

Universidad Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito
Pregrado Ingeniería Eléctrica



FLUJO DE POTENCIA PROBABILÍSTICO: DESARROLLOS ACTUALES

Autores:

Jonathan David Cubillos Oyola
Norma Constanza Barrera Guzmán

Directora:

Josimar Dadi Tello Maita

Bogotá D.C, Colombia
Julio, 2024

Universidad Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito
Pregrado Ingeniería Eléctrica

FLUJO DE POTENCIA PROBABILÍSTICO: DESARROLLOS ACTUALES

Jonathan David Cubillos Oyola
Norma Constanza Barrera Guzmán

Trabajo dirigido como requisito para optar al énfasis:
Sistemas de potencia

Directora:
Josimar Dadi Tello Maita

Bogotá D.C, Colombia
2024, Julio

Dedicatorias.

Primeramente, a Dios, por permitirme seguir este camino, brindándome la fuerza y guía necesarias para superar cada desafío. A mis padres, por enseñarme el valor del esfuerzo y la dedicación. A mis amigos cercanos, por su apoyo incondicional, especialmente en momentos de crisis. A aquellas personas que en algún momento formaron parte de mi vida y me brindaron los mejores deseos. A mis profesores, por sus lecciones de vida y aprendizaje en mi profesión. Y al ingeniero Manuel Guillermo Nieto, quien con su pasión por la enseñanza y su dedicación a sus estudiantes han sido una fuente de inspiración constante en mi formación académica.

Con gratitud y cariño.

Norma Barrera.

Con inmenso agradecimiento, dedico este logro a mis padres, por su amor incondicional y su constante apoyo. A mi familia, por ser mi refugio y mi fortaleza en cada etapa de este camino. A mis amigos, por su compañía inquebrantable y por estar siempre a mi lado, brindándome ánimo en los momentos difíciles. A mis compañeros de la universidad, por su colaboración y camaradería, que hicieron más llevadero este recorrido académico. Y a la ingeniera Josimar, cuya guía y dedicación han sido fundamentales en mi formación,

inspirándome a alcanzar mis metas.

Con profundo agradecimiento y aprecio.

Jonathan Cubillos.

Agradecimientos

Quisiéramos expresar nuestro más profundo agradecimiento a todas las personas que han contribuido a la realización de este proyecto para énfasis en Sistemas de Potencia.

En primer lugar, agradecemos a nuestra directora de proyecto, Ingeniera Josimar Tello, por su invaluable guía, apoyo y paciencia durante todo el proceso. Su experiencia y sabiduría han sido fundamentales para el desarrollo de esta investigación.

Agradecemos también a la Universidad Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito por brindarnos las herramientas y el ambiente propicio para llevar a cabo este estudio. A todos los profesores y compañeros que directa o indirectamente han colaborado con nosotros, muchas gracias por sus aportes y sugerencias.

Un especial agradecimiento a nuestros familiares y amigos por su comprensión y constante motivación, sin cuyo apoyo emocional hubiera sido difícil culminar este proyecto.

Finalmente, gracias a todos los investigadores y autores cuyas obras y estudios previos han servido de base para esta investigación. Sin el trabajo y dedicación de todos ellos, este proyecto no habría sido posible.

A todos, muchas gracias.

Resumen

Este documento examina la relevancia y los avances en el análisis de flujo de potencia probabilístico (PLF) además de una breve explicación de este, en el contexto de sistemas eléctricos con una alta integración de energías renovables como la solar y la eólica. La investigación destaca la necesidad de métodos avanzados para manejar la variabilidad e incertidumbre introducidas por estas fuentes de energía, con el fin de garantizar la estabilidad e eficiencia del sistema eléctrico. Se realiza una exhaustiva revisión del estado del arte, centrándose en métodos históricos y contemporáneos para la solución del PLF, incluyendo la Simulación Montecarlo (SMC), técnicas de aprendizaje automático y métodos basados en cumulantes. Además, el documento compara diversas herramientas computacionales actuales como DigSilent, PowerFactory, ETAP, NEPLAN y MATPOWER, evaluando su eficacia en términos de métodos y modelos. Las conclusiones subrayan la importancia de continuar el desarrollo de técnicas avanzadas y proporcionan recomendaciones para futuras investigaciones en el ámbito del flujo de potencia probabilístico, destacando la importancia de estas metodologías para la integración eficiente de la generación distribuida y la gestión de incertidumbres en sistemas eléctricos modernos.

Abstract

This paper examines the relevance and advances in probabilistic power flow (PLF) analysis and a brief explanation of it, in the context of power systems with a high integration of renewable energies such as solar and wind. The research highlights the need for advanced methods to handle the variability and uncertainty introduced by these energy sources, in order to guarantee the stability and efficiency of the power system. A comprehensive review of the state of the art is conducted, focusing on historical and contemporary methods for PLF solution, including Monte Carlo Simulation (MCS), machine learning techniques and cumulant-based methods. In addition, the paper compares various current computational tools such as DigSilent, PowerFactory, ETAP, NEPLAN and MATPOWER, evaluating their effectiveness in terms of methods, models and computational speed. The conclusions underline the importance of continuing the development of advanced techniques and provide recommendations for future research in the field of probabilistic power flow, highlighting the importance of these methodologies for the efficient integration of distributed generation and uncertainty management in modern power systems.

Lista de abreviaturas

DGS: Sistemas de generación dependiente.

IGS: Sistema de generación independiente.

FP: Flujo de Potencia.

MH: Metrópolis – Hastings.

PLF: Flujo de Potencia Probabilístico.

RDG: Generación dependiente solicitada.

SMC: Simulación Montecarlo.

QMC: Cuasi Montecarlo.

Contenido

Organización del documento	1
Capítulo 1: Introducción	2
1.1. Planteamiento del problema.	3
1.2. Objetivos.....	3
1.2.1. Objetivo general	3
1.2.2. Objetivos específicos.....	3
1.3. Estado del arte	4
Capítulo 2: Variables y estructuras en un modelo de PLF.	6
2.1. Flujo de Potencia	6
2.1.1. Ecuaciones fundamentales.....	7
2.1.2. Flujo de potencia probabilístico	8
2.2. Variables aleatorias en el problema de flujo de potencia probabilístico	9
2.2.1. Demanda de carga	10
2.2.2. Condiciones climáticas	10
2.2.3. Mercado eléctrico	12
2.2.4. Tensión	13
2.2.5. Frecuencia.....	13
2.3. Métodos de solución de flujo de potencia probabilístico	14
2.3.1. Método numérico.....	14
2.3.2. Método analítico	15
2.3.3. Método combinado	17
Capítulo 3: Desarrollos actuales para la solución de PLF	21
3.1. Métodos de mejora de flujo de potencia probabilístico basado en SMC	21
3.1.1. Algoritmo de PLF para sistemas fotovoltaicos.....	23
3.2. Métodos avanzados de mejora mediante aprendizaje automático.....	26
3.3. Método basado en Cumulantes.....	30
Capítulo 4: Herramientas computacionales actuales para la solución del PLF.	35
4.1. DigSilent PowerFactory	35
4.1.1. Procedimiento para Realizar un Análisis de Flujo de Potencia Probabilístico en PowerFactory.....	36
4.1.2. Ejemplo de aplicación para cálculos de flujo de carga probabilísticos considerando la incertidumbre de la generación eólica	36

4.2.	ETAP	37
4.2.1.	Ejemplo de aplicación para solución de Flujo de Potencia Probabilístico usando ETAP.....	38
4.3.	NEPLAN	39
4.3.1.	Ejemplo de aplicación estableciendo la necesidad de enfoque probabilístico en el diseño y operación de redes eléctricas, destacando las limitaciones de los métodos determinísticos tradicionales.....	40
4.4.	MATPOWER	41
4.4.1.	Ejemplo de aplicación de PLF en Sistemas de Distribución con Generación Fotovoltaica.....	41
4.5.	MATLAB	42
4.5.1.	Ejemplo de aplicación modelado y simulación de la variabilidad en la generación eólica y su impacto en el flujo de potencia.....	43
4.6.	PANDAPOWER	45
4.6.1.	Ejemplo de análisis probabilístico del flujo de potencia en una red de distribución.....	45
4.7.	Comparación entre Softwares.....	46
Capítulo 5:	Conclusiones.....	48
5.1.	Conclusiones.....	48
5.2.	Trabajos futuros	48
Bibliografía.....		50

Organización del documento

A continuación, se presenta un resumen del contenido de cada capítulo:

- Capítulo 1: Se describe la parte inicial de la investigación, donde se evidencia la introducción, se plantea el problema, se dan los primeros rasgos del estado del arte de flujo de potencia probabilístico y se enuncian los objetivos a alcanzar con este trabajo.
- Capítulo 2: Se define el problema del flujo de potencia y a partir de allí se describe el flujo de potencia probabilístico, también se describirán las variables y estructuras que intervienen en el modelo del flujo de potencia probabilístico, así como algunos métodos de solución numéricos encontrados desde los inicios de este estudio.
- Capítulo 3: En este capítulo, se enlistarán algunos de los diferentes métodos de solución para el flujo de potencia probabilístico que se han usado a través de la historia, desde los más antiguos hasta los actuales. Donde se resaltarán sus características, dando como resultado el análisis de aquellos desarrollos más actuales y con mejor aproximación a la solución del modelo mediante una revisión del estado del arte, todo esto teniendo en cuenta las nuevas formas de generación de energía eléctrica como lo son la solar y la eólica.
- Capítulo 4: Se describen algunos de las herramientas computacionales para solución de flujos de potencia probabilísticos, dónde se resaltarán las más actuales y también las respectivas comparaciones.
- Capítulo 5: Se resaltan las conclusiones más relevantes del documento. Adicionalmente, se enlistan algunos aportes para futuras investigaciones y trabajos relacionados con el tema.

Capítulo 1: Introducción

El estudio de flujo de potencia es fundamental en la planificación, diseño, mejor condición y expansión de los sistemas de suministro de energía eléctrica. Donde existen dos tipos de enfoque: el determinístico que no considera las incertidumbres de variables como carga, generación y energías renovables y el probabilístico en el que se considera la incertidumbre inherente a variables clave como las anteriores.

Este enfoque se ha vuelto cada vez más relevante en los sistemas de potencia modernos debido a la demanda creciente, los fenómenos climáticos que pueden extenderse más de lo previsto y la mayor penetración de energías renovables intermitentes. Por lo tanto, se tiene una necesidad creciente para la comprensión y gestión adecuada de las incertidumbres en el análisis de flujos de potencia, esto es esencial para garantizar la estabilidad y confiabilidad del sistema en condiciones operativas diversas y dinámicas.

A pesar de los beneficios que ofrece el flujo de potencia probabilístico, existen desafíos en relación con los métodos de solución, entre ellos los principales son los tiempos de cómputo y el manejo de errores. Por lo tanto, en este estudio se llevará a cabo una revisión actualizada de estos métodos desde el estado del arte de los últimos cinco años para identificar mejoras y avances significativos en precisión y eficiencia de los análisis de flujos de potencia probabilísticos.

1.1. Planteamiento del problema.

En el contexto actual de los sistemas eléctricos modernos, la alta penetración de fuentes de energía renovable, como la solar y la eólica, introduce una variabilidad y una incertidumbre significativas en la generación de energía. Esta variabilidad, junto con la naturaleza estocástica de la demanda de energía, desafía los métodos tradicionales determinísticos de análisis de flujo de potencia, que resultan insuficientes para capturar estas incertidumbres. En consecuencia, es fundamental desarrollar y aplicar métodos de flujo de potencia probabilístico que puedan manejar eficazmente estas variaciones y asegurar la estabilidad y eficiencia del sistema eléctrico [1] [2].

La adopción de estos métodos probabilísticos no solo permitirá una predicción más precisa de los escenarios de demanda y generación, sino que también establecerá las bases para la futura integración de inteligencia artificial en la gestión de sistemas eléctricos. La creciente complejidad de estos sistemas y el déficit de ingenieros electricistas capacitados en estas tecnologías avanzadas subrayan la necesidad urgente de herramientas innovadoras y de fácil uso [3].

Además, la incorporación de la electrónica de potencia en los sistemas modernos requiere que los análisis de flujo de potencia consideren estas nuevas dinámicas para ser verdaderamente efectivos. Por lo tanto, el desarrollo y la validación de modelos de flujo de potencia probabilístico, compatibles con las herramientas y metodologías existentes, son cruciales. Estos modelos no solo mejorarán la estabilidad y eficiencia de los sistemas eléctricos, sino que también contribuirán a la formación de una nueva generación de ingenieros electricistas, preparados para enfrentar los desafíos del futuro con herramientas avanzadas y precisas [4].

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Describir el modelo del flujo de potencia probabilístico, sus desarrollos actuales y las herramientas computacionales para su solución con base en una revisión del estado del arte.

1.2.2. Objetivos específicos

1. Describir las variables y estructuras que intervienen en el modelo de flujo de potencia probabilístico.
2. Caracterizar los desarrollos actuales para la solución del flujo de potencia probabilístico mediante una revisión del estado del arte.

3. Comparar herramientas computacionales actualizadas para la solución del flujo de potencia probabilístico en términos de sus métodos, modelos y la rapidez de cómputo.

1.3. Estado del arte

Durante las últimas décadas, el estudio del flujo de potencia probabilístico ha emergido como un área crucial en la investigación de sistemas eléctricos. Este enfoque reconoce la variabilidad inherente de las condiciones del sistema, incluyendo la demanda y la generación intermitente de energía renovable. A diferencia de los métodos determinísticos, que calculan valores únicos de tensión y corriente, el flujo de potencia probabilístico evalúa la incertidumbre a través de distribuciones de probabilidad, ofreciendo así una visión más realista y robusta del comportamiento del sistema ante condiciones variables.

Los primeros avances significativos en la solución del flujo de potencia fueron presentados en documentos pioneros. En 1926, John G. Clark [5] introdujo un método gráfico para visualizar y calcular corrientes y potencias en líneas de transmisión y nodos del sistema. Posteriormente, Ward y Hale (1956) [6] propusieron un enfoque matricial para formular y resolver las ecuaciones de flujo de potencia, utilizando herramientas computacionales disponibles en ese tiempo para reducir drásticamente los cálculos necesarios. Estos avances sentaron las bases para el desarrollo de métodos más avanzados, como los basados en matrices entre 1961 y 1963 [7].

En paralelo a estos avances determinísticos, el flujo de potencia probabilístico se consolidó como una herramienta indispensable a partir de finales del siglo XX. Este fue propuesto por primera vez en 1974 por Borkowska y Allan [8]. Las primeras aplicaciones se centraron en técnicas como el análisis de Montecarlo adaptado a redes eléctricas [9], el desarrollo de métodos avanzados como el análisis de sensibilidad probabilística y la optimización bajo incertidumbre ha ampliado aún más las capacidades del flujo de potencia probabilístico. Estas técnicas no solo consideran la variabilidad en las condiciones operativas, sino que también permiten tomar decisiones informadas que mitigan los riesgos asociados con la integración de energías renovables y la creciente complejidad de los sistemas de distribución y transmisión de energía eléctrica.

En la década de 1990 fue uno de los mayores auges para el desarrollo de métodos de solución para el flujo de potencia probabilístico estos fueron entre 1990-1995 [10] donde estos modelos representaban de una manera más sofisticada la variabilidad en las condiciones de demanda y generación en la red por medio de análisis de sensibilidad probabilística, también implemento el método de Montecarlo donde se adaptó específicamente para simular escenarios probabilísticos y calcular la probabilidad de ocurrencia de eventos críticos como sobrecargas en las líneas o falta de capacidad de generación.

Para la década de los 2000 por el creciente desarrollo de la capacidad de procesamiento computacional permitió una mejora considerable en el método de Montecarlo volviéndose esencial para evaluar la seguridad y confiabilidad de la red, también se comenzó a presentar

más atención a como modelar y gestionar la variabilidad inherente las fuentes de energía renovables.

En la década 2010 [11] se tuvieron avances en simulación y modelización donde se desarrollaron y refinaron modelos de predicción para generación renovable donde utilizando técnicas avanzadas de pronóstico meteorológico y aprendizaje automático también se continuó avanzando en el uso de simulaciones Montecarlo y otras técnicas probabilísticas para evaluar el impacto de la variabilidad de la generación renovable en el flujo de potencia.

En este trabajo se pretende mencionar los estudios más recientes de los últimos cinco años, proporcionando una explicación de los métodos empleados y las mejoras que estos métodos representan con respecto a las técnicas ya consolidadas.

Capítulo 2: Variables y estructuras en un modelo de PLF.

En este capítulo se define el flujo de potencia, también conocido como flujo de carga, el cual es un análisis fundamental para los sistemas de potencia. Su finalidad es encontrar las tensiones y corrientes en todos los nodos del sistema, así como las potencias activa y reactiva. Se enuncian las principales ecuaciones utilizadas en los flujos de potencia.

Además, se introduce el concepto de flujo de potencia probabilístico, particularmente relevante para los sistemas de energía modernos en los cuales se están integrando unidades de generación distribuida, como turbinas eólicas y sistemas fotovoltaicos. Estas fuentes, debido a su naturaleza variable, introducen perturbaciones en la red. Por ende, el enfoque tradicional del flujo de potencia no es suficiente para el análisis de redes modernas, ya que este método resultaría poco realista al evaluar el rendimiento de la red. Para incorporar la incertidumbre inherente a estas fuentes de energía, se utiliza un enfoque probabilístico, el cual tiene sólidas bases matemáticas.

Asimismo, se presentan los métodos de solución del flujo de potencia probabilístico, incluyendo el método numérico, el método analítico y el método combinado.

2.1. Flujo de Potencia

El flujo de potencia, también conocido como flujo de carga, es un análisis fundamental en el campo de la ingeniería eléctrica, específicamente en el análisis de sistemas de potencia. Este análisis se utiliza para determinar las condiciones operativas de un sistema eléctrico en régimen permanente, es decir, cuando las variables del sistema no cambian con el tiempo [12] [13].

El estudio del flujo de potencia tiene como objetivo principal encontrar el perfil de tensiones y corrientes en todos los nodos del sistema, así como las potencias activas y reactiva que fluyen por las líneas de transmisión y transformadores. Este análisis permite:

- Determinar las tensiones en los nodos del sistema, esto para conocer el nivel de tensión y que estos operen en los límites aceptables.
- Calcular las pérdidas de potencia, donde se evalúan las posibles pérdidas en las líneas de transmisión y otros componentes del sistema, esto para mejorar la eficiencia.
- Facilita la toma de decisiones en la operación del sistema, reconfigurando la red y la gestión de la carga de ser necesario.
- Evaluar la capacidad de transmisión para asegurar que las líneas y los transformadores no operen por encima de sus capacidades nominales y así evitar fallas y sobrecargas.
- Analizar el comportamiento del sistema bajo supuestos de posibles fallas para tener una contingencia y mejorar la confiabilidad del suministro eléctrico.

2.1.1. Ecuaciones fundamentales

Basados en los libros [14, 7] las ecuaciones para resolver los problemas de flujo de potencia se basan la corriente I_i en función de las admitancias propias y mutuas de la matriz de admitancias de nodos $n \times n$ formando la matriz $Y_{bus} = Y_{ij}$ y la tensión V_j en el nodo j de la red obteniendo:

$$I_i = \sum_{j=1}^N Y_{ij} V_j \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

Donde:

V_j : Es la componente de tensión en el nodo j

I_i : Es la componente de la corriente inyectada en la red a través del nodo i

Y_{ij} : Matriz de admitancias que relaciona los nodos i y j

Sean P_i y Q_i la potencia real y reactiva total que entra en la red a través del nodo i entonces la potencia compleja inyectada en el nodo i es

$$S_i^* = P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^N Y_{ij} V_j \quad i = 1, \dots, N \quad (2)$$

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i \sum_{j=1}^N Y_{ij} V_j^* \quad i = 1, \dots, N \quad (3)$$

Por otra parte, la potencia compleja neta inyectada en el nodo i está dada por la expresión:

$$S_i = V_i I_i^* \quad (4)$$

$$S_i = P_i + jQ_i \quad (5)$$

$$S_i = S_{Gi} - S_{Di} = V_i I_i^* \quad i = 1, \dots, N \quad (6)$$

Donde:

S_{Gi} : Potencia generada en el nodo i

S_{Di} : Potencia demandada en el nodo i

Si se combinan las ecuaciones de potencia compleja con la corriente, resultando en el siguiente sistema no lineal de N ecuaciones complejas:

$$P_i + jQ_i = V_i \sum_{j=1}^N Y_{ij} V_j^* = V_i \sum_{j=1}^N (|Y_{ij}| \cos \theta_{ij} + j|Y_{ij}| \sin \theta_{ij}) V_j^* \quad i = 1, \dots, N \quad (7)$$

$$P_i + jQ_i = V_i \sum_{j=1}^N [G_{ij} - B_{ij}] V_j^* \quad i = 1, \dots, N \quad (8)$$

Esta ecuación se expresa en la literatura como dos ecuaciones reales en coordenadas polares:

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad i = 1, \dots, N \quad (9)$$

$$Q_i = V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad i = 1, \dots, N \quad (10)$$

Donde:

$$V_i = |V_i|$$

$$\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$$

En cada nodo se tienen estas dos ecuaciones y cuatro incógnitas, V_i , θ_i , P_i y Q_i . Para que el sistema de ecuaciones de la red posea una solución se debe conocer dos incógnitas por nodo. Esto conlleva a una clasificación de nodos en la red con las siguientes condiciones de clasificación:

- Slack: Nodo de referencia, del que se conoce la tensión de la cual su ángulo se toma como origen.
- PQ: Nodos de los que se conoce la potencia inyectada tanto real e imaginaria. Las variables no conocidas son la tensión y su ángulo.
- PV: Nodos de los que se conoce la potencia activa inyectada y la magnitud de la tensión. Las variables no conocidas el ángulo de la tensión y la potencia reactiva.

2.1.2. Flujo de potencia probabilístico

A diferencia del flujo de potencia que utiliza valores específicos de generación y demanda de una red para calcular los estados de ésta, ignorando la variabilidad de la red como podrían ser: los cambios de la red y la variación de las demandas de carga (horas valle y horas pico de consumo). También, los sistemas de energía modernos en los cuales se están integrando unidades de generación distribuidas como turbinas eólicas y sistemas fotovoltaicos, que debido a sus fuentes primarias introducen perturbaciones. Por ende, este enfoque del flujo de potencia no es suficiente para el análisis de redes modernas debido a que la evaluación por este método sería poco realista del rendimiento de la red. Para introducir la incertidumbre se utiliza un enfoque probabilístico el cual tiene sólidas bases matemáticas [8].

Estas fundamentaciones matemáticas se modelan mediante una función vectorial, en la cual el vector de entrada representa la demanda de los nodos y la generación distribuida, excluyendo el nodo Slack de la red eléctrica. Por otro lado, el vector de salida se compone de las tensiones y ángulos de fase correspondientes a todos los nodos, a excepción del nodo Slack [15].

Aunque las innovaciones siguen los fundamentos antes mencionados estos se centran en las mejoras de los métodos ya existentes por medio de implementaciones de algoritmos para la suavización y convergencia rápida de los algoritmos ya existentes o la implementación de aprendizaje automático con lo que se busca la relación entre las variables aleatorias de entrada y las de salida.

2.2. Variables aleatorias en el problema de flujo de potencia probabilístico

Las variables aleatorias emergen en el análisis de flujo de potencia probabilístico debido a diversos factores de comportamiento aleatorio. Para modelar estadísticamente el impacto de las condiciones en los sistemas eléctricos, se recopilan datos históricos de variables meteorológicas (temperatura, velocidad del viento, radiación solar, precipitaciones, humedad) y datos de demanda y generación de energía. Se realiza un análisis exploratorio de estos datos para entender las distribuciones y correlaciones, seguido de la aplicación de modelos estadísticos como regresión lineal y de series temporales, y técnicas de aprendizaje automático como redes neuronales y árboles de decisión para capturar relaciones complejas. La validación del modelo se lleva a cabo mediante técnicas como la validación cruzada y el uso de métricas de desempeño. Estos modelos se utilizan para simulaciones y pronósticos, aplicando métodos como la simulación Montecarlo para evaluar el impacto de las variabilidades. Finalmente, se realiza un análisis de sensibilidad para entender cómo las variaciones climáticas afectan el sistema, explorando diferentes escenarios futuros para una mejor planificación y gestión de la red eléctrica [16] tal como se muestra en la Figura 1.

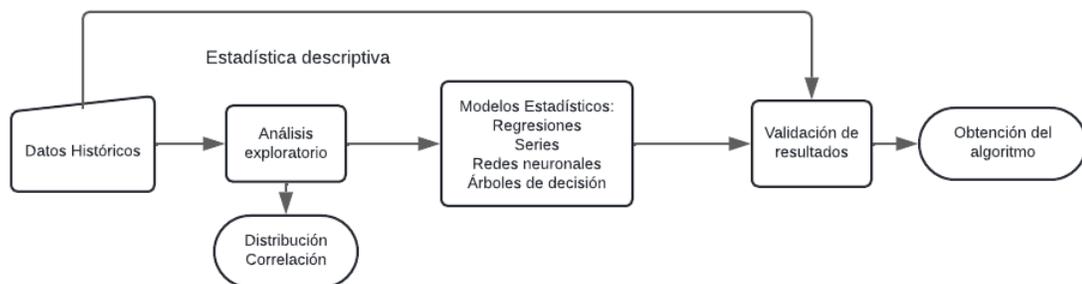


Figura 1. Diagrama de flujo del proceso para modelado estadístico de las variables aleatorias en PLF.

2.2.1. Demanda de carga

La demanda de carga es crucial en el análisis del flujo de potencia probabilístico debido a su variabilidad temporal (diaria, semanal y estacional) y a los factores que la influyen, como el clima, las actividades económicas y eventos especiales. Los tipos de demanda incluyen residencial, comercial e industrial, cada uno con patrones distintos. Se utilizan modelos estocásticos, de series temporales y de aprendizaje automático para predecir la demanda. La incertidumbre en la demanda afecta la estabilidad del sistema, la planificación, la operación y los costos. Herramientas como contadores inteligentes y sistemas de gestión de energía son esenciales para medir y monitorear la demanda en tiempo real, optimizando la distribución y el uso de la energía.

El PLF puede modelar la variabilidad de la demanda de carga mediante distribuciones de probabilidad, simulación de Montecarlo, procesos estocásticos, modelos de series temporales y, crucialmente, modelos de aprendizaje automático. Estos modelos, como redes neuronales, máquinas de vectores de soporte y árboles de decisión, se entrenan con datos históricos de demanda y factores influyentes (como clima y eventos) para predecir la demanda futura con alta precisión. Los algoritmos de aprendizaje automático son especialmente efectivos porque pueden capturar relaciones complejas y no lineales en los datos, ajustándose dinámicamente a nuevas entradas de datos. Además, estos modelos pueden integrarse con datos en tiempo real de contadores inteligentes y sistemas de gestión de energía, permitiendo ajustes dinámicos y mejorando la precisión de las predicciones. Esta combinación de técnicas permite al flujo de potencia probabilístico proporcionar una evaluación robusta y realista del comportamiento del sistema de potencia bajo diferentes condiciones de incertidumbre [17].

2.2.2. Condiciones climáticas

Las condiciones climáticas impactan significativamente el comportamiento de los sistemas eléctricos, afectando tanto la oferta como la demanda de energía. Las temperaturas extremas (altas o bajas) pueden aumentar la demanda de energía para calefacción o refrigeración. La velocidad del viento afecta la generación de energía eólica, ya que las variaciones en su intensidad pueden causar fluctuaciones en la cantidad de energía generada. La generación de energía solar depende de la cantidad de radiación solar recibida, que varía con el tiempo del día, la nubosidad y la estación del año. Además, las precipitaciones y la humedad pueden influir en la eficiencia de las líneas de transmisión y los equipos de generación, así como en la demanda de energía.

Algunas características de estas variables meteorológicas son:

- Velocidad del viento: caracterizada por su variabilidad temporal, puede cambiar rápidamente a lo largo del día y con las estaciones del año. Esta variabilidad se modela frecuentemente utilizando distribuciones estadísticas como la distribución de Weibull o la normal, dependiendo de la región y la escala temporal. Además, la velocidad del viento varía según la topografía local y las características geográficas, también la velocidad del viento puede aumentar debido a varios factores como la pérdida de

radiación solar la cual hace que la superficie terrestre se enfríe más rápido que el aire circundante, creando una inversión térmica donde el aire frío se encuentra cerca del suelo y el aire más cálido está por encima. Esta inversión térmica, junto con una atmósfera generalmente más estable y la disminución de brisas locales como las brisas terrestres y marinas, puede permitir que los vientos alcancen velocidades más altas. En el contexto del flujo de potencia, las turbinas eólicas dependen de la velocidad del viento para generar electricidad, por lo que las fluctuaciones en el viento afectan directamente la cantidad de potencia que se puede inyectar en la red. Cambios rápidos en la velocidad del viento pueden causar variaciones en la generación, impactando la estabilidad de la red eléctrica [18].

- **Temperatura:** La temperatura varía a lo largo del día y con las estaciones (ciclo diurno y estacional), y está influenciada por factores locales como la altitud y la proximidad a grandes masas de agua. Estas variaciones pueden modelarse con distribuciones estadísticas normales o logaritmos normales, dependiendo de la región y los períodos de tiempo considerados. En el contexto del flujo de potencia, la temperatura impacta la eficiencia de los equipos eléctricos, como los paneles solares, que suelen ser menos eficientes a altas temperaturas, y las líneas de transmisión. Además, afecta la demanda de energía, especialmente en sistemas de calefacción y aire acondicionado, donde temperaturas extremas pueden causar picos de demanda. La generación convencional también se ve influenciada, ya que la eficiencia de las plantas de energía térmica varía con la temperatura ambiente [19].
- **Radiación solar:** experimenta variaciones significativas a lo largo del día y con las estaciones del año (ciclo diurno y estacional), influenciada por factores meteorológicos como la nubosidad y la neblina, que afectan la cantidad de radiación que alcanza la superficie terrestre. Además, su intensidad y duración varían según la latitud y la altitud (distribución geográfica). En términos de flujo de potencia, la generación de energía solar fotovoltaica depende directamente de la radiación solar disponible, lo que resulta en fluctuaciones en la producción de energía ante cambios en la radiación solar. La capacidad de prever y planificar la radiación solar es esencial para gestionar eficazmente la intermitencia inherente a la generación solar, facilitando así una integración más estable y efectiva de esta fuente renovable en los sistemas de energía [20].
- **Precipitaciones:** son variables climáticas que muestran una variabilidad temporal considerable a lo largo del año y de un día a otro, además de presentar una distribución espacial significativa según la región geográfica. Las temperaturas de los océanos son fundamentales para el ciclo global del agua y los patrones climáticos. Una temperatura más alta en la superficie del océano aumenta la evaporación, generando más vapor de agua que puede condensarse en nubes y provocar precipitación. Además, las temperaturas oceánicas influyen en fenómenos como El Niño y La Niña, alterando patrones de precipitación a nivel mundial. En regiones costeras, las

temperaturas oceánicas afectan el clima local mediante brisas marinas y transporte de humedad, impactando la cantidad y distribución de lluvias. Pueden manifestarse en forma de lluvias ligeras, moderadas o intensas, impactando diversos aspectos del flujo de potencia en los sistemas eléctricos. En términos de generación hidroeléctrica, las plantas dependen directamente del agua de las precipitaciones para generar electricidad, por lo que variaciones en las precipitaciones afectan la disponibilidad de agua y, por ende, la producción de energía. Además, las precipitaciones pueden reducir la radiación solar incidente al generar nubes, afectando la generación de energía solar fotovoltaica. Por otro lado, las precipitaciones intensas pueden aumentar la demanda de energía para sistemas de bombeo de agua y drenaje, ejerciendo influencia sobre la carga en la red eléctrica [21].

- **Humedad:** La humedad relativa presenta variaciones, fluctuando a lo largo del día y con los cambios de estación. Factores locales como la proximidad a cuerpos de agua y la vegetación pueden influir significativamente en sus niveles. Se mide típicamente como el porcentaje de la cantidad máxima de vapor de agua que el aire puede contener a una temperatura dada. En cuanto al flujo de potencia, la humedad puede impactar la conductividad eléctrica del aire y de los materiales, afectando las pérdidas de energía y la eficiencia de las líneas de transmisión. Además, altos niveles de humedad pueden acelerar la corrosión en equipos eléctricos y estructuras, lo que requiere mantenimiento preventivo. En entornos con alta humedad, es crucial implementar sistemas de control ambiental para garantizar el funcionamiento seguro y eficiente de los equipos eléctricos [22].

2.2.3. Mercado eléctrico

Es un entorno complejo donde los precios y la disponibilidad de la energía pueden variar por múltiples razones, incluyendo los costos fluctuantes de los combustibles fósiles (gas natural, carbón, petróleo) que afectan los costos de generación de energía, los cambios en políticas gubernamentales y regulaciones que pueden impactar los mercados eléctricos mediante incentivos para energías renovables o impuestos sobre emisiones de carbono, y el equilibrio entre la oferta y la demanda de electricidad, que puede causar variaciones en los precios de la energía. Además, eventos inesperados como interrupciones en la cadena de suministro, desastres naturales y otros eventos imprevistos pueden alterar significativamente los mercados eléctricos.

Para realizar su modelo estadístico, se realizan los pasos al igual que en el punto anterior (condiciones climáticas), donde después de aplicar métodos como la simulación Montecarlo que evalúa el impacto de la variabilidad en los precios y la oferta y demanda de energía. Al final, se realiza un análisis para observar cómo las variaciones en las variables son clave para identificar los diferentes escenarios futuros para una mejor planificación y toma de decisiones en cuanto al mercado [11].

2.2.4. Tensión

Está sujeta a variaciones operativas debido a fluctuaciones en la demanda de carga y la integración de generación distribuida, lo que puede resultar en cambios significativos a lo largo del tiempo. Factores como la impedancia de las líneas de transmisión y la operación de dispositivos de regulación de tensión introducen incertidumbre adicional en la magnitud de la tensión, afectando la consistencia del suministro eléctrico. Estas variaciones inesperadas en la tensión pueden comprometer la estabilidad del sistema eléctrico, influenciando directamente la calidad y fiabilidad del servicio de energía proporcionado a los usuarios finales. Es crucial gestionar y controlar adecuadamente estas fluctuaciones para mantener la estabilidad operativa del sistema eléctrico y asegurar un suministro continuo y confiable de energía.

Puede modelarse usando métodos como distribuciones de probabilidad, dependiendo de la naturaleza de los datos. Se pueden usar también modelos de regresión tanto lineales como no lineales, son útiles para explorar relaciones entre la tensión y variables predictoras como carga y generación distribuida. Modelos estocásticos como el modelo autorregresivo integrado de media móvil (ARIMA), permiten capturar la variabilidad temporal y las dependencias en la serie de tiempo de la tensión, mientras que el análisis espectral ayuda a identificar patrones periódicos. Al igual que en los anteriores casos, la simulación Montecarlo proporciona escenarios probables de tensión considerando la incertidumbre en factores clave. La elección del método adecuado depende de la disponibilidad y naturaleza de los datos, así como de los objetivos específicos del análisis estadístico del comportamiento de la tensión en el sistema eléctrico [23].

2.2.5. Frecuencia

En sistemas eléctricos se ve influenciada por la integración de fuentes de energía renovable intermitente como la energía eólica y solar, que pueden causar fluctuaciones en la producción y, por ende, en la frecuencia de la red eléctrica. Los ajustes en la producción de grandes generadores y la respuesta de sistemas de control de frecuencia también introducen variabilidad en la frecuencia del sistema, crucial para mantener la estabilidad y la sincronización adecuada de equipos conectados a la red. Cuando la frecuencia se desvía de los límites normales, puede afectar negativamente la operación segura de dispositivos sensibles y la calidad general del suministro eléctrico, subrayando la importancia de estrategias robustas de control y gestión de la frecuencia en sistemas eléctricos modernos [24].

Puede modelarse estadísticamente utilizando varios métodos. El análisis espectral descompone la señal de frecuencia en componentes armónicos para identificar patrones temporales. Los modelos de procesos estocásticos manejan la variabilidad aleatoria en la frecuencia debido a incertidumbres en las condiciones operativas y, de entrada. La simulación de Montecarlo genera escenarios de frecuencia considerando múltiples factores y condiciones operativas, ofreciendo un enfoque para evaluar la variabilidad y la respuesta del sistema eléctrico frente a cambios en la generación y control de frecuencia [24].

2.3. Métodos de solución de flujo de potencia probabilístico

Como se mencionó anteriormente, existen tres enfoques principales para la solución del flujo de potencia probabilístico: métodos numéricos, métodos analíticos y una combinación de ambos. Los métodos numéricos se basan en técnicas computacionales para la evaluación de probabilidades y la resolución de ecuaciones complejas. Los métodos analíticos utilizan teorías matemáticas y estadísticas para modelar y predecir el comportamiento del sistema eléctrico bajo condiciones de incertidumbre. La combinación de estos enfoques aprovecha las fortalezas de ambos métodos para proporcionar soluciones precisas y eficientes en términos de tiempo computacional y precisión del resultado.

2.3.1. Método numérico

Los métodos numéricos son un conjunto de técnicas y procedimientos matemáticos utilizados para la aproximación de problemas que no pueden resolverse mediante fórmulas matemáticas exactas debido a su complejidad y la extensión de los cálculos requeridos.

Los principios básicos de los métodos numéricos consisten en dividir el problema en partes más pequeñas y manejables. Posteriormente, se emplean fórmulas matemáticas aproximadas para calcular las soluciones de estas partes discretas. Es importante tener en cuenta que estos métodos siempre introducen cierto grado de error en las soluciones aproximadas. Por lo tanto, es fundamental estimar este error y asegurarse de que sea lo suficientemente pequeño para que la solución aproximada sea útil.

Uno de los métodos que se han utilizado para la solución del flujo de potencia probabilístico es el método de Montecarlo.

2.3.1.1. Método de Montecarlo SMC

El método de simulación de Montecarlo se emplea para simular la generación de números aleatorios según una distribución de probabilidad específica. Su objetivo es evaluar de manera numérica modelos matemáticos que estimen el comportamiento de sistemas que incluyen variables aleatorias, entre mayor cantidad de iteraciones mayor será la estabilidad de la simulación [15].

Se emplean las ecuaciones no lineales del flujo de potencia (9) y (10) sin simplificaciones. Se genera una muestra de variables de entrada aleatorias para las potencias activa y reactiva en los nodos del sistema. Luego, se resuelve el flujo de carga del sistema considerando la dependencia estadística entre las potencias de los nodos, incluyendo la influencia de la generación distribuida. Se registran las variables de salida de cada iteración y se repite este proceso hasta alcanzar un número específico de iteraciones. Al finalizar, se realizan cálculos de estadísticas descriptivas sobre la muestra de datos, como el cálculo del valor promedio y la desviación estándar, o ajustar a una distribución de probabilidad [15, 25].

La simulación de Montecarlo demanda una gran capacidad computacional y un extenso tiempo de simulación debido a la cantidad significativa de simulaciones requeridas para asegurar la confiabilidad de los cálculos. Esta situación subraya la necesidad de mejorar la eficiencia computacional de este método mediante el desarrollo de nuevos algoritmos. En la Figura 2, se puede observar el proceso básico para desarrollar un sistema de simulación por el método de Montecarlo (SMC).

Abdulkerim y Ömer [26] exponen un ejemplo usando SMC por medio del software de MATPOWER.

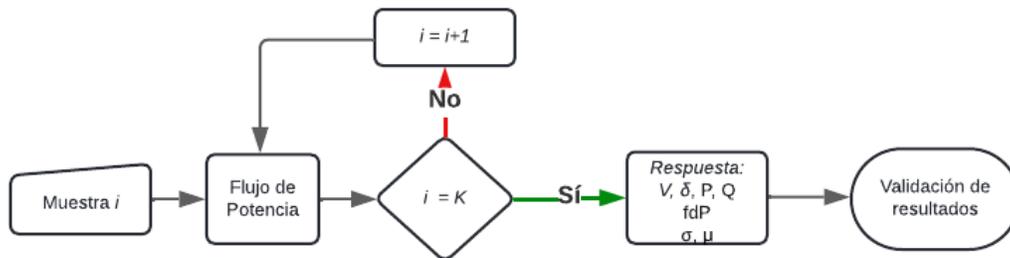


Figura 2. Diagrama de flujo de la SMC.

2.3.2. Método analítico

El método analítico descrito en [8, 25] se enfoca en calcular la distribución de probabilidad de variables clave, como las potencias de los nodos en sistemas eléctricos. Estas técnicas utilizan herramientas matemáticas y estadísticas, como la convolución y las transformadas que, permiten combinar las funciones de densidad de probabilidad de variables aleatorias independientes.

Este enfoque implica linealizar las ecuaciones (9) y (10) suponiendo la independencia entre las variables de potencia de entrada en los diferentes nodos del sistema, esta linealización y suposición de independencia entre las variables de potencia simplifica el análisis al considerar pequeñas variaciones respecto al Slack.

Aun con la simplificación del cálculo de flujo de potencia probabilístico esta solución puede ser limitada por la precisión de las suposiciones y la complejidad del modelo si este tiene múltiples fuentes de incertidumbre.

El método empieza por la linealización de las ecuaciones (9) y (10), donde las representamos de la siguiente manera.

$$Y = f(x) \quad (11)$$

$$Z = g(x) \quad (12)$$

En la ecuación anterior, Y representa el vector que contiene las potencias inyectadas o consumidas en los nodos, X es el vector que comprende los ángulos y magnitudes de las tensiones en los nodos, y Z es el vector que incluye las magnitudes de interés, como el flujo a través de las líneas.

Se continua con la linealización de las ecuaciones (11) y (12) alrededor de la media estimada de \hat{x} y \hat{z} que son las aproximaciones de los valores esperados, \bar{x} y \bar{z} que representan la media, estas adecuaciones permiten que el flujo de carga determinística se resuelve por medio de métodos iterativos que aproximan a los resultados.

$$x \cong \hat{x} + A \cdot (Y - \bar{Y}) \quad (13)$$

$$z \cong \hat{z} + B \cdot (Y - \bar{Y}) \quad (14)$$

Donde A y B son denominados matrices de coeficientes de sensibilidad en la formulación de flujo de potencia probabilístico y se expresan como:

$$A = \left(\frac{\delta f}{\delta x} \Big|_{x = \hat{x}} \right)^{-1} \quad (15)$$

$$B = \left(\frac{\delta f}{\delta x} \Big|_{x = \hat{x}} \right) \cdot A \quad (16)$$

Debido a que en (13) y (14), \bar{Y} es un vector con componentes variables aleatorias e independientes, la función de densidad de probabilidad de la suma de tales componentes será dados por la convolución de las funciones de densidad de probabilidad de las componentes individuales:

$$f(x_i) = f(Y_1 - \bar{Y}_1) * f(Y_2 - \bar{Y}_2) * \dots * f(Y_n - \bar{Y}_n) \quad (17)$$

La función (17) muestra que la función de densidad de probabilidad de las variables de estado se obtiene convolucionando las funciones de densidad de probabilidad de las variables de entrada centradas alrededor de sus valores esperados. Esta convolución representa las

fluctuaciones de \bar{Y} que se propagan a través del sistema y afectan la incertidumbre en x_i . Es decir, permite entender cómo las incertidumbres en las condiciones de operación del sistema se reflejan en las condiciones de estado, lo cual es fundamental para evaluar la confiabilidad del sistema y tomar decisiones informadas en la planificación y gestión de la red.

Como se mencionó anteriormente, aunque este enfoque facilita los cálculos de flujo probabilísticos en comparación con el método numérico, introduce un error medio en el valor esperado y la desviación estándar, como se observa en la Figura 3 [25].

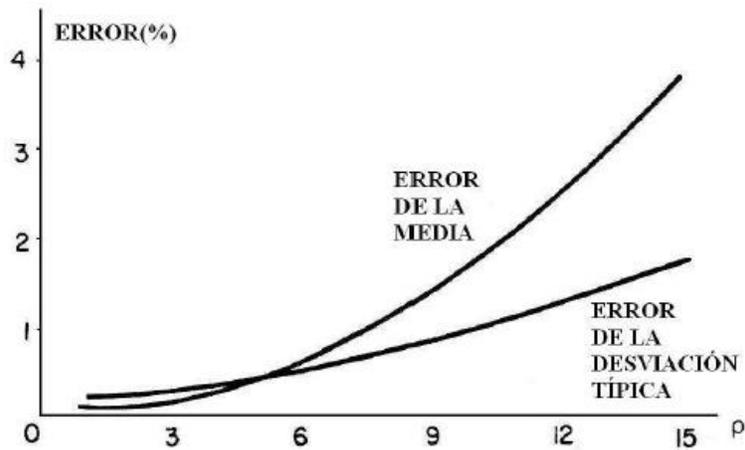


Figura 3. Error (%) versus factor de escala de varianza de entrada (ρ) [25]

2.3.3. Método combinado

Según se expone en el documento, en las explicaciones de los otros métodos (numérico y analítico), cada uno tiene sus ventajas y desventajas. Al analizar estas cualidades, podemos observar que estos métodos son complementarios. El método analítico reduce la complejidad, pero a menudo puede no modelar la solución de manera realista. En contraste, el método numérico tiende a ser más detallado y práctico, aunque puede ser más complejo computacionalmente hablando.

Por esta razón, muchos autores sugieren la combinación de ambos métodos para aprovechar sus respectivas fortalezas y superar sus limitaciones. Con base en [25] se explicarán los fundamentos de este método.

El primer paso es el punto de linealización para poder usar las ecuaciones (13) y (14) es necesario un punto de linealización (Y_0, X_0, Z_0), los cuales son a partir del valor esperado del vector aleatorio de entrada (Y) y el flujo determinista correspondiente. El punto óptimo sería aquel que conserve la mayor cantidad de información de la manera más exacta posible.

Aquí el documento representa el sistema de generación de la siguiente manera:

- *Sistemas de generación independiente (IGS por sus siglas en inglés)*: Este conjunto está formado por las unidades de generación base, las cuales operan continuamente sin importar el nivel total de carga del sistema ni su variabilidad. Estas unidades representan los costos más económicos del sistema. Las componentes del vector aleatorio de entrada asociadas a este grupo se representan comúnmente como variables aleatorias binomiales. Esto debido a que estas unidades permanecen en un estado continuo de funcionamiento. Por lo tanto estas variables no dependen estadísticamente de la carga, ya que nunca pueden satisfacer completamente la demanda.
- *Sistemas de generación dependiente (DGS por sus siglas en inglés)*: Este conjunto está formado por unidades de generación que operan de manera intermitente o durante los picos de demanda, lo que conlleva costos significativos para el sistema. La cantidad de energía que estas unidades generan depende del nivel total de carga del sistema en ese momento, lo que las convierte en variables estadísticas dependientes. Esta dependencia se debe a la incertidumbre en las cargas en ese momento y a la disponibilidad de otras unidades de generación. Las partes del vector aleatorio de entrada asociadas a este grupo no siguen una distribución binomial.

Donde representan la ecuación básica que modela el balance de potencia activa en un sistema en función de los sistemas de generación antes descrita:

$$\sum_i PG_{DEP}(i) + \sum_j PG_{IND}(j) = \sum_k PL(k) + \Delta P \quad (18)$$

Donde:

$PG_{DEP}(j)$: Generación de potencia activa por parte de los sistemas de generación dependiente.

$PG_{IND}(i)$: Generación de potencia activa por parte de los sistemas de generación independiente.

$PL(k)$: Cargas activas

ΔP : Perdidas activas totales del sistema

Los términos $PG_{DEP}(j)$, $PG_{IND}(i)$, $PL(k)$ junto con $QL(m)$ la cual es la carga reactiva, son las componentes del vector aleatorio de entrada.

Con ayuda de la ecuación (18) podemos definir la generación dependiente solicitada (RDG) de la siguiente manera:

$$RDG = \sum_i PG_{DEP}(i) = - \sum_j PG_{IND}(j) + \sum_k PL(k) + \Delta P \quad (19)$$

Por su lado, la potencia de la generación dependiente solicitada tiene que ser distribuida entre las unidades de acuerdo con un criterio económico (EC por sus siglas en inglés):

$$PG_{DEP}(i) = EC_i(RDG) \quad (20)$$

Donde EC_i es una función que dicta cuanta potencia genera cada unidad i según criterios económicos y disponibilidad, tal que modela la dependencia entre generación y carga.

Sabiendo esto y que los sistemas de generación independiente son variables conocidas y los dependientes no por ende se tienen que seguir los siguientes pasos:

1. La función de densidad (RDG por sus siglas en inglés) se obtiene mediante convolución, sin considerar las pérdidas del sistema. Esto se basa en la independencia o dependencia lineal de las variables involucradas en la ecuación. Según el teorema central del límite, la distribución de estas variables puede aproximarse por una distribución normal, lo cual permite reducir significativamente el tiempo necesario para realizar el cálculo de la convolución.
2. En este paso se genera la función de distribución de (RDG por sus siglas en inglés) usando valores pseudo-aleatorios (secuencias de números generados por algoritmos que simulan el comportamiento de números aleatorios), la potencia de respuesta se distribuye entre los sistemas de generación dependientes de la ecuación (20), haciendo uso para ello se utiliza la simulación de Montecarlo, que en este caso solo necesita ejecutar con el subsector de Y , PG_{DEP} , es decir, con el subvector correspondiente a la potencia generada por el sistema dependiente (que permite ganar eficiencia computacional).
3. En el último paso, ya teniendo el vector inicial de entradas complejas, Y_0 , compuesto de $PG_{DEP}(i)$ y $PG_{IND}(i)$ (valores esperados de todas las potencias), se realiza un flujo de carga determinístico para obtener X_0 y Z_0 . Consecuentemente, los coeficientes de sensibilidad. En esta etapa se establece un punto de equilibrio. Una ventaja clave del análisis de flujo de carga determinista radica en la capacidad de calcular rápidamente las pérdidas, lo que permite utilizar estas pérdidas como una estimación aproximada de la variable aleatoria ΔP , cuyo cálculo es más complejo. Esta aproximación facilita la planificación del siguiente paso del proceso, asegurando una gestión eficiente y precisa de la energía en el sistema eléctrico.

Por último, la función de densidad de estado (x) y de salida (z), se expresan como:

$$x = x_l + \sum_i a_i PG_{IND}(i) + \sum_j a_j PG_{DEP}(j) + \sum_k a_k PL(k) + Q_x \quad (21)$$

$$z = z_l + \sum_i b_i PG_{IND}(i) + \sum_j b_j PG_{DEP}(j) + \sum_k b_k PL(k) + Q_z \quad (22)$$

Donde:

x_l y z_l : Valores esperados de los vectores X y Z

a_i y b_i : elementos de las matrices de sensibilidad A y B , asociadas a las componentes x y z

n : dimensión del vector Y

$$Q_x = \sum_n a_n QL(n) \quad (23)$$

$$Q_z = \sum_n b_n QL(n) \quad (24)$$

La potencia reactiva se considera linealmente dependiente de la potencia activa, los coeficientes de sensibilidad a_k y b_k también cambian para incluir la reactividad y las funciones Q_x y Q_z se obtienen por convolución.

Utilizando la simulación de Montecarlo simula cada punto individual de las variables aleatorias $PL(k)$, $PG_{IND}(i)$, Q_x y Q_z las ecuaciones (19) y (20) se vuelven a usar para calcular $PG_{DEP}(j)$. Finalmente, cada punto x y z se calcula usando las ecuaciones (21) y (22).

Capítulo 3: Desarrollos actuales para la solución de PLF

En este capítulo se realiza una exhaustiva caracterización de los desarrollos actuales en el campo del flujo de potencia probabilístico. Se categorizan y analizan los diversos enfoques y métodos de solución mencionados previamente en el capítulo anterior. Cada enfoque se examina en profundidad, evaluando sus fundamentos teóricos. Se destacan las contribuciones más recientes en la investigación y desarrollo de técnicas probabilísticas, subrayando las mejoras significativas en la precisión y eficiencia del cálculo de flujos de potencia en red.

3.1. Métodos de mejora de flujo de potencia probabilístico basado en SMC

Como ya se mencionó antes las diversas ventajas y desventajas de la SMC por estas desventajas se han abordado algunas de las limitantes y desarrollado mejoras que optimizan su eficiencia y precisión, por eso se abordara algunas de estas mejoras propuestas en los últimos años en los siguientes documentos.

En la investigación de Yunlong, Lin y Jianxin [27] se aborda el problema de método de Montecarlo con cadenas de Markov (MCMC por sus siglas en inglés) tiene dificultades de convergencia y baja eficiencia computacional en el cálculo de PLF cuando la dimensionalidad de los parámetros a corregir es alta, este trabajo introduce el algoritmo de rechazo retardado sobre el método base MCMC para mejora la probabilidad de aceptación de nuevas muestras y la convergencia de las probabilidades posteriores calculadas. El determinante del Jacobiano se utiliza como corrección de estado para mejorar la eficacia del modelo bayesiano.

La fórmula de Bayes se expresa como:

$$P(x|D) = \frac{P(D|x)P(x)}{P(D)} \quad (25)$$

Donde:

- D es una muestra de observación conocida
- $P(x)$ es la distribución a priori
- $P(D|x)$ es la función de verosimilitud
- $P(D)$ es la probabilidad total condicional (una constante de normalización)
- $P(x|D)$ es la distribución de probabilidad posterior del estado x dado los datos D

Para el cálculo aproximado bayesiano se introduce una variable D' para representar la muestra simulada, y formula de bayes se escribe como:

$$P(x|D) = \frac{P(x) \int P_{\epsilon}(D|D')P(D'|x)dD'}{P(D)} \quad (26)$$

Donde:

- $P_\epsilon(D|D')$ representa la distribución condicional de la función de distancia entre la muestra simulada y la observada.
- La distancia entre la muestra simulada D' y la observación D se juzga por la función de error $d(D, D')$ y la tolerancia ϵ .
- $P(D'|x)$ es la cantidad análoga generada por el modelo de probabilidad $g(\cdot|x)$.

Para evitar la dificultad en calcular el integral de la función de distancia directamente cuando los datos son grandes o de alta dimensionalidad, se comparan directamente los valores estadísticos de las muestras simuladas y observadas, como:

$$d(S(D), S(D')) \leq \epsilon \quad (27)$$

Donde $S(D)$ y $S(D')$ son los valores estadísticos de las muestras observadas y simuladas, respectivamente. Por lo tanto, la probabilidad posterior se puede escribir como:

$$P(x|D) \propto P[d(S(D), S(D')) \leq \epsilon|x]P(x) \quad (28)$$

Para obtener una muestra de la distribución posterior mostrada en la ecuación (28), se puede usar un muestreador de rechazo. Los pasos específicos del algoritmo son:

1. Simulación aleatoria de un parámetro x_i desde una distribución a priori $P(x)$.
2. Calcular el valor simulado D' de x_i desde el simulador $g(\cdot|x)$.
3. Si $d(S(D), S(D')) \leq \epsilon$, aceptar x_i .
4. Repetir del paso 1 al paso 3 hasta que el número total de muestras alcance el valor establecido N .

Cuando el valor ideal de $\epsilon = 0$, todas las muestras se toman de la distribución posterior real, aumentando la precisión del cálculo, pero también el tiempo de cálculo. Es crucial seleccionar la distribución a priori y la tolerancia adecuada. Algunas distancias alternativas para $d(\cdot)$ incluyen la distancia euclidiana, la distancia de Mahalanobis o el error cuadrático medio.

Cuando la distribución a priori no está cerca de la distribución posterior, la tasa de aceptación de la muestra es baja. Normalmente se incorpora el algoritmo de Metropolis – Hastings (MH) en el MCMC en el proceso de muestreo. Sin embargo, el algoritmo MH puede estancarse en un conjunto de muestras que no están distribuidas uniformemente en el espacio de soluciones.

Para mejorar la tasa de aceptación y permitir una convergencia más rápida de la distribución posterior, se introduce un algoritmo de Rechazo por Retraso al cálculo bayesiano aproximado. Los pasos específicos del algoritmo mejorado son:

1. Se toma el valor inicial x_i de la distribución a priori $P(x)$ y se introduce en la distribución propuesta $g(\cdot|x)$ para calcular x_i^* .

2. Introducir x_i^* en el simulador $g(\cdot | x^*)$ para obtener el valor simulado D' y calcular la tasa de aceptación α .
3. Si $d(S(D), S(D')) \leq \epsilon$ y $v \leq \alpha_2$, entonces $x_{i+1} = x^{**} + J^{-1}(D - D')$.
4. De lo contrario, se utiliza el paso de Rechazo por Retraso (DR) para remuestrear basado en el valor análogo x^* .
5. Calcular x^{**} de la distribución propuesta $q(\cdot | x^*)$ y generar el valor de simulación secundaria D'' .
6. Si $d(S(D), S(D')) \leq \epsilon$ y $v \leq \alpha_2$, entonces $x_{i+1} = x^{**} + J^{-1}(D - D'')$, de lo contrario $x_{i+1} = x_i$.
7. Repetir del paso 1 al paso 6 hasta que el número total de muestras alcance el valor establecido N .

Donde J es el determinante de Jacobiano utilizado para corregir la transferencia de estado en el proceso. Este algoritmo mejora la validez de la distribución de probabilidad posterior.

Con los tres métodos expuestos se realizó una prueba con el sistema IEEE de 6 nodos donde se evidenció que el método de MCMC con Ajuste Bayesiano Aprox. y Corrección de Datos ofrece una convergencia más rápida y precisa en las distribuciones posteriores de amplitud de tensión y ángulo de fase en los nodos 4 y 5, en comparación con Ajuste Bayesiano Aprox. con MCMC, además se presentó un menor error relativo en la desviación estándar, evidenciando mayor precisión. Las ventajas clave incluyen la mejora de la tasa de aceptación en el muestreo MH y la obtención de distribuciones posteriores más precisas y rápidas.

3.1.1. Algoritmo de PLF para sistemas fotovoltaicos

En el trabajo de Han Dan [28] se presenta un modelo matemático para calcular la salida fotovoltaica basado en la intensidad de la luz típica y los cambios de temperatura ambiente, en el que la temperatura ambiente se puede simular mediante datos en tiempo real, fórmulas matemáticas. Luego, los datos calificados de potencia inyectada nodal se obtienen modificando las muestras aleatorias generadas por el método SMC y finalmente se adopta el método de Newton-Raphson para simular el flujo de potencia probabilístico de todo el sistema.

El principio de las celdas fotovoltaicas (PV por sus siglas en inglés) es el efecto voltaico, donde la luz genera corriente y tensión en la superficie de las celdas. La relación entre la corriente (I) y la tensión (V) en una celda PV se puede describir con la siguiente fórmula:

$$I = I_{sc} - C_1 \left(\exp \left(\frac{V_{oc}}{C_2} \right) - 1 \right)$$

Donde:

- I_{sc} es la corriente de cortocircuito.
- V_{oc} es la tensión de circuito abierto.

- C_1 y C_2 son variables intermedias modificadas según la intensidad de la luz y la temperatura ambiente.

Las fórmulas modificadas para C_1 y C_2 son:

$$C_1 = I_{sc} \exp \frac{V_m}{I_m}$$

$$C_2 = V_{oc} - (V_{oc} - V_m) \ln \left(1 + \frac{I_{sc} - I_m}{I_{sc}} \right)$$

Donde:

- I_m es la corriente en el punto de máxima potencia.
- V_m es la tensión en el punto de máxima potencia.

Las fórmulas de corrección para I_{sc} , V_{oc} , I_m y V_m son:

$$I'_{sc} = I_{sc}(1 + a\Delta T + bS)$$

$$V'_{oc} = V_{oc}(1 + c\Delta T + dS)$$

$$I'_m = I_m(1 + a\Delta T + bS)$$

$$V'_m = V_m(1 + c\Delta T + dS)$$

Donde:

- S es la intensidad de luz en tiempo real
- $\Delta T = T_a - T_{ref}$ es la diferencia entre la temperatura ambiente y la temperatura de referencia (25°C).
- a, b, c, d son constantes específicas del sistema.

Donde las constantes son $a = 0.0025^\circ\text{C}$, $b = 7.5 \times 10^{-5} \text{m}^2/\text{W}$, $c = 0.0028^\circ\text{C}$ y $d = 8.4 \times 10^{-5} \text{m}^2/\text{W}$.

Para la curva de salida de estaciones fotovoltaicas para calcular la potencia máxima P y la tensión V en la curva $P - V$, se aplica el algoritmo de seguimiento del punto de máxima potencia (MPPT por sus siglas en inglés):

$$P = VI$$

Para determinar el punto de máxima potencia, se usa la derivada de P con respecto a V :

$$\frac{dP}{dV} = I + V \frac{dI}{dV}$$

El criterio para el punto de máxima potencia es cuando:

$$\frac{dP}{dV} = 0$$

Esto da el valor teórico máximo de la potencia de salida P_{max} en ese momento.

El sistema de generación de energía fotovoltaica conectado a la red debe pasar por un proceso de inversor, filtrado y aumento de tensión. La eficiencia de los módulos PV está afectada por la temperatura ambiente y la pérdida de potencia en componentes electrónicos. La potencia de salida real P_{PV} se calcula como:

$$P_{PV} = \eta_{ref} \eta_{mppt} \eta_{inv} P_{max}$$

Donde:

- η_{ref} es la eficiencia de los módulos PV a la temperatura de referencia.
- η_{mppt} es la eficiencia del módulo de control MPPT.
- η_{inv} es la eficiencia de los inversores.

Cuando la potencia de salida $P_{PV} \leq P_{min}$ (umbral del sistema conectado a la red, generalmente el 5% de la capacidad PV), el sistema se apaga.

Para el cálculo de PLF con SMC se siguen los siguientes pasos que nos da [28]:

1. Se ingresan los parámetros de la estructura de la red, la información histórica de las estaciones PV y las cargas, se establece la iteración máxima κ_{max} y se inicializa el contador de iteración κ en 1.
2. Se establece el modelo probabilístico de la salida activa de las estaciones PV y el modelo de distribución normal de la carga, usando la teoría de estimación de densidad kernel no paramétrica. Bajo el marco de la simulación de Monte Carlo, se usa el modelo de flujo de potencia de día con el método de Newton-Raphson.
3. Se establece el modelo probabilístico de la carga con distribución normal. Bajo el marco de la simulación de Monte Carlo, se usa el modelo de flujo de potencia de noche con el método de Newton-Raphson.
4. Se cuenta la tensión en nodos, la potencia transmitida en líneas y la tasa de pérdida de línea calculadas en cada flujo de potencia, se obtiene la distribución probabilística y se dibuja la curva de densidad probabilística con teoría de estimación de densidad kernel no paramétrica.

Los resultados que se muestran realizando un análisis para el sistema de 14 nodos IEEE con 10000 iteraciones bajo 3 esquemas los cuales son el primero siendo durante el día y considerando la salida activa de las centrales fotovoltaicas y la fluctuación aleatoria de la carga en cada nodo, la segunda durante la noche se consideró la fluctuación aleatoria de la carga en cada nodo y se ignora la potencia reactiva de salida de las centrales fotovoltaicas, y la tercera también durante la noche pero se toma en cuenta la potencia reactiva de salida de las centrales fotovoltaicas. Con los resultados se concluyó en que la información de distribución de probabilidad del flujo de energía, como la tensión del nodo y la potencia de

transmisión de la línea, no se puede estimar con precisión si se ignora la producción de potencia reactiva de las centrales fotovoltaicas durante la noche.

3.2. Métodos avanzados de mejora mediante aprendizaje automático

El uso de redes neuronales ha revolucionado diversos campos de la ciencia y la ingeniería, incluyendo el análisis de sistemas eléctricos de potencia. Dos enfoques destacados en esta área son el análisis de flujo de potencia probabilístico mediante bloques residuales en redes neuronales, como se expone en los trabajos de Kejun y Yu [29], y el modelado de redes eléctricas a través de técnicas de aprendizaje profundo, abordado en [30].

En [29] se explora el modelado profundo de redes eléctricas, empleando técnicas avanzadas como redes generativas para simular el comportamiento dinámico y las interacciones complejas en sistemas de potencia. Por otro lado, en [30] se propone la aplicación de bloques residuales para mejorar el análisis de flujo de potencia probabilístico. Este enfoque se centra en la eficiencia y precisión al manejar perturbaciones en relaciones lineales mediante redes neuronales, utilizando métodos de inicialización inspirados en la física para optimizar la convergencia del modelo.

Ambos enfoques comparten la ventaja de utilizar capacidades avanzadas de aprendizaje automático para mejorar la precisión y eficiencia en el análisis y modelado de sistemas eléctricos. Sin embargo, presentan diferencias significativas en cuanto a la metodología y el alcance de aplicación. Ahora se explicará cada método expuesto en los documentos.

El método propuesto en [29] comienza presentando FP de forma matemática y describiendo el problema de PLF desde la perspectiva basada en datos esto por medio de las ecuaciones (9) y (10) donde las expresa de la siguiente manera:

$$y_a = f_a(x) \quad (25)$$

$$V_l = f_m(x) \quad (26)$$

Donde los ángulos y magnitudes de tensión desconocidas son denotadas por $y_a(\theta_g|\theta_l)$ y V_l , respectivamente f_a y f_m son las asignaciones de las variables de entrada x a las variables de salida y_a y V_l . Con el fin de la aplicación inversa de las ecuaciones (9) y (10).

Al obtener todas las magnitudes y ángulos de la tensión, el flujo de potencia de las ramas se puede calcular fácilmente de la siguiente manera:

$$P_{ij} = -G_{ij}V_i^2 + V_iV_j(G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (27)$$

$$Q_{ij} = B_{ij}V_i^2 + V_iV_j(G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) - \frac{b_{ij}^c}{2}V_i^2 \quad (28)$$

Donde b_{ij}^c es la susceptancia total de carga de línea entre el nodo i y el nodo j .

Se plantea el problema para resolver el FP usando el método de Newton-Raphson, que es computacionalmente exigente y puede no converger si los puntos iniciales no son adecuados. Por ello, se propone utilizar aprendizaje automático para aproximar el cálculo inverso del FP mediante datos históricos. Durante el entrenamiento del modelo, se ajusta el peso de las variables para minimizar la pérdida de ajuste con los datos de inyección de potencia. Esto reduce significativamente el tiempo de cálculo durante la etapa de inferencia, donde el modelo entrenado proporciona los fasores de tensión correspondientes a nuevas muestras de inyección de potencia. Esta aproximación podría mejorar la eficiencia del estudio de PLF al sustituir el método tradicional de FP inverso.

En el documento se propone un método de reconocimiento de variaciones para aproximar el mapeo de flujo de potencia inverso no lineal f_m , así como una técnica de aprendizaje multitarea para f_a .

El sistema propone dividir los nodos de carga en dos conjuntos según la desviación estándar de sus magnitudes de tensión que se estiman basados en datos históricos:

$$N_l = N_{ls} \cup N_{lb} \text{ y } N_{ls} \cap N_{lb} = \emptyset \quad (29)$$

N_{lb} para buses con alta desviación estándar y N_{ls} para nodos con baja desviación estándar. Se sugiere usar un modelo de red neuronal completamente conectada para N_{lb} , que maneje las variaciones grandes de tensión, y una regresión lineal de mínimos cuadrados para N_{ls} , donde las variaciones son pequeñas. Esto optimiza el modelo según la complejidad requerida por cada conjunto, evitando sobreajustes y cargas computacionales innecesarias.

Ahora por medio de un enfoque de estimación de FP que se centra en mejorar la precisión mediante el uso de aprendizaje multitarea en redes neuronales, los ángulos de tensión y las diferencias entre ángulos están relacionados entre sí en el análisis de FP lo que incentiva a aplicar el aprendizaje multitarea en el entrenamiento de redes neuronales.

Por ende, se propone un enfoque multitarea mediante el diseño de la función de pérdida ponderada

$$\mathcal{L}_{new} = \mathcal{L}(\Delta Y_a) + \alpha \mathcal{L}(\Delta Y_{ad}) = \mathcal{L}(\bar{Y}_a - Y_a) + \alpha \mathcal{L}(\bar{Y}_{ad} - Y_{ad}) \quad (30)$$

Donde \mathcal{L} es el error cuadrático medio y α es el parámetro de ponderación para equilibrar las pérdidas de las dos tareas. Diferencias verdaderas de ángulos de tensión $Y_{ad} = AY_a$, donde $A \in \mathbb{R}^{M \times (N-1)}$ es la matriz de adyacencia de incidencia reducida (se elimina la columna relacionada con el nodo slack), las diferencias de ángulos estimadas \bar{Y}_{ad} se pueden obtener de manera similar.

Se comparan cuatro enfoques diferentes, enfoques propuestos (M3 y M4) con dos métodos existentes (M1 y M2) como se enumeran a continuación:

M1: Utiliza un modelo lineal para estimar tensiones y ángulos mediante regresión lineal ordinaria.

M2: Entrena una Red Neuronal Totalmente Conectada (FCNN por sus siglas en inglés) para estimar tanto magnitudes como ángulos de tensión.

M3: Emplea dos FCNN separadas para estimar magnitudes de tensión y ángulos respectivamente, reconociendo las diferencias en las características de estas dos variables.

M4: Propone un método basado en aprendizaje multitarea, donde las magnitudes de tensión con desviaciones pequeñas son manejadas por regresión lineal para reducir la carga computacional y mejorar la precisión.

El M4 propuesto combina naturalmente las ideas de M1 y M3, donde encontramos que las magnitudes de tensión con pequeñas desviaciones deben manejarse mediante la regresión lineal. Esto puede reducir aún más la carga computacional y aumentar la precisión de la estimación.

El estudio compara varios métodos para estimar magnitudes de tensión, diferencias de ángulos y flujos de ramas en sistemas de energía. Se destaca que la combinación de regresión lineal y redes neuronales ofrece la mejor precisión en la estimación de magnitudes de tensión. Además, un enfoque de aprendizaje multitarea mejora la precisión en la estimación de diferencias de ángulos, resultando en mejores estimaciones de flujos de potencia en las ramas. Aunque este método multitarea muestra una ligera disminución en la precisión de los ángulos de tensión en comparación con otro enfoque para el sistema IEEE-1354, sobresale en la estimación de diferencias de ángulos. Además, se observa que mejorar la estimación de diferencias de ángulos no afecta significativamente la precisión de la estimación de ángulos de tensión.

Ahora el método propuesto en [30] propone un enfoque de aprendizaje residual guiado por la física para el análisis de PLF. Este método se centra en mejorar la precisión y eficiencia de las predicciones de flujo de potencia utilizando técnicas de aprendizaje profundo, específicamente redes neuronales residuales.

El método propuesto se basa en un marco de aprendizaje profundo que incluye las siguientes etapas:

- Modelos de Inicialización:

Random: Método de inicialización aleatoria que sirve como línea base.

Data-Driven PF: Modelo impulsado por datos para las ecuaciones de flujo de potencia.

Linearized PF: Modelo de flujo de potencia linealizado.

Jacobian: Modelo basado en la matriz Jacobiana.

- Funciones de Pérdida:

La función de pérdida utilizada para el entrenamiento es del error cuadrático medio (MSE por sus siglas en inglés), definida como:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_i)^2 \quad (31)$$

Donde y_i son los valores verdaderos y \bar{y}_i son los valores predichos.

- Criterios de evaluación:

Son fundamentales para medir la precisión y efectividad del modelo propuesto. En este caso, se utilizan dos métricas principales: el Error Cuadrático Medio Promedio (ARMSE por sus siglas en inglés) y el Error Porcentual Absoluto Medio (MAPE por sus siglas en inglés).

El ARMSE es una métrica que combina la raíz del error cuadrático medio (RMSE por sus siglas en inglés) en varias dimensiones. Es útil para evaluar la precisión de las predicciones en un conjunto de datos multidimensional. La fórmula del ARMSE es:

$$ARMSE = \frac{1}{D} \sum_{j=1}^D \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\widehat{Y}_{ij} - Y_{ij})^2} \quad (32)$$

Donde:

- D es el número total de dimensiones o variables evaluadas.
- N es el número total de muestras.
- \widehat{Y}_{ij} es el valor predicho para la muestra i en la dimensión j .
- Y_{ij} es el valor real para la muestra i en la dimensión j .

Este promedio ponderado permite evaluar cómo el modelo maneja múltiples salidas, proporcionando una visión general del rendimiento en diferentes aspectos del sistema.

El MAPE es una métrica que mide la precisión de las predicciones en términos porcentuales, lo que permite una interpretación más intuitiva de los errores. La fórmula del MAPE es:

$$MAPE = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left| \frac{\widehat{O}_{ij} - O_{ij}}{O_{ij}} \right| \times 100\%$$

Donde:

- M es el número total de muestras.
- \widehat{O}_{ij} es el valor predicho para la muestra i en la dimensión j .
- O_{ij} es el valor real para la muestra i en la dimensión j .

El MAPE proporciona una medida clara del error relativo en porcentaje, facilitando la comparación entre diferentes modelos y sus predicciones. Es especialmente útil cuando las unidades de medida de las variables evaluadas son diferentes.

Los resultados muestran que el método propuesto ofrece mejoras significativas en términos de precisión y eficiencia computacional en comparación con métodos tradicionales como Montecarlo y Cuasi-Montecarlo. Las funciones de densidad de probabilidad estimadas por los enfoques propuestos son muy cercanas a las PDF reales, superando a métodos como *Linearized FP*, *Stochastic Machine Learning (SML)*, y *Ridge Regression (RR)*. Además, el rendimiento de los enfoques propuestos se evaluó en términos de riesgo, mostrando resultados prometedores en la captura de valores de posibilidad en el orden de 10^{-3} comparado con el método SMC. Los enfoques propuestos también reducen significativamente el tiempo computacional total en comparación con SMC y QMC (con 3000 puntos de muestreo).

Donde podemos ver que mientras que [29] aborda un espectro más amplio al explorar técnicas generativas para modelar redes eléctricas complejas, [30] se centra específicamente en el análisis de flujo de potencia probabilístico y la utilización de bloques residuales.

3.3. Método basado en Cumulantes

Antes de realizar un análisis de PLF es importante establecer un modelo de probabilidad de los factores estocásticos, aunque muchos de los estudios de PLF consideran las fluctuaciones de las generaciones de energía eólica y solar es importante modelar el almacenamiento de energía y las cargas controlables, los cuales están sujetos a estrategias de control. Estas estrategias de control influyen en las distribuciones de estos factores complicando su modelo.

Para reducir esta complejidad, en el trabajo de Lin et al. [31] se propone un esquema mejorado de PLF que considere múltiples factores estocásticos junto con sus correlaciones, estrategias de control, método de ajuste de distribución polinomial (PDFM por sus siglas en inglés) y que este basado en modelos de probabilidad establecidos para el PLF.

La investigación presenta dos estrategias de control para el almacenamiento de energía y las cargas controlables, que están diseñadas para mitigar la variabilidad en la salida de energía renovable y mantener la estabilidad del sistema eléctrico.

La primera estrategia de estabilización de la energía renovable local se basa en ajustar el almacenamiento de energía utilizando valores predeterminados u optimizados. Con un valor predeterminado, el almacenamiento de energía carga cuando la salida de energía renovable supera un umbral y descarga cuando está por debajo de él. Con un valor de optimización, se minimiza la variabilidad combinada de la salida de energía renovable y del almacenamiento de energía.

Por otro lado, la segunda estrategia de estabilización de la carga neta local se enfoca en mantener la estabilidad de la carga neta en los buses controlados. Utilizando valores

predeterminados u optimizados, el almacenamiento de energía se carga o descarga en función de la diferencia entre la carga neta total y un valor de referencia.

Ambas estrategias están sujetas a restricciones físicas y de capacidad para garantizar un funcionamiento seguro y eficiente del almacenamiento de energía. Estas estrategias ayudan a reducir las variaciones en la generación y demanda de energía, mejorando así la estabilidad y el rendimiento del sistema eléctrico, estos criterios de control se ven representados en la Tabla 1.

Tabla 1. Criterios de control [31].

Tipo	Valor Prestablecido	Valor Optimo.
1) Estabilización Renovable.	Carga: $P_{\Sigma C_{RE}}^{RE}(t) > P_{preset}$ Descarga: $P_{\Sigma C_{RE}}^{RE}(t) < P_{preset}$	Min $Var P_{\Sigma C_{RE}}^{RE}(t) + P^{ES}(t) $ s.t. Restricciones
2) Estabilización de la carga neta.	Carga: $P_{\Sigma C_{RE}}^{RE}(t) - P_{\Sigma C_{load}}^{load}(t) > P'_{preset}$ Descarga: $P_{\Sigma C_{RE}}^{RE}(t) - P_{\Sigma C_{load}}^{load}(t) < P'_{preset}$	Min. $Var P_{\Sigma C_{RE}}^{RE}(t) + P^{ES}(t) - P_{\Sigma C_{load}}^{load}(t) $ s.t. Restricciones
3) Restricciones.	1). Física: $E^{ES}(t - 1) = E^{ES}(t) + P^{ES}(t)\Delta t$ 2). Potencia: $P_{min}^{ES} \leq P^{ES}(t) \leq P_{m\acute{a}x}^{ES}$ 3). Cantidad: $E_{min}^{ES} \leq E^{ES}(t) \leq E_{m\acute{a}x}^{ES}$	

El PDFM que propone este trabajo se debe a que después de la transformación de potencia las producciones reales de energía ya no siguen las distribuciones de probabilidad originales y en la mayoría de las ocasiones no se tiene una adecuada distribución para los datos de salida, donde el PDFM propuesto ajusta datos históricos a distribuciones arbitrarias mediante la elección del grado y los coeficientes del polinomio adecuados. Este método no solo ofrece una mejor adaptación a la distribución de los datos, sino que también resulta más eficaz en el flujo de potencia probabilístico basado en cumulantes, ya que las expresiones polinómicas facilitan el cálculo de integrales.

El procedimiento de PDFM es el siguiente:

- 1) Se realiza una estimación de la función de suavizado de Kernel a los datos históricos.
- 2) Se encuentra el número n de puntos extremos, donde el grado del polinomio se establece entonces en $n + 1$, y la función de densidad de probabilidad (PDF por sus siglas en inglés) tiene la forma:

$$f(x) = a_{n+1}x^{n+1} + a_nx^n + \dots + a_1x + a_0, x \in [b, c]$$

$$\int_b^c f(x)dx = 1, b = \min\{\text{datos}\}, c = \max\{\text{datos}\}$$

- 3) Se realiza una estimación de máxima verosimilitud de los datos históricos con el PDF en el Paso 2. Como es probable que el resultado de MLE se vea afectado por los coeficientes iniciales, se necesita un proceso de ajuste de curva polinomial a los datos de la función de suavizado de Kernel antes de la estimación de máxima verosimilitud.

Después de que el PDFM establezca las distribuciones de probabilidad marginal para los factores estocásticos se pueden combinar mediante la función de cópula para formar un modelo de distribución de probabilidad conjunto. Se utiliza la cópula gaussiana común debido a sus características de representación de correlación no lineal y ajuste para la distribución marginal arbitraria que es:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; \rho) = \frac{1}{\sqrt{\det(\rho)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Phi^{-1}(x_1) \\ \Phi^{-1}(x_2) \\ \dots \\ \Phi^{-1}(x_n) \end{pmatrix}^T (\rho^{-1} - I) \begin{pmatrix} \Phi^{-1}(x_1) \\ \Phi^{-1}(x_2) \\ \dots \\ \Phi^{-1}(x_n) \end{pmatrix}\right)$$

Donde:

- ρ es la matriz de parámetros de correlación lineal para la copula gaussiana
- $\Phi^{-1}(x_i)$ es la función de distribución acumulativa inversa (CDF por sus siglas en inglés) de la distribución normal estándar

Y por último se realiza la evaluación de PLF usando el método de cumulantes con los siguientes pasos:

- 1) Relación lineal local entre variables de inyección de potencia y tensión.

La evaluación se inicia con la consideración de la relación lineal local entre las variaciones de las inyecciones de potencia y las variaciones de tensión con las ecuaciones (9) y (10).

Cuando el vector de inyección de potencia fluctúa en un pequeño rango ΔX alrededor de un valor estable X_0 , el vector de tensión también varía en un pequeño rango ΔV . Esta relación lineal local se representa mediante

$$\Delta V = J_0^{-1} \Delta X$$

Donde J_0 es la matriz jacobiana del método de Newton-Raphson en el valor estable X_0 .

- 2) Derivación de los Cumulantes de entrada

Los cumulantes de entrada se derivan de la PDF del modelo de probabilidad conjunta.

Conociendo todas las distribuciones marginales $F_1(v), F_2(v), \dots, F_n(v)$ y la función cópula gaussiana, el modelo de probabilidad conjunta se puede expresar como:

$$f(v_1, v_2, \dots, v_n) = c(F_1(v), F_2(v), \dots, F_n(v))f_1(v_1)f_2(v_2) \dots f_n(v_n)$$

Para derivar los cumulantes de entrada, se necesita conocer los valores de momentos específicos y momentos conjuntos, los cuales se obtienen mediante la integral con el PDF conjunto:

$$E[g(v_1, v_2, \dots, v_n)] = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} g(v_1, v_2, \dots, v_n) f(v_1, v_2, \dots, v_n) dv_1 dv_2 \dots dv_n$$

A partir de aquí, se calculan los cumulantes y cumulantes conjuntos mediante la expresión:

$$\kappa(X_1, X_2 \dots X_n) = E[X_1, X_2, \dots, X_n] - \sum E[\text{productos de cumulantes menores}]$$

3) Cálculo de los Cumulantes objetivo.

Para calcular los cumulantes objetivo con los cumulantes de entrada X_i y su combinación lineal:

$$Y = a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n$$

Se utiliza la siguiente formula:

$$\kappa_Y = \kappa_{X_1} + \kappa_{X_2} + \dots + \kappa_{X_n}$$

4) Aproximación de la distribución de probabilidad.

Finalmente, se aproxima la distribución de probabilidad del flujo de potencia utilizando series como la de Cornish-Fisher, la cual es efectiva para aproximar distribuciones no normales. Para un cuantil α de la variable aleatoria Y , el valor $Y(\alpha)$ se calcula como:

$$Y(\alpha) = x + \sum_{r=1}^{\infty} h_r(x)\gamma_r$$

Donde $h_r(x)$ son los polinomios de Hermite y γ_r son los cumulantes estandarizados.

Con estas etapas, se logra evaluar el flujo de potencia probabilístico considerando las fluctuaciones en las inyecciones de potencia. El método de flujo de potencia probabilístico

basado en cumulantes (CBPPF por sus siglas en inglés) ofrece una evaluación integral y precisa de los planes de expansión de transmisión al modelar múltiples factores estocásticos y sus correlaciones mediante funciones de cópula y ajustes de distribución polinómica. Comparado con las simulaciones de Montecarlo, este método es más eficiente computacionalmente, permite probar diversas estrategias de control, y facilita la comparación detallada de diferentes planes de expansión, proporcionando información crucial para la toma de decisiones basada en la seguridad operativa y la utilización de los corredores de transmisión. Además, los resultados del CBPPF muestran una alta concordancia con los obtenidos por Montecarlo, validando su precisión y efectividad.

Capítulo 4: Herramientas computacionales actuales para la solución del PLF.

En este capítulo se toman en cuenta algunas de las herramientas para simulación de sistemas de potencia más utilizadas, como lo son: DigSilent PowerFactory, ETAP y Neplan, en conjunto con Matlab, Matpower y Pandapower que se han popularizado por su aplicación en la literatura y solución de flujos de potencia.

DigSilent PowerFactory, ETAP y Neplan son herramientas avanzadas de análisis de sistemas eléctricos que incluyen módulos integrados para realizar análisis de flujo de potencia probabilístico, permitiendo evaluar la incertidumbre en las cargas y la generación. Por otro lado, Matpower es una caja de herramientas de Matlab para simulaciones de sistemas de potencia que, aunque no incluye directamente un módulo de flujo de potencia probabilístico, permite su implementación mediante programación adicional. Matlab, siendo una plataforma de cálculo numérico, y Pandapower, una biblioteca de Python, tampoco tienen módulos específicos para este tipo de análisis, pero su flexibilidad permite a los usuarios desarrollar y personalizar sus propios algoritmos para llevar a cabo estudios de flujo de potencia probabilístico.

4.1. DigSilent PowerFactory

DigSilent PowerFactory es una herramienta de análisis de sistemas de energía ampliamente utilizada que proporciona capacidades sólidas para realizar análisis de flujo de potencia probabilístico. A continuación, se detalla más sobre cómo PowerFactory aborda este tipo de análisis:

Este programa permite modelar la incertidumbre en los parámetros del sistema eléctrico, como la variabilidad en la demanda de carga y la generación de energía renovable, utilizando distribuciones probabilísticas como la normal o uniforme. Ofrece métodos de simulación para el análisis probabilístico, siendo el método SMC el más común, que realiza múltiples simulaciones del sistema bajo diferentes escenarios para obtener una representación estadística del comportamiento del sistema. Este análisis permite evaluar la confiabilidad del sistema eléctrico y los riesgos asociados, produciendo métricas como la probabilidad de pérdida en las cargas y la energía esperada no suministrada. Los resultados se presentan como distribuciones estadísticas, ofreciendo una visión detallada de la variabilidad esperada en tensiones, flujos de corriente y pérdidas de potencia. Además, PowerFactory integra este análisis con otros módulos del software, como el análisis de estabilidad dinámica y contingencias, proporcionando una evaluación más completa del sistema bajo incertidumbre. La herramienta también incluye capacidades avanzadas de visualización y generación de reportes, permitiendo a los usuarios interpretar y comunicar los resultados eficazmente mediante gráficos e histogramas [32].

4.1.1. Procedimiento para Realizar un Análisis de Flujo de Potencia Probabilístico en PowerFactory

Primero se construye el modelo del sistema eléctrico, incluyendo todos los elementos relevantes como generadores, cargas, líneas de transmisión, y transformadores. Luego, se asignan distribuciones de probabilidad a las variables de entrada inciertas, tales como la carga y la generación, especificando parámetros como la media, la desviación estándar, y el tipo de distribución (normal, log normal, etc.). A continuación, se configura el análisis probabilístico seleccionando el método adecuado, como en SMC, y estableciendo los parámetros del análisis, incluyendo el número de simulaciones a realizar. Posteriormente, se ejecuta el análisis de flujo de potencia probabilístico, realizando múltiples simulaciones para evaluar el comportamiento del sistema bajo diferentes escenarios. Los resultados obtenidos se revisan y analizan, evaluando las distribuciones de las variables de salida (tensiones, flujos de corriente, pérdidas, etc.), identificando posibles riesgos y puntos críticos en el sistema. Finalmente, se generan reportes detallados y visualizaciones para documentar los hallazgos del análisis y facilitar la toma de decisiones informadas [33].

4.1.2. Ejemplo de aplicación para cálculos de flujo de carga probabilísticos considerando la incertidumbre de la generación eólica

Los autores Francisco M. Gonzalez – Longatt y José Luis Rueda en [34] realizan un estudio cuyo objetivo principal del estudio es evaluar cómo la incertidumbre en la generación de energía eólica afecta el flujo de potencia en una red de distribución eléctrica utilizando cálculos de flujo de carga probabilísticos en DigSilent PowerFactory. La metodología del estudio se puede dividir en cuatro etapas principales:

- **Modelado de la red eléctrica:**

Se crea un modelo detallado de la red de distribución en DigSilent PowerFactory. Este modelo incluye 18 nodos de la red de distribución, líneas de transmisión que conectan estos nodos, generadores de energía eólica distribuidos en diferentes puntos de la red y cargas conectadas en varios puntos, representando la demanda de energía. El objetivo es construir un modelo que refleje con precisión la configuración y operación de la red eléctrica real, capturando tanto la generación como el consumo de energía.

- **Modelado Probabilístico de la Generación Eólica:**

La segunda etapa se centra en el modelado probabilístico de la generación eólica. Para esto, se recopilan datos históricos de generación eólica correspondientes a los generadores distribuidos en la red. Con estos datos, se utilizan distribuciones probabilísticas, como la distribución Weibull, para modelar la variabilidad de la generación de energía eólica. Estas distribuciones permiten capturar la incertidumbre inherente a la generación eólica, proporcionando una base para la generación de escenarios de simulación. Se emplean SMC para generar múltiples escenarios de

generación eólica, cada uno representando una posible realización basada en las distribuciones probabilísticas definidas.

- **Cálculos de Flujo de Potencia Probabilísticos:**

En la tercera etapa, se configuran y ejecutan los cálculos de flujo de carga probabilísticos en DigSilent PowerFactory. Se definen los parámetros de simulación, incluyendo el número de escenarios y los criterios de convergencia necesarios para los cálculos. Durante esta fase, se ejecutan las simulaciones de flujo de carga para cada uno de los escenarios generados mediante Monte Carlo. DigSilent PowerFactory calcula las magnitudes de tensión, corrientes y pérdidas de potencia para cada escenario, permitiendo un análisis detallado de cómo la variabilidad de la generación eólica afecta estas variables en la red eléctrica.

- **Evaluación de la Confiabilidad y Estabilidad de la Red:**

Finalmente, se realiza una evaluación de la confiabilidad y estabilidad de la red. Se identifican los nodos y líneas de transmisión que presentan mayor variabilidad y riesgo de problemas operativos, tales como sobrecargas o violaciones de límites de tensión. La evaluación de la confiabilidad implica determinar la probabilidad de que ocurran condiciones no deseadas en la red, utilizando los resultados probabilísticos obtenidos de las simulaciones. Este análisis ayuda a identificar puntos críticos y formular recomendaciones para mejorar la confiabilidad y estabilidad de la red eléctrica.

Este estudio finalmente genera unas recomendaciones prácticas para mejorar la confiabilidad y estabilidad de la red eléctrica que se pueden aplicar sobre el sistema con generación variable.

4.2. ETAP

Es una herramienta de software integral y avanzada para el análisis y simulación de sistemas eléctricos, ampliamente utilizada en la industria debido a sus capacidades de modelado detallado y módulos específicos para diversas aplicaciones. En el contexto del análisis de PLF, ETAP proporciona un módulo especial que permite evaluar el comportamiento de los sistemas de energía en condiciones inciertas. Este módulo aprovecha técnicas de simulación avanzadas como la SMC [35].

Esto genera múltiples escenarios basados en variaciones en las entradas, proporcionando una distribución de posibles resultados que ayuda a mejorar la comprensión del riesgo y la variabilidad del sistema. Además del SMC, ETAP incluye técnicas de análisis de distribución como los métodos de cuadratura de Sobol y Gauss para evaluar de manera precisa y eficiente los efectos de la incertidumbre en los sistemas energéticos [35].

ETAP es conocido por su capacidad de modelar una amplia gama de componentes del sistema eléctrico, desde generadores y transformadores hasta líneas de transmisión y cargas. La herramienta permite la integración de recursos energéticos distribuidos y tecnologías avanzadas como sistemas de almacenamiento de energía y vehículos eléctricos, lo que es crucial para el análisis de redes modernas y sostenibles. Además, ETAP integra herramientas para el análisis de sensibilidad, que facilitan la identificación de los factores críticos que afectan el rendimiento del sistema bajo condiciones de incertidumbre, y análisis de confiabilidad, que evalúan la probabilidad de fallos y su impacto en la operación del sistema.

4.2.1. Ejemplo de aplicación para solución de Flujo de Potencia Probabilístico usando ETAP

Este estudio utiliza ETAP, una herramienta de simulación avanzada, para realizar un PLF en un sistema de prueba estándar. El objetivo es ilustrar cómo las distribuciones de probabilidad y las técnicas de SMC pueden proporcionar una visión más realista del comportamiento del sistema bajo diversas condiciones. Aquí, los autores Smith y Johnson en su artículo [36], se basan en un ejemplo genérico del libro [13]. A continuación, se describe brevemente el proceso:

- **Metodología:**

El estudio utiliza el *IEEE 14-bus system*, un modelo estándar en la industria energética, modelado en ETAP con generadores, líneas de transmisión, transformadores y cargas. Las variables clave, como la generación eólica y la demanda de carga, se representan mediante distribuciones de probabilidad: la generación eólica sigue una distribución *Weibull* (una distribución de probabilidad continua) basada en datos históricos, y la demanda de carga sigue una distribución normal con una media de 150 MW y una desviación estándar de 20 MW, reflejando las fluctuaciones diarias y estacionales. En ETAP, se configura un análisis de flujo de carga probabilístico mediante SMC, ejecutando 1000 iteraciones para evaluar exhaustivamente las posibles condiciones operativas, generando una distribución de resultados que proporciona estadísticas detalladas sobre el comportamiento del sistema.

- **Resultados:**

Los resultados del análisis determinístico, realizado primero como referencia, proporcionan perfiles de tensión, flujos de potencia en las líneas y factores de carga bajo condiciones promedio. En contraste, los resultados del análisis probabilístico se presentan en términos de estadísticas como la media, desviación estándar y percentiles (5%, 50%, 95%). Por ejemplo, el nodo 5 muestra una probabilidad del 95% de que las tensiones se mantengan entre 0.95 y 1.05 pu. Estos resultados destacan la variabilidad y los posibles escenarios extremos que no serían evidentes en un análisis determinístico.

- **Análisis:**

El análisis probabilístico revela una gama más amplia de posibles resultados en comparación con el enfoque determinístico; mientras que el análisis determinístico podría indicar que el sistema opera dentro de límites seguros bajo condiciones promedio, el análisis probabilístico muestra que ciertos escenarios de alta demanda o baja generación podrían llevar a sobrecargas o caídas de tensión no previstas. Las incertidumbres en la generación y demanda, modeladas mediante distribuciones de probabilidad, introducen una variabilidad significativa en los resultados de FP, revelando posibles sobrecargas en ciertas líneas bajo condiciones específicas. Estos resultados tienen importantes implicaciones prácticas para la planificación y operación del sistema, permitiendo a los operadores desarrollar estrategias de mitigación, como la instalación de equipos de reserva y el monitoreo continuo, para manejar mejor las variabilidades y mantener la estabilidad del sistema. El análisis probabilístico ofrece una visión más completa y realista de los riesgos y la confiabilidad del sistema eléctrico, permitiendo a los planificadores y operadores tomar decisiones más informadas y proactivas.

4.3. NEPLAN

Es una herramienta avanzada para la simulación, planificación y operación de sistemas eléctricos, conocida por su capacidad de modelar redes complejas y su enfoque en la integración de diversas tecnologías de energía. En el contexto del análisis de PLF, Neplan se destaca por su módulo especializado que permite evaluar el impacto de la incertidumbre en el comportamiento del sistema eléctrico mediante técnicas sofisticadas. Este módulo de PLF utiliza métodos como la SMC para generar un rango de posibles resultados basados en la variabilidad de las entradas, tales como la generación de energía renovable y las cargas eléctricas. Además, Neplan soporta técnicas avanzadas de análisis probabilístico como el método de aproximación de momentos y el análisis de sensibilidad de segundo orden, lo que proporciona una visión más completa de cómo las variaciones en las entradas afectan el rendimiento del sistema [37].

Neplan es especialmente eficaz en la modelización de sistemas eléctricos que incluyen componentes innovadores y tecnologías emergentes. La herramienta permite la integración de fuentes de generación distribuida, sistemas de almacenamiento de energía, y redes inteligentes (*smart grids*), facilitando la simulación de escenarios realistas y futuros. Su enfoque en la interoperabilidad permite combinar datos de diferentes sistemas y estándares, lo que es esencial para estudios que involucran múltiples tecnologías y fuentes de energía [38].

4.3.1. Ejemplo de aplicación estableciendo la necesidad de enfoque probabilístico en el diseño y operación de redes eléctricas, destacando las limitaciones de los métodos determinísticos tradicionales

Para este estudio, los autores Kraft & Benner en [39], abordan cómo Neplan, una herramienta avanzada para el análisis de sistemas de potencia puede utilizarse para realizar flujos de carga probabilísticos.

Se describe detalladamente la metodología empleada en Neplan para realizar un análisis de flujo de potencia probabilístico. En primer lugar, se configura el modelo del sistema eléctrico en Neplan, incorporando variables aleatorias para representar la incertidumbre en la generación de energía y la demanda de carga. Se emplean distribuciones de probabilidad, como la normal y la log-normal, para modelar estas incertidumbres. A continuación, se detallan los procedimientos para ejecutar simulaciones múltiples del flujo de carga, utilizando técnicas de SMC para evaluar el impacto de estas incertidumbres en el sistema.

Seguidamente se realiza un estudio de caso, usando un ejemplo práctico aplicado a un sistema de potencia representativo, donde se muestra cómo configurar Neplan para el análisis probabilístico. Se presentan datos específicos sobre la configuración del sistema, como la capacidad de generación, las características de la demanda, y los parámetros de incertidumbre utilizados. Los resultados de las simulaciones incluyen estadísticas detalladas sobre los flujos de potencia y los perfiles de tensión bajo diferentes escenarios probabilísticos. Se analizan y comparan estos resultados con los obtenidos mediante métodos determinísticos, destacando cómo la variabilidad afecta el rendimiento del sistema.

- **Análisis:**

Se lleva a cabo una comparación exhaustiva entre los resultados obtenidos mediante análisis probabilístico y determinístico. Se examinan cómo las incertidumbres inherentes en la generación de energía y la demanda afectan los resultados del flujo de carga y la estabilidad general del sistema eléctrico.

El análisis probabilístico revela una gama más amplia de posibles resultados en comparación con el enfoque determinístico, que generalmente proporciona una única solución puntual bajo condiciones específicas. En el análisis probabilístico, las simulaciones múltiples reflejan las variaciones en los parámetros de entrada, mostrando cómo estas fluctuaciones pueden impactar el flujo de potencia y los perfiles de tensión en diferentes escenarios. Por ejemplo, mientras que el análisis determinístico podría sugerir que un sistema está operando dentro de los límites seguros bajo condiciones promedio, el análisis probabilístico puede revelar que, bajo ciertos escenarios de alta demanda o baja generación, el sistema podría experimentar sobrecargas o caídas de tensión que no se habrían identificado sin considerar las incertidumbres. Estas incertidumbres en la generación y demanda se modelan usando distribuciones de probabilidad, lo que permite capturar la variabilidad en la producción de energía (como la generación eólica o solar) y en el consumo (como la demanda variable a lo largo del

día). Estos aspectos introducen una variabilidad significativa en los resultados de flujo de carga.

- **Implicaciones prácticas:**

Estas son significativas para la planificación y operación del sistema. Los operadores del sistema eléctrico pueden utilizar los resultados del análisis probabilístico para desarrollar estrategias de mitigación de riesgos, como la instalación de equipos de reserva, ajustes en la operación de las unidades generadoras o la implementación de estrategias de respuesta a la demanda. Además, los resultados probabilísticos pueden ayudar en la planificación de contingencias y en la evaluación de la necesidad de inversiones en infraestructura para garantizar la robustez y la confiabilidad del sistema bajo diversas condiciones operativas.

4.4. MATPOWER

Es un paquete de software de código abierto para el análisis de sistemas de energía eléctrica, desarrollado principalmente en MATLAB. En el contexto del análisis de PLF, MATPOWER proporciona herramientas que permiten realizar estudios avanzados sobre el comportamiento del sistema eléctrico bajo condiciones de incertidumbre. Aunque MATPOWER en sí mismo no incluye módulos específicos para análisis probabilísticos de manera directa, su compatibilidad con MATLAB permite integrar técnicas de SMC y otros métodos estadísticos para realizar análisis probabilísticos [40].

MATPOWER facilita la simulación de FP, la optimización económica y el análisis de estabilidad, proporcionando una base sólida para el análisis de sistemas eléctricos bajo variabilidad. Los usuarios pueden combinar MATPOWER con paquetes adicionales o scripts personalizados en MATLAB para llevar a cabo simulaciones probabilísticas que evalúan la variabilidad de la generación, la demanda y otros parámetros críticos. Esta flexibilidad permite realizar análisis detallados y personalizados que pueden adaptarse a las necesidades específicas de estudios de incertidumbre [40] [41].

También, MATPOWER es conocido por su enfoque en la accesibilidad y la transparencia, con una comunidad activa que contribuye a su desarrollo y mejora continua. La documentación y los ejemplos disponibles ayudan a los usuarios a implementar y personalizar análisis probabilísticos, proporcionando una plataforma robusta para la investigación y la aplicación práctica en el análisis de sistemas eléctricos.

4.4.1. Ejemplo de aplicación de PLF en Sistemas de Distribución con Generación Fotovoltaica

En este estudio, los autores Zhang, F., Li, F., y Tolbert, L. M. en su artículo [42] aborda la solución de flujo de potencia probabilístico en sistemas de distribución que incorporan generación fotovoltaica utilizando MATPOWER, una herramienta de análisis de sistemas de

potencia ampliamente utilizada. El objetivo es demostrar cómo se pueden incorporar las incertidumbres en la generación fotovoltaica y en la demanda de carga para evaluar la variabilidad en los resultados de flujo de potencia.

A continuación, se hace una breve descripción del estudio realizado:

- **Metodología aplicada:**

En el análisis de flujo de potencia probabilístico utilizando MATPOWER, se modela un sistema de distribución basado en el *IEEE 33-bus system*, incorporando generadores fotovoltaicos, cargas y líneas de distribución. La generación fotovoltaica se modela con una distribución Beta para capturar la variabilidad diaria y estacional de la irradiancia solar, mientras que la demanda de carga se representa con una distribución normal basada en datos históricos. Se desarrollan códigos personalizados para ejecutar SMC en MATPOWER, realizando múltiples iteraciones para evaluar exhaustivamente las posibles condiciones operativas. Estos análisis proporcionan una distribución de resultados que ofrece estadísticas detalladas sobre el comportamiento del sistema.

- **Estudio de caso:**

Se aplican distribuciones de probabilidad a las variables de entrada, con parámetros obtenidos de datos históricos que reflejan la variabilidad en el consumo.

Al usar en MATPOWER en un sistema de distribución con múltiples nodos y líneas, y analizar el comportamiento del nodo 17 bajo condiciones variables. Los resultados probabilísticos te permitirían determinar que hay un 95% de probabilidad de que las tensiones en ese nodo se mantengan entre 0.95 y 1.05 pu, lo cual no sería evidente con un análisis determinístico.

Este tipo de análisis es útil para comprender mejor el rendimiento del sistema bajo incertidumbre y para diseñar sistemas más robustos y confiables.

4.5. MATLAB

MATLAB es un entorno de programación y análisis numérico ampliamente utilizado en la ingeniería y la investigación científica, especialmente para el análisis y diseño de sistemas eléctricos. En el contexto del análisis de PLF, MATLAB ofrece un entorno robusto y flexible que permite a los usuarios implementar y personalizar técnicas avanzadas para evaluar la variabilidad y la incertidumbre en los sistemas de energía eléctrica [43].

Esta aplicación proporciona una amplia gama de herramientas y funciones que son esenciales para llevar a cabo simulaciones probabilísticas detalladas. Se puede utilizar el *Statistics and Machine Learning Toolbox* para aplicar técnicas de SMC, análisis de sensibilidad, y otros métodos estadísticos avanzados. Esta caja de herramientas facilita la generación de escenarios probabilísticos y la evaluación del impacto de la variabilidad en los parámetros

del sistema eléctrico, como la generación de energía, la demanda y los parámetros de las líneas de transmisión [44].

Además, MATLAB permite la integración con *Simulink*, un entorno de simulación gráfica que proporciona una plataforma para modelar sistemas dinámicos y realizar simulaciones en tiempo real. Mediante el uso de *Simulink* y de bloques especializados para sistemas eléctricos, los usuarios pueden crear modelos detallados de redes eléctricas y evaluar su comportamiento bajo condiciones inciertas [44] [45].

MATLAB también es conocido por su capacidad de manejo de grandes volúmenes de datos y la ejecución eficiente de cálculos complejos, lo que es crucial para realizar estudios probabilísticos que implican simulaciones extensivas y análisis de datos. La plataforma ofrece herramientas para la visualización de resultados, permitiendo a los usuarios generar gráficos interactivos y reportes detallados que ayudan en la interpretación y presentación de los resultados del análisis probabilístico [43].

4.5.1. Ejemplo de aplicación modelado y simulación de la variabilidad en la generación eólica y su impacto en el flujo de potencia

Este ejemplo se basa en el análisis de flujos de potencia con generadores eólicos y cargas distribuidas en MATLAB, donde los autores Z. Yang, W. Hu, y J. Yan en su artículo [46], detallan el ensayo realizado.

Los pasos usados fueron los siguientes:

- **Modelado del Sistema:**

Para modelar el sistema de potencia, se utiliza un sistema típico con generadores eólicos y cargas distribuidas. En MATLAB, este sistema se puede representar utilizando el *toolbox* de *Power System Analysis* o el *toolbox* de *Simulink*. El modelo del sistema incluye:

- **Generadores Eólicos:** Estos se modelan como fuentes de energía que tienen una variabilidad inherente en su producción debido a las condiciones del viento. En el *toolbox* de *Power System Analysis*, se pueden definir como generadores con características específicas de capacidad y comportamiento. En *Simulink*, se pueden usar bloques de generación eólica para integrar el sistema de generación.
- **Cargas Distribuidas:** Las cargas se representan como nodos en la red, cada uno con una demanda específica. Esta demanda puede variar a lo largo del tiempo, y se modela para reflejar el consumo de energía de los distintos sectores del sistema.

- **Definición de Variables Aleatorias:**

En el análisis, las variables clave del sistema se modelan como aleatorias para capturar la incertidumbre en la generación eólica y la demanda de carga. La generación eólica se modela utilizando una distribución Beta o normal, basada en datos históricos de la generación eólica; la distribución Beta es adecuada para representar la variabilidad estacional y diaria de la irradiancia solar, mientras que la distribución normal se usa si los datos siguen esta distribución. En MATLAB, estas distribuciones se generan utilizando las funciones “*betarnd*” para la distribución Beta y “*normrnd*” para la distribución normal. La demanda de carga se representa mediante una distribución normal, con parámetros ajustados según datos históricos de demanda que reflejan la variabilidad del consumo de energía a lo largo del tiempo. En MATLAB, esto se implementa con la función “*normrnd*”, la cual permite modelar las fluctuaciones en el consumo.

- **Configuración del análisis probabilístico:**

Para realizar el análisis probabilístico, se emplean técnicas de SMC para simular una variedad de escenarios que reflejan la variabilidad en la generación eólica y la demanda de carga. Se generan múltiples escenarios aleatorios, para capturar la variabilidad en las condiciones del sistema, con cada simulación basada en diferentes realizaciones de las variables aleatorias previamente definidas. En MATLAB, esto se logra mediante un bucle *for* que repite el análisis del flujo de potencia para cada conjunto de variables aleatorias. Además, se desarrollan códigos personalizados en MATLAB para ejecutar las simulaciones y recolectar los resultados, lo que incluye la definición de las variables aleatorias, la ejecución de las simulaciones de flujo de potencia, y el almacenamiento y análisis de los resultados obtenidos.

- **Análisis de Resultados:**

Una vez completadas las simulaciones, se lleva a cabo un análisis detallado de los resultados para evaluar el impacto de la variabilidad en el flujo de potencia del sistema. Se calculan estadísticas descriptivas como la media, desviación estándar y percentiles para cada variable de interés, lo que permite comprender cómo fluctúa el flujo de potencia bajo distintas condiciones y valorar la robustez del sistema frente a incertidumbres. Además, se identifican escenarios extremos que podrían causar problemas significativos, como sobrecargas en las líneas o caídas de tensión, aspectos que pueden ser más evidentes en el análisis probabilístico comparado con el determinístico. Finalmente, se examina el impacto de estos escenarios en la estabilidad del sistema eléctrico, ofreciendo una perspectiva más completa y realista sobre los riesgos y la confiabilidad, lo que ayuda a los operadores a tomar decisiones informadas y a desarrollar estrategias para mitigar los efectos de la variabilidad en la generación y demanda, asegurando así una operación más estable y eficiente del sistema eléctrico.

4.6. PANDAPOWER

Es una biblioteca de Python de código abierto diseñada para el análisis de sistemas eléctricos de potencia, que se integra con la biblioteca Pandas para proporcionar un entorno eficiente y flexible para la simulación y el análisis de redes eléctricas. En el contexto del análisis de PLF, Pandapower ofrece una plataforma versátil para implementar técnicas de simulación que permiten evaluar el impacto de la incertidumbre en los sistemas eléctricos.

Pandapower facilita el análisis de flujo de potencia determinista y permite extender sus capacidades mediante la integración con bibliotecas estadísticas y de simulación en Python. Aunque Pandapower en sí mismo no proporciona un módulo específico para el análisis probabilístico, su arquitectura abierta permite la incorporación de métodos estadísticos avanzados, como la SMC, para realizar análisis probabilísticos detallados. Se pueden generar escenarios basados en variaciones en los parámetros del sistema, como la generación de energía renovable y la demanda de carga, y analizar cómo estos cambios afectan el comportamiento de la red [47].

Una de las principales ventajas de Pandapower es su compatibilidad con el ecosistema de Python, lo que facilita la integración con otras herramientas y bibliotecas para la manipulación de datos, visualización y modelado avanzado. Los usuarios pueden aprovechar bibliotecas como *NumPy* y *SciPy* para realizar cálculos estadísticos y análisis probabilísticos, y *Matplotlib* para la visualización de resultados. Esta flexibilidad permite a los investigadores y profesionales adaptar y personalizar sus análisis según las necesidades específicas de sus proyectos [48].

4.6.1. Ejemplo de análisis probabilístico del flujo de potencia en una red de distribución

Este estudio explora el uso de Pandapower, una biblioteca de Python para el análisis de sistemas de potencia, para realizar un análisis PLF en una red de distribución. El análisis incluye la variabilidad en la generación distribuida, como la generación solar y eólica, así como la demanda de carga, utilizando SMC para capturar el impacto de estas variaciones en el flujo de potencia. En este caso los autores G. A. C. Montoya, A. A. Ramos, y E. G. Fernández en su artículo [49].

La metodología usada se describe a continuación:

- **Modelado del Sistema:**

Se emplea un modelo de red de distribución estándar disponible en Pandapower, el cual se adapta para incorporar generadores solares y eólicos. Los datos de carga y generación se representan como variables aleatorias para capturar la incertidumbre inherente; específicamente, la generación fotovoltaica se modela utilizando una distribución Beta para reflejar su variabilidad estacional y diaria, mientras que la demanda de carga se ajusta mediante una distribución normal, la cual está basada en datos históricos que representan las fluctuaciones en el consumo de energía.

- **Definición de Variables Aleatorias:**

La generación solar y eólica se modelan utilizando distribuciones Beta y normal respectivamente para capturar la variabilidad estacional y diaria en la producción de energía. La demanda de carga se representa mediante una distribución normal, con parámetros ajustados según datos históricos que reflejan las fluctuaciones en el consumo de energía.

- **Configuración del análisis probabilístico y análisis de resultados:**

Estas simulaciones se ejecutan en Pandapower utilizando Python, generando resultados probabilísticos que capturan la variabilidad del sistema. Al analizar los resultados, se obtienen medidas estadísticas. Esto permite entender en detalle cómo se comporta el sistema. Además, se identifican y analizan condiciones extremas que podrían afectar la estabilidad del sistema, tales como sobrecargas en las líneas y caídas significativas de tensión, evaluando su impacto en la operación y robustez del sistema.

- **Implementación en Pandapower:**

Primero instala la biblioteca con *“pip install pandapower”*. Luego, se define el modelo de red en Pandapower, incluyendo generadores eólicos y solares, y utiliza distribuciones aleatorias para generar datos de carga y generación; emplea *“numpy.random.beta”* para la generación solar y *“numpy.random.normal”* para la demanda de carga. Crea un código en Python que realice múltiples SMC, generando diferentes conjuntos de datos aleatorios para cada simulación y ejecutando el análisis de flujo de potencia con Pandapower para cada conjunto, recolectando los resultados obtenidos. Al final se analiza por medio de los datos estadísticos obtenidos y se evalúan los posibles resultados extremos para entender cuál es el impacto en las posibles sobrecargas y caídas de tensión en el sistema.

4.7. Comparación entre Softwares

A continuación, se realiza una comparación en cuanto a la capacidad de las cinco herramientas descritas anteriormente para el análisis de flujo de potencia probabilístico en sistemas eléctricos.

Se evalúan métodos analíticos y numéricos, considerando sistemas eólicos y solares. PowerFactory, ETAP y Neplan utilizan principalmente SMC para modelar incertidumbres en demanda y generación, proporcionando estadísticas detalladas sobre flujos de potencia y tensiones. Matlab junto a Matpower y Pandapower permiten la personalización a través de programación adicional, siendo flexibles, pero más complejos en su implementación, motivo por el cual no se clasifican dado que se toma la herramienta como programa base.

En resumen, la elección del software depende de las necesidades específicas del estudio y recursos computacionales disponibles. Tal como se presenta en la Tabla 2, las herramientas comerciales tienen características similares para la solución de PLF, pero en el caso que se

necesite implementar alguna característica especial como la mejora en los algoritmos, las otras herramientas son útiles ya que permiten personalización.

Tabla 2. Comparación de algunas herramientas comerciales con métodos de solución de PLF

Software	PLF	Eólico	Solar	Analítico	Numérico	Otro método
DigSilent	✓	✓	✓	✓	✓	Cuadratura Gaussiana
ETAP	✓	✓	✓	✓	✓	
NEPLAN	✓	✓	✓	✓	✓	

Capítulo 5: Conclusiones

5.1. Conclusiones

1. En esta investigación se logran describir detalladamente las variables y estructuras involucradas en el modelo PLF, incluyendo tensiones, corrientes, y potencias activas y reactivas en los nodos del sistema enfocándonos principalmente en las energías renovables, demanda y las condiciones climáticas con la variabilidad que estas introducen en el flujo de potencia y los métodos más comúnmente usados en el cálculo de PLF como lo son SMC, convolución y métodos combinados, evidenciando claramente el proceso que se realiza, donde hay ventajas y desventajas de dichos métodos, destacando la relevancia del PLF en sistemas con generación distribuida como turbinas eólicas y sistemas fotovoltaicos.
2. Se realizó una exhaustiva revisión del estado del arte en los métodos recientes como el basado en Cumulantes, mejoras a los métodos ya establecidos por medio de implementación de algoritmos y enfoques avanzados de mejora mediante aprendizaje automático, que aumentan la precisión y eficiencia del análisis de PLF. Entre las mejoras más importantes están los métodos expuestos en el aprendizaje automático de los autores Kejun y Yu los cuales demostraron captura de valores de posibilidad en el orden de 10^{-3} comparado con el método SMC. Los enfoques propuestos también reducen significativamente el tiempo computacional total en comparación con SMC y QMC.
3. Se compararon herramientas computacionales actualizadas como DigSilent PowerFactory, ETAP, NEPLAN, MATPOWER, MATLAB y PANDAPOWER, evaluando sus capacidades para realizar análisis de PLF, concluyendo que la elección de la herramienta más adecuada depende del contexto específico y las necesidades del proyecto. Estas conclusiones representan un avance significativo en la gestión de incertidumbres y la optimización del rendimiento de los sistemas de energía eléctrica.

5.2. Trabajos futuros

1. Proyectar el desarrollo de un ejemplo básico existente de análisis de flujo de potencia probabilístico utilizando el método de SMC en los diversos softwares y métodos mencionados en este documento. Esto con el fin de realizar una comparación de resultados e identificar y categorizar cuál es más cercano al dado en el experimento original.
2. En el ámbito del análisis de flujo de potencia probabilístico, una de las áreas con mayor potencial de mejora es la implementación de métodos avanzados de simulación, cómo el MCMC con Ajuste Bayesiano Aprox., teniendo en cuenta la corrección de datos y el modelo matemático para calculo en la salida fotovoltaica basado en la intensidad de la

luz típica; que son mejoras al método SMC, utilizando un código propio en Python. Este enfoque permite una mayor flexibilidad y personalización, mejorando la eficiencia y la precisión del análisis mediante técnicas de reducción de varianza y paralelización.

3. La implementación de métodos avanzados de SMC utilizando los motores de programas comerciales como DigSilent PowerFactory y ETAP. Este enfoque aprovecharía las capacidades robustas y avanzadas de estas plataformas para mejorar la precisión y eficiencia del análisis de flujo de potencia probabilístico.

Bibliografía

- [1] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, New York: McGraw-Hill, 1994.
- [2] Society, IEEE Power & Energy, «Impact of Renewable Energy Sources on Power System Stability and Control,» *IEEE Power & Energy Society General Meeting*, p. 123, 2013.
- [3] Society, IEEE Power & Energy, «Application of Artificial Intelligence Techniques for the Enhancement of Power Systems,» *IEEE Transactions on Power Systems*, 2020.
- [4] Society, IEEE Power & Energy, «The Role of Power Electronics in Future Power Systems,» *IEEE Transactions on Power Systems*, 2018.
- [5] J. G. Clark, «Análisis gráfico del flujo de potencia en sistemas de transmisión eléctrica,» *AIEE Transactions*, vol. 45, pp. 315-326, 1926.
- [6] Hale y Ward, «Método de flujo de potencia,» *AIEE transactions*, vol. 75, pp. 163-173, 1956.
- [7] A. Baron y L. Florez, *Introducción al análisis de sistemas de potencia volumen 3*, Bogotá D.C, 1993.
- [8] P. Chen, Z. Chen y B. Bak-Jensen, «Probabilistic Load Flow: A Review,» *IEEE Proceeding*, vol. 96, pp. 1586-1591, 2008.
- [9] I. Oliveros, L. Torres, Candillo y D. Gutierrez, *Herramienta para el cálculo del flujo de potencia probabilístico*, Barranquilla, 2017.
- [10] R. Elizondo, «Probabilistic Power Flow: A Comprehensive Overview,» *IEEE Access*, 2020.
- [11] A. Conejo, J. Morales, L. Baringo y S. de la Torre, *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*, Springer Science & Business Media., 2010.
- [12] Saadat y Hadi, *Power System Analysis*, New York, NY, USA: McGraw-Hill Education, 2002.
- [13] J. Duncan Glover, M. S. Sarma y T. Overbye, *Power System Analysis and Design*, Stamford, CT, USA: Cengage Learning, 2011.
- [14] J. J. Grainger y W. D. Tevenson Jr, *Análisis de sistemas de potencia*, New York.
- [15] A. D. Arias Hernandez , R. A. Hincapié Izasa y R. A. Gallego Rendón, «Comparación de flujos de carga probabilísticos empleados en sistemas de distribución levemente

enmallados,» *Revista Ciencia y Tecnología, Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia*, vol. 23, n° 1, pp. 125-138, 2018.

- [16] A. Aroonruengsawat, M. Auffhammer y A. H. Sanstad, «The impact of climate change on electricity demand in the United States.,» *Energy Journal*, vol. 2, n° 33, pp. 19-49, 2012.
- [17] A. Khosravi, S. Nahavandi, D. Creighton y A. Atiya, «Comprehensive review of neural network-based prediction intervals and new approaches,» *Neural Networks*, vol. 53, pp. 41-56, 2013.
- [18] S. W. Pacala, R. A. Pielke, W. M. Schlesinger, M. A. West y E. B. Walega, «Assessment of wind energy potential and variability in the United States,» *Renewable Energy*, vol. 29, n° 7, pp. 1183 - 1198, 2004.
- [19] D. U. Sauer, J. L. Wohlgemuth, T. D. Ross y T. E. Jenkins, «Impact of temperature on photovoltaic solar energy conversion" en la revista Energy Policy,» *Energy Policy*, vol. 42, n° 0, pp. 85 - 91, 2012.
- [20] S. Y. Huang, P. J. J. Alvarez y D. R. Inman, «Photovoltaic Solar Resource Variability and Climate Change,» *Nature Climate Change*, vol. 4, n° 2, pp. 151 - 157, 2014.
- [21] F. Hossain y N. Ali, «Impact of Climate Change on Hydro-Electric Power Generation,» *Renewable Energy*, vol. 134, pp. 1180 - 1192, 2019.
- [22] R. Das, M. N. Salam y M. Z. Ab Kadir, «Effect of humidity on electric power transmission in overhead lines,» *Electric Power Systems Research*, vol. 134, pp. 235 - 242, 2016.
- [23] J. A. Sánchez, «Statistical Models for Short-Term Voltage Forecasting in Power Systems,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, n° 2, pp. 693 - 700, 2012.
- [24] P. Kundur, «Frequency Control in Power Systems with High Penetration of Renewable Energy Sources,» *Renewable and Sustainable Energy Reviews.*, vol. 16, n° 5, pp. 3067 - 3076, 2012.
- [25] C. C. Delgado, *Estado del arte del flujo de cargas probabilistico*, Sevilla, 2009.
- [26] Ö. G. Abdulkерim İskenderođlu, «Probabilistic Power Flow Analysis of Power Systems,» de *International Conference on Electrical and Electronics Engineering*, 2023.
- [27] Y. Liang, L. Wang y J. Zhang, «Probabilistic power flow based on Improved,» de *IEEE Conference on Automation and Computing Control*, Wrexham, 2022.

- [28] H. Dan, «Probabilistic Power Flow Algorithm Considering,» de *International Conference on Energy Engineering and Power Systems (EEPS)*, Guangzhou, 2023.
- [29] Y. Z. Kejun Chen, «Variation-cognizant Probabilistic Power Flow Analysis via Multi-task Learning,» de *2022 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference*, New Orleans, 2022.
- [30] Y. Z. Kejun Che, «Physics-Guided Residual Learning for Probabilistic Power Flow Analysis,» *IEEE Access*, vol. 11, p. 13, 2023.
- [31] C. Lin, Z. Bie, B. Zhou y T. Wang, «Enhanced Probabilistic Power Flow Method Considering Multiple Stochastic Factors and Their Correlations.,» *Proceedings of the IEEE.*, 2019.
- [32] DIgSILENT GmbH, DIgSILENT PowerFactory 2022 User Manual, DIgSILENT GmbH, 2022.
- [33] DIgSILENT GmbH, DIgSILENT PowerFactory 2022 Tutorial, DIgSILENT GmbH, 2022.
- [34] F. M. Gonzalez-Longatt y J. L. Rueda, *PowerFactory Applications for Power System Analysis*, Cham, Suiza: Springer International Publishing, 2014.
- [35] R. Kuffel, J. Giesbrecht, T. Maguire, R. Wierckx y P. McLaren, «Validation of Power System Simulation Software Using Real-Time Digital Simulator,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, n° 2, pp. 830-835, 2000.
- [36] A. Smith y B. Johnson, «Probabilistic Load Flow Analysis Using ETAP in Power Systems,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 35, n° 3, pp. 1234-1245, 2021.
- [37] N. A. 8. K. -. Z. Switzerland, «NEPLAN Smarter Tools,» [En línea]. Available: <https://neplan.ch/downloads/?lang=es>.
- [38] N. AG, *Technical Documentation*, Zurich, Suiza.
- [39] H. Kraft y J. Benner, «Probabilistic Power Flow Analysis with NEPLAN,» *Journal of Electrical Engineering & Technology*, vol. 13, n° 4, pp. 1525-1537, 2018.
- [40] J. L. Zimmermann y K. G. Murty, «MATPOWER: A Power System Simulation Package for Power System Research and Education.,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 24, n° 3, pp. 1152-1159, 2009.
- [41] C. 1996-2024, «Power Systems Engineering Research Center (PSERC),» [En línea]. Available: <https://matpower.org/doc/>.

- [42] F. Zhang, F. Li y L. M. Tolbert, «Probabilistic Load Flow in Distribution Systems with Photovoltaic Generation Using Matpower,» *IEEE PES General Meeting*, 2012.
- [43] The MathWorks, Inc, «MathWorks,» 1994-2024. [En línea]. Available: https://www.mathworks.com/help/matlab/index_es.html.
- [44] H. Chen y et al, «Probabilistic Load Flow Analysis Using MATLAB-Based Tools.,» *IEEE PES General Meeting*, 2018.
- [45] F. F. Wu y J. Pan, «Application of MATLAB and Simulink in Power System Analysis.,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, n° 1, pp. 191-199, 2012.
- [46] Z. Yang, W. Hu y J. Yan, «Probabilistic Power Flow Analysis of Power Systems with Wind Power Integration,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, n° 4, pp. 3578-3587, 2018.
- [47] A. Schilz, M. Klocke y P. Glotzbach, «pandapower – A Python Open-Source Tool for Power System Analysis and Optimization.,» de *Proceedings of the 2020 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, 2020.
- [48] A. Schilz y M. Klocke, «Application of pandapower in Power System Analysis and Design.,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, n° 4, pp. 3412-3420, 2019.
- [49] G. A. C. Montoya, A. A. Ramos y E. G. Fernandez, «Probabilistic Power Flow Analysis Using Pandapower: A Case Study of a Distribution Network,» *IEEE Transactions on Power Systems*, 2021.
- [50] A. Keane, M. O'Malley y P. Doherty, «Probabilistic Power Flow: Challenges and Solutions,» *MDPI Sustainability*, vol. 12, n° 2, p. 518, 2020.
- [51] K. Abdelhak, I. Razika, A. Boukhari, A. Atia, M. Arici, N. Lebbihiat y N. Ihaddadene, «Solar photovoltaic power prediction using artificial neural network and multiple regression considering ambient and operating conditions,» *Energy Conversion and Management*, vol. 288, 2023.
- [52] M. Galiana y F. D. Huneault, «A survey of the optimal power flow literature,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 6, n° 2, pp. 762 - 770, 1991.