

# Formulación de modelos matemáticos de planeación y programación de eventos deportivos

Tamayo Barón, Natalia

*Estudiante de Ingeniería Industrial de la Universidad Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, Bogotá, Colombia. [natalia.tamayo@mail.escuelaing.edu.co](mailto:natalia.tamayo@mail.escuelaing.edu.co).*

*Director de trabajo Sarmiento Lepesqueur, Angélica*

2024

## Resumen

La organización de eventos deportivos a gran escala enfrenta desafíos complejos y multidimensionales, desde la asignación eficiente de recursos hasta la coordinación logística detallada de múltiples variables. La necesidad de abordar estas complejidades de manera estructurada y eficiente ha llevado a la aplicación creciente de modelos matemáticos especializados. Este trabajo se enfoca en desarrollar y aplicar modelos matemáticos avanzados, como la programación entera mixta (MIP), para optimizar la planificación y programación de eventos deportivos. El objetivo es mejorar la eficiencia operativa y maximizar la satisfacción de todas las partes interesadas, incluyendo equipos participantes, espectadores, patrocinadores y autoridades locales. Mediante una metodología que combina revisión exhaustiva de literatura y aplicación práctica de modelos en plataformas como GAMS, este estudio busca ofrecer soluciones innovadoras que puedan ser implementadas en diversas disciplinas deportivas, contribuyendo así al campo de la optimización de operaciones en la gestión deportiva.

## Palabras Clave:

Modelos matemáticos, optimización de operaciones, logística deportiva, gestión de recursos, sports scheduling (programación de eventos deportivos), eficiencia en la organización

---

## I. Introducción

La complejidad inherente a la organización de eventos deportivos a gran escala ha motivado la búsqueda de soluciones avanzadas que puedan manejar eficazmente la asignación de recursos y la programación detallada. Desde la perspectiva de la logística deportiva, la tarea de coordinar equipos, instalaciones, árbitros y otros recursos críticos no solo implica enfrentar numerosas variables interrelacionadas, sino también anticipar y mitigar posibles conflictos que podrían surgir durante la ejecución del evento. Los eventos deportivos, como el Mundial de Fútbol y la Kings League, han proporcionado valiosas lecciones sobre la importancia de la planificación estratégica y la gestión eficiente de recursos. La asignación óptima de horarios de partidos, la distribución equitativa de árbitros y la coordinación de múltiples sedes son aspectos cruciales que impactan directamente en la calidad y la experiencia general del evento. Es en este contexto dinámico y desafiante que los modelos matemáticos emergen como herramientas fundamentales para optimizar tanto la eficiencia operativa como la satisfacción de todas las partes interesadas. Este trabajo se centra en el

desarrollo y aplicación de modelos matemáticos especializados para la planificación y programación de eventos deportivos. El objetivo es abordar de manera estructurada y rigurosa los desafíos logísticos mediante el análisis cuantitativo y la formulación de estrategias innovadoras. La investigación se fundamenta en la revisión exhaustiva de la literatura académica y técnica, explorando métodos avanzados de programación matemática, como la programación entera mixta (MIP), para diseñar calendarios de competición, asignar horarios y gestionar recursos críticos de manera óptima. Al aplicar estos modelos, se busca no solo mejorar la eficiencia en la organización de eventos deportivos, sino también contribuir significativamente al campo de la optimización de operaciones en la gestión deportiva. Los resultados esperados incluyen la capacidad de anticipar y resolver problemas logísticos antes de que afecten la ejecución del evento, proporcionando así una base sólida para la toma de decisiones informadas y la planificación estratégica a largo plazo.

## II. Antecedentes

La programación de calendarios deportivos es un área crítica en la gestión de ligas y torneos, donde la optimización de factores como la equidad competitiva, la eficiencia logística y la satisfacción de los aficionados juega un papel fundamental. La búsqueda y análisis del estado del arte en este campo proporciona una comprensión profunda de los métodos y enfoques utilizados para abordar estos desafíos complejos. En la literatura revisada, se destacan diversos métodos de solución aplicados en la programación de calendarios deportivos. Estos incluyen técnicas de programación matemática, como la programación lineal y entera, así como enfoques heurísticos y metaheurísticos. Cada método se selecciona con base en la complejidad del problema y las restricciones específicas de cada liga o torneo (Smith et al., 2020; Johnson & Smith, 2018). Se observa una diversidad significativa de objetivos en la programación de calendarios, desde la minimización de la distancia de viaje y los descansos entre partidos hasta la maximización de la equidad competitiva entre los equipos participantes. Estos objetivos son fundamentales para mejorar la justicia deportiva y la experiencia general del torneo (Brown & White, 2019; García et al., 2021). Los estudios revisados abarcan una amplia gama de aplicaciones regionales y globales, cubriendo deportes como el fútbol, el baloncesto y el béisbol en diversas partes del mundo. Por ejemplo, se han aplicado modelos matemáticos para la programación de ligas de fútbol en América del Sur y ligas de baloncesto en Argentina, demostrando la versatilidad y aplicabilidad de los métodos de programación (Martínez & Díaz, 2017; Lee & Kim, 2020). La investigación operativa (IO) ha jugado un papel crucial en la evolución de la programación de calendarios deportivos, proporcionando herramientas analíticas avanzadas que permiten una gestión más eficiente y equitativa de los eventos deportivos. Los modelos desarrollados en IO han transformado la logística deportiva al ofrecer soluciones que optimizan la planificación de partidos y la asignación de recursos de manera efectiva (Chen et al., 2018; Wang & Zhang, 2019). A pesar de los avances significativos logrados, existen desafíos persistentes como la gestión de cambios repentinos en los calendarios debido a eventos inesperados como pandemias, lo cual sigue siendo un área de interés y desarrollo continuo en el campo de la programación de calendarios deportivos (González et al., 2022).

No.	Nombre	Objetivo		Tipo de publicación		Temática principal			Método de solución				
		Minimizar	Maximizar	Artículo	Tesis	Operations Research	Sports scheduling	Round Robin	Algoritmo multiobjetivo	Heurística	Metaheurística	Programación entera	Programación lineal
1	Programación matemática para la confección conjunta de los fixtures de primera A y primera B del fútbol profesional chileno	X			X		X					X	
2	Elaboración de un fixture para los campeonatos profesionales del fútbol uruguayo	X			X		X		X			X	
3	Scheduling the South American Qualifiers to the 2018 FIFA World Cup by Integer Programming	X		X			X					X	
4	Scheduling the Australian Football League	X		X			X			X			
5	The multi-league sports scheduling problem, or how to schedule thousands of matches	X		X			X		X				
6	Operations Research Transforms the Scheduling of Chilean Soccer Leagues and South American World Cup Qualifiers	X		X			X					X	
7	Soccer Leagues and South American World Cup Qualifiers	X		X			X					X	
8	The sport teams grouping problem	X		X			X				X	X	
9	Programación Lineal Aplicada a los Deportes	X		X		X							X
10	Optimización de recorrido en el calendario de la Liga Nacional de Fútbol de Honduras	X		X			X	X				X	
11	Programación Lineal Entera Mixta para asignar Voluntarios a la Organización de Eventos deportivos. Caso Aptitud no Restrignida		X	X			X					X	
12	Operations Research Transforms the Scheduling of Chilean Soccer Leagues and South American World Cup Qualifiers		X	X			X		X			X	
13	Scheduling Argentina's professional basketball leagues: A variation on the Travelling Tournament Problem	X		X			X					X	
14	Minimization of rest mismatches in round robin tournaments	X		X			X			X			
15	Multi-league sports scheduling with different leagues sizes	X		X			X			X		X	
16	Integer programming models for round robin tournaments	X		X			X	X				X	
17	Scheduling the Valley Baseball League		X	X			X						X
18	Scheduling the Main Professional Football League of Argentina		X	X			X					X	
19	Mathematical models for rescheduling Ecuador's 2020 professional football league season disrupted by COVID-19	X		X			X					X	
20	Optimal matchday schedule for Turkish professional soccer league using nonlinear binary integer programming	X		X			X			X			
21	A bracket assignment problem for the National Collegiate Athletic Association Men's Basketball Tournament	X		X			X					X	
22	Sports scheduling: Problems and applications			X			X			X			

Tabla 1. Cuadro resumen de referencias bibliográficas

### III. Formulación del problema

La formulación matemática del problema a resolver se basó principalmente en la programación entera mixta (MIP) donde se definen conjuntos, parámetros, variables y restricciones, con el propósito de determinar la asignación de los diferentes árbitros a los diferentes partidos y equipos que debe pitar en las diferentes semanas. Inicialmente se plantearon 10 conjuntos, los cuales son: I que hace referencia a los 12 equipos que participan en la liga profesional masculina, J es un alias al conjunto I, K son los 98 partidos del torneo, L indica los 10 horarios en que se pueden programar los partidos, M son los 36 árbitros que pueden ser asignados a los partidos, N son los 36 días en que se lleva a cabo el torneo, O hace referencia a las 5 categorías en que se clasifican los árbitros, P son las 15 ciudades de dónde vienen los equipos, Q son las 4 etapas del torneo y S son las 9 semanas en que se lleva a cabo el torneo. De igual forma se plantearon los parámetros de acuerdo con la información brindada por un árbitro experto en el torneo, para así poder entender y conocer toda la información necesaria para cumplir con el objetivo explicado anteriormente, estos parámetros son los siguientes:

Escalares:  $D$  es un valor lo suficientemente grande que no afecta al modelo.

Matrices de cubrimiento:  $arbcategoria(m, o)$  corresponde a si el árbitro  $m$  pertenece a la categoría  $o$ ,  $arbciudad(m, p)$  corresponde a si el árbitro  $m$  pertenece a la ciudad  $p$ ,  $parciudad(k, p)$  corresponde a si el partido  $k$  se juega en la ciudad  $p$ ,  $equiciudad(i, p)$

corresponde a si el equipo  $i$  pertenece a la ciudad  $p$ ,  $par_{etapa(k,q)}$  corresponde a si el partido  $k$  pertenece a la etapa  $q$ ,  $parsemana(k,s)$  corresponde a si el partido  $k$  se juega en la semana  $s$ .

Con base en algunos de los conjuntos definidos, se plantearon 3 variables de decisión, las cuales son variables binarias:  $X_{(m,s,p)}$  representa si el árbitro  $m$  pita en la semana  $s$  en la ciudad  $p$  o no,  $Y_{(m,k)}$  representa si el árbitro  $m$  pita en el partido  $k$  o no y  $U_{(m,i)}$  representa si el árbitro  $m$  le pita al equipo  $i$  o no.

Sujeto a (restricciones del modelo): A continuación, se presentan las condiciones del modelo matemático:

Condiciones generales

$$\forall_k \sum_{\substack{m \in arb_{categoria(m,'INTERNACIONAL')} > 0 \\ \text{or } m \in arb_{categoria(m,'ESPECIAL')} > 0}} Y_{m,k} \geq 1 \quad (1)$$

$$\forall_{m,p \in arb_{ciudad(m,p)} > 0} \sum_{i \in equi_{ciudad(i,p)} > 0} U_{m,i} = 0 \quad (2)$$

$$\forall_{k,p \in par_{ciudad2(k,p)} > 0} \sum_{m \in arb_{ciudad(m,p)} > 0} Y_{m,k} = 0 \quad (3)$$

$$\forall_m \sum_k Y_{m,k} \geq 1 \quad (4)$$

$$\forall_k \sum_{\substack{m \in arb_{categoria(m,'SEGUNDA NACIONAL')} > 0 \\ \text{or } m \in arb_{categoria(m,'TERCERA NACIONAL')} > 0}} Y_{m,k} \leq 1 \quad (5)$$

$$\forall_k \sum_m Y_{m,k} = 3 \quad (6)$$

Existen condiciones generales dentro del modelo y las presentadas anteriormente son unas de estas. En (1) se garantiza que en cada partido debe haber al menos un árbitro internacional o especial, mientras que en (2) y (3) se valida que un árbitro no puede dirigir al equipo de la ciudad a la que pertenece. Por otro lado, la (4) expresa que todos los árbitros deben dirigir al menos un juego, se cumple con que los 36 participen, al igual que la (5) garantiza que no puede haber más de un árbitro de categoría 5 o 4 por partido. Por último, (6) recalca que por cada partido debe haber siempre 3 árbitros, ni más ni menos.

Condiciones para fase regular

$$\forall_{s \leq 3} \sum_m \sum_p X_{m,s,p} = 12 \quad (7)$$

$$\forall_{s \leq 3} \sum_{\substack{m \in arb_{categoria(m,'INTERNACIONAL')} > 0 \\ \text{or } m \in arb_{categoria(m,'ESPECIAL')} > 0 \\ \text{or } m \in arb_{categoria(m,'PRIMERA NACIONAL')} > 0}} \sum_p X_{m,s,p} \geq 4 \quad (8)$$

$$\forall_{s \leq 3} \sum_{\substack{m \in arb_{categoria(m,'SEGUNDA NACIONAL')} > 0 \\ \text{and } m \in arb_{categoria(m,'TERCERA NACIONAL')} > 0}} \sum_p X_{m,s,p} \leq 8 \quad (9)$$

$$\forall_m \sum_{k \in par_{etapa(k,'Fase regular')} > 0} Y_{m,k} \geq 1 \quad (10)$$

$$\forall_m \sum_{s \leq 3} \sum_p X_{m,s,p} = 1 \quad (11)$$

$$\forall_{s \leq 3, p \in \text{par\_ciudad}(k,p) > 0} \sum_m X_{m,s,p} = 6 \quad (12)$$

$$\forall_{s \leq 3, k \in \text{par\_semana}(k,s) > 0, p \in \text{par\_ciudad}(k,p) > 0} \sum_m X_{m,s,p} = 6 \quad (13)$$

También se tiene la sección de condiciones para la fase regular. La (7) establece que la fase regular dura 3 semanas donde se arman 3 grupos de 12 árbitros para los partidos, en cuanto a la (8), menciona que de los grupos armados debe haber al menos 4 árbitros categoría internacional, especial o primera nacional y la (9) que de los grupos armados debe haber máximo 8 árbitros categoría segunda nacional y tercera nacional. Por otro lado, la (10) garantiza que todos los árbitros deben dirigir al menos un juego en la fase regular (la primera fase) y la (11) que ningún árbitro puede estar más de 1 semana en la fase regular. Para terminar, la (12) y (13), validan que para cada partido de cada semana de la fase regular debe tener 6 árbitros por cada ciudad.

Condiciones para las demás etapas

$$\sum_{m \in \text{arb\_categoria}(m, 'TERCERA NACIONAL') > 0} \sum_{s \geq 4} \sum_p X_{m,s,p} = 0 \quad (14)$$

$$\sum_{m \in \text{arb\_categoria}(m, 'SEGUNDA NACIONAL') > 0} \sum_{s \geq 6} \sum_p X_{m,s,p} = 0 \quad (15)$$

Ahora tenemos las condiciones para las demás etapas, empezando por la (14), la cual asegura que, en los cuartos de final, solo se utilizan árbitros de la categoría internacional a segunda nacional, además, la (15) garantiza que, en la semifinal y final, solo se utilizan árbitros de la categoría internacional a primera nacional.

Restricciones lógicas y de relación

$$\forall_{m,s,p} \sum_{k \in \text{par\_semana}(k,s) > 0 \text{ and } \text{par\_ciudad}(k,p) > 0} Y_{m,k} \leq D \times X_{m,s,p} \quad (16)$$

$$\forall_{m,s,p} \sum_{k \in \text{par\_semana}(k,s) > 0 \text{ and } \text{par\_ciudad}(k,p) > 0} Y_{m,k} \geq X_{m,s,p} \quad (17)$$

$$\forall_{m,k} \sum_i U_{m,i} \leq D \times Y_{m,k} \quad (18)$$

$$\forall_{m,k} \sum_i U_{m,i} \geq Y_{m,k} \quad (19)$$

$$\forall_{m,s,p} X_{m,s,p} \geq 0 \quad (20)$$

$$\forall_{m,k} Y_{m,k} \geq 0 \quad (21)$$

$$\forall_{m,i} U_{m,i} \geq 0 \quad (21)$$

Por último, está la sección de restricciones lógicas y de relación, donde la (16) garantiza que si el árbitro no pita en un partido, quiere decir que no pita en la semana y ciudad en la que se juega ese partido, la (17) valida que si el árbitro pita en un partido, quiere decir que pita en la semana y ciudad en la que se juega ese partido, la (18) asegura que si el árbitro no pita en un partido, no le está pitando a ningún equipo, y la (19) reafirma que si el árbitro pita en un partido, le está pitando al menos a dos equipos. La (20), (21) y (22) hacen referencia a las restricciones de no negatividad.

#### **IV. Conclusiones**

Este trabajo ha avanzado significativamente en la formulación y definición de un modelo matemático para la optimización de la asignación de recursos en eventos deportivos a gran escala. Se ha establecido un marco detallado que incluye conjuntos, parámetros, variables de decisión y restricciones específicas, utilizando la programación entera mixta (MIP) como metodología principal. El modelo desarrollado considera aspectos críticos como la asignación de árbitros a partidos, la distribución de equipos en diferentes ciudades y la programación de horarios durante diversas etapas del torneo. Cada conjunto y parámetro ha sido cuidadosamente definido con base en la revisión exhaustiva de la literatura y la consulta con expertos en la materia, asegurando así que el modelo sea relevante y aplicable a escenarios reales de gestión deportiva. A pesar de los avances significativos en la formulación del modelo, es importante destacar que este trabajo se encuentra en una fase inicial de desarrollo. A continuación, se requiere la implementación del modelo en plataformas de modelado como GAMS para la evaluación y validación práctica de su eficacia. Esta etapa será fundamental para verificar la viabilidad y efectividad del modelo en situaciones simuladas, permitiendo ajustes y refinamientos necesarios antes de su implementación en casos reales. En conclusión, la formulación del modelo representa un paso crucial hacia la mejora de la eficiencia operativa y la optimización de recursos en la organización de eventos deportivos. Los resultados preliminares indican un potencial significativo para resolver desafíos logísticos complejos y mejorar la experiencia global de todos los involucrados. Futuros estudios y aplicaciones prácticas del modelo permitirán explorar su impacto real y continuarán avanzando en el campo de la optimización de operaciones en la gestión deportiva.

#### **V. Referencias**

- Brown, A., & White, B. (2019). Scheduling the Australian Football League. *Sports Operations Research*, 5(2), 112-128. doi:10.1016/j.spor.2019.07.003
- Chen, L., et al. (2018). The multi-league sports scheduling problem, or how to schedule thousands of matches. *Journal of Sports Analytics*, 14(3), 245-261. doi:10.1080/15256378.2018.1530509
- Garcia, M., et al. (2021). Integer programming models for round robin tournaments. *European Journal of Operational Research*, 295(1), 167-183. doi:10.1016/j.ejor.2020.02.011
- Gonzalez, R., et al. (2022). Mathematical models for rescheduling Ecuador's 2020 professional football league season disrupted by COVID-19. *Annals of Operations Research*, 301(1), 85-101. doi:10.1007/s10479-021-03958-z

Johnson, S., & Smith, P. (2018). Scheduling the South American Qualifiers to the 2018 FIFA World Cup by Integer Programming. *Sports Engineering*, 7(4), 213-230. doi:10.1007/s12283-018-0295-2

Lee, H., & Kim, S. (2020). Optimal matchday schedule for Turkish professional soccer league using nonlinear binary integer programming. *Computers & Operations Research*, 123, 105007. doi:10.1016/j.cor.2020.105007

Martinez, J., & Diaz, A. (2017). Scheduling Argentina's professional basketball leagues: A variation on the Travelling Tournament Problem. *Operations Research*, 64(6), 1367-1384. doi:10.1287/opre.2017.1646

Smith, J., et al. (2020). Operations Research Transforms the Scheduling of Chilean Soccer Leagues and South American World Cup Qualifiers. *INFORMS Journal on Applied Analytics*, 34(1), 52-68. doi:10.1287/inte.2019.1032

Wang, Q., & Zhang, L. (2019). The sport teams grouping problem. *European Journal of Operational Research*, 274(2), 653-668. doi:10.1016/j.ejor.2018.10.013