tabla 48).....	198
Grafica 65. Relación de Momentos y Deflexiones (Tabla 48).....	199
Grafica 66. Momento Mn Vs Deflexión losa CFRP-2 - (Tabla 49).....	200
Grafica 67. Mn/ Mcr vs $\Delta / \Delta_{cr}$ Losa CFRP-2- (Tabla 49).....	202
Grafica 68. Momento Mn Vs Deflexión losa CFRP-3-( Tabla 50).....	202
Grafica 69. Mn/ Mcr vs. $\Delta / \Delta_{cr}$ Losa CFRP3 (CFRP18x4) -( Tabla 50).....	203
Grafica 70. Momento Mn Vs Deflexión losa CFRP-4- (Tabla 51).....	204
Grafica 71. Mn/ Mcr vs. $\Delta / \Delta_{cr}$ Losa CFRP-4- (Tabla 51).....	204
Grafica 72. Momento Mn Vs Deflexión losa CFRP-5- (Tabla 52).....	205
Grafica 73. Mn/ Mcr vs. $\Delta / \Delta_{cr}$ Losa CFRP-5 - (Tabla 52).....	206
Grafica 74. Momento Mn Vs Deflexión losa CFRP-6- (Tabla 53).....	207
Grafica 75. Mn/ Mcr vs. $\Delta / \Delta_{cr}$ Losa CFRP6 (CFRP12x7) - (Tabla 53).....	207
Grafica 76. Momento Mn Vs Deflexión losa A706-1- (Tabla 54).....	209
Grafica 77. Mn/ Mcr vs. $\Delta / \Delta_{cr}$ Losa A706-1 <sup>a</sup> - (Tabla 54).....	210

## Lista de Fotografías

Fotografía 1 Colocación de refuerzo diseñado para la losa .....	62
Fotografía 2. Mezcla de concreto, vaciado en formaleta y cilindros .....	63
Fotografía 3. colocación de refuerzos y fundida .....	63
Fotografía 4. colocación distanciadores del refuerzo .....	64
Fotografía 5. Amarres del refuerzo .....	64
Fotografía 6. Vaciado y vibrado del concreto .....	65
Fotografía 7. Amarre refuerzo Losa CFRP-5 .....	65
Fotografía 8. Vibrado y afinado Losa CFRP-5 .....	66
Fotografía 9. Refuerzo losa CFRP-6 .....	66
Fotografía 10. Vaciado y conformación mezcla de la losa CFRP-6 .....	67
Fotografía 11. Celda de carga Load Cell SL410-50T, Datalog 8, Display de control de carga. ...	68
Fotografía 12. Gato hidráulico Enerpac de 30 toneladas .....	69
Fotografía 13. Montaje para el ensayo de las losas, se ven los 3 LDVT. ....	69
Fotografía 14. Montaje de equipos de ensayo: losas, gato hidráulico, celda de carga.....	72
Fotografía 15. Montaje para el ensayo de la losa CFRP-1A (18X2) .....	74
Fotografía 16. Fisuración en la zona central en el momento de agrietamiento del CFRP-1A.....	75
Fotografía 17. fisuramiento en la zona posterior de la losa CFRP-1A .....	75
Fotografía 18. Falla en la zona superior por aplastamiento del concreto.....	76
Fotografía 19. Ensayo losa CFRP-1A, ver fisuración en el centro de la luz.....	76
Fotografía 20. Ensayo losa CFRP-1A, ver falla por compresión en la fibra superior .....	76
Fotografía 21. Falla de la losa CFRP-2 (18X3) con perdida de material en el centro. ....	78
Fotografía 22. Falla de la losa CFRP-2 (18X3) con perdida de material entre fisuras centrales ..	78
Fotografía 23. Con hilo se mide deflexión del elemento, falla total 60,29 mm losa CFRP 2.....	79
Fotografía 24. Disposición de LDVT .....	80
Fotografía 25. Ensayo losa CFRP-2, se observa la progresión de la fisuración de falla y deflexión en el centro de la luz, de foto izquierda a derecha .....	80
Fotografía 26. Ensayo losa CFRP-2, ver fisuración en el centro de la luz.....	81
Fotografía 27. Detalle de falla de adherencia de la Barra de CFRP con el concreto .....	81
Fotografía 28. Grietas de falla por flexión en la zona inferior de la losa.....	83

---

Fotografía 29. falla en la zona trasera de la losa fisura en diagonal desde la fibra superior hacia el apoyo.....	84
Fotografía 30. Montaje para ensayo losa CFRP-3 .....	84
Fotografía 31. Fisuración notable frontal y posterior en la losa CFRP-3 .....	84
Fotografía 32. Fisuramiento y agrietamiento final de la losa CFRP4 (12X2). .....	86
Fotografía 33. Ensayo losa CFRP-4, Se observa la fisuración en el centro de la luz. ....	87
Fotografía 34. Fisuración segundo ciclo 50% carga 1600 kg .....	88
Fotografía 35. Falla por aplastamiento del concreto de la sección central de CFRP 5 (12X4) .....	89
Fotografía 36. Agrietamiento fibra central a tensión losa CFRP5 (12X4). Momento de falla .....	89
Fotografía 37. Ensayo losa CFRP-5, ver fisuración en el centro de la luz.....	90
Fotografía 38. Ensayo losa CFRP-5, Zona de aplastamiento de falla del concreto en el centro de la luz.....	90
Fotografía 39. Montaje para ensayo de losa CFRP-6 (12X7), LDVT en posición delantera. ....	92
Fotografía 40. Medida con hilo la deflexión del elemento, deflexión última 92.49 mm. ....	92
Fotografía 41. La fisuración en zona central de momento de flexión.....	93
Fotografía 42. Falla por aplastamiento concreto en la sección zona central losa. ....	93
Fotografía 43. Falla por aplastamiento concreto en la sección zona central losa. ....	94
Fotografía 44. Montaje para el Ensayo losa CFRP-6.....	94
Fotografía 45. Ensayo losa CFRP-6, ver fisuración en el centro de la luz.....	94
Fotografía 46. El Modo de falla losa A706-1, fisuras en la zona a tensión. ....	96
Fotografía 47. Fisuramiento por flexión de la losa A706-1 momento de falla .....	96
Fotografía 48. Ensayo losa A706-1, ver fisuración en el centro de la luz. ....	97
Fotografía 49. Compilación de losas falladas .....	105
Fotografía 50. Ensayo de barras de acero A706 a tensión midiendo la deformación. ....	146
Fotografía 51. Pesado de agregados y pesado de Plastificante Plastol 7000 .....	150
Fotografía 52. Pesado de los agregados y suministro del aditivo plastificante.....	150
Fotografía 53. Dosificación del cemento y agua, elaboración del concreto. ....	151
Fotografía 54. Elaboración de cilindros de 5 x 10 cm .....	151
Fotografía 55. Ensayo de cilindros de concreto .....	155

Fotografía 56. Construcción de losas de ensayo A706-1, formaleta, refuerzo y vaciado de concreto.....	155
Fotografía 57. Fisuramiento losa A706-1, ciclo de carga a 75%.....	183
Fotografía 58. Aplastamiento parte superior de la sección del concreto, zona central losa.....	184
Fotografía 59. Falla final de la losa A706-1 fracturamiento zona central.....	185
Fotografía 60. Deflexión elemento y agrietamiento en centro de la losa CFRP-1A (18x2).....	185
Fotografía 61. Montaje para la Carga y deflexión del elemento CFRP-2 (18X3).....	186
Fotografía 62. Fisuración por Carga del elemento CFRP-2 (18X3).....	186
Fotografía 63. Fisuración en proceso de carga del elemento CFRP-2 (18x3).....	187
Fotografía 64. Fisuración adelante y atrás de la losa CFRP-2.....	188
Fotografía 65. Proceso de carga de la losa CFRP-2.....	188
Fotografía 66. Fallo de la adherencia entre concreto y barra CFRP losa CFRP-2.....	188
Fotografía 67. Rayaduras superficie barra de CFRP por deslizamiento de la barra de CFRP debida a la perdida de adherencia.....	189
Fotografía 68. Imagen aumentada de la foto anterior donde se ve el arrancamiento de la fibra amarilla del refuerzo CFRP, falla por adherencia en la zona de contacto Refuerzo- Concreto.....	189
Fotografía 69. Proceso de carga y deflexión del elemento CFRP-3.....	190
Fotografía 70. Fisuración causada por la carga del elemento CFRP-3.....	190
Fotografía 71. Deflexión del elemento CFRP-3 en ciclos 50 y 75%.....	191
Fotografía 72. Proceso de carga y deflexión del elemento CFRP-4.....	192
Fotografía 73. Ciclo 50% de carga, fisuras longitudinales sobre la cara superior losa.....	192
Fotografía 74. Proceso carga y deflexión elemento CFRP-5.....	193
Fotografía 75. Ciclo 50% de carga, aparecen fisuras elemento CFRP-5.....	193
Fotografía 76. Proceso de carga, deflexión del elemento CFRP-5, Tercer ciclo 75%.....	194
Fotografía 77. zona central superior losa, falla por aplastamiento del concreto.....	194
Fotografía 78. Primer ciclo, carga al 25% se presentan fisuras del 1 al 6.....	195
Fotografía 79. Segundo ciclo, carga al 50%, fisuras continúan siendo más anchas.....	195
Fotografía 80. Tercer ciclo carga 75% las fisuras se abren mucho más y la losa falla.....	196
Fotografía 81. Se retiran los LVDT pues su alcance se desbordo y se carga hasta la falla final.....	196

---

Fotografía 82. Almacenamiento losas ensayadas.....	210
--	-----

## Lista de tablas

Tabla 1. Datos comparativos resinas viniléster .....	25
Tabla 2. Ventajas y desventajas del Refuerzo de CFRP* .....	28
Tabla 3. Espesores y longitudes típicas de losas a ensayar .....	44
Tabla 4. Valoración de Cargas en la losa. ....	46
Tabla 5. Propiedades de los materiales .....	47
Tabla 6. Resumen de solicitaciones de carga por diseño .....	48
Tabla 7. Cuantía balanceada de la losa .....	48
Tabla 8. Propiedades de los materiales .....	49
Tabla 9. Geometría de la sección .....	49
Tabla 10. Cálculo de deflexiones en losas reforzadas con CFRP .....	51
Tabla 11. Deflexión máxima admisible Calculada .....	52
Tabla 12. Código, Dimensión y refuerzo usado en cada losa .....	52
Tabla 13. Deflexiones teóricas variando la cuantía de refuerzo. ....	53
Tabla 14. Cuantía balanceada de la losa A706.....	53
Tabla 15. Deflexiones Losa reforzada con acero A706. ....	54
Tabla 16. Resumen deflexiones losas. ....	55
Tabla 17. Resumen Cuantías Losas y modo de falla (Ver Anexo A) .....	57
Tabla 18. Dimensiones y datos teóricos de las losas de Ensayos .....	57
Tabla 19. Datos básicos de cada losa .....	60
Tabla 20. Cuantía, Momentos y Cortantes .....	60
Tabla 21. Resumen calculo Momentos de inercia, Cargas y Momentos de agrietamiento.....	61
Tabla 22. Protocolos Teóricos de Carga en Toneladas .....	72
Tabla 23, Cargas máximas esperadas en el ensayo .....	72
Tabla 24. Resumen Valores principales durante los ciclos de repetición de cargas CFRP-1A .....	77
Tabla 25. Resumen Valores principales durante los ciclos de repetición de cargas CFRP-2 .....	80
Tabla 26. Resumen Valores principales durante los ciclos de repetición de cargas CFRP-3 .....	83
Tabla 27. Resumen Valores principales durante los ciclos de repetición de cargas CFRP-4 .....	86
Tabla 28. Resumen Valores principales durante los ciclos de repetición de cargas CFRP-5 .....	89

---

Tabla 29. Resumen Valores principales durante los ciclos de repetición de cargas CFRP-6 .....	93
Tabla 30. Resumen Valores principales durante los ciclos de repetición de cargas CFRP-3 .....	97
Tabla 31. Cargas y deflexiones de agrietamiento Teóricas y experimentales .....	97
Tabla 32. Resumen de Cortantes para cada losa .....	101
Tabla 33. Deflexiones teóricas y experimentales .....	102
Tabla 34. Resumen Cortes Teórico Vs Experimental por losa .....	103
Tabla 35. Resumen Fuerzas de falla relacionados con las deflexiones ultimas de falla en cada losa .....	104
Tabla 36. Deflexión teórica vs deflexión experimental .....	104
Tabla 37. momento teórico vs momento experimental de falla .....	106
Tabla 38. Deflexiones de agrietamiento servicio teóricas vs experimentales .....	106
Tabla 39. Cuadro resumen del cálculo de Deflexiones losa CFRP-6 .....	111
Tabla 40. Comparación características losas con GFRP vs CFRP .....	113
Tabla 41. Acero A706-1 y 2 - Esfuerzo Vs Deformación.....	147
Tabla 42. Curvas Granulométricas Arena, Grava .....	148
Tabla 43. Resultados ensayos cilindros a compresión de mezclas de losas.....	154
Tabla 44. Resistencias experimentales del concreto por losa .....	154
Tabla 45. Resumen cargas teóricas ultimas de Diseño por losa.....	160
Tabla 46. Resumen de cargas aplicadas en cada ciclo que corresponden al 25%, 50%, 75% y 100% de la carga ultima de diseño. ....	160
Tabla 47. Cargas y deflexiones por ciclo Losa A706-1A(18x4).....	163
Tabla 48. Resumen de espesores comparado con la deflexión causada en cada losa. ....	181
Tabla 49. Deflexiones Losa CFRP-1(Tabla 48).....	200
Tabla 50. Deflexiones Losa CFRP-2.....	201
Tabla 51. Deflexiones Losa CFRP-3.....	203
Tabla 52. Deflexiones Losa CFRP-4.....	205
Tabla 53. Deflexiones Losa CFRP-5.....	206
Tabla 54. Deflexiones Losa CFRP-6.....	208
Tabla 55. Deflexiones Losa A706-1A.....	209

# Lista de Símbolos y abreviaturas

## Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Unidad
		SI
$A_b$	Área de la barra	mm <sup>2</sup>
$A_s$	Área de refuerzo de acero	mm <sup>2</sup>
$b$	Ancho de la losa	mm
$C$	Carga de compresión	kN
$C_E$	Factor de reducción ambiental	1
$c$	Profundidad del eje neutro	mm
$D$	Carga muerta	kN/m
$d$	Profundidad efectiva de la losa	mm
$d_c$	Espesor de recubrimiento	mm
$E_c$	Módulo de elasticidad del concreto	MPa
$E_s$	Módulo de elasticidad del acero	MPa
$E_{CFRP}$	Módulo de elasticidad del CFRP	MPa
$f'_c$	Resistencia a compresión del concreto	MPa
$F_y$	Resistencia a la fluencia del acero	MPa
$F_{tu}^*$	Resistencia a la tracción del CFRP	MPa
$F_f$	Resistencia de diseño a la tracción del CFRP	MPa
$I_{cr}$	Inercia de la sección agrietada de losa	mm <sup>4</sup>
$I_e$	Inercia efectiva de la sección de losa	mm <sup>4</sup>
$I_g$	Inercia de la sección de concreto de la losa	mm <sup>4</sup>
$j$	Relación brazo de momento interno resistente y altura útil	1
$k$	Relación profundidad eje neutro y altura útil de la sección	1
$L$	Carga viva	kN/m
$l$	Luz libre de la losa	mm
$L_e$	Longitud de ensayo	mm
$M_a$	Momento flector actuante	kN-m
$M_n$	Momento nominal resistente	kN-m
$M_i$	Momento interno	kN-m
$M_{cr}$	Momento flector de agrietamiento de la sección de concreto	kN-m

Símbolo	Término	Unidad
		SI
$n$	Relación de módulos de elasticidad del CFRP y Concreto	MPa/MPa
$P$	Fuerza aplicada a la losa en el centro de la luz por el actuador	kN
$P_{cr}$	Fuerza aplicada que causa el agrietamiento	kN
$S$	Módulo de elasticidad de la sección transversal de losa	mm <sup>3</sup>
$S$	Espaciamiento del refuerzo	mm
$T$	Carga de tensión	kN
$t$	Espesor de la losa	Mm

<b>Símbolo</b>	<b>Término</b>	<b>Unidad</b>
$V_c$	Resistencia nominal al Cortante del concreto	kN
$V_u$	Cortante último actuante	kN
$W$	Carga repartida uniforme	kN/m
$\alpha_1$	Relación promedio de esfuerzos en el bloque de compresiones	1
$\beta_1$	Factor para altura del bloque de compresiones	1
$\beta_d$	Coefficiente de reducción usado en el cálculo de deflexión	1
$\Delta_{max}$	Deflexión máxima de la losa	mm
$\gamma$	Relación de altura útil y altura total de la sección	1
$\epsilon_{cu}$	Deformación unitaria última del concreto en compresión	mm/mm
$\epsilon_{fu}$	Deformación unitaria última del refuerzo en tensión	mm/mm
$\epsilon_{frpu}$	Deformación unitaria última del refuerzo de GFRP en tensión	mm/mm
$\phi_d$	Diámetro de la barra de refuerzo	mm
$\phi$	Coefficiente de reducción de resistencia	1
$\rho_{fb}$	Cuantía de refuerzo balanceada	mm <sup>2</sup> /mm <sup>2</sup>
$\rho$	Cuantía de refuerzo	mm <sup>2</sup> /mm <sup>2</sup>
$\sigma_{cr}$	Esfuerzo de agrietamiento	MPa
$\sigma_f$	Esfuerzo en la barra de refuerzo	MPa

### Abreviaturas

<b>Símbolo</b>	<b>Término</b>
<i>ACI</i>	American Concrete Institute
<i>ASTM</i>	American Society for Testing and Materials
<i>ECI</i>	Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito
<i>FRP</i>	Fiber Reinforced Polymer
<i>GFRP</i>	Glass Fiber Reinforced Polymer
<i>NSR</i>	Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente
<i>NTC</i>	Norma Técnica Colombiana
<i>LVDT</i>	Linear Variable Differential Transformer

---

# 1. INTRODUCCIÓN

Las barras de Polímero reforzado con fibra (FRP - *Fiber Reinforced Polymer*) son un material conformado por fibras longitudinales continuas incorporadas en una matriz de resina de éster de vinilo o éster de epoxi, denominada “polímero”. Estas fibras pueden ser de origen orgánico, como es el caso de la aramida o el poliéster, o de origen mineral tales como el vidrio y el carbono, entre otras. El FRP se fabrica mediante un proceso industrial denominado “pultrusión” en el cual se combinan las fibras y los polímeros dando como resultado final elementos longitudinales con características diversas en cuanto a sección transversal, rugosidad y realce superficial, los cuales son empleados principalmente en el campo de la industria y la construcción. Actualmente, se producen varios tipos de barras de FRP empleando materiales como fibra de vidrio (GFRP), basalto (PRFB), carbón (CRFP) o aramida (AFRP). En el presente documento se hará énfasis en las barras de polímero reforzado con fibras de carbono (CFRP), para lo cual, en primer lugar, se consideran dos conceptos, a saber: polímeros y fibras de carbono (CFRP, D. 2017).

El polímero es una sustancia compuesta de grandes moléculas (macromoléculas) formadas por unidades simples, llamadas monómeros, unidas mediante enlaces covalentes, y los hay naturales y artificiales, dentro de los primeros se encuentran el cáñamo, la goma laca, el ámbar, la lana, la seda, el caucho natural y la celulosa, mientras que dentro de los segundos los más populares son el polietileno, el polipropileno, el cloruro de polivinilo (PVC), el nailon y la silicona, entre muchos otros. Inicialmente su fabricación era costosa, sin embargo, con la mejora en los procesos industriales de producción de plásticos su costo disminuyó considerablemente, además la mejora en la calidad y en sus propiedades mediante el refuerzo con fibras permitió su popularización en el campo de la industria y de la construcción (Staudinger, 1920).

El término polímero fue propuesto en 1833 por Jöns Jacob Berzelius (Mark et al., 2005) y el concepto actual fue desarrollado por Herman Staudinger (Staudinger, 1920). Posteriormente, en 1928, Wallace Carothers trabajando para la empresa DuPont logró el desarrollo de nuevos polímeros (poliésteres, poliamidas, neopreno, etc.) y para la segunda mitad del siglo 20 se desarrollaron métodos de fabricación de polímeros que incluían fibras de alta resistencia, lo que dotó a los polímeros de propiedades mecánicas adicionales en cuanto a elasticidad,

---

viscoelasticidad, flujo plástico, resistencia a la fractura y duración, haciéndolos resistentes a una gran variedad de ácidos, álcalis, blanqueadores y compuestos orgánicos.

Así mismo, el descubrimiento y desarrollo de la fibra de carbono es considerado uno de los grandes adelantos técnicos del siglo 20, esta fibra fue fabricada por el físico estadounidense Roger Bacon en 1958, empleando inicialmente un contenido de 20% de carbono, posteriormente en la década de 1960 el físico japonés Akio Shindo logró producir fibras con un 55% de carbono y, años después, Millington, Watt y Johnson desarrollaron el proceso para fabricar fibras con un 99% de carbono (CFRP, 2017).

La fibra de carbono es un polímero sintético derivado del poliacrilonitrilo mediante un proceso químico complejo en el cual se calienta el material de forma reiterada. Existen varios tipos de esta fibra como, por ejemplo, las UHM (*ultra-high modulus*) denominadas así por poseer un módulo de elasticidad ultra alto (500 GPa) o las IM, que corresponden a un módulo de elasticidad intermedio (300 GPa). Para tener una idea clara sobre la calidad y resistencia de la fibra de carbono basta mencionar comparativamente que otros materiales como el aluminio tiene un módulo de elasticidad de 71 GPa y el acero al carbono de 207 GPa (Dolan & Nilson, 2016), (Gooranorimi et al., 2018), de lo anterior se infiere que para deformar un elemento de fibra de carbono se tendría que aplicar una tensión muy superior a la necesaria para lograr esta misma deformación en un elemento hecho de acero.

La fibra de carbono está formada por filamentos finísimos compuestos casi en su totalidad de carbono, las láminas de átomos de carbono no adoptan estructuras cristalinas, como en el caso del grafito o el grafeno, sino que están dispuestas al azar, precisamente es esta característica la que la hace tan resistente, a pesar de que estos hilos tienen un diámetro de apenas 5 a 10 micrómetros ( $\mu\text{m}$ ), logrando combinar la resistencia del acero y la ligereza del plástico y dotándola, en consecuencia, de gran rigidez y alta resistencia a la compresión y a la fractura, los elementos fabricados con fibra de carbono son muy duraderos al resistir amplias variaciones en temperatura, humedad y corrosión (Nanni et al., 2014). En el polímero reforzado con fibras de carbono (CFRP) la fibra aporta resistencia a la tensión mecánica y a la temperatura, mientras que toda al elemento de estabilidad dimensional, mientras que la resina plástica actúa como aglutinante de las fibras, haciendo al conjunto resistente a la corrosión y al desgaste, en la medida que aísla a las fibras,

uniéndolas y protegiéndolas de daños mecánicos. Las barras de CFRP cuentan con propiedades físicas definidas por la fábrica, como se presenta en la tabla 1.

*Tabla 1. Datos comparativos resinas viniléster*

	Resinas viniléster	Fibras de carbón
Densidad	1.0+/- 0.1 g/cm <sup>3</sup>	1.8+/- 0.05 g/cm <sup>3</sup>
Resistencia a la tensión	> 75 MPa	> 4000 MPa
Alargamiento	> 4.30%.	
Propiedades de las barras		
Elongación a rotura:	>1.8%	
Módulo elástico:	>130 GPa	
Resistencia a la tensión:	2450 MPa	

Fuente: (Sheet, 2018), (Ham et al., 2012)

Las estructuras hechas con concreto con reforzamiento interno de barras de CFRP resultan más duraderas y su mantenimiento es más económico a largo plazo, además las barras de refuerzo de fibra de vidrio o carbono no son susceptibles a la corrosión por lo que presentan un buen comportamiento en ambientes marinos, caracterizados por humedecimiento y secado intermitente; igual sucede ante la exposición a congelación y deshielo, en exposición a la acción de ácidos o sulfatos, carbonatación o en cualquier otra situación que cause fisuras y debilitamiento del concreto (ACI Committee 440, 2002), (Solares, 2015), (ACI-318-19, n.d.), (Nanni et al., 2014). Es por ello que en ambientes propensos a la corrosión del acero convencional debido a cloruros, adquiere gran relevancia la utilización de barras de CFRP como refuerzo interno del concreto (principalmente en infraestructuras como son: puentes, muros de contención, obras hidráulicas y geotécnicas) al prolongar su vida útil y disminuir los costos a mediano y largo plazo, compensando así el costo inicial del material (Nanni et al., 2014).

No obstante lo mencionado anteriormente y que en dichas estructuras el concreto protege al acero de refuerzo contra la corrosión, existen ciertas condiciones ambientales (como las que se presentan en climas de bosques tropicales o en marinos con temperaturas superiores a 25 °C con alta humedad relativa) que llevan a que se presenten ataques químicos y/o carbonatación de las estructuras, siendo así, si por alguna razón el concreto tiene alta permeabilidad y presenta fisuras, se torna vulnerable a la degradación y el acero interno se hace susceptible a la corrosión, reduciendo la durabilidad general de la estructura (Solares, 2015).

---

De otro lado, varios investigadores (Abdul-Salam et al., 2016), (Hoult et al., 2008), (El-Nemr et al., 2018)) realizando pruebas con losas han identificado que las fallas por corte presentan fisuras con inclinación, localizadas en las zonas de máximos esfuerzos cortantes. Por lo tanto, en losas en las cuales no se emplean estribos para mejorar la capacidad a cortante del elemento estructural se hace necesario emplear mayores espesores del concreto para así compensar la resistencia a cortante de la sección. Las barras de CFRP cuentan con una resistencia a la tracción de dos a tres veces la del acero con lo que aumentan la capacidad de flexión, cuentan con un comportamiento elástico lo que causa que el elemento estructural tenga una falla frágil o súbita, que es una desventaja desde el punto de vista de seguridad, por lo tanto se busca que el elemento este sobre-reforzado para evitar este tipo de falla frágil, de igual manera poseen un menor módulo elástico, por lo que se pueden presentar inconvenientes de serviciabilidad a causa de mayores deflexiones.

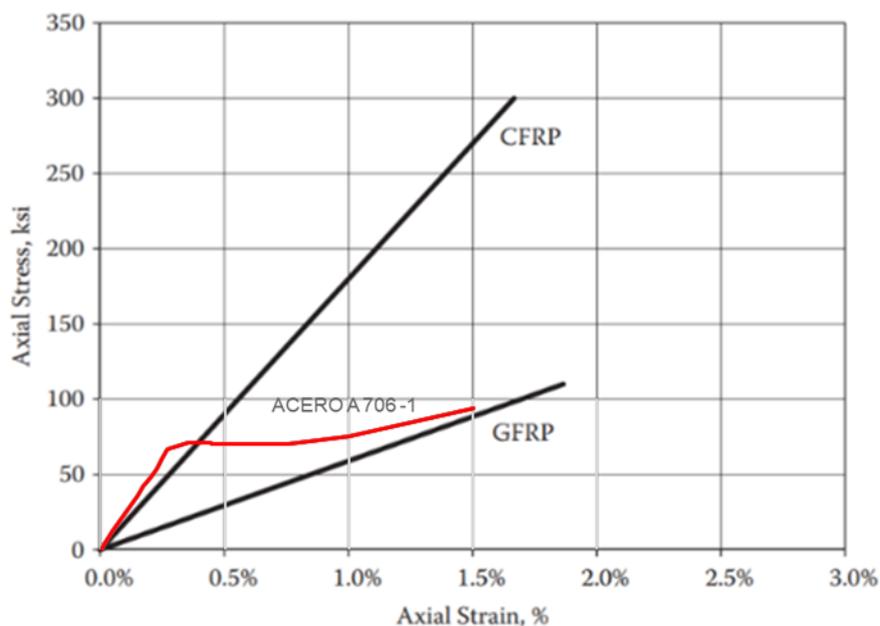
Las investigaciones inducen a experimentar con estructuras de concreto reforzadas longitudinalmente con barras de CFRP sin refuerzo transversal, para ello se analiza la capacidad de corte de las losas y su dependencia de la trabazón entre los agregados (la cual a su vez depende del ancho de la grietas), obteniéndose una fuerte correlación entre el efecto de las deformaciones longitudinales más grandes y las capacidad de corte más bajas de las estructuras así construidas.

En elementos de concreto reforzados con CFRP, el refuerzo tiene baja rigidez lo que lleva a que se obtengan mayores anchos de grietas y mayores deflexiones bajo cargas de servicio, de forma que la resistencia estos elementos no supera a la de aquellos con secciones de refuerzo de acero con cuantías similares. Además, el aumento de espesor del elemento influye en la mejora de la serviciabilidad de estructuras como losas y vigas reforzadas con CFRP, las estructuras reforzadas con CFRP necesitan una mayor cuantía de refuerzo que aquellas de acero para evitar las grandes deflexiones y la fisuración que se desarrollan con las losas reforzadas con barras de CFRP.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 Formulación teórica de diseño

Para medir las propiedades mecánicas de las barras CFRP se siguen los lineamientos estipulados en las normas de calidad ASTM D7205 y D7957, en este orden de ideas, **la resistencia a la tensión última del CFRP va de 490 a 1610 MPa, siendo mayor que la resistencia de fluencia del acero, la cual va de 240 a 420 MPa**, este último es usado regularmente en barras de construcción como refuerzo interno del concreto (Dolan & Nilson, 2016). Como se aprecia en la Gráfica 1 el comportamiento de las barras de GFRP o CFRP se caracteriza por una relación tensión-deformación de forma elástica lineal hasta su rotura (Jabbar & Farid, 2018); ahora, si se compara esta caracterización entre el acero A706 y el FRP, se encuentra que las barras de FRP ofrecen de una parte mayor resistencia a la tensión y, de otra, mayor deformación máxima.



Grafica 1. Curva típica Tensión-Deformación en barras GFRP y CFRP- (Nanni et al., 2014), Curva A-706 experimental ECI, anexo B (2023)

Con respecto al CFRP este tiene propiedades diferentes las cuales es necesario tener en cuenta durante su utilización, en la tabla 2 se resumen las principales ventajas y desventajas de las barras de refuerzo con CFRP.

*Tabla 2. Ventajas y desventajas del Refuerzo de CFRP\**

<b>Ventajas</b>	<b>Desventajas</b>
Alta resistencia a la tensión longitudinal 1600 GPa	No presenta fluencia antes de la rotura (colapso frágil)
Resistencia a la corrosión	Baja resistencia al corte transversal
Resistencia química	Bajo módulo de elasticidad (varía según tipo de refuerzo)
Alta durabilidad (mayor a 100 años)	60 GPa < el del acero (200 GPa)
Excelente resistencia a la fatiga (carga cíclica)	Posible daño de las resinas poliméricas y las fibras bajo la exposición directa y continua a la radiación UV
Presenta transparencia magnética	
Poco peso (7-10 veces menor que el acero)	Susceptible al fuego dependiendo del tipo de matriz y del recubrimiento del homigón.
Aislante térmico y eléctrico	
Dimensionalmente estable a altas temperaturas	
Competitividad en precio	
Expansión térmica comparable al concreto	
Fácil de cortar	
Disminuye riesgos laborales	
Reduce costos de construcción	
Material ecológico y sustentable	
Certificación de fabricante y mundial NTC-6280	
Mayor adherencia que el acero (14 GPa)	
Menor recubrimiento (30 mm)	

\*Fuente: 1-. *Uso de barras de CFRP como refuerzo interno para concreto - Samuel Doucet, P. Eng., V-ROD/Aritrec S.A.-Canadá - Asocreto -XVII Reunión del concreto 2018.* 2-. *Estructuras de concreto con refuerzos no metálicos-Antonio Nanni-Universidad de Miami-ACI-USA.*

El uso de refuerzo con barras de CFRP en la zona de tensión para elementos que trabajan predominantemente a flexión, mejora la resistencia a esta última puesto que el CFRP posee una elevada resistencia a la tensión dentro de rango elástico (Gráfica 1). Con respecto a la serviciabilidad, para revisar las deflexiones en elementos reforzados con CFRP se usa la metodología establecida en la guía ACI 440.1R-15, la cual analiza el momento de inercia efectivo del elemento fisurado, con el objeto de cuantificar la deformación del elemento, con base en el método de Bischoff (Bischoff & Gross, 2011), para ello se utilizan las fórmulas para deflexiones elásticas, que verifican los efectos del agrietamiento y el refuerzo sobre la rigidez de los elementos, proporcionando estimaciones razonables de deflexión para vigas de concreto reforzado con CFRP y losas en una dirección.

## **2.2 Propiedades del material para diseño**

Las propiedades básicas del material CFRP para su diseño deben ser establecidas por el fabricante ya que dependen de muchos factores variables propios de este, es así como propiedades tales como

la resistencia a la tracción, la rotura por fluencia y la resistencia a la fatiga, garantizadas por el fabricante, no se usan directamente en el diseño debido a que no incluyen los efectos ambientales a largo plazo. Tomando en cuenta que las afectaciones ambientales son perjudiciales para los refuerzos de CFRP la Guía ACI 440.1R-15, indica que las propiedades garantizadas deben reducirse mediante el uso del factor  $C_E = 1.0$  según la fórmula del numeral 6.2 tabla 6.2.

$$f_{fu} = C_E f^*_{fu} \quad (2.1)$$

### 2.3 Estados límites de falla de las losas reforzadas con CFRP - ACI 440.1R-15

El estado límite de resistencia para la losa se determina comparando la cuantía del CFRP y la cuantía de CFRP balanceada (esta última hace referencia a cuando la falla ocurre de forma simultánea en el CFRP por tracción y en el concreto por aplastamiento), en el caso que la cuantía del CFRP sea menor a la balanceada, fallará primero el CFRP por tracción y se considera la sección “Sub-reforzada”, y cuando la cuantía del CFRP es mayor a la balanceada la sección fallará por trituración o aplastamiento del concreto, en cuyo caso se considera la sección como “sobre-reforzada”. La cuantía balanceada para elementos reforzados con barras de CFRP se determina mediante la ecuación 2.2, conforme a la Guía ACI 440.1R-15 (ACI Committee 440, 2015):

$$\rho_{fb} = 0.85\beta_1 \frac{f'_c E_f \epsilon_{cu}}{f_{fu} E_f \epsilon_{cu} + f_{fu}} \quad (2.2)$$

El refuerzo mínimo CFRP está establecido por la Guía ACI 440.1R-15 (7.2.4) para unidades SI

como:

$$A_{f,min} = \frac{0.41\sqrt{f'_c}}{f_{fu}} b_w d \geq \frac{2.3}{f_{fu}} b_w d \quad (2.3)$$

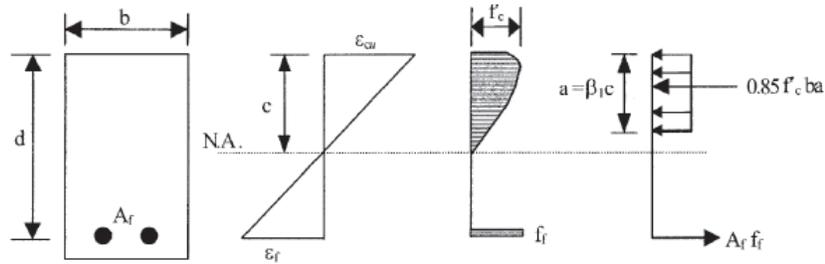
y para el acero por la NSR-10, como se muestra a continuación: (NSR-10, 2010)

$$A_{s,min} = \frac{0.25\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \quad (C.10-3) \quad (2.4)$$

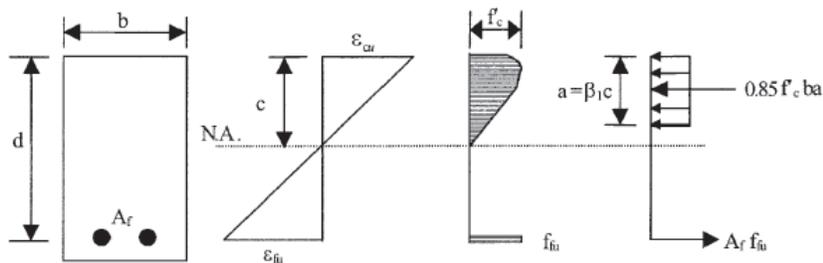
$$\frac{0,0018 \times 420}{f_y} \quad (2.5)$$

En la Gráfica 7.2 de la Guía ACI 440.1R-15 (ACI Committee 440, 2015), se muestran las tres clases de falla para elementos de concreto reforzados con FRP: a) Falla por aplastamiento de la sección

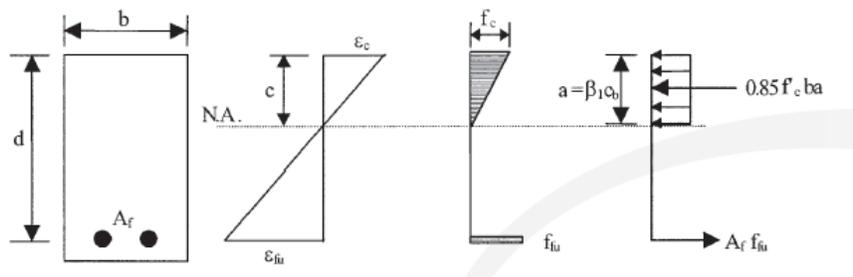
concreto (sobre-reforzada), b) Condición de falla balanceada, c) Falla por rotura del CFRP (sub-reforzada).



a) Falla por aplastamiento de la sección concreto (sobre-reforzada)



b) Condición de falla balanceada



c) Falla por rotura del CFRP (Sub-reforzada).

*Grafica 2. Tipos de falla que dominan la Rotura. Fuente: ACI 440.1R-15(7.2.1) (ACI Committee 440, 2015)*

## 2.4 Momento efectivo de inercia

Para calcular el espesor de un elemento reforzado internamente con barras de FRP sometido a flexión el Código para construcción de Concreto Estructural Reforzado con barras de GFRP - ACI 440.1R-15 tabla 7.3.2.1 (ACI Committee 440, 2015) recomienda un espesor mínimo de  $L/13$  de la luz libre para elementos simplemente apoyados, mientras que los requisitos del reglamento para concreto estructural ACI-318-19 recomiendan, en el caso de elementos de concreto reforzados internamente con barras de acero, un espesor de  $L/20$  (ACI-318-19, tabla 7.3.1.1.), por su parte la

norma NSR-10 recomienda un espesor de  $L/20$  (NSR-10, 2010), considerando los siguientes espesores de acuerdo con el refuerzo interno:

$$\text{Concreto reforzado con acero (NSR-10)} \quad e = \frac{l}{20} \quad (2.6)$$

Concreto reforzado con CFRP

$$\text{(ACI 440.1R-15 (ACI Committee 440, 2022))} \quad e = \frac{l}{13} \quad (2.7)$$

Para el control de deflexiones en los elementos reforzados internamente con refuerzo de acero, actualmente se aplica lo recomendado por la ACI 318-11 y por la NSR-10, capítulo C.9.5, con el fin de limitar cualquier deflexión que afecte adversamente la resistencia y el funcionamiento de la estructura. Para ello se utiliza el concepto de momento efectivo de inercia  $I_e$ , el cual posibilita tener en cuenta la variación gradual de la inercia de la sección bruta.

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g \quad \text{NSR-10 (C.9-8)} \quad (2.8)$$

Donde

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (2.9)$$

Y para el concreto de peso normal

$$f_r = 0,62 \lambda \sqrt{f'_c} \quad (2.10)$$

Si existe la posibilidad de que un miembro reforzado con CFRP se agriete en una o más secciones se emplea la teoría de Bischoff 2011, la cual tiene en cuenta la variación en la rigidez a lo largo de la longitud del miembro y toma en consideración acertadamente las tensiones de tracción en el hormigón entre fisuras, su uso está establecido en el ACI 440.1R-15 (ACI Committee 440, 2015), numeral 7.3.2.2 :

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} \leq I_g \quad (\text{Bischoff 2005}) \quad (2.11)$$

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right)} \leq I_g \quad (\text{Bischoff 2011}) \quad (2.12)$$

$$\eta = 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \quad \gamma = 3 - 2 \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)$$

$$I_{cr} = \frac{bh^3}{3} k^3 + n_f A_f d^2 (1 - k)^2 \quad (\text{ACI 440.1R-15 (7.3.2.2a)}) \quad (2.13)$$

Para el cálculo del momento de fisuración  $M_{cr}$  de un elemento, se sigue el método contemplado en la NSR-10 C.9.5, así como lo establecido en el ACI 440.1R-15, numeral 7.3.2.2. Antes de iniciarse las fisuras en la losa, el momento de agrietamiento de la sección se calcula mediante la ecuación:

$$\sigma_c = \frac{M_{cr} * c}{I} \quad (2.14)$$

Donde  $\sigma_{cr}$  es el esfuerzo a tensión cuando se inician la fisuración, dado por:

$$\sigma_{cr} = 0,62 \lambda (f'_c)^{0,5} \quad (2.15)$$

Sustituyendo y despejando se tiene que: (NSR-10 C.9-9) y ACI 440.1R-15, numeral 7.3.2.2.

$$M_{cr} = \frac{0,62 \sqrt{f'_c} I_g}{t/2} \quad (2.16)$$

## 2.5 Cálculo de la Deflexión

Para una viga simplemente apoyada, cargada puntualmente en el centro, la deflexión se obtiene por los métodos normales de análisis elástico, en línea con la siguiente ecuación:

$$\Delta = \frac{PL^3}{48 E_c I} \quad (2.17)$$

## 2.6 Resistencia al corte

Las disposiciones de diseño por cortante para estructuras de concreto reforzado CFRP, establecidas en la ACI 440.1R-15, numeral 7.3.2.2. (ACI Committee 440, 2022), CAN / CSA-S806 (CSA, 2002) y JSCE (JSCE, 1998), están basadas en ecuaciones de diseño por resistencia para miembros reforzados con barras de acero, con ciertas modificaciones que responden a las diferencias entre el CFRP y los miembros de concreto armado con acero. La disposición de cortante CAN/CSA (Francis et al., 2006) utiliza la teoría simplificada del campo de compresión modificado, el cual es un modelo analítico para elementos de concreto armado de acero, de acuerdo con lo plasmado en la teoría (Al-Sunna et al., 2012), se ha demostrado que se puede utilizar este mismo modelo para elementos de concreto armado con CFRP.

### 2.6.1 Directrices del *American Concrete Institute ACI-318-19* y *ACI 440.1R-15*

La resistencia al cortante del concreto  $V_c$  de elementos sometidos a flexión que utilizan como refuerzo principal barras de CFRP se halla a partir de las siguientes ecuaciones:

$$V_c = \frac{2}{5} \sqrt{f'_c} b_w c \quad (2.18)$$

$$c = kd \quad (2.19)$$

$$k = \sqrt{(n_f \rho_f)^2 + 2n_f \rho_f} - n_f \rho_f \quad (2.20)$$

$$n_f = \frac{E_f}{E_c} \quad (2.21)$$

Se incluye el parámetro  $k$ , que representa la relación entre la profundidad del eje neutro y la profundidad efectiva del refuerzo, en respuesta a la baja rigidez axial del refuerzo CFRP (Dolan & Nilson, 2016). (NSR-10, 2010)

$$E_c = 0,0043 w_c^{1.5} \sqrt{f'_c} \quad (2.22)$$

$$E_c = [3.32 \sqrt{f'_c} + 6895] \left( \frac{w_c}{2320} \right)^{1.5} \quad (2.23)$$

Donde:

$f'_c$ : la resistencia a la compresión especificada del concreto (MPa)

$b_w$ : el ancho de la losa (mm),

$c$ : la profundidad del eje neutro de la sección transformada fisurada (mm),

$d$ : la distancia desde la fibra de compresión extrema hasta el centroide del refuerzo de tensión (mm),

$n_f$ : la relación entre el módulo de elasticidad de las barras de CFRP y el módulo de elasticidad del concreto,

$\rho_f$ : la cuantía de refuerzo de CFRP,

$k$ : la relación entre la profundidad del eje neutro y la profundidad del refuerzo,

$w_c$ : la densidad del concreto,

$E_c$ : el módulo de elasticidad del concreto (MPa).

Para el presente caso la ecuación 2.22 se aplica al concreto de resistencia normal, con  $f'_c$  menor a 55 MPa y la ecuación 2.23 se aplica al concreto de alta resistencia con  $f'_c$  superior a 55 MPa.

## 2.6.2 Disposiciones de diseño canadienses (CAN / CSA-S806 -02 )

La contribución del concreto a la resistencia al corte se calcula utilizando las siguientes ecuaciones:

$$V_c = 0,035 \lambda_d \phi_c \left( f'_c \rho_f E_f \frac{V_f}{M_f} d \right)^{1/3} b_w d \quad (2.24)$$

$$0,1 \lambda_d \phi_c \sqrt{f'_c} b_w d \leq V_c \leq 0,2 \lambda_d \phi_c \sqrt{f'_c} b_w d \quad (2.25)$$

$$\frac{V_f}{M_f} d \leq 1,0 \quad (2.26)$$

Donde:

$\lambda_d$ : es el factor del efecto de la densidad del concreto;

$f'_c$ : el factor de resistencia del concreto;

$E_f$ : el módulo de elasticidad de las barras de CRFP (MPa);

$V_f$ : el cortante en la sección de interés (kN);

$M_f$ : el momento en la sección de interés (kN-m).

El Código Canadiense especifica que  $\lambda_d = 0.85$  para concreto liviano con arena, en el que todo el agregado fino es arena natural, y  $\lambda_d = 0.75$  para todo concreto liviano en el que ninguno de los agregados finos es arena natural; estos valores de  $\lambda_d$  son los mismos valores usados en los Requisitos del Código de Construcción ACI 318-19 (ACI-318-19, n.d.) para refuerzo de acero.

Para secciones con una profundidad efectiva superior a 300 mm sin refuerzo de cortante transversal o un refuerzo transversal menor al mínimo requerido por el código, el valor de  $V_c$  se calcula utilizando la siguiente ecuación:

$$V_c = \left( \frac{130}{1000+d} \right) \lambda_d \phi_c \sqrt{f'_c} b_w d \geq 0.08 \lambda_d \phi_c \sqrt{f'_c} b_w d \quad (\text{ACI-318-19, n.d.}) \quad (2.27)$$

El esfuerzo cortante aparece en losas sometidas a flexión mostrando fisuras inclinadas localizadas en las zonas de máximo esfuerzo cortante. Con base en lo descrito en el presente marco teórico se pueden calcular los espesores de las losas necesarios para que la cuantía del refuerzo de CFRP

proporcione rigidez suficiente de manera que la deformación solicitada para estos elementos cumpla con lo planteado en la norma NSR-10.

En la NSR-10 el valor de la resistencia de elementos de concreto, como  $V_c$ , se determina con la ecuación C.11-3, presentada a continuación:

$$V_c = 0.17\sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{NSR-10 (C.11-3)} \quad (2.28)$$

## 2.7 Resistencia nominal a flexión

Para el cálculo de la resistencia nominal a flexión cuando el estado límite de falla del elemento es el aplastamiento del concreto ( $\rho_f > \rho_{fb}$ ) usa la ecuación 2.29, la cual está en función de la cuantía del refuerzo. Esta ecuación utiliza el bloque de compresión del ACI para aproximar la distribución de esfuerzos en el concreto (Gráfica 2).

$$M_n = \rho f_f b d^2 \left(1 - 0,59 \frac{\rho f_f}{f'_c}\right) \quad (2.29)$$

Si el estado límite de falla del elemento es la rotura del refuerzo CFRP ( $\rho_f < \rho_{fb}$ ), no se aplica la ecuación anterior debido a que no se puede aplicar el bloque equivalente de compresión del ACI para el concreto y la deformación del concreto no es conocida, siendo menor que  $\varepsilon_{cu}$ . Para un cálculo simplificado del límite inferior de la resistencia nominal a flexión se emplean las ecuaciones 2.30 y 2.31, las cuales consideran la deformación máxima del concreto. ACI 440.1R-15, numeral 7.2.2.

$$M_n = f_{fu} A_f \left(d - \frac{\beta_1 C_b}{2}\right) \quad (2.30)$$

$$C_b = \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{fu}}\right) d \quad (2.31)$$

### 3. ESTADO DEL ARTE

Recientemente se ha evaluado el comportamiento de elementos de concreto reforzados internamente con barras de FRP, las investigaciones se han dirigido a analizar el comportamiento de elementos estructurales, tales como vigas y losas de concreto, evaluando la influencia que tienen las cuantías del refuerzo en su rigidez, así como la importancia de la geometría de losas y vigas, para lo cual se simulan, bajo condiciones controladas de laboratorio, las condiciones de cargas gravitacionales a que están sometidas durante su vida de servicio. A continuación, se revisan algunos documentos que contienen antecedentes conceptuales y analíticos sobre este tema.

#### 3.1 Mecanismos de resistencia al corte de losas de concreto

**Bahira Abdul-Salam, Ahmed Sabry Farghaly, Brahim Benmokrane, Mecanismos de resistencia al corte de losas de concreto unidireccionales reforzadas con barras FRP. Universidad de Sherbrooke-facultad de Ingeniería Civil, Sherbrooke (Quebec) Canadá - 2014.(Abdul-Salam et al., 2016)**

Los autores llevaron a cabo una investigación experimental integral para analizar el comportamiento a corte de losas con barras de CFRP y GFRP, las cuales medían 4000 mm de largo x 1000 mm de ancho x 200 mm de espesor, de 16 losas, nueve fueron reforzadas con barras de CFRP y seis con barras de GFRP, Grado I y Grado III, una losa reforzada con barras de acero se usó para efectos de comparación. Las variables para el ensayo fueron la cuantía de refuerzo longitudinal  $\rho_f$ , la resistencia a la compresión del concreto  $f'_c$ , el tipo de refuerzo y la configuración y diámetro del refuerzo.

De esta investigación se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Los modos de falla observados en las losas de GFRP y CFRP-RC probadas fueron: falla por corte por compresión, falla por tensión diagonal y falla de adherencia/anclaje.
- El agrietamiento de un ángulo de corte de 45°, como se recomienda en los Normas y Guías de diseño de FRP existentes, puede no ser siempre conservador, por tanto, este parámetro debe reevaluarse para miembros de FRP-RC.

- El comportamiento de carga-deflexión en losas antes del agrietamiento se rige por las propiedades de la sección bruta y, este mismo comportamiento después del agrietamiento, estuvo cercano a ser directamente proporcional a la rigidez axial de las barras FRP.
- La mayoría de las losas reforzadas con CFRP experimentaron fallas frágiles, mientras que la mayoría de las losas reforzadas con GFRP, con rigidez axial de refuerzo equivalente a la de las losas reforzadas con CFRP, mantuvieron su integridad incluso después de la falla, evitando así modos de falla frágiles.
- En investigaciones que actualizan estos diseños se encontró que el uso de barras de FRP como refuerzo para estructuras de concreto resultará más confiable si se controla su falla tanto agregando una cantidad específica de barras de acero de manera conjunta dentro de la malla de FRP en secciones críticas, donde es probable que se formen bisagras plásticas, como ajustando el refuerzo de FRP en las otras secciones para que puedan asumir el momento adicional redistribuido de estas bisagras.

### **3.2 Comportamiento a flexión de losas de concreto reforzados con GFRP**

#### **Braian Raúl Buitrago Parra. Comportamiento a flexión de elementos de concreto reforzados con barras de GFRP, 2021. (Buitrago Parra, 2020)**

Esta fue una investigación experimental con losas en concreto reforzadas con barras de GFRP, para lo cual se diseñaron y ensayaron cuatro losas de 4000 mm de longitud, 200 mm de espesor y 1000 mm de ancho, variando la cuantía de refuerzo para así considerar diseños sub-reforzados, sobre-reforzados, y con cuantías similares a la balanceada, que cumplieran con los requisitos admisibles de capacidad de resistencia requerida y deflexión, impuestos por NSR-10, además, se diseñó y probó un elemento en concreto reforzado con acero convencional que sirviera como punto de comparación.

Se modeló una condición de carga por flexión a través de la aplicación de cargas puntuales en los tercios de los elementos, creando una zona de flexión pura y dos zonas flexo-cortantes, se midió la capacidad última, deflexiones, esfuerzos en las barras de refuerzo y modo de falla para cada elemento; los resultados permitieron establecer relaciones entre capacidades teóricas y experimentales, así como entre modos de falla y sus causas.

De esta investigación se obtuvieron las siguientes conclusiones, que resultan de interés para el presente trabajo:

- Las losas de concreto reforzadas con GFRP se caracterizaron por altas deflexiones y un número importante de fisuras debido al bajo módulo de elasticidad de las barras; al ser descargados, los elementos recuperaron gran parte de la deflexión, siendo perceptible una deformación permanente.
- La metodología para el cálculo de resistencia última en la estimación del momento nominal resistente es adecuada para elementos reforzados con barras de GFRP, confirmando que la relación entre momentos teóricos y experimentales es 1, cuando no se emplea el coeficiente de reducción  $\Phi$ .
- La resistencia a cortante medida al fallar el elemento no coincidió con la calculada mediante la ecuación para concreto reforzado con acero convencional, sin embargo, sí coincidió con la ecuación del ACI440.1R15, esto se debe a que el elemento no se dimensionó para cumplir con el cortante resistente requerido por la ACI 440.1R-15. La falla presentó la inclinación de la fisura y se localizó en la zona de máximos esfuerzos cortantes.
- Las deflexiones admisibles presentadas por la NSR-10 en la tabla C.9.5 (a), se cumplen si se aumenta la cuantía, demostrando que el diseño se rige por el estado límite de servicio de las deflexiones del elemento.
- Ninguno de los elementos GFRP-RC ensayados igualó ni superó la rigidez del elemento CR con acero convencional.
- Finalmente, se recomienda experimentar con losas de concreto reforzadas con barras de GFRP ante esfuerzos puros de cortante, modificando la resistencia a compresión del concreto, su cuantía y su espesor.

### **3.3 estructuras de concreto reforzadas con GFRP**

**Nanni A., De Luca, A., Jawaheri Zadeh, Hany. Concreto armado con barras de FRP. 2014 (Nanni et al., 2014)**

Los autores hacen un estudio experimental de materiales estructurales, presentando el diseño de diferentes elementos: losas reforzadas en una y dos direcciones, vigas T y columnas y cimentaciones de estructuras de concreto reforzadas con GFRP. Las investigaciones adelantadas por Nanni sobre el comportamiento de elementos de concreto reforzados con barras de GFRP sometidas a flexión, como en el caso de losas, ratifica que la rigidez en este tipo de losas calculadas

con la fórmula de Branson es subestimada, lo que ocasiona la presencia de fisuras más anchas. En los ensayos ante una misma carga se obtuvieron mayores deflexiones en losas con refuerzo de GFRP, por lo que se justifica el ajuste en el cálculo del momento de inercia efectivo.

De la investigación citada se deducen las siguientes conclusiones:

- Los autores realizan el análisis experimental de elementos a flexión y determinan que el ajuste presentado por Bischoff (2011) en las fórmulas de Momento de inercia efectivo permite una razonable aproximación a las deflexiones de elementos de FRP-RC.
- Así mismo, desarrollan el diseño de flexión con barras de polímero reforzado con fibra (FRP) y demuestran cómo su comportamiento mecánico puede desviar el proceso de diseño de métodos, el cual se encuentra bien establecido en el caso de barras de acero.
- El diseño a flexión se completa detallando y explicando los requisitos de capacidad de servicio de los elementos a flexión de concreto reforzado FRP, cuando se comparan estos elementos con miembros de concreto reforzado con acero, estos requisitos desempeñan un papel más destacado en el proceso general de diseño.
- Se estudia los refuerzos mínimos y máximos necesarios para los elementos de FRP-RC según las disposiciones de la ACI, encontrándose que para longitudes similares los miembros reforzados con FRP deben cumplir con requerimientos de profundidad mayores que los elementos de concreto reforzados con acero.

### **3.4 Comportamiento de adherencia-deslizamiento del refuerzo GFRP en elementos a flexión**

**Gooranorimi O., Claire G., Suaris W., Nanni. Efecto de adherencia-deslizamiento en el comportamiento a flexión de losas de GFRP RC. 2018.(Gooranorimi et al., 2018)**

Se realiza experimentación analítica con un modelo de elementos finitos (FEM) de estructuras RC, encontrándose que el deslizamiento entre el concreto y el refuerzo ocupa un papel apreciable, aunque usualmente se ha asumido que se presenta una unión sin desplazamiento. En la investigación dentro del modelo (FEM) se incorpora el efecto adherencia-deslizamiento para la predicción del comportamiento a flexión de las losas de GFRP.

El FEM se desarrolla incorporando el material de concreto y los parámetros de fisuración pertinentes, en primer lugar, se considera una unión perfecta entre el concreto y las barras de GFRP

---

obviando el deslizamiento, luego, se incluye el efecto de adherencia-deslizamiento utilizando la formulación obtenida experimentalmente, llegando a las siguientes conclusiones:

- Los resultados de carga contra deflexión en la mitad de la losa son más precisos al incorporar el efecto de adherencia-deslizamiento en el modelo matemático, obteniéndose una mejor coincidencia con los datos experimentales.
- Cuando se consideró el deslizamiento de las barras de GFRP, la estimación del comportamiento a flexión fue más exacta.
- Los dos modelos FEM proporcionaron una predicción aceptable de la capacidad de carga última de la losa GFRP-RC, dicha capacidad es una de las principales preocupaciones desde el punto de vista del diseño.
- A pesar de lo anterior, la suposición de adherencia perfecta aceptada normalmente es suficientemente segura para el diseño y el cálculo de la capacidad de carga última de las losas.

Entre las recomendaciones planteadas se encuentran:

- La aparente debilidad del elemento al cortante debe solucionarse mediante la investigación de elementos en los que se empleen mayores resistencias del concreto y se prueben mayores espesores, para investigar sus efectos sobre los esfuerzos cortantes.
- A través de investigación analítica y experimental se debe evaluar el comportamiento de losas de concreto reforzadas con barras de CFRP, lo que permitirá solucionar el tamaño de las fisuras presentadas a tensión en la sección de la losa.

Desde el punto de vista de las investigaciones más recientes y teniendo en cuenta que las estructuras de concreto reforzadas con acero expuestas a ambientes cálidos y con presencia de sal, presentan problemas de corrosión a través del tiempo, lo que afecta su durabilidad a largo plazo, se realiza la presente investigación cuyo objetivo central es evaluar cómo los refuerzos alternativos con barras CFRP pueden sustituir el refuerzo de barras de acero, así como su influencia en la resistencia al corte, deflexión ante cargas y la capacidad de resistencia a las cargas normales de servicio. Todo esto con miras a considerar las barras de CFRP como material alternativo en zonas donde se pueda presentar degradación del refuerzo por fenómenos de corrosión, sin que se afecte la serviciabilidad de los elementos.

La presente investigación se enfoca en analizar el comportamiento de elementos estructurales, tales como losas de concreto reforzadas con CFRP, evaluando la influencia que tiene la modificación del material de las barras de refuerzo, usando concreto de alta resistencia; así mismo se analizan y evalúan las diferentes cuantías de refuerzo en su rigidez, la variación del espesor de las losas para mejorar la resistencia al cortante, la resistencia a la flexión para disminuir el agrietamiento y las deflexiones., evitando con esto que la deflexión excesiva perjudique la serviciabilidad de las estructuras y, a la vez, aumentando la carga última de falla de manera considerable.

Para conseguir los objetivos planteados se sometieron losas macizas de concreto a condiciones de laboratorio con cargas similares a las que están sometidas durante su vida de servicio, en línea con las capacidades calculadas, siguiendo las normativas vigentes.

## 4. OBJETIVOS

### 4.1 Objetivo general:

Evaluar el comportamiento de losas de concreto reforzadas con barras de CFRP con respecto a la incidencia de la cuantía de refuerzo y a la variación del espesor de losas como control de las deflexiones.

### 4.2 Objetivos específicos:

- Evaluar de forma teórica la capacidad a corte de las losas al modificar el espesor y la cuantía de refuerzos de CFRP y A706.
- Predecir la deformación de las losas a partir de la formulación teórica del análisis de estructuras, basada en los códigos ACI 440.1R-15 y NSR-10.
- Analizar el modo, tiempo y lugar de presentación de las fisuras durante el proceso de aplicación de carga y registrar la localización e inclinación de estas durante la falla del elemento, correlacionando la longitud de generación de fisuras con el porcentaje de afectación en la deflexión del elemento.
- De acuerdo con los lineamientos técnicos de los códigos NSR-10 y ACI 440.1R-15 validar el comportamiento real a flexión de las losas ensayadas contra los valores analíticos estimados de capacidad y deflexión.

## 5. PROGRAMA DE INVESTIGACIÓN

Al revisar el estado del arte se encuentra que existen vacíos en cuanto a la predicción de los modos de colapso de losas como las analizadas en este estudio, específicamente con respecto a la falla a cortante del concreto reforzado, más conocida como falla a tensión diagonal, una losa con un diseño inapropiado puede presentar un colapso por cortante de forma súbita, mientras que en la falla por flexión se presenta una deformación gradual debido a la distorsión del refuerzo CFRP o acero. En el transcurso de la presente investigación se tuvieron en cuenta estos criterios para el análisis de los resultados.

Para cumplir con los objetivos planteados en la presente investigación se adelantó la experimentación con losas de concreto reforzadas con CFRP y acero A706 analizando su comportamiento bajo cargas aplicadas en el centro de la luz. Se hizo una comparación entre las deflexiones experimentales y las teóricas, así como entre la resistencia al esfuerzo cortante y los momentos flectores, los cuales se evalúan a partir de los cálculos teóricos, mediante las metodologías de Bischoff y Branson.

Los resultados teóricos del cálculo de los elementos ensayados se equipararon con los resultados experimentales obtenidos en las pruebas de laboratorio, para validar qué tan cercanas están las capacidades planteadas por las fórmulas teóricas existentes en la ciencia actual a lo que puede suceder en la práctica real en una estructura sometida a este tipo de cargas.

### **Metodología de ensayos**

A continuación, se presenta la metodología con la que se calculó el dimensionamiento y refuerzo de los elementos que se ensayaron y, posteriormente, se evaluó el procedimiento de aplicación de cargas de prueba. Finalmente, se estudiaron los resultados obtenidos en la experimentación del laboratorio y se analizaron las diferencias con respecto a los datos teóricos.

## 5.1 Diseño de los elementos

Con base en el dimensionamiento geométrico de las losas se evaluaron las cargas vivas y muertas usadas comúnmente en los edificios, carga muerta como peso propio, acabados y particiones y carga viva para oficinas de acuerdo con la norma NSR-10. Dada la naturaleza del ensayo en laboratorio los elementos se consideraron simplemente apoyados con carga única en el centro de la luz, con esta información básica de las cargas junto con las propiedades de los materiales a usar se procedió a diseñar los elementos de estudio.

### 5.1.1 Cálculo de los espesores y longitudes típicas de losas a ensayar

De acuerdo con lo hallado en la revisión bibliográfica acerca de las dimensiones típicas de las losas de concreto y partiendo de una luz de la losa de  $L=2500$  mm, definida esta por la longitud de las barras de CFRP suministradas por la facultad de ingeniería (que son de 2.40 m), se estableció un espesor de ensayo a partir de lo definido en la Tabla C.9.5 (a) NSR-10 ( $L/20$ )  $e = 125$  mm, y en el Código ACI 440.11-22, permite orientarse en la definición de espesores mínimos según la tabla 7.3.2.1 de la Guía ACI 440.1R-15 con ( $L/13$ )  $e = 177$  mm (N° 7, Pag 8), adoptándose 1000 mm como ancho del elemento. Se usa un recubrimiento de 25 mm de acuerdo con el NSR-10 C.7.7.

### Espesores de placas de ensayo

En el análisis se planteó la construcción y ensayo de seis losas reforzadas con barras de  $\frac{1}{2}$ " de diámetro en CFRP y una con refuerzo de barras de  $\frac{1}{2}$ " en acero A706 como referencia. Para el diseño de los elementos se eligió una resistencia de 56 MPa, con base en ella se diseñaron las mezclas de prueba y posteriormente cuándo los cilindros cumplieron los 28 días se ensayaron. El resultado de la rotura de los cilindros dio una resistencia promedio de 58.92 MPa. La revisión del diseño final se ajustó con la resistencia real de cada losa como figura en el Apéndice C (Tabla 44).

*Tabla 3. Espesores y longitudes típicas de losas a ensayar*

Elemento	longitud	Und	Observaciones
L	2500	mm	Longitud total de losa
Le	2300	mm	Longitud de ensayo -Distancia entre apoyos
L/20	115	mm	ACI-318-19, Tabla 7.3.1.1, NSR-10 Tabla C.9.
L/13	177	mm	Guía ACI 440.1R-15

En consonancia con el objetivo de evaluar la influencia que tiene la variación en el espesor de las losas, en la presente investigación se tomaron espesores de 180 mm y 120 mm, lo que permitió observar la influencia del cambio de espesor sobre la deflexión, la fisuración y la resistencia a la flexión de las losas.

### **Selección de las cuantías del refuerzo de CFRP**

Mediante la selección de diferentes cuantías de refuerzo usadas en las losas de ensayo se buscó estudiar diseños que estuvieran comprendidos entre los estados límite de falla sobre-reforzada, sub-reforzada y balanceadas, esto es, que estuvieran referidos a la cuantía balanceada  $\rho_b$  de cada losa. La variación en la cuantía de refuerzo en estas losas influyó en la deflexión teórica y experimental. El proceso de cálculo es el siguiente:

- Cálculo de la cuantía de acero convencional para soportar las cargas últimas de diseño.
- Cálculo de la cuantía de CFRP para cargas últimas de diseño equivalente a la cuantía de acero.
- Cálculo de la cuantía balanceada de CFRP.
- Cuantía necesaria de refuerzo CFRP para cumplir el límite de las deflexiones (ACI 440.1R-15, Tabla 7.2.1).

### **Suposiciones teóricas de Diseño**

En el cálculo de las losas de concreto se asumen varias suposiciones fundamentales para el comportamiento de respuesta a las cargas que se aplicaran, las cuales, básicamente, son las siguientes:

- Los apoyos son simples en los extremos de la losa.
- La geometría de las losas ensayadas es: longitud 2,50 m (definida por la longitud de las barras de CFRP existentes en el laboratorio); la luz de ensayo se toma como 2,30 m; el ancho de las losas se toma 1,0 m en todas las losas ensayadas; las fuerzas internas están en equilibrio con

las cargas externas aplicadas en la sección; la deformación unitaria del refuerzo es igual a la del concreto que lo rodea.

- No ocurre deslizamiento en los refuerzos.
- Las secciones transversales del elemento son planas durante el proceso de aplicación de cargas.
- Se asume que el concreto no es capaz de resistir ningún esfuerzo de tensión, esta teoría se basa en las relaciones esfuerzo-deformación y en las propiedades de resistencia de los dos materiales que conforman las losas.

### 5.1.2 Evaluación de cargas

Según las dimensiones anteriores se evaluaron las cargas muertas y vivas, según lo establecido por el Código NSR-10 para edificios de oficinas. Para la carga viva se aplicó lo establecido en el código NSR-10.

*Tabla 4. Valoración de Cargas en la losa.*

Peso propio de la losa:	0,180*1*24	4,32	kN/m <sup>2</sup>
Baldosa sobre 25mm de mortero:	1,1*1	1,10	kN/m <sup>2</sup>
Cielo raso entramado metálico afinado yeso:	0,7*1	0,70	kN/m <sup>2</sup>
Mobiliario para aire acondicionado y red contraincendios	1,75*1	1,75	kN/m <sup>2</sup>
CargaXparticiones muros: Mampostería, arcilla pañete 2 caras	2,5*1,8	4,50	kN/m <sup>2</sup>
<b>TOTAL, CARGA MUERTA</b>		<b>12,37</b>	kN/m <sup>2</sup>
Carga viva – Sitio de reunión, oficinas	2,0*1	2,00	kN/m <sup>2</sup>
<b>TOTAL, CARGA VIVA</b>		<b>2,00</b>	kN/m <sup>2</sup>
		<b>14,37</b>	

### 5.1.3 Materiales

Durante el diseño y elaboración del concreto en laboratorio los resultados de las resistencias a la compresión (ver Apéndice C) se ubicaron en resistencias promedio reales de  $f'_c = 8542,7$  psi (58.9 MPa) (600.7 kg/cm<sup>2</sup>), la cual es una resistencia alta. Debido a que la resistencia obtenida experimentalmente en las mezclas de concreto fue de 58.9 MPa (más alta que la teórica del diseño: 56 MPa), se hizo la corrección de los cálculos, en línea con la resistencia  $f'_c$  final hallada experimentalmente.

El refuerzo interno de las losas de ensayo consistió en barras de CFRP de ½” de diámetro (12.5 mm) y barras de acero A-706 de ½” de diámetro. La guía ACI 440.1R-15, tabla 7.2.1. establece el

rango permitido de resistencia a la tracción y el módulo de elasticidad (ver tabla 5), también se muestran las propiedades físicas del CFRP y del A706 dadas por los fabricantes.

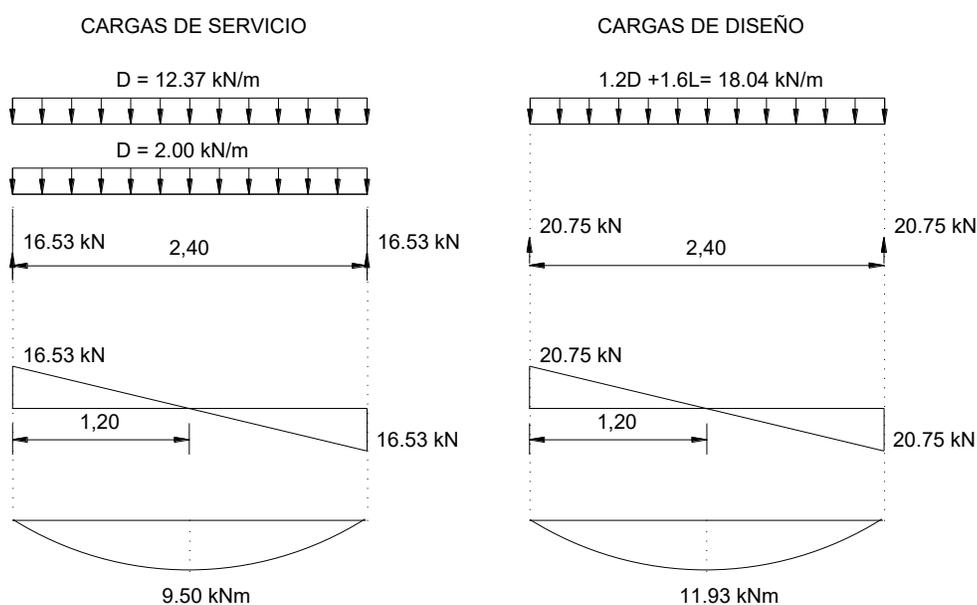
*Tabla 5. Propiedades de los materiales*

Código ACI 440.11-22 (20.2.1.4)

$f_{fu}$	de 600 a 3690	MPa
Módulo de elasticidad	de 120 a 580	GPa
Resistencia a tracción (Tensile Strength) barras Carbopree HS 12.5 mm		
$f_{fu}$	2300	MPa
Módulo de elasticidad de CFRP - Fabricante		
$E_f = E_{f,ave}$	127.78	GPa
Acero de refuerzo - A-706 de grado 60		
$f_y$ (Fluencia)	420	MPa
Resistencia a la Tracción	550	MPa

#### 5.1.4 Diseño de losas con barras de CFRP

Según la combinación de cargas presentadas en la NSR-10 se obtuvieron los diagramas de esfuerzos cortantes y momentos flectores teóricos, la combinación usada para la mayoración de cargas se consideró a partir de lo estipulado en la NSR-10 B.2.4-2:  $1.2D + 1.6L$ . Las cargas repartidas se convertirán en una carga puntual para tema de monto de carga a aplicar en el ensayo.



*Grafica 3. Diagramas de fuerzas internas en las losas reforzadas con barras de CFRP, simplemente apoyadas.*

## Resumen de solicitaciones de carga por diseño

Tabla 6. Resumen de solicitaciones de carga por diseño

Solicitación	Condición de servicio	Condición resistencia última
Carga distribuida combinada (kN/m)	14,37	18,04
Fuerza cortante (kN)	16,53	20,75
<b>Momento (kN.m)</b>	<b>9,50</b>	<b>11,93</b>

### 5.1.5 Cuantía balanceada de la losa

La cuantía balanceada de las losas se determinó a partir de la ecuación 2.32, expuesta en el marco teórico:

$$\rho_{fb} = 0.85\beta_d \frac{f'_c E_f \varepsilon_{cu}}{f_{fu} E_f \varepsilon_{cu} + f_{fu}} \quad (2.32)$$

Con base en las deformaciones últimas de cada uno de los materiales que compone la sección del elemento,  $\varepsilon_{cu}$  y  $\varepsilon_{frpu}$ , se obtuvo la cuantía balanceada  $\rho_{fb}$ .

Tabla 7. Cuantía balanceada de la losa

Deformacion ultima del concreto	$\varepsilon_{cu}$	0,0030	
Esfuerzo ultimo de diseño	$f_{fu}^* =$	2.300,0	MPa
Módulo de elasticidad de diseño de CFRP	$E_f$	127.800,0	MPa
Factor de reduccion ambiental	$C_E =$	1,00	
Resistencia a la tracción de diseño CFRP	$f_{fu} =$	2.300,0	MPa
Resistencia última a la compresión	$f'_c =$	58,92	MPa
Deformacion ultima del CFRP	$\varepsilon_{frpu} = f_f / E_f$	0,0180	
Factor de diseño de Concreto $\beta_1$	$\beta_1$	0,80	
Cuantía balanceada del elemento	$\rho_{fb} =$	0,00249	

Partiendo de la cuantía balanceada promedio se definió el número de barras de CFRP necesario para colocar en los elementos a ensayar, de modo que se tuvieran elementos con cuantías sobre-reforzadas y sub-reforzadas.

### 5.1.6 Diseño a Flexión

Con el diseño a flexión se definió la cuantía del refuerzo necesario para que el momento nominal resistente de la sección fuera igual o mayor al momento ultimo calculado anteriormente, para lo cual se usó la siguiente ecuación (2.29):

$$M_n = \rho f_f b d^2 \left(1 - 0,59 \frac{\rho f_f}{f'_c}\right)$$

Diseño del elemento reforzado con CFRP - Método resistencia última LRFD: Datos de entrada formula de flexión – para CFRP

- Propiedades de los materiales

*Tabla 8. Propiedades de los materiales*

Resistencia del concreto	$F'_c$	58,92	MPa
Factor de diseño de concreto	$\beta 1$	0,8	
Resistencia a tensión CFRP	$F_{fu}^*$	2.300	MPa
Factor de reducción ambiental	$C_E$	1,0	
Resistencia de diseño CFRP	$F_{fu}$	2.300	MPa
Módulo de elasticidad CFRP	$E_f$	127.800	MPa

- Geometría de la sección

*Tabla 9. Geometría de la sección*

Ancho de la seccion	$b$	1,00	m
Altura de la seccion	$h$	0,18	m
Recubrimiento de concreto	$r$	0,025	m
Altura util de la seccion	$d = (h-r- \phi/2)$	0,1457	m
Longitud de losa	$L$	2,5	m
Longitud de Ensayo	$L_e$	2,3	m

- Factor de reducción de resistencia CFRP (ver cálculos detallados en Anexo A)

El tipo de falla de esta sección está gobernada por la rotura del concreto, el factor de reducción de resistencia  $\phi$  es 0.55, conforme al factor de la ACI 440.1R-15, numeral 7.2.3. según la figura del 7.2.3, usando la ecuación (2.24) se encuentra la cuantía requerida:

$$\rho (\text{req}) = 0.00025$$

La cuantía encontrada resultó menor que la balanceada confirmando que la sección tiene un comportamiento controlado por la falla por tensión del refuerzo.

- Área de refuerzo CFRP requerida por flexión:

$$A_s (\text{req}) = 0.00025 * 1\text{m} * 0.1456\text{m} = 36,4 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$\rho$ (req) =	0.00029	mm <sup>2</sup> /m
$A_s$ (req) =	36,4	mm <sup>2</sup> /m
Refuerzo CFRP (mínim.)	2	Varillas $\phi$ 1/2"

- Verificación de área mínima de refuerzo por cortante, usando la resistencia del concreto promedio real del ensayo  $f'_c = 58.92$  MPa:

$$A_{f,min} = \frac{0.41\sqrt{f'_c}}{f_{fu}} b_w d \geq \frac{2.3}{f_{fu}} b_w d$$

$f'_c$ = (Experimental)	58.92	MPa
$A_f$ , min =	234.3	mm <sup>2</sup> /m
Refuerzo varillas de $\phi$ 1/2"	2	unidades

Por lo tanto, el área que se utiliza por aproximación es de 253.35 mm<sup>2</sup>, superior a lo requerido.

- Verificación de la resistencia del elemento ante fuerzas cortantes por NSR-10:

$$V_c = 0.17\sqrt{f'_c} b * d$$

$V_c = 0.17\sqrt{f'_c} b * d$	190.0	kN/m
$\phi V_c = 0.75 * V_c$	142.5	kN/m

Calculando con la ecuación de ACI 440.1R-15, se tiene que:

$$V_c = \frac{2}{5}\sqrt{f'_c} b_w c, c = kd, \quad k = \sqrt{(n_f \rho_f)^2 + 2n_f \rho_f} - n_f \rho_f$$

$V_c$	53,0	kN
$k$	0.1186	
$c = kd$	17,26	mm
$n_f$	4.58	

De forma que el cortante último que ocurre a una distancia “d” del sitio de apoyo de la losa es:

$$V_u = 20.75 \text{ kN} - (0.1457 \text{ m} * 18.04 \text{ kN/m}) = 18.13 \text{ kN/m}$$

La losa cumple a cortante, según lo calculado a partir de la NSR-10 ( $\phi V_c > V_u$ ), y con el cortante calculado mediante la Guía ACI 440.1R-15, la sección también cumple a cortante ( $\phi V_c > V_u$ ).

El espesor de placa 0.18 m, definido en la sección 5.1.1 por Guía ACI 440.1R-15 tabla 7.3.2.1, resiste el esfuerzo a cortante calculado:

$$\rho = \frac{A_f}{b.d} = \frac{253.35}{1000 \times (177 - 25 - 12.5 \times 0.5)} = 0.00174$$

$$k = \sqrt{(n_f \rho_f)^2 + 2n_f \rho_f} - n_f \rho_f = \sqrt{(4.58 \times 0.00174)^2 + 2 \times 4.58 \times 0.00174} - 4.58 \times 0.00174$$

$$k = 0.1186$$

$$V_c = 0.40 * \sqrt{f'_c} * b_w * kd$$

$$\phi V_c = 0.75 * V_c = 0.75 * 0.40 * (58.9)^{0.5} * 1000 * 0.1186 * 0.1456 = 39.7 \text{ kN}$$

### 5.1.7 Cálculo de deflexiones de las losas reforzadas con CFRP, método Bischoff Guía ACI 440.1R-15

Las deflexiones máximas se calcularon mediante la fórmula del método de Bischoff 2011 (ver cálculos detallados en Apéndice A)

Tabla 10. Cálculo de deflexiones en losas reforzadas con CFRP

Deflexión esperada	Nom	Valor	Und	Método de Bischoff
Momento actuante máximo	Ma	69,23	kNm	Ec. (2.29)
Inercia de la sección	Ig	4.62E-04	m <sup>4</sup>	
Momento de agrietamiento	Mcr	22,94	kNm	Ec. (2.16)
Relación de Módulos	nf	4.58		Ec. (2.21)
Relación Prof. Eje neutro y altura útil	k	0,1186		Ec. (2.20)
Inercia del elemento fisurado	Icr	2,22E-05	m <sup>4</sup>	Ec. (2.13)
Factor de viga simpl. apoyada	λ	1.0		
Inercia efectiva de la losa	Ie	2,94E-05	m <sup>4</sup>	Ec.(2.12)
Deflexión máxima	Dmax	0,037	m	Ec (2.17)
Deflexión máxima	Dmax	37,26	mm	

*Tabla 11. Deflexión máxima admisible Calculada*

Tabla C.9.5(b) – NSR-10		Límite de deflexión (mm)		Deflexión Calculada (mm)
Tipo de elemento	Deflexión considerada			
Entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	Deflexión inmediata debida a la carga viva, L	l/360	6.4	2.25
Sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	La parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales (la suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas permanentes, y la deflexión inmediata debida a cualquier carga viva adicional)†	l/480 ‡	4.8	6.79
Sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales no susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.		l/240§	9.6	6.79

En los cálculos se pueden ver las deflexiones para el elemento reforzado con dos barras de CFRP de ½” de diámetro confirmándose que no se cumple para el sistema de entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes, lo que corresponde al primer caso de la tabla C.9.5(b) de la NSR-10; de igual manera, tampoco se cumple para el segundo caso de dicha tabla que considera al elemento con un sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes, mientras que para el tercer caso sí se cumple. Para cumplir con el límite propuesto en el código NSR-10 se incrementó la cantidad de barras de CFRP en el elemento y se calcularon las deflexiones con estas cuantías para verificar con cuánto refuerzo se cumple lo requerido en la norma, acorde con lo postulado en la TABLA C.9.5(b) del código NSR-10 (Tabla 12). La nomenclatura usada en las losas según el espesor y el refuerzo es la siguiente:

*Tabla 12. Código, Dimensión y refuerzo usado en cada losa*

Referencia LOSA	Material de Refuerzo	Espeor losa	Refuerzo Losa
		(cm)	(Pulgadas)
A706-1 (18x4)	Acero A706	18	4 $\phi$ 1/2"
CFRP-1 (18x2)	CFRP	18	2 $\phi$ 1/2"
CFRP-2 (18x3)	CFRP	18	3 $\phi$ 1/2"
CFRP-3 (18x4)	CFRP	18	4 $\phi$ 1/2"
CFRP-4 (12x2)	CFRP	12	2 $\phi$ 1/2"
CFRP-5 (12x4)	CFRP	12	4 $\phi$ 1/2"
CFRP-6 (12x7)	CFRP	12	7 $\phi$ 1/2"

Tabla 13. Deflexiones teóricas variando la cuantía de refuerzo.

Tipo de elemento	Límite de deflexión		Deflexión considerada	Refuerzo colocado						
				(CFRP)						[A706]
				(18X2)	(18X3)	(18X4)	(12X2)	(12X4)	(12X7)	[18x4]
Entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	l/360	6.4	Deflexión inmediata por carga viva (mm)	2,25	1,73	1,42	5,51	3,29	2,01	1,72
Sistema de entepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	l/480	4.8	La parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales (mm) (suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas permanentes, y la deflexión inmediata debida a cualquier carga viva adicional)	6,79	5,98	4,82	10,09	5,43	3,65	2,62
Sistema de entepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales no susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes	l/240	9.6								

Como se observa, la cuantía de refuerzo que cumple con los límites de deflexiones se presenta en la losa de CRFP (12X7) de espesor 12 cm con siete barras de CFRP y en la losa CRFP (18X4) de espesor 18 cm con cuatro barras de CFRP. (Ver cálculos detallados de diseño de losas en el Apéndice A)

### 5.1.8 Diseño la losa reforzada con barras de acero ASTM A-706

De manera similar a como se diseñaron las losas de concreto reforzadas con barras de refuerzo CFRP, también se diseñaron las losas con refuerzo de acero A-706 con la resistencia última para encontrar el refuerzo requerido para las cargas de diseño calculadas en la tabla 6, en la tabla 14. Se usó  $f'c = 58.9$  MPa que fue el real obtenido de la mezcla experimental.

Tabla 14. Cuantía balanceada de la losa A706

Deformación última del concreto	$\epsilon_{cu}$	0.0030	
Resistencia a la tracción ultimo Acero A-706	$f_s$	420.0	MPa
Módulo de elasticidad de diseño Acero A-706	$E_f$	200,000.0	MPa
Deformación última del Acero A-706	$\epsilon_y$	0.0021	
Coefficiente de diseño de concreto	$\beta_1$	0.80	
Resistencia última del concreto a compresión	$f'c$	58,9	MPa
Resistencia a tracción diseño Acero A-706	$f_y =$	240.0	
Cuantía balanceada	$\rho_b$	0,05613	

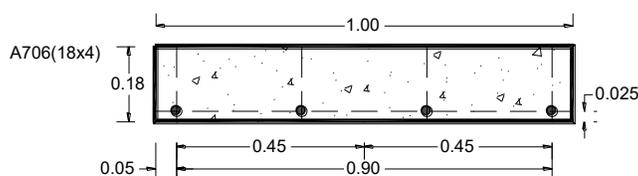
La resistencia al esfuerzo cortante se verificó de forma similar al punto anterior, puesto que la sección de la losa 1.0x0.18 m se mantuvo sin modificaciones.

- Diseño a Flexión A-706

A partir del diseño basado en la ecuación 2.29, que se presenta a continuación se halló el refuerzo requerido para soportar el momento nominal resistente de una sección igual o mayor al momento último calculado anteriormente.

$$M_n = \rho f_f b d^2 \left( 1 - 0,59 \frac{\rho f_f}{f'_c} \right)$$

$M_u = \phi M_n$	30.53	(kN/m)
$A_{f, \min}$	665.2	mm <sup>2</sup>
$\rho_s =$ (requerida)	0.0035	
$A_s =$ (Requerida)	506.71	mm <sup>2</sup> /m
Barras de ½"	4	A-706



- Cálculo de deflexiones de la losa armada con acero A-706 (Ver cálculos detallados en Apéndice A)

Tabla 15. Deflexiones Losa reforzada con acero A706.

Tabla C.9.5(b) – NSR-10		Límite de deflexión (mm)		Deflexión Calculada (mm)
tipo de elemento	Deflexión considerada			
Entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	Deflexión inmediata debida a la carga viva, L	1/360	6.4	1,45
Sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	La parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales (la suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas permanentes, y la deflexión inmediata debida a cualquier carga viva adicional)†	1/480 ‡	4.8	2,64
Sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales no susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.		1/240 §	9.6	3,2

La separación entre las barras de acero en la sección transversal de la losa fue de 238 mm.

### 5.1.9 Resumen deflexiones losas

En la tabla 16 se resumen las deflexiones teóricas calculadas para las siete losas a ensayar, comparándolas con las deflexiones requeridas por el código colombiano NSR-10. (Ver cálculos en el Apéndice A)

Tabla 16. Resumen deflexiones losas.

Referencia LOSA	NSR-10	CFRP-1 (18x2)	CFRP-2 (18x3)	CFRP-3 (18x4)	CFRP-4 (12x2)	CFRP-5 (12x4)	CFRP-6 (12x7)	A706-1 (18x4)
$(\Delta)_{cr}$	6,40	2,25	1,73	1,42	5,51	3,29	2,01	1,44
$(\Delta)_n$	4,80	6,79	53,98	4,82	10,09	5,43	3,65	2,62
$(\Delta)_{ultima}$	-	37,26	42,66	45,91	66,72	72,76	72,08	3,20

### 5.1.10 Evaluación de la carga $P_{cr}$ de agrietamiento

Se evaluó la carga bajo la cual se presentan fisuras en la losa de espesor 0.18 m siendo  $f'c = 58.9$  MPa (valor promedio experimental), este valor fue tenido en cuenta durante el ensayo con el objeto de comparar el valor obtenido teóricamente versus el valor obtenido experimentalmente, como una comprobación de la precisión del diseño. En el cálculo se utilizó la Ecuación 2.16.

$M_{cr}$	24,93	kNm
$P_{cr}$	38.78	kN

$$M_{cr} = \frac{0,62 \lambda \sqrt{f'c} I_g}{\gamma_f} = \frac{0,62 (1,0) \sqrt{58,9} (4,62 \times 10^{-4} m^4)}{88,5} = \frac{0,62 (7752,4 \frac{kN}{m^2}) (4,62 \times 10^{-4} m^4)}{0,0885}$$

$$M_{cr} = \frac{2,198 kNm}{0,0885} = 24.83 kNm$$

$$M_{max} = \frac{PL}{4} + \frac{wL^2}{8} = \frac{P(2,3)}{4} + \frac{4,32(2,3)^2}{8} \quad P = 25.16 kN = 2.896 kgf$$

Losa de espesor 0.12 m para  $f'c$  (promedio) = 58.9 MPa

$M_{cr}$	10.39	kNm
$P_{cr}$	18,07	kN

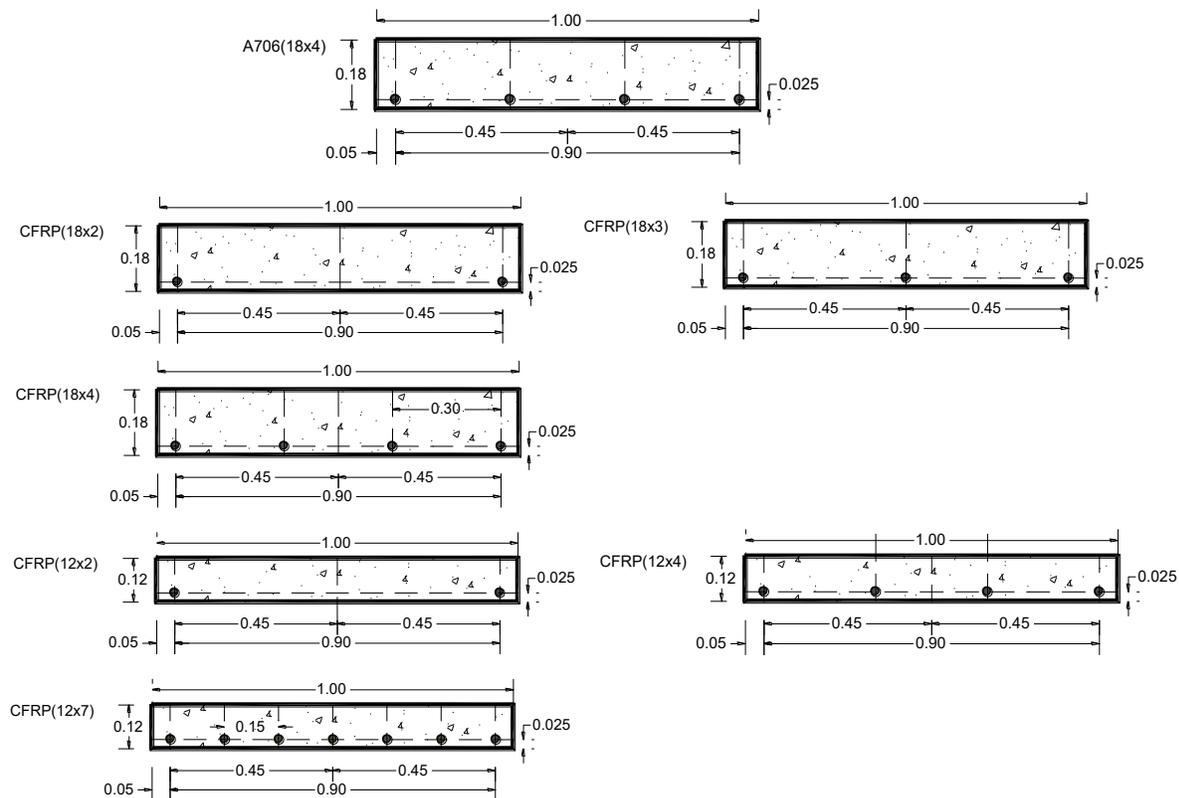
$$M_{cr} = \frac{0,62 \lambda \sqrt{f'_c} I_g}{y_f} = \frac{0,62 (1,0) \sqrt{58,9} (1,27 \times 10^{-4} \text{ m}^4)}{57,5} = \frac{0,62 (7674,6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}) (1,27 \times 10^{-4} \text{ m}^4)}{0,0575}$$

$$M_{cr} = \frac{0,6043 \text{ kNm}}{0,0575} = 10,51 \text{ kNm}$$

$$M_{max} = \frac{PL}{4} + \frac{wL^2}{8} = \frac{P(2,3)}{4} + \frac{2,88(2,3)^2}{8} \quad P = 12,29 \text{ kN} = 1.100 \text{ kgf}$$

### 5.1.11 Elementos propuestos para construcción y ensayo

En los diseños se consideraron dos espesores, a saber: 0.18 m y 0.12 m, con diferentes cuantías, sobre los cuales se midieron las deflexiones experimentales de cada losa.



Grafica 4. Dimensiones de las secciones principales de las losas ensayadas con su refuerzo

Tabla 17. Resumen Cuantías Losas y modo de falla (Ver Anexo A)

Referencia LOSA	Cuantia Losa	Cuantia Balanceada Losa	Resistencia de la seccion	Modo de falla	Cuantia
	( $\rho_f$ )	( $\rho_b$ )			
A706-1 (18x4)	0,00348	0,05664	$\rho_f < \rho_b$	Traccion refuerzo	Sub-reforzada
CFRP-1 (18x2)	0,00174	0,00213	$\rho_f < \rho_b$	Traccion refuerzo	Sub-reforzada
CFRP-2 (18x3)	0,00261	0,00279	$\rho_f < \rho_b$	Traccion refuerzo	Sub-reforzada
CFRP-3 (18x4)	0,00348	0,00269	$\rho_f > \rho_b$	Compresion concreto	Sobre-reforzada
CFRP-4 (12x2)	0,00303	0,00261	$\rho_f < \rho_b$	Compresion concreto	Sobre-reforzada
CFRP-5 (12x4)	0,00606	0,00212	$\rho_f > \rho_b$	Compresion concreto	Sobre-reforzada
CFRP-6 (12x7)	0,01060	0,00257	$\rho_f > \rho_b$	Compresion concreto	Sobre-reforzada

### 5.1.12 Cálculo de capacidades teóricas de las losas y Protocolo de carga

Para el diseño previo a la construcción de los especímenes se siguió el siguiente orden de evaluación:

1. Valoración de cargas sobre la losa.
2. Cálculo de cuantía balanceada del elemento.
3. Diseño a flexión de losa reforzada con CFRP Método-LRFD.
4. Cálculo del área de refuerzo CFRP.
5. Verificación de área mínima de refuerzo.
6. Verificación de la resistencia a fuerzas cortantes del elemento.
7. Cálculo de deflexiones losas reforzadas con CFRP.
8. Verificación separación del refuerzo.

Tabla 18. Dimensiones y datos teóricos de las losas de Ensayos

Referencia LOSA	Largo	Ancho	Espesor	Concreto $f_c$	Refuerzo	Modo de falla	Condicion de falla
	mm	mm	mm	kg/cm <sup>2</sup>	tipo		
A706-1 (18x4)	2500	1000	180	600,7	A706	Traccion refuerzo	Sub-reforzada
CFRP-1 (18x2)	2500	1000	180	600,7	CFRP	Traccion refuerzo	Sub-reforzada
CFRP-2 (18x3)	2500	1000	180	600,7	CFRP	Traccion refuerzo	Sub-reforzada
CFRP-3 (18x4)	2500	1000	180	600,7	CFRP	Compresion concreto	Sobre-reforzada
CFRP-4 (12x2)	2500	1000	120	600,7	CFRP	Compresion concreto	Sobre-reforzada
CFRP-5 (12x4)	2500	1000	120	600,7	CFRP	Compresion concreto	Sobre-reforzada
CFRP-6 (12x7)	2500	1000	120	600,7	CFRP	Compresion concreto	Sobre-reforzada

Se presentaron siete tipos de losas de prueba como programa experimental para validar los objetivos de la presente investigación, es decir, evaluar con los resultados experimentales las deflexiones de las losas reforzadas con CFRP cuando se varían los espesores de la losa con diferentes cuantías; como patrón de comparación se calculó y se ensayó una losa reforzada con acero A-706.

#### **Espesores de placas de ensayo**

<b>Dimensión</b>	<b>L</b>	<b>un</b>	<b>Observación</b>
L =	2500	mm	Longitud elemento a ensayar
L/20	120	mm	ACI-318-19, tabla 7.3.1.1 , NSR-10, 2010
L/13	180	mm	ACI 440.1 R-15 , ACI 440.11-22

Se estableció la capacidad de resistencia última teórica de las losas para refuerzo con barras de ½” en Acero A706 y de CFRP, los diámetros y las cuantías de las barras se calcularon de forma que los elementos fallaran de forma balanceada, sub-reforzada y sobre-reforzada para las cargas límites. Con base en los cálculos realizados el elemento cumplió con la resistencia última al esfuerzo cortante.

Los datos obtenidos se usaron en la construcción de las gráficas de carga y descarga vs. deformaciones obtenidas y de los momentos teóricos vs. experimentales, esfuerzos y deflexiones, para lo cual se estableció un protocolo de carga monitoreado durante todas las fases del ensayo mediante transductores de desplazamiento (LVDT) que medirán las deflexiones producidas.

El protocolo de carga consistió en cuatro ciclos: 1º) en incrementos de 300 kg se llegó hasta el 25% de la carga del concreto (10 a 15% de la carga de falla) y se descargó, 2º) se comenzó nuevamente desde cero hasta el 50% del valor de la carga teórica de falla y se descargó gradualmente, 3º) se sometió hasta el 75% del valor de falla teórico y se descargó de igual forma con incrementos de 500 Kg, 4º) se llevó el elemento hasta el colapso total de falla en incrementos de 300 Kg.

#### **5.1.13 Cálculo de capacidad y deflexiones de losas por el método de Bischoff (2005 y 2011)**

El cálculo teórico de cada una de las losas ensayadas se desarrolló con base en la fórmula de Bischoff (2005 y 2011), estos valores fueron comparados con los obtenidos experimentalmente

para evaluación de la precisión teórica. (Los cálculos detallados están consignados en el apéndice A)

El proceso de cálculo comprendió las siguientes etapas:

1. Se tomó el área de acero  $A_{b,losa}$  para cada losa.
2. Se calculó la cuantía real de la losa  $\rho_{fr} = \frac{A_f}{bd}$
3. Se calculó el momento de inercia bruto  $I_g = \frac{bh^3}{12}$  de la sección.
4. Se calculó el momento actuante  $M_a$  de la losa (Ec.2.29) y la carga  $P$  deducida para el actuador en el ensayo.
5. Se calculó la cuantía balanceada  $\rho_{fb} = 0.85\beta_1 \frac{f'_c E_f \varepsilon_{cu}}{f_y E_f \varepsilon_{cu} + f_{fu}}$  del elemento que servirá como referencia.

6. Con los datos de cuantía  $\rho_{fr}$  y  $n_f$  se calculó el  $k_r$  real.

$$k = \sqrt{(n_f \rho_f)^2 + 2n_f \rho_f} - n_f \rho_f \quad n_f = \frac{E_f}{E_c}$$

7. A partir de los valores anteriores se calculó el momento de agrietamiento  $M_{cr}$  del elemento:

$$M_{cr} = \frac{0,62 \lambda \sqrt{f'_c} I_g}{y_f}$$

8. Se calculó el momento de inercia de agrietamiento  $I_{cr}$  con los valores de  $n_f$  y  $k_r$  real

$$I_{cr} = \frac{bh^3}{3} k^3 + n_f A_f d^2 (1 - k)^2$$

9. Se calculó el momento de inercia efectivo  $I_e$  a partir de la fórmula de Branson (1965) con los valores de  $M_{cr}$  y  $M_a$ :

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr}$$

10. Se calculó el momento de inercia efectivo  $I'_e$  de Bischoff (2011) con los valores de  $\gamma$  y  $\eta$ :

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} \quad \eta = 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \quad \gamma = 3 - 2 \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)$$

11. Se calculó la deflexión teórica  $\Delta_n$  que tendría el elemento  $\Delta_n = \frac{PL^3}{48 E_c I_e}$ , esta se calcula para el momento de inercia efectivo  $I'_e$  de Bischoff (2011) del punto 10 y para el momento de inercia efectivo  $I_e$  de Bishoff (2005):

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2}$$

12. Se calcularon las áreas de refuerzo mínimo  $A_{Smin}$  según los códigos NSR-10, sección

$$C.10.5, A_{Smin} = \frac{0,25\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \text{ y ACI-440.11 22, } A_{Smin} = \frac{0,41\sqrt{f'_c}}{f_{fu}} b_w d \geq \frac{2,3}{f_{fu}} b_w d$$

sección 9.6.1.2(a), para el CFRP, como verificación de resistencia al esfuerzo cortante de la sección.

A continuación, se presentan los cuadros resumen del cálculo teórico de las capacidades y deflexiones para cada una de las losas que fueron ensayadas, tomando el  $f'_c$  experimental hallado en los ensayos de cilindros de laboratorio de las mezclas usadas. (Los cálculos detallados para cada losa está incluido en el apéndice A)

Tabla 19. Datos básicos de cada losa

Referencia LOSA	$f'_c$	$f_{fu}^*$	$f_{fu}$	$C_E$	$E_c$	$E_f = E_{f,ave}$	$b$	$L$	$L_e$	Recubrimiento	$h$	$d_b$	$d$	$A_b$	$y_t$
	Mpa	Mpa	Mpa		Gpa	Gpa	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm <sup>2</sup>	mm
A706-1 (18x4)	61,84	-	420	-	27,9	200	1000,00	2500	2300	25	177	12,70	145,7	126,68	88,5
CFRP-1 (18x2)	52,32	2300	1.955	0,85	27,9	127,8	1000,00	2500	2300	25	177	12,70	145,7	126,68	88,5
CFRP-2 (18x3)	66,08	2300	1.955	0,85	27,9	127,8	1000,00	2500	2300	25	177	12,70	145,7	126,68	88,5
CFRP-3 (18x4)	66,17	2300	1.955	0,85	27,9	127,8	1000,00	2500	2300	25	177	12,70	145,7	126,68	88,5
CFRP-4 (12x2)	64,40	2300	1.955	0,85	27,9	127,8	1000,00	2500	2300	25	115	12,70	83,7	126,68	57,5
CFRP-5 (12x4)	66,93	2300	1.955	0,85	27,9	127,8	1000,00	2500	2300	25	115	12,70	83,7	126,68	57,5
CFRP-6 (12x7)	63,15	2300	1.955	0,85	27,9	127,8	1000,00	2500	2300	25	115	12,70	83,7	126,68	57,5

Referencia LOSA	Refuerzo asignado	Area del refuerzo	Cuantía asignada	P Carga aplicar x actuador		$M_n$	$M_{cr}$	$P_{cr}$
				mm <sup>2</sup>	$\rho$			
A706-1 (18x4)	4 # 4	506,71	0,00348	53,10	5,41	30,53	24,94	4,42
CFRP-1 (18x2)	2 # 4	253,35	0,00174	120,39	12,28	69,23	22,94	4,07
CFRP-2 (18x3)	3 # 4	380,03	0,00261	179,52	18,31	103,23	26,29	4,66
CFRP-3 (18x4)	4 # 4	506,71	0,00348	234,97	23,96	135,11	25,80	4,58
CFRP-4 (12x2)	2 # 4	253,35	0,00303	67,99	6,93	39,09	10,75	1,91
CFRP-5 (12x4)	4 # 4	506,71	0,00606	124,08	12,65	71,35	9,69	1,72
CFRP-6 (12x7)	7 # 4	886,74	0,01060	201,43	20,54	115,82	10,65	1,89

Tabla 20. Cuantía, Momentos y Cortantes

Referencia LOSA	CARGAS	DEFLEXIONES (Bischoff 2011)	$M_n$ Flexion	$M_{cr}$	$V_c$ NSR-10 (Ec. 2.28)	$V_c$ ACI 440.11-22 (Ec.2.18)	MODO DE FALLA	Cuantía Losa	Cuantía Balanceada Losa	Cuantía Balanceada (+/-)	Relacion
A706-1 (18x4)	5,41	3,20	30,53	24,94	19,46	9,15	Traccion refuerzo	0,00348	0,05664	-0,05316	$\rho_f < \rho_{fb}$
CFRP-1 (18x2)	12,28	37,26	69,23	22,94	17,90	4,99	Traccion refuerzo	0,00174	0,00287	-0,00113	$\rho_f < \rho_{fb}$
CFRP-2 (18x3)	18,31	42,66	103,23	26,29	20,51	6,91	Traccion refuerzo	0,00261	0,00377	-0,00116	$\rho_f < \rho_{fb}$
CFRP-3 (18x4)	23,96	45,91	135,11	25,80	20,13	7,74	Traccion refuerzo	0,00348	0,00363	-0,00015	$\rho_f < \rho_{fb}$
CFRP-4 (12x2)	6,93	66,72	39,09	10,75	11,41	4,12	Traccion refuerzo	0,00303	0,00353	-0,00050	$\rho_f < \rho_{fb}$
CFRP-5 (12x4)	12,65	72,76	71,35	9,69	10,28	5,07	Compresion concreto	0,00606	0,00287	0,00319	$\rho_f > \rho_{fb}$
CFRP-6 (12x7)	20,54	72,08	115,82	10,65	11,30	7,10	Compresion concreto	0,01060	0,00346	0,00714	$\rho_f > \rho_{fb}$

Tabla 21. Resumen calculo Momentos de inercia, Cargas y Momentos de agrietamiento

Referencia LOSA	Unid	A706-1 (18x4)	CFRP-1 (18x2)	CFRP-2 (18x3)	CFRP-3 (18x4)	CFRP-4 (12x2)	CFRP-5 (12x4)	CFRP-6 (12x7)	Formulas
$\epsilon_{cu}$		0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	
$f_{ft}$	MPa	420,0	1.955,0	1.955,0	1.955,0	1.955,0	1.955,0	1.955,0	
$Ef = E_{f,ave}$	MPa	2,00E+05	1,28E+05	1,28E+05	1,28E+05	1,28E+05	1,28E+05	1,28E+05	
$\epsilon_{frpm} = ff / Ef$		0,0021	0,0180	0,0180	0,0180	0,0180	0,0180	0,0180	
$\beta_1$		0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	
$f'c$	MPa	59,47	50,32	66,08	63,64	61,9	50,27	60,74	
$f_{fu}^*$	MPa	420,0	2.300,0	2.300,0	2.300,0	2.300,0	2.300,0	2.300,0	
$\rho_{sb}$		0,05664	0,00287	0,00377	0,00363	0,00353	0,00287	0,00346	$\rho_{sb} = 0.85\beta_1 \frac{f'_c E_f \epsilon_{cu}}{f_{fu} E_f \epsilon_{cu} + f_{fu}}$
$c = kd$	mm	29,1	17,3	20,8	23,8	12,8	17,5	22,3	
$k$		0,1999	0,1186	0,1432	0,1634	0,1533	0,2095	0,2669	$k = \sqrt{(n_f \rho_f)^2 + 2n_f \rho_f} - n_f \rho_f$
$n_s = (Es/Ec)$		7,17	4,58	4,58	4,58	4,58	4,58	4,58	
$\gamma$		1,13	2,34	2,49	2,62	2,45	2,73	2,82	$\gamma = 3 - 2(M_{cr} / M_o)$
$\lambda$		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	
$I_g$	mm <sup>4</sup>	4,62,E-04	4,62,E-04	4,62,E-04	4,62,E-04	1,27,E+08	1,27,E+08	1,27,E+08	$I_g = \frac{bh^3}{12}$
$I'e$	m <sup>4</sup>	1,66,E-04	2,79,E-05	3,62,E-05	4,53,E-05	1,27,E-04	1,27,E-04	1,27,E-04	$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \eta (M_{cr} / M_o)^2} \leq I_g$
$I_{cr}$	m <sup>4</sup>	6,40,E-05	2,22,E-05	3,25,E-05	4,25,E-05	7,65,E-06	1,48,E-05	2,49,E-05	$I_{cr} = \frac{bd^3}{3} k^3 + n_f A_f d^2 (1 - k)^2$
$(\Delta_i)_{ultima}$	mm	3,20	37,26	42,66	45,91	66,72	72,76	72,08	$\Delta = PL^3 / 48E_c I'_e$
$I_{cr} / I_g$		0,139	0,048	0,070	0,09	0,06	0,12	0,20	
$\eta = 1 - I_{cr} / I_g$		0,861	0,952	0,930	0,908	0,940	0,883	0,803	
$I_e$	m <sup>4</sup>	1,51,E-04	2,48,E-05	3,46,E-05	4,39,E-05	8,24,E-06	1,51,E-05	2,51,E-05	$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_o}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_o}\right)^3\right] I_{cr}$
$M_{cr}$	kNm	24,94	22,94	26,29	25,80	10,75	9,69	10,65	$M_{cr} = \frac{0.62\lambda \sqrt{f'_c} I_g}{y_t}$
$P_{cr}$	ton	4,42	4,07	4,66	4,58	1,91	1,72	1,89	

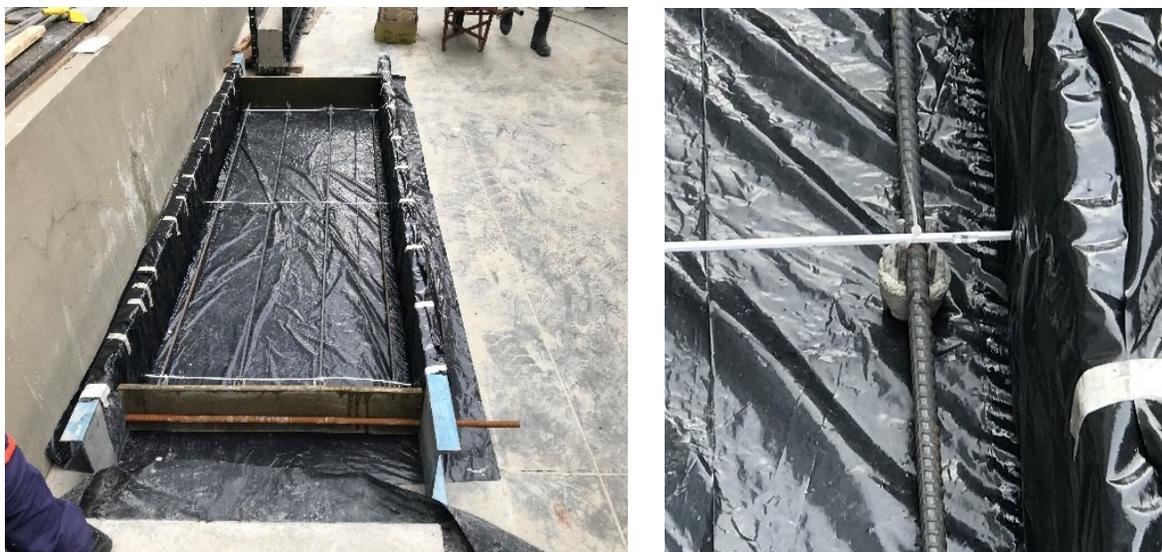
## 5.2 Construcción de losas de ensayo

Las losas para los ensayos experimentales tuvieron tanto las dimensiones geométricas como el refuerzo descrito en el numeral 5.1.7 (Tabla 12) y se construyeron durante el lapso comprendido entre el 28 de febrero y 28 de marzo de 2023, se emplearon formaletas construidas con elementos metálicos y láminas de madera, las que fueron reutilizadas en todos los elementos. Se empleó una mezcla de concreto con un promedio real de  $f'c = 58.9$  MPa y se usaron barras de CFRP suministradas por el Laboratorio de Estructuras de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito.

Se construyeron dos unidades de losas cada día durante cinco días, durante los días de vaciado se tomaron muestras de la mezcla y se elaboraron tres probetas, que se curaron en línea con lo solicitado en el código NSR-10, y se probaron el día de ensayo de la losa correspondiente.

Con el objeto de verificar la resistencia del concreto usado se elaboran cilindros de prueba, los cuales se probaron a diferentes edades y el mismo día que se ensayó la losa. Enseguida se muestran fotografías de la secuencia cronológica de fabricación de las losas diseñadas.

- Construcción de la losa A706-1 24.03.2023



*Fotografía 1 Colocación de refuerzo diseñado para la losa*

- Mezcla y vaciado del concreto en la formaleta
  - Elaboración de los cilindros de 5 x 10 cm para las pruebas de resistencia a la compresión del concreto.



*Fotografía 2. Mezcla de concreto, vaciado en formaleta y cilindros*

- Construcción de la losa CFRP1(18x2) 28.03.2023



*Fotografía 3. colocación de refuerzos y fundida*

- Construcción de la losa CFRP2 (18X3) 28-02-2023
  - Se colocó el refuerzo diseñado para esta losa. Se muestran detalles del amarre y de la colocación de los distanciadores del refuerzo al fondo de la losa.



*Fotografía 4. colocación distanciadores del refuerzo*

- Construcción de la losa CFRP3 (18X4) 28-02-2023
  - Colocación del refuerzo diseñado para esta losa.



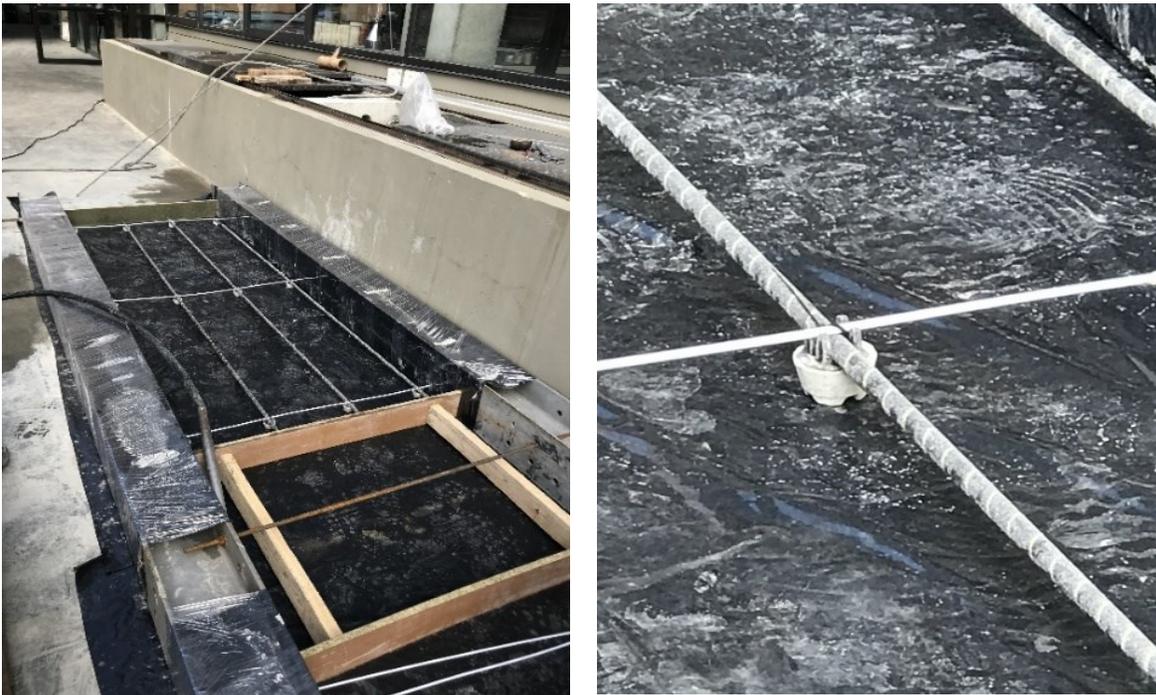
*Fotografía 5. Amarres del refuerzo*

- Construcción de la losa CFRP4 (12X2) 07.03.2023
  - Colocación del refuerzo diseñado para esta losa y vaciado del concreto con aplicación del vibrado para la densificación de la masa.



*Fotografía 6. Vaciado y vibrado del concreto*

- Construcción de la losa CFRP5 (12X4) 07-03-2023)
  - Detalles del amarre y colocación de los distanciadores del refuerzo al fondo de la losa.



*Fotografía 7. Amarre refuerzo Losa CFRP-5*

- Vaciado del concreto con aplicación del vibrado para la densificación de la masa



*Fotografía 8. Vibrado y afinado Losa CFRP-5*

- Construcción de la losa CFRP6 (12X7) 10.03.2023
  - Colocación del refuerzo diseñado para esta losa. Detalles del amarre y colocación de los distanciadores del refuerzo al fondo de la losa.



*Fotografía 9. Refuerzo losa CFRP-6*

- Vaciado del concreto haciéndose la nivelación con pala.



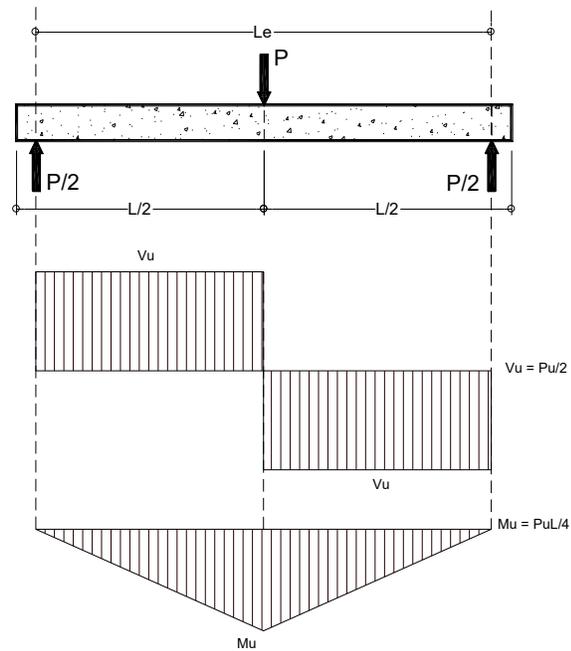
*Fotografía 10. Vaciado y conformación mezcla de la losa CFRP-6*

### **5.3 Montaje de laboratorio**

El ensayo realizado es del tipo “flexión de tres puntos” el cual consiste en la aplicación de una carga puntual en el centro de la losa soportada sobre dos apoyos en sus extremos (ver Gráfica 5), estos apoyos son barras cilíndricas que permiten la rotación libre de la losa y están a una distancia de 2.3 m, que es la luz libre de ensayo. Este tipo de ensayo hace posible medir de forma instantánea y sencilla la carga aplicada, la cual ocurre de forma gradual y controlada.

La carga se propuso localizada en el centro de la luz de cada losa, aplicada de forma incremental hasta alcanzar la falla de la misma, con el fin de poder predecir la carga aplicada en función del esfuerzo cortante y el momento flector en el centro de la luz, así como las propiedades mecánicas de los materiales (Gráfica 5). Estos valores se obtienen mediante las ecuaciones de equilibrio estático, ya que el montaje se trata de un caso isostático de solución sencilla, la instrumentación colocada son seis LDVT ubicados uno en el centro y otros dos, cada uno a un sexto de la luz ( $L/6$ ) desde los apoyos por los dos lados de la losa, también se coloca un hilo horizontal de referencia para la verificación visual y física de la deformación del elemento.

Con los datos obtenidos se elaboraron las gráficas de Carga- Deflexión a partir de las cuales se puede obtener información como la carga máxima, la carga del punto de agrietamiento y las deflexiones que soportan las vigas. También se registró el ensayo mediante Fotografía y videos que servirán de apoyo en el análisis de los resultados.



*Grafica 5. Diagrama de fuerza cortante y momento flector*

Mediante el montaje es posible hacer medición inmediata de la carga aplicada al elemento por medio de la celda de carga (Load Cell SL410-50T-Capacidad 50 ton) y durante el ensayo se hace el control digital de la aplicación de las cargas mediante un Display digital DATALOG 8.



*Fotografía 11. Celda de carga Load Cell SL410-50T, Datalog 8, Display de control de carga.*

Los equipos usados para ejercer la carga sobre las losas ensayadas corresponden a dos gatos hidráulicos, marca Enerpac, de 294.2 kN (30 ton) y 117,7 kN (12 ton) con desplazamientos en sus émbolos de 15 y 10 cm, respectivamente, lo cual es suficiente para las deflexiones esperadas.

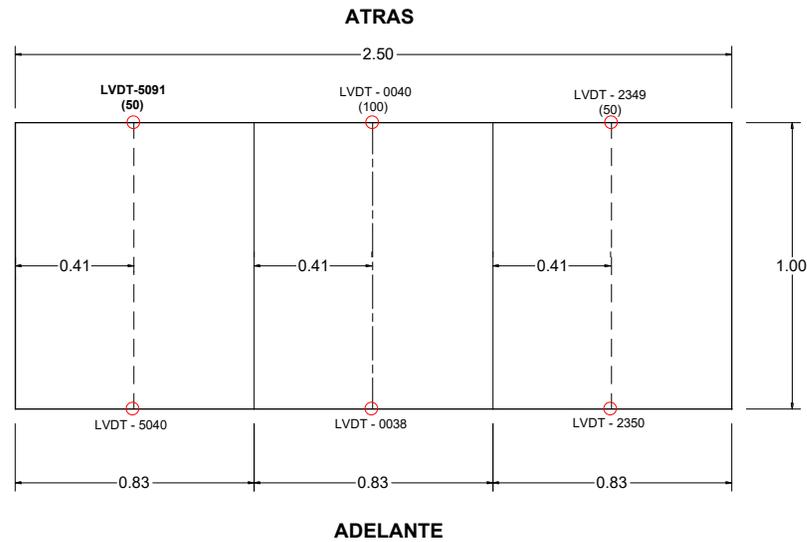


*Fotografía 12. Gato hidráulico Enerpac de 30 toneladas*

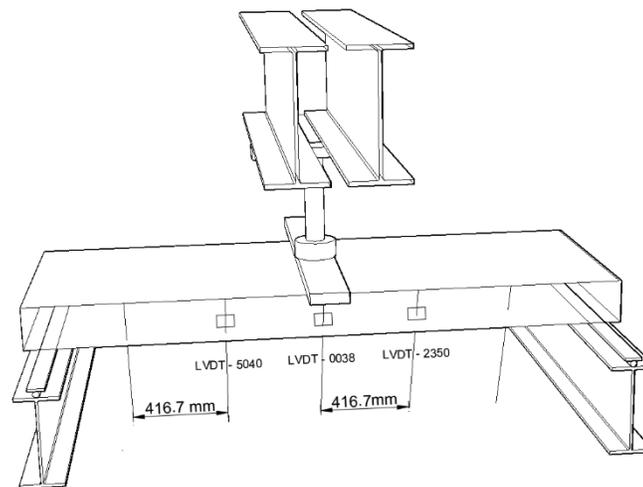
El registro digital de la evolución de las deflexiones durante el ensayo se hizo mediante los LDVT (transformador diferencial de variación lineal, por sus siglas en inglés, ver Fotografía), estos son equipos que detectan y registran digitalmente las variaciones (en micras) de la deformación de las fibras inferiores de la losa y, mediante un programa de software, entregan un archivo digital de estas mediciones. Los LDVT se localizaron en la losa según el esquema anexo. (Ver Gráfica 6 y 7)



*Fotografía 13. Montaje para el ensayo de las losas, se ven los 3 LDVT.*

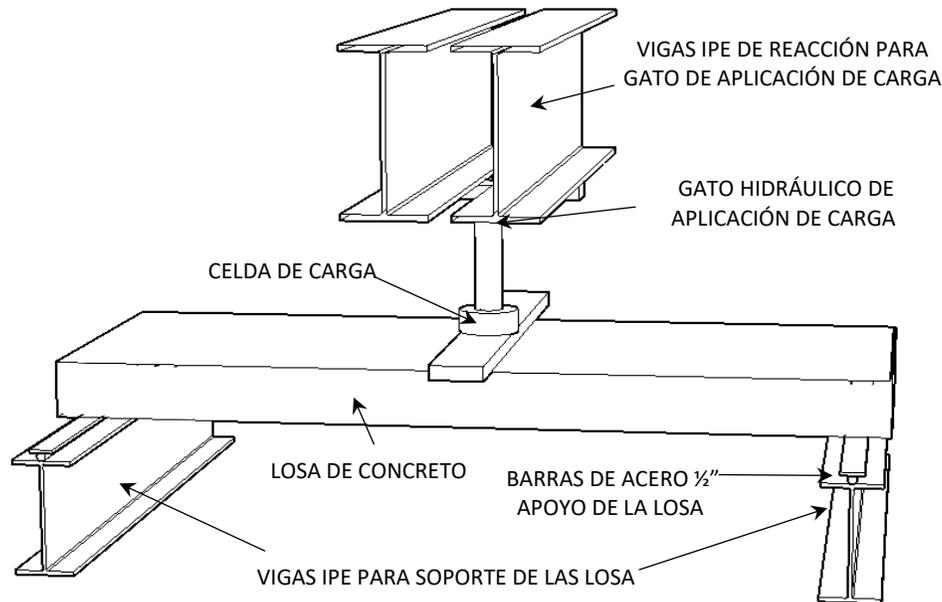


*Grafica 6. Localización de LDVT en las losas*



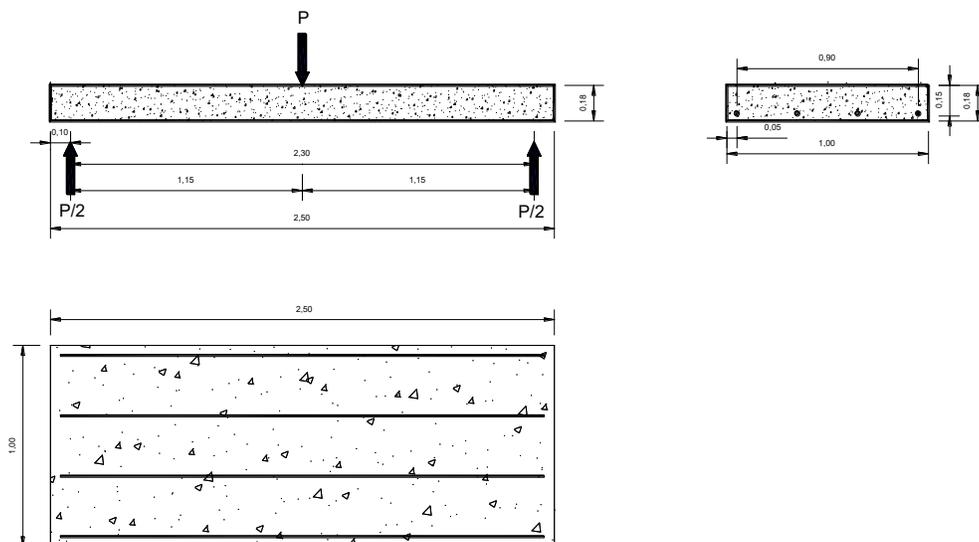
*Grafica 7. Esquema de la distribución de los LDVT en las losas. Fuente: Elaboración propia*

Teniendo en cuenta los objetivos de la investigación, expresados en el numeral 4, se define la aplicación de la carga como una carga puntual localizada en el centro de la losa, cuando la carga aplicada en el centro es la máxima se puede calcular la resistencia por flexión máxima (momento flector) y la resistencia máxima al cortante (cortante) del elemento ensayado. La capacidad resistente última de la losa será la que primero se alcance y será la que ocasione la falla del elemento, ya sea por flexión o por cortante. En este montaje la carga última de la viga está condicionada por la resistencia al cortante, la losa tiene un comportamiento frágil y el refuerzo de CFRP no desarrolla toda la capacidad de tensión.



Grafica 8. Esquema del montaje de equipos para el ensayo las losas. Fuente: Elaboración propia.

El montaje utiliza la losa de reacción del laboratorio, pues mediante los agujeros localizados en ella se pueden anclar pernos para que actúen como elemento de reacción ante la aplicación de las cargas ejercidas por los gatos hidráulicos. Los elementos utilizados en el montaje son lo suficientemente resistentes a las cargas aplicadas a la losa con el fin de que no interfieran con posibles deformaciones que afecten las medidas y cargas tomadas.



Grafica 9. Esquema aplicación cargas y localización refuerzo. Fuente: Elaboración propia.

## 5.4 Protocolo de carga

El protocolo de carga incluye cuatro ciclos de carga y descarga con porcentajes de 25, 50, 75 y 100% de la carga teórica esperada de falla para cada losa, los cuales son ejecutados en incrementos parciales de 500 kg. En el proceso de carga esta se aumenta hasta lograr el valor más alto del ciclo y luego se descarga, una vez terminado un ciclo se ejecuta el siguiente hasta encontrar la falla del elemento.

Tabla 22. Protocolos Teóricos de Carga en Toneladas

Referencia LOSA	CARGA TEORICA	CICLOS DE CARGAS TEORICAS			
	(Ton)	25%	50%	75%	100%
A706-1 (18x4)	5,41	1,35	2,71	4,06	5,41
CFRP-1 (18x2)	11,58	2,90	5,79	8,69	11,58
CFRP-2 (18x3)	17,28	4,32	8,64	12,96	17,28
CFRP-3 (18x4)	22,64	5,66	11,32	16,98	22,64
CFRP-4 (12x2)	6,55	1,64	3,27	4,91	6,55
CFRP-5 (12x4)	12,02	3,01	6,01	9,02	12,02
CFRP-6 (12x7)	19,62	4,90	9,81	14,71	19,62

### 5.4.1 Cargas máximas esperadas en el ensayo

El siguiente cuadro resume las cargas aplicadas a cada losa en cada uno de los ciclos y sus efectos teóricos para los momentos y deflexiones desarrollados.

Tabla 23, Cargas máximas esperadas en el ensayo

Referencia LOSA	CARGA TEORICA	DEFLEXION TEORICA	$M_n$ Flexion (kNm)	$V_c = \text{Corte}$		MODO DE FALLA	Corte carga central
				NSR-10 (Ecu. 7a)	ACI 440.1 R- 15 (Ecu. 7)		
				(Ton)	(mm)		Tn
A706-1 (18x4)	5,41	1,72	48,13	19,46	9,15	Traccion del refuerzo	2,71
CFRP-1 (18x2)	11,58	33,97	108,62	17,90	4,99	Traccion del refuerzo	5,79
CFRP-2 (18x3)	17,28	39,5	164,47	20,51	6,91	Traccion del refuerzo	8,64
CFRP-3 (18x4)	22,64	42,9	217,06	20,13	7,74	Traccion del refuerzo	11,32
CFRP-4 (12x2)	6,55	61,6	60,90	11,41	4,12	Traccion del refuerzo	3,27
CFRP-5 (12x4)	12,02	68,8	114,58	10,28	5,07	Compresion del concreto	6,01
CFRP-6 (12x7)	19,62	68,7	189,08	11,30	7,10	Compresion del concreto	9,81



Fotografía 14. Montaje de equipos de ensayo: losas, gato hidráulico, celda de carga.

---

## 6. RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de los ensayos de las losas, seis de las cuales fueron reforzadas con CFRP y una con acero A706. Se muestran las gráficas de aplicación de carga por ciclos en cada una de las losas, los valores obtenidos de carga máxima y las deformaciones últimas en cada una de las etapas de carga, además, se deducen las curvas envolventes de las deflexiones de cada ciclo. Así mismo, se analiza y valora el comportamiento de las losas ante la variación de las cargas, la influencia de la variación del espesor, las cuantías de refuerzo y se comparan los resultados con los cálculos teóricos y los resultados de la losa reforzada en acero A706. Finalmente, se comparan los resultados, sus diferencias y similitudes, con base en el conocimiento adquirido con base en las investigaciones analizadas, así como en el estado del arte acerca del tema.

### 6.1 Resultados del ensayo

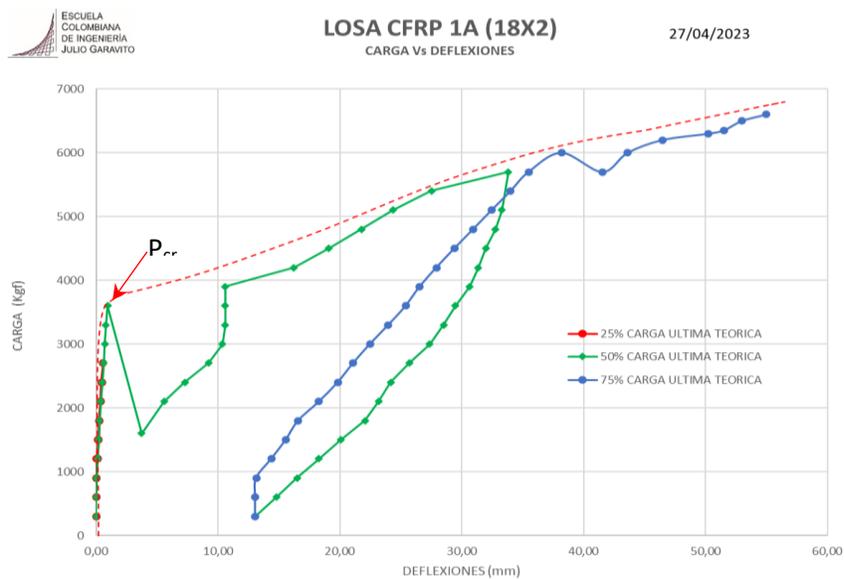
Aquí se presentan los resultados obtenidos de los ensayos de laboratorio mediante las gráficas de Carga vs. Deflexión, se muestra en detalle la aplicación de carga y descarga sobre cada una de las losas, se indica el desarrollo de las deflexiones para cada uno de los ciclos de carga. A partir de estas gráficas se consiguen resultados de interés. Estos son la carga que genera el agrietamiento ( $P_{cr}$ ), la carga última que resisten las losas ( $P_u$ ), la deflexión máxima alcanzada ( $\Delta_u$ ). Estos valores de interés se pueden comparar con los calculados teóricamente bajo la Guía ACI 440.1R-15.

### 6.2 Resultados del Ensayo de deflexión (carga central)

En el presente apartado se presentan las gráficas de Carga (kg) vs. Deformación (mm) del ensayo de deflexión con una carga central, se deducen las curvas envolventes de deformaciones de cada losa para los ciclos de carga aplicados y se muestran las Fotografías de la falla. En las tablas se resumen los valores principales de cargas y deflexiones durante cada ciclo de repetición de cargas y se presenta el valor de la carga última de falla del elemento ( $P_u$ ), adicionalmente, se muestra la localización de los LVDT en la losa y se analiza la forma de falla del elemento. (En el apéndice C se pueden observar las gráficas individuales de cada ciclo de carga para todas las losas ensayadas)

## ENSAYO CFRP-1A (18X2) 27.02.2023

La Gráfica 10 resume los ciclos de carga y descarga aplicados en losa CFRP 1A (18X2) (para ver el significado del código de la losa, remitirse a la Tabla 12). En el segundo ciclo de carga para una aplicación de carga hasta del 50% (carga teórica de rotura), se observa una caída de carga autónoma del gato (carga  $P_{cr}$  en la gráfica), el punto inicial antes de la caída es el punto en el cual se produce la carga de fisuramiento de la losa  $P_{cr} = 3600$  kg (Anexo B, Gráfica 36), después de este punto el gato se descarga de forma autónoma presentándose fisuras en la losa (Foto 16). Se continúa la carga de la losa con el empuje del gato sobre la losa y la carga vuelve a subir, después de una gran deflexión.



Gráfica 10. Resumen de los ciclos de carga aplicados en losa CFRP 1a (18X2)

En la Fotografía 15 se aprecia el posicionamiento inicial de la losa con los equipos de aplicación de carga, vigas de apoyo y reacción, y los equipos de registro de deflexión LDVT.



Fotografía 15. Montaje para el ensayo de la losa CFRP-1A (18X2)

Cuando se alcanza la carga de agrietamiento del elemento ( $P_{cr}$ ) se presenta fisuramiento en la zona central delantera de la losa (Fotografía 16).



*Fotografía 16. Fisuración en la zona central en el momento de agrietamiento del CFRP-1A*

El fisuramiento en la zona posterior de la losa desarrollado cuando se alcanza la falla del elemento, presenta una grieta en dirección del apoyo. La grieta cortante crítica corre desde la parte superior a través de la barra de refuerzo longitudinal (Fotografía 17).



*Fotografía 17. fisuramiento en la zona posterior de la losa CFRP-1A*

La grieta crítica se presenta en el centro de la losa, su recorrido va desde la parte superior central en forma diagonal descendiendo hacia el apoyo de la losa. Se observa cómo la losa falla inicialmente por cortante en la zona de la parte central de la altura en el eje neutro de la sección, puesto que la zona de compresión en la zona superior central de la sección del concreto está sin fallar a compresión (Fotografías 18-20).



*Fotografía 18. Falla en la zona superior por aplastamiento del concreto.*



*Fotografía 19. Ensayo losa CFRP-1A, ver fisuración en el centro de la luz.*



*Fotografía 20. Ensayo losa CFRP-1A, ver falla por compresión en la fibra superior*

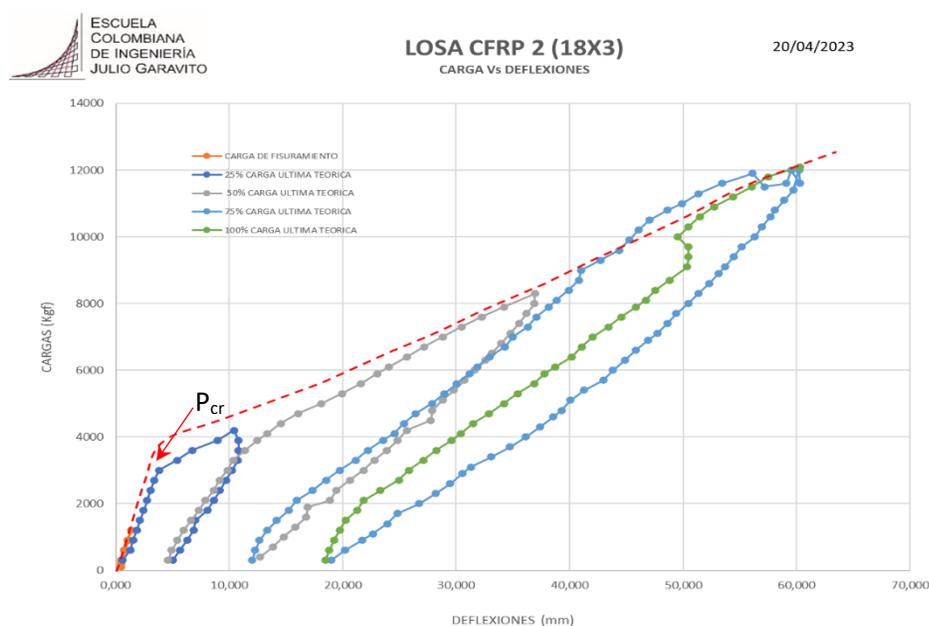
En la tabla 24 se resumen los principales valores por ciclo de carga, se muestra la carga máxima alcanzada en cada ciclo y la carga última de falla  $P_u = 6600$  kg. La deflexión máxima es  $\Delta_{max} = 57$  mm.

Tabla 24. Resumen Valores principales durante los ciclos de repetición de cargas CFRP-1A

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$	
Nº		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)	
1	25%	0,00	1,00	0,00	2700			
2	50%	0,00	33,81	13,06	5700			
3	75%	13,06	57,00	21,00	6600	3.300	32	
4	100%	No se realizo pues la losa colapso en el ciclo de 75%						

## ENSAYO CFRP-2 (18X3) 20-04-2023

En la gráfica 11 se resumen los ciclos de carga aplicados a la losa CFRP 2 (18X3), se aprecia que durante el ciclo inicial no se presenta fisuración, en el siguiente ciclo de 25% (carga teórica de rotura) se presenta el punto de carga de agrietamiento  $P_{cr} = 3000$  kg (Anexo B, Gráfica 40) y, aunque el gato carga, no sufre una descompresión; a partir de este punto se presenta un aumento importante de agrietamiento lo que lleva a mayor deflexión del elemento en los siguientes ciclos. Se ejecutan cinco ciclos de carga llevando la carga hasta la falla en  $P_u = 12100$  kg, la deflexión máxima es  $\Delta_{max} = 60.29$  mm (tabla 25). Se incluye la gráfica punteada que es la envolvente de deflexiones de todos los ciclos.



Gráfica 11. Resumen de los ciclos de carga aplicados en la losa CFRP-2 (18X3)



*Fotografía 21. Falla de la losa CFRP-2 (18X3) con pérdida de material en el centro.*

La grieta crítica se presenta en el centro de la losa, su recorrido va desde la parte superior en forma diagonal, descendiendo hacia el apoyo de la losa. Se observa como la losa falla inicialmente por cortante en la zona de la parte central, a la altura de la sección eje neutro se desarrolla una grieta que va en la misma línea del refuerzo siendo coplanares con él (Foto 22 y 25). La zona superior central está sometida a compresión y es por este punto que la losa falla.



*Fotografía 22. Falla de la losa CFRP-2 (18X3) con pérdida de material entre fisuras centrales*



*Fotografía 23. Con hilo se mide deflexión del elemento, falla total 60,29 mm losa CFRP 2*

- Modo de falla de la losa CFRP 2 (18X3)

El análisis de la falla permite entender claramente el comportamiento de esfuerzo cortante en las losas y los diversos factores que contribuyen a la resistencia al corte, tales como: la forma y la textura de la superficie de falla, los detalles de las superficies de las grietas y el alargamiento de la barra de refuerzo. En esta losa las barras de CFRP no fallaron a tensión (Foto 22 y 27), se observa la falla de adherencia de la barra de CFRP al concreto que lo rodea en el centro de la luz. Debido a la pérdida de material que se presenta en la zona de falla, se pudo investigar la superficie de contacto de las barras con el concreto. La superficie de la grieta siguió una trayectoria curva, lo que indica liberación de tensiones entre las barras; la grieta prosigue hacia el apoyo, alineada con el refuerzo (Foto 25 y 27).

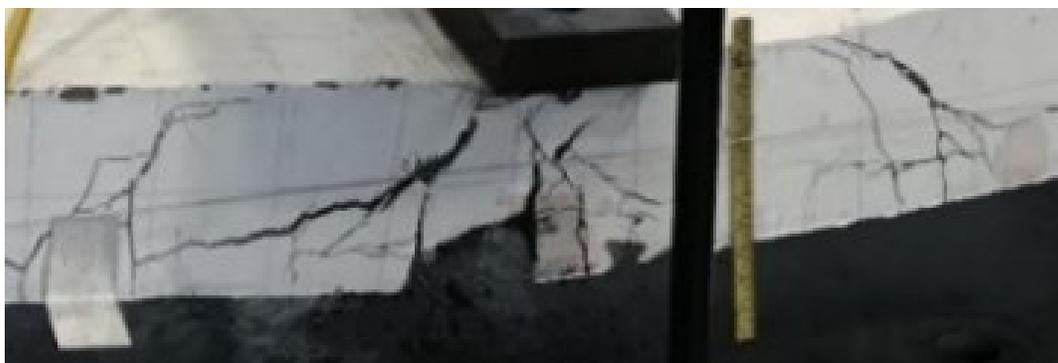


Tabla 25. Resumen Valores principales durante los ciclos de repetición de cargas CFRP-2

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DES CARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$
N°		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)
0	FISURAS	0,47	1,34	0,50	1200		
1	25%	0,58	10,42	5,03	4200		
2	50%	4,62	36,94	12,69	8300		
3	75%	12,03	60,30	18,99	12000		
4	100%	18.48	60.29	52.00	12100	6.050	59

- Disposición de LDVT en la losa CFRP-2(18x3). Se registran digitalmente las deformaciones de la losa.



Fotografía 24. Disposición de LDVT



Fotografía 25. Ensayo losa CFRP-2, se observa la progresión de la fisuración de falla y deflexión en el centro de la luz, de foto izquierda a derecha



*Fotografía 26. Ensayo losa CFRP-2, ver fisuración en el centro de la luz.*



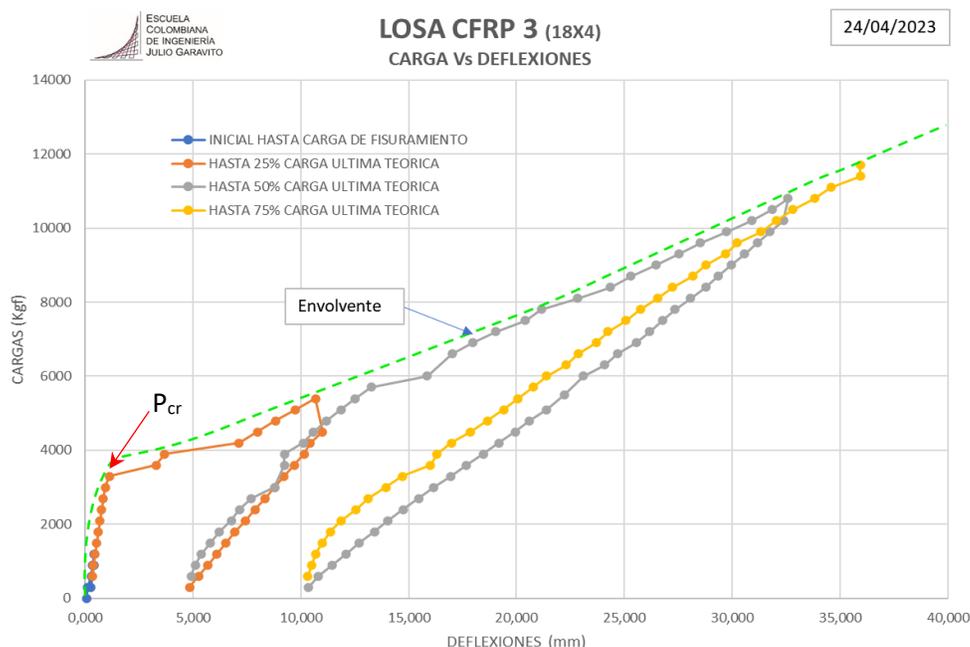
*Fotografía 27. Detalle de falla de adherencia de la Barra de CFRP con el concreto*

### **ENSAYO CFRP-3 (18X4) (24-04-2023)**

Se analiza el resultado del ensayo de carga sobre la losa CFRP -3, inicialmente basándose en los resultados de la prueba de carga sobre la losa se elabora la gráfica 12, apreciándose el resumen de los diferentes ciclos de carga sobre el elemento y cómo se desarrollan las deflexiones. En el segundo ciclo del 25 % de carga teórica, se nota el punto de carga de agrietamiento  $P_{cr} = 3300$  kg, allí se presenta un punto de inflexión en la gráfica, lo que corresponde a que en el elemento se da comienzo al agrietamiento. Se aprecia cómo la gráfica cambia de pendiente inclinándose bruscamente, originándose a partir de ese quiebre que las deflexiones del elemento se presenten de forma más acelerada y se amplía la apertura de las fisuras. (Anexo B, Gráfica 46)

En el tercer ciclo de carga hasta el 50% de la carga teórica, se observa una deformación más prolongada llegando al máximo de resistencia última de la losa; cuando cesa la aplicación de carga la losa presenta una recuperación de deformación lineal. Al concluir el ciclo se mantiene una deformación remanente al final de la descarga de 10.36 mm y se observa que las barras de refuerzo de CFRP se comportan elásticamente (Gráfica 12, tabla 26).

En la etapa del ciclo final de carga, a 75% de la carga teórica, la losa presenta una deformación lineal superando en pocos kilogramos al ciclo anterior, para finalmente fallar a  $P_u = 11700$  kg, con  $\Delta_{max} = 36.5$  mm (Tabla 26), momento en el que se produce el fracturamiento definitivo del elemento. La deformación lineal bajo carga en esta etapa muestra la capacidad resistente del elemento, soportada principalmente por el refuerzo de CFRP el cual suministra la mayor parte de la resistencia a flexión. En las barras de CFRP en el centro de la luz ha fallado la adherencia con el concreto circundante, pero la adherencia se mantiene intacta en los apoyos y el sistema trabaja como una dovela anclada a la masa de concreto del apoyo. En la gráfica 8 se presenta el resumen de los ciclos de carga aplicados a la losa CFRP 3 (18X4), también se aprecian los diferentes ciclos de carga ejecutados sobre el elemento después del punto  $P_{cr}$  de fisuración de la losa; el deslizamiento de las barras de CFRP por pérdida de adherencia con el concreto circundante está presente en las grandes deformaciones de cada ciclo.



Gráfica 12. Resumen de los ciclos de carga de repetición de cargas CFRP-3(18x4)

La tabla 26 resume los principales valores por ciclo de carga, se muestra la carga máxima alcanzada en cada ciclo, la carga última de falla  $P_u = 11700$  kg y la deformación. La deflexión máxima es  $\Delta_{max} = 36,50$  mm.

*Tabla 26. Resumen Valores principales durante los ciclos de repetición de cargas CFRP-3*

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$
Nº		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)
1	FISURAMIENTO	0,00	1,54	1,54	1200		
2	25%	0,33	11,00	4,85	5400		
3	50%	4,92	32,59	10,36	10800		
4	75%	10,32	56,81	10,50	15600	7.800	76
5	100%	No se realizo pues la losa colapso en el ciclo de 75%					

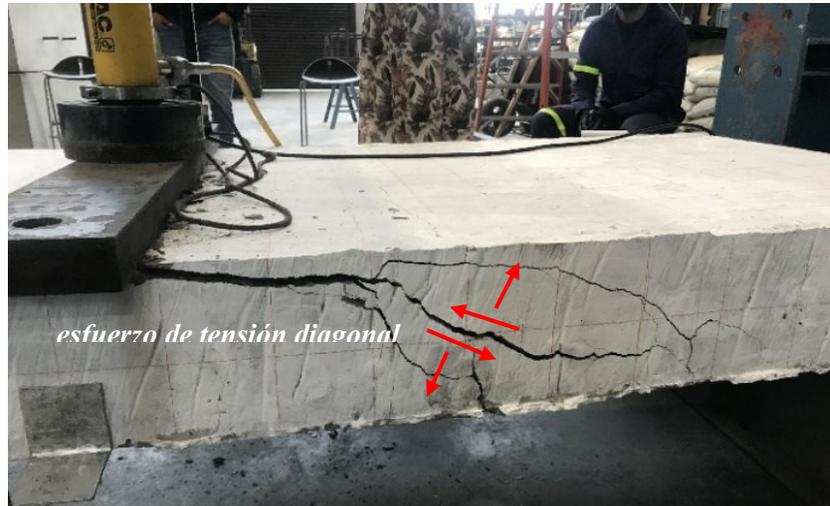
### **Modo de falla en la losa CFRP 3 (18X4)**

En la Fotografía 28 se muestran las grietas de falla por flexión en la zona inferior de la losa, originadas por la carga de los ciclos segundo (25%) y tercero (50%), causando que la fibra inferior se fracture por falla del concreto a tensión y en la fibra inferior de las grietas se aprecia la reducción de la zona de compresión de concreto. Allí solo está trabajando el refuerzo de barras de CFRP a tensión, cuatro barras de 1/2" de CFRP, elemento sub-reforzado ( $\rho_f < \rho_{fb}$ ). Cuando la losa supera el momento de agrietamiento del concreto, la fibra inferior supera el límite de resistencia a tensión y se fractura, generando las fisuras y grietas verticales por flexión.



*Fotografía 28. Grietas de falla por flexión en la zona inferior de la losa.*

La Fotografía 29 muestra el tipo de falla en la zona trasera de la losa con un fracturamiento ocasionado por la tensión diagonal del sitio, la falla a compresión del concreto en la fibra superior llega al límite de resistencia a compresión, sufriendo aplastamiento.



*Fotografía 29. falla en la zona trasera de la losa fisura en diagonal desde la fibra superior hacia el apoyo.*



*Fotografía 30. Montaje para ensayo losa CFRP-3*

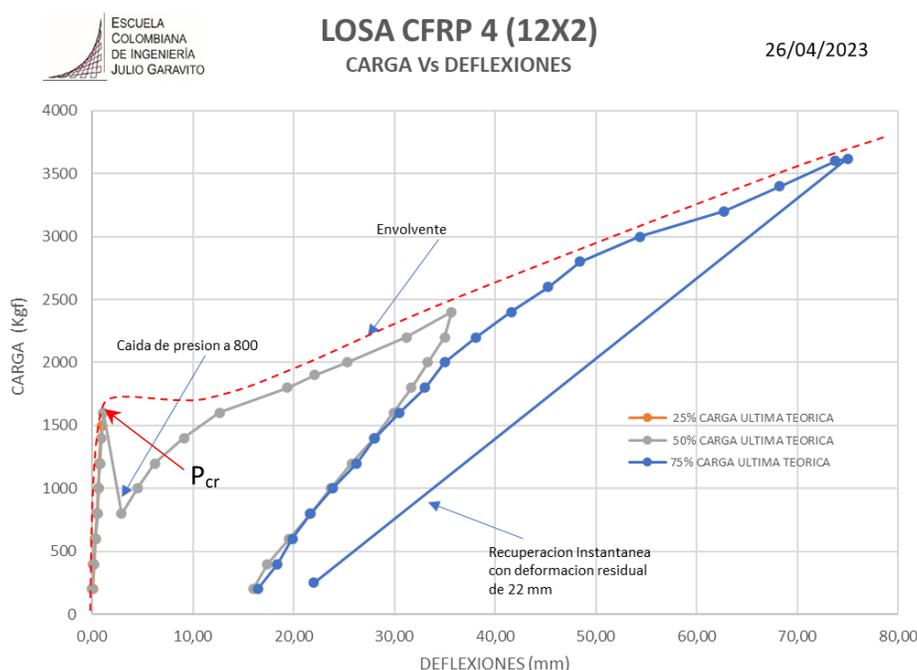


*Fotografía 31. Fisuración notable frontal y posterior en la losa CFRP-3*

### ENSAYO CFRP-4 (12X2)6.04.2023

La Gráfica 13 reúne los ciclos de carga y descarga aplicados a la losa CFRP 4 (12X2) (ver significado de código de la losa en la Tabla 12). En el primer ciclo de carga al 25% (carga teórica de rotura) la losa tiene un comportamiento elástico, los materiales no presentan deformaciones residuales ni fisuración; en el segundo ciclo de carga con una aplicación de carga hasta el 50% (carga teórica de rotura) se observa en la gráfica una caída de carga, el punto de caída es donde se produce la carga de fisuramiento de la losa  $P_{cr} = 1600$  kg (Anexo B, Gráfica 53). Después de este punto, el gato se descarga autónomamente presentándose fisuras en la losa (Fotografía 32).

Al continuar la aplicación de carga a la losa con el empuje del gato, la carga vuelve a subir después de una gran deflexión, las fisuras y grietas se inician en los puntos donde la tensión a tracción en el concreto supera la resistencia a la tracción y producen deformaciones residuales plásticas mayores a cero. La grieta más pronunciada se presenta en el centro de la losa, su recorrido es en forma vertical, la grieta es consecuencia de la flexión descendiendo en la zona central de la losa (Fotografía 32). Se observa cómo la losa falla inicialmente en la zona de la parte central de la altura de la sección, en esta sección la zona de compresión en la zona superior central de concreto no muestra fisuración y aún no hay falla a compresión. Se ejecutan cinco ciclos de carga llegando esta hasta la falla en  $P_u = 3620$  kg, con una deflexión máxima de  $\Delta_{max} = 74.79$  mm (Tabla 27). La curva roja punteada (Gráfica 13) corresponde a la envolvente de las deflexiones que cubre todos los ciclos.



Gráfica 13. Resumen de los ciclos de carga aplicados en losa CFRP 4 (12X2)

Las gráficas de carga vs. deformación de los tres ciclos aplicados en esta losa están detalladas en el Anexo B (Gráficas 50 a 53). Como se observa en la Fotografía 32, al ser la losa CFRP-4 (12x2) un elemento sub-reforzado ( $\rho_f < \rho_{fb}$ ) la falla que se presenta es a flexión, comenzando por la deformación gradual del refuerzo a tensión acompañada, como se ve, por el agrietamiento vertical del concreto con grandes deflexiones. En una estructura comercial este comportamiento da aviso de un colapso inminente, lo que permite tomar medidas correctivas en la estructura.



*Fotografía 32. Fisuramiento y agrietamiento final de la losa CFRP4 (12X2).*

La tabla 27 resume los principales valores por ciclo de carga, allí se muestra la carga máxima alcanzada en cada ciclo y la carga última de falla  $P_u = 3620$  kg, siendo la deflexión máxima  $\Delta_{max} = 74,79$  mm.

*Tabla 27. Resumen Valores principales durante los ciclos de repetición de cargas CFRP-4*

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_e$	
N°		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)	
1	25%	0,00	0,96	0,06	1500			
2	50%	0,15	35,65	16,00	2400			
3	75%	16,40	74,79	22,00	3620	1.810	18	
4	100%	No se realizo pues la losa colapso en el ciclo de 75%						



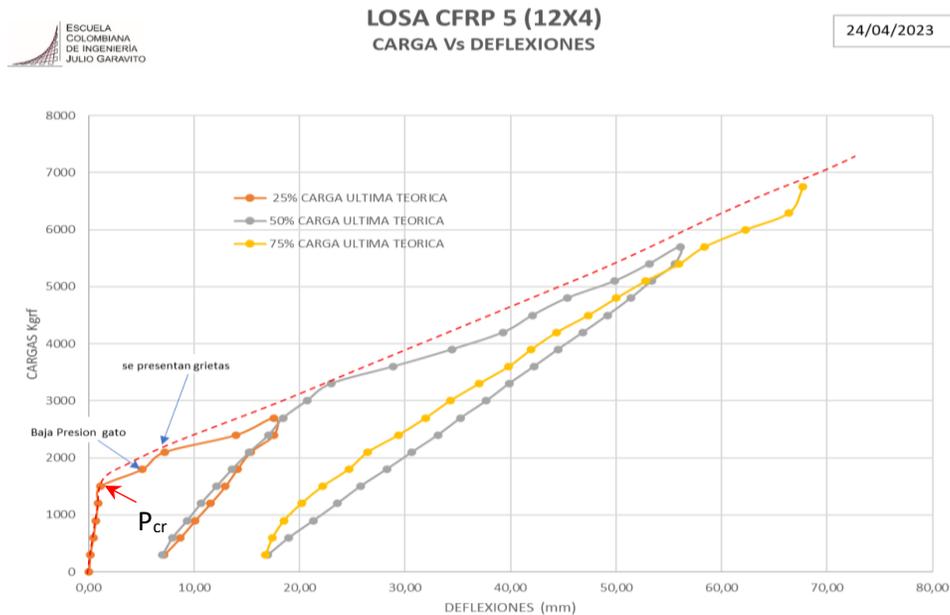
*Fotografía 33. Ensayo losa CFRP-4, Se observa la fisuración en el centro de la luz.*

### **ENSAYO CFRP-5 (12X4) (24-04-2023)**

La gráfica 14 resume los ciclos de carga aplicados en la losa CFRP-5 (12X4) (Anexo B, gráficas 54 a 57). En el primer ciclo de carga al 25% (carga teórica de rotura), se comporta elásticamente y los materiales no presentan fisuras grandes, hasta que se presenta una caída de carga autónoma en el gato de empuje, en la gráfica se representa el punto de caída en donde se produce la carga de fisuramiento de la losa,  $P_{cr} = 1600 \text{ kg}$  con un  $\Delta_{max} = 1.1397 \text{ mm}$  (Anexo B, Gráfica 54), después de este punto el gato se descarga, apareciendo fisuras en la losa (Fotografía 34); al continuar la aplicación de carga con el empuje del gato esta sube, después de una deflexión progresiva importante.

En el segundo ciclo de carga para una aplicación de carga hasta el 50% (carga teórica de rotura) se observa la ampliación de la apertura de fisuras y grietas en los puntos donde la tensión a tracción en el concreto supera la capacidad de resistencia del concreto a tracción y se producen deformaciones plásticas, la grieta más pronunciada se presenta en el centro de la losa y su recorrido es vertical, típico de un elemento sometido a flexión (Fotografía 35); se observa que la losa se

fisura inicialmente en el centro, en esta sección la zona a compresión de concreto antes de la falla no muestra fisuración. Se ejecutan cinco ciclos de carga llegando esta hasta la falla en  $P_u = 6750$  kg, con una deflexión máxima de  $\Delta_{max} = 67.72$  mm (Tabla 28). La curva punteada roja en la gráfica 14 corresponde a la envolvente de las deflexiones que cubre todos los ciclos.



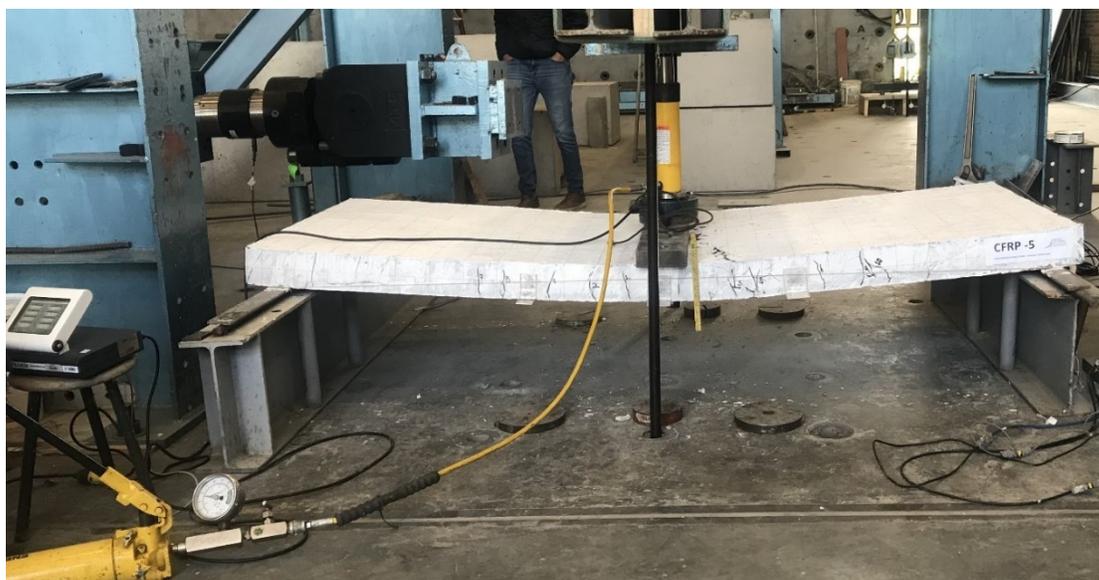
Grafica 14. Resumen de los ciclos de carga aplicados en la losa CFRP-5 (12X4)

- Modo de falla en la losa CFRP 5 (12X4)

Al ser esta losa un elemento sobre-reforzado ( $\rho_f > \rho_{fb}$ ), el modo de falla es por aplastamiento del concreto que se presenta en el momento de falla en la zona superior de la sección de la losa (Foto 38), en la cual es común la presencia de una gran deflexión.



Fotografía 34. Fisuración segundo ciclo 50% carga 1600 kg



Fotografía 35. Falla por aplastamiento del concreto de la sección central de CFRP 5 (12X4)

La tabla 28 resume los principales valores por ciclo de carga, evidenciando la carga máxima alcanzada en cada ciclo y la carga última de falla ( $P_u = 6750$  kg) que corresponde a una deflexión máxima:  $\Delta_{max} = 67,72$  mm.

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_e$	$V_e$
N°		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)
1	0,25	0,00	17,57	7,16	2700		
2	50%	7,95	56,12	17,01	5700		
3	75%	16,78	67,72	20,00	6750	3375	33,1
4	100%	la losa colapso en el ciclo de 75%					

Tabla 28. Resumen Valores principales durante los ciclos de repetición de cargas CFRP-5



Fotografía 36. Agrietamiento fibra central a tensión losa CFRP5 (12X4). Momento de falla



*Fotografía 37. Ensayo losa CFRP-5, ver fisuración en el centro de la luz.*



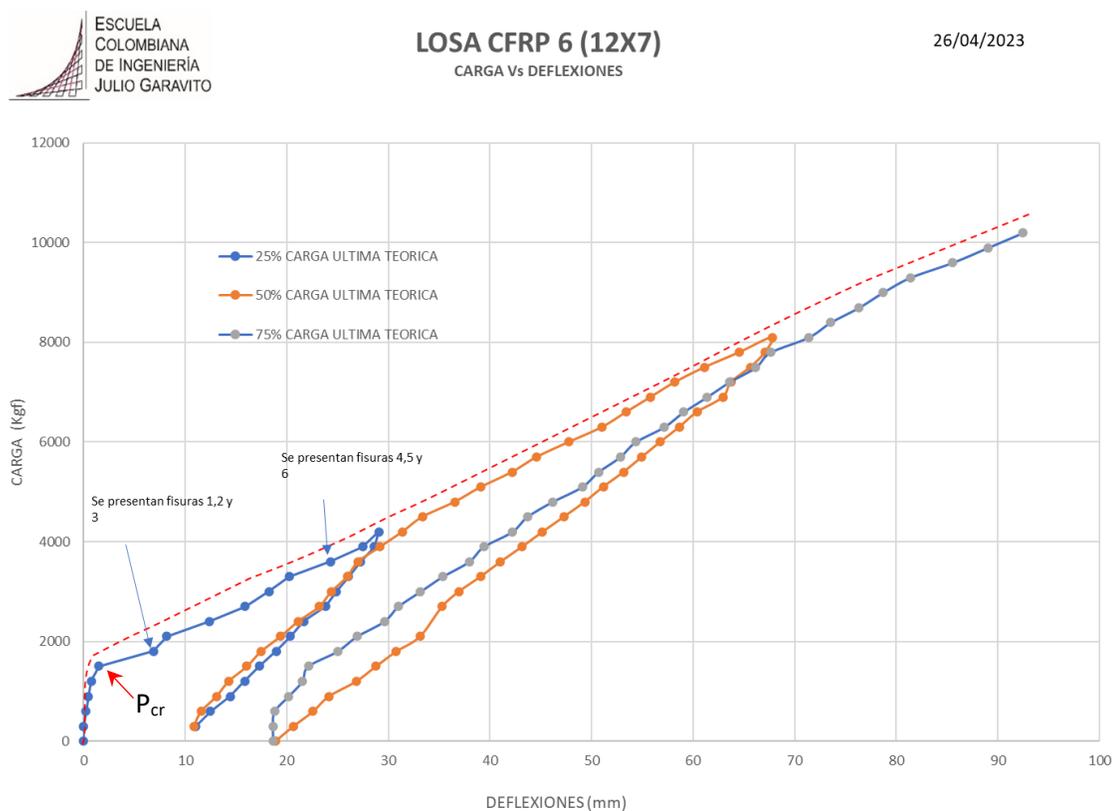
*Fotografía 38. Ensayo losa CFRP-5, Zona de aplastamiento de falla del concreto en el centro de la luz.*

### **ENSAYO CFRP-6 (12X7) 26.04.2023**

La gráfica 15 resume los ciclos de carga aplicados en la losa CFRP 6 (12X7), la cual es un elemento sobre-reforzado ( $\rho_f > \rho_{fb}$ ) (Las gráficas detalladas de cada ciclo se incluyen en el Anexo B: gráficas 58 a 61).

En el primer ciclo de carga al 25% (carga teórica de rotura), el elemento inicialmente se comporta de manera elástica ya que sus materiales se encuentran dentro de los límites de elasticidad y el concreto no presenta fisuras grandes hasta que se presenta una caída de carga autónoma en el gato de empuje, en la gráfica se identifica el punto de caída de carga en el cual se produce la carga de fisuramiento de la losa  $P_{cr} = 1500$  kg con un  $\Delta_{max} = 1.4979$  mm (Anexo B, gráfica 58). A partir de

este punto se produce un aumento en el número de fisuras en la zona de tensión y en su apertura. La curva roja punteada en la gráfica 15 corresponde a la envolvente de las deflexiones que cubre todos los ciclos.



Gráfica 15. Resumen de los ciclos de carga aplicados en losa CFRP 6 (12X7)

- Modo de falla en la losa CFRP 6 (12X7)

La losa es un elemento sobre-reforzado de manera que su modo de falla es por compresión del concreto (Fotografía 43). El esfuerzo de tensión diagonal surge de la combinación de los esfuerzos cortantes (fisura diagonal) y del esfuerzo de flexión (fisura vertical), esta superposición de grietas reduce el área efectiva resistente de concreto, lo que conduce a la falla por aplastamiento del concreto, como se aprecia en las Fotografías 42 y 43.

En el caso del refuerzo de CFRP al presentar este una resistencia muy alta a la tensión no falla, por lo que el concreto primero falla por compresión, en esta situación las fibras a tensión en la zona inferior de la sección muestran un agrietamiento vertical, típico de miembro a flexión, pues las

barras de refuerzo se alargan elásticamente; la posición del eje neutro en la sección perpendicular se desplaza hacia la fibra superior a medida que aumenta el momento interno. En la carga de falla la deformación por compresión del concreto alcanza el  $\varepsilon_{cu}$  y el aplastamiento produce el colapso del elemento (fotografía 43).



*Fotografía 39. Montaje para ensayo de losa CFRP-6 (12X7), LDVT en posición delantera.*



*Fotografía 40. Medida con hilo la deflexión del elemento, deflexión ultima 92.49 mm.*

En la Fotografía 41 se muestra la colocación de los LDVT, estos registran digitalmente las deflexiones de la losa durante el ensayo de aplicación de carga en los diferentes ciclos de carga, con los datos obtenidos del registro digital de los LDVT se elaboran las gráficas de carga vs. deformación.



Fotografía 41. La fisuración en zona central de momento de flexión.



Fotografía 42. Falla por aplastamiento concreto en la sección zona central losa.

En la tabla 29 se resumen los principales valores de carga y las deflexiones por ciclo de carga, como la carga máxima alcanzada en cada ciclo y la carga última de falla que en este caso es  $P_u = 10900$  kg, siendo la deflexión máxima  $\Delta_{max} = 92,49$  mm.

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$	
N°		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)	
1	25%	0,00	29,04	11,06	4200			
2	50%	10,85	67,76	18,87	8100			
3	75%	19,68	92,49	43,00	10900	5.450	53	
4	100%	No se realizo pues la losa colapso en el ciclo de 75%						

Tabla 29. Resumen Valores principales durante los ciclos de repetición de cargas CFRP-6



*Fotografía 43. Falla por aplastamiento concreto en la sección zona central losa.*



*Fotografía 44. Montaje para el Ensayo losa CFRP-6.*

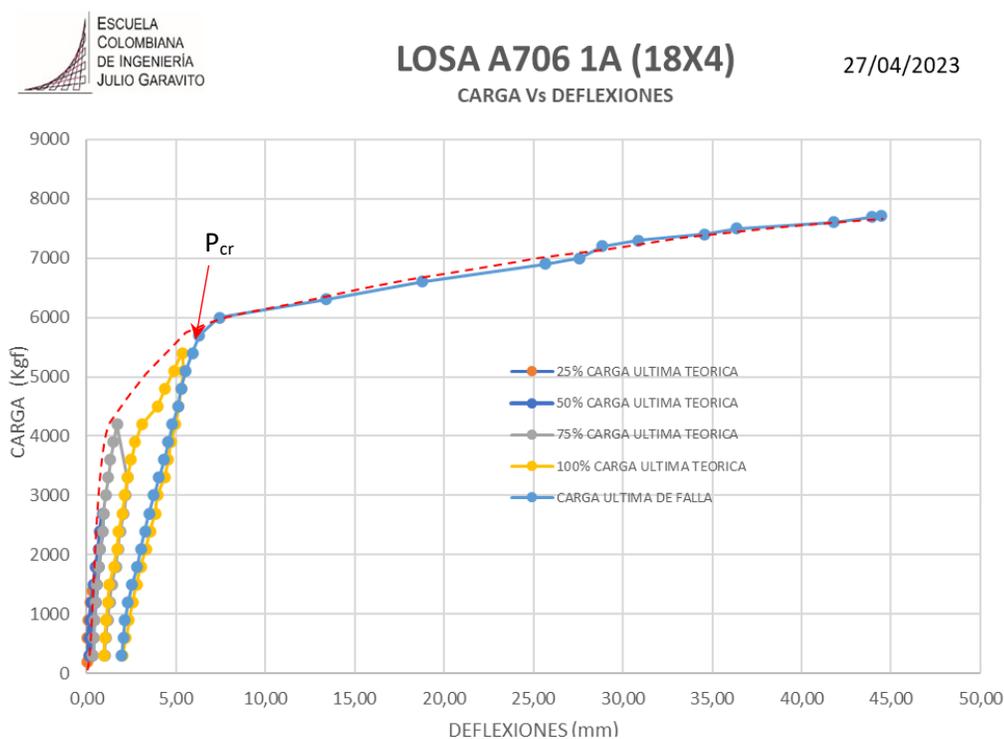


*Fotografía 45. Ensayo losa CFRP-6, ver fisuración en el centro de la luz.*

## ENSAYO A706 1 (18X4) 27.04.2023

En la gráfica 16 se resumen los ciclos de carga experimentales aplicados a la losa A706-1A (18X4), la cual es un elemento sub-reforzado ( $\rho_f < \rho_{fb}$ ) (Las gráficas individuales detalladas de cada ciclo se incluyen en el Anexo B: Gráficas 29 a 34).

En el primer ciclo de carga al 25% (carga teórica de rotura) el elemento inicialmente se comporta elásticamente y el concreto no presenta fisuras visibles, hasta que se presenta una caída de carga autónoma en el gato de empuje. En la gráfica se identifica el punto de caída de carga  $P_{cr}$  donde se produce la carga de fisuramiento de la losa,  $P_{cr} = 5700$  kg con un  $\Delta_{max} = 7.42$  mm (Anexo B, Gráfica 33 y 34), a partir de este punto se incrementa el número de fisuras y su apertura. La curva roja punteada (Gráfica 16) corresponde a la envolvente de las deflexiones que cubre todos los ciclos.



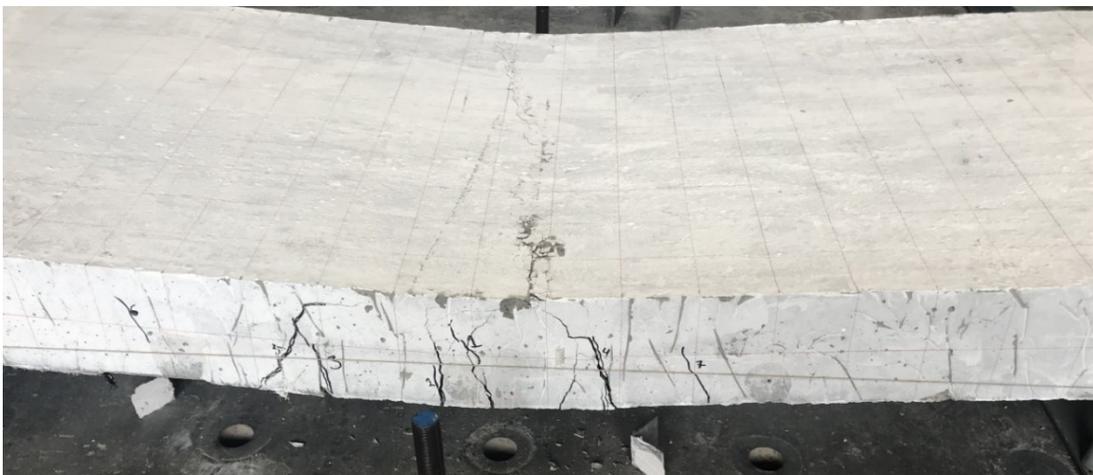
Gráfica 16. Resumen de los ciclos de carga aplicados a la losa A706-1A (18X4)

- Modo de falla en la losa A706-1

En el momento que la losa A706-1 es cargada más allá de la carga de agrietamiento  $P_{cr}$ , el acero ha superado el límite de fluencia y tiene un comportamiento de falla dúctil, con grietas frecuentes y deflexiones más amplias, típico de un elemento sub-reforzado ( $\rho_f < \rho_{fb}$ ) sometido a momentos flectores. La posición del eje neutro se desplaza hacia arriba a medida que aumenta la magnitud del momento interno, reduciendo el área de compresión del concreto, hasta que se produce la falla cuando el concreto supera la deformación última de  $\varepsilon_{cu}$  y sufre aplastamiento. El material que alcance primero la deformación máxima es el que dicta el modo de falla del elemento, para el presente caso es el concreto el primero en fallar (Fotografía 46).



*Fotografía 46. El Modo de falla losa A706-1, fisuras en la zona a tensión.*



*Fotografía 47. Fisuramiento por flexión de la losa A706-1 momento de falla*

En la tabla 30 se resumen los principales valores por ciclo de carga y se muestra la carga máxima alcanzada en cada ciclo, así como la carga última de falla  $P_u = 7200$  kg, siendo la deflexión máxima  $\Delta_{max} = 44,47$  mm.

Tabla 30. Resumen Valores principales durante los ciclos de repetición de cargas CFRP-3

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA X CICLO	$V_c$	$V_c$
Nº		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)
1	0,25	0,00	0,32	0,14	1400		
2	50%	0,14	0,87	0,34	2700		
3	75%	0,34	2,27	0,99	4200		
4	100%	0,96	5,34	1,99	5400		
5	FALLA	1,96	44,47	44,47	7720	3.860	38



Fotografía 48. Ensayo losa A706-1, ver fisuración en el centro de la luz.

- Cuadro resumen de cargas y deflexiones de agrietamiento teóricas y experimentales

Tabla 31. Cargas y deflexiones de agrietamiento Teóricas y experimentales

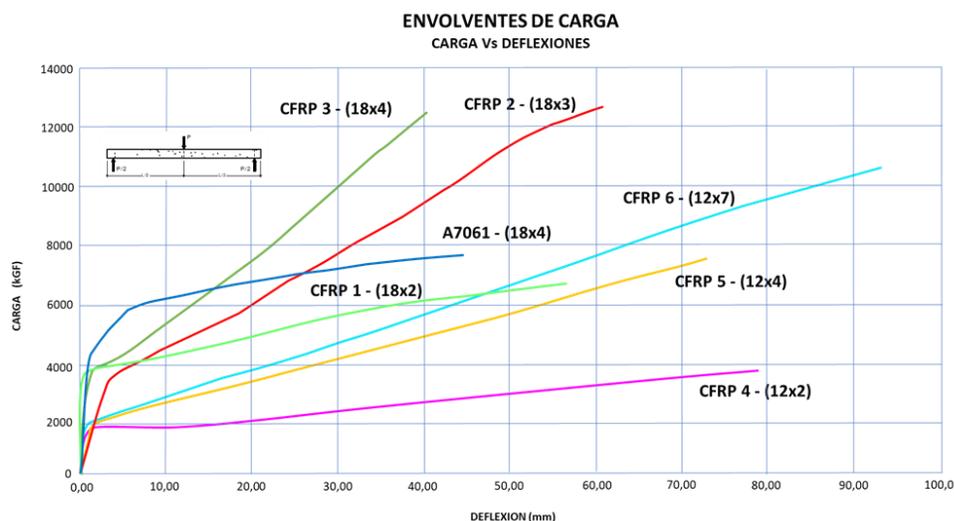
Referencia LOSA	Pcr (Teórica)	Deflexion Teórica fisuramiento ( $\Delta_{cr}$ )	Pcr (Carga de Agrietamiento Experimental)	Deflexion Experimental fisuramiento ( $\Delta_{cr}$ )	Deflexion Teórica Última ( $\Delta_u$ )
	ton	mm	kg	mm	mm
A706-1 (18x4)	4,423	2,6	4200	1,7	4,9
CFRP-1 (18x2)	4,069	12,4	3600	1,0	41,8
CFRP-2 (18x3)	4,663	10,9	3000	3,8	40,9
CFRP-3 (18x4)	4,576	8,8	3300	1,1	42,3
CFRP-4 (12x2)	1,907	18,3	1600	1,1	63,9
CFRP-5 (12x4)	1,718	9,9	1500	1,2	65,0
CFRP-6 (12x7)	1,889	6,6	1500	1,5	57,3

## Envolventes de carga

En la Gráfica 17 se reúnen las gráficas de las líneas envolventes de deflexión del ensayo de carga sobre cada una de las losas, a partir de las cuales se pueden extraer varias consideraciones. En primer lugar, se observa que en las losas CFRP-3, CFRP-2 y CFRP-6, las capacidades para soportar las cargas últimas son mayores en aquellas losas de espesor 18 cm reforzadas con CFRP, mientras que las losas de 12 cm de espesor, CFRP-1, CFRP-5 y CFRP-4, son menos resistentes y sus flexibilidades son similares, presentando un punto de agrietamiento mucho más temprano, o sea, que sus zonas elásticas son más cortas.

La losa reforzada con acero A706-1, con un espesor de 18 cm, está en la zona intermedia de la capacidad de resistencia, entre las losas de 18 y 12 cm reforzadas con CFRP, la A706 presenta una flexibilidad más reducida y se aprecia más frágil puesto que la carga última de falla es menor que aquella de las losas reforzadas con CFRP. De otra parte, la losa A706-1 reforzada con barras de acero tiene una zona elástica mayor y muestra un límite de proporcionalidad más alto que las losas reforzadas con CFRP.

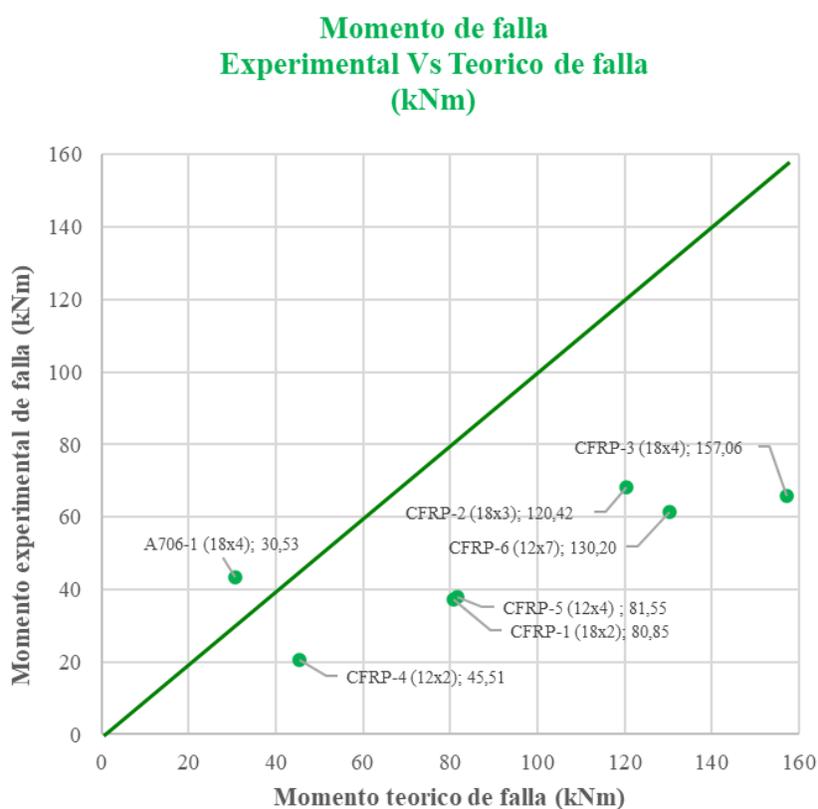
Adicionalmente, las losas que más se asemejan en cuanto a resistencia última y deflexión final son la A706-1 (18x4) y la CFRP-1 (18x2), la losa reforzada con barras de acero tiene una resistencia final  $P_u = 7720$  kg más alta que la de CFRP-1  $P_u = 6600$  kg. La cuantía de diseño teórico para la losa A706-1 tiene un valor de 0.00348 mientras que la CFRP-1 presenta una de 0.00174, y la deflexión máxima teórica a la falla de CFRP-1 es de  $\Delta_{max} = 57,0$  mm mientras que para A706-1 es de  $\Delta_{max} = 44,5$  mm. Las resistencias finales teóricas son de  $P_u = 5414$  kg y para CFRP-1  $P_u = 12277$  kg más alta.



Gráfica 17. Curvas envolventes de carga en losas ensayadas

### 6.3 Análisis de la capacidad a flexión

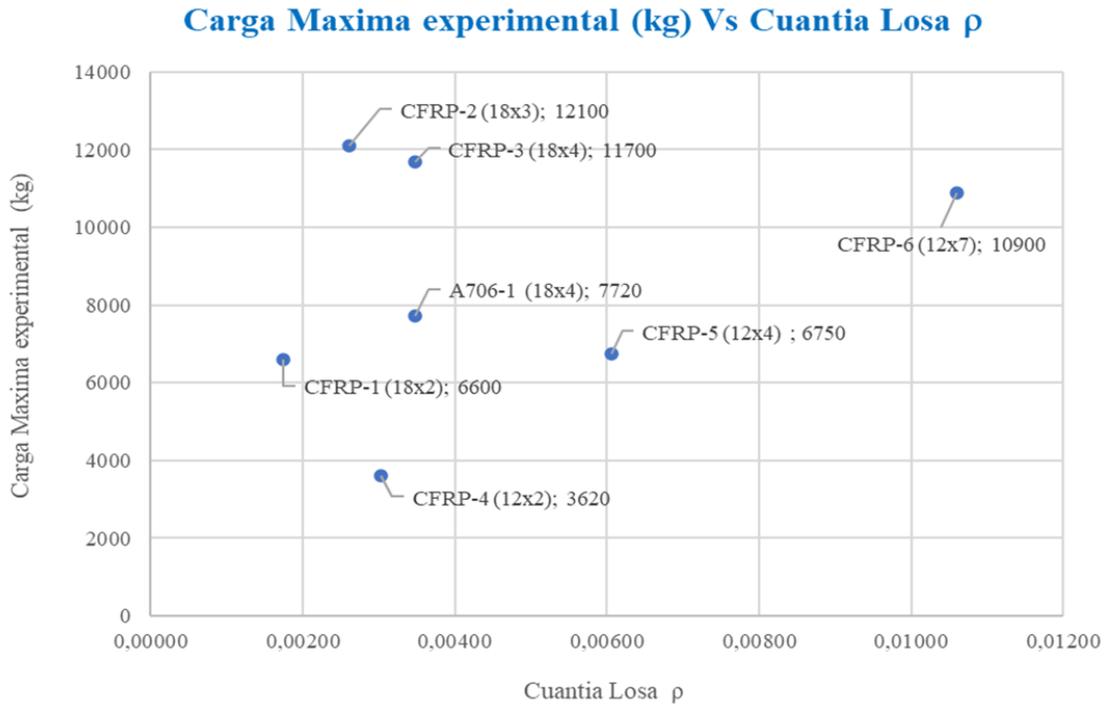
En la gráfica 18 se analiza el momento de falla experimental vs. el momento de falla teórico de cada una de las losas, de esta manera se observa la correlación lineal existente entre ambos valores, encontrándose que los valores encontrados experimentalmente es el 55.78% del valor teórico del momento de falla cálculo; Este hallazgo es muy importante ya que indica que la guía de diseño está sobreestimando la capacidad teórica del elemento. Confirmada en la última columna de la tabla 37 pues la relación  $M_e/M_t$  es menor que 1.



Grafica 18. Momento de falla experimental losas Vs Momento teórico de falla (Tabla 37)

En la gráfica 19 se presenta la carga máxima experimental vs. la cuantía  $\rho$  de cada losa; en ella se evalúa cómo la losa de mayor cuantía, CFRP-6, tiene una carga máxima de falla  $P_u = 10900$  kg muy similar a las losas CFRP-2  $P_u = 12100$  kg (máxima) y CFRP-3  $P_u = 11700$  kg, las cuales poseen una cuantía menor. Esta situación permite deducir que un aumento de espesor de 12 a 18 cm logrará reducir el refuerzo del elemento de siete barras CFRP a tres o cuatro CFRP, manteniendo la capacidad de resistencia a la flexión.

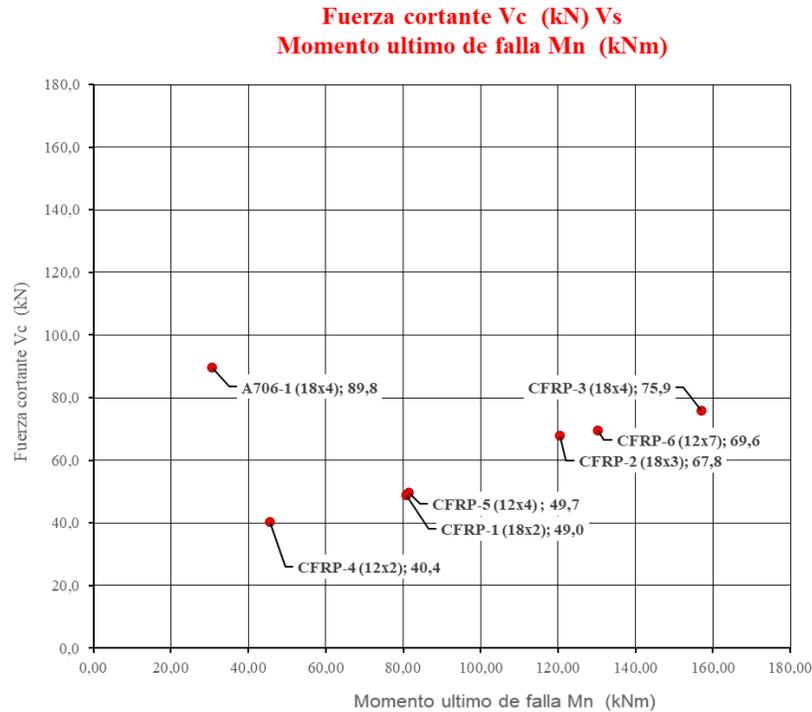
Se puede afirmar también que existe una equivalencia de resistencia a la flexión entre las losas con un espesor de 18 cm con cuatro barras de acero A706 y las losas de 18 cm de espesor con dos barras de CFRP, indicando de forma experimental que las barras de CFRP tienen el doble de la resistencia comparadas con las barras de A706.



*Gráfica 19. Carga Máxima experimental Vs Cuantía losa  $\rho$  (Tabla 37)*

#### 6.4 Análisis de los esfuerzos cortantes (Deducida de la tabla 32)

En la gráfica 20 se observa que en las losas CFRP-5 y CFRP-6 con el más alto refuerzo, se presenta falla por aplastamiento del concreto debido a que estos elementos son sobre-reforzados ( $\rho_f > \rho_{fb}$ ). Una característica típica de las barras de CFRP es que tienen gran deformación final, como sucede con las barras de CFRP-5, con una deflexión máxima de  $\Delta_{max} = 67,72$  mm, y con las barras de CFRP-6, con una deflexión máxima de  $\Delta_{max} = 92,49$  mm, las cuales al poseer una gran resistencia a la tensión logran alargarse sin salir del límite de elasticidad del material.



Gráfica 20. Fuerza Cortante Vs Momento de falla  $M_n$  Experimental, Tabla 32

La losa CFRP-2 (18x3) tiene una resistencia al cortante de 67,8 kN con un espesor de 18 cm, similar a la losa CFRP-6 (12x7) que tiene 69,6 kN (Tabla 32), destacándose que, aunque ambas cuentan con espesor diferente, tienen similar capacidad a cortante. Al observar en la gráfica 20 los valores de resistencia a cortante de las losas CFRP-6 y CFRP-2, se deduce que el menor espesor de CFRP-6 para soportar el esfuerzo cortante se compensa con una mayor cantidad de refuerzo, de modo que la mayor cantidad de barras de refuerzo CFRP compensa el menor espesor, para que así la capacidad de carga que es soportada por los dos elementos sean cercanas.

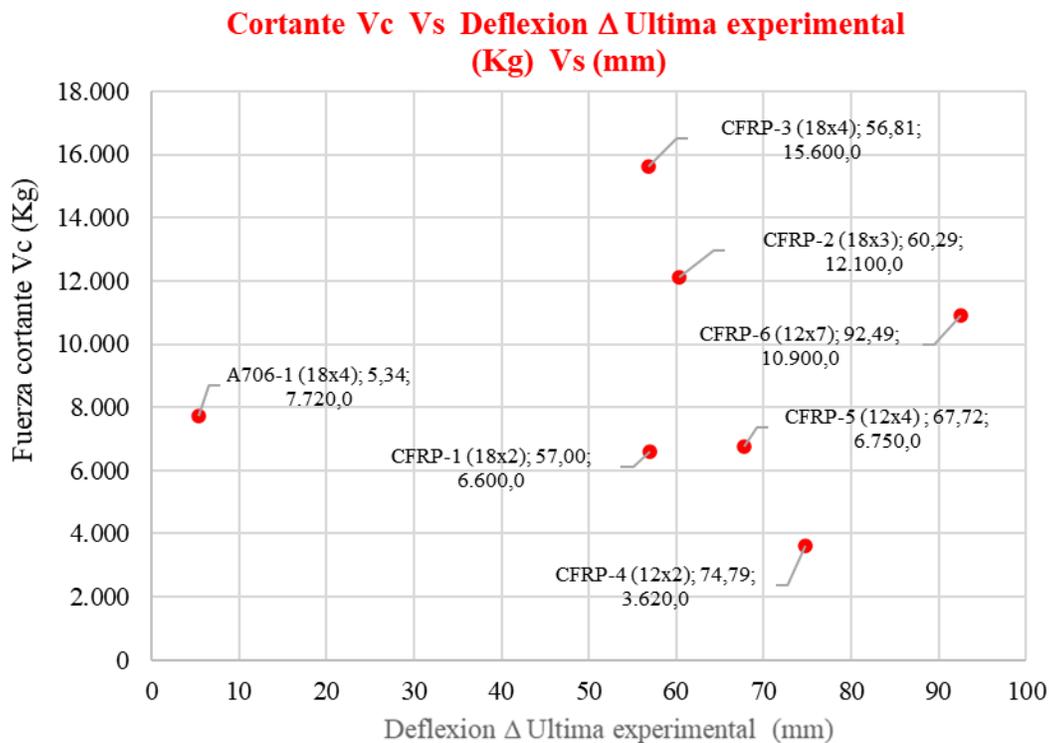
Tabla 32. Resumen de Cortantes para cada losa

Referencia LOSA	Refuerzo asignado	Area del refuerzo (mm <sup>2</sup> )	Cuantia asignada ( $\rho$ )	P Carga aplicar x actuador		$M_n$ (kNm)	$M_{cr}$ (kNm)	$P_{cr}$ (ton)	Modo de falla	$V_c$ (kN)
A706-1 (18x4)	4 # 4	506,71	0,00348	53,10	5,41	30,53	24,94	4,42	Tracc ref	89,8
CFRP-1 (18x2)	2 # 4	253,35	0,00174	120,39	12,28	69,23	22,94	4,07	Tracc ref	49,0
CFRP-2 (18x3)	3 # 4	380,03	0,00261	209,43	21,36	120,42	26,29	4,66	Tracc ref	67,8
CFRP-3 (18x4)	4 # 4	506,71	0,00348	273,15	27,85	157,06	25,80	4,58	Tracc ref	75,9
CFRP-4 (12x2)	2 # 4	253,35	0,00303	79,14	8,07	45,51	10,75	1,91	Tracc ref	40,4
CFRP-5 (12x4)	4 # 4	506,71	0,00606	141,82	14,46	81,55	9,69	1,72	Compr concr	49,7
CFRP-6 (12x7)	7 # 4	886,74	0,01060	226,44	23,09	130,20	10,65	1,89	Compr concr	69,6

Tabla 33. Deflexiones teóricas y experimentales

Referencia LOSA	$V_c$ (falla)			$(\Delta_i)_{ultima}$ Experimental	$(\Delta_i)_{ultima}$ Teorica
	kg	ton	kN	mm	mm
A706-1 (18x4)	7.720,0	7,72	75,71	5,34	3,20
CFRP-1 (18x2)	6.600,0	6,60	64,72	57,00	37,26
CFRP-2 (18x3)	12.100,0	12,10	118,66	60,29	51,90
CFRP-3 (18x4)	15.600,0	15,60	152,99	56,81	54,61
CFRP-4 (12x2)	3.620,0	3,62	35,50	74,79	81,57
CFRP-5 (12x4)	6.750,0	6,75	66,20	67,72	84,03
CFRP-6 (12x7)	10.900,0	10,90	106,89	92,49	81,35

En la gráfica 21 se observa que las losas reforzadas con barras de CFRP son más flexibles pues sus deflexiones últimas están alejadas de la deflexión última de la losa de concreto reforzada con acero A706-1, de lo que se infiere que, aunque la losa reforzada con acero tiene una rigidez de  $E_c I_e = 7,83E+03$  kN/m<sup>2</sup> y las losas reforzadas CFRP-2 y 3 son más flexibles con una rigidez de  $E_c I_e = 1,27E+03$  kN/m<sup>2</sup> (es menor), las losas 2 y 3 alcanzan una resistencia al cortante superior a la A706-1.

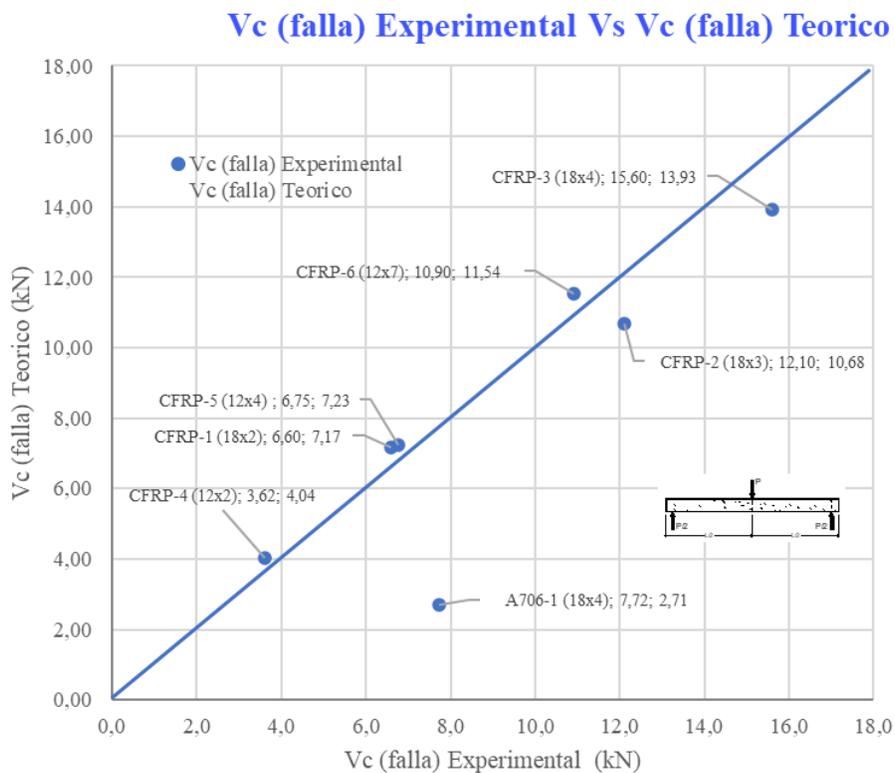


Grafica 21. Fuerza cortante de Falla teórico Vs Deflexión de Falla experimentales (mm) por losa -(Tabla 33)

Tabla 34. Resumen Cortes Teórico Vs Experimental por losa

Referencia LOSA	$V_c$ (falla) Experimental	$V_c$ (falla) Teorico
	ton	ton
A706-1 (18x4)	7,72	2,71
CFRP-1 (18x2)	6,60	6,14
CFRP-2 (18x3)	12,10	10,68
CFRP-3 (18x4)	15,60	13,93
CFRP-4 (12x2)	3,62	4,04
CFRP-5 (12x4)	6,75	7,23
CFRP-6 (12x7)	10,90	11,54

En la tabla 34, y en la gráfica 22 derivada de esta, se aprecia que los valores de  $V_c$  obtenidos teóricamente para las losas reforzadas con barras de CFRP son muy cercanos cuantitativamente a los producidos experimentalmente, comprobando con ello que el método de cálculo es correcto.



Gráfica 22. Cortante Experimental Vs Cortante Teórico (De la Tabla 34)

## 6.5 Verificación de modos de falla

En la tabla 35 y en la gráfica 19 se puede apreciar que las losas con una cuantía mayor a la cuantía balanceada son elementos sobre-reforzados ( $\rho_f > \rho_{fb}$ ), y tienden a presentar falla por compresión de concreto en la fibra superior de la sección central de elemento.

*Tabla 35. Resumen Fuerzas de falla relacionados con las deflexiones ultimas de falla en cada losa*

Referencia LOSA	$V_c$ (falla)			$(\Delta_i)_{ultima}$ Experimental	$(\Delta_i)_{ultima}$ Teorica
	kg	ton	kN	mm	mm
A706-1 (18x4)	7.720,0	7,72	75,71	5,34	1,72
CFRP-1 (18x2)	6.600,0	6,60	64,72	57,00	33,97
CFRP-2 (18x3)	12.100,0	12,10	118,66	60,29	39,49
CFRP-3 (18x4)	15.600,0	15,60	152,99	56,81	42,93
CFRP-4 (12x2)	3.620,0	3,62	35,50	74,79	61,60
CFRP-5 (12x4)	6.750,0	6,75	66,20	67,72	68,80
CFRP-6 (12x7)	10.900,0	10,90	106,89	92,49	68,72

*Tabla 36. Deflexión teórica vs deflexión experimental*

Referencia LOSA	Espesor de losa	Deflexion Teorica Ultima (Di)	Deflexion Experimental Ultima (Di)
	cm	mm	mm
A706-1 (18x4)	18	4,9	5,3
CFRP-1 (18x2)	18	41,8	57,0
CFRP-2 (18x3)	18	40,9	60,3
CFRP-3 (18x4)	18	42,3	56,8
CFRP-4 (12x2)	12	63,9	74,8
CFRP-5 (12x4)	12	65,0	67,7
CFRP-6 (12x7)	12	57,3	92,5



*Fotografía 49. Compilación de losas falladas*

## **6.6 Análisis de las deflexiones**

Mediante el análisis de los datos obtenidos experimentalmente se grafican los efectos en el comportamiento de deformaciones de las losas, para cada uno de los especímenes ensayado la inspección visual permite analizar y deducir el mecanismo de falla de cada losa, de forma que se evalúan visualmente las características del mecanismo que produjo la falla en el elemento.

La tabla 37 compara el momento teórico vs. el momento experimental de falla, también hace la relación de la deflexión máxima teórica vs. la deflexión máxima experimental; nótese que las losas CFRP-1 a CFRP-6 soportan la mitad del momento flector teórico y que las losas A706-1 soportan 1,43 veces el momento flector teórico, además las losas con un espesor menor a 12 cm, como las

CFRP-4 y 5, tienen un menor momento de falla al final que las losas que cuentan con un espesor de 18 cm. La losa CFRP-6 cuenta con una capacidad de resistencia mayor entre las losas de 12 cm y también es la que puede flexionarse mucho más que todas las demás losas, siendo su deflexión experimental un 60% mayor a la prevista teóricamente (Bischoff 2011), con una deflexión experimental máxima de  $\Delta_{max} = 92,49$  mm (Tabla 35).

Tabla 37. momento teórico vs momento experimental de falla

Referencia LOSA	Refuerzo Losa	Cuantía Losa	Carga Maxima experime ntal	$(\Delta)_n$ <i>Teorica</i>	$(\Delta)_n$ <i>Experimental</i>	$(\Delta)_n, Teor$ $/(\Delta)_n, Exp$	Momento experimental de falla	Momento teorico de falla	$M_E/M_T$
		$\rho$	kg	(mm)	(mm)	(mm)	kNm	kNm	
A706-1 (18x4)	4 # 4	0,00348	7720	4,9	44,5	9,13	43,53	30,53	1,43
CFRP-1 (18x2)	2 # 4	0,00174	6600	37,3	57,0	1,53	37,22	69,23	0,54
CFRP-2 (18x3)	3 # 4	0,00261	12100	51,9	60,3	1,16	68,23	120,42	0,57
CFRP-3 (18x4)	4 # 4	0,00348	11700	54,6	36,5	0,67	65,98	157,06	0,42
CFRP-4 (12x2)	2 # 4	0,00303	3620	81,6	74,8	0,92	20,41	45,51	0,45
CFRP-5 (12x4)	4 # 4	0,00606	6750	84,0	67,7	0,81	38,06	81,55	0,47
CFRP-6 (12x7)	7 # 4	0,01060	10900	81,3	92,0	1,13	61,46	130,20	0,47

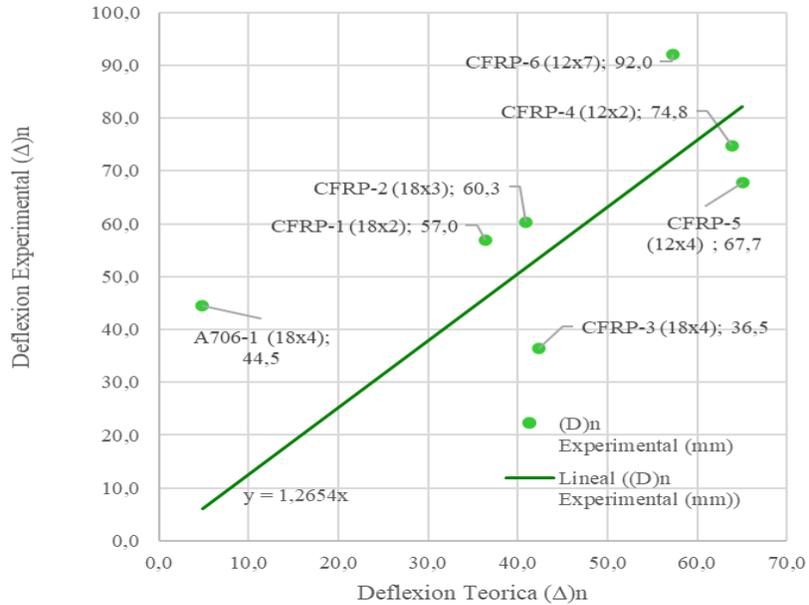
La tabla 38 resume la comparación de deflexiones de agrietamiento ( $\Delta_{cr}$ ) y servicio teóricas ( $\Delta_a$ ) vs. experimentales ( $\Delta_{cr}$ )<sub>exp</sub>. La relación de las deflexiones teóricas y experimentales arroja un menor valor para cargas de fisuramiento teóricas en comparación con las experimentales, este criterio se puede confirmar en la gráfica 23 y en la gráfica 24, en las cuales se compara la cuantía del elemento vs.  $\Delta$  experimental.

Tabla 38. Deflexiones de agrietamiento servicio teóricas vs experimentales

Referencia LOSA	Refuerzo Losa	Cuantía Losa	$(\Delta)_a$ <i>Teorica</i>	$(\Delta)_a$ <i>Experimental</i>	$(\Delta)_a, Teor$ $/(\Delta)_a, Exp$	$(\Delta)_{cr}$ <i>Teorica</i>	$(\Delta)_{cr}$ <i>Experimental</i>	$(\Delta)_{cr, Teor}$ $/(\Delta)_{cr, Exp}$
		$\rho$			(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
A706-1 (18x4)	4 # 4	0,00348	0,88	0,43	2,05	1,8	0,87	2,04
CFRP-1 (18x2)	2 # 4	0,00174	3,10	0,13	24,78	6,3	0,95	6,58
CFRP-2 (18x3)	3 # 4	0,00261	2,39	2,29	1,04	4,8	3,83	1,26
CFRP-3 (18x4)	4 # 4	0,00348	1,91	0,57	3,35	3,9	1,12	3,44
CFRP-4 (12x2)	2 # 4	0,00303	8,88	12,66	0,70	8,4	1,12	7,52
CFRP-5 (12x4)	4 # 4	0,00606	5,04	3,11	1,62	4,8	5,08	0,94
CFRP-6 (12x7)	7 # 4	0,01060	3,06	4,20	0,73	5,1	6,89	0,73

## 6.7 Deflexiones experimentales de falla

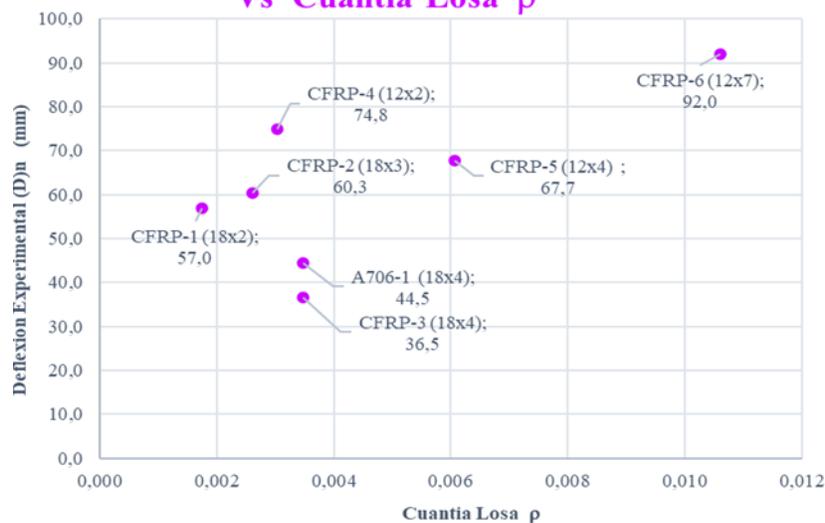
### Deflexiones en la Falla Teóricas Vs Experimentales ( $\Delta_n$ )<sub>Teor</sub> / ( $\Delta_n$ )<sub>Exp</sub>



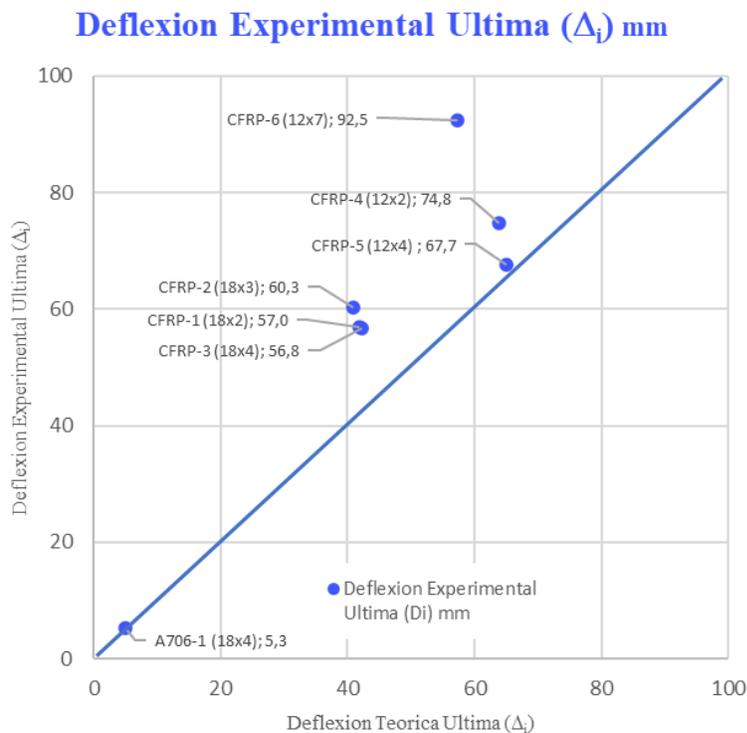
Gráfica 23. Deflexiones Teóricas Vs Experimentales (Tabla 37)

En la gráfica 24 se observa que, en las deflexiones experimentales vs. cuantía por losa, las losas con menor cuantía y mayor espesor mejoran su desempeño a la deflexión, apreciándose que todas las losas, excepto la CFRP-3 (18x4), superan la deflexión de la losa reforzada con acero A706-1.

### Deflexion Experimental ( $\Delta_n$ ) (mm) Vs Cuantia Losa $\rho$

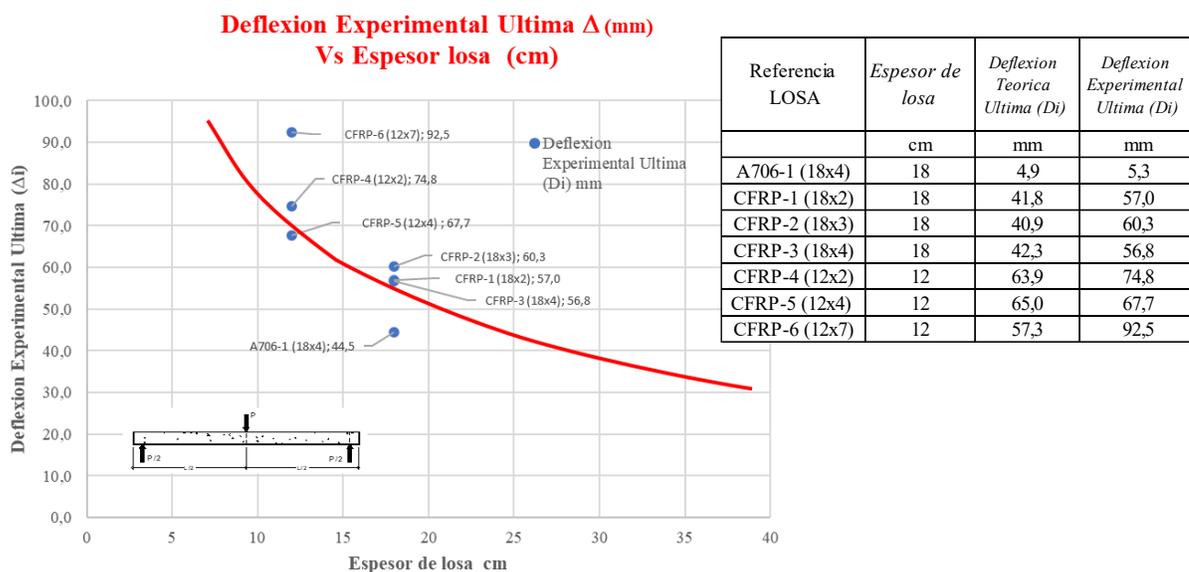


Gráfica 24. Deflexiones Experimentales Vs Cuantía por losa (Tabla 37)



Grafica 25. Deflexiones ultimas Teórica Vs Experimental (Tabla 36)

En la gráfica 26 se observa cómo influye el aumento del espesor de las losas en la resistencia a la deflexión de las losas, un mayor espesor produce un incremento de rigidez en la sección, causando la reducción de las grietas a cortante y flexión. El aumento en el espesor disminuye la presencia del esfuerzo a tensión diagonal causante de las grietas, por tanto, la deflexión baja al ser mayor la rigidez del elemento.



Grafica 26. Deflexiones experimentales Vs espesores de losa (Tabla 36)

## Deflexiones losa CFRP-6 (12x7)

En la gráfica 27 se delinea el Momento flector experimental vs. Deflexión experimental de la losa CFRP-6 (12x7) (curva azul). Esta gráfica esta trazada junto con las gráficas de Momento flector vs. Deflexión, calculadas con las fórmulas teóricas de momento efectivo de inercia  $I_e$  de Branson (gris) y Bischoff (2011) (naranja) mencionadas en el estado del arte (numerales 2.4 y 2.5), y se comparan con la gráfica azul de Momento vs. Deflexión experimental, obtenida con los valores del ensayo. Para la elaboración de las gráficas se usan las fórmulas ya mencionadas en el estado del arte, así:

$$M_n = \frac{PL}{4} \quad \Delta = \frac{PL^3}{48 E_c I_e}$$

donde

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g \quad \text{NSR-10 (C.9-8)} \quad (2.8)$$

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} \leq I_g \quad \text{(Bischoff 2005)} \quad (2.11)$$

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right)} \leq I_g \quad \text{para } M_{(x)} > M_{cr} \quad \text{(Bischoff 2011)} \quad (2.12)$$

$$I_e = I_g \quad \text{para } M_{(x)} \leq M_{cr}$$

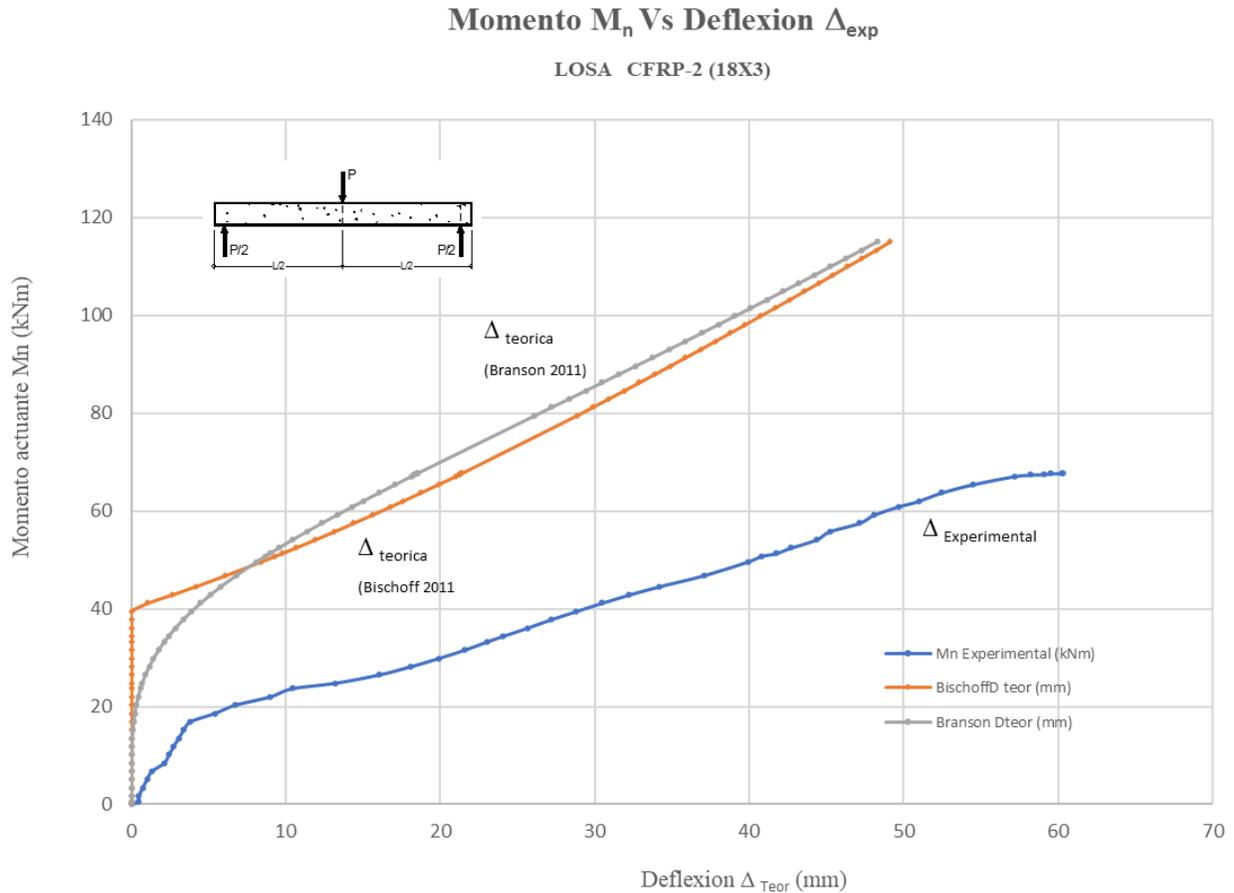
$$I_{cr} = \frac{bh^3}{3} k^3 + n_f A_f d^2 (1 - k)^2 \quad \text{(ACI 440.1R-15 (7.3.2.2a))} \quad (2.13)$$

De esa manera, mediante la ecuación  $\Delta$  arriba mencionada (la cual define la deflexión en el centro de la luz para una losa simplemente apoyada con carga puntual en el centro) junto con las ecuaciones 2.11 y 2.12 (para el momento de inercia efectivo cuando se supera el agrietamiento) se puede calcular la deflexión de la losa para cualquier valor de la carga.

El objeto de la gráfica 27 es comparar el comportamiento de la deformación de la losa ante las cargas aplicadas en el laboratorio y las curvas de deflexión con relación al momento efectivo de inercia de Bischoff y Branson, calculadas teóricamente, observándose que los valores  $M_{\text{Bischoff}}$  y  $M_{\text{Branson}}$  son muy cercanos; en esta gráfica los valores de las deflexiones obtenidos de forma experimental (curva azul) presentan una gran diferencia de los valores teóricos calculados.

Las gráficas de  $M_{\text{Bischoff}}$  y  $M_{\text{Branson}}$  presentan un comportamiento lineal paralelo con la pendiente inclinada a partir de la carga de agrietamiento  $P_{cr}$ , la inclinación constante va hasta que falla

elemento, un comportamiento similar se da en la curva generada en la prueba de laboratorio (azul) pero, a diferencia de las teóricas, se presenta un incremento notable de la deformación por la elasticidad que adquiere la losa al tener refuerzo de CFRP, lo que le permite al elemento una gran deformación sin que falle el refuerzo de CFRP.



*Grafica 27. Momento Vs Deflexiones Losa CFRP-6*

La Tabla 39 es la hoja electrónica de los cálculos ejecutados para construir las curvas que integran la gráfica 27, en esta tabla de cálculo se encuentran relaciones entre las deflexiones  $\Delta_{teor}$  de Branson (gris) y  $\Delta_{teor}$  de Bischoff (2011) (naranja), y también se muestra la gráfica de las deflexiones experimentales  $\Delta_{experimental}$  (azul), en cuya última columna se muestra la diferencia entre las dos deflexiones teóricas.

Tabla 39. Cuadro resumen del cálculo de Deflexiones losa CFRP-6

N°	P Experimental		$\Delta_{exp}$ (mm)	$M_n$ Experimental (kNm)	$I'_e$ m <sup>4</sup>	Bischoff $\Delta_{teor}$ (mm)	$I_e$ m <sup>4</sup>	Branson $\Delta_{teor}$ (mm)	Branson $\Delta_{teor}/$ Bischoff $\Delta_{teor}$	Diferencia Branson- Bischoff (+/-)
	(kg)	(kN)								
1	0	0,0	0,00	0,00	0,0,E+00	0,00	0,00,E+00	0,000		
2	100	1,0	0,47	0,56	-6,5,E-09	0,00	4,37,E+01	0,000		
3	300	2,9	0,50	1,69	-5,8,E-08	0,00	1,62,E+00	0,000		
4	600	5,9	0,74	3,38	-2,3,E-07	0,00	2,02,E-01	0,000		
5	900	8,8	1,02	5,08	-5,3,E-07	0,00	5,99,E-02	0,001		
6	1200	11,8	1,34	6,77	-9,6,E-07	0,00	2,53,E-02	0,004		
7	1500	14,7	2,14	8,46	-1,5,E-06	0,00	1,30,E-02	0,010		
8	1800	17,7	2,44	10,15	-2,2,E-06	0,00	7,52,E-03	0,021		
9	2100	20,6	2,76	11,84	-3,1,E-06	0,00	4,75,E-03	0,039		
10	2400	23,5	3,07	13,53	-4,2,E-06	0,00	3,19,E-03	0,067		
11	2700	26,5	3,42	15,23	-5,5,E-06	0,00	2,25,E-03	0,107		
12	3000	29,4	3,83	16,92	-7,1,E-06	0,00	1,65,E-03	0,162		
13	3300	32,4	5,41	18,61	-9,0,E-06	0,00	1,25,E-03	0,236		
14	3600	35,3	6,73	20,30	-1,1,E-05	0,00	9,68,E-04	0,331		
15	3900	38,2	8,98	21,99	-1,4,E-05	0,00	7,69,E-04	0,452		
16	4200	41,2	10,43	23,68	-1,8,E-05	0,00	6,22,E-04	0,602		
17	4400	43,1	13,24	24,81	-2,0,E-05	0,00	5,45,E-04	0,720		
18	4700	46,1	16,05	26,50	-2,5,E-05	0,00	4,53,E-04	0,925		
19	5000	49,0	18,12	28,19	-3,2,E-05	0,00	3,82,E-04	1,167		
20	5300	52,0	19,92	29,89	-4,1,E-05	0,00	3,26,E-04	1,450		
21	5600	54,9	21,60	31,58	-5,4,E-05	0,00	2,81,E-04	1,776		
22	5900	57,9	23,05	33,27	-7,3,E-05	0,00	2,45,E-04	2,146		
23	6100	59,8	24,07	34,40	-9,2,E-05	0,00	2,25,E-04	2,418		
24	6400	62,8	25,67	36,09	-1,4,E-04	0,00	1,99,E-04	2,866		
25	6700	65,7	27,17	37,78	-2,6,E-04	0,00	1,78,E-04	3,361		
26	7000	68,6	28,80	39,47	-1,1,E-03	0,00	1,60,E-04	3,904		
27	7300	71,6	30,47	41,16	6,0,E-04	1,08	1,45,E-04	4,495	4,2	317,0%
28	7600	74,5	32,24	42,86	2,6,E-04	2,65	1,32,E-04	5,133	1,9	93,9%
29	7900	77,5	34,21	44,55	1,7,E-04	4,16	1,21,E-04	5,816	1,4	39,8%
30	8300	81,4	37,07	46,80	1,2,E-04	6,10	1,09,E-04	6,795	1,1	11,4%
31	8800	86,3	39,93	49,62	9,3,E-05	8,42	9,66,E-05	8,121	1,0	-3,5%
32	9000	88,3	40,81	50,75	8,6,E-05	9,31	9,24,E-05	8,681	0,9	-6,8%
33	9100	89,2	41,73	51,31	8,3,E-05	9,76	9,05,E-05	8,967	0,9	-8,1%
34	9300	91,2	42,71	52,44	7,8,E-05	10,63	8,68,E-05	9,550	0,9	-10,2%
35	9600	94,1	44,36	54,13	7,2,E-05	11,92	8,19,E-05	10,452	0,9	-12,3%
36	9900	97,1	45,24	55,83	6,7,E-05	13,17	7,75,E-05	11,384	0,9	-13,6%
37	10200	100,0	47,14	57,52	6,3,E-05	14,41	7,37,E-05	12,342	0,9	-14,3%
38	10500	103,0	48,10	59,21	6,0,E-05	15,62	7,02,E-05	13,325	0,9	-14,7%
39	10800	105,9	49,68	60,90	5,7,E-05	16,80	6,72,E-05	14,329	0,9	-14,7%
40	11000	107,9	50,99	62,03	5,6,E-05	17,59	6,53,E-05	15,009	0,9	-14,6%
41	11300	110,8	52,44	63,72	5,4,E-05	18,74	6,28,E-05	16,044	0,9	-14,4%
42	11600	113,8	54,48	65,41	5,2,E-05	19,88	6,05,E-05	17,092	0,9	-14,0%
43	11900	116,7	57,20	67,10	5,1,E-05	21,00	5,84,E-05	18,153	0,9	-13,6%
44	11950	117,2	58,22	67,39	5,0,E-05	21,19	5,81,E-05	18,331	0,9	-13,5%
45	11970	117,4	59,09	67,50	5,0,E-05	21,26	5,80,E-05	18,402	0,9	-13,4%
46	12000	117,7	59,52	67,67	5,0,E-05	21,37	5,78,E-05	18,509	0,9	-13,4%
47	12000	117,7	60,30	67,67	5,0,E-05	21,37	5,78,E-05	18,509	0,9	-13,4%
48	12000	117,7	60,21	67,67	5,0,E-05	21,37	5,78,E-05	18,509	0,9	-13,4%

Las gráficas de Momento vs. Deflexiones, similar a la gráfica 27 para las otras losas ensayadas en el laboratorio en la presente tesis, y sus tablas de cálculo correspondientes se encuentran en el anexo F.

## 6.8 Análisis comparativo losas A706 (18x4), CFRP 3 (18x4) y CFRP 5 (12x4)

Estas losas son las más representativas del grupo ensayado por el espesor: 18 cm CFRP, 18 cm A706 y 12 cm CFRP, por lo cual se pudo hacer un análisis por espesor desde el punto de vista del comportamiento ante la deformación:

- 1- CFRP-3 (18x4) es la losa que resiste más carga puntual en el centro y por lo tanto la sección transversal central soporta un Momento flector mayor.
- 2- La losa CFRP-5 (12x4) es la que más se deforma hasta su falla (cuando ya no recibe más carga), la causa de ello es que es la cuantía mayor  $\rho = 0,0606$  de refuerzo de CFRP.
- 3- Las fallas no fueron repentinas sino por deformaciones progresivas y las losas no colapsaron en dos partes separadas.

A continuación, se presenta una discusión sobre los conceptos presentados por parte de los autores mencionados en el estado del arte y su relación con los conceptos analizados en el presente trabajo.

Según **Bahira Abdul-Salam** (numeral 3.1), el comportamiento del elemento después del agrietamiento es aproximadamente proporcional de manera directa a la rigidez axial de las barras FRP, situación comprobada en las losas reforzadas con CFRP, al igual que con las reforzadas con acero A706. A pesar de la naturaleza frágil del refuerzo FRP, las grandes vigas de concreto reforzadas con FRP se comportan de manera similar en cortante a las vigas de concreto reforzado con acero; las probetas experimentaron rotura por cizallamiento frágil, mayor resistencia a la compresión del hormigón o menor rigidez transversal al cizallamiento del refuerzo y desarrollaron falla por tensión diagonal o falla por corte-compresión.

En el caso de las losas reforzadas con CFRP, se formó una grieta diagonal crítica que luego se ensanchó hasta el punto de que la redistribución de la tensión a otros mecanismos de resistencia al corte ya no fue posible, lo que provocó la ruptura del concreto. Finalmente, la formación de la grieta de corte se asoció con una ligera flexión del refuerzo de tracción, lo que resultó en un desprendimiento de CFRP, seguido del desconchado de la cubierta de concreto.

Según **Buitrago** (numeral 3.2), contrario a lo expresado, el refuerzo con barras de GFRP ofrece poca seguridad e inestabilidad en la funcionalidad de elementos así contruidos, causados por el bajo módulo de elasticidad. Al respecto, en el presente trabajo se ha observado que en este tipo de losas mediante el manejo de mayores espesores se puede obtener una respuesta estructural de iguales o mejores condiciones que las reforzadas con acero; la observación muestra el comparativo de losas A706-1 y CFRP-2 (18x4) (Gráfica 19 y 22) en las cuales, tal como se revisó en el desarrollo teórico del diseño de las losas, se previeron fallas debido a tracción del refuerzo en las losas sub-reforzados y a aplastamiento en las sobre-reforzadas; no obstante, en los ensayos ejecutados en el presente trabajo todas las losas fallaron por compresión del concreto con aplastamiento en la sección central del elemento, lo cual contradijo la predicción teórica para las losas CFRP1,2,3,4 y A706. Solamente los cálculos teóricos de las losas CFRP 5 y 6 predijeron una falla por aplastamiento del concreto, tal como realmente ocurrió en el ensayo de laboratorio.

En el cuadro siguiente resumimos la comparación de las características de losas reforzadas con GFRP (Buitrago B.) vs CFRP, se anotan las observaciones fruto de los resultados experimentales:

*Tabla 40. Comparación características losas con GFRP vs CFRP*

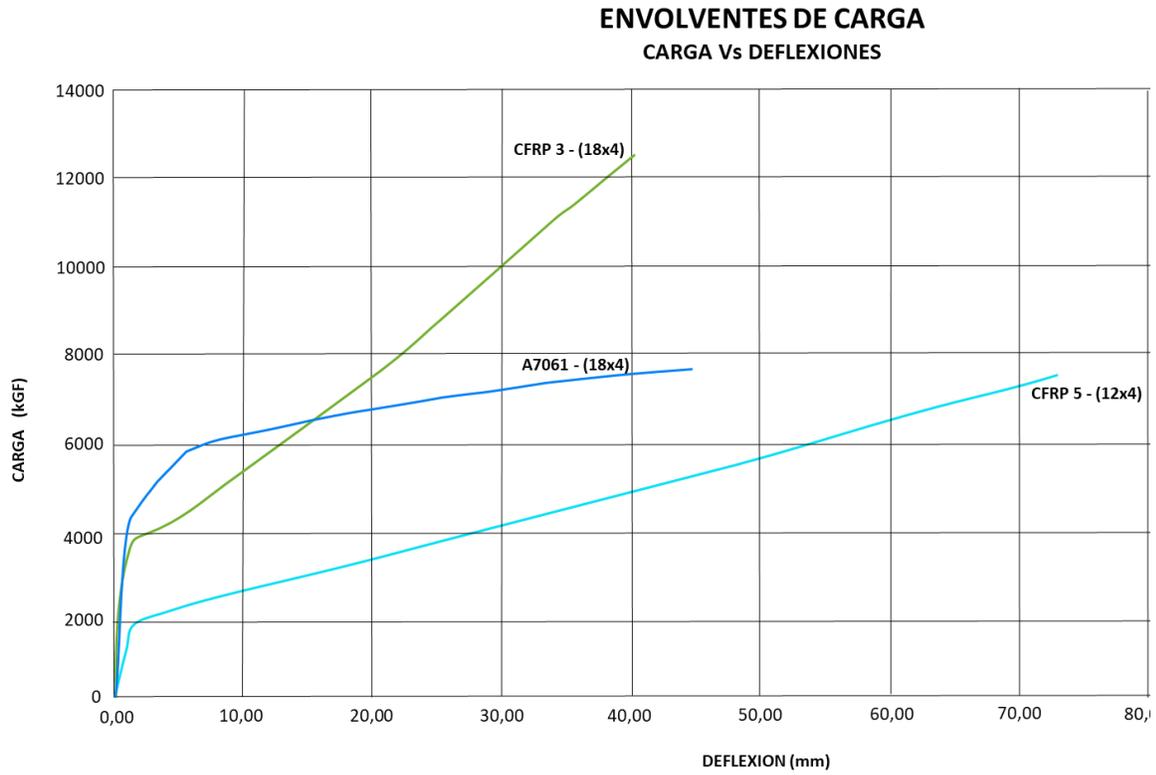
Característica	GFRP	CFRP
Tipo de falla	Desintegración abrupta del concreto por partes, falla por rotura de las barras de GFRP.	Sufre deformaciones muy acentuadas, no se fractura el elemento, falla por aplastamiento del concreto.
Comportamiento	Falla Frágil y abrupta	Falla plástica con deflexión progresiva
Deformación residual	Recuperar gran parte de la deflexión en ciclos intermedios, al final cuando falla se fractura el elemento	En ciclos intermedios de carga recupera elásticamente la deformación pero queda un porcentaje de deformación residual, mantiene su integridad incluso después de la falla.
Relación ente Momentos teóricos/experimentales	Cercana a 1	0.50 a 0.60 (Tabla 37)
Deflexión requerida	Cumple con las deflexiones solicitadas por NSR10 usando cuantías altas	Tiene deformaciones muy altas aun con cuantías altas
Cálculo de deflexiones	Depende de la cuantía del elemento, Branson y Bischoff son muy cercanos a las experimentales	Las deflexiones calculadas por Bischoff y Branson teóricamente son muy cercanas entre sí, pero la deflexión experimental difiere de forma importante de la teórica, pues excede en mucho las deformaciones calculadas.
Efecto de la adherencia Barra FRP y concreto circundante	La falla en la adherencia reduce la rigidez y reduce la capacidad de resistencia	La adherencia refuerzo-concreto circundante limita la resistencia de falla del elemento
Carga de agrietamiento $P_{cr}$	La carga de Agrietamiento genera la deformación plástica del elemento y es el límite del comportamiento elástico	Las cargas de agrietamiento teórica y experimental son muy cercanas siempre cercanas a $\pm 2$ mm de deflexión, la carga $P_{cr}$ es el límite donde termina la zona elástica del elemento

Según **Nanni** (numeral 3.3), el concreto reforzado con acero está diseñado para que la adherencia perfecta entre acero y concreto circundante no falle. La falla de estos elementos por la rotura a tensión de las barras de CFRP se puede lograr mejorando la ductilidad del concreto mediante la adición de fibras metálicas o polipropileno (Tema que sería útil estudiar en una investigación posterior), actualmente existen estructuras que utilizan este tipo de refuerzo para mejorar la capacidad de resistencia de ciertos elementos con el uso de fibra metálica y polipropileno. Al respecto en este trabajo, la observación se enfoca en que, en elementos con CFRP, esta adherencia concreto-refuerzo es limitada, como se apreció en los ensayos, en los cuales las barras de CFRP se deslizaron, su adherencia al concreto circundante fallo en las losas CFRP-1,2,3,4,5 y 6, permitiendo que las deflexiones fueran mayores, lo cual fue causado principalmente por dos circunstancias importantes: de una parte, la elongación excesiva de las barras de refuerzo CFRP y, de otra, el agrietamiento del concreto en las fibras a tensión de la losa.

La carga aplicada no fue suficiente para producir arrancamiento de las barras de CFRP en el concreto de anclaje de los estribos, de modo que la falla en varios casos se produjo por aplastamiento del concreto, sin que se presentara falla por rotura por tensión de las barras de CFRP. El modo de falla del elemento se produce dependiendo del material que primero alcance su deformación máxima.

Según **Gooranorimi** (numeral 3.4), el comportamiento de la flexión de las losas se puede predecir de forma más realista si se tiene en cuenta la interacción adherencia-deslizamiento que existe entre las barras de CFRP y la masa de concreto que las rodea. Con referencia al comentario se encontró que los cálculos teóricos de la carga resistida vs. la deflexión producida se diferencian de una manera importante de los resultados experimentales, la razón de esta diferencia es que en las ecuaciones del marco teórico no se tuvo en cuenta la posible inclusión de un factor de reducción en la resistencia final del elemento bajo las cargas, lo cual influye en la deformación del elemento por el deslizamiento de las barras.

Las fórmulas de Branson y Bischoff no contemplan el factor de reducción de la rigidez del elemento, originado en la flexibilidad excesiva que producen las barras de CFRP, la inclusión de este factor reductor daría unos resultados teóricos más exactos de la deflexión real en las losas ensayadas, como lo demostró Gooranorimi al estudiar un modelo de elementos finitos.



*Grafica 28. Comparativa de Losas CFRP-3 y 5, A706-1*

---

## 7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 7.1 Conclusiones

- Las losas con refuerzo de barras CFRP, sometidas a un ensayo de tres puntos, actúan elásticamente en los primeros ciclos de carga (cargas pequeñas) antes de la carga de agrietamiento, en los siguientes ciclos (segundo y tercero) presentan una mayor deformación por la pérdida de rigidez ( $E_c I_g$ ), aparecen las grietas inclinadas de cortante y verticales por flexión, y las fisuras del elemento se incrementan rápidamente. Al suspender la carga al final de cada ciclo, el elemento recobra un porcentaje de la deformación causada, cuando se presenta la falla no aparece un rompimiento violento, simplemente el elemento no absorbe más carga, pero la deflexión aumenta hasta el punto en el que la losa ya no recibe carga adicional. Los elementos mantuvieron su integralidad incluso después de la falla, aún con cuantías más bajas que la cuantía balanceada.
- En la gráfica 26 (pág. 107), deflexiones experimentales vs. espesores de losa (Tabla 36), se confirma que el elemento gana capacidad de carga ante una mayor cuantía combinada con un mayor espesor, comprobándose que con un mayor espesor de losa es necesario menos refuerzo de CFRP para soportar las mismas cargas. El efecto de usar concretos de alta resistencia permite aprovechar la alta resistencia de las barras de CFRP. Se aprecia la influencia del cambio de espesor del elemento en un mejor desempeño de la losa a la deflexión, en consecuencia, el tener un mayor espesor produce que la losa disminuya en grietas a cortante y flexión.
- Los momentos de mayor capacidad en cada una de las losas reforzadas con CFRP se presentan en el pico del último ciclo de carga, poco antes de fallar; cuando el elemento está cerca de la falla, no acepta carga adicional, solamente se deforma hasta colapsar.
- Durante los ensayos de carga en los ciclos iniciales, en cierto momento se produjo una disminución súbita de la carga aplicada, generándose simultáneamente un aumento significativo de la deflexión del elemento. La causa de esta pérdida de energía aplicada coincide con la repentina aparición de grietas en la fibra inferior central del elemento y,

---

posiblemente, también se produce el deslizamiento interno de las barras de refuerzo de CFRP en la zona central al perder adherencia con el concreto que la rodea (ver Fotografía 25 pág. 79). En los extremos de las losas no se presentan fisuras, por lo que se asume que las barras CFRP continúan en su lugar, trabajando perfectamente adheridas como anclajes en el concreto sano que la rodea (ver Fotografía 35 pág. 88).

- El cálculo teórico de deflexiones se basó en la formulación presentada en el estado del arte (numeral 5, metodologías de Branson y Bischoff), los momentos máximos teóricos fue menor que los valores del momento máximo experimental, lo que va en contra de la seguridad. En cuanto a la predicción de la deflexión de los elementos mediante el método de Bischoff y Branson, sus valores son menores con respecto a las deflexiones experimentales encontradas. Lo anterior se explica por los siguientes factores: 1- Las barras de CFRP usadas, tienen un revestimiento externo similar a la arena fina la cual produce una adherencia débil al concreto. 2- La barras de CFRP usadas no tienen los pliegues o corrugación superficial como la que posee una barra de acero de refuerzo de común uso en la construcción en Colombia.
- En la Gráfica 19 (pág. 99, Tabla 37) se aprecia la correlación entre el esfuerzo cortante de falla de la losa y la cuantía del elemento, sí la losa cuenta con una cuantía alta, el esfuerzo para alcanzar la falla del elemento será más alto. La correlación entre esfuerzo cortante y espesor de la losa permite colegir que, si el espesor es alto, el esfuerzo de cortante para alcanzar la falla también será mayor.
- La fisuración de las losas se presenta en las zonas centrales de la luz en las que hay un esfuerzo cortante alto en combinación con momentos a flexión también máximos. En los apoyos no se presentan fisuras con lo que se puede inferir que las barras están trabajando con buena adherencia al concreto circundante, quedando intacto el anclaje de las barras de CFRP en el concreto de los apoyos.
- En los resultados de deflexión analizados en la gráfica 27, se observa que las deflexiones experimentales son siempre mayores a las calculadas teóricamente mediante los métodos de Branson y Bischoff, los elementos que presentan más resistencia a la deflexión son los que

---

cuentan con mayor cuantía de refuerzo y cumplen con las deflexiones admisibles en cargas de servicio antes de agrietamiento.

- En la gráfica 21 (pág. 101), Cortante vs. deflexiones, se comparan losas con refuerzo de acero vs. CFRP, se evidencia que la losa CFRP-3 (18x4) posee una mayor rigidez que la losa con acero A706-1(18x4), presentando una mayor resistencia final en el momento de falla, aunque su deformación final es mayor que la de acero. Como una aplicación de utilidad de los resultados de este trabajo en proyectos reales, se observa que el uso en losas de edificaciones o puentes utilizando espesores mayores permite ganar resistencia al cortante y un mejor desempeño ante las deflexiones, que sea útil para una adecuada serviciabilidad de la estructura.
- En la Fotografía 49 se muestra una compilación física de losas falladas, se evidencia que la característica común en la falla de las losas es que ocurren en la zona central, con grietas centrales producidas por el momento máximo en el centro de la luz. En la zona cercana al centro de la losa, se formaron grietas diagonales de cortante, la zona presenta la combinación de flexión y el esfuerzo cortante para crear un estado biaxial de esfuerzos crítico. Los esfuerzos principales de tensión sobrepasan la resistencia a tensión del concreto produciendo grietas verticales.

## 7.2 Recomendaciones

- Para mejorar el desempeño del elemento ante el esfuerzo cortante o tensión diagonal y momentos flectores, se sugiere utilizar espesores mayores según lo recomendado por la Guía ACI 440.1R-15, en zonas donde están funcionando esfuerzos de flexión y corte de manera combinada.

La consideración de usar mayores espesores como una recomendación puede que no sea práctica en algunos casos, pues las losas debido a su función y serviciabilidad se busca que sean delgadas así que se debe pensar en un análisis detallado de las cuantías y deflexiones teóricas que den una estructura sobre-reforzada ( $\rho_f > \rho_{fb}$ ), esto genera una falla por aplastamiento del concreto, y con ello se permitirá una mejor seguridad. Como se indicó la utilización de barras con una muy buena corrugación en la superficie permite optimizar el uso de la alta resistencia del CFRP pues una buena adherencia de las barras al concreto y anclaje eficiente del refuerzo permite incrementar el comportamiento de las barras utilizando mejor su gran capacidad de resistencia a la tensión.

- Se sugiere emplear refuerzos a cortante en CFRP para manejar mejor las fallas a tensión diagonal, las cuales influyen en la generación de grietas diagonales.
- Se sugiere revisar el uso de las metodologías de Branson y Bischoff para el uso de refuerzos con barras de CFRP, teniendo en cuenta que son conservadoras frente a las deflexiones obtenidas, siendo un punto de referencia para diseños conservadores.
- Se sugiere hacer ensayos instrumentados para analizar el comportamiento en las zonas de contacto concreto-refuerzo, donde el refuerzo CFRP sufre esfuerzos de tensión afectando la adherencia y produciendo deslizamiento de las barras; así mismo, usar sensores internos dentro de la masa de concreto que puedan brindar información sobre el comportamiento de los esfuerzos principales en varios sitios de la losa.
- Se sugiere hacer ensayos de elementos combinados con refuerzo interno en CFRP y acero para determinar el desempeño ante cargas de tensión diagonal, las cuales generan las

grietas diagonales por cortante; Hacer ensayos donde se mejore la ductilidad del concreto mediante la adición de fibras metálicas o polipropileno.

- Se sugiere hacer ensayos con refuerzo de CFRP que tenga superficies con más irregularidades (rugosas) para aumentar la fuerza de adherencia con el concreto circundante, evitando con ello el deslizamiento de las barras con el concreto bajo cargas muy grandes, esto seguramente mejorará el desempeño de la estructura ante cargas y deflexiones de falla.

## 8. BIBLIOGRAFÍA

1. Abdul-Salam, B., Farghaly, A. S., & Benmokrane, B. (2016). Mechanisms of shear resistance of one-way concrete slabs reinforced with FRP bars. *Construction and Building Materials*, 127, 959–970. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.10.015>
2. ACI-318-19. (n.d.). *An ACI 318-19 Standard*.
3. ACI Committee 440. (2002). Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars, ACI 440.1R-06. In *Normos* (Vol. 88, Issue Reapproved).
4. Guía ACI 440.1R-15, Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Bars.
5. ACI CODE 440.11-22 Building Code Requirements for Structural Concrete Reinforced with Glass Fiber - Reinforced Polymer (GFRP) Bars-Code an Commentary
6. Al-Sunna, R., Pilakoutas, K., Hajirasouliha, I., & Guadagnini, M. (2012). Deflection behaviour of FRP reinforced concrete beams and slabs: An experimental investigation. *Composites Part B: Engineering*, 43(5), 2125–2134. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2012.03.007>
7. Bischoff, P. H., & Gross, S. P. (2011). Equivalent Moment of Inertia Based on Integration of Curvature. *Journal of Composites for Construction*, 15(3), 263–273. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)cc.1943-5614.0000164](https://doi.org/10.1061/(asce)cc.1943-5614.0000164)
8. Peter H. Bischoff (2005), Reevaluation of Deflection Prediction for Concrete Beams Reinforced with Steel and Fiber Reinforced Polymer Bars, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 131, No. 5, May 1, 2005.
9. Branson-1965-dot\_42307\_DS1. (1965). *Bureau of Public Affairs. June*.
10. Buitrago Parra, B. R.-2020 R. (2020). *COMPORTAMIENTO A FLEXIÓN DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADOS CON BARRAS DE GFRP*.
11. CFRP, D. (2017). Polímero reforzado con fibra de carbono. *Tasuns Composite Technology Co.-* <http://www.t-composites.net/newslist-31378-1>
12. CSA. (2002). Design and construction of building components with fibre-reinforced polymers. *Csa S806-02, Reaffirmed*, 206.
13. Dolan, C. W., & Nilson, A. H. (2016). Design of concrete structures. In *Seismic Design of Buildings to Eurocode 8*. <https://doi.org/10.1201/9781315368221-12>

14. El-Nemr, A., Ahmed, E. A., El-Safty, A., & Benmokrane, B. (2018). Evaluation of the flexural strength and serviceability of concrete beams reinforced with different types of GFRP bars. *Engineering Structures*, 173(June), 606–619.  
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.06.089>
15. Francis, J., Bakht, B., Richard, G., Tharmabala, T. ., & Yea, H. (2006). *Canadian Highway Bridge design code - A National Standard of Canada*. 1–800.
16. Gooranorimi, O., Claire, G., Suaris, W., & Nanni, A. (2018). Bond-slip effect in flexural behavior of GFRP RC slabs. *Composite Structures*, 193(March), 80–86.  
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.03.027>
17. Ham, H. A. Q. P., Chemical, D., Arks, M. A. J. M., & Chemical, D. (2012). *Epoxy Resins*.  
<https://doi.org/10.1002/14356007.a09>
18. Hoult, N. A., Sherwood, E. G., Bentz, E. C., & Collins, M. P. (2008). Does the Use of FRP Reinforcement Change the One-Way Shear Behavior of Reinforced Concrete Slabs? *Journal of Composites for Construction*, 12(2), 125–133. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)1090-0268\(2008\)12:2\(125\)](https://doi.org/10.1061/(asce)1090-0268(2008)12:2(125))
19. Jabbar, S. A. A., & Farid, S. B. H. (2018). Replacement of steel rebars by GFRP rebars in the concrete structures. *Karbala International Journal of Modern Science*, 4(2), 216–227.  
<https://doi.org/10.1016/j.kijoms.2018.02.002>
20. JSCE. (1998). *Recommendation for design and construction of concrete structures using continuous fiber reinforcing materials*. 31(31).
21. Mark, J. E., Allcock, H. R., & West, R. (2005). *Inorganic Polymers*, Second Edition.
22. Nanni, A., De Luca, A., & Zadeh, H. (2014). Reinforced Concrete with FRP Bars: Mechanics and Design. In *Reinforced Concrete with FRP Bars: Mechanics and Design*.
23. NSR-10. (2010). *NSR-10 - REGLAMENTO COLOMBIANO DE CONSTRUCCION SISMO RESISTENTE*. 530–827.
24. Sheet, T. D. (2018). *GEOTECHNICS & CIVIL ENGINEERING Carbopree® HS Rods - High Strength*. 06, 3–5.
25. Solares, E. R. G. (2015). *A Novel Structural Health Monitoring Method for Full-Scale CFRP Structures*. 6422, 1–221.
26. Staudinger1920. (2019). *Über Polymerisation* (<http://doi.wiley.com/10.1002/cber.19200530627>). *Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft*.

**A. ANEXO: MEMORIA DE CÁLCULO DISEÑOS  
ESTRUCTURALES LOSAS.**

## MEMORIA DE CÁLCULO DISEÑOS ESTRUCTURALES LOSAS.

### Cálculo de capacidad a cortante y deflexiones de losas por el método de Bischoff (2005 y 2011)

#### LOSA A706

Refuerzo 3 barras de  $\phi \frac{1}{2}$ " de A706

$$f_c = 59,47 \text{ MPa}, f_y = 420 \text{ MPa}, E_c = 27,9 \text{ GPa}, E_s = 200 \text{ GPa}$$

$$B = 1000 \text{ mm}, L = 2500 \text{ mm}, L_e = 2300 \text{ mm}, \text{Recubrimiento} = 25 \text{ mm}$$

$$h = 2300 / 13 = 177 \text{ mm}, d_b = 12,7 \text{ mm} (1/2"), d = 177 - 12,7/2 - 25 = 145,6 \text{ mm}$$

$$A_b = \pi r^2 = 3,1416 \times (6,35)^2 = 126,68 \text{ mm}^2 \quad A_b = 126,68 \text{ mm}^2$$

$$y_t = h/2 = 177/2 = 88,5 \text{ mm} \quad A_{b,losa} = 126,68 \times 4 = 506,72 \text{ mm}^4 = 5,07 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} = \frac{126,68 \times 4}{(1000)(145,6)} = \frac{506,72 \text{ mm}^4}{145,600} = 0,00348 \quad \rho_f = 0,00348$$

$$M_n = \rho_f f_y b d^2 (1 - 0,59 \frac{\rho_f f_y}{f_c}) = 0,00348 (420 \text{ MPa}) \frac{1000 \text{ mm}}{1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}} \left( \frac{145,6 \text{ mm}}{1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}} \right)^2 (1 - 0,59 \frac{0,00348 (420 \text{ MPa})}{59,47 \text{ MPa}})$$

$$M_n = 1,4616 \text{ MPa} * \text{m} (0,0212 \text{ m}^2) (1 - 0,59(0,0246)) = 0,03099 \text{ MPa} * \text{m}^3 (1 - 0,0145) = 0,03099 \times 0,9855$$

$$M_n = 0,03054 \text{ MPa} * \text{m}^3 * \frac{1000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1 \text{ MPa}} = 30,53 \text{ kNm} \quad M_n = 30,53 \text{ kNm}$$

$$P = \frac{4M_n}{L} \quad P = \frac{30,22 \text{ kNm} \times 4}{2,3 \text{ m}} = 53,10 \text{ kN} = 5,41 \text{ ton} \quad P = 5,41 \text{ ton}$$

$$\text{Cuantía balanceada} \quad \beta_1 = 0,80$$

$$\rho_{fb} = 0,85 \beta_1 \frac{f'_c E_f \epsilon_{cu}}{f_y E_f \epsilon_{cu} + f_y u} \quad f_y = 420 \text{ MPa}, \quad \epsilon_{cu} = 0,003 \quad E_s = 200 \text{ GPa} \quad \epsilon_y = 0,0021$$

$$\rho_{fb} = 0,85(0,80) \left( \frac{59,47 \text{ MPa}}{420 \text{ MPa}} \right) \left( \frac{200.000 \text{ MPa} \times 0,003}{200.000 \text{ MPa} \times 0,003 + 420} \right) = 0,68(0,14145)(0,5882) = 0,05658$$

$$\rho_{fb} = 0,05658$$

$$\text{Refuerzo de ensayo } A_f = 0,00348 \times 1000 \times 145,6 \text{ mm}^2 = 506,72 \text{ mm}^2 \quad \text{N}^\circ \text{ barras } \frac{1}{2}" = \frac{506,71}{(126,68)} = 4 \text{ un}$$

$$k_b = \sqrt{(n_f \rho_f)^2 + 2n_f \rho_f} - n_f \rho_f \quad n_s = \frac{E_s}{E_c} = \left( \frac{200 \text{ GPa}}{27,9 \text{ GPa}} \right) = 7,17$$

$$k_b \sqrt{(7,17 * 0,0566)^2 + 2 * 7,17 * 0,0566} - 7,17 * 0,0566 = \sqrt{(0,165)^2 + 0,81} - 0,406 = 0,9873 - 0,406 = 0,5813$$

$$k_b = 0,5824 \quad \lambda = 1,0 \quad c = kd \quad c = 0,5824 * 145,6 = 84,6 \text{ mm} \quad kd = 84,79 \text{ mm}$$

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}} \left( \frac{177 \text{ mm}}{1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}} \right)^3}{12} = \frac{1(0,031329)}{12} = 4,62 \times 10^{-4} \text{ m}^4 \quad I_g = 4,62 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$M_{cr} = \frac{0,62 \lambda \sqrt{f'_c} I_g}{y_f}$$

$$M_{cr} = \frac{0,62 \lambda \sqrt{f'_c} I_g}{y_f} \rho b d^2 = \frac{0,62 (1,0) \sqrt{59,47} (4,62 \times 10^{-4} \text{ m}^4)}{88,5} = \frac{0,62 (7707,79 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}) (4,62 \times 10^{-4} \text{ m}^4)}{0,0885}$$

$$M_{cr} = \frac{1,699436 \text{ kNm}}{0,0885} = 24,94 \text{ kNm} \quad M_{cr} = 24,94 \text{ kNm} \quad M_a = 30,53 \text{ kNm}$$

$$I_{cr} = \frac{bh^3}{3}k^3 + n_f A_f d^2(1-k)^2 = \frac{1 \times 0,177^3}{3}(0,1997)^3 + 7,17(5,07 \times 10^{-4} m^2)(0,1456 m)^2(1-0,1997)^2$$

$$I_{cr} = 1,85 \times 10^{-3} (7,96 \times 10^{-3}) + 7,71 \times 10^{-5}(6,64) = 6,41 \times 10^{-5} m^4$$

$$I_{cr} = 6,40 \times 10^{-5} m^4$$

$$\Delta_n = \frac{PL^3}{48 E_c I_e} = \frac{(53,10 \text{ kN})(2,3 \text{ m})^3}{48 \left(2,79 \times 10^7 \frac{kN}{m^2}\right) (1,51 \times 10^{-4})} = \frac{646,07 \text{ m}}{202219,2} = 3,195 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta_n = 3,20 \text{ mm}$$

$$k_r = \sqrt{(n_f \rho_{fr})^2 + 2n_f \rho_{fr} - n_f \rho_{fr}} \quad \rho_{fr} = 0,00348$$

$$k_r = \sqrt{(7,17 * 0,00348)^2 + 2(7,17)0,00348 - 7,17(0,00348)} = \sqrt{(6,822 \times 10^{-4}) + 0,049948} - 0,0249$$

$$k_r = 0,1999$$

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} = \frac{6,41 \times 10^{-5} m^4}{1 - 0,8613 \left(\frac{24,94}{30,22}\right)^2} = 1,51 \times 10^{-4} m^4 \text{ (Bishoff 2005)}$$

$$\eta = 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} = 1 - \frac{6,41 \times 10^{-5} m^4}{4,62 \times 10^{-4} m^4} = 1 - 0,1387 = 0,8613 \quad \eta = 0,8613$$

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} = \left(\frac{24,94}{30,53}\right)^3 4,62 \times 10^{-4} m^4 + \left[1 - \left(\frac{24,94}{30,53}\right)^3\right] 6,41 \times 10^{-5} m^4$$

$$I_e = 2,81 \times 10^{-4} m^4 \quad \text{(Branson 1965)} \quad \Delta_n = 1,72 \text{ mm}$$

Según el código NSR-10 sección C.10.5

$$A_{Smin} = \frac{0,25 \sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d = \frac{0,25 \sqrt{59,47}}{420 \text{ MPa}} 1,0 \text{ m} \times 0,1456 \text{ m} = 6,7 \times 10^{-4} m^2 \quad A_{Smin} = 6,70 \times 10^{-4} m^2$$

$$A_{Smin} = 668,2 \text{ mm}^2$$

$$\# \text{ de Barras} = \frac{A_s}{A_b} = \frac{668,2}{126,68} = 5 \phi \frac{1}{2}'' \rightarrow \text{no menos de } \frac{1,4 b_w d}{f_y} = 485,3 \text{ mm}^2 \rightarrow 4 \phi \frac{1}{2}''$$

$$\rho = 0,0018 \text{ (7.12.2.1)} \quad A_{Smin} = 262,1 \text{ mm}^2 \quad A_{Smin} = 4 \text{ barras de } \phi \frac{1}{2}'' \text{ de A706}$$

## LOSA CFRP-1 (18X2)

Refuerzo 2 barras de  $\phi \frac{1}{2}''$  de CFRP

$$f_c = 50,32 \text{ Mpa (prop. Experimental)}, \quad f_{tu}^* = 2300 \text{ MPa}, \quad E_c = 27,9 \text{ GPa}, \quad E_f = 127,8 \text{ GPa}$$

B = 1000 mm, L = 2500 mm, Le = 2300 mm, Recubrimiento = 25 mm

$$\varepsilon_{fu} = 0,018 \text{ m/m deformación unitaria última del CFRP}$$

$$h = 2300 / 13 = 177 \text{ mm}, \quad d_b = 12,7 \text{ mm (1/2")}, \quad d = 177 - 12,7/2 - 25 = 145,6 \text{ mm}$$

$$A_b = \pi r^2 = 3,1416 \times (6,35)^2 = 126,68 \text{ mm}^2 \quad A_b = 126,68 \text{ mm}^2$$

$$y_t = h/2 = 177/2 = 88,5 \text{ mm} \quad A_{b,losa} = 126,68 \times 2 = 253,36 \text{ mm}^2 = 2,53 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} = \frac{126,68 \times 2}{(100)(145,6)} = \frac{253,36 \text{ mm}^4}{145,600} = 1,74 \times 10^{-3} \quad \rho_f = 0,00174$$

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{\frac{1000 \text{ mm}}{1000} \frac{m}{m} \left( \frac{177 \text{ mm}}{1000} \frac{m}{m} \right)^3}{12} = \frac{1(0,031329)}{12} = 4,62 \times 10^{-4} \text{ m}^4 \quad I_g = 4,62 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$M_n = \rho_f b d^2 (1 - 0,59 \frac{\rho_f f_f}{f_c}) = 0,00174 (2300 \text{ MPa}) \frac{1000 \text{ mm}}{1000} \frac{m}{m} \left( \frac{145,6 \text{ mm}}{1000} \frac{m}{m} \right)^2 (1 - 0,59 \frac{0,00174 (2300 \text{ MPa})}{50,32 \text{ MPa}})$$

$$M_n = 4,002 \text{ MPa} * m (0,0212 \text{ m}^2) (1 - 0,59(0,0795)) = 0,08484 \text{ MPa} * m^3 (0,953) = 0,08085 \text{ MPa} * m^3$$

$$M_n = 0,08085 \text{ MPa} * m^3 * \frac{1000 \frac{kN}{m^2}}{1 \text{ MPa}} = 80,85 \text{ kNm} \quad M_n = 80,85 \text{ kNm}$$

$$P = \frac{80,85 \text{ kNm} \times 4}{2,3 \text{ m}} = 140,6 \text{ kN} = 14,34 \text{ ton} \quad P = 14,34 \text{ ton}$$

$$\text{Cuantía balanceada} \quad \beta_1 = 0,80$$

$$\rho_{fb} = 0,85 \beta_1 \frac{f'_c E_f \varepsilon_{cu}}{f_y E_f \varepsilon_{cu} + f_{fu}} \quad f'_{fu} = 2300 \text{ MPa}, \quad C_E = 1,00 \quad E_c = 27,9 \text{ GPa}, \quad E_f = 127,8 \text{ GPa}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0,003 \quad \varepsilon_y = 0,0021 \quad \varepsilon_{fu} = 0,018 \text{ m/m}$$

$$\rho_{fb} = 0,85(0,80) \left( \frac{50,32 \text{ MPa}}{2300 \text{ MPa}} \right) \left( \frac{127,778 \text{ MPa} \times 0,003}{127,778 \text{ MPa} \times 0,003 + 2300} \right) = 0,014877 \left( \frac{383,33 \text{ MPa}}{2683,33 \text{ MPa}} \right) = (0,014877)(0,142856) \\ = 2,13 \times 10^{-3}$$

$$\rho_{fb} = 0,00213$$

$$k_r = \sqrt{(n_f \rho_{fr})^2 + 2n_f \rho_{fr}} - n_f \rho_{fr} \quad \rho_{fr} = 0,00174 \quad n_s = \frac{E_s}{E_c} = \left( \frac{127,8 \text{ GPa}}{27,9 \text{ GPa}} \right) = 4,58$$

$$k_r = \sqrt{(4,58 * 0,00174)^2 + 2(4,58)0,00174} - 4,58(0,00174) = \sqrt{(6,35 \times 10^{-5}) + 0,01594} - 7,969 \times 10^{-3}$$

$$k_r = \sqrt{0,016} - 7,969 \times 10^{-3} = 0,1265 - 7,969 \times 10^{-3} = 0,1186$$

$$k_r = 0,1186$$

$$c = kd \quad c = 0,1186 * 145,6 = 17,26 \text{ mm} \quad kd = 17,26 \text{ mm}$$

$$\gamma = 3 - 2 \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right) = 3 - 2 \left( \frac{22,94}{80,85} \right) = 3 - 0,663 \quad \gamma = 2,43 \quad 440.1R-15, \text{ Sec. 7.3.2.2 (Bischoff 2011)}$$

$$M_{cr} = \frac{0,62 \lambda \sqrt{f'_c} I_g}{y_f} = \frac{0,62 (1,0) \sqrt{50,32} (4,62 \times 10^{-4} \text{ m}^4)}{88,5} = \frac{0,62 (7093,66 \frac{kN}{m^2}) (4,62 \times 10^{-4} \text{ m}^4)}{0,0885}$$

$$M_{cr} = \frac{2,0319 \text{ kNm}}{0,0885} = 22,94 \text{ kNm} \quad M_{cr} = 22,94 \text{ kNm} \quad M_a = 80,85 \text{ kNm}$$

$$I_{cr} = \frac{bh^3}{3} k^3 + n_f A_f d^2 (1 - k)^2 = \frac{1 \times 0,177^3}{3} (0,1186)^3 + 4,58 (2,53 \times 10^{-4} \text{ m}^2) (0,1456 \text{ m})^2 (1 - 0,1186)^2$$

$$I_{cr} = 1,85 \times 10^{-3} (1,664 \times 10^{-3}) + 1,159 \times 10^{-3} (0,0212)(0,777) = 3,076 \times 10^{-6} + 1,909 \times 10^{-5} = 2,22 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I_{cr} = 2,22 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \eta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2} \quad \eta = \left( 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) = \left( 1 - \frac{2,22 \times 10^{-5} m^4}{4,62 \times 10^{-4} m^4} \right) = 0,952 \quad \eta = 0,952$$

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \eta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2} = \frac{2,22 \times 10^{-5} m^4}{1 - 2,4(0,952) \left( \frac{22,94}{80,85} \right)^2} = \frac{2,22 \times 10^{-5} m^4}{0,8161} = 2,73 \times 10^{-5} m^4 \text{ (Bischoff2011)} \quad I'_e = 2,73 \times 10^{-5} m^4$$

$$E_c = 27.9 \text{ GPa} = 2,79 \times 10^7 \frac{kN}{m^2}$$

$$\Delta_n = \frac{PL^3}{48 E_c I_e} = \frac{(140,6 \text{ kN})(2,3 \text{ m})^3}{48 \left( 2,79 \times 10^7 \frac{kN}{m^2} \right) (2,73 \times 10^{-5} m^4)} = \frac{1710,68 \text{ m}}{36560,16} = 46,85 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta_n = 46,85 \text{ mm}$$

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \eta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2} = \frac{2,22 \times 10^{-5} m^4}{1 - (0,952) \left( \frac{22,94}{80,85} \right)^2} = \frac{2,22 \times 10^{-5} m^4}{0,9234} = 2,40 \times 10^{-5} m^4 \text{ (Bischoff2005)}$$

$$\Delta_n = \frac{PL^3}{48 E_c I_e} = \frac{(140,6 \text{ kN})(2,3 \text{ m})^3}{48 \left( 2,79 \times 10^7 \frac{kN}{m^2} \right) (2,40 \times 10^{-5} m^4)} = \frac{1710,68 \text{ m}}{32140,86} = 53,22 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta_n = 53,22 \text{ mm}$$

Según el código ACI-440.11 22 para el CFRP sección 9.6.1.2(a)

$$A_{Smin} = \frac{0,41 \sqrt{f'_c}}{f_{fu}} b_w d \geq \frac{2,3}{f_{fu}} b_w d \quad A_{Smin} = \frac{0,41 \sqrt{f'_c}}{f_{fu}} b_w d = \frac{0,41 \sqrt{50,32}}{2300} 1,0 \times 0,1456 = 184,1 \text{ mm}^2$$

se usa 2 barras de  $\phi \frac{1}{2}$ " de CFRP

## CUANTÍA REQUERIDA PARA LOSA CFRP-1 (18X2)

Refuerzo 2 barras de  $\phi \frac{1}{2}$ " de CFRP

$$f'_c = 58.92 \text{ Mpa (prop. Experimental)}, \quad f^*_{fu} = 2300 \text{ MPa}, \quad E_c = 27.9 \text{ GPa}, \quad E_f = 127,8 \text{ GPa}$$

$$B = 1000 \text{ mm}, \quad L = 2500 \text{ mm}, \quad L_e = 2300 \text{ mm}, \quad \text{Recubrimiento} = 25 \text{ mm}, \quad C_E = 1,00$$

$$\varepsilon_{fu} = 0,018 \text{ m/m deformación unitaria última del CFRP}$$

$$h = 2300 / 13 = 177 \text{ mm}, \quad d_b = 12,7 \text{ mm (1/2")}, \quad d = 177 - 12,7 / 2 - 25 = 145,6 \text{ mm}$$

Cálculo del momento de flexión en la losa:

$$M_n = \rho f_f b d^2 \left( 1 - 0,59 \frac{\rho f_f}{f'_c} \right) = \rho (2300 \text{ MPa}) \frac{1000 \text{ mm}}{1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}} \left( \frac{145,6 \text{ mm}}{1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}} \right)^2 \left( 1 - 0,59 \frac{\rho (2300 \text{ MPa})}{58,92 \text{ MPa}} \right)$$

$$M_n = \rho (2300 \text{ MPa}) * m (0,0212 \text{ m}^2) (1 - \rho (23,0312)) = \rho 48,76 \text{ MPa} (1 - \rho (23,0312))$$

$$M_n = 11,93 \text{ kN} = \rho (48,76 \text{ MPa m}^3) (1 - \rho (23,0312))$$

$$M_n = 11,93 \text{ kNm momento calculado por estática NSR-10}$$

Despejamos la cuantía  $\rho$  para verificar el área requerida:

$$11,93 \text{ kNm} = \rho \left( (48,76 \text{ MPa} * \frac{1000 \text{ kN}}{\text{m}^2}) / \text{MPa} \right) (1 \text{ m}^3) (1 - \rho(23,0312))$$

$$11,93 \text{ kNm} = \rho(48,760)(1 - \rho(23,0312)) \text{ kNm}$$

$$\frac{11,93 \text{ kNm}}{48,760 \text{ kN m}} = \rho(1 - \rho(23,0312))$$

$$2,4467 \times 10^{-4} = \rho - \rho^2(23,0312)$$

$$\rho^2(23,0312) - \rho + 2,4467 \times 10^{-4} = 0$$

$$\rho^2(23,0312) + (-1)\rho + 2,4467 \times 10^{-4} = 0$$

$$a\rho^2 + b\rho + c = 0 \quad a = 19,6 \quad b = -1 \quad c = +2,88 \times 10^{-4}$$

Resolución de la ecuación cuadrática:

$$\rho = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(23,0312)(2,4467 \times 10^{-4})}}{2(23,0312)}$$

$$\rho = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{1 - 0,0225399}}{2(23,0312)} = \frac{(1) \pm \sqrt{0,97746}}{46,0624} = \frac{1 \pm 0,98866573}{46,0624}$$

Soluciones posibles de la ecuación cuadrática:

$$\rho = \frac{1 + 0,98866573}{46,0624} = \frac{1,98866573}{46,0624} = 0,043177 = 0,043177$$

$$\rho = \frac{1 - 0,98866573}{46,0624} = \frac{0,011334217}{46,0624} = 2,460622 \times 10^{-4} = 0,0002461$$

Cálculo de área de refuerzo para las dos soluciones:

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd}$$

$$A_f = \rho_f bd = 0,043177 \times 1000 \times 145,6 \text{ mm}^2 = 6286,57 \text{ mm}^2 \rightarrow 49,6 \text{ barras} \sim \text{NO SE USA}$$

$$A_f = \rho_f bd = 0,0002461 \times 1000 \times 145,6 \text{ mm}^2 = 35,83 \text{ mm}^2$$

$$A_b = \pi r^2 = 3,1416 \times (6,35)^2 = 126,68 \text{ mm}^2$$

$$\# \text{ de barras} = \frac{35,83 \text{ mm}^2}{126,68 \text{ mm}^2} = 0,283 \text{ barras se toman lo mínimo en barras } 2 \phi \frac{1}{2}''$$

Cálculo de resistencia a cortantes:

$$A_{f,min} = \frac{0,41\sqrt{f'_c}}{f_{fu}} b_w d \geq \frac{2,3}{f_{fu}} b_w d$$

$f'_c = (\text{Experimental})$	58,92	MPa
Af, min =	199,2	mm <sup>2</sup> /m
Refuerzo varillas de $\phi 1/2''$	2	unidades

$$V_c = 0,17\sqrt{f'_c} b * d$$

$$V_c = 0,17\sqrt{58,92} \times 1000 * 145,6 \text{ mm}^2 = 189994,7784 \text{ kN} = 190,0 \text{ kN} = 19,37 \text{ ton}$$

$V_c = 0.17\sqrt{f'_c} b * d$	190.0	kN/m
$\phi V_c = 0.75 * V_c$	142.5	kN/m

$$V_c = \frac{2}{5}\sqrt{f'_c} b_w c, \quad c = kd, \quad k = \sqrt{(n_f \rho_f)^2 + 2n_f \rho_f} - n_f \rho_f$$

$V_c$	53,0	kN
$k$	0.1186	
$c = kd$	17,26	mm
$n_f$	4.58	

$$\rho = \frac{A_f}{b.d} = \frac{253.35}{1000x(177-25-12.5*0.5)} = 0.00174$$

$$k = \sqrt{(n_f \rho_f)^2 + 2n_f \rho_f} - n_f \rho_f = \sqrt{(4.58 * 0.00174)^2 + 2 * 4.58 * 0.00174} - 4.58 * 0.00174$$

$$k = 0.1186$$

$$V_c = 0.40 * \sqrt{f'_c} * b_w * kd$$

$$\phi V_c = 0.75 * V_c = 0.75 * 0.40 * (58.9)^{0.5} * 1000 * 0.1186 * 0.1456 = 39.7 \text{ kN}$$

## LOSA CFRP-2 (18X3)

Refuerzo 3 barras de  $\phi \frac{1}{2}$ " de CFRP  $f_c = 66,08 \text{ Mpa}$  (propiedad Experimental)

$$A_{b,losa} = 126,68 * 3 = 380.03 \text{ mm}^2 = 3,80 * 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\rho_{fr} = \frac{A_f}{bd} = \frac{126,68 * 3}{(100)(145,6)} = \frac{380.04 \text{ mm}^2}{145.600} = 2,61 * 10^{-3} \quad \rho_{fr} = 0.00261$$

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{\frac{1000 \text{ mm}}{1000} \left( \frac{177 \text{ mm}}{1000} \right)^3}{12} = \frac{1(0,031329)}{12} = 4,62 * 10^{-4} \text{ m}^4 \quad I_g = 4,62 * 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$M_n = \rho_{fr} b d^2 (1 - 0,59 \frac{\rho_{fr} f_f}{f'_c}) = 0,00261 (2300 \text{ MPa}) \frac{1000 \text{ mm}}{1000} \left( \frac{145,6 \text{ mm}}{1000} \right)^2 (1 - 0,59 \frac{0,00261 (2300 \text{ MPa})}{66,08 \text{ MPa}})$$

$$M_n = 6,003 \text{ MPa} * \text{m} (0.0212 \text{ m}^2) (1 - 0,59(0,090944)) = 0,12726 \text{ MPa} * \text{m}^3 (0,9464) = 0,12042 \text{ MPa} * \text{m}^3$$

$$M_n = 0,12042 \text{ MPa} * \text{m}^3 * \frac{1000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1 \text{ MPa}} = 120,42 \text{ kNm} \quad M_n = 120,42 \text{ kNm}$$

$$P = \frac{120,42 \text{ kNm} * 4}{2,3 \text{ m}} = 209,4 \text{ kN} = 21,36 \text{ ton} \quad P = 21,36 \text{ ton}$$

Cuantía balanceada

$$\rho_{fb} = 0,002791$$

$$k_r = \sqrt{(n_f \rho_{fr})^2 + 2n_f \rho_{fr}} - n_f \rho_{fr} \quad \rho_{fr} = 0,00261 \quad n_s = \frac{E_S}{E_C} = \left( \frac{127,8 \text{ GPa}}{27,9 \text{ GPa}} \right) = 4,58$$

$$k_r = \sqrt{(4,58 * 0,00261)^2 + 2(4,58)0,00261} - 4,58(0,00261) = \sqrt{(1,4289 * 10^{-4}) + 0,02391} - 0,0119538$$

$$k_r = \sqrt{0,024053} - 0,0119538 = 0,15509 - 0,0119538 = 0.1431$$

$$k_r = 0,1431$$

$$c = kd \quad c = 0,1431 * 145,6 = 20,84 \text{ mm} \quad kd = 20,80 \text{ mm}$$

$$M_{cr} = \frac{0,62 \lambda \sqrt{f'_c} I_g}{y_f} = \frac{0,62 (1,0) \sqrt{66,08} (4,62 \times 10^{-4} \text{ m}^4)}{88,5} = \frac{0,62 (8128,96 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}) (4,62 \times 10^{-4} \text{ m}^4)}{0,0885}$$

$$M_{cr} = \frac{2,3285 \text{ kNm}}{0,0885} = 26,29 \text{ kNm} \quad M_{cr} = 26,29 \text{ kNm}$$

$$\gamma = 3 - 2 \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right) = 3 - 2 \left( \frac{26,29}{120,42} \right) = 3 - 0,5093 \quad \gamma = 2,56 \quad 440.1R, \text{ Sec. 7.3.2.2 (Bischoff 2011)}$$

$$I_{cr} = \frac{bh^3}{3} k^3 + n_f A_f d^2 (1 - k)^2 = \frac{1 \times 0,177^3}{3} (0,1431)^3 + 4,58 (3,80 \times 10^{-4} \text{ m}^2) (0,1456 \text{ m})^2 (1 - 0,1431)^2$$

$$I_{cr} = 1,85 \times 10^{-3} (2,936 \times 10^{-3}) + 1,74 \times 10^{-3} (0,0212) (0,7343) = 5,43 \times 10^{-6} + 2,709 \times 10^{-5} = 3,25 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I_{cr} = 3,25 \times 10^{-5} \text{ m}^4 \quad \eta = \left( 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) = \left( 1 - \frac{3,25 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{4,62 \times 10^{-4} \text{ m}^4} \right) = 0,930 \quad \eta = 0,930$$

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \eta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2} = \frac{3,25 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{1 - 2,49 (0,93) \left( \frac{26,29}{120,42} \right)^2} = \frac{3,252 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{0,8896} = 3,67 \times 10^{-5} \text{ m}^4 \quad (\text{Bischoff 2011}) \quad I'_e = 3,67 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$E_c = 27,9 \text{ GPa} = 2,79 \times 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\Delta_n = \frac{PL^3}{48 E_c I'_e} = \frac{(209,4 \text{ kN})(2,3 \text{ m})^3}{48 \left( 2,79 \times 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right) (3,83 \times 10^{-5} \text{ m}^4)} = \frac{2183,98 \text{ m}}{51291,36} = 4,26 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta_n = 42,6 \text{ mm}$$

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \eta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2} = \frac{3,25 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{1 - (0,930) \left( \frac{26,29}{103,23} \right)^2} = \frac{3,25 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{0,9397} = 3,46 \times 10^{-5} \text{ m}^4 \quad (\text{Bischoff 2005}) \quad I_e = 3,46 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$\Delta_n = \frac{PL^3}{48 E_c I_e} = \frac{(209,4 \text{ kN})(2,3 \text{ m})^3}{48 \left( 2,79 \times 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right) (3,46 \times 10^{-5} \text{ m}^4)} = \frac{2183,98 \text{ m}}{46317,83} = 5,190 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta_n = 51,90 \text{ mm}$$

## LOSA CFRP-3 (18X4)

Refuerzo 4 barras de  $\phi \frac{1}{2}''$  de CFRP

$f_c = 63,64 \text{ Mpa}$  (propiedad Experimental)

$$A_{b,losa} = 126,68 \times 4 = 506,71 \text{ mm}^2 = 5,07 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\rho_{fr} = \frac{A_f}{bd} = \frac{126,68 \times 3}{(100)(145,6)} = \frac{506,71 \text{ mm}^2}{145,600} = 3,48 \times 10^{-3} \quad \rho_{fr} = 0,00348$$

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{\frac{1000 \text{ mm}}{1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}} \left( \frac{177 \text{ mm}}{1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}} \right)^3}{12} = \frac{1(0,031329)}{12} = 4,62 \times 10^{-4} \text{ m}^4 \quad I_g = 4,62 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$M_n = \rho f_f b d^2 \left( 1 - 0,59 \frac{\rho f_f}{f'_c} \right) = 0,00348 (2300 \text{ MPa}) \frac{1000 \text{ mm}}{1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}} \left( \frac{145,6 \text{ mm}}{1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}} \right)^2 \left( 1 - 0,59 \frac{0,00348 (2300 \text{ MPa})}{63,64 \text{ MPa}} \right)$$

$$M_n = 8,004 \text{ MPa} * \text{m} (0,0212 \text{ m}^2) (1 - 0,59(0,1258)) = 0,16968 \text{ MPa} * \text{m}^3 (0,92579) = 0,1571 \text{ MPa} * \text{m}^3$$

$$M_n = 0,1571 \text{ MPa} * m^3 * \frac{1000 \frac{kN}{m^2}}{1 \text{ MPa}} = 157,06 \text{ kNm} \quad M_n = 157,03 \text{ kNm}$$

$$P = \frac{157,03 \text{ kNm} * 4}{2,3m} = 273,15 \text{ kN} = 27,85 \text{ ton} \quad P = 27,85 \text{ ton}$$

Cuantía balanceada

$$\rho_{fb} = 0,85 \beta_1 \frac{f'_c E_f \epsilon_{cu}}{f_y E_f \epsilon_{cu} + f_{fu}} \quad f'_{fu} = 2300 \text{ MPa}, \quad f_{fu} = 2300 \text{ MPa},$$

$$E_c = 27,9 \text{ GPa}, \quad E_f = 127,8 \text{ GPa}$$

$$\epsilon_{cu} = 0,003 \quad \epsilon_y = 0,0021 \quad \epsilon_{fu} = 0,018 \text{ m/m}$$

$$\rho_{fb} = 0,85(0,80) \left( \frac{63,64 \text{ MPa}}{2300 \text{ MPa}} \right) \left( \frac{127,778 \text{ MPa} * 0,003}{127,778 \text{ MPa} * 0,003 + 2300} \right) = (0,018815)(0,14286) = 2,69 * 10^{-3}$$

$$\rho_{fb} = 0,00269$$

$$k_r = \sqrt{(n_f \rho_{fr})^2 + 2n_f \rho_{fr} - n_f \rho_{fr}} \quad \rho_{fr} = 0,003481 \quad n_s = \frac{E_s}{E_c} = \left( \frac{127,8 \text{ GPa}}{27,9 \text{ GPa}} \right) = 4,58$$

$$k_r = \sqrt{(4,58 * 0,003481)^2 + 2(4,58)0,00348 - 4,58(0,00348)} = \sqrt{(2,5417 * 10^{-4}) + 0,03187} - 0,015938$$

$$k_r = \sqrt{0,032131} - 0,015938 = 0,17925 - 0,015938 = 0,1634$$

$$k_r = 0,1634$$

$$c = kd \quad c = 0,1634 * 145,6 = 23,77 \text{ mm} \quad kd = 23,77 \text{ mm}$$

$$M_{cr} = \frac{0,62 \lambda \sqrt{f'_c} I_g}{y_f} = \frac{0,62 (1,0) \sqrt{63,64} (4,62 * 10^{-4} \text{ m}^4)}{88,5} = \frac{0,62 (7977,47 \frac{kN}{m^2}) (4,62 * 10^{-4} \text{ m}^4)}{0,0885}$$

$$M_{cr} = \frac{2,285 \text{ kNm}}{0,0885} = 25,85 \text{ kNm} \quad M_{cr} = 25,85 \text{ kNm}$$

$$\gamma = 3 - 2 \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right) = 3 - 2 \left( \frac{25,85}{157,03} \right) = 3 - 0,3819 \quad \gamma = 2,67 \text{ 440.1R, Sec. 7.3.2.2} \quad (\text{Bischoff 2011})$$

$$I_{cr} = \frac{bh^3}{3} k^3 + n_f A_f d^2 (1 - k)^2 = \frac{1 * 0,177^3}{3} (0,1633)^3 + 4,58 (5,07 * 10^{-4} \text{ m}^2) (0,1456 \text{ m})^2 (1 - 0,1633)^2$$

$$I_{cr} = 1,85 * 10^{-3} (4,355 * 10^{-3}) + 2,32 * 10^{-3} (0,0212) (0,700) = 8,06 * 10^{-6} + 3,44 * 10^{-5} = 4,25 * 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I_{cr} = 4,25 * 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \eta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2} \quad \eta = \left( 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) = \left( 1 - \frac{4,25 * 10^{-5} \text{ m}^4}{4,62 * 10^{-4} \text{ m}^4} \right) = 0,908 \quad \eta = 0,908$$

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \eta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2} = \frac{4,25 * 10^{-5} \text{ m}^4}{1 - 2,68(0,908) \left( \frac{25,80}{157,03} \right)^2} = \frac{4,25 * 10^{-5} \text{ m}^4}{0,9113} = 4,55 * 10^{-5} \text{ m}^4 \quad (\text{Bischoff 2011}) \quad I'_e = 4,55 * 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$E_c = 27,9 \text{ GPa} = 2,79 * 10^7 \frac{kN}{m^2}$$

$$\Delta_n = \frac{PL^3}{48 E_c I'_e} = \frac{(273,15 \text{ kN})(2,3 \text{ m})^3}{48 (2,79 * 10^7 \frac{kN}{m^2}) (4,55 * 10^{-5} \text{ m}^4)} = \frac{3323,416 \text{ m}}{60933,6} = 54,91 * 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta_n = 54,91 \text{ mm}$$

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \eta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2} = \frac{4,25 * 10^{-5} \text{ m}^4}{1 - (0,908) \left( \frac{25,80}{157,06} \right)^2} = \frac{4,25 * 10^{-5} \text{ m}^4}{0,9755} = 4,36 * 10^{-5} \text{ m}^4 \quad (\text{Bischoff 2005}) \quad I_e = 4,39 * 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$\Delta_n = \frac{PL^3}{48 E_c I_e} = \frac{(273,15 \text{ kN})(2,3 \text{ m})^3}{48 \left(2,79 \times 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}\right) (4,36 \times 10^{-5} \text{ m}^4)} = \frac{3323,42 \text{ m}}{58389,12} = 56,91 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta_n = 56,91 \text{ mm}$$

## LOSA CFRP-4 (12X2)

Refuerzo 2 barras de  $\phi \frac{1}{2}$ " de CFRP

$f_c = 61,9 \text{ MPa}$  (propiedad Experimental)

$$A_{b,losa} = 126,68 \times 2 = 253,35 \text{ mm}^2 = 2,53 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \quad d = 115 - 12,7/2 - 25 = 83,7 \text{ mm}$$

$$\rho_{fr} = \frac{A_f}{bd} = \frac{126,68 \times 2}{(100)(83,7)} = \frac{253,35 \text{ mm}^2}{83700} = 3,03 \times 10^{-3} \quad \rho_{fr} = 0,00303$$

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{\frac{1000 \text{ mm}}{1000} \left(\frac{115 \text{ mm}}{1000} \frac{\text{mm}}{\text{m}}\right)^3}{12} = \frac{1(0,1521)}{12} = 1,267 \times 10^{-4} \text{ m}^4 \quad I_g = 1,27 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$M_n = \rho_{fr} b d^2 \left(1 - 0,59 \frac{\rho_{fr} f_f}{f_c'}\right) = 0,00303 (2300 \text{ MPa}) \frac{1000 \text{ mm}}{1000} \left(\frac{83,7 \text{ mm}}{1000} \frac{\text{mm}}{\text{m}}\right)^2 \left(1 - 0,59 \frac{0,00303 (2300 \text{ MPa})}{61,9 \text{ MPa}}\right)$$

$$M_n = 6,969 \text{ MPa} * \text{m} (0,007 \text{ m}^2) (1 - 0,59(0,112585)) = 0,04878 \text{ MPa} * \text{m}^3 (0,93357) = 0,04551 \text{ Pa} * \text{m}^3$$

$$M_n = 0,04551 \text{ MPa} * \text{m}^3 * \frac{1000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1 \text{ MPa}} = 45,51 \text{ kNm} \quad M_n = 45,51 \text{ kNm}$$

$$P = \frac{45,51 \text{ kNm} \times 4}{2,3 \text{ m}} = 79,10 \text{ kN} = 8,07 \text{ ton} \quad P = 8,07 \text{ ton}$$

Cuantía balanceada

$$\rho_{fb} = 0,85 \beta_1 \frac{f_c' E_f \epsilon_{cu}}{f_y E_f \epsilon_{cu} + f_{fu}} \quad f_{fu} = 2300 \text{ MPa}, \quad E_c = 27,9 \text{ GPa}, \quad E_f = 127,8 \text{ GPa}$$

$$\epsilon_{cu} = 0,003 \quad \epsilon_y = 0,0021 \quad \epsilon_{fu} = 0,018 \text{ m/m}$$

$$\rho_{fb} = 0,85(0,80) \left(\frac{61,90 \text{ MPa}}{2300 \text{ MPa}}\right) \left(\frac{127,778 \text{ MPa} \times 0,003}{127,778 \text{ MPa} \times 0,003 + 2300}\right) = (0,0183)(0,14285) = 2,614 \times 10^{-3}$$

$$\rho_{fb} = 0,00261$$

$$k_r = \sqrt{(n_f \rho_{fr})^2 + 2 n_f \rho_{fr}} - n_f \rho_{fr} \quad \rho_{fr} = 0,00303 \quad n_s = \frac{E_s}{E_c} = \left(\frac{127,8 \text{ GPa}}{27,9 \text{ GPa}}\right) = 4,58$$

$$k_r = \sqrt{(4,58 * 0,00303)^2 + 2(4,58)0,00303} - 4,58(0,00303) = \sqrt{(1,9258 \times 10^{-4}) + 0,027755} - 0,015938$$

$$k_r = \sqrt{0,027947} - 0,015938 = 0,1672 - 0,01388 = 0,1533$$

$$k_r = 0,1533$$

$$c = kd \quad c = 0,1533 * 83,7 = 22,32 \text{ mm} \quad kd = 12,8 \text{ mm}$$

$$M_{cr} = \frac{0,62 \lambda \sqrt{f_c'} I_g}{y_f}$$

$$M_{cr} = \frac{0,62 \lambda \sqrt{f_c'} I_g}{y_f} = \frac{0,62 (1,0) \sqrt{61,9} (1,27 \times 10^{-4} \text{ m}^4)}{57,5} = \frac{(6,195 \times 10^{-4} \text{ m}^4)}{0,0575} = 10,77 \times 10^{-3} \times 1000 \text{ kNm} = 10,75 \text{ kNm}$$

$$M_{cr} = 10,75 \text{ kNm}$$

$$\gamma = 3 - 2 \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right) = 3 - 2 \left(\frac{10,75}{45,51}\right) = 3 - 0,4724 \quad \gamma = 2,53 \text{ 440.1R, Sec. 7.3.2.2} \quad (\text{Bischoff 2011})$$

$$I_{cr} = \frac{bh^3}{3} k^3 + n_f A_f d^2 (1 - k)^2 = \frac{1 \times 0,115^3}{3} (0,1533)^3 + 4,58 (2,53 \times 10^{-4} \text{ m}^2) (0,0837 \text{ m})^2 (1 - 0,1533)^2$$

$$I_{cr} = 5,07 \times 10^{-4} (3,603 \times 10^{-3}) + 1,159 \times 10^{-3} (0,007)(0,7169) = 1,837 \times 10^{-6} + 5,82 \times 10^{-6} = 7,65 \times 10^{-6} m^4$$

$$I_{cr} = 7,65 \times 10^{-6} m^4$$

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} \quad \eta = \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right) = \left(1 - \frac{7,65 \times 10^{-6} m^4}{1,27 \times 10^{-4} m^4}\right) = 0,939 \quad \eta = 0,939$$

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} = \frac{7,65 \times 10^{-6} m^4}{1 - 2,54(0,939)\left(\frac{10,75}{45,51}\right)^2} = \frac{7,65 \times 10^{-6} m^4}{0,86692} = 8,82 \times 10^{-6} m^4 \text{ (Bischoff 2011)} \quad I'_e = 8,82 \times 10^{-6} m^4$$

$$E_c = 27,9 \text{ GPa} = 2,79 \times 10^7 \frac{kN}{m^2}$$

$$\Delta_n = \frac{PL^3}{48 E_c I'_e} = \frac{(79,10 \text{ kN})(2,3 \text{ m})^3}{48 \left(2,79 \times 10^7 \frac{kN}{m^2}\right) (8,82 \times 10^{-6} m^4)} = \frac{962,41 \text{ m}}{11811,74} = 0,0815 \text{ m}$$

$$\Delta_n = 81,5 \text{ mm}$$

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} = \frac{7,65 \times 10^{-6} m^4}{1 - (0,939)\left(\frac{10,75}{45,51}\right)^2} = \frac{7,65 \times 10^{-6} m^4}{0,94761} = 8,07 \times 10^{-6} m^4 \text{ (Bischoff 2005)} \quad I_e = 8,07 \times 10^{-6} m^4$$

$$\Delta_n = \frac{PL^3}{48 E_c I_e} = \frac{(79,10 \text{ kN})(2,3 \text{ m})^3}{48 \left(2,79 \times 10^7 \frac{kN}{m^2}\right) (8,07 \times 10^{-6} m^4)} = \frac{962,41 \text{ m}}{10807,34} = 0,08905 \text{ m}$$

$$\Delta_n = 89,05 \text{ mm}$$

## LOSA CFRP-5 (12X4)

Refuerzo 4 barras de  $\phi \frac{1}{2}$ " de CFRP

$f_c = 50,27 \text{ MPa}$  (propiedad Experimental)

$$A_{b,losa} = 126,68 \times 4 = 506,72 \text{ mm}^2 = 5,07 \times 10^{-4} m^2 \quad d = 115 - 12,7/2 - 25 = 83,7 \text{ mm}$$

$$\rho_{fr} = \frac{A_f}{bd} = \frac{126,68 \times 4}{(100)(83,7)} = \frac{506,72 \text{ mm}^2}{83700} = 6,06 \times 10^{-3} \quad \rho_{fr} = 0,00606$$

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{\frac{1000 \text{ mm}}{1000} \left(\frac{115 \text{ mm}}{1000} \frac{mm}{m}\right)^3}{12} = \frac{1(0,1521)}{12} = 1,267 \times 10^{-4} m^4 \quad I_g = 1,27 \times 10^{-4} m^4$$

$$M_n = \rho f_f b d^2 \left(1 - 0,59 \frac{\rho f_f}{f'_c}\right) = 0,00605 (2300 \text{ MPa}) \frac{1000 \text{ mm}}{1000} \left(\frac{83,7 \text{ mm}}{1000} \frac{mm}{m}\right)^2 \left(1 - 0,59 \frac{0,00606(2300 \text{ MPa})}{50,27 \text{ MPa}}\right)$$

$$M_n = 11,83 \text{ MPa} * m (0,007 m^2) (1 - 0,59(0,27726)) = 0,09741 \text{ MPa} * m^3 (0,83641) = 0,08148 \text{ Pa} * m^3$$

$$M_n = 0,08148 \text{ MPa} * m^3 * \frac{1000 \frac{kN}{m^2}}{1 \text{ MPa}} = 81,48 \text{ kNm} \quad M_n = 81,5 \text{ kNm}$$

$$P = \frac{81,5 \text{ kNm} \times 4}{2,3 \text{ m}} = 141,8 \text{ kN} = 14,46 \text{ ton} \quad P = 14,46 \text{ ton}$$

Cuantía balanceada

$$\rho_{fb} = 0,85 \beta_1 \frac{f'_c E_f \epsilon_{cu}}{f_y E_f \epsilon_{cu} + f_{fu}} \quad f^*_{fu} = 2300 \text{ MPa}, \quad f_{fu} = 2300 \text{ MPa}, \quad E_c = 27,9 \text{ GPa}, \quad E_f = 127,8 \text{ GPa}$$

$$\epsilon_{cu} = 0,003 \quad \epsilon_y = 0,0021 \quad \epsilon_{fu} = 0,018 \text{ m/m}$$

$$\rho_{fb} = 0,85(0,80) \left(\frac{50,27 \text{ MPa}}{2300 \text{ MPa}}\right) \left(\frac{127,778 \text{ MPa} \times 0,003}{127,778 \text{ MPa} \times 0,003 + 23000}\right) = (0,01486)(0,14285) = 2,123 \times 10^{-3}$$

$$\rho_{fb} = 0,00212$$

$$k_r = \sqrt{(n_f \rho_{fr})^2 + 2n_f \rho_{fr} - n_f \rho_{fr}} \quad \rho_{fr} = 0,00606 \quad n_s = \frac{E_S}{E_C} = \left( \frac{127,8 \text{ GPa}}{27,9 \text{ GPa}} \right) = 4,58$$

$$k_r = \sqrt{(4,58 * 0,00606)^2 + 2(4,58)0,00606 - 4,58(0,00606)} = \sqrt{(7,6779 \times 10^{-4}) + 0,05542} - 0,027709$$

$$k_r = \sqrt{0,056186} - 0,027709 = 0,23704 - 0,027709 = 0,2093$$

$$k_r = 0,2095$$

$$c = kd \quad c = 0,2095 * 83,7 = 17,52 \text{ mm} \quad kd = 17,52 \text{ mm}$$

$$M_{cr} = \frac{0,62 \lambda \sqrt{f'_c} I_g}{y_f}$$

$$M_{cr} = \frac{0,62 \lambda \sqrt{f'_c} I_g}{y_f} = \frac{0,62 (1,0) \sqrt{50,27} (1,27 \times 10^{-4} \text{ m}^4)}{57,5} = \frac{(5,583 \times 10^{-4} \text{ m}^4)}{0,0575} = 9,69 \times 10^{-3} \times 1000 \text{ kNm} = 9,69 \text{ kNm}$$

$$M_{cr} = 9,69 \text{ kNm}$$

$$\gamma = 3 - 2 \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right) = 3 - 2 \left( \frac{9,69}{81,55} \right) = 3 - 0,2231 \quad \gamma = 2,78 \text{ 440.1R, Sec. 7.3.2.2 (Bischoff 2011)}$$

$$I_{cr} = \frac{bh^3}{3} k^3 + n_f A_f d^2 (1 - k)^2 = \frac{1 \times 0,115^3}{3} (0,2095)^3 + 4,58 (5,07 \times 10^{-4} \text{ m}^2) (0,0837 \text{ m})^2 (1 - 0,2095)^2$$

$$I_{cr} = 5,07 \times 10^{-4} (9,1687 \times 10^{-3}) + 2,322 \times 10^{-3} (0,007) (0,6252) = 4,648 \times 10^{-6} + 1,017 \times 10^{-5} = 1,482 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I_{cr} = 1,48 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \eta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2} \quad \eta = \left( 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) = \left( 1 - \frac{1,48 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{1,27 \times 10^{-4} \text{ m}^4} \right) = 0,8835 \quad \eta = 0,8834$$

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \eta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2} = \frac{1,48 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{1 - 2,76 (0,8835) \left( \frac{9,69}{81,55} \right)^2} = \frac{1,48 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{0,9656} = 1,55 \times 10^{-5} \text{ m}^4 \text{ (Bischoff 2011)} \quad I'_e = 1,53 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$E_c = 27,9 \text{ GPa} = 2,79 \times 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\Delta_n = \frac{PL^3}{48 E_c I'_e} = \frac{(141,8 \text{ kN})(2,3 \text{ m})^3}{48 (2,79 \times 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}) (1,53 \times 10^{-5} \text{ m}^4)} = \frac{1725,28 \text{ m}}{20489,76} = 0,08420 \text{ m}$$

$$\Delta_n = 84,03 \text{ mm}$$

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \eta \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2} = \frac{1,48 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{1 - (0,8835) \left( \frac{9,69}{81,55} \right)^2} = \frac{1,48 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{0,9875} = 1,499 \times 10^{-5} \text{ m}^4 \text{ (Bischoff 2005)} \quad I_e = 1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$\Delta_n = \frac{PL^3}{48 E_c I_e} = \frac{(141,8 \text{ kN})(2,3 \text{ m})^3}{48 (2,79 \times 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}) (1,50 \times 10^{-5} \text{ m}^4)} = \frac{1725,28 \text{ m}}{20088,0} = 0,08588 \text{ m}$$

$$\Delta_n = 85,90 \text{ mm}$$

## LOSA CFRP-6 (12X7)

Refuerzo 7 barras de  $\phi \frac{1}{2}$ " de CFRP

$f'_c = 60,74$  MPa (propiedad Experimental)

$$A_{b,losa} = 126,68 \times 7 = 886,76 \text{ mm}^2 = 8,87 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \quad d = 115 - 12,7/2 - 25 = 83,7 \text{ mm}$$

$$\rho_{fr} = \frac{A_f}{bd} = \frac{126,68 \times 7}{(100)(83,7)} = \frac{886,76 \text{ mm}^2}{83700} = 1,06 \times 10^{-2} \quad \rho_{fr} = 0,0106$$

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{\frac{1000 \text{ mm}}{m} \left( \frac{115 \text{ mm}}{1000 \frac{\text{mm}}{m}} \right)^3}{12} = \frac{1(0,1521)}{12} = 1,267 \times 10^{-4} \text{ m}^4 \quad I_g = 1,27 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$M_n = \rho_{fr} f'_c b d^2 \left( 1 - 0,59 \frac{\rho_{fr} f'_c}{f'_c} \right) = 0,0106 (2300 \text{ MPa}) \frac{1000 \text{ mm}}{m} \left( \frac{83,7 \text{ mm}}{1000 \frac{\text{mm}}{m}} \right)^2 \left( 1 - 0,59 \frac{0,01065(2300 \text{ MPa})}{60,74 \text{ MPa}} \right)$$

$$M_n = 24,38 \text{ MPa} \cdot \text{m} (0,007 \text{ m}^2) (1 - 0,59(0,4032)) = 0,1712 \text{ MPa} \cdot \text{m}^3 (0,7621) = 0,13020 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3$$

$$M_n = 0,13020 \text{ MPa} \cdot \text{m}^3 \cdot \frac{1000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1 \text{ MPa}} = 130,2 \text{ kNm} \quad M_n = 130,2 \text{ kNm}$$

$$P = \frac{130,2 \text{ kNm} \cdot 4}{2,3 \text{ m}} = 226,4 \text{ kN} = 19,62 \text{ ton} \quad P = 23,09 \text{ ton}$$

Cuantía balanceada

$$\rho_{fb} = 0,85 \beta_1 \frac{f'_c E_f \epsilon_{cu}}{f_y E_f \epsilon_{cu} + f_{fu}} \quad f_{fu}^* = 2300 \text{ MPa}, \quad f_{fu} = 2300 \text{ MPa}, \quad E_c = 27,9 \text{ GPa}, \quad E_f = 127,8 \text{ GPa}$$

$$\epsilon_{cu} = 0,003 \quad \epsilon_y = 0,0021 \quad \epsilon_{fu} = 0,018 \text{ m/m}$$

$$\rho_{fb} = 0,85(0,80) \left( \frac{60,74 \text{ MPa}}{2300 \text{ MPa}} \right) \left( \frac{127,778 \text{ MPa} \times 0,003}{127,778 \text{ MPa} \times 0,003 + 2300} \right) = (0,01795)(0,14285) = 2,57 \times 10^{-3}$$

$$\rho_{fb} = 0,00257$$

$$k_r = \sqrt{(n_f \rho_{fr})^2 + 2n_f \rho_{fr} - n_f \rho_{fr}} \quad \rho_{fr} = 0,0106 \quad n_s = \frac{E_s}{E_c} = \left( \frac{127,8 \text{ GPa}}{27,9 \text{ GPa}} \right) = 4,58$$

$$k_r = \sqrt{(4,58 \times 0,0106)^2 + 2(4,58)0,0106 - 4,58(0,0106)} = \sqrt{(5,367 \times 10^{-3}) + 0,097 - 0,048548}$$

$$k_r = \sqrt{0,10237} - 0,048548 = 0,3152 - 0,048548 = 0,2669$$

$$k_r = 0,2669$$

$$c = kd \quad c = 0,2669 \times 83,7 = 22,31 \text{ mm} \quad kd = 22,31 \text{ mm}$$

$$M_{cr} = \frac{0,62 \lambda \sqrt{f'_c} I_g}{y_f}$$

$$M_{cr} = \frac{0,62 \lambda \sqrt{f'_c} I_g}{y_f} = \frac{0,62 (1,0) \sqrt{60,74} (1,27 \times 10^{-4} \text{ m}^4)}{57,5} = \frac{(6,14 \times 10^{-4} \text{ m}^4)}{0,0575} = 10,65 \times 10^{-3} \times 1000 \text{ kNm} = 10,65 \text{ kNm}$$

$$M_{cr} = 10,65 \text{ kNm}$$

$$\gamma = 3 - 2 \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right) = 3 - 2 \left( \frac{10,65}{130,20} \right) = 3 - 0,1635 \quad \gamma = 2,84 \text{ 440.1R, Sec. 7.3.2.2 (Bischoff 2011)}$$

$$I_{cr} = \frac{bh^3}{3} k^3 + n_f A_f d^2 (1 - k)^2 = \frac{1 \times 0,115^3}{3} (0,2669)^3 + 4,58 (8,87 \times 10^{-4} \text{ m}^2) (0,0837 \text{ m})^2 (1 - 0,2669)^2$$

$$I_{cr} = 5,07 \times 10^{-4} (18,95 \times 10^{-3}) + 4,062 \times 10^{-3} (0,007) (0,5379) = 9,61 \times 10^{-6} + 1,53 \times 10^{-5} = 2,49 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I_{cr} = 2,49 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} \quad \eta = \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right) = \left(1 - \frac{2,49 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{1,27 \times 10^{-4} \text{ m}^4}\right) = 0,8034 \quad \eta = 0,8034$$

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} = \frac{2,49 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{1 - 2,84(0,8034)\left(\frac{10,65}{130,2}\right)^2} = \frac{2,49 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{0,9848} = 2,53 \times 10^{-5} \text{ m}^4 \text{ (Bischoff2011)} \quad I'_e = 2,53 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$E_c = 27,9 \text{ GPa} = 2,79 \times 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\Delta_n = \frac{PL^3}{48 E_c I'_e} = \frac{(226,4 \text{ kN})(2,3 \text{ m})^3}{48 \left(2,79 \times 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}\right) (2,53 \times 10^{-5} \text{ m}^4)} = \frac{2754,61 \text{ m}}{33881,76} = 0,08131 \text{ m}$$

$$\Delta_n = 81,3 \text{ mm}$$

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} = \frac{2,49 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{1 - (0,8038)\left(\frac{10,65}{130,2}\right)^2} = \frac{2,49 \times 10^{-5} \text{ m}^4}{0,9946} = 2,51 \times 10^{-5} \text{ m}^4 \text{ (Bischoff2005)} \quad I_e = 2,51 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$\Delta_n = \frac{PL^3}{48 E_c I_e} = \frac{(226,4 \text{ kN})(2,3 \text{ m})^3}{48 \left(2,79 \times 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}\right) (2,51 \times 10^{-5} \text{ m}^4)} = \frac{2754,61 \text{ m}}{33613,92} = 0,08195 \text{ m}$$

$$\Delta_n = 81,9 \text{ mm}$$

## Diseño elemento reforzado con CFRP-Método-LRFD, Diseño por flexión

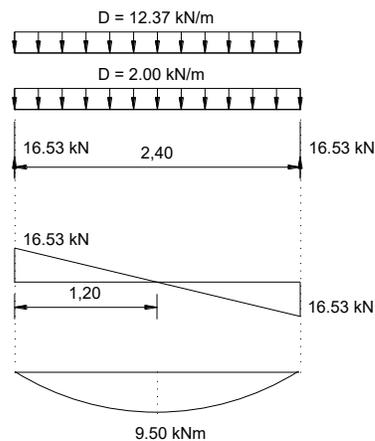
### Propiedades de los materiales

Deformación última del concreto	$\epsilon_{cu}$	0,0030	
Resistencia a la rotura de CFRP	$f_{fi}^*$	2.300,0	MPa
Módulo de elasticidad de diseño de CFRP	$E_f$	127,8	GPa
Factor de reducción ambiental	$C_E$	1,00	
Resistencia última a la compresión	$f'_c$	58,92	MPa
Deformación última del CFRP	$\epsilon_{frpu} = f'_f/E_f$	0,0180	
Coefficiente $\beta_d$	$\beta_1$	0,80	

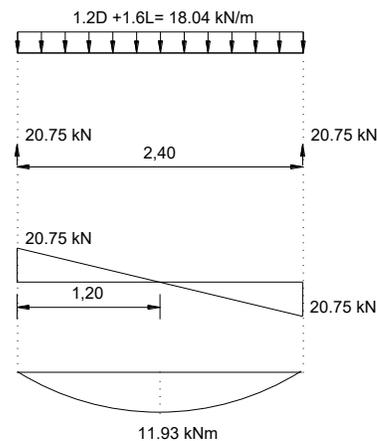
### Geometría de la sección

Ancho de la sección	$b$	1,00	m
Altura de la sección	$h$	0,18	m
Recubrimiento de concreto	rec	0,025	m
Altura útil de la sección	$d$	0,1458	m
Longitud de la viga	$L$	2,50	m
Longitud de ensayo	$Le$	2,30	m

CARGAS DE SERVICIO



CARGAS DE DISEÑO



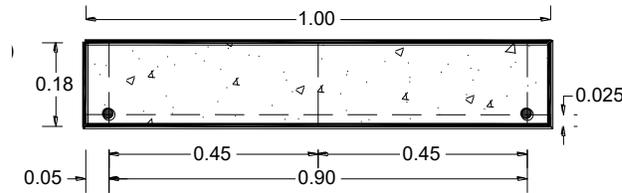
### Momento resistente y cuantía balanceada de la sección

Cuantía balanceada promedio losas	$\rho_{fb}$	0,00249	
Area de refuerzo balanceada	$A_s$	506,7	mm <sup>2</sup>
N° barras 1/2"		4	
Relacion Prof. Eje neutro/altura util	$k =$	0,1401	
Prof eje balanceado	$c = kd$	0,0204	mm
Cortante	$V_c$	62,6	kN
	$nf =$	4,58	
Momento balanceado resistente	$M_n$	114,48	kNm
Separacion		330,0	mm

## Cuantías designadas para los ensayos

### LOSA CFRP (18X2) – CUANTÍA 1

Refuerzo asignado	2 # 4	
Area del refuerzo	253.35	mm <sup>2</sup>
Cuantia asignada	0.00174	
Modo de falla	Traccion del refuerzo	

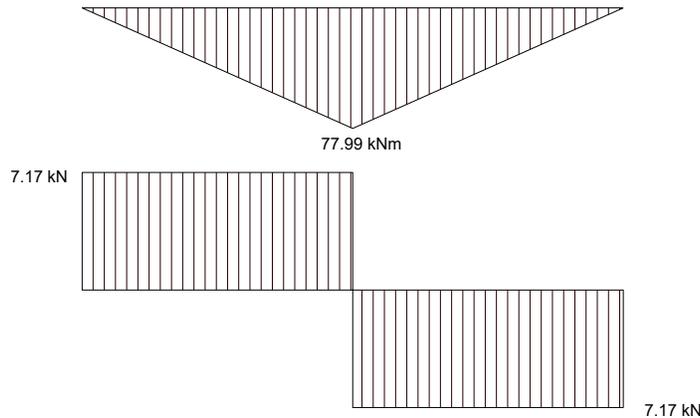


#### Resistencia de la sección

Posicion E.N.	$c = kd$	0,017	m
Coficiente $b_1$	$\beta_1$	0,80	
Brazo Mom resisten	$jd$	2,28	mm
Mom Resistente Nom	$M_n$	80,85	kNm

#### Carga a aplicar en el centro

Mom por peso propio	$M_1$	2,86	kNm
Moment gen actuador	$M_2$	77,99	kNm
Carga aplicar x actuador	P	140,60	kN
	P	14,34	ton
Reaccion en los apoyos	$P/2$	7,17	ton

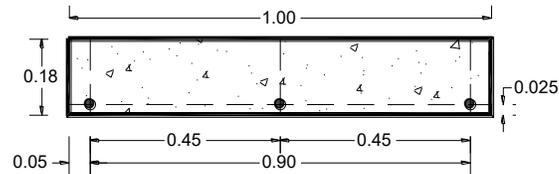


#### Capacidad del elemento a fuerzas contantes

<b>NSR-10 (Ecuacion 7a)</b>				
$V_c =$	175,5	kN	17,90	ton
<b>ACI 440.1 R-15 (Ecuacion 7)</b>				
$V_c =$	49,0	kN	4,99	ton
$k =$	0,1186			
$c = kd$	17,26	mm		
$nf =$	4,58			
<b>Cortante último actuante a "d" del apoyo de la losa</b>				
$V_u =$	70,3	kN	7,17	ton

## LOSA CFRP (18X3) – CUANTÍA 2

Refuerzo asignado	3 # 4	
Area del refuerzo	380.03	mm <sup>2</sup>
Cuantia asignada	0.00261	
Modo de falla	Traccion del refuerzo	

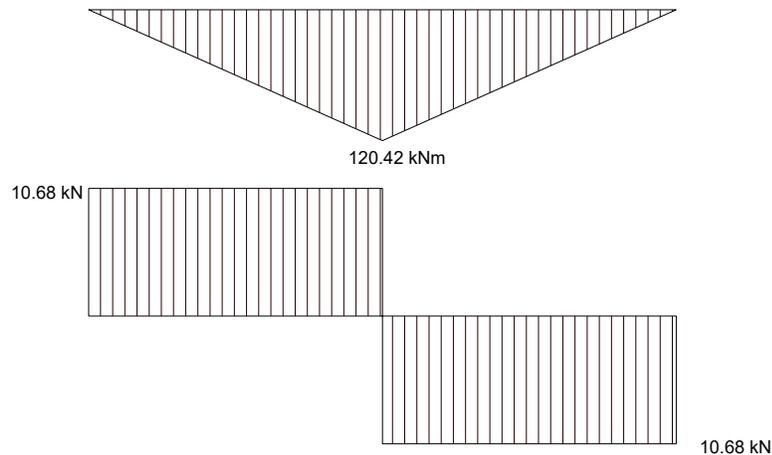


### Resistencia de la seccion

Posicion E.N.	$c = kd$	0,0208	m
Coficiente b1	$\beta_1$	0,80	
Brazo Mom resisten	$jd$	0,12	mm
Mom Resistente Nom	$M_n$	120,42	kNm

### Carga a aplicar en el centro

Mom por peso propio	$M_1$	2,86	kNm
Moment gen actuador	$M_2$	117,56	kNm
Carga aplicar x actuador	P	209,43	kN
	P	21,36	ton
Reaccion en los apoyos	P/2	10,68	ton

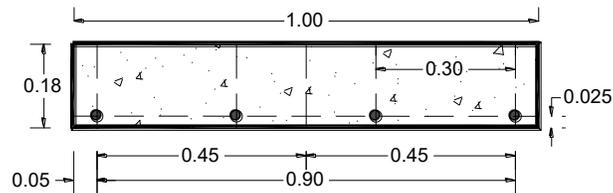


### Capacidad del elemento a fuerzas contantes

<b>NSR-10 (Ecuacion 7a)</b>				
$V_c =$	201,2	kN	20,51	ton
<b>ACI 440.1 R-15 (Ecuacion 7)</b>				
$V_c =$	67,8	kN	6,91	ton
$k =$	0,1432			
$c = kd$	20,84	mm		
$nf =$	4,58			
<b>Cortante último actuante a "d" del apoyo de la losa</b>				
$V_u =$	87,3	kN	8,90	ton

## LOSA CFRP (18X4) – CUANTÍA 3

Refuerzo asignado	4 # 4	
Area del refuerzo	506,71	mm <sup>2</sup>
Cuantia asignada	0,00348	
Modo de falla	Traccion del refuerzo	

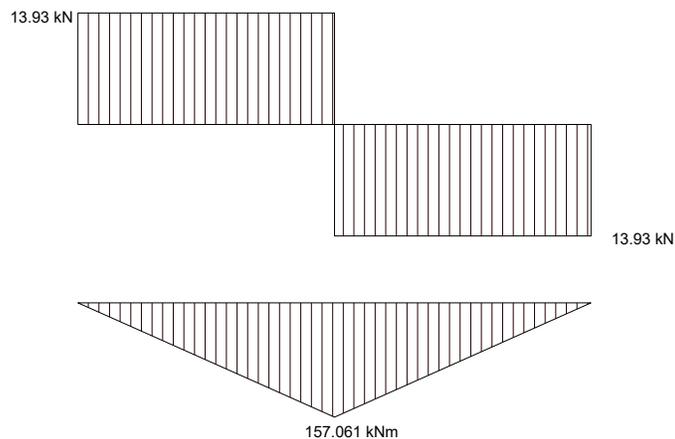


### Resistencia de la seccion

Posicion E.N.	$c = kd$	0,0238	m
Coeficiente b1	$\beta_1$	0,80	
Brazo Mom resisten	$jd$	2,28	mm
Mom Resistente Nom	$M_n$	157,06	kNm

### Carga a aplicar en el centro

Mom por peso propio	$M_1$	2,86	kNm
Moment gen actuador	$M_2$	154,21	kNm
Carga aplicar x actuador	P	273,15	kN
	P	27,85	ton
Reaccion en los apoyos	P/2	13,93	ton

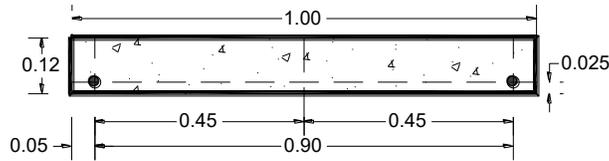


### Capacidad del elemento a fuerzas contantes

<b>NSR-10 (Ecuacion 7a)</b>				
$V_c =$	197,4	kN	20,13	ton
<b>ACI 440.1 R-15 (Ecuacion 7)</b>				
$V_c =$	75,9	kN	7,74	ton
$k =$	0,1634			
$c = kd$	23,78	mm		
$nf =$	4,58			
<b>Cortante último actuante a "d" del apoyo de la losa</b>				
$V_u =$	134,1	kN	13,67	ton

## LOSA CFRP (12X2) – CUANTÍA 4

Refuerzo asignado	2 # 4	
Area del refuerzo	253,35	mm <sup>2</sup>
Cuantia asignada	0,00303	
Modo de falla	Traccion del refuerzo	

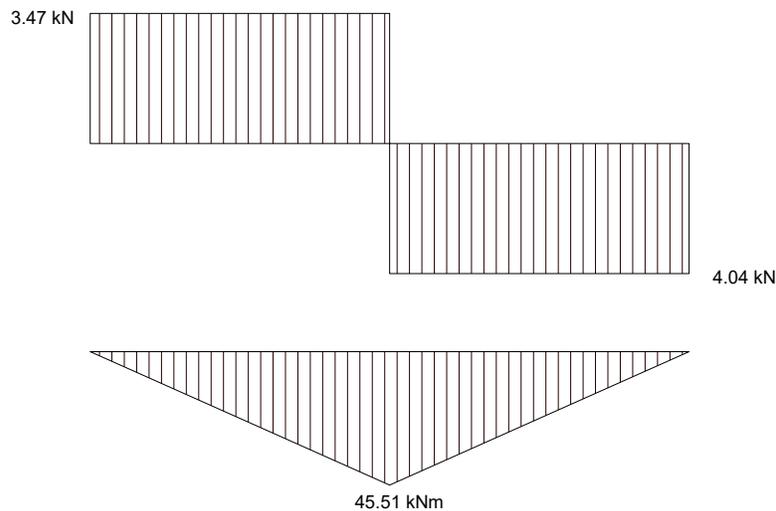


### Resistencia de la seccion

Posicion E.N.	$c = kd$	0,0128	m
Coeficiente b1	$\beta_1$	0,80	
Brazo Mom resisten	$jd$	2,29	mm
Mom Resistente Nom	$M_n$	45,51	kNm

### Carga a aplicar en el centro

Mom por peso propio	$M_1$	1,90	kNm
Moment gen actuador	$M_2$	43,60	kNm
Carga aplicar x actuador	P	79,14	kN
	P	8,07	ton
Reaccion en los apoyos	$P/2$	4,04	ton

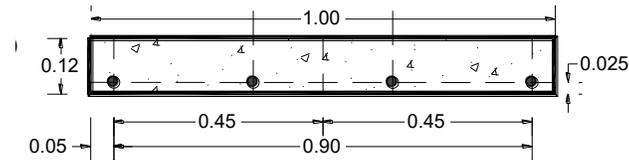


### Capacidad del elemento a fuerzas contantes

<b>NSR-10 (Ecuacion 7a)</b>				
$V_c =$	111,9	kN	11,41	ton
<b>ACI 440.1 R-15 (Ecuacion 7)</b>				
$V_c =$	40,4	kN	4,12	ton
$k =$	0,1533			
$c = kd$	12,82	mm		
$nf =$	4,58			
<b>Cortante último actuante a "d" del apoyo de la losa</b>				
$V_u =$	37,9	kN	3,87	ton

## LOSA CFRP (12X4) – CUANTÍA 5

$M_n$	67,79	kNm
Refuerzo asignado	4 # 4	
Area del refuerzo	506,71	mm <sup>2</sup>
Cuantia asignada	0,00606	
Modo de falla	Compresion concreto	

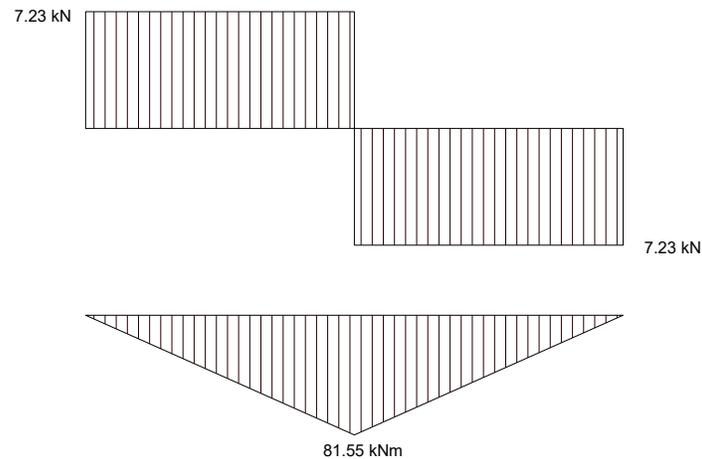


### Resistencia de la sección

Posicion E.N.	$c = kd$	0,0175	m
Coficiente $b_1$	$\beta_1$	0,80	
Brazo Mom resisten	$jd$	2,28	mm
Mom Resistente Nom	$M_n$	81,55	kNm

### Carga a aplicar en el centro

Mom por peso propio	$M_1$	1,90	kNm
Moment gen actuador	$M_2$	79,64	kNm
Carga aplicar x actuador	P	141,82	kN
	P	14,46	ton
Reaccion en los apoyos	$P/2$	7,23	ton

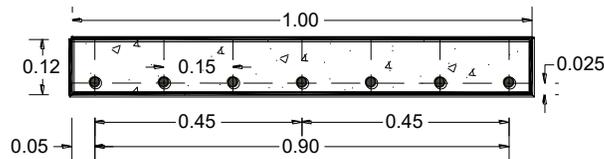


### Capacidad del elemento a fuerzas contantes

<b>NSR-10 (Ecuacion 7a)</b>				
$V_c =$	100,8	kN	10,28	ton
<b>ACI 440.1 R-15 (Ecuacion 7)</b>				
$V_c =$	49,7	kN	5,07	ton
$k =$	0,2095			
$c = kd$	17,52	mm		
$nf =$	4,58			
<b>Cortante último actuante a "d" del apoyo de la losa</b>				
$V_u =$	69,3	kN	7,06	ton

## LOSA CFRP (12X7) – CUANTÍA 6

$M_n$	<b>130,20</b>	kNm
Refuerzo asignado	<b>7 # 4</b>	
Area del refuerzo	886,74	mm <sup>2</sup>
Cuantia asignada	<b>0,01060</b>	
Modo de falla	Compresion Concreto	

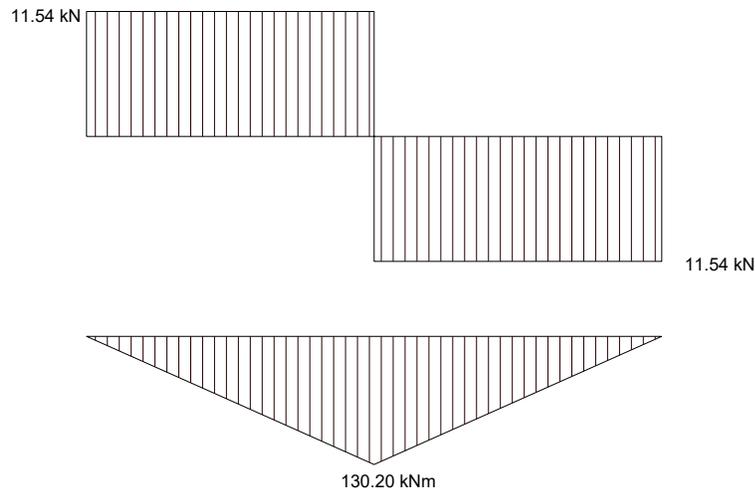


### Resistencia de la seccion

Posicion E.N.	$c = kd$	0,0223	m
Coeficiente $\beta_1$	$\beta_1$	0,80	
Brazo Mom resiten	$jd$	2,28	mm
Mom Resistente Nom	$M_n$	130,20	kNm

### Carga a aplicar en el centro

Mom por peso propio	$M_1$	1,90	kNm
Moment gen actuador	$M_2$	128,30	kNm
Carga aplicar x actuador	P	226,44	kN
	P	23,09	ton
Reaccion en los apoyos	P/2	11,54	ton



### Capacidad del elemento a fuerzas contantes

#### NSR-10 (Ecuacion 7a)

$V_c =$	110,8	kN	11,30	ton
---------	-------	----	-------	-----

#### ACI 440.1 R-15 (Ecuacion 7)

$V_c =$	69,6	kN	7,10	ton
---------	------	----	------	-----

$k =$	0,2669			
-------	--------	--	--	--

$c = kd$	22,32	mm		
----------	-------	----	--	--

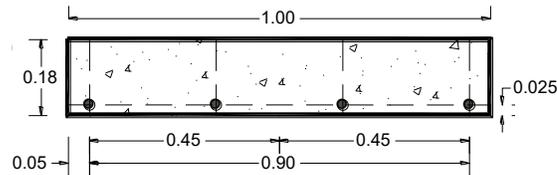
$nf =$	4,58			
--------	------	--	--	--

#### Cortante último actuante a "d" del apoyo de la losa

$V_u =$	111,6	kN	11,38	ton
---------	-------	----	-------	-----

## LOSA A-706 (18X4) – CUANTÍA 7

$M_n$	30,53	kNm
Refuerzo asignado	4 # 4	
Area del refuerzo	506,71	mm <sup>2</sup>
Cuantia asignada	<b>0,00348</b>	
Modo de falla	Traccion del refuerzo	

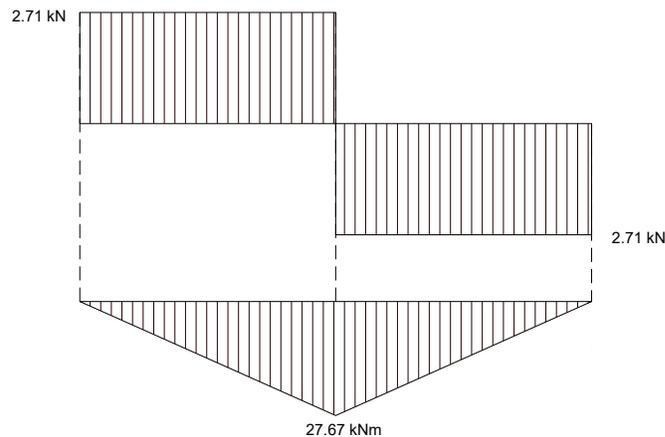


### Resistencia de la seccion

Posicion E.N.	$c = kd$	0,0291	m
Coficiente b1	$\beta_1$	0,80	
Brazo Mom resisten	$jd$	2,27	mm
Mom Resistente Nom	$M_n$	30,53	kNm

### Carga a aplicar en el centro

Mom por peso propio	$M_1$	2,86	kNm
Moment gen actuador	$M_2$	27,67	kNm
Carga aplicar x actuador	P	53,10	kN
	P	5,41	ton
Reaccion en los apoyos	P/2	2,71	ton



### Capacidad del elemento a fuerzas contantes

#### NSR-10 (Ecuacion 7a)

$V_c =$	190,8	kN	19,46	ton
---------	-------	----	-------	-----

#### ACI 440.1 R-15 (Ecuacion 7)

$V_c =$	89,8	kN	9,15	ton
$k =$	0,200			
$c = kd$	29,10	mm		
$nf =$	7,17			

#### Cortante último actuante a "d" del apoyo de la losa

$V_u =$	24,1	kN	2,45	ton
---------	------	----	------	-----

**B. ANEXO: CONSTRUCCIÓN DE ELEMENTOS Y  
ENSAYOS DE MATERIALES.**

## ANEXO: CONSTRUCCIÓN DE ELEMENTOS Y ENSAYOS DE MATERIALES.

### Acero de Refuerzo A-706

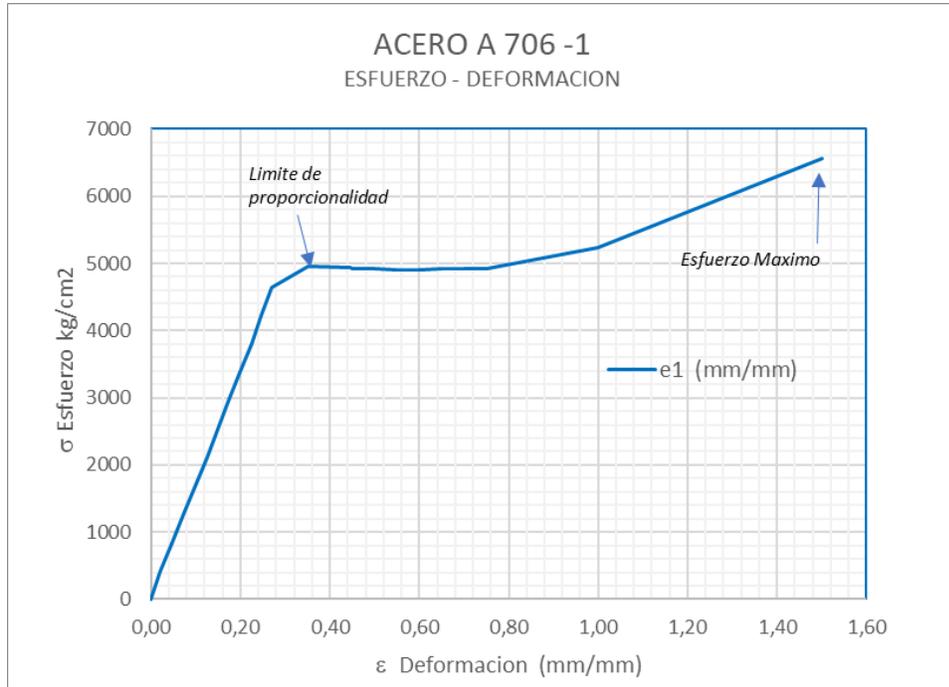
El refuerzo usado son barras de CFRP en las losas de ensayo y barras de acero A-706 en la losa de referencia. Según el fabricante la resistencia a la tracción (*tensile strength*) es de 2300 MPa para barras Carbopree HS 12.5 mm. El Código ACI 440.11-22 (20.2.1.4) establece el rango permitido de resistencia a la tracción de  $f_{fu} = 600$  a 3690 MPa, y el módulo de elasticidad de 120 a 580 GPa. El fabricante establece el Módulo de elasticidad de CFRP =  $E_f = E_{f,ave}$  como  $E_f = 127.78$  GPa,  $\varepsilon_{fu} = 0.018$ . El Acero de refuerzo usado es A-706 de grado 60 con Límite de Fluencia ( $f_y$ ) = 420 MPa, Resistencia a la Tracción (R) = 550 MPa (Ver Tabla 5). Se adelanta el ensayo de barras de acero de refuerzo A706: 1-. Corte y Medida de la probeta, 2-. Colocación en el equipo de tensado con deformímetros que registran la deformación de la barra de 1/2" y 3-. Ensayo a tensión.



Fotografía 50. Ensayo de barras de acero A706 a tensión midiendo la deformación.

Resultado del ensayo de las barras de acero A706: Gráficas de Esfuerzo vs. deformación:

$\epsilon_1$ (mm/mm)	Esfuerzo $\sigma = (T/A)$ kg/cm <sup>2</sup>
0,00	0
0,02	423
0,05	845
0,07	1268
0,10	1690
0,12	2113
0,15	2535
0,17	2958
0,20	3380
0,23	3803
0,25	4225
0,27	4648
0,35	4964
0,45	4945
0,45	4918
0,50	4921
0,55	4903
0,60	4896
0,65	4925
0,70	4923
0,75	4926
1,00	5239
1,50	6561



$\epsilon_2$ (mm/mm)	Esfuerzo $\sigma = (T/A)$ kg/cm <sup>2</sup>
0,000	0
0,010	442
0,032	884
0,060	1326
0,083	1768
0,110	2210
0,135	2653
0,160	3095
0,185	3537
0,215	3979
0,235	4421
0,265	4863
0,325	5305
0,350	5355
0,400	5215
0,450	5273
0,500	5282
0,550	5277
0,600	5240
0,650	5254
0,700	5287
0,750	5257
0,825	5261
1,250	5659
1,750	6925

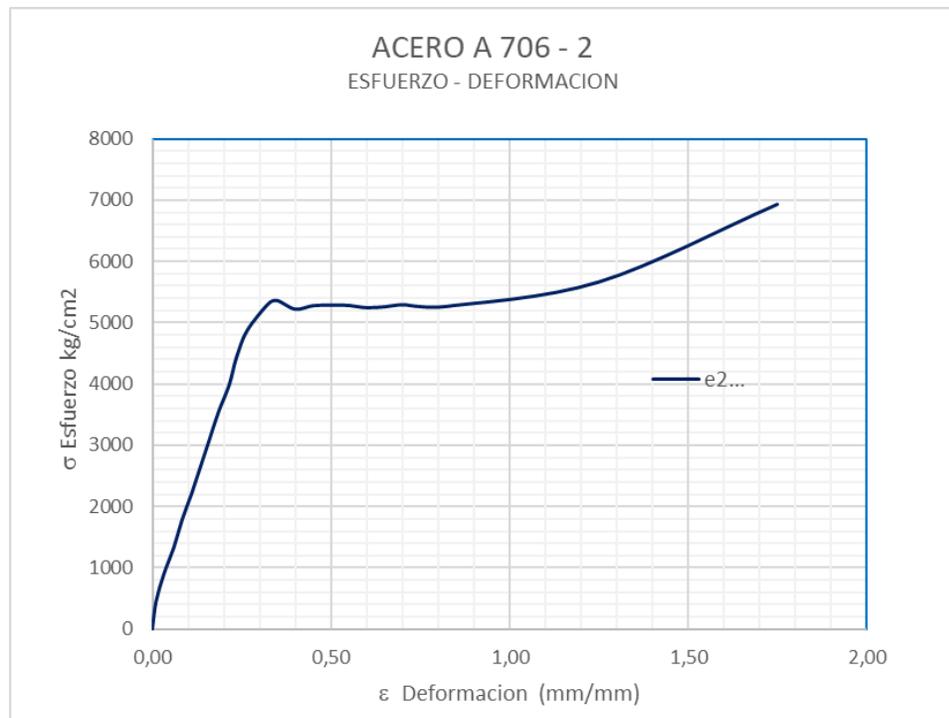


Tabla 41. Acero A706-1 y 2 - Esfuerzo Vs Deformación

## Agregados áridos: Arena y Grava

Los agregados áridos, como la arena y la grava, son suministrados por la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito y las siguientes son sus propiedades, utilizadas en el diseño de las mezclas de concreto.

### Curvas granulométricas de arena y grava

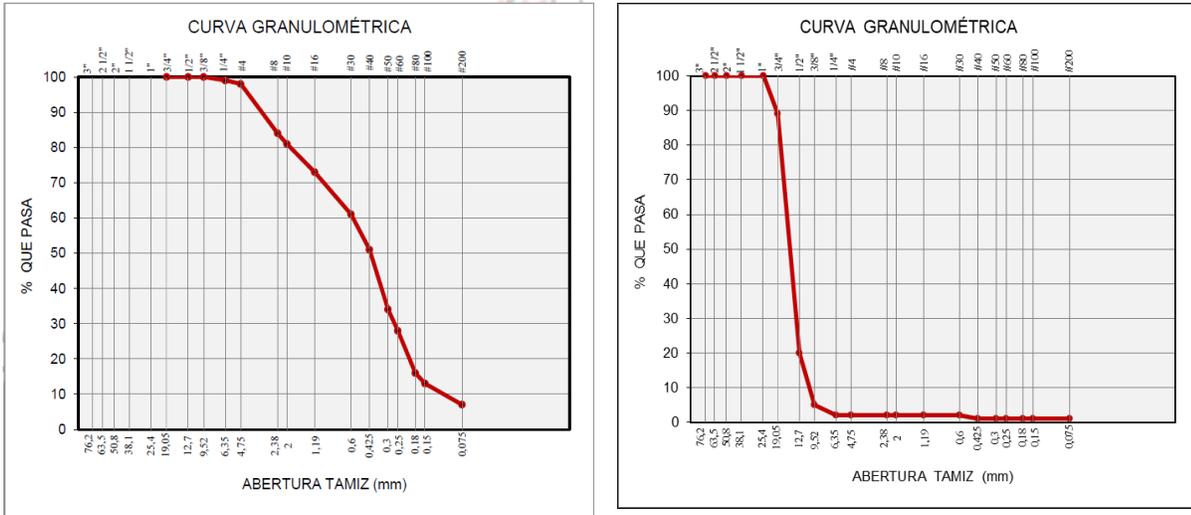


Tabla 42. Curvas Granulométricas Arena, Grava

**ARENA**

TAMIZ	% PASA
3"	100
2-1/2"	100
2"	100
1-1/2"	100
1"	100
3/4"	100
1/2"	100
3/8"	100
1/4"	99
N° 4	98
N° 8	84
N° 10	81
N° 16	73
N° 30	61
N° 40	51
N° 50	34
N° 60	28
N° 80	16
No. 100	13
No. 200*	7,0
Fondo	0

**GRAVA**

TAMIZ	% PASA
3"	100
2-1/2"	100
2"	100
1-1/2"	100
1"	100
3/4"	89
1/2"	20
3/8"	5
1/4"	2
N° 4	2
N° 8	2
N° 10	2
N° 16	2
N° 30	2
N° 40	1
N° 50	1
N° 60	1
N° 80	1
No. 100	1
No. 200*	1
Fondo	0

Propiedad	und	Finos	Gruesos
Peso unitario suelto	kg/m <sup>3</sup>	1530	1420
Peso unitario compacto	kg/m <sup>3</sup>	1730	1590
Peso específico	kg/m <sup>3</sup>	2680	2700
Modulo de finura		2.6	6.7
TMN		0.0	0.75
% absorcion		0.6%	1.0%
%Humedad		2.5%	1.7%
Peso Esp cemento	gr/cm3	3.15	

## Cemento Argos estructural

El cemento usado en las mezclas de concreto es el cemento Estructural MAX en bultos de 42.5 kg. Las especificaciones del Cemento Estructural Max cumplen con los valores de la Norma Técnica Colombiana NTC 121 (Tipo ART). El tiempo de fraguado cumple con la norma ASTM 191 inicial 45 min y final 420 minutos. Los principales compuestos del cemento son:

Nombre	Fórmula	Abreviatura
Silicato tricálcico	$3\text{CaO}\cdot\text{SiO}_2$	C <sub>3</sub> S
Silicato dicálcico	$2\text{CaO}\cdot\text{SiO}_2$	C <sub>2</sub> S
Aluminato tricálcico	$3\text{CaO}\cdot\text{Al}_2\text{O}_3$	C <sub>3</sub> A
Ferroaluminato tetracálcico	$4\text{CaO}\cdot\text{Al}_2\text{O}_3\cdot\text{Fe}_2\text{O}_3$	C <sub>4</sub> AF

Fuente: página de cementos Argos: <https://360enconcreto.com/blog/detalle/cual-es-la-composicion-quimica-del-cemento-y-como-afecta-sus-propiedades/>

### Aditivo plastificante

Para mejorar la manejabilidad de las mezclas de concreto se utiliza el plastificante Plastol 7000, líquido de alta concentración con base de policarboxilato. Suministramos la Información Técnica de este aditivo dada por el fabricante: apariencia Líquido de baja viscosidad, Color: Ámbar, Densidad: 1,08 kg/l +/- 0,02 kg/l. Es un producto de alta concentración, por eso puede ser usado a baja dosificación y se puede obtener reducción de agua del 8% al 15% y a altas dosificaciones se podrían obtener reducciones de agua hasta del 40%. Se usa con el objetivo de tener concretos de alto asentamiento y tiempo de manejabilidad que permita colocarlo y afinarlo en un buen tiempo. Con este plastificante se obtiene una alta cohesividad, baja exudación y no se presenta segregación, lo que permite tener una masa de concreto con un terminado uniforme sin hormigueros y con densidad uniforme.

### Mezclas de concreto

Cálculo teórico de las mezclas de prueba: inicialmente se tienen los datos de caracterización de los agregados como Arena y Grava, también las características de cemento. Con base en ellos se elabora el diseño de la mezcla de cemento para la resistencia requerida en el ensayo. Calculando la dosificación de componentes: agregados áridos, cemento, agua y aditivo plastificante.

**La secuencia de la elaboración de las mezclas de concreto es la siguiente:**

#### Control de Humedad de los agregados áridos

Debido a que la humedad ambiental cambia diariamente con el clima, se lleva a cabo el cálculo de las humedades que contienen los agregados, con ello se hace el control de las humedades de los agregados y el ajuste por humedad del peso de los agregados a usar en las mezclas de concreto, permitiendo el ajuste

del agua final de mezcla necesaria para mantener la manejabilidad y la resistencia del concreto fundido, por último, se hace el pesado del plastificante como aditivo para la mezcla

**Las humedades y el aditivo plastificante se pesan en la báscula electrónica que para tal objeto está en el laboratorio.**



*Fotografía 51. Pesado de agregados y pesado de Plastificante Plastol 7000 (calibración de humedad)*

**Pesado de agregados, grava y arena y suministro del plastificante Plastol 7000.**



*Fotografía 52. Pesado de los agregados y suministro del aditivo plastificante.*

## Dosificación del cemento y agua, elaboración del concreto en la mezcladora



*Fotografía 53. Dosificación del cemento y agua, elaboración del concreto.*

### **Elaboración de los cilindros de 5 x 10 cm para la evaluación de la resistencia del concreto usado.**

El volumen para la ejecución de la mezclas usada en la elaboración de las losas de ensayo se basa en el volumen de la mezcla de un (1) bulto de cemento de 42.5 kg, de allí se toman seis cilindros para ensayos.



*Fotografía 54. Elaboración de cilindros de 5 x 10 cm*

La mezcla de prueba inicial F1 se ejecutó el febrero 21-2023 y se usó como patrón y ajuste para las demás mezclas. A continuación, se elaboran las mezclas de concreto para cada una de las losas, haciendo el ajuste de corrección de peso por humedad de los agregados, necesarios para alcanzar la resistencia de diseño. En seguida se procede a la construcción las losas de ensayo, estos ajustes son necesarios cada día:

Mezcla F2 abril 20-2023 usada para las losas C2 (18X3) y C3 (18X4)

ENSAYO C2 (18X3) 20-04-2023 y ENSAYO C3 (18X4) (24-04-2023)

### CARACTERISTICAS MATERIALES

		finos	gruesos
Peso unitario suelto	kg/m <sup>3</sup>	1530	1420
Peso unitario compacto	kg/m <sup>3</sup>	1730	1590
Peso especifico	kg/m <sup>3</sup>	<b>2680</b>	<b>2700</b>
Modulo de finura		2,6	6,7
TMN		0,0	0,75
% absorcion		0,6%	1,0%
%Humedad		3,5%	0,3%
Peso Esp cemento	gr/cm3	3,15	

### DISEÑO MEZCLA

MEZCLA LOSA 2F		Volumen (m3)	7,360720	Pesos Reales x 1 BULTO	Pesos /m3	Volumen
Material	und	cant	(g)	(g)	kg/m <sup>3</sup>	m <sup>3</sup>
Cemento	kg/m <sup>3</sup>	566,7	566.667	42.500	566,7	0,180
Arena	kg/m <sup>3</sup>	843,8	843.772	63.283	843,8	0,197
Grava	kg/m <sup>3</sup>	984,2	984.239	73.818	984,2	0,365
Agua	kg/m <sup>3</sup>	255,2	255.207	19.141	255,2	0,255
Plastificante		2,87	2.873	216	2,87	0,003
		2652,8	2.652.757	198.957	2652,8	0,803
		a/c	0,450	0,450	0,450	1,000

Mezcla F3 marzo 08-2023 usada para las losas C4 (12X2) y C5 (12X4)

ENSAYO C5 (12X4) (24-04-2023) y ENSAYO C4 (12X2) 26.04.2023

### DISEÑO MEZCLA

MEZCLA LOSA 3F		Volumen (m3)	7,360720	Pesos Reales x 1 BULTO	Pesos /m3	Volumen
Material	und	cant	(g)	(g)	kg/m <sup>3</sup>	m <sup>3</sup>
Cemento	kg/m <sup>3</sup>	566,7	566.667	42.500,0	566,7	0,180
Arena	kg/m <sup>3</sup>	834,7	834.664	62.599,8	834,7	0,203
Grava	kg/m <sup>3</sup>	986,3	986.303	73.972,7	986,3	0,365
Agua	kg/m <sup>3</sup>	248,9	248.917	18.668,8	248,9	0,249
Plastificante		2,87	2.873	215,5	2,9	0,003
		2.639,4	2.639.424	197.956,8	2.639,4	0,797
		a/c	0	0,439	0,439	1,000

Mezcla F4 marzo 10-2023 usada para las losas C6 (12X7)

ENSAYO C6 (12X7) 26.04.2023

### DISEÑO MEZCLA

<b>MEZCLA LOSA 4F</b>		<b>Volumen (m3)</b>	<b>7,360720</b>	<b>Pesos Reales x 1 BULTO</b>	<b>Pesos /m3</b>	<b>Volumen</b>
<b>Material</b>	<b>und</b>	<b>(kg)</b>	<b>(g)</b>	<b>(g)</b>	<b>kg/m<sup>3</sup></b>	<b>m<sup>3</sup></b>
Cemento	kg/m <sup>3</sup>	566,7	566.666,7	42.500,0	566,7	0,180
Arena	kg/m <sup>3</sup>	828,9	828.902,7	62.167,7	828,9	0,184
Grava	kg/m <sup>3</sup>	985,9	985.909,3	73.943,2	985,9	0,365
Agua	kg/m <sup>3</sup>	268,4	268.406,7	20.130,5	268,4	0,268
Plastificante		2,87	2.873,3	215,5	2,87	0,003
		2.652,8	2.652.759	198.956,9	2.652,8	0,816
		a/c	0,474	0,474	0,474	1,000

Mezcla F5 marzo 24-2023 usada para las losas A706-2 (18X4) MEZCLA 5F

ENSAYO A706-1a (18X4) 27.04.2023

### DISEÑO MEZCLA

<b>MEZCLA LOSA 5F</b>		<b>Volumen (m3)</b>	<b>7,360720</b>	<b>Pesos Reales x 1 BULTO</b>	<b>Pesos /m3</b>	<b>Volumen</b>
<b>Material</b>	<b>und</b>	<b>(kg)</b>	<b>(g)</b>	<b>(g)</b>	<b>kg/m<sup>3</sup></b>	<b>m<sup>3</sup></b>
Cemento	kg/m <sup>3</sup>	566,7	566.666,7	42.500,0	566,7	0,180
Arena	kg/m <sup>3</sup>	838,1	838.084,0	62.856,3	838,1	0,194
Grava	kg/m <sup>3</sup>	987,2	987.186,7	74.039,0	987,2	0,366
Agua	kg/m <sup>3</sup>	257,9	257.946,7	19.346,0	257,9	0,258
Plastificante		2,87	2.873,3	215,5	2,87	0,003
		2.652,8	2.652.757	198.956,8	2.652,8	0,806
		a/c	0,455	0,455	0,455	1,000

Mezcla F6 marzo 28-2023 usada para las losas C7 (18X2) MEZCLA 6F

ENSAYO C1a (18X2) 27.02.2023

### DISEÑO MEZCLA

<b>MEZCLA LOSA 6F</b>		<b>Volumen (m3)</b>	<b>7,360720</b>	<b>Pesos Reales x 1 BULTO</b>	<b>Pesos /m3</b>	<b>Volumen</b>
<b>Material</b>	<b>und</b>	<b>(kg)</b>	<b>(g)</b>	<b>(g)</b>	<b>kg/m<sup>3</sup></b>	<b>m<sup>3</sup></b>
Cemento	kg/m <sup>3</sup>	566,7	566.666,7	42.500,0	566,7	0,180
Arena	kg/m <sup>3</sup>	837,0	837.013,3	62.776,0	837,0	0,192
Grava	kg/m <sup>3</sup>	986,7	986.657,3	73.999,3	986,7	0,365
Agua	kg/m <sup>3</sup>	259,5	259.546,7	19.466,0	259,5	0,260
Plastificante		2,87	2.873,3	215,5	2,87	0,003
		2.652,8	2.652.757	198.956,8	2.652,8	0,808
		a/c	0,458	0,458	0,458	1,000

## ENSAYO DE CILINDROS DE CONCRETO

### CUADRO RESUMEN DE RESISTENCIAS DE MEZCLAS DE CONCRETO

En la tabla 42 se resumen las fechas de elaboración de cada mezcla, la losa en la que se usó y la resistencia correspondiente del concreto  $f'c$ , en cada losa el día del ensayo.

Tabla 43. Resultados ensayos cilindros a compresión de mezclas de losas

MEZCLA	CODIGO CILINDRO	EDAD	FECHA DE MEZCLA	FECHA DE ENSAYO	CARGA DE FALLA (kg)	ESFUERZO DE FALLA		RESISTENCIA DE DISEÑO (%)	PESO CILINDRO (g)	PESO UNITARIO CONCRETO (g/cm <sup>3</sup> )
		DIAS				(kg/cm <sup>2</sup> )	(MPa)			
MEZCLA 2 (28.02.2023)		0	28/02/2023							
	CFRP -2-1	14		14/03/2023	35.580	453,02	44,43	79,3%	3.850,0	2,451
	CFRP -2-3	51	Ensayo losa	20/04/2023	52.920	673,80	66,08	118,0%		
	CFRP -3-1	14		14/03/2023	40.255	512,54	50,27	89,8%	3.816,0	2,429
MEZCLA 3 (08.03.2023)		0	8/03/2023							
	CFRP -4-1	49	Ensayo losa	26/04/2023	49.570	631,14	61,90	110,5%	0,0	0,000
	CFRP -5-1	47	Ensayo losa	24/04/2023	40.255	512,54	50,27	89,8%		
MEZCLA 4 (10.03.2023)		0	10/03/2023							
	CFRP -6-1	47	Ensayo losa	26/04/2023	48.640	619,30	60,74	108,5%	0,0	0,000
MEZCLA 5 (24.03.2023)		0	24/03/2023							
	A706 -2-2	34	Ensayo losa	27/04/2023	47.630	606,44	59,47	106,2%	0,0	0,000
MEZCLA 6 (28.03.2023)		0	28/03/2023							
	CFRP -1-1	30	Ensayo losa	27/04/2023	40.300	513,12	50,32	89,9%	0,0	0,000

$f'c$ (MPa)	56
-------------	----

Resumen de resultados de resistencias del concreto en el momento de ensayo de las losas y el promedio obtenido, la resistencia de teórica de diseño usada es  $f'c=56$  MPa (8000 MPa) y la obtenida en el laboratorio de mezclas es de  $f'c =58.92$  MPa aproximadamente 59 MPa.

Tabla 44. Resistencias experimentales del concreto por losa

Referencia LOSA	FECHA DE ENSAYO	ESFUERZO DE FALLA		% RESISTENCIA DE DISEÑO
		(kg/cm <sup>2</sup> )	(MPa)	
A706-1 (18x4)	27/04/2023	606,44	59,47	106,20%
CFRP-1 (18x2)	27/04/2023	513,12	50,32	89,86%
CFRP-2 (18x3)	20/04/2023	673,80	66,08	118,00%
CFRP-3 (18x4)	24/04/2023	648,97	63,64	113,65%
CFRP-4 (12x2)	26/04/2023	631,14	61,90	110,53%
CFRP-5 (12x4)	24/04/2023	512,54	50,27	89,76%
CFRP-6 (12x7)	26/04/2023	619,30	60,74	108,46%
	Promedio	600,76	58,92	



*Fotografía 55. Ensayo de cilindros de concreto*

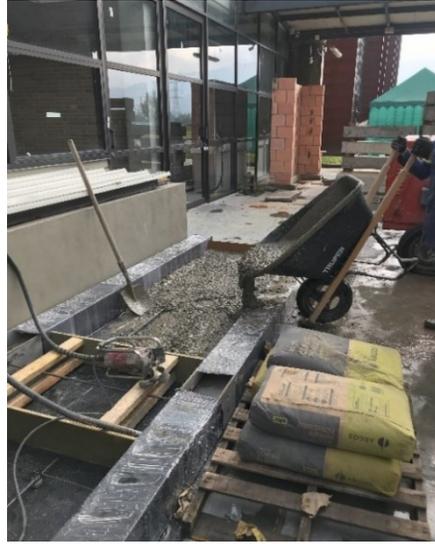
## CONSTRUCCIÓN DE LOSAS DE ENSAYO

Losa A706-1 24.03.2023



*Fotografía 56. Construcción de losas de ensayo A706-1, formaleta, refuerzo y vaciado de concreto*

Losa CFRP-1 (18x2) 28.03.2023



Losa CFRP-2 (18X3) 28-02-2023



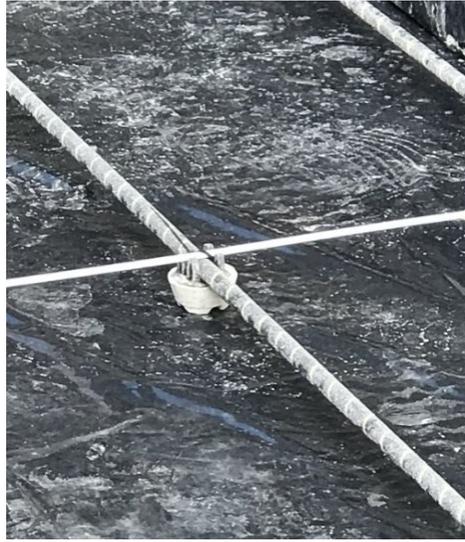
Losa CFRP-3 (18X4) 28-02-2023



Losa CFRP-4 (12X2) 07.03.2023



Losa CFRP-5 (12X4) 07-03-2023)



Losa CFRP-6 (12X7) 10.03.2023



## **C. ANEXO: CICLOS DE CARGA Y DESCARGA.**

## ANEXO: CICLOS DE CARGA Y DESCARGA.

En la tabla 44 se resumen las cargas teóricas últimas de diseño de cada losa, estos valores son la base a partir de la cual se calcularán las cargas de aplicación en cada ciclo ejecutado en las losas durante el ensayo.

Tabla 45. Resumen cargas teóricas últimas de Diseño por losa

Referencia LOSA	Refuerzo asignado	Area del refuerzo mm <sup>2</sup>	Cuantía asignada $\rho$	P Carga aplicar x actuador		Modo de falla	$(\Delta)n$ Teorica (mm)
				kN	ton		
A706-1 (18x4)	4 # 4	506,71	0,00348	53,10	5,41	Tracc refuerzo	4,9
CFRP-1 (18x2)	2 # 4	253,35	0,00174	113,59	11,58	Tracc refuerzo	36,4
CFRP-2 (18x3)	3 # 4	380,03	0,00261	169,44	17,28	Tracc refuerzo	40,9
CFRP-3 (18x4)	4 # 4	506,71	0,00348	222,03	22,64	Tracc refuerzo	42,3
CFRP-4 (12x2)	2 # 4	253,35	0,00303	64,22	6,55	Tracc refuerzo	63,9
CFRP-5 (12x4)	4 # 4	506,71	0,00606	117,89	12,02	Compr concreto	65,0
CFRP-6 (12x7)	7 # 4	886,74	0,01060	192,39	19,62	Compr concreto	57,3

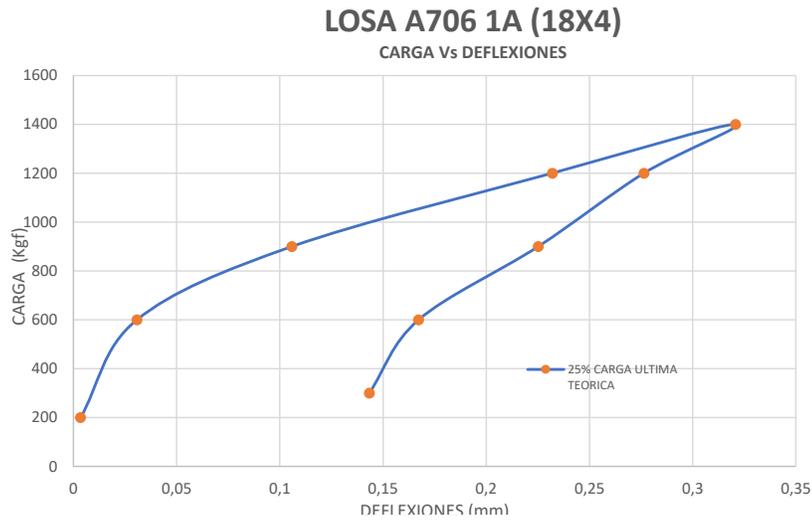
Tabla 46. Resumen de cargas aplicadas en cada ciclo que corresponden al 25%, 50%, 75% y 100% de la carga ultima de diseño.

Referencia LOSA	CARGA TEORICA (Ton)	CICLOS DE CARGAS TEORICAS			
		25%	50%	75%	100%
A706-1 (18x4)	5,41	1,35	2,71	4,06	5,41
CFRP-1 (18x2)	11,58	2,90	5,79	8,69	11,58
CFRP-2 (18x3)	17,28	4,32	8,64	12,96	17,28
CFRP-3 (18x4)	22,64	5,66	11,32	16,98	22,64
CFRP-4 (12x2)	6,55	1,64	3,27	4,91	6,55
CFRP-5 (12x4)	12,02	3,01	6,01	9,02	12,02
CFRP-6 (12x7)	19,62	4,90	9,81	14,71	19,62

## CICLOS DE CARGA LOSA A706 -1

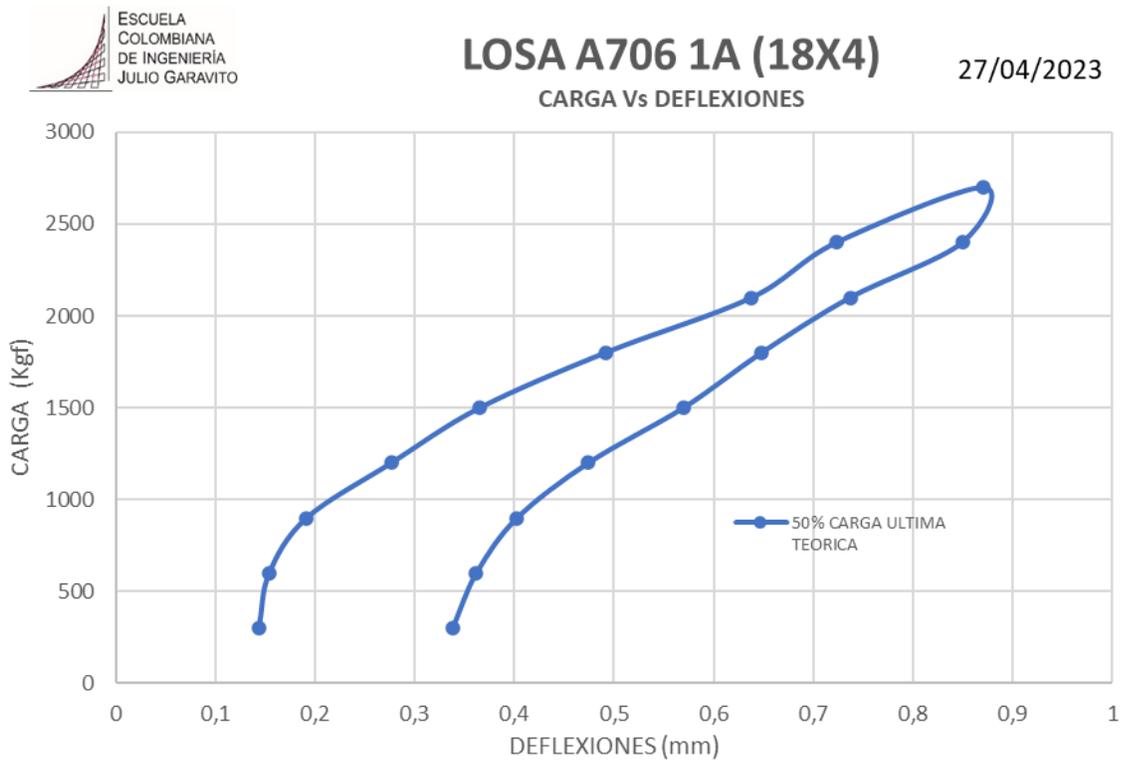
### Primer ciclo 25% de Carga última Teórica

A continuación, se describen las gráficas de carga aplicada a la losa versus la deflexión en el centro del elemento, la rama de la izquierda señala la cantidad de carga con su deflexión y en la rama de la derecha aparece la descarga del elemento y sus deformaciones asociadas. Nótese que se presenta una deformación residual de 0.14 mm (ver cuadro al final)



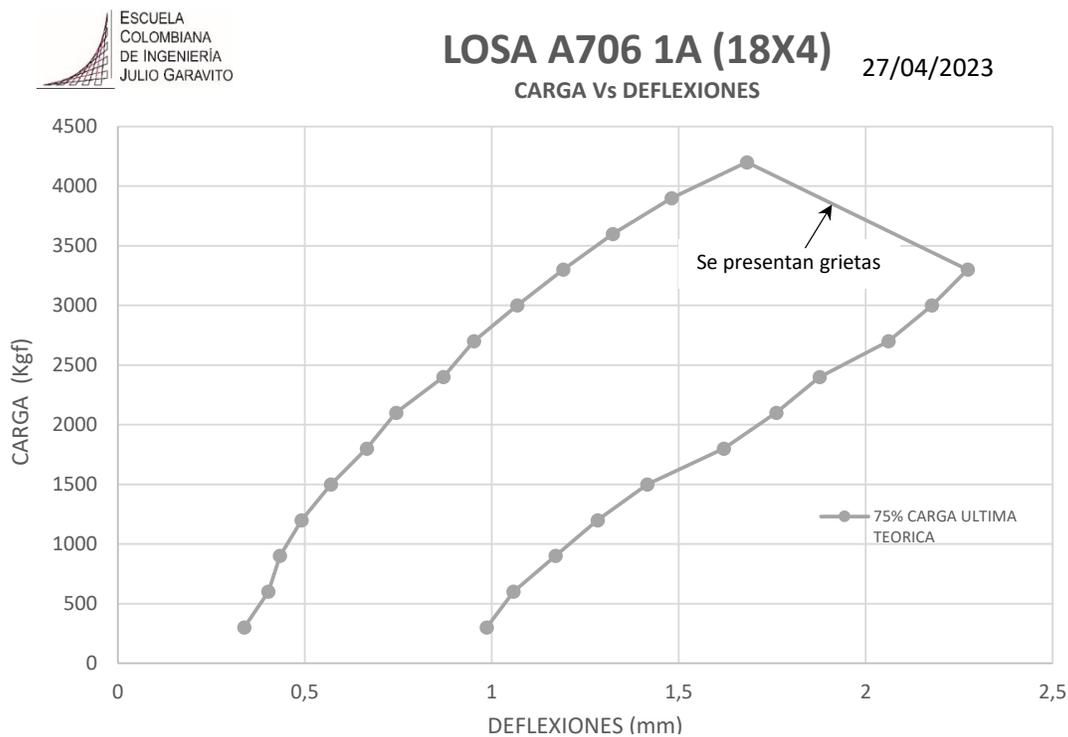
Grafica 29. Ciclos de Carga Losa A706 -1

**Segundo ciclo 50% de Carga última Teórica**



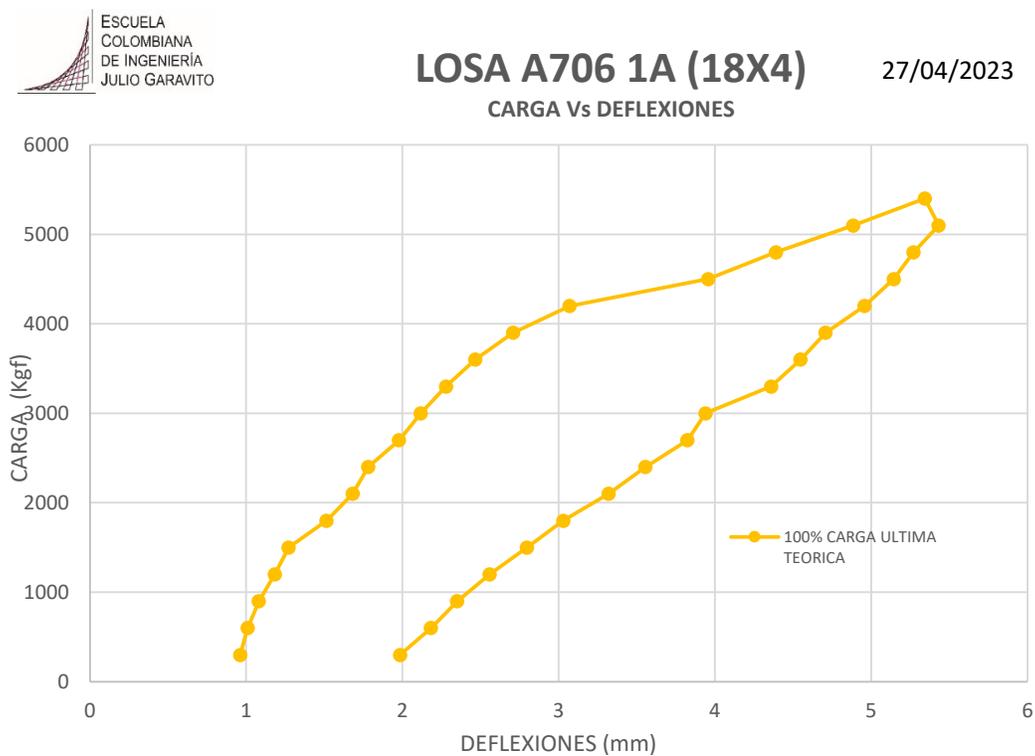
Grafica 30. Segundo ciclo 50% de Carga ultima Teórica Losa A706-1

### Tercer ciclo 75% de Carga última Teórica



Gráfica 31. Tercer ciclo 75% de Carga última Teórica Losa A706-1A

### Cuarto ciclo 100% de Carga última Teórica



Gráfica 32. Cuarto ciclo 100% de Carga última Teórica Losa A706-1

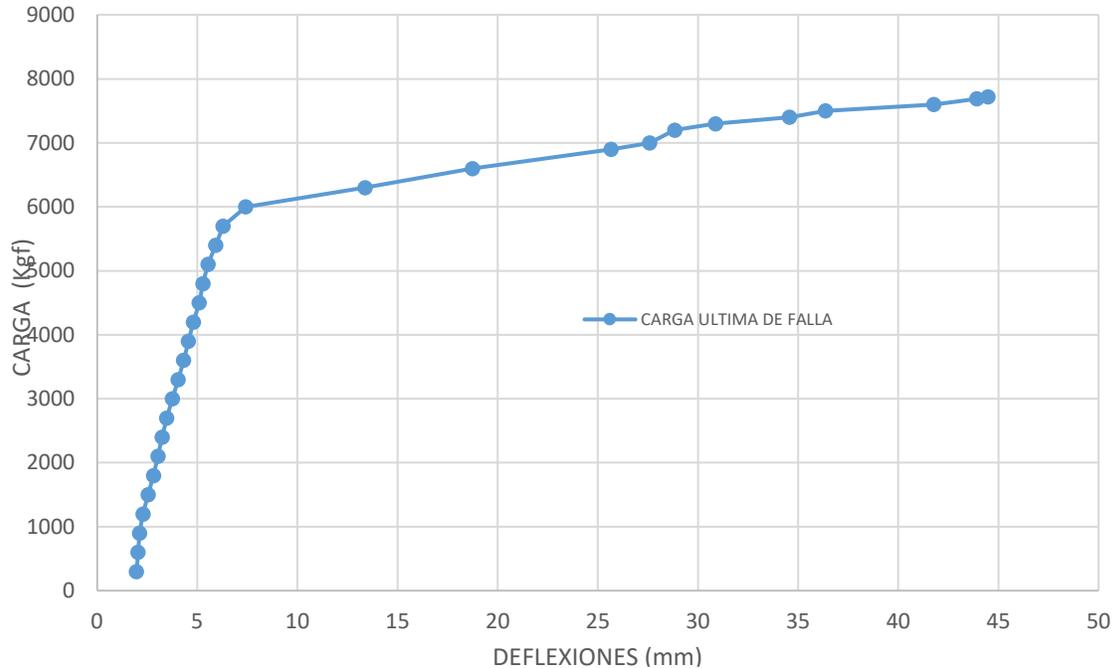
## Quinto ciclo de Carga última de falla



### LOSA A706 1A (18X4)

CARGA Vs DEFLEXIONES

27/04/2023



Gráfica 33. Quinto ciclo de Carga de falla final losa A706-1

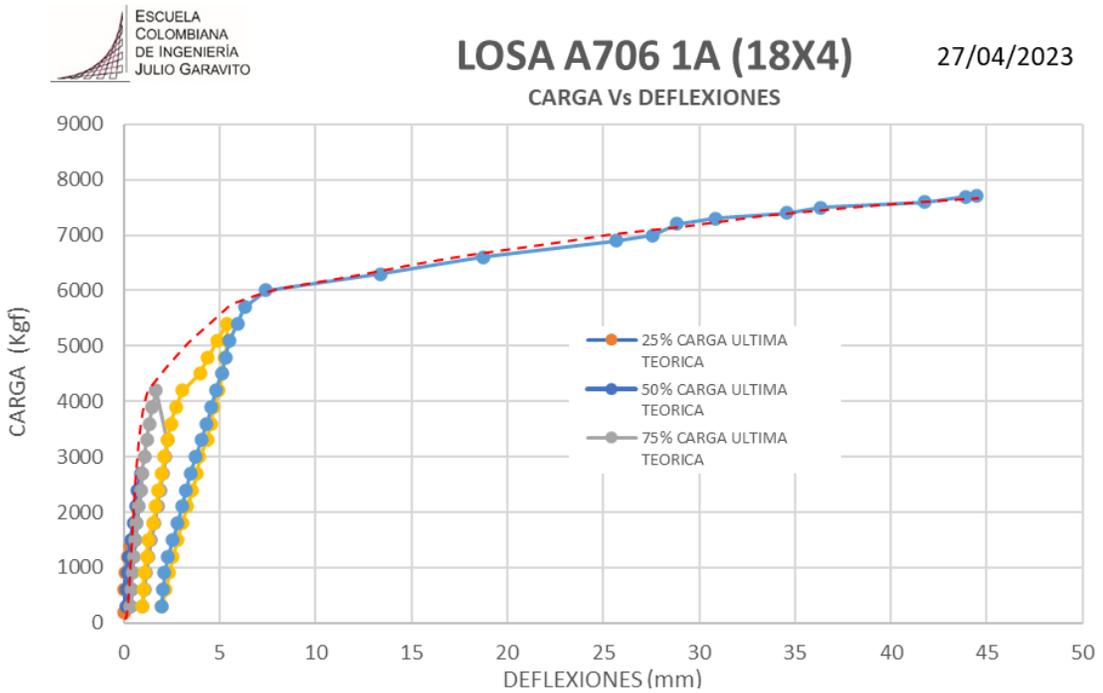
## Cuadro resumen de cargas y deflexiones en cada ciclo

La repeticiones de carga y descarga aplicadas sobre la losa con el criterio de usar un porcentaje de la carga de diseño muestran cómo las cargas y deflexiones en cada ciclo afectan la rigidez del elemento, estos valores registrados por la celda de carga y los LDVT se presentan resumidos en la tabla 46, en ella se presentan las cargas máximas por ciclo de deformación máxima y la deflexión residual una vez se suspende la acción de carga en el ciclo.

Tabla 47. Cargas y deflexiones por ciclo Losa A706-1A(18x4)

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA X CICLO	$V_c$	$V_c$
N°		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)
1	0,25	0,00	0,32	0,14	1400		
2	50%	0,14	0,87	0,34	2700		
3	75%	0,34	2,27	0,99	4200		
4	100%	0,96	5,34	1,99	5400		
5	FALLA	1,96	44,47	44,47	7720	3.860	38

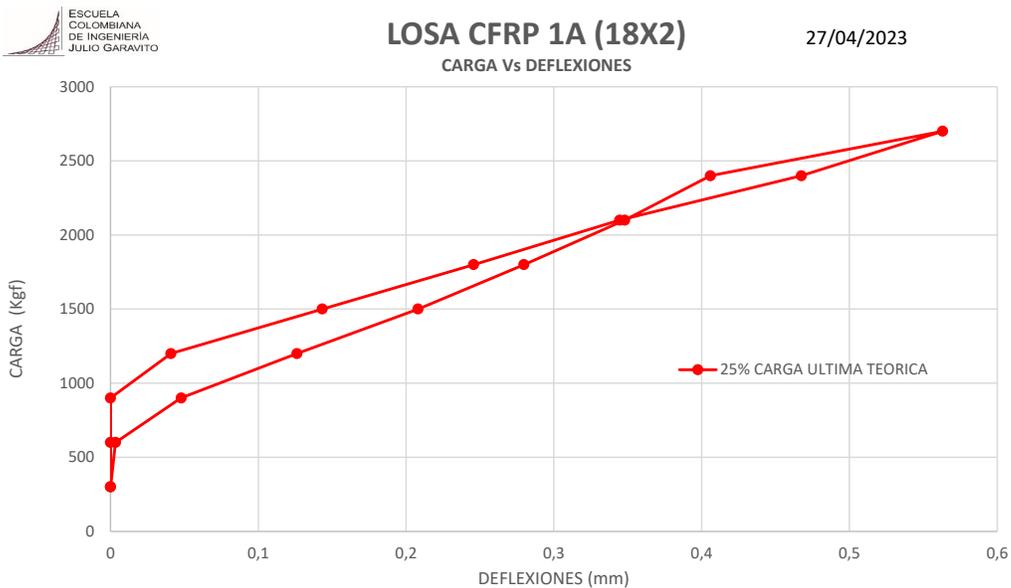
**Resumen de los ciclos implementados en losa A706-1**



Gráfica 34. Resumen de los ciclos de Cargas implementados en losa A706-1

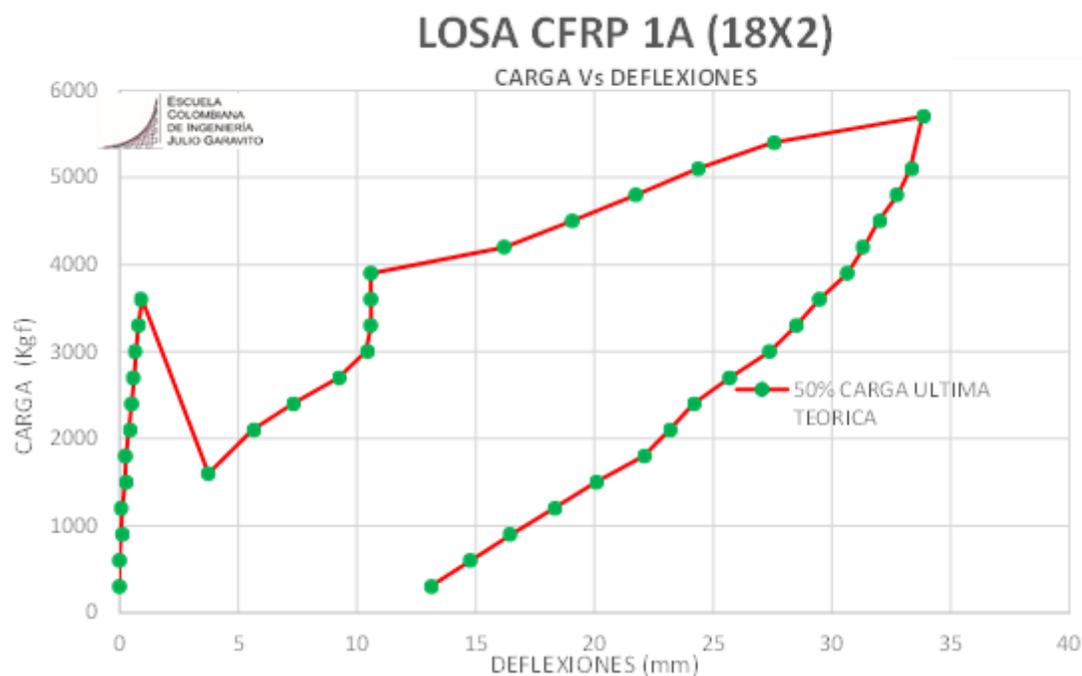
**CICLOS DE CARGA LOSA CFRP-1A**

**Primer ciclo 25% de Carga última Teórica**



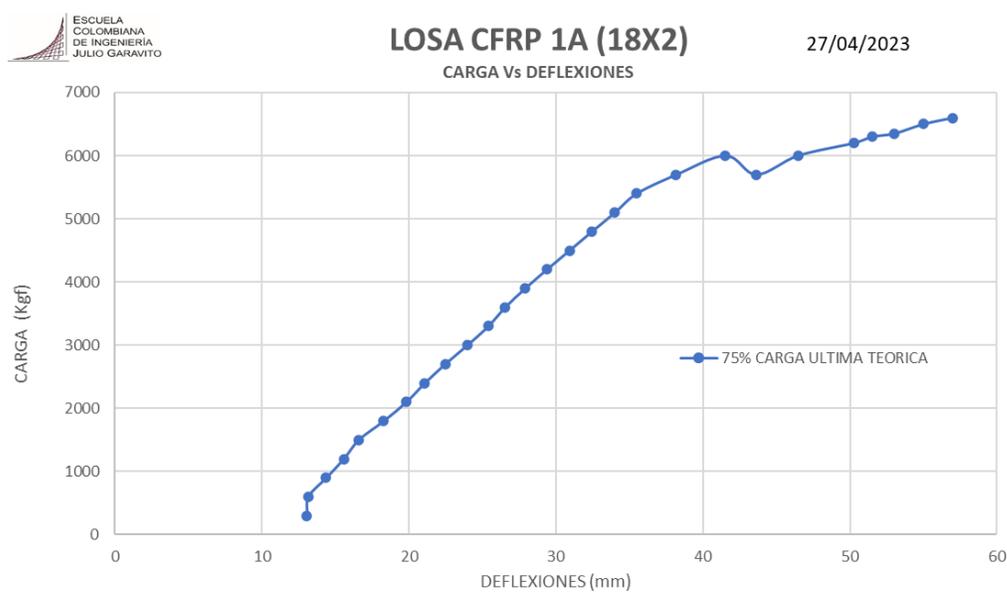
Gráfica 35. Primer ciclo 25% de Carga última Teórica losa CFRP-1

## Segundo ciclo 50% de Carga última Teórica



Gráfica 36. Segundo ciclo 50% de Carga última Teórica Losa CFRP-1A

## Tercer ciclo 75% de Carga última Teórica



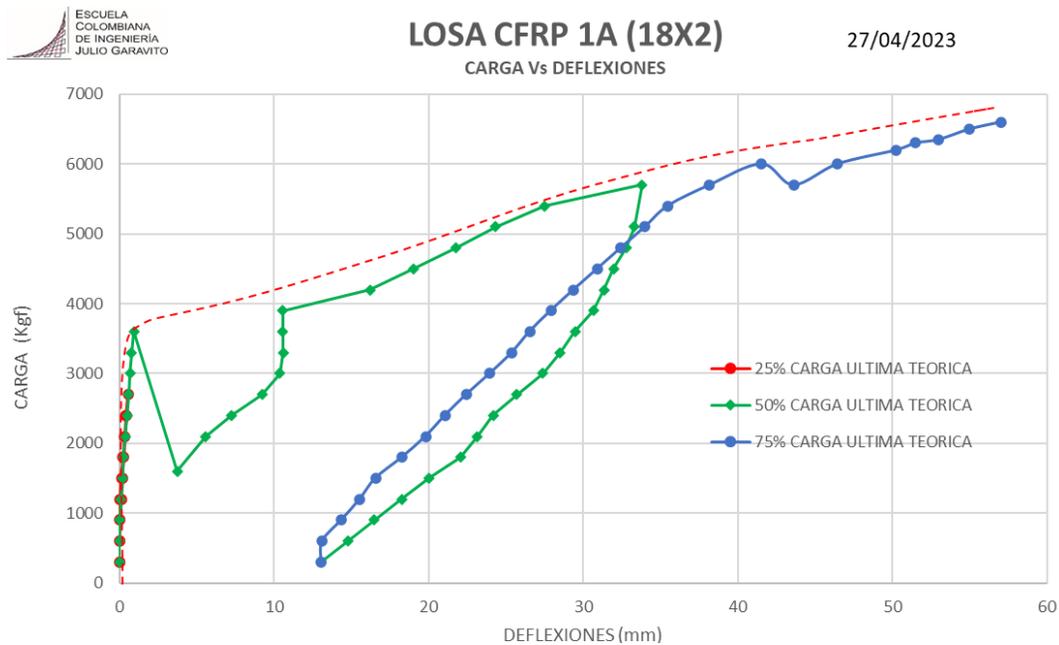
Gráfica 37. Tercer ciclo 75% de Carga última Teórica Losa CFRP-1A

## Cuadro resumen de la cargas y deflexiones de cada ciclo

### LOSA CFRP 1 (18X2)

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$	
N°		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)	
1	25%	0,00	1,00	0,00	2700			
2	50%	0,00	3,81	13,06	5700			
3	75%	13,06	57,00	21,00	6600	3.300	32	
4	100%	la losa colapso en el ciclo de 75%						

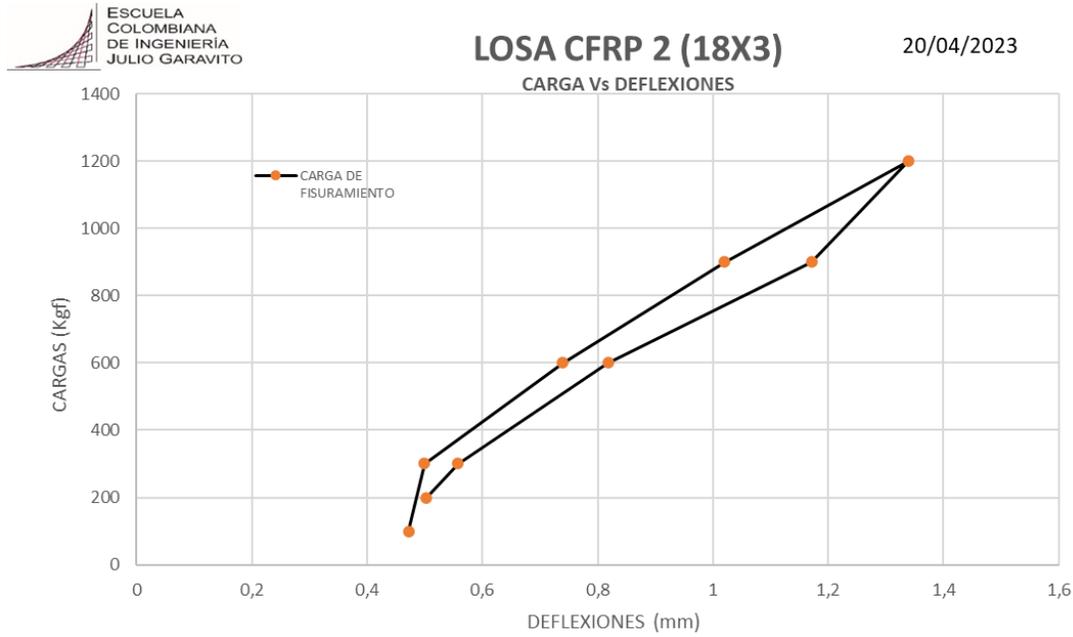
## Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP1A



Grafica 38. Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP1A

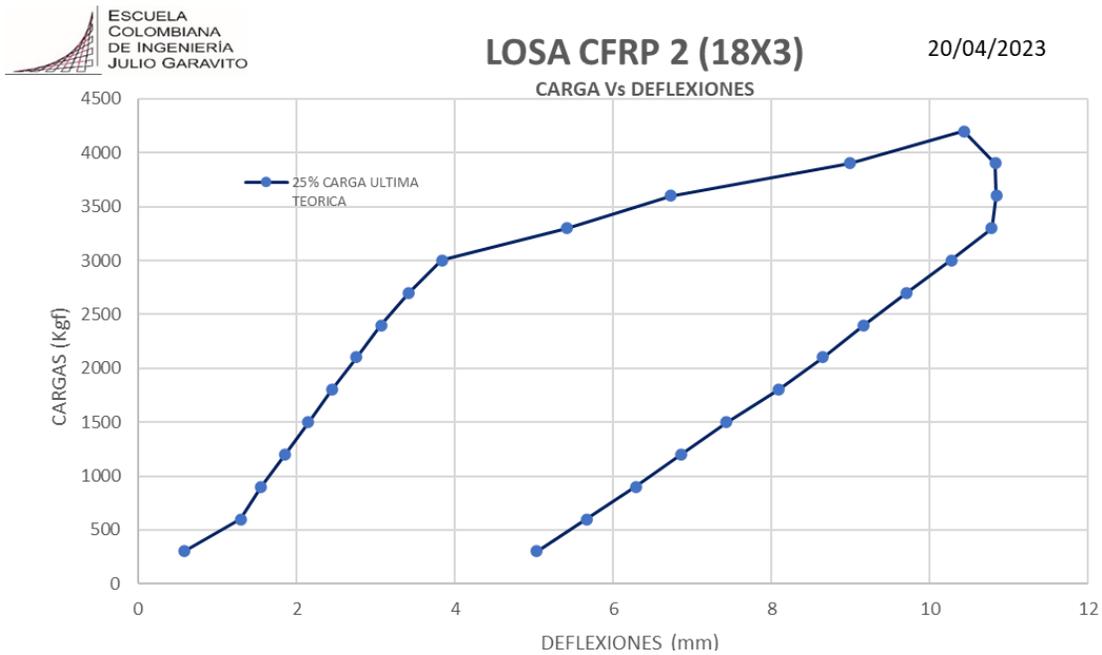
## CICLOS DE CARGA LOSA CFRP -2

### Ciclo de Carga de fisuramiento



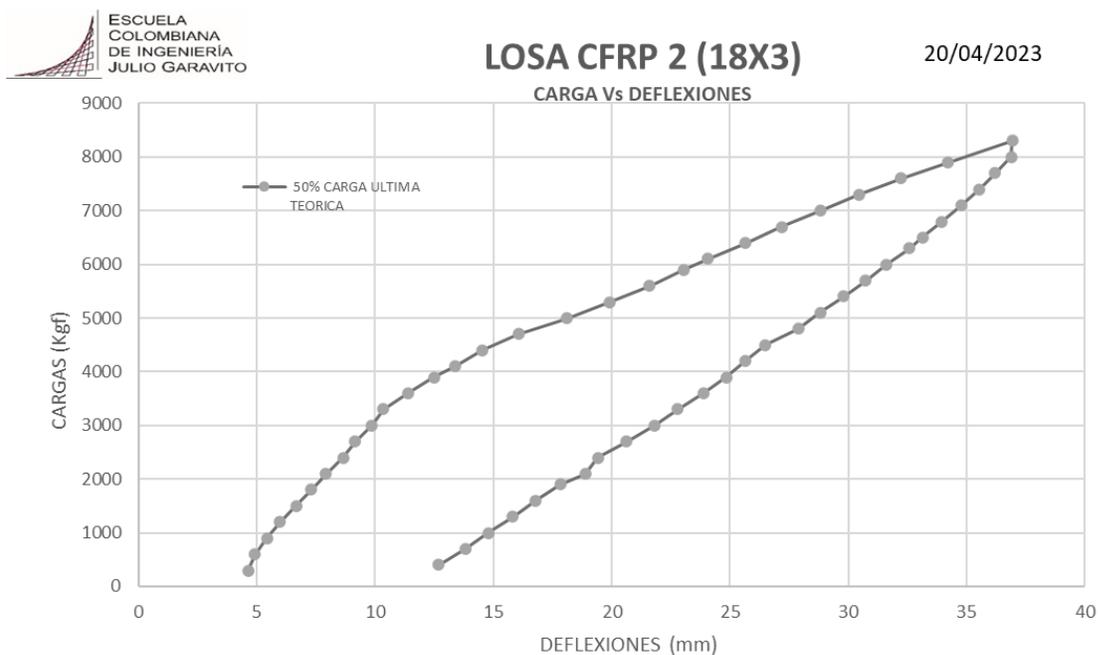
Grafica 39. Ciclo de Carga de fisuramiento Losa CFRP-2

### Primer ciclo 25% de Carga última Teórica



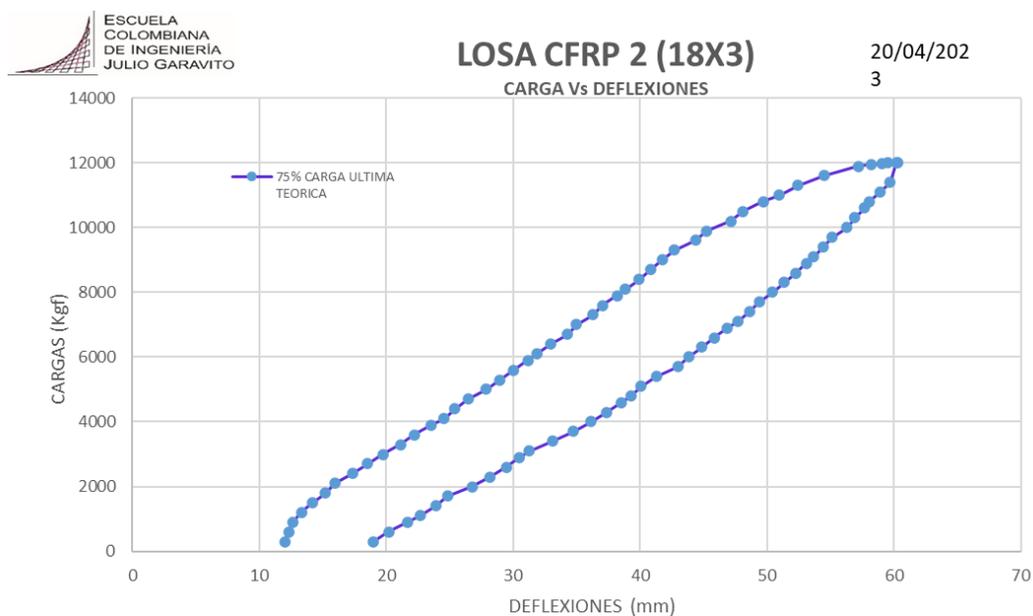
Grafica 40. Primer ciclo 25% de Carga ultima Teórica losa CFRP-2

## Segundo ciclo 50% de Carga última Teórica



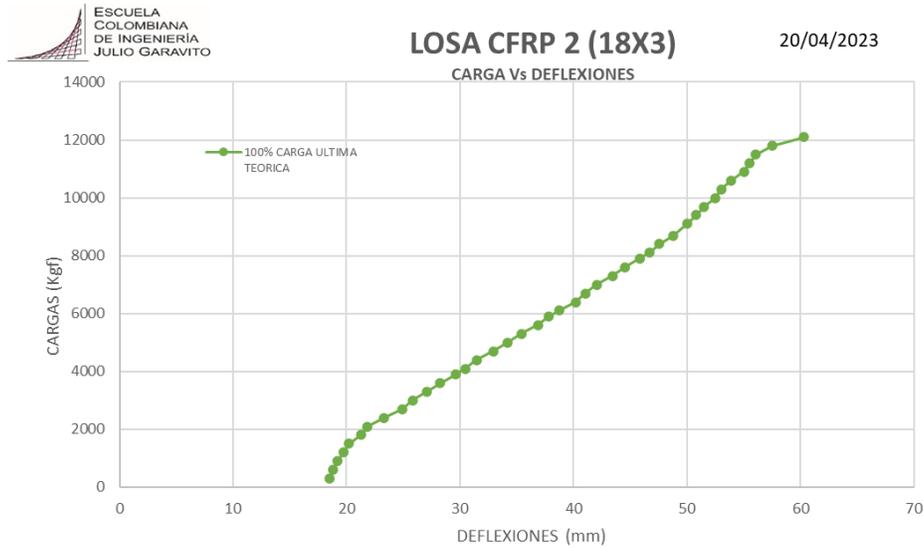
Gráfica 41. Segundo ciclo 50% de Carga ultima Teórica losa CFRP 2

## Tercer ciclo 75% de Carga última Teórica



Gráfica 42. Tercer ciclo 75% de Carga ultima Teórica losa CFRP-2

**Cuarto ciclo 100% de Carga última Teórica**



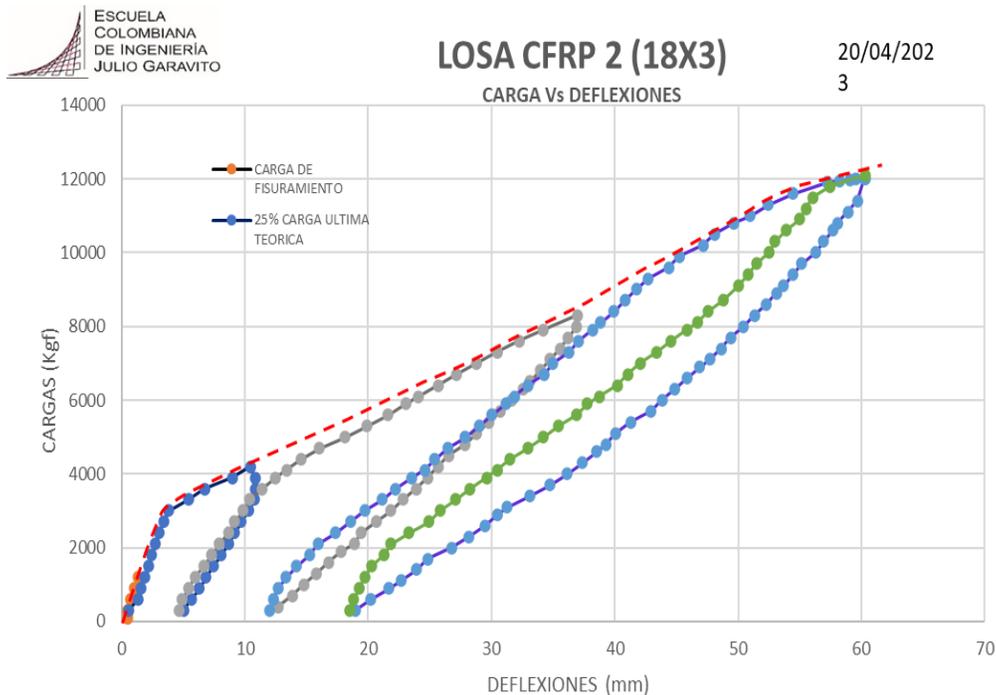
*Grafica 43. Cuarto ciclo 100% de Carga ultima Teórica losa CFRP-2*

**Cuadro resumen de la cargas y deflexiones de cada ciclo**

**LOSA CFRP 2 (18X3)**

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$
Nº		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)
0	FISURAS	0,47	1,34	0,50	1200		
1	25%	0,58	10,42	5,03	4200		
2	50%	4,62	36,94	12,69	8300		
3	75%	12,03	60,30	18,99	12000		
4	100%	18,48	60,29	52,00	12100	6.050	59

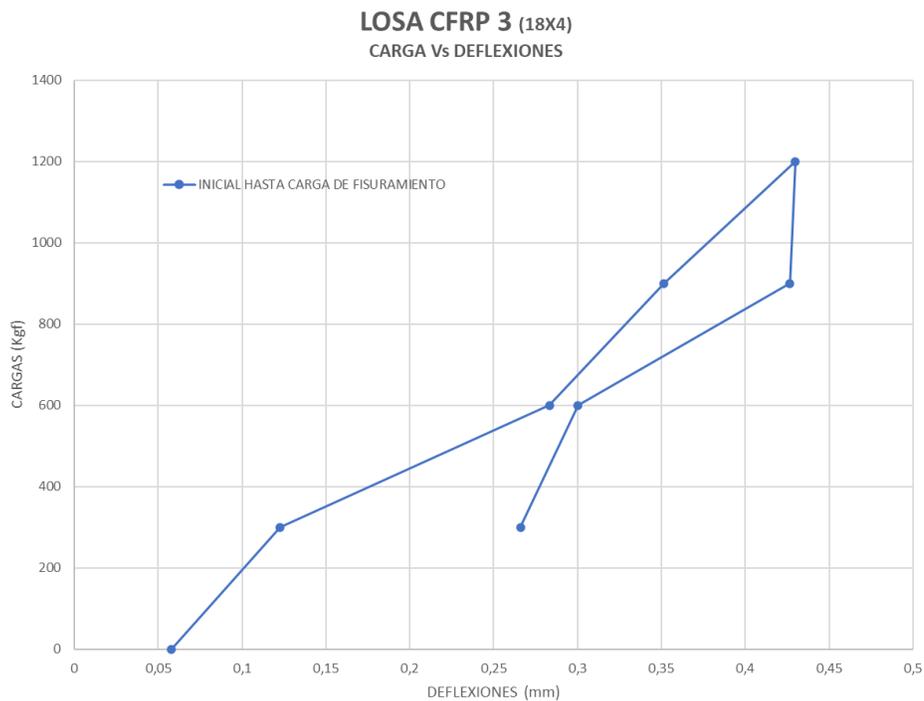
**Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP-2**



*Grafica 44. Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP-2*

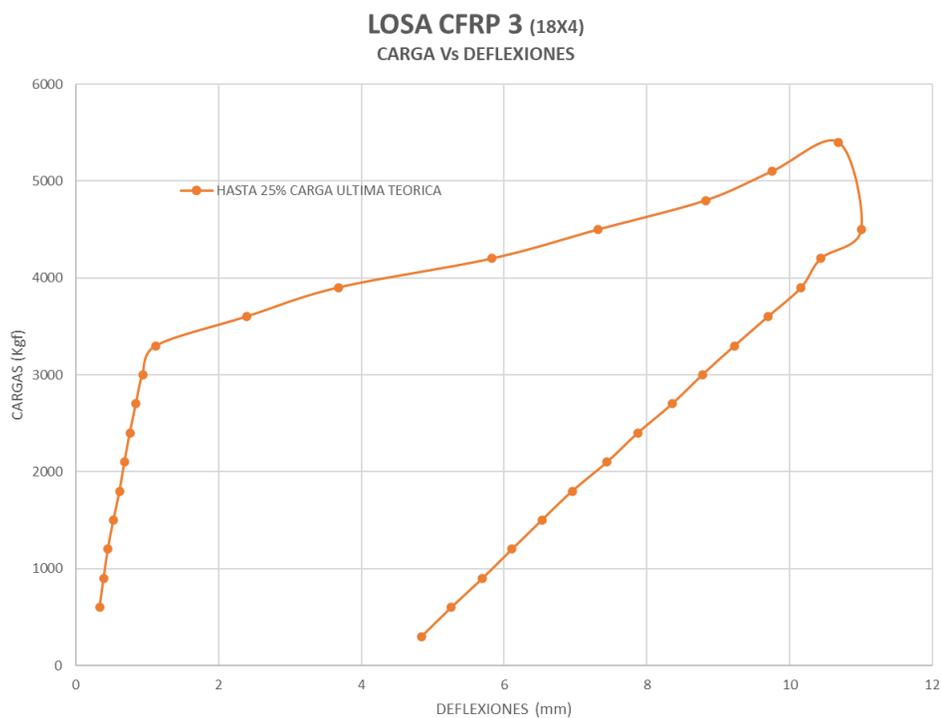
## CICLOS DE CARGA LOSA CFRP -3

### Ciclo de Carga de fisuramiento



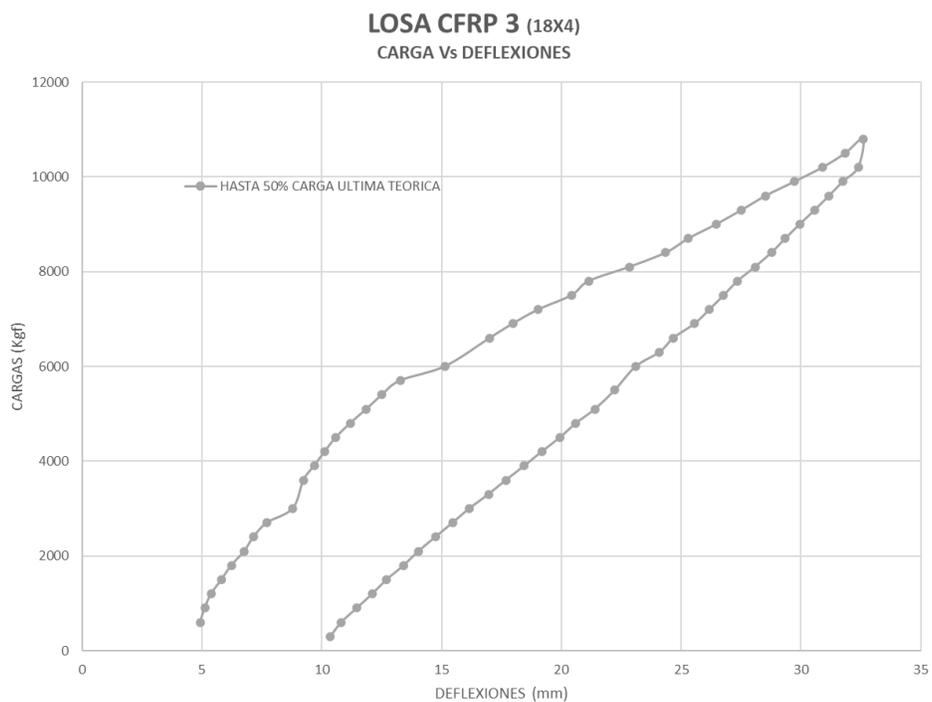
*Grafica 45. Ciclo de Carga de fisuramiento losa CFRP-3*

### Primer ciclo 25% de Carga última Teórica



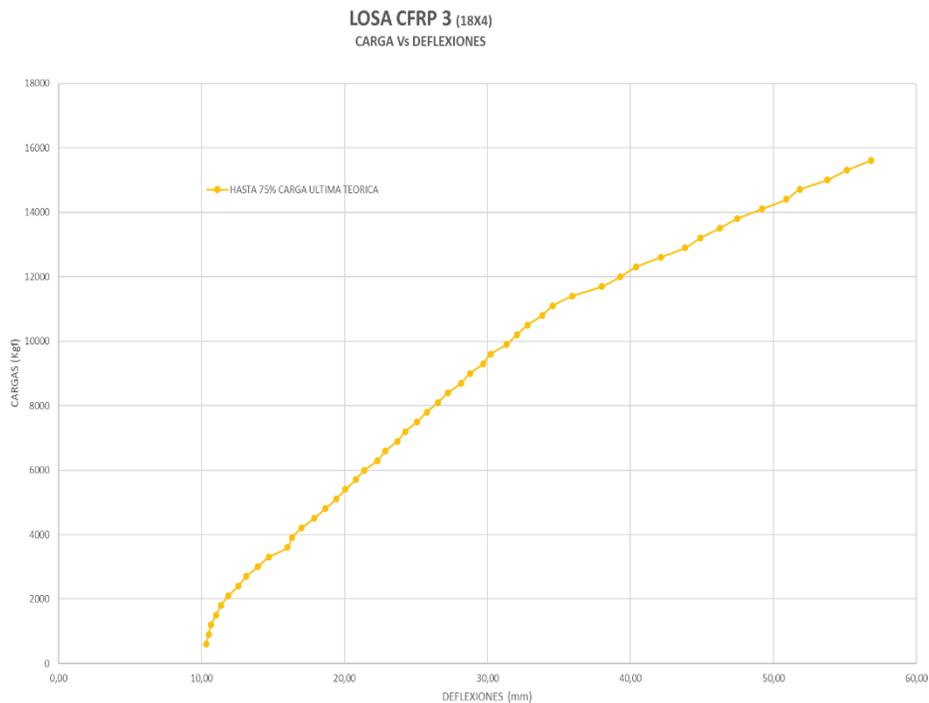
*Grafica 46. Primer ciclo 25% de Carga ultima Teórica losa CFRP-3*

## Segundo ciclo 50% de Carga última Teórica



Gráfica 47. Segundo ciclo 50% de Carga última Teórica losa CFRP-3.

## Tercer ciclo 75% de Carga última Teórica



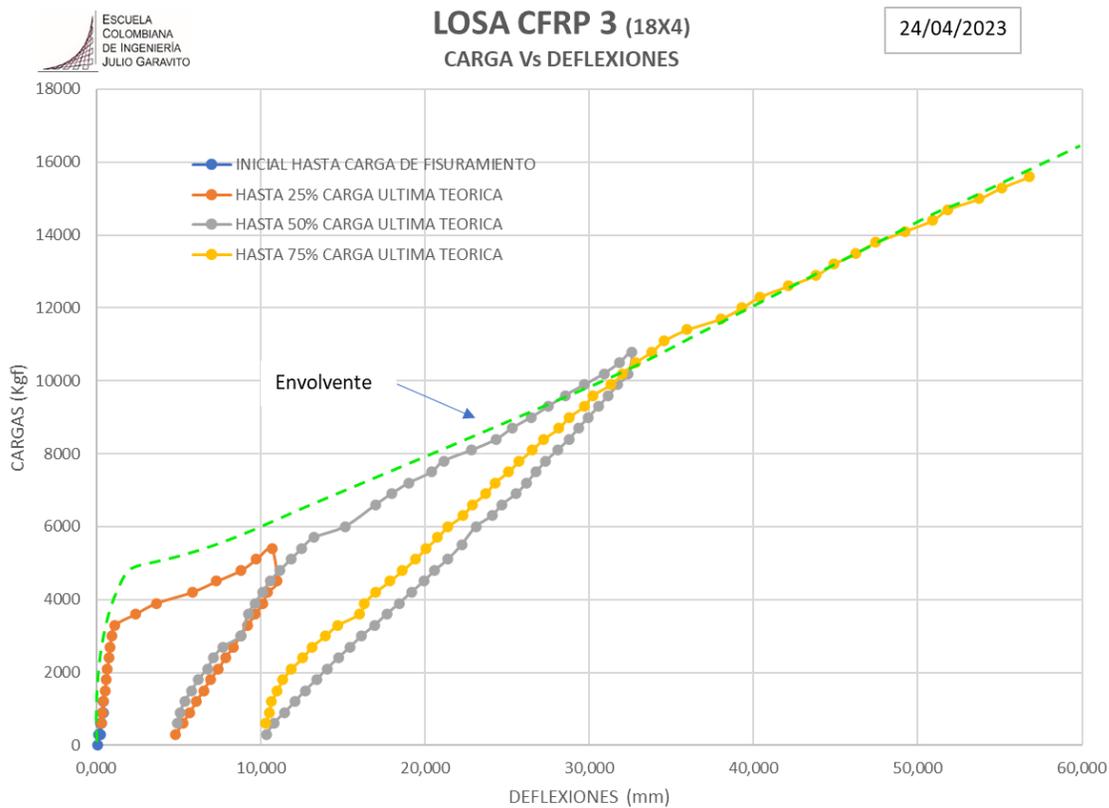
Gráfica 48. Tercer ciclo 75% de Carga última Teórica losa CFRP-3

## Cuadro resumen de la cargas y deflexiones de cada ciclo

### LOSA CFRP 3 (18X4)

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$	
N°		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)	
1	FISURAMIENTO	0,00	1,54	1,54	1200			
2	25%	0,33	11,00	4,85	5400			
3	50%	4,92	32,59	10,36	10800			
4	75%	10,32	36,50	36,50	11700	5.850	57	
5	100%	No se realizo pues la losa colapso en el ciclo de 75%						

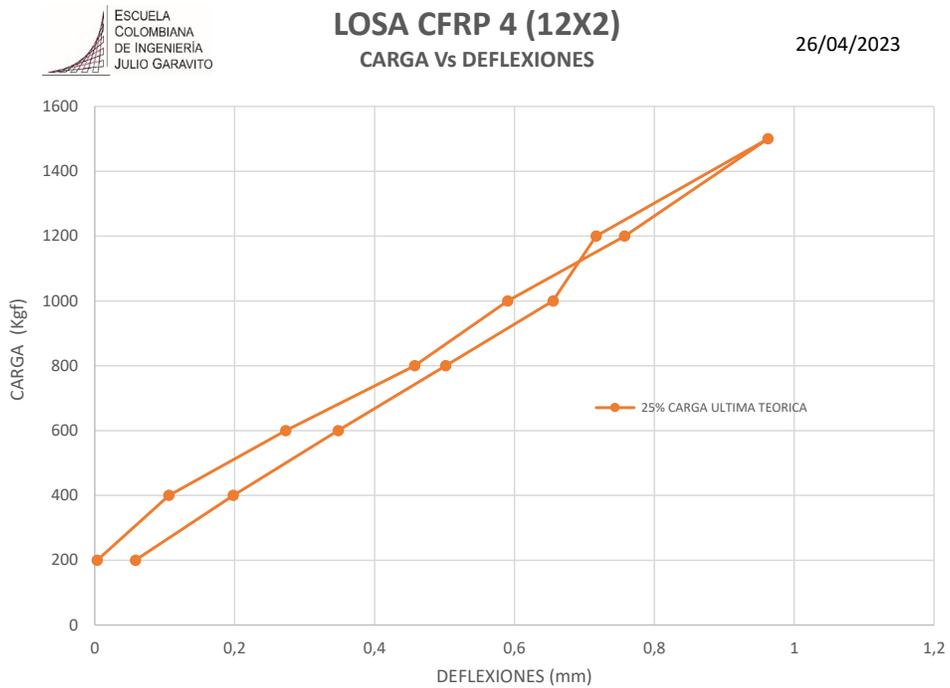
## Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP - 3



Grafica 49. Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP - 3

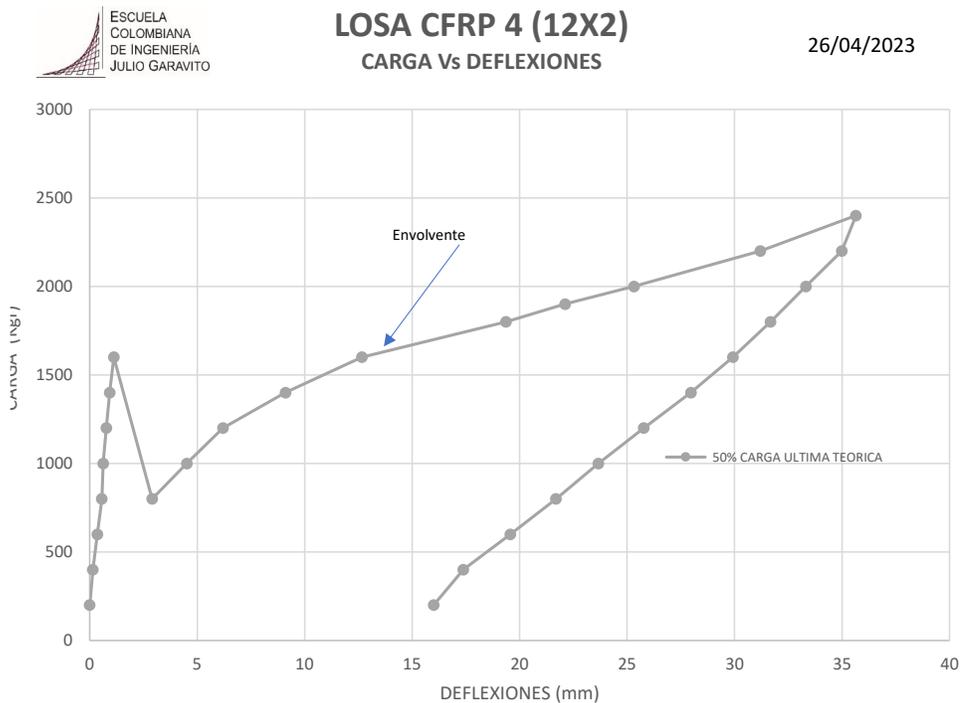
## CICLOS DE CARGA LOSA CFRP -4

### Primer ciclo 25% de Carga última Teórica



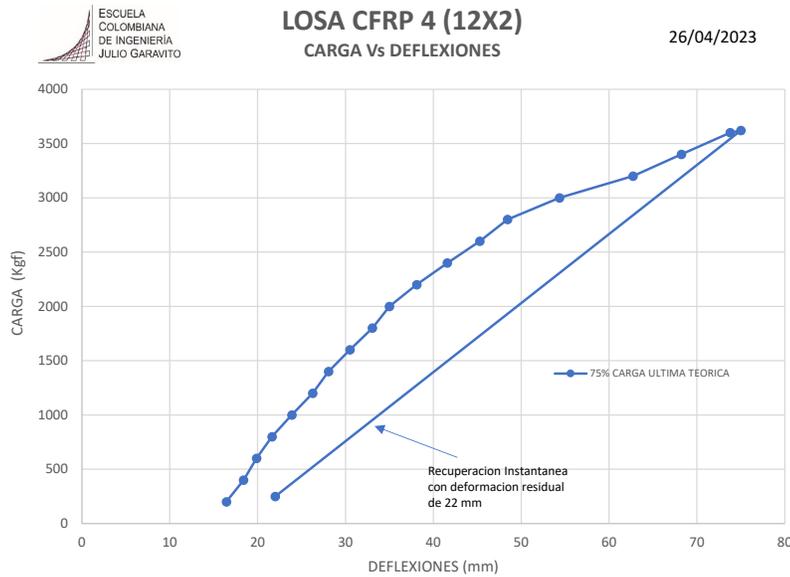
Grafica 50. Primer ciclo 25% de Carga ultima Teórica losa CFRP-4

### Segundo ciclo 50% de Carga última Teórica



Grafica 51. Segundo ciclo 50% de Carga ultima Teórica losa CFRP-4

### Tercer ciclo 75% de Carga última Teórica



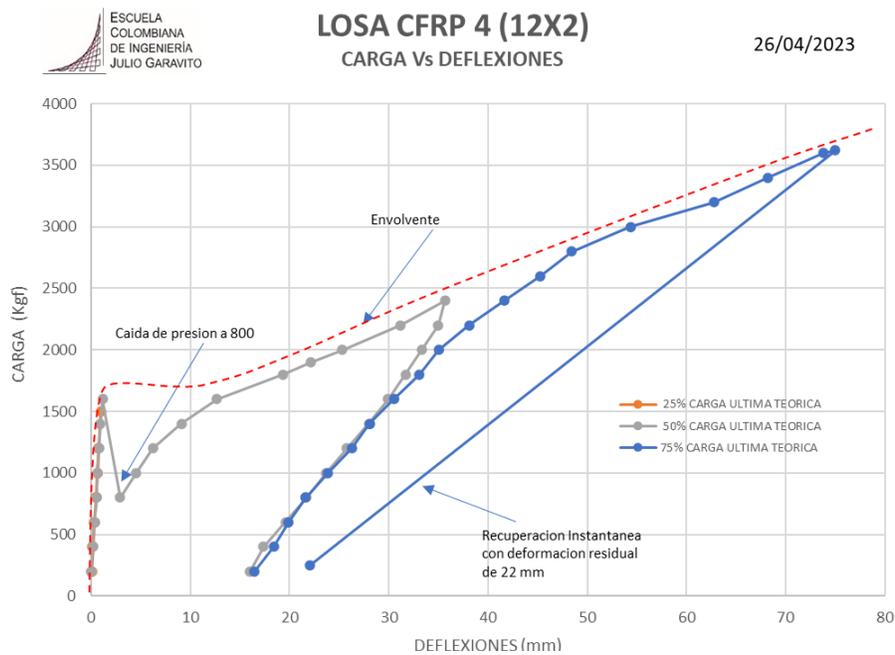
Grafica 52. Tercer ciclo 75% de Carga ultima Teórica losa CFRP-4

### Cuadro resumen de la cargas y deflexiones de cada ciclo

LOSA CFRP 4 (12X2)

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$	
Nº		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)	
1	25%	0,00	0,96	0,06	1500			
2	50%	0,15	35,65	16,00	2400			
3	75%	16,40	22,00	22,00	3620	1.810	18	
4	100%	a losa colapso en el ciclo de 75%						

### Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP-4



Grafica 53. Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP-4

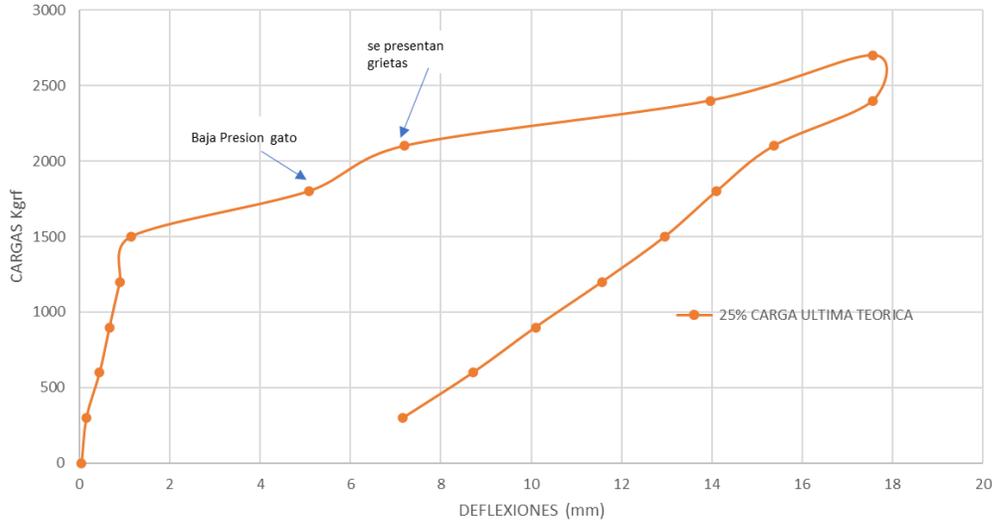
# CICLOS DE CARGA LOSA CFRP -5

## Primer ciclo 25% de Carga última Teórica



**LOSA CFRP 5 (12X4)**  
CARGA Vs DEFLEXIONES

24/04/2023



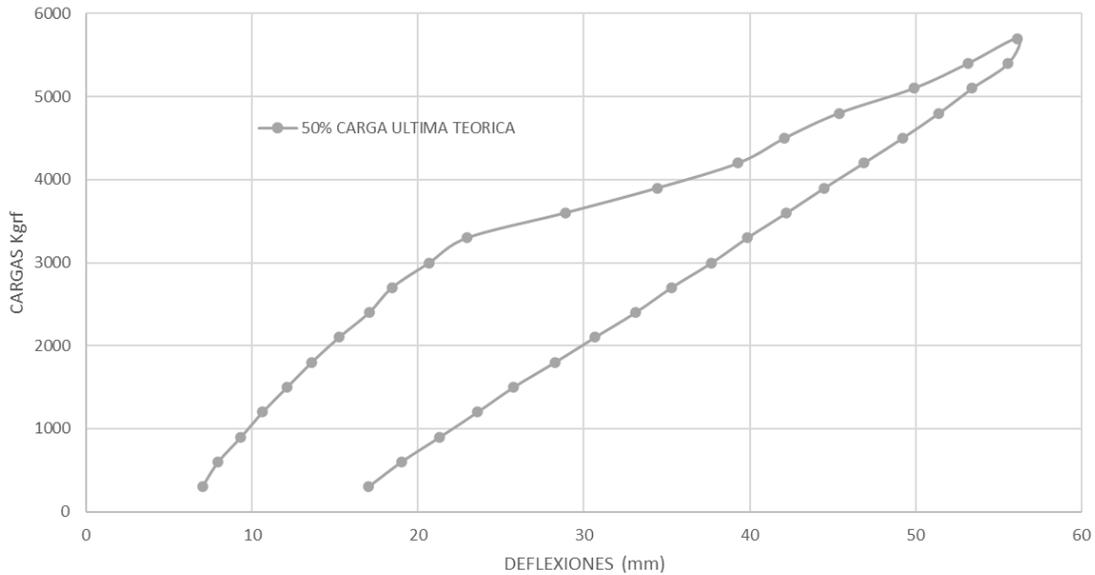
Grafica 54. Primer ciclo 25% de Carga ultima Teórica losa CFRP-5

## Segundo ciclo 50% de Carga última Teórica



**LOSA CFRP 5 (12X4)**  
CARGA Vs DEFLEXIONES

24/04/2023



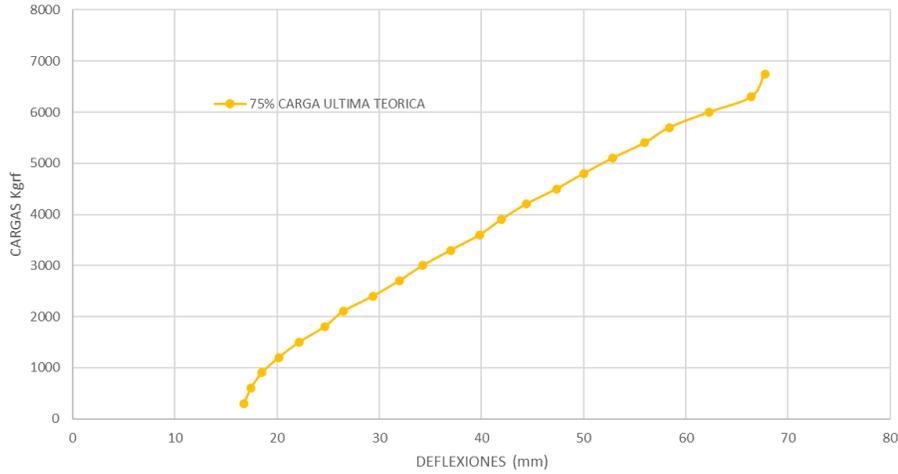
Grafica 55. Segundo ciclo 50% de Carga ultima Teórica losa CFRP-5

### Tercer ciclo 75% de Carga última Teórica



#### LOSA CFRP 5 (12X4) CARGA Vs DEFLEXIONES

24/04/2023



Grafica 56. Tercer ciclo 75% de Carga ultima Teórica losa CFRP-5

### Cuadro resumen de la cargas y deflexiones de cada ciclo

#### LOSA CFRP 5 (12X4)

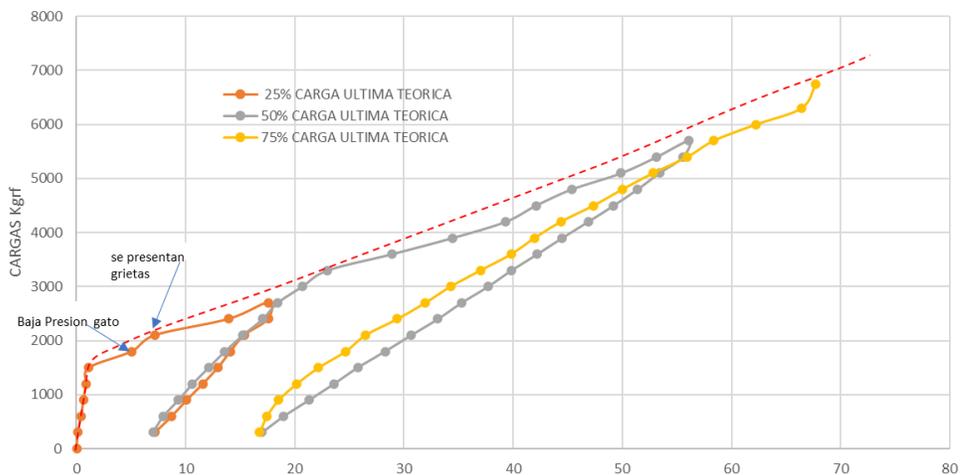
CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DES CARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$	
Nº		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)	
1	25%	0,00	17,57	7,16	2700			
2	50%	7,95	56,12	17,01	5700			
3	75%	16,78	67,72	20,00	6750	3.375	33	
4	100%	a losa colapso en el ciclo de 75%						

### Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP-5



#### LOSA CFRP 5 (12X4) CARGA Vs DEFLEXIONES

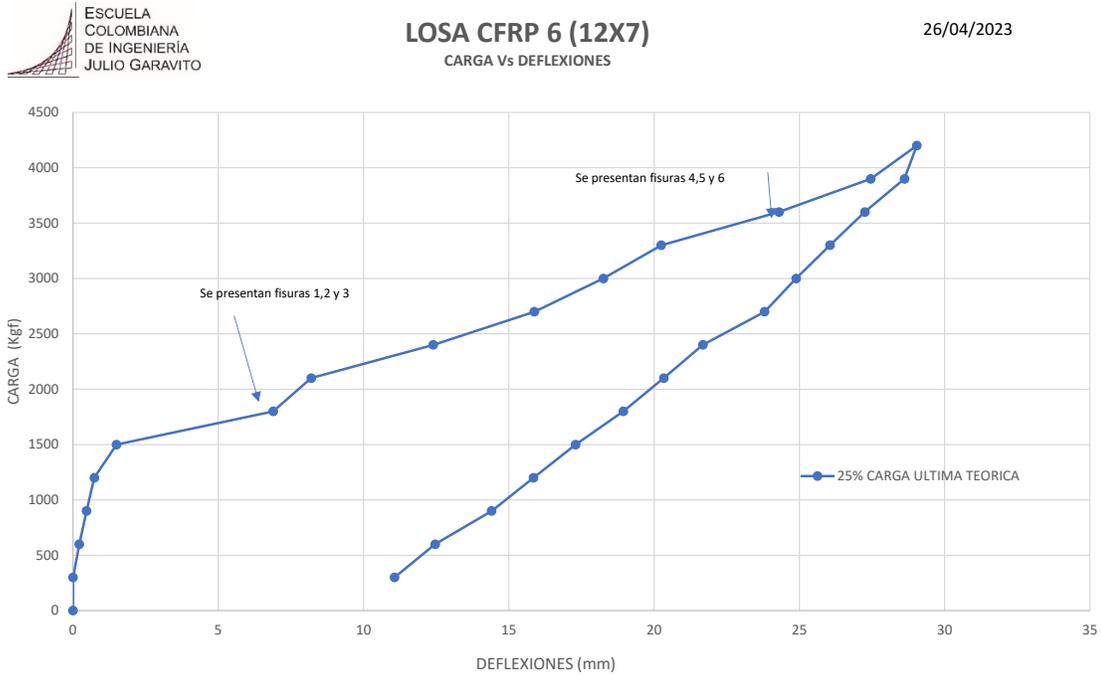
24/04/2023



Grafica 57. Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP-5

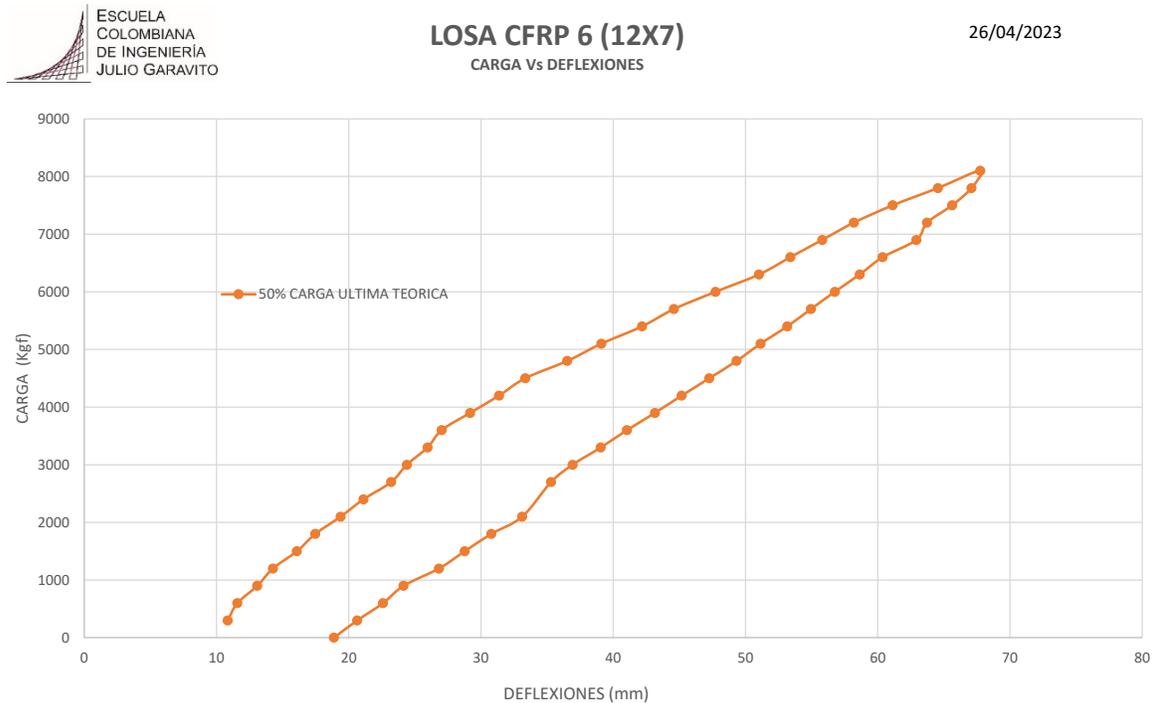
# CICLOS DE CARGA LOSA CFRP-6

## Primer ciclo 25% de Carga última Teórica



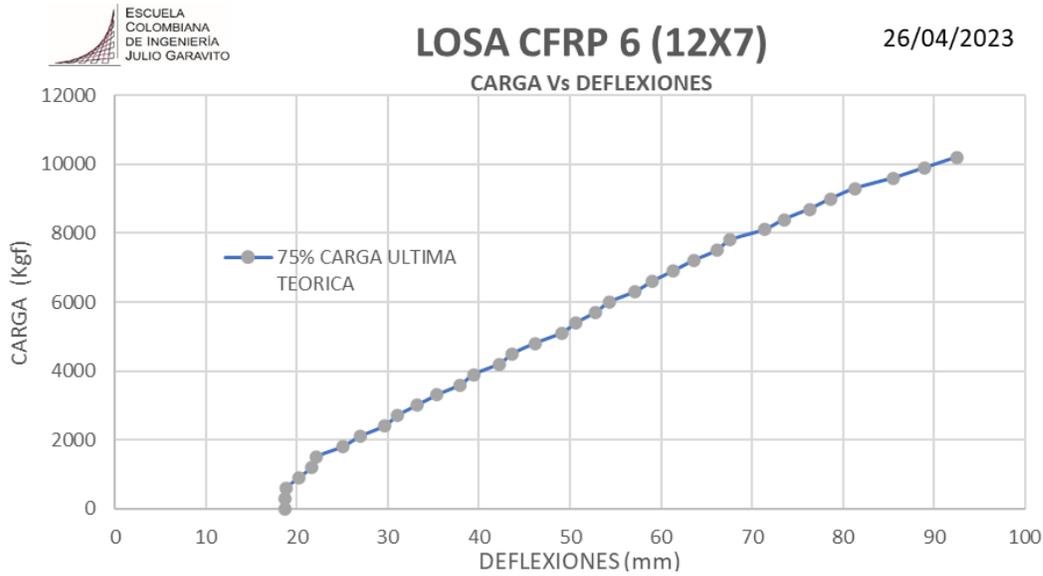
Grafica 58. Primer ciclo 25% de Carga ultima Teórica losa CFRP-6

## Segundo ciclo 50% de Carga última Teórica



Grafica 59. Segundo ciclo 50% de Carga ultima Teórica losa CFRP-6

**Tercer ciclo 75% de Carga última Teórica**



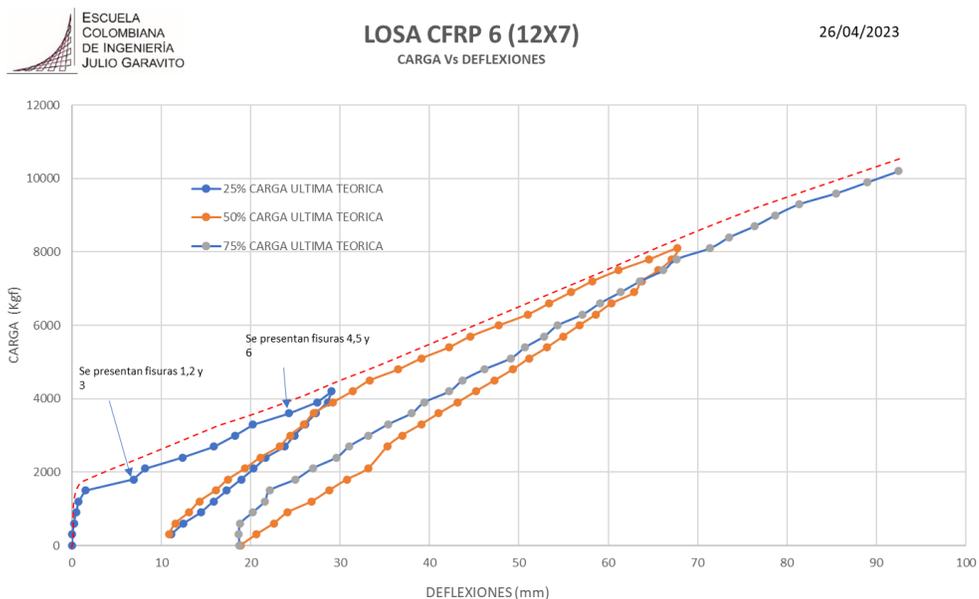
Grafica 60. Tercer ciclo 75% de Carga ultima Teórica losa CFRP-6

**Cuadro resumen de las cargas y deflexiones de cada ciclo**

**LOSA CFRP 6 (12X7)**

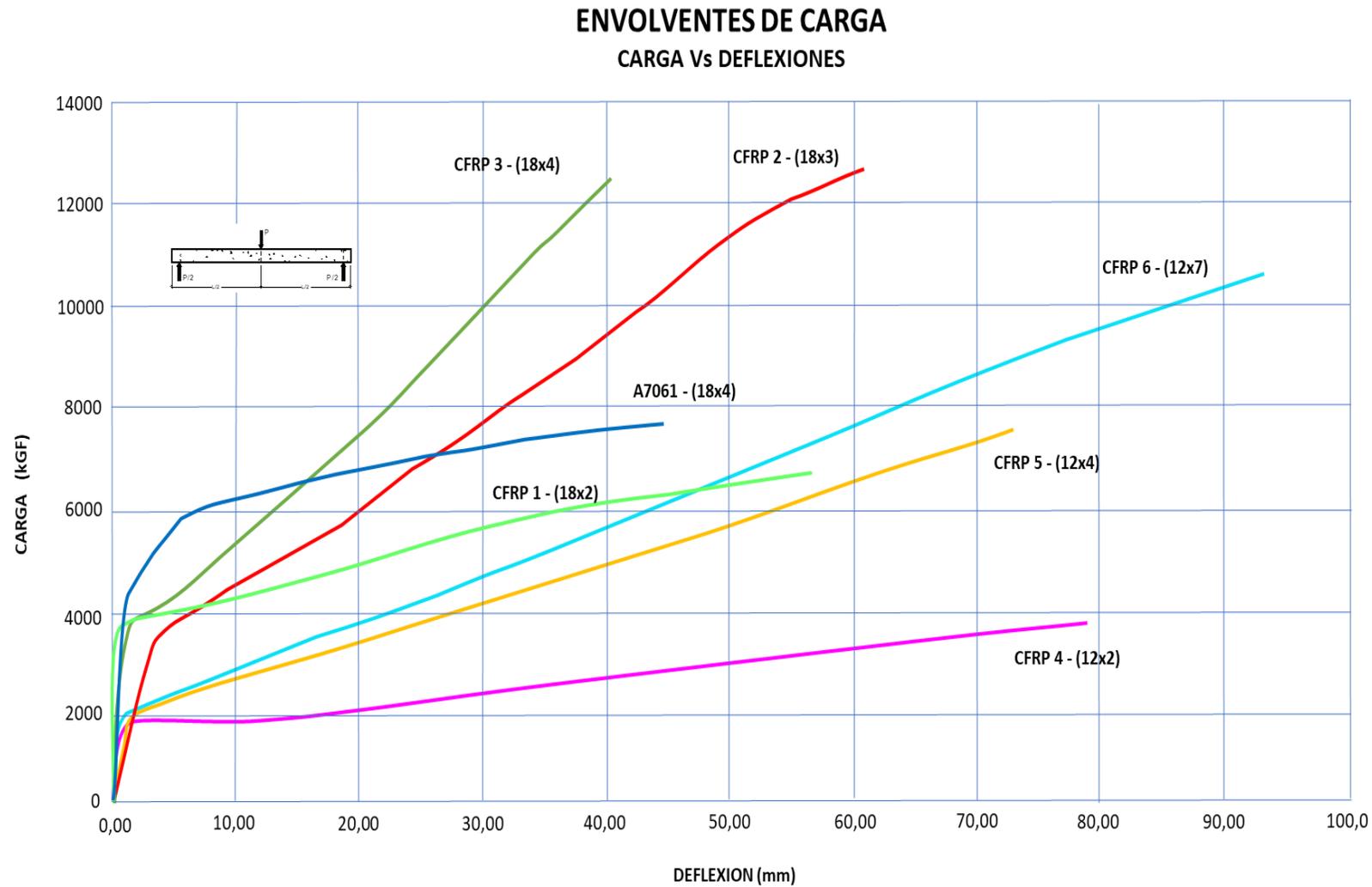
CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$	
Nº		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)	
1	25%	0,00	29,04	11,06	4200			
2	50%	10,85	67,76	18,87	8100			
3	75%	19,68	92,49	0,99	10900	5.450	53	
4	100%	No se realizo pues la losa colapso en el ciclo de 75%						

**Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP-6**



Grafica 61. Resumen de los ciclos implementados en losa CFRP-6

## Resumen de las Curvas Envolventes de Carga



Grafica 62. Resumen de las Curvas Envolventes de Carga

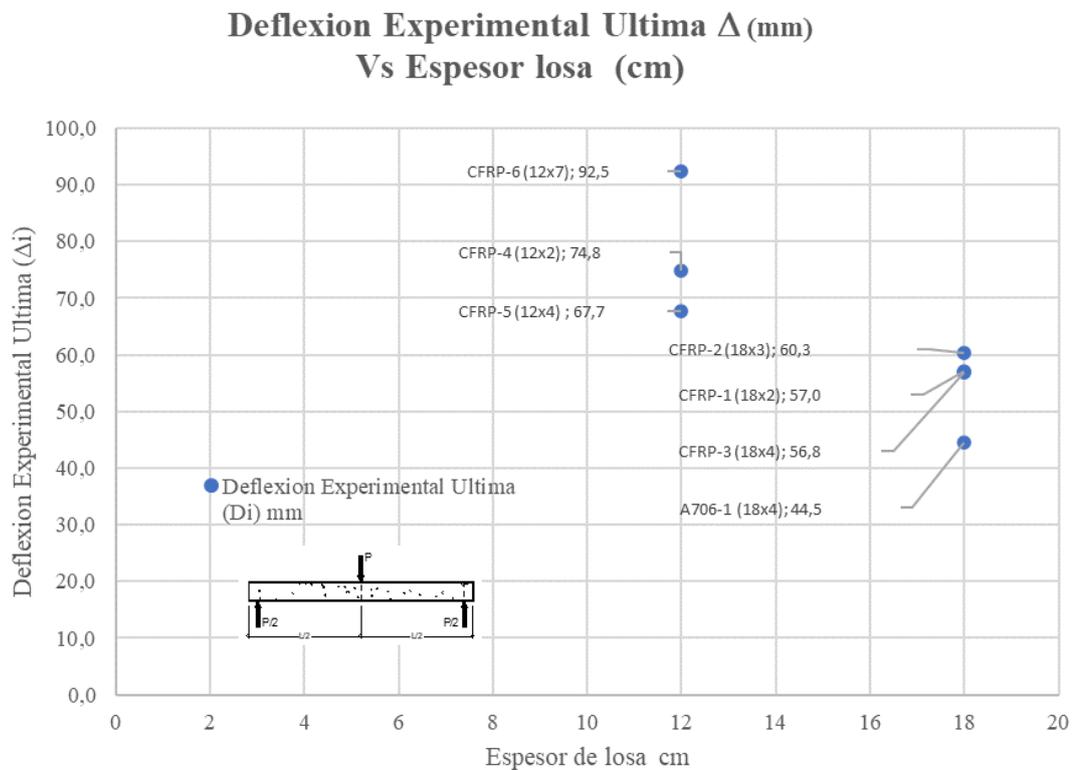
## **D. ANEXO: ANÁLISIS DE ESPESORES DE LOSA**

## ANÁLISIS DE INFLUENCIA DE LOS ESPESORES DE LOSA

Con respecto al tema de los espesores de las losas y su influencia en su capacidad, se concluye que la losa con un mayor espesor logra mejor resistencia a los esfuerzos cortantes, con ello puede soportar mayores deflexiones, como se aprecia en la gráfica 63. El incremento de la cuantía de refuerzo  $\rho$ , aumenta la resistencia a cortante del elemento, propiedad importante para evitar el desarrollo de grietas diagonales.

Tabla 48. Resumen de espesores comparado con la deflexión causada en cada losa.

Referencia LOSA	Espesor de losa	Deflexion Experimental Ultima ( $\Delta_i$ )
	cm	mm
A706-1 (18x4)	18	44,5
CFRP-1 (18x2)	18	57,0
CFRP-2 (18x3)	18	60,3
CFRP-3 (18x4)	18	56,8
CFRP-4 (12x2)	12	74,8
CFRP-5 (12x4)	12	67,7
CFRP-6 (12x7)	12	92,5



Gráfica 63. Deflexión Experimental Vs Espesor de losa

**E. ANEXO: DESCRIPCIÓN PROCESO DE CARGA  
Y FISURAS**

## ANEXO: DESCRIPCIÓN PROCESO DE CARGA Y DEFLEXIÓN DE LAS LOSAS

### RESUMEN ENSAYOS DE LOSAS

#### PROCESO DE CARGA Y DEFLEXIÓN DEL ELEMENTO A706-1A (18X4) 27.04.2023

Inicialmente se elabora el montaje de la losa, según se aprecia en la fotografía 59, esto comprende la instalación de las vigas metálicas IPE de apoyo, la colocación de la celda de carga, el gato hidráulico, las vigas IPE superiores para la reacción del gato, la colocación de los LDVT con las conexiones al equipo digital de registro de deformaciones, según se describe en el numeral 5.1.16 Montaje de laboratorio.

Una vez terminado el montaje se procede a dar comienzo a la aplicación de cargas cíclicas, con el primer ciclo de cargas se lleva la presión de carga hasta 1400 kgf, lo que corresponde al 25% de la carga última teórica de resistencia del elemento y su descarga, en este primer ciclo no se detectaron fisuras visibles. Se prosigue con el segundo ciclo de carga hasta el 50% de la carga última teórica de resistencia del elemento y su descarga, no se presentan fisuras visibles y se procede a hacer la descarga hasta 300 kg.

Enseguida se procede con el tercer ciclo hasta 75% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 4200 kg, y su descarga. Las fisuras 1, 2, 3 y 4 aparecen al llegar la aplicación de carga a los 4200 kg, momento en el cual el gato hidráulico sufre una pérdida autónoma de carga súbita descargándose a 3300 kg, con lo cual se entiende que, al fracturarse la losa, se perdió energía por medio de las fisuras y por el deslizamiento de las barras de acero debido a pérdida de adherencia. Siguiendo el proceso de aplicación de carga continuo, la fisuración aumenta, presentándose más fisuras (6, 7 y 8), mientras que las existentes aumentan su ancho. Se procede a hacer la correspondiente descarga.



Fotografía 57. Fisuramiento losa A706-1, ciclo de carga a 75%.

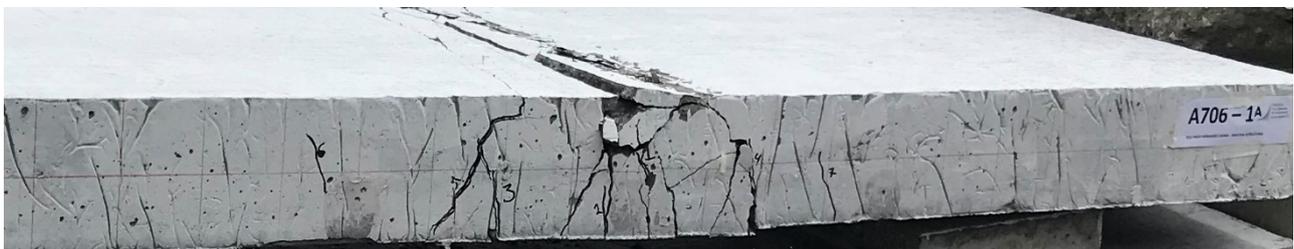
Como recopilación de los datos de ejecución de los ciclos de carga en el elemento, anexamos el cuadro resumen de la cargas y deflexiones, en el cual se observan las cargas máximas aplicadas por ciclo y las deflexiones máximas alcanzadas en cada uno, así como la deformación residual de cada etapa.

#### LOSA A706 3 (18X4)

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA X CICLO	$V_c$	$V_c$
Nº		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)
1	25%	0,00	0,32	0,14	1400		
2	50%	0,14	0,87	0,34	2700		
3	75%	0,34	2,27	0,99	4200		
4	100%	0,96	5,34	1,99	5400		
5	FALLA	1,96	44,47	44,47	7720	3.860	38

En el cuarto ciclo se lleva la carga al 100% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 5400 kg, el proceso de fisuración continúa incrementándose las deflexiones en el elemento. Se alcanza una deflexión máxima de 5.34 mm y luego se descarga, quedando una deformación residual de 2 mm.

El quinto ciclo es el último en el cual se produce la rotura del elemento, se alcanza una deflexión máxima de 44.47 mm, con una carga máxima de 7720 kg que es la carga de rotura de la losa, luego de lo cual el gato no logra incrementar la carga y se observa el fallo definitivo de la losa. Es visible el aplastamiento o falla por compresión en la parte superior de la sección del concreto (Foto 57) en la zona central de la losa, lo cual ocurre simultáneamente con el fallo del acero de refuerzo, mostrando así que la sección posee una cuantía balanceada o muy cercana a la balaceada.



*Fotografía 58. Aplastamiento parte superior de la sección del concreto, zona central losa.*

En los apoyos de la losa no se presentaron fisuraciones y al terminar la aplicación de carga en el último ciclo no se presentó ninguna recuperación de deflexión, dado que el elemento mostró comportamiento plástico al acercarse a la carga de falla. La deflexión residual fue de 44.47 mm.



*Fotografía 59. Falla final de la losa A706-1 fracturamiento zona central.*

### **PROCESO DE CARGA Y DEFLEXIÓN DEL ELEMENTO CFRP-1A (18X2) 27.02.2023**

El primer ciclo de carga corresponde al 25% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 2700 kg, tiene un comportamiento elástico pues retorna rápidamente a la deformación cero y no conserva deformación residual. No se percibe agrietamiento en el elemento.

El segundo ciclo se carga hasta el 50% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 5700 kg, y se descarga. Las primeras grietas 1, 2 y 3 se presentan a una carga de 3600 kg, es en este momento cuando el gato hidráulico pierde carga autónomamente descendiendo hasta situarse en 1800 kg, mientras la losa aumenta su deformación de 0.95 a 3.40 mm; continúa la aplicación de carga de ciclo y se alcanza una carga tope al final del ciclo de 5700 kg, con una deflexión máxima de 33.81 mm. Al descargar la losa mantiene una deformación residual de 13,06 mm.



*Fotografía 60. Deflexión elemento y agrietamiento en centro de la losa CFRP-1A (18x2)*

En seguida se procede con el tercer ciclo hasta 75% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 8543 kg, pero la losa solamente alcanza a soportar una carga de 6600 k pues se presenta la falla con lo que no recibe más carga, en consecuencia, se termina el ensayo y se descarga. En este ciclo se presenta una pérdida en energía al bajar repentinamente la carga de 6000 kg a 5700 mm; se aumenta el agrietamiento del lado trasero (fotografía 61), se continúa cargando y se alcanzan los 6600 kg finales. En este ciclo la deflexión tiene un máximo de 57 mm de deflexión y queda una deflexión residual de 21 mm.

#### LOSA CFRP 1 (18X2)

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$	
N°		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)	
1	25%	0,00	1,00	0,00	2700			
2	50%	0,00	33,81	13,06	5700			
3	75%	13,06	57,00	21,00	6600	3.300	32	
4	100%	No se realizo pues la losa colapso en el ciclo de 75%						

En las fotografías observamos el montaje de los elementos de trabajo como son el gato, las vigas de apoyo y reacción, los equipos de medida, la celda de carga y los LDVT (transformador digital de variación lineal) y los registradores digitales de la deformación.



*Fotografía 61. Montaje para la Carga y deflexión del elemento CFRP-2 (18X3)*



*Fotografía 62. Fisuración por Carga del elemento CFRP-2 (18X3)*

## PROCESO DE CARGA Y DEFLEXIÓN DEL ELEMENTO CFRP-2 (18X3) 20-04-2023

El ciclo inicial de carga corresponde a la carga de fisuración del elemento, 1200 kg, y presenta un comportamiento elástico pues retorna rápidamente a la deformación cero, conservando solamente una deformación residual de 0.50 mm. No se observa fisuración en el elemento.

### LOSA CFRP 2 (18X3)

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$
N°		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)
0	FISURAS	0,47	1,34	0,50	1200		
1	25%	0,58	10,42	5,03	4200		
2	50%	4,62	36,94	12,69	8300		
3	75%	12,03	60,30	18,99	12000		
4	100%	18,48	60,29	52,00	12100	6.050	59

El primer ciclo se carga hasta el 25% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 4200 kg, y se descarga, se alcanza un tope de carga de 4200 kg con una deflexión máxima de 10.42 mm y una deflexión residual de 5.03 mm. Se observan fisuras en el elemento, se presenta un aumento de las deflexiones en la zona de máximos esfuerzos, tal como se ve en la fotografía 63, aumentando la deflexión residual, lo que indica que está en un momento plástico del elemento.

El segundo ciclo se carga hasta el 50% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 8300 kg, se alcanza la carga máxima esperada del ciclo y se evidencian fisuras en la zona central baja de la losa, siendo más anchas en la zona de tensión de esta. Se alcanza una deflexión máxima de 36.94 mm y una deflexión residual de 12.69 mm.



*Fotografía 63. Fisuración en proceso de carga del elemento CFRP-2 (18x3)*

A continuación, se procede con el tercer ciclo hasta 75% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 12000 kg, se alcanza una deflexión máxima de 60.30 mm y una deflexión residual de 18.99 mm. Las grietas a tensión incrementan su ancho (fotografía 64).

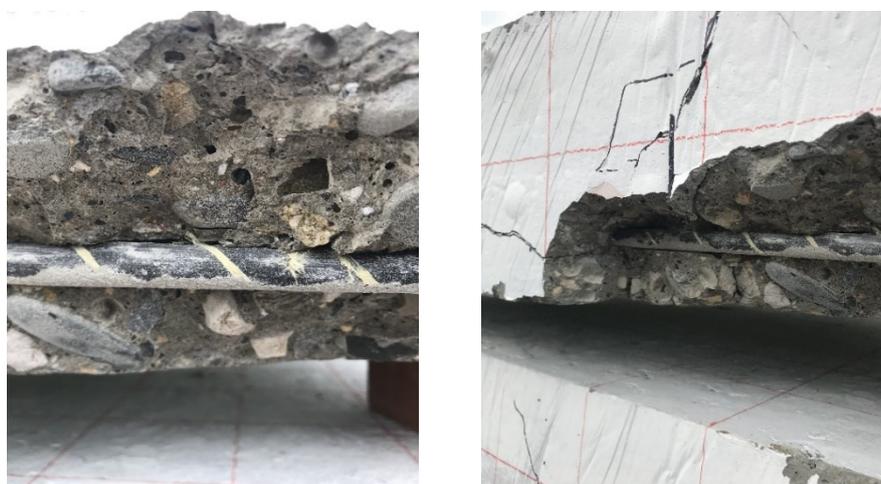


*Fotografía 64. Fisuración adelante y atrás de la losa CFRP-2*



*Fotografía 65. Proceso de carga de la losa CFRP-2*

En el cuarto ciclo se lleva la carga al 100% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 16600 kg, pero solamente se llega a una carga de 12100, sin superar la carga máxima del ciclo anterior de 75%, el proceso de fisuración continua, incrementándose el ancho de las grietas y las deflexiones en el elemento (fotografía 64), se alcanza una deflexión máxima de 60.29 mm y ya no se descarga pues la losa falla. Queda una deflexión residual de 52 mm.



*Fotografía 66. Fallo de la adherencia entre concreto y barra CFRP losa CFRP-2*

Como observación patológica posterior al ensayo del elemento fallado, se observa claramente la pérdida de adherencia entre el concreto y la barra de CFRP (fotografía 66), se observa el desplazamiento del material de las bandas amarillas de su posición original y las rayaduras en las barras, producidas por el agregado en la superficie de estas (fotografía 67). Se deduce que con las altas cargas que sufrió la losa, el contacto concreto-barra de CFRP falla por adherencia y hay deslizamiento de la barra de CFRP dentro de la masa de concreto cercana a 2.3 cm, causando la pérdida de adherencia en la zona central de la luz y produciendo una mayor deflexión en el elemento.



*Fotografía 67. Rayaduras superficie barra de CFRP por deslizamiento de la barra de CFRP debida a la pérdida de adherencia.*



*Fotografía 68. Imagen aumentada de la foto anterior donde se ve el arrancamiento de la fibra amarilla del refuerzo CFRP, falla por adherencia en la zona de contacto Refuerzo- Concreto*

### PROCESO DE CARGA Y DEFLEXIÓN DEL ELEMENTO CFRP-3 (18X4) (24-04-2023)

El primer ciclo de carga corresponde a la carga de fisuración del elemento, 1200 kg, en donde este tiene un comportamiento elástico pues retorna rápidamente a la deformación cero y solamente conserva una deformación residual de 1.54 mm. No se observa ningún tipo de fisuración.



*Fotografía 69. Proceso de carga y deflexión del elemento CFRP-3*

El segundo ciclo se carga hasta el 25% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 5400 kg, y se descarga, se alcanza un tope de carga de 5400 kg con una deflexión máxima de 11.00 mm y una deflexión residual de 4.85 mm. Se observan fisuras evidentes en el elemento, sin embargo, se observa un aumento de las deflexiones en la zona de máximos esfuerzos, como se ve en la gráfica 69, aumentando la deflexión residual.



*Fotografía 70. Fisuración causada por la carga del elemento CFRP-3*

El segundo ciclo se carga hasta el 50% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 10800 kg, se alcanza la máxima carga esperada del ciclo y se evidencian fisuras en la zona central baja de la

losa, siendo más anchas en este ciclo. Se alcanza un deflexión máxima de 32.59 mm y una deflexión residual de 10.36 mm.

#### LOSA CFRP 3 (18X4)

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$	
N°		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)	
1	FISURAMIENTO	0,00	1,54	1,54	1200			
2	25%	0,33	11,00	4,85	5400			
3	50%	4,92	32,59	10,36	10800			
4	75%	10,32	56,81	10,50	15600	7.800	76	
5	100%	No se realizo pues la losa colapso en el ciclo de 75%						

Enseguida se procede con el tercer ciclo hasta 75% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 16200 kg, esta carga no se alcanza pues la losa falla al llegar a 15600 kg. Se alcanza un deflexión máxima de 56.81 mm, la deflexión residual es 10.50 mm y el elemento falla. Las grietas a tensión incrementan su ancho (fotografía 71).



Fotografía 71. Deflexión del elemento CFRP-3 en ciclos 50 y 75%

#### PROCESO DE CARGA Y DEFLEXIÓN DEL ELEMENTO CFRP-4 (12X2) 26.04.2023

El primer ciclo de carga corresponde al 25% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 1570 kg, la losa tiene un comportamiento elástico pues regresa rápidamente a la deformación cero cuando cesa la carga aplicada, no conserva deformación residual.

#### LOSA CFRP 4 (12X2)

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$	
N°		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)	
1	25%	0,00	0,96	0,06	1500			
2	50%	0,15	35,65	16,00	2400			
3	75%	16,40	74,79	22,00	3620	1.810	18	
4	100%	No se realizo pues la losa colapso en el ciclo de 75%						

El segundo ciclo se carga hasta el 50% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 3140 kg, se alcanza a cargar hasta 2400 kg y se descarga. Las primeras grietas 1, 2 y 3 se presentan a una carga de 1600 kg, es en este momento cuando el gato hidráulico pierde autónomamente carga, descendiendo hasta situarse en 800 kg, mientras la losa aumenta su deformación de 1.12 a 2.90 mm; continúa la aplicación de carga de ciclo y se alcanza una carga tope al final del ciclo de 2400 kg con una deflexión máxima de 35.65 mm, al descargar la losa mantiene una deformación residual de 16,00 mm.

Prosiguiendo con el ensayo se adelanta el tercer ciclo hasta 75% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 4710 kg, pero la losa solamente alcanza a soportar una carga de 3620 kg pues se presenta la falla con lo que no recibe más carga, en consecuencia, se termina el ensayo y se descarga. En este ciclo se presenta una pérdida en energía al bajar repentinamente la carga de 1600 kg a 800 mm y aumenta el ancho de las fisuras con relación a los ciclos precedentes. En este ciclo la deflexión tiene un máximo de 74,79 mm de deflexión y queda una deflexión residual de 22 mm.



*Fotografía 72. Proceso de carga y deflexión del elemento CFRP-4*

Es de resaltar que durante el ciclo dos de 50% de carga aparecen fisuras longitudinales sobre la cara superior de la losa en el sitio donde se hayan colocadas las varillas de CFRP.



*Fotografía 73. Ciclo 50% de carga, fisuras longitudinales sobre la cara superior losa*

## PROCESO DE CARGA Y DEFLEXIÓN DEL ELEMENTO CFRP-5 (12X4) (24-04-2023)

El primer ciclo de carga corresponde a la carga teórica 25% de resistencia del elemento, 2810 kg, alcanzando experimentalmente 2700 kg con una deflexión máxima de 17,57 mm, el elemento tiene un comportamiento elástico pues retorna rápidamente a la posición plana y conserva una deformación residual de 7,16 mm. No se observa ningún tipo de fisuración.

### LOSA CFRP 5 (12X4)

CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$	
N°		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)	
1	25%	0,00	17,57	7,16	2700			
2	50%	7,95	56,12	17,01	5700			
3	75%	16,78	67,72	20,00	6750	3.375	33	
4	100%	No se realizo pues la losa colapso en el ciclo de 75%						



Fotografía 74. Proceso carga y deflexión elemento CFRP-5

El segundo ciclo se carga hasta el 50% de la carga última teórica de resistencia del elemento 5630 kg y se descarga. Se alcanza un tope de carga de 5700 kg con una deflexión máxima de 56,12 mm y una deflexión residual de 17.01 mm. Se observan fisuras 1, 2, 3, 4 visibles en el elemento, se observa un aumento de las ancho de las grietas en la zona de máximos esfuerzos como se ve en la Foto 75, aumentando la deflexión residual.



Fotografía 75. Ciclo 50% de carga, aparecen fisuras elemento CFRP-5

El tercer ciclo de carga se va hasta 75% de la carga última teórica de resistencia del elemento 8440 kg, se alcanza una carga experimental de 6750 kg máxima en el del ciclo en el momento de falla y se muestran las fisuras 1 a 9, en la zona central baja de la losa siendo en este ciclo más anchas. Se alcanza una deflexión máxima de 67.72 mm durante la carga y una deflexión residual de 20.00 mm Fotografía 77.



*Fotografía 76. Proceso de carga, deflexión del elemento CFRP-5, Tercer ciclo 75%*

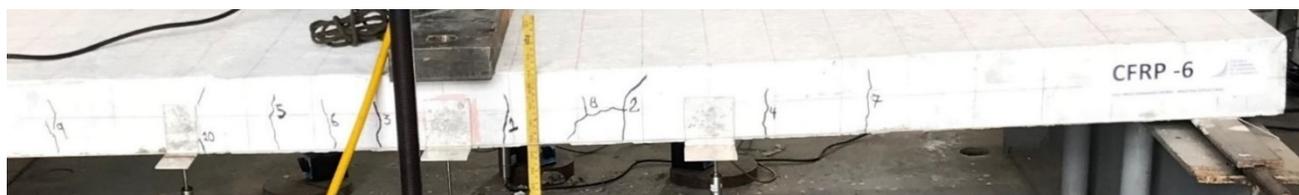
En la zona central superior de la losa se observa la falla por aplastamiento del concreto mientras las fibras inferiores de la losa se alargan a tensión. Allí donde está el refuerzo de CFRP presenta fisuramiento, cuando cesa la carga la deflexión se recupera de una forma rápida dejando una poca deformación residual. Este comportamiento es explicado porque la cuantía real del elemento es 0,0606 o sea que está por encima de la Cuantía balanceada teórica calculada 0,00224. La losa esta sobre-reforzada.



*Fotografía 77. zona central superior losa, falla por aplastamiento del concreto.*

## PROCESO DE CARGA Y DEFLEXIÓN DEL ELEMENTO C6 (12X7) 26.04.2023

El primer ciclo de carga corresponde a la carga teórica del 25% de resistencia del elemento, 4200 kg, alcanzando experimentalmente 4200 kg con una deflexión máxima de 29,04 mm, el elemento tiene un comportamiento plástico desarrollando curvatura bajo las cargas y apareciendo las fisuras 1, 2, 3 al tener una carga de 1800 kg, luego, a 3300 kg, se presentan las fisuras 4, 5 y 6, y al alcanzar 4100 kg aparecen las fisuras 7, 8, 9 y 10. Seguidamente, se suspende la carga del ciclo procediendo a descargar la losa, el elemento conserva una deformación residual de 11,06 mm cuando la descarga es terminada (gráfica 50).



*Fotografía 78. Primer ciclo, carga al 25% se presentan fisuras del 1 al 6.*

### LOSA CFRP 6 (12X7)

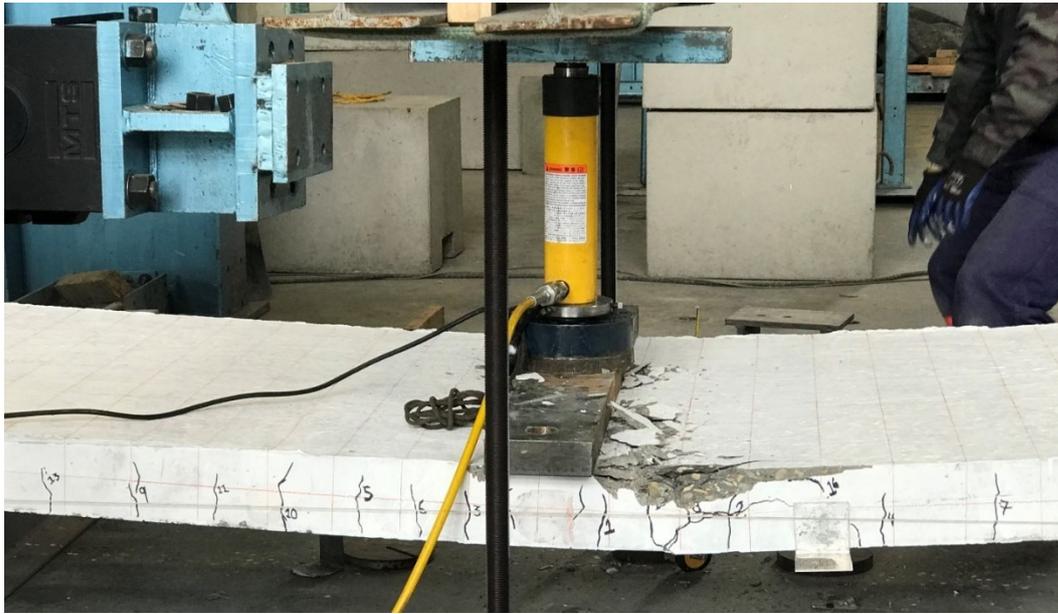
CICLO	ETAPA DE CARGA	DEFLEXION INICIAL	DEFLEXION MAXIMA EN CARGA	DEFLEXION PERMANENTE AL FINAL DE LA DESCARGA	CARGA MAXIMA ALCANZADA	$V_c$	$V_c$	
N°		(mm)	(mm)	(mm)	(kgf)	(kgf)	(kN)	
1	25%	0,00	29,04	11,06	4200			
2	50%	10,85	67,76	18,87	8100			
3	75%	19,68	92,49	43,00	10900	5.450	53	
4	100%	No se realizo pues la losa colapso en el ciclo de 75%						

El segundo ciclo se carga hasta el 50% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 8150 kg, y se descarga, se alcanza un tope de carga de 8100 kg con una deflexión máxima de 67,76 mm y una deflexión residual de 18.87 mm. El ancho de las fisuras observadas en el primer ciclo continúa aumentando en la zona de máximos esfuerzos, aumentando la deflexión residual (fotografía 80).



*Fotografía 79. Segundo ciclo, carga al 50%, fisuras continúan siendo más anchas.*

El tercer ciclo de carga se va hasta 75% de la carga última teórica de resistencia del elemento, 12230 kg, en el proceso de carga experimental se consigue llegar a 10900 kg, carga máxima del ciclo en el momento de falla y se muestran las fisuras 1 a 10 mucho más abiertas en la zona central baja de la losa. Se alcanza una deflexión máxima de 92.49 mm durante la carga y una deflexión residual de 20.00 mm. En la zona central de la losa se observa la falla del concreto por aplastamiento del material (fotografía 80).



*Fotografía 80. Tercer ciclo carga 75% las fisuras se abren mucho más y la losa falla.*

Al final del ciclo se eliminan los LDVT, pues su carrera es superada y pierden la capacidad de registrar deflexiones de tal magnitud; el elemento falla por aplastamiento del concreto en la zona central a compresión.



*Fotografía 81. Se retiran los LVDT pues su alcance se desbordo y se carga hasta la falla final*

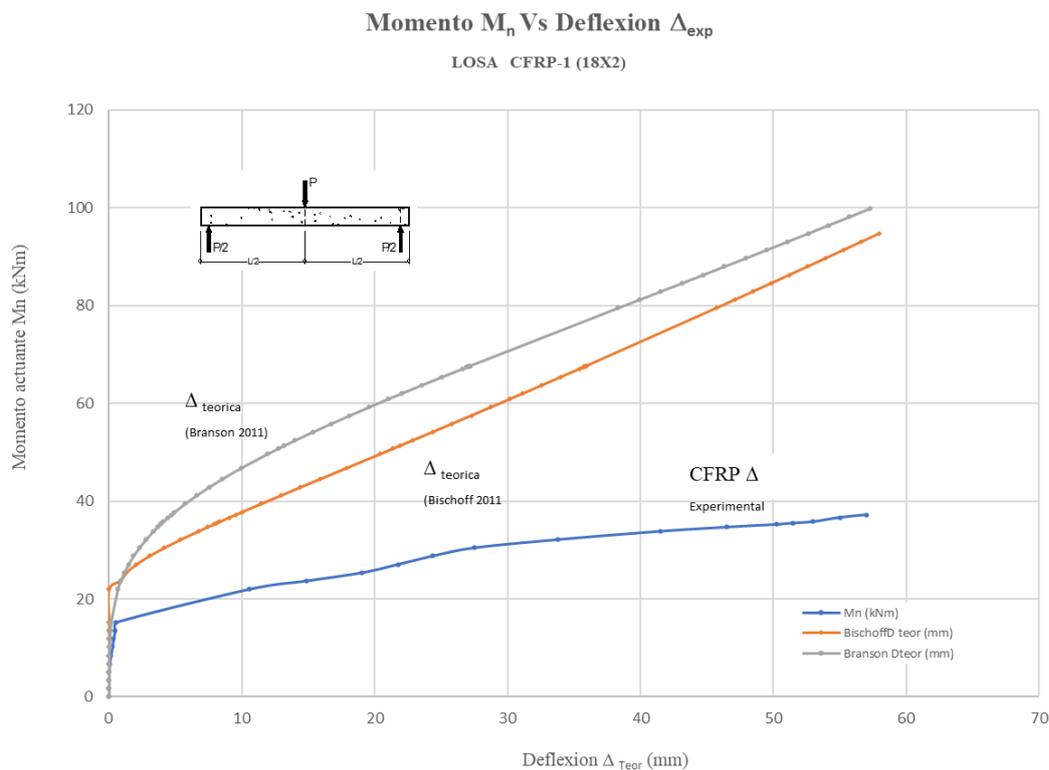
## **F. ANEXO: CÁLCULO DE DEFLEXIONES.**

## ANEXO: CÁLCULO DE DEFLEXIONES.

Debido al hecho de que las deflexiones teóricas han sido calculadas en el centro de la losa, zona donde se produce el momento máximo, es allí donde se colocan los LVDT; cuando se hacen las pruebas de carga y descarga es en el centro de la losa donde se producirán las mayores deformaciones esperadas. Para obtener estas mediciones experimentales de las deflexiones se colocan dos LVDT, uno en el eje y dos más, uno a cada lado del eje, a una distancia de un cuarto de la luz de la losa, en el sitio donde se presenta el punto de inflexión de la curvatura, generada por cargas del gato hidráulico en el montaje del laboratorio. Se colocan seis LDVT por losa, tres en la parte frontal y tres en la parte trasera, como se explicó previamente en el numeral 5.3.

El cálculo teórico de deflexiones se basó en la formulación presentada en el estado del arte (numeral 5, metodologías de Branson y Bischoff), el cálculo de los momentos máximos teóricos no fue cercano a los valores del momento máximo experimental siendo estos superiores a los obtenidos experimentalmente, lo que va en contra de la seguridad.

### Deflexiones losa CFRP-1 (18X2)

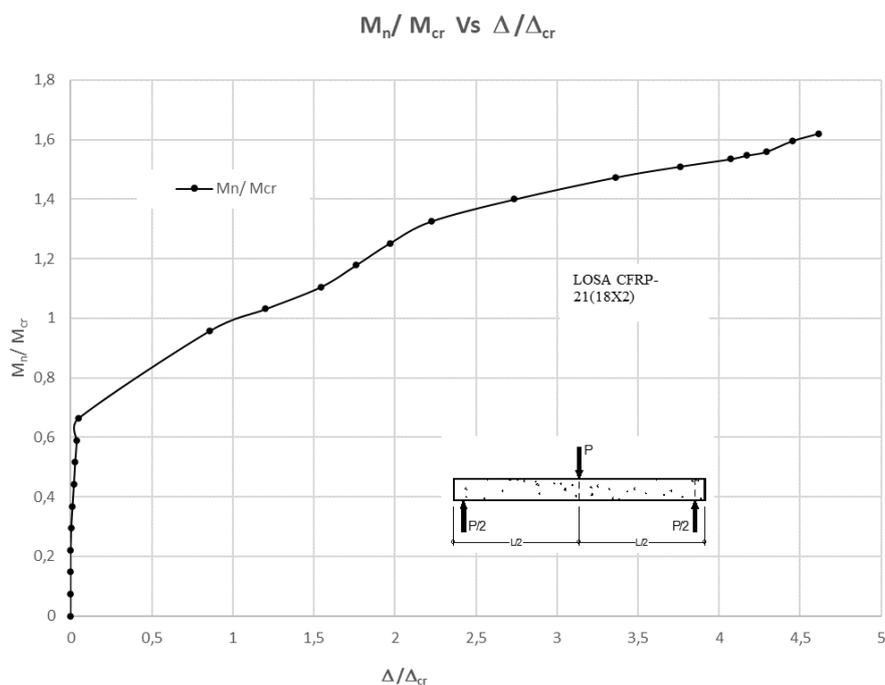


*Grafica 64. Momento  $M_n$  Vs Deflexión losa CFRP-1 (Tabla 48)*

En cuanto a la predicción de la deflexión de las losas, los valores calculados mediante el método de Bischoff y Branson, son limitados con respecto a las deflexiones experimentales; En la gráfica 64 comparativas de los resultados teórico vs. experimental, se muestran estas diferencias, para un momento flector dado las deflexiones experimentales son mayores que las teóricas. Lo anterior se

explica por los siguientes factores: 1-las barras de CFRP usadas tienen un revestimiento externo similar a la arena fina la cual produce una adherencia débil al concreto. 2- La barras de CFRP usadas no tienen los pliegues o corrugas como las que posee una barra de acero de refuerzo de común uso en la construcción en Colombia. Estas dos características pueden ser consideradas como un defecto contra la calidad de la adherencia que debería tener el refuerzo CFRP con el concreto circundante y propicia el deslizamiento de las barras de CFRP dentro de la masa de concreto. La zona de unión entre la barra de Refuerzo CFRP y Concreto debe tener un muy buen corrugado pues en esa superficie se transmiten los esfuerzos de tensión que soporta el refuerzo al concreto. Al no existir un buena adherencia se produce la separación de los dos elementos Concreto-refuerzo originando la falla más acelerada por deflexión como se ve en la fisuración excesiva y la deflexión más grande de estos elementos por encima del cálculo teórico hecho con Bischoff y Barton. El estudio de Gooranorimi llevo a tener la siguiente conclusión que puede explicar el fenómeno del presente trabajo así: *“Teniendo en cuenta el deslizamiento entre la armadura y el hormigón, se obtuvieron **predicciones más realistas y precisas** del comportamiento a flexión en comparación con el caso que no consideró ningún deslizamiento”*. En ese orden de ideas el Método de Barton y Bishoff no tienen en cuenta la adherencia Refuerzo-concreto del elemento trabajado. Es de notar igualmente que la alta resistencia del concreto promedio 58,9 MPa ayudo a que la falla de la losa no fuera dúctil pues la masa del concreto ejerció fuerzas de confinamiento mucho más fuertes sobre el refuerzo de CFRP-RC que impidió un colapso más acelerado.

La gráfica 65 muestra la relación de momento actuante a momento de agrietamiento vs. la deflexión actuante sobre la deflexión de agrietamiento.



Gráfica 65. Relación de Momentos y Deflexiones (Tabla 48)

Tabla 49. Deflexiones Losa CFRP-1 (Tabla 48)

N°	P Experimental		CFRP $\Delta_{exp}$	$M_n$	$I_e$	Bischoff $\Delta_{teor}$	$I_e$	Branson $\Delta_{teor}$	Branson $\Delta_{teor} /$ Bischoff $\Delta_{teor}$	$M_n / M_{cr}$	$\Delta / \Delta_{cr}$
	(kg)	(kN)									
1	0	0,0	0,00	0,00	0,0,E+00	0,00	0,00,E+00	0,000		0,00	0,00
2	300	2,9	0,00	1,69	4,6,E+08	0,00	1,10,E+00	0,000		0,07	0,00
3	600	5,9	0,00	3,38	4,6,E+08	0,00	1,38,E-01	0,000		0,15	0,00
4	900	8,8	0,00	5,08	4,6,E+08	0,00	4,08,E-02	0,002		0,22	0,00
5	1200	11,8	0,04	6,77	4,6,E+08	0,00	1,72,E-02	0,006		0,29	0,00
6	1500	14,7	0,14	8,46	4,6,E+08	0,00	8,83,E-03	0,015		0,37	0,01
7	1800	17,7	0,25	10,15	4,6,E+08	0,00	5,12,E-03	0,031		0,44	0,02
8	2100	20,6	0,34	11,84	4,6,E+08	0,00	3,23,E-03	0,058		0,52	0,03
9	2400	23,5	0,47	13,53	4,6,E+08	0,00	2,17,E-03	0,099		0,59	0,04
10	2700	26,5	0,56	15,23	4,6,E+08	0,00	1,53,E-03	0,157		0,66	0,05
11	3900	38,2	10,58	21,99	4,6,E+08	0,00	5,23,E-04	0,665		0,96	0,86
12	4200	41,2	14,85	23,68	4,4,E-04	0,85	4,23,E-04	0,885		1,03	1,20
13	4500	44,1	19,06	25,38	3,1,E-04	1,30	3,48,E-04	1,152		1,10	1,54
14	4800	47,1	21,76	27,07	2,1,E-04	2,06	2,91,E-04	1,471		1,18	1,76
15	5100	50,0	24,33	28,76	1,5,E-04	3,04	2,46,E-04	1,847		1,25	1,97
16	5400	53,0	27,50	30,45	1,2,E-04	4,17	2,11,E-04	2,283		1,33	2,23
17	5700	55,9	33,81	32,14	9,4,E-05	5,41	1,83,E-04	2,782		1,40	2,74
18	6000	58,8	41,53	33,83	7,9,E-05	6,74	1,60,E-04	3,348		1,47	3,36
19	6150	60,3	46,46	34,68	7,4,E-05	7,42	1,50,E-04	3,656		1,51	3,76
20	6250	61,3	50,25	35,24	7,1,E-05	7,88	1,44,E-04	3,872	0,5	1,53	4,07
21	6300	61,8	51,50	35,53	6,9,E-05	8,12	1,41,E-04	3,982	0,5	1,55	4,17
22	6350	62,3	53,00	35,81	6,8,E-05	8,35	1,38,E-04	4,095	0,5	1,56	4,29
23	6500	63,7	55,00	36,65	6,4,E-05	9,06	1,30,E-04	4,444	0,5	1,60	4,45
24	6600	64,7	57,00	37,22	6,2,E-05	9,54	1,26,E-04	4,686	0,5	1,62	4,62

## Deflexiones losa CFRP-2 (18X3)

Momento  $M_n$  Vs Deflexion  $\Delta_{exp}$ 

LOSA CFRP-2 (18X3)

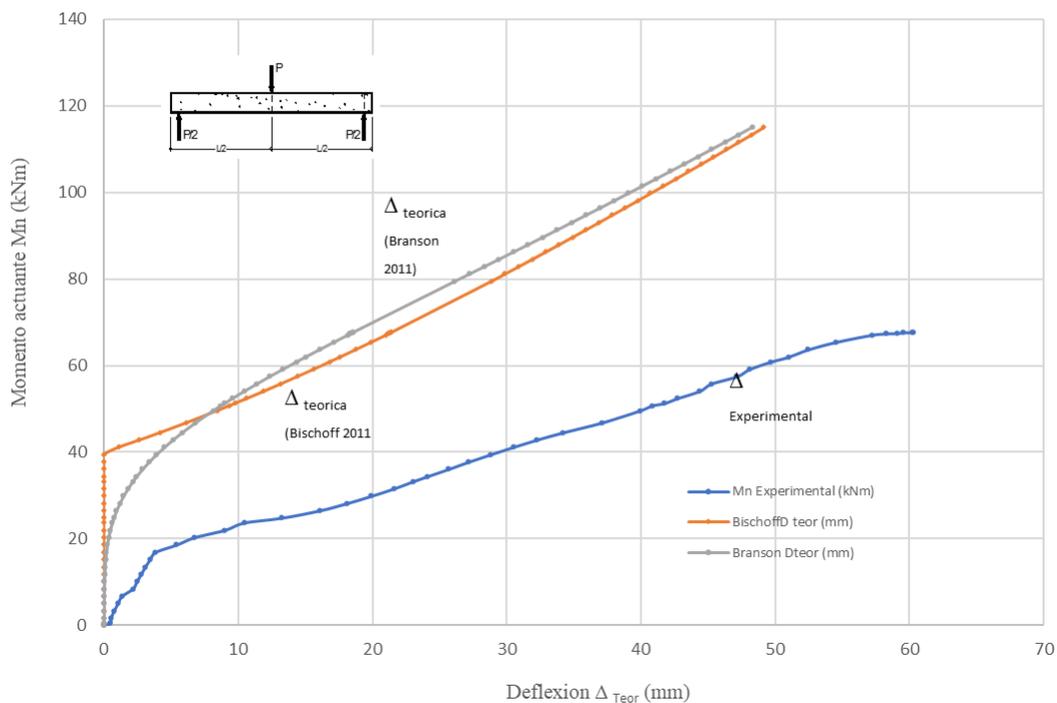
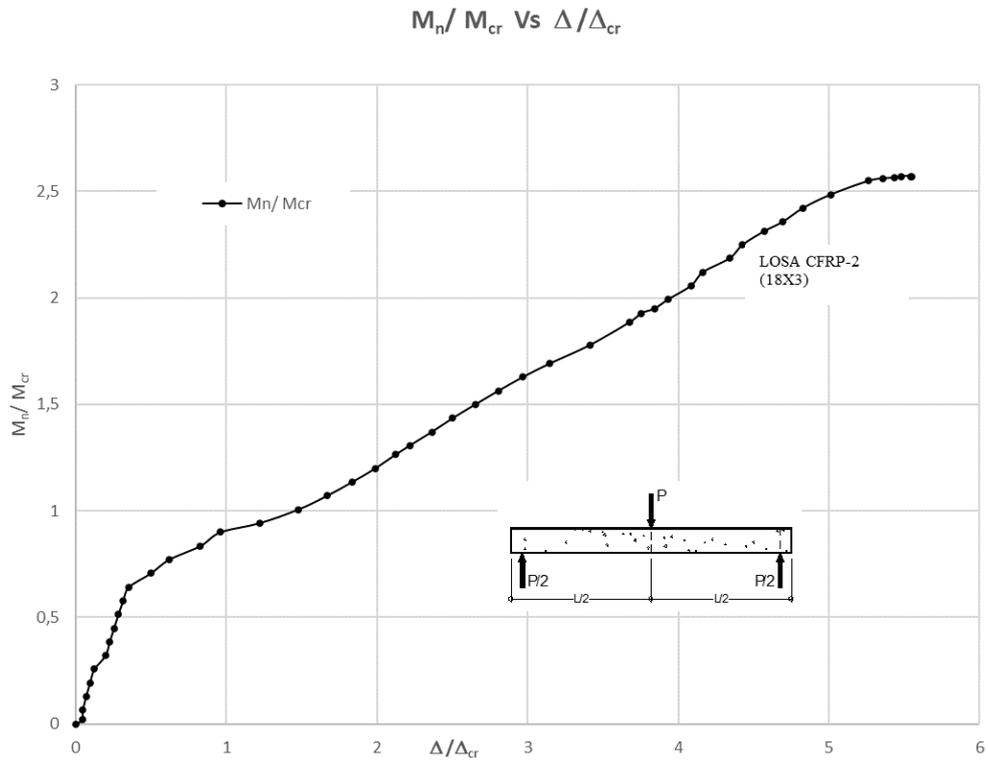
Gráfica 66. Momento  $M_n$  Vs Deflexión losa CFRP-2 - (Tabla 49)

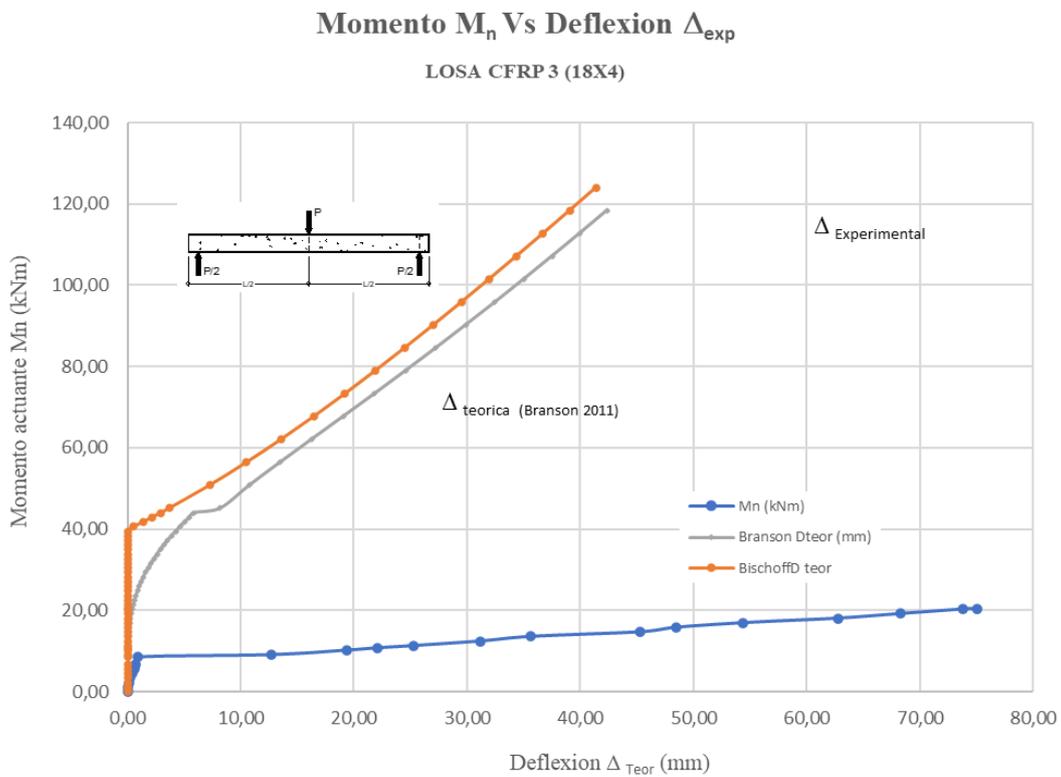
Tabla 50. Deflexiones Losa CFRP-2

N°	P Experimental		$\Delta_{exp}$ (mm)	$M_n$ Experimental (kNm)	$I_e$ m <sup>4</sup>	Bischoff $\Delta_{teor}$ (mm)	$I_e$ m <sup>4</sup>	Branson $\Delta_{teor}$ (mm)	Branson $\Delta_{teor}/$ Bischoff $\Delta_{teor}$	$M_n/M_{cr}$	$\Delta / \Delta_{cr}$
	(kg)	(kN)									
1	0	0,0	0,00	0,00	0,0,E+00	0,00	0,00,E+00	0,000		0,00	0,00
2	100	1,0	0,47	0,56	4,6,E+08	0,00	4,37,E+01	0,000		0,02	0,04
3	300	2,9	0,50	1,69	4,6,E+08	0,00	1,62,E+00	0,000		0,06	0,05
4	600	5,9	0,74	3,38	4,6,E+08	0,00	2,02,E-01	0,000		0,13	0,07
5	900	8,8	1,02	5,08	4,6,E+08	0,00	5,99,E-02	0,001		0,19	0,09
6	1200	11,8	1,34	6,77	4,6,E+08	0,00	2,53,E-02	0,004		0,26	0,12
7	1500	14,7	2,14	8,46	4,6,E+08	0,00	1,30,E-02	0,010		0,32	0,20
8	1800	17,7	2,44	10,15	4,6,E+08	0,00	7,52,E-03	0,021		0,39	0,22
9	2100	20,6	2,76	11,84	4,6,E+08	0,00	4,75,E-03	0,039		0,45	0,25
10	2400	23,5	3,07	13,53	4,6,E+08	0,00	3,19,E-03	0,067		0,51	0,28
11	2700	26,5	3,42	15,23	4,6,E+08	0,00	2,25,E-03	0,107		0,58	0,31
12	3000	29,4	3,83	16,92	4,6,E+08	0,00	1,65,E-03	0,162		0,64	0,35
13	3300	32,4	5,41	18,61	4,6,E+08	0,00	1,25,E-03	0,236		0,71	0,50
14	3600	35,3	6,73	20,30	4,6,E+08	0,00	9,68,E-04	0,331		0,77	0,62
15	3900	38,2	8,98	21,99	4,6,E+08	0,00	7,69,E-04	0,452		0,84	0,83
16	4200	41,2	10,43	23,68	4,6,E+08	0,00	6,22,E-04	0,602		0,90	0,96
17	4400	43,1	13,24	24,81	4,6,E+08	0,00	5,45,E-04	0,720		0,94	1,22
18	4700	46,1	16,05	26,50	4,6,E+08	0,00	4,53,E-04	0,925		1,01	1,48
19	5000	49,0	18,12	28,19	4,6,E+08	0,00	3,82,E-04	1,167		1,07	1,67
20	5300	52,0	19,92	29,89	4,6,E+08	0,00	3,26,E-04	1,450		1,14	1,83
21	5600	54,9	21,60	31,58	4,6,E+08	0,00	2,81,E-04	1,776		1,20	1,99
22	5900	57,9	23,05	33,27	4,6,E+08	0,00	2,45,E-04	2,146		1,26	2,12
23	6100	59,8	24,07	34,40	4,6,E+08	0,00	2,25,E-04	2,418		1,31	2,22
24	6400	62,8	25,67	36,09	4,6,E+08	0,00	1,99,E-04	2,866		1,37	2,36
25	6700	65,7	27,17	37,78	4,6,E+08	0,00	1,78,E-04	3,361		1,44	2,50
26	7000	68,6	28,80	39,47	4,6,E+08	0,00	1,60,E-04	3,904		1,50	2,65
27	7300	71,6	30,47	41,16	6,0,E-04	1,08	1,45,E-04	4,495	4,2	1,56	2,80
28	7600	74,5	32,24	42,86	2,6,E-04	2,65	1,32,E-04	5,133	1,9	1,63	2,97
29	7900	77,5	34,21	44,55	1,7,E-04	4,16	1,21,E-04	5,816	1,4	1,69	3,15
30	8300	81,4	37,07	46,80	1,2,E-04	6,10	1,09,E-04	6,795	1,1	1,78	3,41
31	8800	86,3	39,93	49,62	9,3,E-05	8,42	9,66,E-05	8,121	1,0	1,89	3,67
32	9000	88,3	40,81	50,75	8,6,E-05	9,31	9,24,E-05	8,681	0,9	1,93	3,76
33	9100	89,2	41,73	51,31	8,3,E-05	9,76	9,05,E-05	8,967	0,9	1,95	3,84
34	9300	91,2	42,71	52,44	7,8,E-05	10,63	8,68,E-05	9,550	0,9	1,99	3,93
35	9600	94,1	44,36	54,13	7,2,E-05	11,92	8,19,E-05	10,452	0,9	2,06	4,08
36	9900	97,1	45,24	55,83	6,7,E-05	13,17	7,75,E-05	11,384	0,9	2,12	4,16
37	10200	100,0	47,14	57,52	6,3,E-05	14,41	7,37,E-05	12,342	0,9	2,19	4,34
38	10500	103,0	48,10	59,21	6,0,E-05	15,62	7,02,E-05	13,325	0,9	2,25	4,43
39	10800	105,9	49,68	60,90	5,7,E-05	16,80	6,72,E-05	14,329	0,9	2,31	4,57
40	11000	107,9	50,99	62,03	5,6,E-05	17,59	6,53,E-05	15,009	0,9	2,36	4,69
41	11300	110,8	52,44	63,72	5,4,E-05	18,74	6,28,E-05	16,044	0,9	2,42	4,83
42	11600	113,8	54,48	65,41	5,2,E-05	19,88	6,05,E-05	17,092	0,9	2,49	5,01
43	11900	116,7	57,20	67,10	5,1,E-05	21,00	5,84,E-05	18,153	0,9	2,55	5,26
44	11950	117,2	58,22	67,39	5,0,E-05	21,19	5,81,E-05	18,331	0,9	2,56	5,36
45	11970	117,4	59,09	67,50	5,0,E-05	21,26	5,80,E-05	18,402	0,9	2,56	5,44
46	12000	117,7	59,52	67,67	5,0,E-05	21,37	5,78,E-05	18,509	0,9	2,57	5,48
47	12000	117,7	60,30	67,67	5,0,E-05	21,37	5,78,E-05	18,509	0,9	2,57	5,55
48	12000	117,7	60,21	67,67	5,0,E-05	21,37	5,78,E-05	18,509	0,9	2,57	5,54

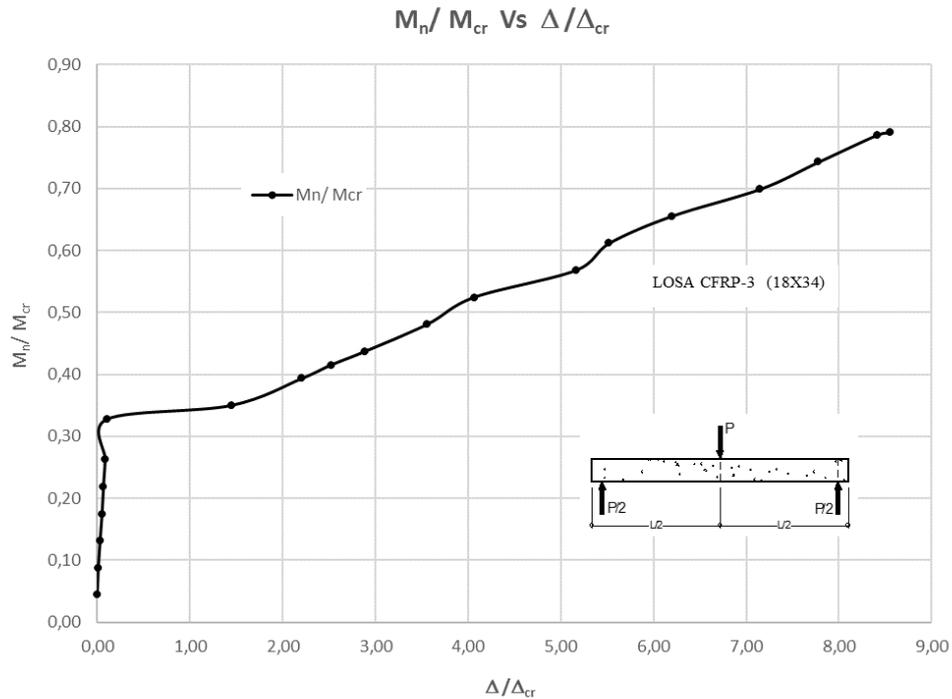


Grafica 67.  $M_n / M_{cr}$  vs  $\Delta / \Delta_{cr}$  Losa CFRP-2- (Tabla 49)

**Deflexiones losa CFRP-3 (18x4)**



Grafica 68. Momento  $M_n$  Vs Deflexión losa CFRP-3-( Tabla 50)

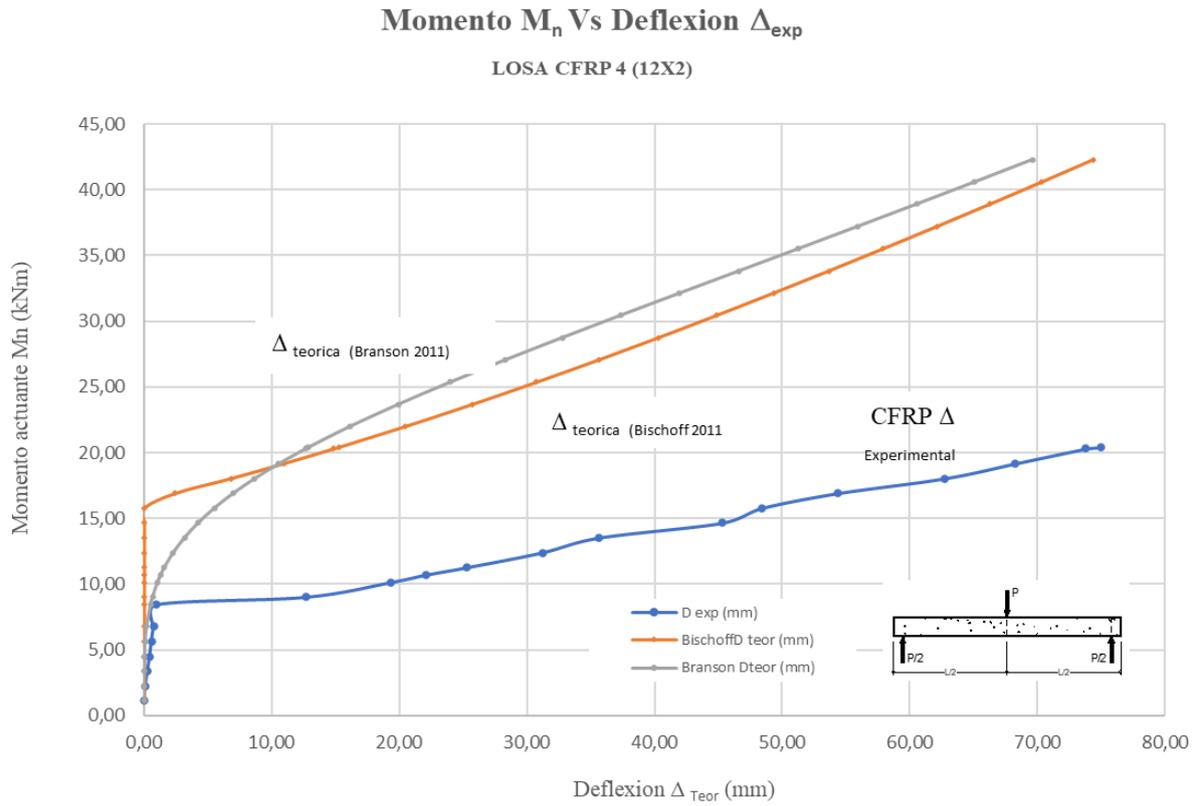


Grafica 69.  $M_n / M_{cr}$  vs.  $\Delta / \Delta_{cr}$  Losa CFRP3 (CFRP18x4) -(Tabla 50)

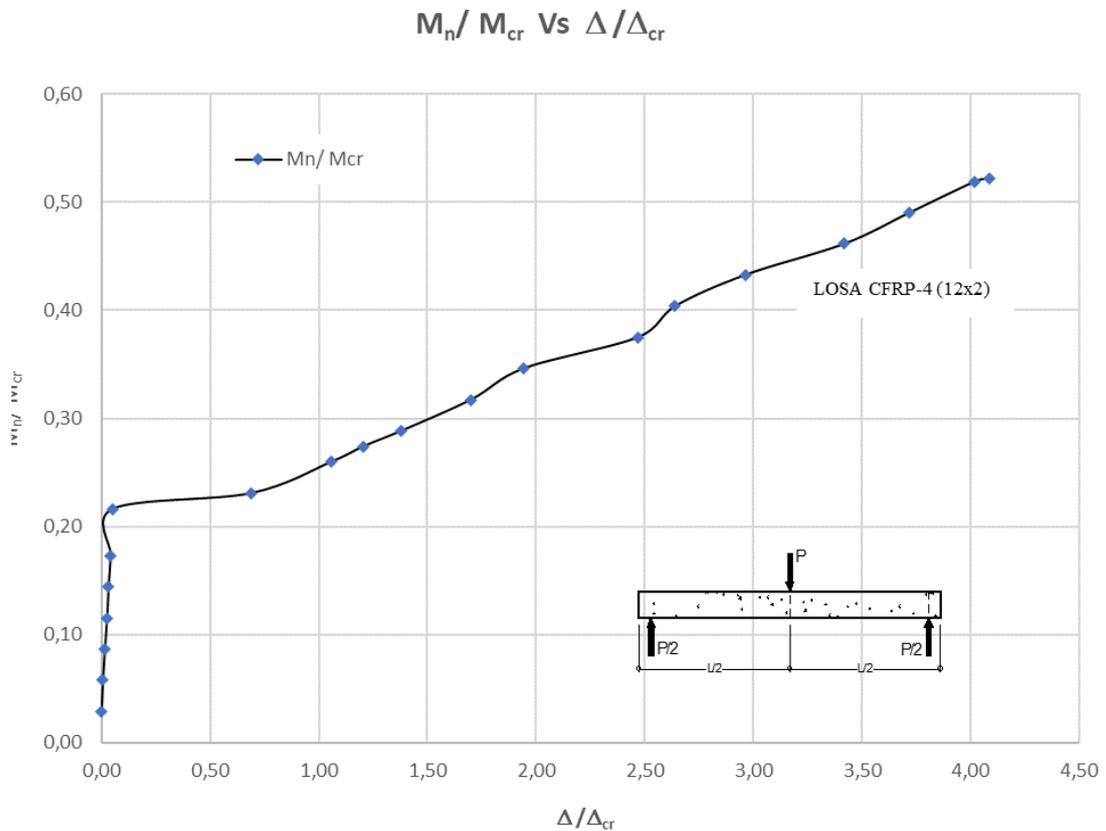
Tabla 51. Deflexiones Losa CFRP-3

N°	P Experimental		$\Delta_{exp}$	$M_n$	$I_e$	Bischoff $\Delta_{teor}$	$I_e$	Branson $\Delta_{teor}$	Vc	$M_n / M_{cr}$	$\Delta / \Delta_{cr}$
	(kg)	(kN)									
	0	0	0,00	0,00	0	0	0	0			
1	200	2,0	0,00	1,13	4,6,E+08	0,00	5,04,E+00	0,000	100	0,04	0,00
2	400	3,9	0,11	2,26	4,6,E+08	0,00	6,30,E-01	0,000	200	0,09	0,01
3	600	5,9	0,27	3,38	4,6,E+08	0,00	1,87,E-01	0,000	300	0,13	0,03
4	800	7,8	0,46	4,51	4,6,E+08	0,00	7,88,E-02	0,001	400	0,17	0,05
5	1000	9,8	0,59	5,64	4,6,E+08	0,00	4,04,E-02	0,002	500	0,22	0,07
6	1200	11,8	0,76	6,77	4,6,E+08	0,00	2,34,E-02	0,005	600	0,26	0,09
7	1500	14,7	0,96	8,46	4,6,E+08	0,00	1,20,E-02	0,011	750	0,33	0,11
8	1600	15,7	12,66	9,02	4,6,E+08	0,00	9,88,E-03	0,014	800	0,35	1,44
9	1800	17,7	19,36	10,15	4,6,E+08	0,00	6,95,E-03	0,023	900	0,39	2,21
10	1900	18,6	22,12	10,71	4,6,E+08	0,00	5,92,E-03	0,029	950	0,41	2,52
11	2000	19,6	25,32	11,28	4,6,E+08	0,00	5,08,E-03	0,035	1000	0,44	2,89
12	2200	21,6	31,20	12,41	4,6,E+08	0,00	3,83,E-03	0,051	1100	0,48	3,56
13	2400	23,5	35,65	13,53	4,6,E+08	0,00	2,96,E-03	0,072	1200	0,52	4,06
14	2600	25,5	45,28	14,66	4,6,E+08	0,00	2,34,E-03	0,099	1300	0,57	5,16
15	2800	27,5	48,43	15,79	4,6,E+08	0,00	1,88,E-03	0,133	1400	0,61	5,52
16	3000	29,4	54,36	16,92	4,6,E+08	0,00	1,54,E-03	0,174	1500	0,66	6,20
17	3200	31,4	62,74	18,04	4,6,E+08	0,00	1,27,E-03	0,224	1600	0,70	7,15
18	3400	33,3	68,24	19,17	4,6,E+08	0,00	1,07,E-03	0,284	1700	0,74	7,78
19	3600	35,3	73,78	20,30	4,6,E+08	0,00	9,06,E-04	0,354	1800	0,79	8,41
20	3620	35,5	75,00	20,41	4,6,E+08	0,00	8,92,E-04	0,362	1810	0,79	8,55

**Deflexiones losa CFRP-4-12x2**



Grafica 70. Momento  $M_n$  Vs Deflexión losa CFRP-4- (Tabla 51)

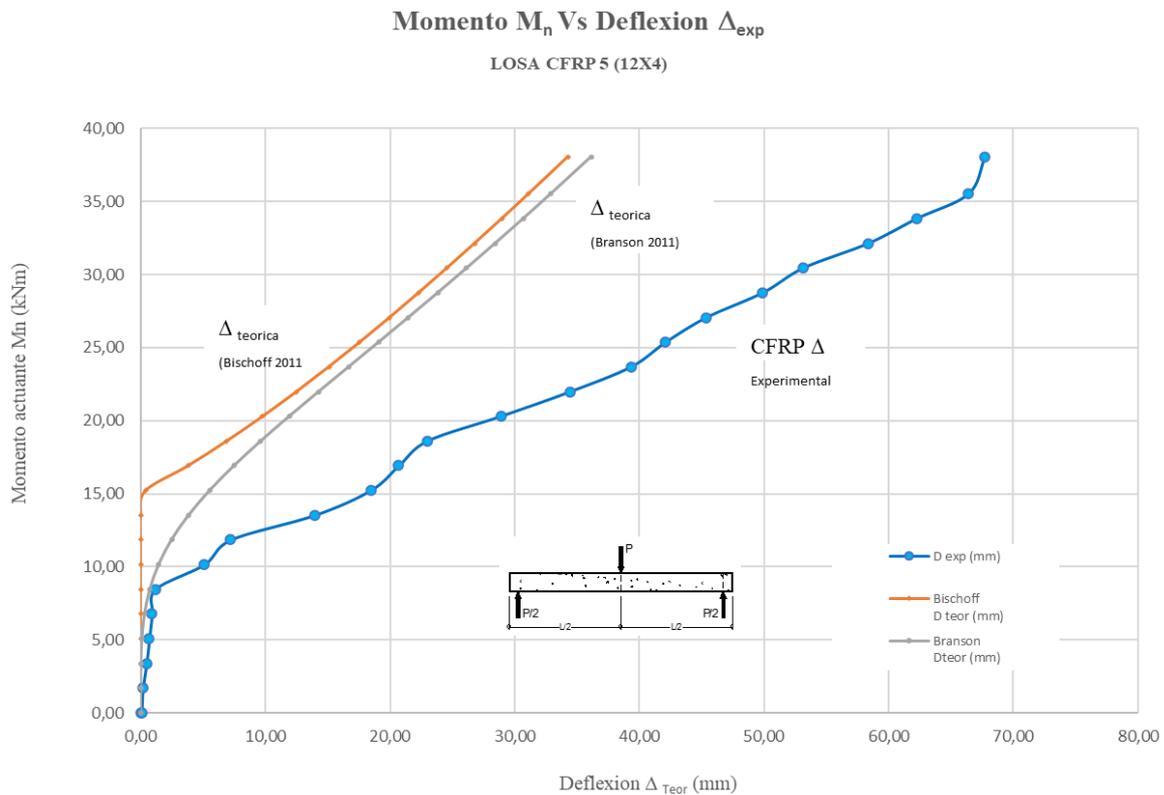


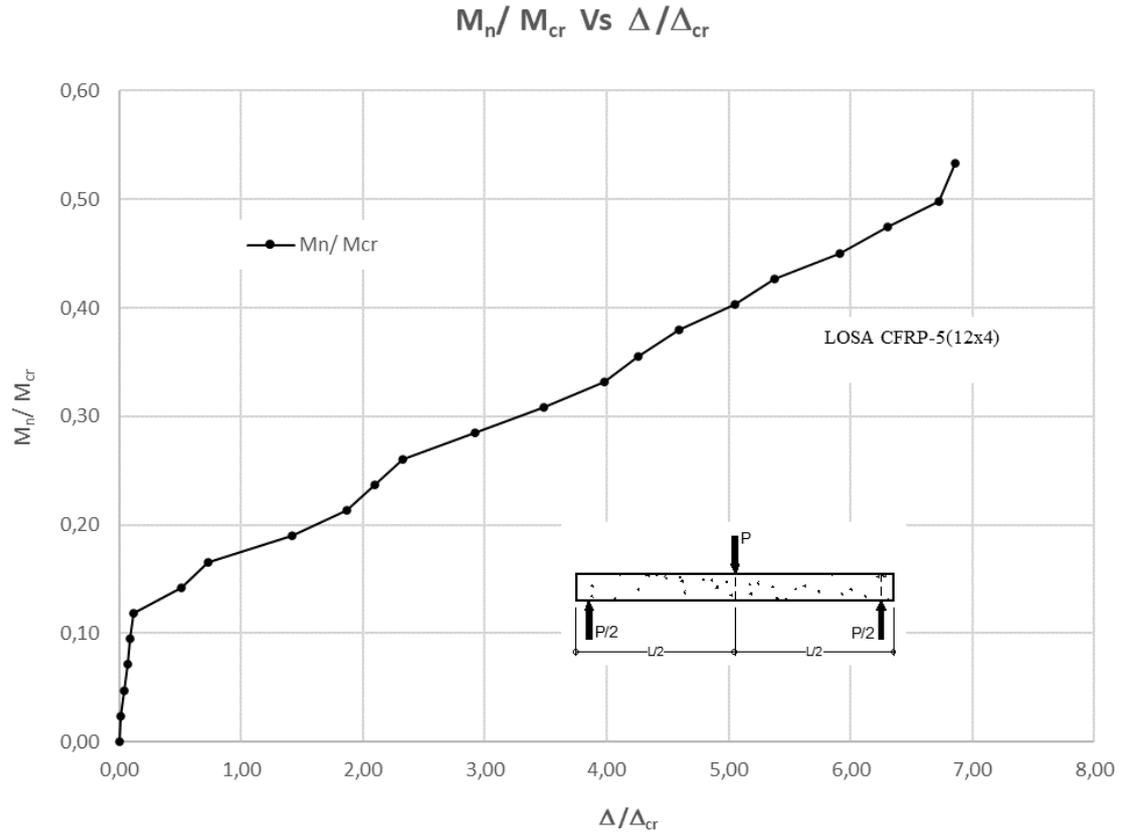
Grafica 71.  $M_n / M_{cr}$  vs.  $\Delta / \Delta_{cr}$  Losa CFRP-4- (Tabla 51)

Tabla 52. Deflexiones Losa CFRP-4

N°	P Experimental		$\Delta_{exp}$	$M_n$	$I'_e$	Bischoff $\Delta_{teor}$	$I_e$	Branson $\Delta_{teor}$	$M_n/M_{cr}$	$\Delta/\Delta_{cr}$
	(kg)	(kN)								
	0	0	0,00	0,00	0	0	0	0		
1	200	2,0	0,00	1,13	1,3,E+08	0,00	0,00,E+00	0,000	0,03	0,00
2	400	3,9	0,11	2,26	1,3,E+08	0,00	1,29,E-02	0,003	0,06	0,01
3	600	5,9	0,27	3,38	1,3,E+08	0,00	3,83,E-03	0,014	0,09	0,01
4	800	7,8	0,46	4,51	1,3,E+08	0,00	1,62,E-03	0,044	0,12	0,02
5	1000	9,8	0,59	5,64	1,3,E+08	0,00	8,33,E-04	0,107	0,14	0,03
6	1200	11,8	0,76	6,77	1,3,E+08	0,00	4,85,E-04	0,220	0,17	0,04
7	1500	14,7	0,96	8,46	1,3,E+08	0,00	2,52,E-04	0,530	0,22	0,05
8	1600	15,7	12,66	9,02	1,3,E+08	0,00	2,09,E-04	0,682	0,23	0,69
9	1800	17,7	19,36	10,15	1,3,E+08	0,00	1,49,E-04	1,075	0,26	1,06
10	1900	18,6	22,12	10,71	1,3,E+08	0,00	1,28,E-04	1,323	0,27	1,21
11	2000	19,6	25,32	11,28	1,3,E+08	0,00	1,11,E-04	1,609	0,29	1,38
12	2200	21,6	31,20	12,41	1,3,E+08	0,00	8,52,E-05	2,302	0,32	1,70
13	2400	23,5	35,65	13,53	1,3,E+08	0,00	6,74,E-05	3,176	0,35	1,94
14	2600	25,5	45,28	14,66	1,3,E+08	0,00	5,46,E-05	4,244	0,38	2,47
15	2800	27,5	48,43	15,79	1,3,E+08	0,00	4,53,E-05	5,515	0,40	2,64
16	3000	29,4	54,36	16,92	1,1,E-04	2,45	3,82,E-05	6,996	0,43	2,96
17	3200	31,4	62,74	18,04	4,2,E-05	6,81	3,28,E-05	8,686	0,46	3,42
18	3400	33,3	68,24	19,17	2,8,E-05	10,94	2,87,E-05	10,578	0,49	3,72
19	3600	35,3	73,78	20,30	2,2,E-05	14,86	2,53,E-05	12,663	0,52	4,02
20	3620	35,5	75,00	20,41	2,1,E-05	15,24	2,51,E-05	12,881	0,52	4,09

## Deflexiones losa CFRP-5-(12x4)

Grafica 72. Momento  $M_n$  Vs Deflexión losa CFRP-5- (Tabla 52)

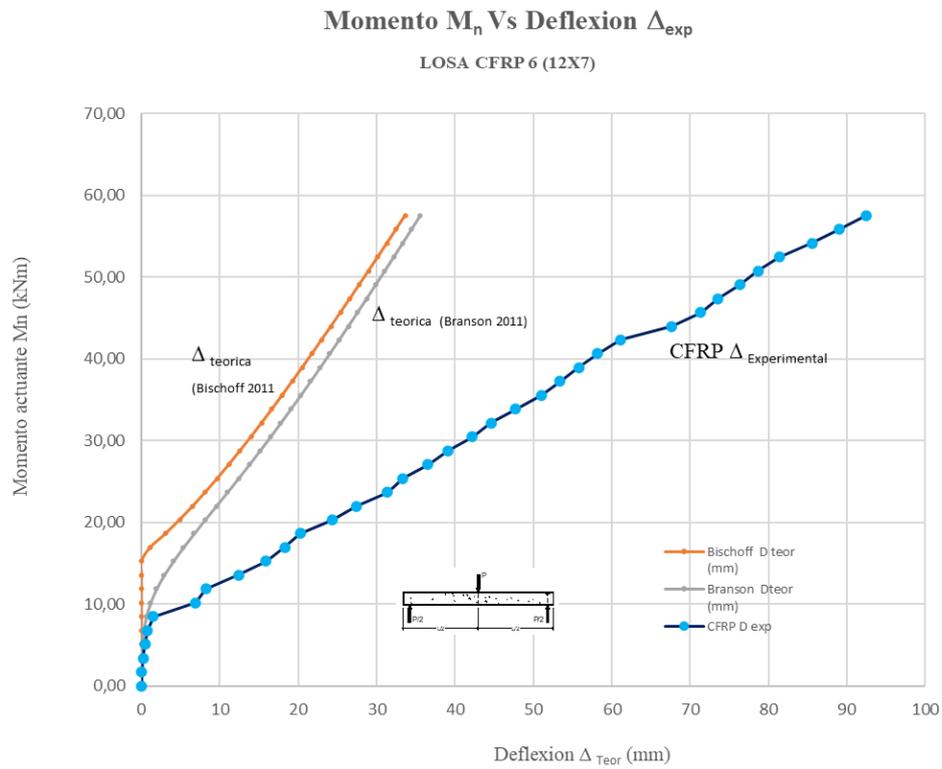


Grafica 73.  $M_n / M_{cr}$  vs.  $\Delta / \Delta_{cr}$  Losa CFRP-5 - (Tabla 52)

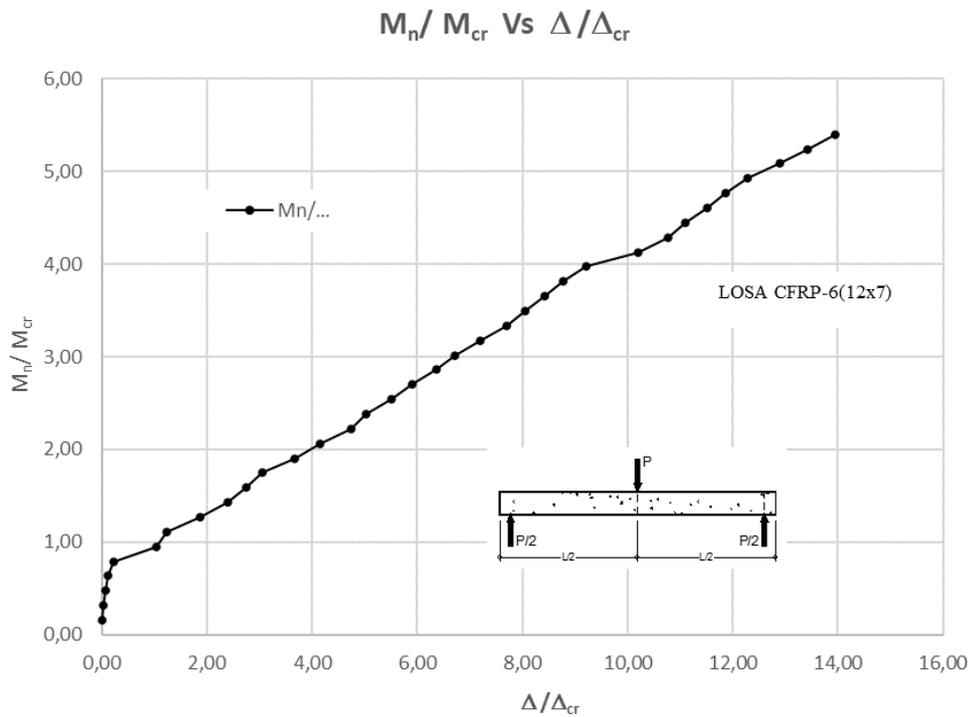
Tabla 53. Deflexiones Losa CFRP-5

N°	P Experimental		$\Delta_{exp}$	$M_n$	$I'_e$	Bischoff $\Delta_{teor}$	$I_e$	Branson $\Delta_{teor}$	$M_n / M_{cr}$	$\Delta / \Delta_{cr}$
	(kg)	(kN)								
	0	0	0,00	0,00	0	0	0	0		
1	0	0,0	0,04	0,00	1,3,E+08	0,00	0,00,E+00	0,000	0,00	0,00
2	300	2,9	0,14	1,69	1,3,E+08	0,00	2,10,E-02	0,001	0,02	0,01
3	600	5,9	0,44	3,38	1,3,E+08	0,00	2,64,E-03	0,020	0,05	0,04
4	900	8,8	0,66	5,08	1,3,E+08	0,00	7,94,E-04	0,101	0,07	0,07
5	1200	11,8	0,88	6,77	1,3,E+08	0,00	3,43,E-04	0,312	0,09	0,09
6	1500	14,7	1,14	8,46	1,3,E+08	0,00	1,83,E-04	0,730	0,12	0,12
7	1800	17,7	5,08	10,15	1,3,E+08	0,00	1,12,E-04	1,430	0,14	0,51
8	2100	20,6	7,20	11,84	1,3,E+08	0,00	7,61,E-05	2,459	0,17	0,73
9	2400	23,5	13,97	13,53	1,3,E+08	0,00	5,59,E-05	3,828	0,19	1,41
10	2700	26,5	18,44	15,23	6,1,E-04	0,39	4,37,E-05	5,513	0,21	1,87
11	3000	29,4	20,68	16,92	7,1,E-05	3,78	3,58,E-05	7,461	0,24	2,09
12	3300	32,4	22,98	18,61	4,3,E-05	6,89	3,06,E-05	9,609	0,26	2,33
13	3600	35,3	28,87	20,30	3,3,E-05	9,77	2,70,E-05	11,893	0,28	2,92
14	3900	38,2	34,44	21,99	2,8,E-05	12,49	2,44,E-05	14,257	0,31	3,49
15	4200	41,2	39,30	23,68	2,5,E-05	15,08	2,25,E-05	16,657	0,33	3,98
16	4500	44,1	42,10	25,38	2,3,E-05	17,57	2,10,E-05	19,062	0,36	4,26
17	4800	47,1	45,37	27,07	2,1,E-05	19,97	1,99,E-05	21,451	0,38	4,59
18	5100	50,0	49,89	28,76	2,0,E-05	22,30	1,91,E-05	23,810	0,40	5,05
19	5400	53,0	53,15	30,45	2,0,E-05	24,57	1,84,E-05	26,134	0,43	5,38
20	5700	55,9	58,39	32,14	1,9,E-05	26,79	1,79,E-05	28,419	0,45	5,91
21	6000	58,8	62,26	33,83	1,8,E-05	28,97	1,74,E-05	30,665	0,47	6,30
22	6300	61,8	66,40	35,53	1,8,E-05	31,12	1,71,E-05	32,873	0,50	6,72
23	6750	66,2	67,72	38,06	1,8,E-05	34,28	1,67,E-05	36,119	0,53	6,85

**Deflexiones losa CFRP-6 (12x7)**



*Grafica 74. Momento  $M_n$  Vs Deflexión losa CFRP-6- (Tabla 53)*



*Grafica 75.  $M_n / M_{cr}$  vs.  $\Delta / \Delta_{cr}$  Losa CFRP6 (CFRP12x7) - (Tabla 53)*

Tabla 54. Deflexiones Losa CFRP-6

N°	P Experimental		$\Delta_{exp}$ (mm)	$M_n$ (kNm)	$I'_e$ m <sup>4</sup>	Bischoff $\Delta_{teor}$ (mm)	$I_e$ m <sup>4</sup>	Branson $\Delta_{teor}$ (mm)	Branson $\Delta_{teor}$ / Bischoff $\Delta_{teor}$	Diferencia Branson- Bischoff (+/-)
	(kg)	(kN)								
	0	0	0,00	0,00	0	0	0	0		
1	300	2,9	0,00	1,69	-2,8,E-07	0,00	2,54,E-02	0,001		
2	600	5,9	0,22	3,38	-1,2,E-06	0,00	3,20,E-03	0,017		
3	900	8,8	0,46	5,08	-2,8,E-06	0,00	9,66,E-04	0,083		
4	1200	11,8	0,73	6,77	-5,4,E-06	0,00	4,22,E-04	0,254		
5	1500	14,7	1,50	8,46	-9,7,E-06	0,00	2,28,E-04	0,586		
6	1800	17,7	6,89	10,15	-1,7,E-05	0,00	1,43,E-04	1,126		
7	2100	20,6	8,20	11,84	-3,0,E-05	0,00	9,90,E-05	1,891		
8	2400	23,5	12,40	13,53	-6,3,E-05	0,00	7,45,E-05	2,870		
9	2700	26,5	15,88	15,23	-2,4,E-04	0,00	5,98,E-05	4,027		
10	3000	29,4	18,26	16,92	2,4,E-04	1,14	5,03,E-05	5,314	4,7	367%
11	3300	32,4	20,25	18,61	9,5,E-05	3,08	4,40,E-05	6,685	2,2	117%
12	3600	35,3	24,30	20,30	6,6,E-05	4,88	3,96,E-05	8,099	1,7	66%
13	3900	38,2	27,46	21,99	5,3,E-05	6,57	3,65,E-05	9,529	1,5	45%
14	4200	41,2	31,37	23,68	4,6,E-05	8,17	3,42,E-05	10,955	1,3	34%
15	4500	44,1	33,34	25,38	4,1,E-05	9,70	3,24,E-05	12,363	1,3	27%
16	4800	47,1	36,52	27,07	3,8,E-05	11,18	3,11,E-05	13,749	1,2	23%
17	5100	50,0	39,11	28,76	3,6,E-05	12,60	3,01,E-05	15,110	1,2	20%
18	5400	53,0	42,18	30,45	3,4,E-05	13,99	2,93,E-05	16,444	1,2	18%
19	5700	55,9	44,59	32,14	3,3,E-05	15,34	2,86,E-05	17,753	1,2	16%
20	6000	58,8	47,74	33,83	3,2,E-05	16,67	2,81,E-05	19,039	1,1	14%
21	6300	61,8	51,03	35,53	3,1,E-05	17,97	2,77,E-05	20,303	1,1	13%
22	6600	64,7	53,39	37,22	3,1,E-05	19,25	2,73,E-05	21,548	1,1	12%
23	6900	67,7	55,80	38,91	3,0,E-05	20,51	2,70,E-05	22,776	1,1	11%
24	7200	70,6	58,20	40,60	2,9,E-05	21,76	2,68,E-05	23,989	1,1	10%
25	7500	73,6	61,14	42,29	2,9,E-05	22,99	2,65,E-05	25,188	1,1	10%
26	7800	76,5	67,63	43,98	2,9,E-05	24,21	2,64,E-05	26,375	1,1	9%
27	8100	79,4	71,36	45,68	2,8,E-05	25,42	2,62,E-05	27,551	1,1	8%
28	8400	82,4	73,55	47,37	2,8,E-05	26,62	2,61,E-05	28,718	1,1	8%
29	8700	85,3	76,34	49,06	2,8,E-05	27,82	2,60,E-05	29,876	1,1	7%
30	9000	88,3	78,69	50,75	2,8,E-05	29,00	2,59,E-05	31,027	1,1	7%
31	9300	91,2	81,37	52,44	2,7,E-05	30,18	2,58,E-05	32,170	1,1	7%
32	9600	94,1	85,54	54,13	2,7,E-05	31,35	2,57,E-05	33,308	1,1	6%
33	9900	97,1	89,02	55,83	2,7,E-05	32,51	2,56,E-05	34,441	1,1	6%
34	10200	100,0	92,49	57,52	2,7,E-05	33,67	2,56,E-05	35,569	1,1	6%

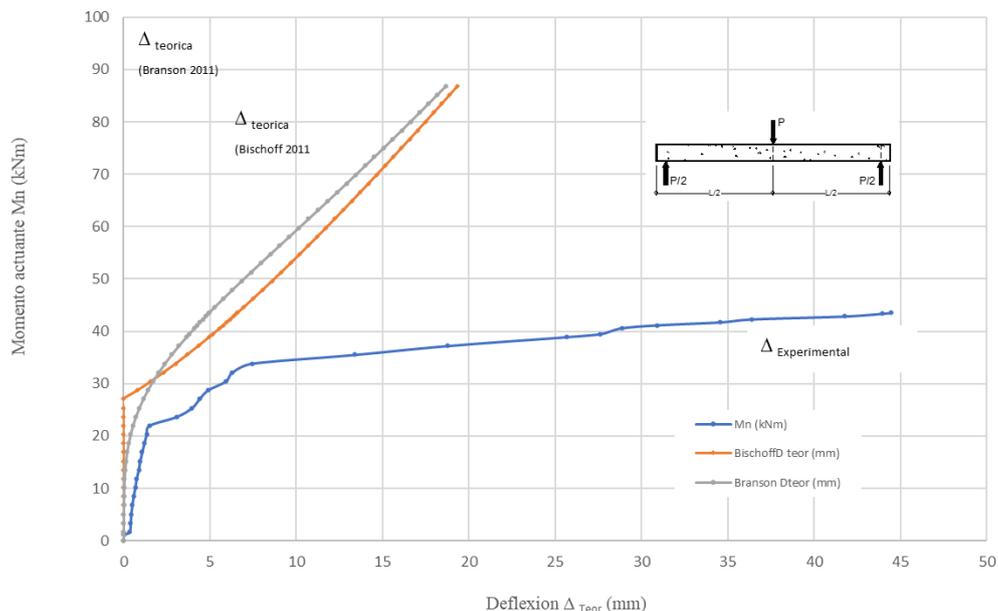
## Deflexiones losa A706-1A (18x4)

Tabla 55. Deflexiones Losa A706-1A

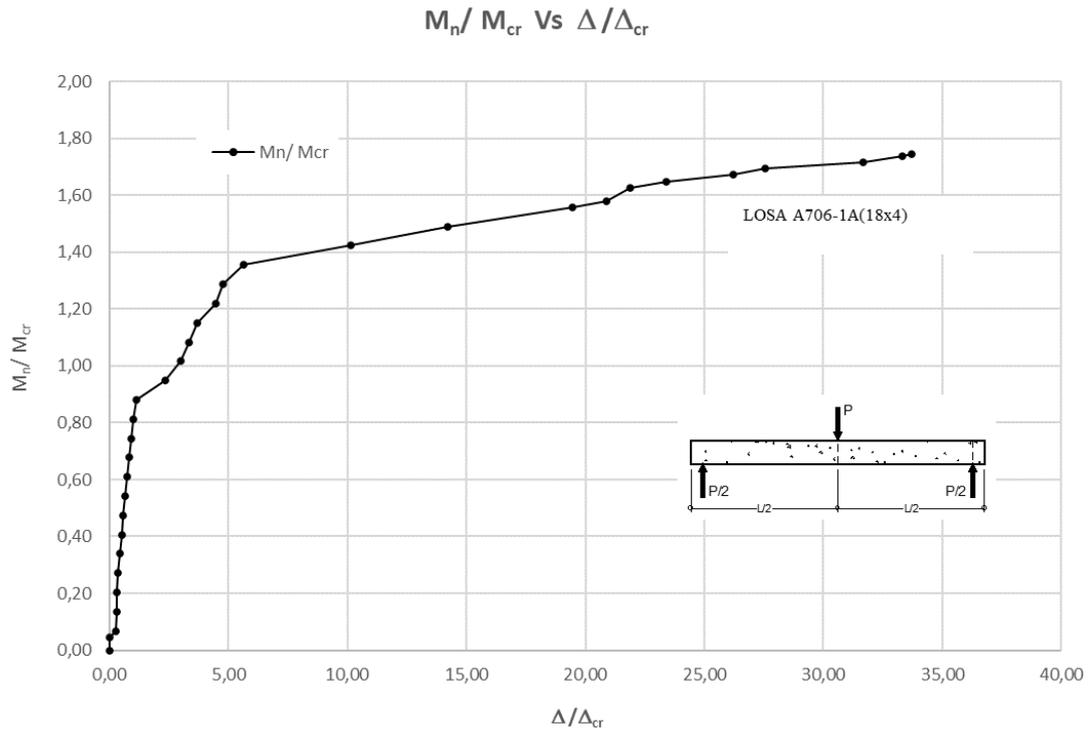
N°	P Experimental		$\Delta_{exp}$ (mm)	$M_n$ (kNm)	$I'_e$ m <sup>4</sup>	Bischoff $\Delta_{teor}$ (mm)	$I_e$ m <sup>4</sup>	Branson $\Delta_{teor}$ (mm)	$M_n/M_{cr}$	$\Delta/\Delta_{cr}$
	(kg)	(kN)								
1	0	0,0	0,00	0,00	0,0,E+00	0,00	0,00,E+00	0,000	0,00	0,00
2	200	2,0	0,00	1,13	5,0,E+12	0,00	4,32,E+00	0,000	0,05	0,00
3	300	2,9	0,34	1,69	1,5,E+12	0,00	1,28,E+00	0,000	0,07	0,26
4	600	5,9	0,40	3,38	1,9,E+11	0,00	1,60,E-01	0,000	0,14	0,31
5	900	8,8	0,43	5,08	5,5,E+10	0,00	4,74,E-02	0,002	0,20	0,33
6	1200	11,8	0,49	6,77	2,3,E+10	0,00	2,01,E-02	0,005	0,27	0,37
7	1500	14,7	0,57	8,46	1,2,E+10	0,00	1,03,E-02	0,013	0,34	0,43
8	1800	17,7	0,67	10,15	6,9,E+09	0,00	5,99,E-03	0,027	0,41	0,50
9	2100	20,6	0,74	11,84	4,3,E+09	0,00	3,79,E-03	0,049	0,47	0,56
10	2400	23,5	0,87	13,53	2,9,E+09	0,00	2,56,E-03	0,083	0,54	0,66
11	2700	26,5	0,95	15,23	2,0,E+09	0,00	1,82,E-03	0,132	0,61	0,72
12	3000	29,4	1,07	16,92	1,5,E+09	0,00	1,34,E-03	0,199	0,68	0,81
13	3300	32,4	1,19	18,61	1,1,E+09	0,00	1,03,E-03	0,287	0,75	0,90
14	3600	35,3	1,32	20,30	8,6,E+08	0,00	8,04,E-04	0,399	0,81	1,00
15	3900	38,2	1,48	21,99	6,8,E+08	0,00	6,46,E-04	0,538	0,88	1,12
16	4200	41,2	3,07	23,68	5,4,E+08	0,00	5,30,E-04	0,706	0,95	2,33
17	4500	44,1	3,96	25,38	4,4,E+08	0,00	4,43,E-04	0,905	1,02	3,00
18	4800	47,1	4,39	27,07	3,6,E+08	0,00	3,76,E-04	1,137	1,08	3,33
19	5100	50,0	4,89	28,76	5,6,E-04	0,81	3,24,E-04	1,401	1,15	3,70
20	5400	53,0	5,91	30,45	3,1,E-04	1,58	2,83,E-04	1,698	1,22	4,48
21	5700	55,9	6,29	32,14	2,2,E-04	2,31	2,51,E-04	2,028	1,29	4,77
22	6000	58,8	7,42	33,83	1,8,E-04	3,00	2,24,E-04	2,388	1,36	5,62
23	6300	61,8	13,39	35,53	1,5,E-04	3,68	2,02,E-04	2,777	1,42	10,15
24	6600	64,7	18,74	37,22	1,4,E-04	4,32	1,84,E-04	3,194	1,49	14,21
25	6900	67,7	25,66	38,91	1,2,E-04	4,95	1,69,E-04	3,635	1,56	19,44
26	7000	68,6	27,58	39,47	1,2,E-04	5,16	1,65,E-04	3,787	1,58	20,91
27	7200	70,6	28,84	40,60	1,2,E-04	5,56	1,57,E-04	4,098	1,63	21,86
28	7300	71,6	30,88	41,16	1,1,E-04	5,76	1,53,E-04	4,257	1,65	23,40
29	7400	72,6	34,57	41,73	1,1,E-04	5,96	1,49,E-04	4,418	1,67	26,20
30	7500	73,6	36,36	42,29	1,1,E-04	6,16	1,46,E-04	4,581	1,69	27,56
31	7600	74,5	41,78	42,86	1,1,E-04	6,35	1,43,E-04	4,746	1,72	31,66
32	7690	75,4	43,93	43,36	1,0,E-04	6,53	1,40,E-04	4,895	1,74	33,30
33	7720	75,7	44,47	43,53	1,0,E-04	6,59	1,39,E-04	4,946	1,74	33,71

### Momento $M_n$ Vs Deflexion $\Delta_{exp}$

LOSA A706-1A (18X4)



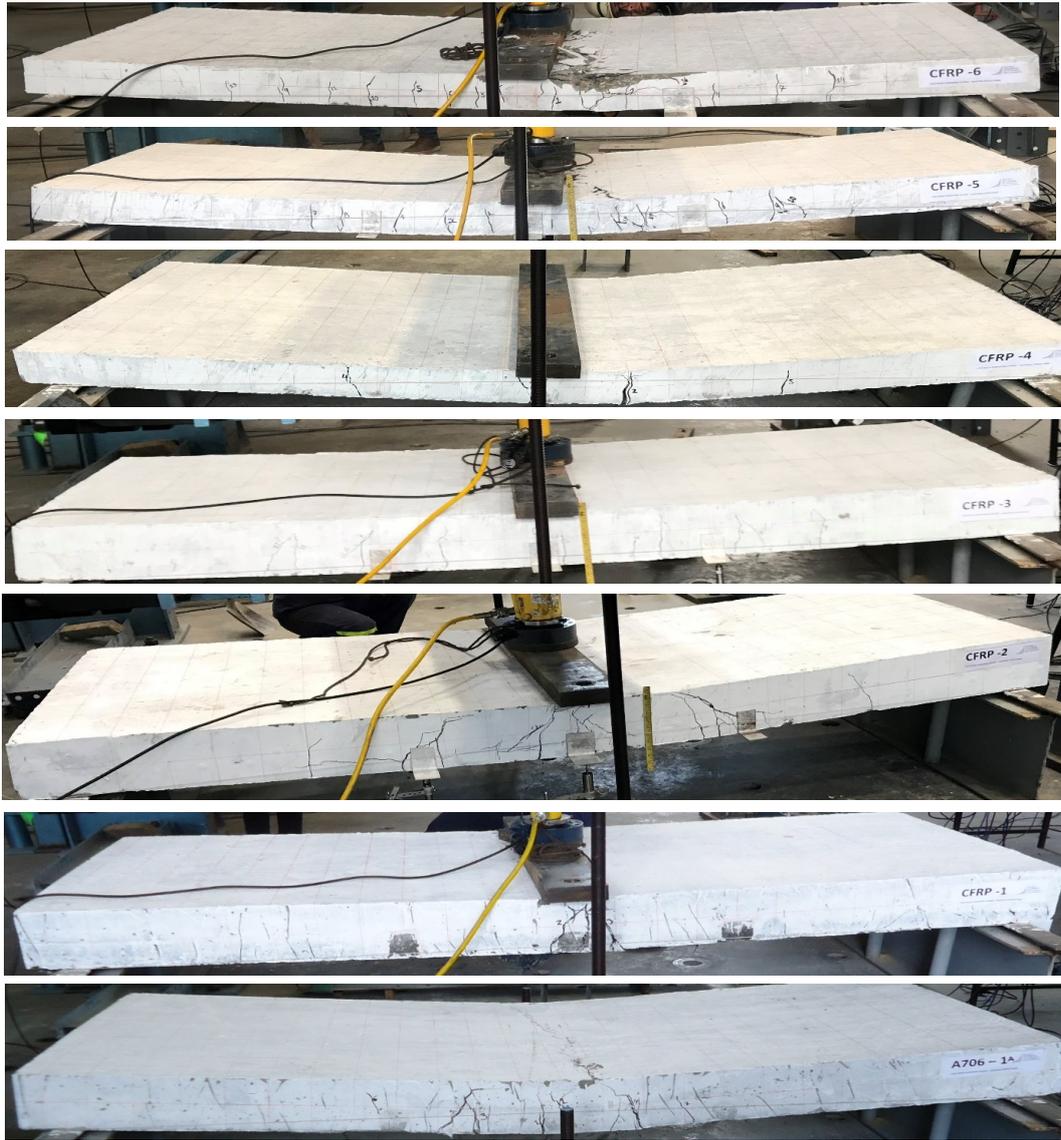
Grafica 76. Momento  $M_n$  Vs Deflexión losa A706-1- (Tabla 54)



Grafica 77.  $M_n / M_{cr}$  vs.  $\Delta / \Delta_{cr}$  Losa A706-1<sup>a</sup> - (Tabla 54)

Fotografía 82. Almacenamiento losas ensayadas





Bogotá, D. C.- Septiembre 2023.