Maestría en Ingeniería Civil

Modelación Numérica 3D con ANSYS -FLUENT del Vertedero Laberinto de la Central Hidroeléctrica "La Naveta", en Apulo – Cundinamarca, a partir de un Modelo Físico a Escala

Andrés Humberto Otálora Carmona

Bogotá, D.C., 02 de Agosto de 2016

Escuela Colombiana de Ingeniería
Julio Garavito

Modelación Numérica 3D con ANSYS -FLUENT del Vertedero Laberinto de la Central Hidroeléctrica "La Naveta", en Apulo – Cundinamarca, a partir de un Modelo Físico a Escala

Tesis para optar al título de magíster en Ingeniería Civil, con énfasis en Recursos Hidráulicos y Medio Ambiente

Ing. Germán Ricardo Santos Granados, MSc., PhD.

Director

Bogotá, D.C., 02 de Agosto de 2016

ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA
JULIO GARAVITO

La tesis de maestría titulada “Modelación Numérica 3D con ANSYS -FLUENT del Vertedero Laberinto de la Central Hidroeléctrica “La Naveta”, en Apulo – Cundinamarca, a partir de un Modelo Físico a Escala.”, presentada por Andrés Humberto Otálora Carmona, cumple con los requisitos establecidos para optar al título de Magíster en Ingeniería Civil con énfasis en Recursos Hidráulicos y medio Ambiente.

Director de la tesis

Germán Ricardo Santos Granados

Jurado

Héctor Alfonso Rodríguez Díaz

Jurado

Antonio Arenas Amado

Bogotá, D.C., 02 de Agosto de 2016 (fecha de aceptación del trabajo por parte del jurado)

Dedicatoria,

A DIOS.

Agradecimientos

A los que hicieron de esta meta un logro más, a los que día a día me apoyaron y nunca desfallecieron en su ideal de ver mis sueños logrados, mis padres.

Agradezco a la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito por darme la oportunidad de trabajar y permitir terminar mis estudios; a los directivos y profesores, los cuales son la base de este trabajo.

Agradezco al Centro de Estudios Hidráulicos, por permitirme usar su laboratorio y el modelo a escala del vertedero, así como toda la información y el contacto con la hidroeléctrica, La Naveta.

Agradezco a la dirección de posgrados, por acogerme en sus instalaciones, y hacer que todos los días fueran momentos para recordar.

Agradezco a Ximena Lemaitre Ruiz por su paciencia, apoyo incondicional y compañía, motivándome siempre a seguir adelante.

Finalmente, agradezco a mi director de tesis, el ingeniero Germán Ricardo Santos Granados, quien con su conocimiento, apoyo e infaltable aliento, permitió que nunca dejara de creer.

Resumen

Con el propósito de evaluar el comportamiento hidráulico del vertedero tipo laberinto de la central hidroeléctrica la Naveta, en Apulo - Cundinamarca, se ha construido un modelo a escala 1:21, de la estructura original, el cual fue probado en el laboratorio del Centro de Estudios hidráulicos de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito.

El modelo a escala de la estructura, inicialmente fue construido para determinar la variabilidad del coeficiente de descarga con respecto al caudal transitado y su influencia en el nivel de agua, debido a que el vertedero original (vertedero tipo laberinto simétrico de sección rectangular), no tenía la capacidad de trabajar con el caudal de diseño de 31 m^3/s, ya que ante valores superiores de 15 m^3/s, se presentaban desbordamientos en el canal de aducción. Esta variación de la eficiencia se debió, al engrosamiento de los muros laterales por necesidades estructurales.

Durante la modelación física realizada por Rodríguez, H. y Matamoros H. (2015) en el canal de pruebas, se encontró que al aumentar el ancho de los muros laterales, el coeficiente de descarga se reduce en promedio un 34%, generando un aumento del nivel de agua en 0.26 m por encima de la estructura, para el caudal de operación. Fue por esta razón que los directores de la central, junto con un grupo de ingenieros, desarrollaron el vertedero laberinto asimétrico que actualmente se encuentra en operación y que se estudia en la presente investigación.

La presente tesis busca desarrollar una metodología de empalme entre los modelos físicos de los vertederos tipo laberinto y las modelaciones numéricas, utilizando conceptos de la mecánica de fluidos computacional, y teorías de volúmenes finitos. Para esto se realizó un análisis detallado de las variaciones en las diferentes direcciones de las principales variables hidráulicas involucradas en el comportamiento, tales como las componentes de la velocidad y la distribución de presiones. Además, se estudió el coeficiente de descarga, comparando los resultados experimentales propios, con los reportados en la literatura.

Para el desarrollo numérico, se trabajó con el software de modelación computacional ANSYS – FLUENT versión 17.0. Inicialmente se desarrolló un modelo digital de un vertedero triangular de pared delgada convencional, con un ángulo en su vertical de 102º, con el propósito de encontrar el esquema numérico más adecuado y las condiciones más apropiadas. Se compararon los resultados

numéricos con las teorías convencionales, evaluando la trayectoria del chorro y el coeficiente de descarga.

Posteriormente se simuló uno de los cinco ciclos que componen el vertedero laberinto de la central hidroeléctrica de la Naveta en Apulo - Cundinamarca, evaluando el comportamiento del coeficiente de descarga, la lámina de agua, las líneas de corriente y el campo de velocidades, con el propósito de comprender las variables hidráulicas que entran en juego para este tipo de geometrías.

Con base en los resultados anteriores, se realizó la modelación numérica del vertedero laberinto completo, comparando los resultados obtenidos, con los datos tomados en el modelo físico a escala, analizando la variación del coeficiente de descarga, la lámina de agua, las líneas de corriente, el campo de velocidades, la distribución de presiones y el esfuerzo cortante.

Finalmente, a partir de las lecciones aprendidas de las modelaciones físicas y las numéricas, se realizó una guía metodológica, para que cualquier usuario con conocimientos de mecánica de fluidos computacional e hidráulica a superficie libre, desarrolle buenas prácticas de modelación computacional y físicas, de vertederos hidráulicos.

Contenido

Pág.

Introducción 20

Antecedentes del Proyecto 22

Objetivos 24

Metodología 25

Organización del Documento 29

Capítulo 1. Conceptos Básicos y Temáticas Aplicadas 31

1.1. Vertedero Hidráulico 31

1.2. Vertederos de Pared Delgada 31

1.3. Vertedero Rectangular de Pared Delgada 34

1.4. Vertedero Triangular 35

1.4.1. Fórmulas Experimentales para la determinación del coeficiente de descarga "C" 36

1.5. Vertedero Tipo Laberinto 39

1.5.1. Fórmulas de descarga "C" 41

1.6. Vertedero Pico de Pato 50

1.7. Análisis dimensional 53

1.7.1. Aplicación de los Números Adimensionales 53

1.8. Ecuaciones fundamentales de la dinámica de fluidos Navier - Stokes 55

1.9. Modelo de turbulencia 56

1.9.1. Modelos RANS 56

1.9.2. Condiciones de Frontera 58

1.9.2.1 Condición de frontera a la entrada y a la salida 58

1.9.2.2 Condición de frontera pared (Wall) 59

1.10. Malla o mallado 62

1.10.1. Discretización 64

1.10.1.1 Discretización Espacial (Spatial Discretization) 66

1.11. Modelo VOF 67

1.11.1 Ecuación de Fracción de Volumen 68

1.12. Teoría de Aireación en vertederos 69

Capítulo 2. Recopilación y Análisis de Antecedentes 71
Capítulo 3. Modelo Físico en el Canal de Pruebas 74
3.1. Análisis Dimensional del Modelo a Escala 76
3.2. Metodología de la Modelación Física 76
3.3 Análisis cualitativo y consideraciones adicionales de la modelación física 78
3.4. Análisis cuantitativo de la información tomada de la Modelación Física 81
Capítulo 4. Modelación Computacional de un Vertedero Triangular de Pared Delgada 86
4.1. Descripción general 86
4.2. Geometría 86
4.3. Mallado 88
4.3.1. Parámetros de calidad de la malla 89
4.4. Condiciones de frontera 92
4.5. Esquema numérico y detalles adicionales 94
4.6. Análisis de la trayectoria del chorro: 96
4.7. Análisis del coeficiente de descarga: 102
4.8. Análisis de las líneas de corriente y los vectores de velocidad: 104
4.9. Análisis del perfil de velocidades: 106
4.10. Análisis de la fracción de volumen de fluido 110
4.11. Análisis de la distribución de presiones 111
4.12. Análisis de sensibilidad de la malla 113
Capítulo 5. Modelación Computacional de un Vertedero “Pico de Pato” 115
5.1. Descripción general 115
5.2. Metodología 115
5.3. Geometría 116
5.4. Mallado 117
5.5. Condiciones de Frontera 119
5.6. Esquema numérico y detalles adicionales 121
5.7. Análisis Resultados 123
5.7.1 Resultados iniciales 123
5.7.2. Análisis de la lámina de agua 125
5.7.3 Análisis de la fracción de volumen 126
5.7.4 Análisis del coeficiente de descarga 128

5.7.5 Análisis del perfil de velocidades 141
5.7.6 Análisis de las líneas de corriente 142
5.7.7 Análisis del campo de velocidades 144
5.7.8 Análisis de la tensión superficial: Número de Weber 144
Capítulo 6. Modelación Computacional de un Vertedero Tipo Laberinto Asimétrico 146
6.1. Descripción general 146
6.2. Metodología 146
6.3. Geometría 147
6.4. Mallado 148
6.5. Condiciones de Frontera 149
6.6. Esquema numérico y detalles adicionales 151
6.7. Resultados iniciales y análisis de sensibilidad de la malla 153
6.8. Análisis del perfil de flujo 154
6.9. Comparación de resultados con el modelo físico 156
6.10. Análisis de las líneas de corriente y el campo de velocidades 157
6.11. Análisis del coeficiente de descarga 159
6.12. Análisis de la fuerza específica 164
6.13. Análisis del perfil de velocidades 166
6.14. Análisis del u* y el y^+ 167
6.15. Análisis de la distribución de presiones 171
6.16. Análisis del campo de velocidades 172
6.17. Análisis de cortante 173
Capítulo 7. Guía metodológica para la Modelación Computacional aplicando Ansys Fluent basado en Resultados Experimentales con Modelos a Escala 174
7.1. Descripción general 174
7.2. Argumento 174
7.3. Contenido general de la guía metodológica 174
7.4. Parte No. 1: Identificación del problema y selección de la escala 176
7.5. Parte No. 2: Buenas práctica para la modelación física de modelos a escala 178
7.6. Parte No. 3: Desarrollo de la geometría y el espacio computacional 179
7.7. Parte No. 4: Definición de la malla 180
7.8. Parte No. 5: Definición de las condiciones de frontera 182

7.9. Parte No. 6: Descripción general de los parámetros definidos por Ansys - Fluent..... 182
7.10. Parte No. 7: Análisis de sensibilidad de la malla 185
7.11. Parte No. 8: Comparación de los resultados físicos y computacionales 186
Conclusiones y Recomendaciones 187
Bibliografía 193

Lista de figuras

Figura 1. Esquema metodológico del trabajo de grado. 28
Figura 2. Perfil Longitudinal de un vertedero de pared delgada. Fuente: Elaboración Propia..... 32
Figura 3. Sección transversal de un vertedero de pared delgada. Fuente: Elaboración Propia. 32
Figura 4. Sección transversal de un vertedero rectangular de pared delgada. Fuente: Elaboración Propia. 34
Figura 5. Sección transversal de un vertedero triangular de pared delgada. Fuente: Elaboración Propia. 36
Figura 6. Coeficiente de descarga "C" para vertederos triangulares en la fórmula de la Universidad Católica de Chile. Fuente: Sotelo G. "Hidráulica General" (2012). 37
Figura 7. Valores de k para la fórmula de la Universidad Católica de Chile para vertederos triangulares. Fuente: Sotelo G. "Hidráulica General" (2012). 37
Figura 8. Vista de Planta y corte longitudinal de un vertedero tipo laberinto de sección trapezoidal. Fuente: Rodríguez, A. (2016)..... 39
Figura 9. Coeficiente de descarga definido por Lux y Hinchcliff (1985). Fuente: Rajnikant, M. Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators. 42
Figura 10. Relación de Ql/Qw por Hay y Taylor (1970) para vertederos laberintos. Fuente: Rajnikant, M. Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators..... 43
Figura 11. Coeficiente de descarga C_w definido por Darvas (1971) para vertederos laberintos. Fuente: Rajnikant, M. Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators. 43
Figura 12. Coeficiente de descarga adimensional C_w definido por Magalhaes (1985) para vertederos laberintos. Fuente: Rajnikant, M. Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators. 44
Figura 13. Comparación de los coeficientes de descarga por Zerrouk's (1995). Fuente: Rajnikant, M. Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators. 45
Figura 14. Coeficiente de descarga adimensional para la función de Crookston (2010). Fuente: Crookston, B. Labyrinth Weirs 46
Figura 15. Vista de planta y detalle de un vertedero pico de pato..... 50
Figura 16. Factores "e" y "f" para el cálculo del coeficiente de reducción. Fuente: Rajnikant, M. Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators. 51
Figura 17. Bosquejo general de un vertedero pico de pato en una transición. 52
Figura 18. Geometrías típicas de lo vertedero "pico de pato"..... 52
Figura 19. Tipos de celdas para el mallado de la geometría en ANSYS FLUENT. Fuente: (Bakker, 2012). 63
Figura 20. Grilla computacional en 2D y 3D. Fuente: (Bakker, 2012) 63
Figura 21. Ejemplos de la topología de mallas que acepta ANSYS FLUENT. Fuente: (ANSYS, Inc., 2013). 64
Figura 22. Volumen de control utilizado para ilustrar la discretización de un escalar en la ecuación de transporte. Fuente: (ANSYS, Inc., 2013). 65
Figura 23. Geometría de un ciclo del vertedero asimétrico. Fuente: "Vertederos tipo laberinto para el control de sobreelevaciones en el canal de conducción de una PCH modelación física" 75
Figura 24. Modelo y prototipo del vertedero asimétrico con narices desfasadas propuesto y construido (enero de 2016). Fuente: Elaboración Propia. 75
Figura 25. Ubicación general de los puntos de medida de la lámina de agua sobre el vertedero. Fuente: Elaboración Propia. 78

Figura 26. Vista lateral del vertedero en el canal de pruebas del Centro de Estudios Hidráulicos. Fuente: Elaboración Propia. 79
Figura 27 a y b. Vista generales de la entrada y descarga del vertedero en el canal de pruebas del CEH. Fuente: Fotografía propia. 79
Figura 28. Detalle del muro frontal con geometría "nariz desfasa". Fuente: Fotografía propia. 80
Figura 29. Detalles de las perturbaciones en la entrada durante la modelación física en el canal de pruebas. Fuente: Fotografía propia. 80
Figura 30. Perfil de flujo en la modelación física para los nueve puntos a lo largo de la estructura. Fuente: Elaboración propia. 83
Figura 31. Perfil de Flujo en la modelación física caudales entre 0.84 y 9.26 l/s. Fuente: Elaboración propia. 84
Figura 32. Perfil de Flujo en la modelación física caudales entre 11.31 y 15.57 l/s. Fuente: Elaboración propia. 84
Figura 33. Análisis de la interferencia de los chorros laterales entre ciclos. Fuente: Fotografía propia. 85
Figura 34. Geometría del vertedero triangular de pared delgada. Fuente: Elaboración propia. 87
Figura 35. Detalle del mallado en el cuerpo del vertedero rectangular y en el espacio computacional. Fuente: Generado con Ansys. 89
Figura 36. Posición de los vectores en una celda para la determinación de la ortogonalidad. Fuente: Generado con Ansys. 90
Figura 37. Detalle de las distancias para la determinación de la ortogonalidad. Fuente: (Ansys, 2012). 91
Figura 38. Condiciones de frontera en el espacio computacional del vertedero triangular. Fuente: Elaboración propia. 92
Figura 39. Condición de frontera a la entrada del vertedero triangular. Fuente: Elaboración propia. 93
Figura 40. Condiciones de frontera en el cuerpo del vertedero triangular. Fuente: Elaboración propia. 94
Figura 41. Fracción de volumen en tres dimensiones (3D). Fuente: Elaborado con Ansys –Fluent. 96
Figura 42. Fracción de Volumen de agua en tres dimensiones. Fuente: Elaborado con Ansys –Fluent. 97
Figura 43. Perfil de flujo y línea de corriente en el chorro. Fuente: Elaborado con Ansys –Fluent. 97
Figura 44. Detalle de la Vorticidad generando flujo muerto entre el chorro y el vertedero. Fuente: Elaborado con Ansys –Fluent. 98
Figura 45. Perfil de flujo sobre el vertedero triangular. Fuente: Elaboración propia. 99
Figura 46 Comparación de la ecuación de trayectoria de un chorro por Borda, Creager y Francis. Fuente: Elaboración propia. 101
Figura 47. Comparación de la ecuación de trayectoria de un chorro por Borda, Creager y Francis con los resultados del modelo realizado en Ansys Fluent. Fuente: Elaboración propia. 101
Figura 48. Líneas de corriente en el vertedero triangular. Fuente: Elaborado con Ansys –Fluent. 104
Figura 49. Detalle del vórtice generado por el chorro de descarga. Fuente: Elaborado con Ansys –Fluent. 105
Figura 50. Campo de velocidades en el chorro de descarga. Fuente: Elaborado con Ansys –Fluent. 105

Figura 51. Detalle del campo de velocidades del chorro al impactar la solera. Fuente: Elaborado con Ansys –Fluent..... 106
Figura 52. Campo de velocidades y perfil de velocidades. Fuente: Elaborado con Ansys –Fluent.107
Figura 53. Campo de velocidades en el chorro y en el canal de salida. Fuente: Elaborado con Ansys – Fluent..... 107
Figura 54. Comparación a nivel transversal del perfil de velocidad para z: 0.10 m, 0.30 m, 0.40 m y sobre el vertedero Fuente: Elaboración propia..... 108
Figura 55. Desarrollo del perfil de velocidad para 0.0625 m, 0.125 m y 0.1875 m. Fuente: Elaboración propia..... 109
Figura 56. Contorno de fracción de volumen en un plano central. Fuente: Elaboración propia..... 110
Figura 57. Fracción de volumen del canal de entrada del vertedero. Fuente: Elaboración propia.. 111
Figura 58. Distribución de presiones sobre el vertedero. Fuente: Elaboración propia..... 112
Figura 59. Comparación de perfiles de flujo: Malla Refinadas y sin refinar. 113
Figura 60. Comparación de perfiles de velocidades Z: 0.20 m: Malla Refinadas y sin refinar. Fuente: Elaboración propia. 114
Figura 61. Geometría del vertedero pico de pato. Fuente: Elaboración propia..... 117
Figura 62. Malla sobre el cuerpo del vertedero pico de pato. Fuente: Elaborado con Ansys – Fluent. 118
Figura 63. Condiciones de frontera en el espacio computacional del vertedero Pico de Pato. Fuente: Elaboración Propia..... 119
Figura 64. Fracción de volumen en tres dimensiones. Fuente: Elaborado con Ansys – Fluent..... 124
Figura 65. Comparación de los perfiles de flujo para los caudales 0.739 l/s y 3.11 l/s. Fuente: Elaborado con Ansys – Fluent. 125
Figura 66. Perfil de flujo para los seis caudales modelados. Fuente: Elaboración propia. 125
Figura 67. Fracción de volumen a lo largo del canal aguas arriba del vertedero. Fuente: Elaboración propia..... 127
Figura 68. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga calculado por Hay y Taylor (1970). Fuente: Elaboración propia..... 129
Figura 69. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga calculado por Lux y Hinchcliff (1985). Fuente: Elaboración propia. 130
Figura 70. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga calculado por Brian Crookston y Tullis (2010). Fuente: Elaboración propia..... 132
Figura 71. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga calculado David Waldron y Tullis (2010). Fuente: Elaboración propia. 133
Figura 72. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga de Sanjay K. Gupta and Vijay P. Singhv (2012). Fuente: Elaboración propia. 134
Figura 73. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga de Ali R. Vatankhah and N. Eslahi (2012). Metodología 1. Fuente: Elaboración propia. 136
Figura 74. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga de Ali R. Vatankhah and N. Eslahi (2012). Metodología 2. Fuente: Elaboración propia. 136
Figura 75. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga por Khode, Tembhurkar y Porey (2012). Fuente: Elaboración propia. 137
Figura 76. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga por Jesús Granell y Toledo. Fuente: Elaboración propia. 139

Figura 77. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga promedio. Fuente: Elaboración propia. 140
Figura 78.Comparación gráfica de todos lo coeficiente de descarga determinados. Fuente: Elaboración propia. 140
Figura 79. Desarrollo del perfil de velocidades para Q: 1.85 l/s. Fuente: Elaboración propia..... 141
Figura 80. Líneas de corriente a lo largo del cuerpo del vertedero. Fuente: Elaborado con Ansys - Fluent..... 143
Figura 81. Campo de velocidades para los caudales de 0.739 l/s y 3.11 l/s. Fuente: Elaborado con Ansys - Fluent. 144
Figura 82. Geometría del vertedero tipo laberinto con nariz desfasada y módulos asimétricos. . Fuente: Elaboración propia. 147
Figura 83. Malla no estructura sobre el cuerpo del vertedero tipo laberinto. Fuente: Elaborado con Ansys - Fluent. 148
Figura 84. Condiciones de frontera en el espacio computacional para la modelación del vertedero tipo laberinto. Fuente: Elaborado con Ansys - Fluent..... 151
Figura 85. Comparación de la lámina de agua para distintos valores de nodos en la malla. Fuente: Elaboración propia. 154
Figura 86. Comparación del flujo para los caudales de 2.21 l/s y 15.54 l/s. Fuente: Elaboración propia. 155
Figura 87. Comparación de perfiles de flujo a lo largo de la estructura. Fuente: Elaboración propia. 155
Figura 88. Líneas de corriente en el canal de entrada. Vista de Planta. Fuente: Elaborado con Ansys - Fluent..... 158
Figura 89. Líneas de corriente en el espacio computacional. Vista de Planta. Fuente: Elaborado con Ansys - Fluent. 158
Figura 90. Líneas de corriente en el vertedero laberinto. Fuente: Elaborado con Ansys - Fluent. 159
Figura 91. Determinación del coeficiente de descarga para distintas posiciones y relaciones h/p. Fuente: Elaboración propia. 160
Figura 92. Comparación general del coeficiente de descarga calculado a lo largo del vertedero tipo laberinto. Fuente: Elaboración propia. 161
Figura 93. Comparación general del coeficiente para distintas metodologías de cálculo. Fuente: Elaboración propia. 164
Figura 94. Fuerza específica a lo largo del vertedero tipo laberinto. Fuente: Elaboración propia. . 165
Figura 95. Perfil de velocidades a lo largo del vertedero tipo laberinto. Fuente: Elaboración propia. 166
Figura 96. Perfil de velocidades adimensional para la sección No. 3 del vertedero laberinto. Fuente: Elaboración propia. 167
Figura 97. Perfil de velocidad en la capa límite. Fuente: Cengel, Y. (2012). 169
Figura 98. Comparación de metodologías para la determinación de u+ y y+. Fuente: (ANSYS, Inc., 2013) 169
Figura 99. Análisis del y+ en la solera del canal de entrada. Fuente: Elaboración propia. 170
Figura 100. Distribución de presiones en el canal de entrada. Fuente: Elaboración propia. 171
Figura 101. Campo de velocidades en el vertedero laberinto. Fuente: Elaborado con Ansys. 173
Figura 102. Esfuerzo cortante en la solera. Fuente: Elaborado con Ansys – Fluent. 173
Figura 103. Esquema general de la guía metodológica. Fuente: Elaboración propia. 175

Figura 104. Esquema general para la determinación de las escalas hidráulicas. Fuente: Elaboración propia..... 177
Figura 105. Diagrama de flujo para el desarrollo de buenas prácticas en el modelo físico. Fuente: Elaboración propia. 178
Figura 106. Diagrama de flujo para exportar la geometría a Ansys. Fuente: Elaboración propia. 180
Figura 107. Diagrama de flujo para la generación de la malla. Fuente: Elaboración propia. 181
Figura 108. Descripción general de la ventana de Ansys Fluent. Fuente: Elaborado con Ansys - Fluent..... 183
Figura 109. Descripción general de las herramientas de Ansys Fluent (1). Fuente: Elaborado con Ansys - Fluent. 184
Figura 110. Descripción general de las herramientas de Ansys Fluente (2). Fuente: Elaborado con Ansys - Fluent. 184

Lista de Tablas

Tabla 1. Coeficiente de regresión para la determinación del coeficiente de descarga de Crookston (2010) 46
Tabla 2. Dimensiones del modelo y el prototipo del vertedero tipo laberinto. 74
Tabla 3. Parámetros Geométricos del Modelo a escala del vertedero tipo laberinto. 75
Tabla 4. Caudales del prototipo y el modelo transitado en el vertedero tipo laberinto. 77
Tabla 5. Resultados de la medición con el tornillo calibrador desde el nivel de referencia. 81
Tabla 6. Nivel de la lámina de agua (datos realizados a partir del nivel de referencia) 81
Tabla 7. Lámina de agua por encima del paramento del vertedero 82
Tabla 8. Velocidad de flujo a lo largo del vertedero laberinto 82
Tabla 9. Energía específica por encima del punto más alto del vertedero. 83
Tabla 10. Estadística generación de la refinación de la malla. Fuente: Ansys – Fluent 88
Tabla 11. Resumen estadística de mallado para ambos modelos del vertedero triangular 91
Tabla 12. Parámetros de calidad para ambos modelos del vertedero triangular. 91
Tabla 13. Esquema de discretización espacial del vertedero triangular. 95
Tabla 14. Comparación del coeficiente de descarga entre los modelos empíricos y el modelo computacional. 103
Tabla 15. Resumen de la estadística del mallado y el tiempo computacional para el vertedero pico de pato. 118
Tabla 16. Resumen de la calidad del mallado para el vertedero pico de pato. 119
Tabla 17. Caudales modelados y flujo másico del vertedero Pico de Pato. 120
Tabla 18. Esquema de discretización espacial del vertedero pico de pato 121
Tabla 19. Cálculo de los coeficientes del modelo de turbulencia K-ε para el vertedero pico de pato. 122
Tabla 20. Factores de relajación para el vertedero pico de pato. 123
Tabla 21. Lámina de agua correspondiente al 100% de fracción de agua en la mezcla. 127
Tabla 22. Cálculo del coeficiente de descarga a partir de los resultados de la modelación. 128
Tabla 23. Cálculo del coeficiente de descarga a partir de las ecuaciones de Hay y Taylor (1970). 129
Tabla 24. Cálculo del coeficiente de descarga a partir de las ecuaciones de Lux y Hinchcliff (1985). 130
Tabla 25. Constantes adimensionales para la regresión definida por Brian Crookston y Tullis (2010). 131
Tabla 26. Cálculo del coeficiente de descarga a partir de las ecuaciones Brian Crookston y Tullis (2010). 131
Tabla 27. Cálculo del coeficiente de descarga por David Waldron y Tullis (2010). 133
Tabla 28. Cálculo del coeficiente de descarga por Sanjay K. Gupta and Vijay P. Singhv (2012).. 134
Tabla 29. Cálculo del coeficiente de descarga por Ali R. Vatankhah and N. Eslahi (2012). Metodología 1. 135
Tabla 30. Cálculo del coeficiente de descarga por Ali R. Vatankhah and N. Eslahi (2012). Metodología 2. 135
Tabla 31. Cálculo del coeficiente de descarga por V. Khode; A. R. Tembhurkar y P. D. Porey (2012). 137
Tabla 32. Cálculo del coeficiente de descarga por Jesús Granell y Toledo. 138
Tabla 33. Resumen de los errores promedio para distintas metodología. 139

Tabla 34. Análisis de las velocidades para los caudales modelados. 142
Tabla 35. Resumen de la estadística del mallado para el vertedero tipo laberinto..... 149
Tabla 36. Resumen de la calidad del mallado para el para el vertedero tipo laberinto. 149
Tabla 37. Caudales modelados y flujo másico del vertedero tipo laberinto..... 150
Tabla 38. Cálculo de los coeficientes del modelo de turbulencia K-ε, para el vertedero tipo laberinto. 152
Tabla 39. Lámina de agua para los ocho caudales modelados numéricamente en Ansys –Fluent.. 156
Tabla 40. Lámina de agua para los ocho caudales modelados numéricamente en Ansys –Fluent.. 156
Tabla 41. Longitudes de los ciclos que componen el vertedero tipo laberinto asimétrico..... 160
Tabla 42. Determinación del coeficiente de descarga para distintas metodologías. 162
Tabla 43. Comparación de las presiones hidrostáticas y las reales, calculadas con Ansys..... 172
Tabla 44. Ejemplo de determinación de la independencia de la malla en la modelación computacional 185
Tabla 45. Lista de forma de representación de resultados en Ansys – Fluent..... 186

Lista de Ecuaciones

Ecuación 1. Conservación de la Energía 32
Ecuación 2. Definición del caudal para vertederos de pared delgada. 33
Ecuación 3. Fórmula reducida para la determinación del caudal para un vertedero rectangular de pared delgada 34
Ecuación 4. Caudal para un vertedero triangular de pared delgada expandida. 35
Ecuación 5. Caudal para un vertedero triangular de pared delgada simplificada 35
Ecuación 6. Caudal de un vertedero triangular por la Universidad Católica de Chile (1959) 36
Ecuación 7. Coeficiente de descarga adimensional por Gourley y Crimp (1961) 37
Ecuación 8. Coeficiente de descarga adimensional por Hegly (1921) 38
Ecuación 9. Coeficiente de descarga adimensional por Barr (1909) 38
Ecuación 10. Coeficiente de descarga adimensional por Koch (1923) y Yarnall (1926) 38
Ecuación 11. Coeficiente de descarga adimensional por Heyndrickx (1957): 38
Ecuación 12. Caudal para vertederos tipo laberinto 41
Ecuación 13. Forma reducida de caudal para vertederos tipo laberinto basados en W y L 41
Ecuación 14. Determinación del caudal por Lux y Hinchcliff (1985). 41
Ecuación 15. Coeficiente de descarga Cw para la ecuación de Taylor (1970) 43
Ecuación 16. Determinación del caudal por Magalhaes (1985) 44
Ecuación 17. Coeficiente de descarga adimensional definido por Zerrouk's (1995) 44
Ecuación 18. Coeficiente de descarga adimensional por Crookston (2010). 45
Ecuación 19. Coeficiente de descarga adimensional por Tullis y Waltron (1990). 47
Ecuación 20. Ángulo α por el cálculo del coeficiente de descarga por Tullis y Waltron (1990). 47
Ecuación 21. Coeficiente de descarga adimensional por Emiroglu (2007). 47
Ecuación 22. Número de Froude para flujo sobre vertederos. 47
Ecuación 23. Coeficiente de descarga adimensional por Sanjay Gupta y Vijay Singhv (2012). 48
Ecuación 24.Coeficiente de descarga adimensional "C" por Ali R. Vatankhah y N. Eslahi (2012). 48
Ecuación 25.Coeficiente de descarga adimensional "Cw" por Ali R. Vatankhah y N. Eslahi (2012). 48
Ecuación 26. Coeficiente de descarga adimensional por V. Khode; A. R. Tembhurkar; P. D. Porey; y R. N. Ingle (2012). 49
Ecuación 27. Caudal de descarga en un vertedero laberinto por Granell y Municio. 49
Ecuación 28 Coeficiente de desagüe por Granell y Municio. 49
Ecuación 29. Angulo β para la determinación del coeficiente de descarga. 49
Ecuación 30. Angulo βmax para la determinación del coeficiente de descarga 50
Ecuación 31. Angulo αmax para la determinación del coeficiente de descarga. 50
Ecuación 32. Caudal de descarga para un vertedero pico de pato 51
Ecuación 33 Coeficiente de reducción del coeficiente de descarga para un vertedero pico de pato. 51
Ecuación 34. Caudal para un vertedero pico de pato por Forchhener. 52
Ecuación 35. Número de Reynolds 54
Ecuación 36. Número de Froude 54
Ecuación 37. Número de Weber 54
Ecuación 38. Coeficiente de Arrastre 54
Ecuación 39. Ecuaciones de Navier - Stokes en su forma reducida y extendida en tres dimensiones en coordenadas cartesianas 55

Ecuación 40. Viscosidad turbulenta para el modelo K- ϵ 57
Ecuación 41. Tasa de disipación de la energía cinética turbulenta por unidad de tiempo. 57
Ecuación 42. Esfuerzos de Reynolds a partir de la ecuación de Boussineq. 57
Ecuación 43. Ecuación de transporte para k y ϵ para el modelo estándar 57
Ecuación 44. Ecuación de transporte para k y ϵ para el modelo RNG 58
Ecuación 45. Funciones complementarias del modelo de transporte para k y ϵ para el modelo RNG 58
Ecuación 46. Energía cinética turbulenta 59
Ecuación 47. Tasa de disipación turbulenta 59
Ecuación 48. Ley de Muro para flujos turbulentos. 59
Ecuación 49. Esfuerzos viscosos en la subcapa viscosa 60
Ecuación 50. Velocidad de Corte en la subcapa viscosa. 60
Ecuación 51. Función $u+$para la subcapa viscosa 60
Ecuación 52. Función u+ para la capa "ley logaritmo" 61
Ecuación 53. Discretización de un volumen de control. Fuente: ANSYS, Manual de Usuario (2010) 65
Ecuación 54. Linealización de la discretización de un volumen de control 66
Ecuación 55. Ecuación para la determinación de la fracción de volumen en una celda 68
Ecuación 56. Ecuación para la determinación de la concentración de aire, Hickox. 70
Ecuación 57. Determinación del factor de proporcionalidad del caudal del modelo a escala. 76
Ecuación 58. Determinación del factor de proporcionalidad de la carga hidráulica del modelo a escala. 76
Ecuación 59. Determinación del factor de proporcionalidad de la velocidad del modelo a escala... 76
Ecuación 60. Ecuación de ortogonalidad a partir del centroide de la cara de la celda 89
Ecuación 61. Ecuación de ortogonalidad a partir del centroide de la cara de la celda. 90
Ecuación 62. Flujo Másico 93
Ecuación 63. Perfil de la trayectoria de chorro. Creager (1960) 99
Ecuación 64. Perfil de la trayectoria de chorro. Borda (1766) 100
Ecuación 65. Perfil de la trayectoria de chorro. Francis (1976) 100
Ecuación 66. Lámina de agua por encima del vertedero 102
Ecuación 67. Función para el cálculo de presión hidrostática 112
Ecuación 68. Determinación del coeficiente de descarga, para un vertedero tipo laberinto asimétrico, de nariz desfasada. 162
Ecuación 69. Velocidad de fricción o cortante 168
Ecuación 70. Velocidad adimensional en la capa límite. 168
Ecuación 71. Número de Reynolds para la capa límite a partir de la velocidad de fricción. 168
Ecuación 72. Velocidad adimensional en la capa límite a partir de la "ley de logaritmo". 168
Ecuación 73. Ejemplo de determinación de la escala de velocidades a partir del número de Reynolds y el número de Froude. 177

Nomenclatura

$\boldsymbol{\alpha}$**:** Angulo de abertura de los muros del vertedero laberinto.

$\boldsymbol{\alpha_C}$**:** Coeficiente de corrección de la energía cinética.

B: Ancho del vertedero convencional.

$\boldsymbol{\beta}$**:** Coeficiente de corrección de la cantidad de movimiento.

C: Coeficiente adimensional de descarga para vertederos hidráulicos.

Cd: Coeficiente de descarga para vertederos incluyendo el parámetro de la gravedad en $m^{1/2}/s$.

$\boldsymbol{C_{da}}$**:** Coeficiente de arrastre adimensional.

$\boldsymbol{C_{dl}}$: Coeficiente de descarga con dimensiones calculado a partir de la longitud efectiva en $m^{1/2}/s$.

$\boldsymbol{C_{dw}}$**:** Coeficiente de descarga con dimensiones calculado a partir del ancho total en $m^{1/2}/s$.

$\boldsymbol{Cr}$: Coeficiente de corrección del coeficiente de descarga en un vertedero pico de pato.

$\boldsymbol{\varepsilon}$: Tasa de disipación de la energía.

ESC: Abreviación de "Escala Geométrica".

$\boldsymbol{Fr}$: Número de Froude.

g: Gravedad, equivalente a 9.81 m/s^2.

$\boldsymbol{\gamma}$**:** Peso Específico del Fluido.

h: Altura de lámina medida desde el paramento del vertedero.

$\boldsymbol{H_M}$: Energía por encima del paramento del vertedero en el modelo.

$\boldsymbol{H_P}$: Energía por encima del paramento del vertedero en el prototipo.

$\boldsymbol{I}$**:** Intensidad turbulenta.

$\boldsymbol{k}$: Coeficiente de corrección del coeficiente descarga para vertederos triangulares de pared delgada.

$\boldsymbol{k_t}$**:** Energía cinética turbulenta.

L: Longitud total de un vertedero tipo laberinto.

$\boldsymbol{l}$**:** Tamaño de los remolinos.

$\boldsymbol{l_{de}}$**:** Longitud efectiva corregida, definida por Jesús Granell y Toledo Municio (2013)

N: Definición de un ciclo.

$\boldsymbol{\nabla}$: Operador "nabla".

P: Paramento de vertedero.

Q: Caudal de descarga a través de la estructura en m³/s.

$\boldsymbol{Q_c}$**:** Caudal descargado por un ciclo del vertedero laberinto.

$\boldsymbol{Q_M}$: Caudal a través del modelo.

$\boldsymbol{Q_p}$: Caudal a través del prototipo.

Re: Número de Reynolds.

$\boldsymbol{\rho}$: Densidad del fluido.

$\boldsymbol{\sigma}$: Tensión Superficial

t: Ancho de muros del vertedero.

$\boldsymbol{\tau}$**:** Esfuerzo Cortante.

$\boldsymbol{\theta_t}$**:** Ángulo de abertura del vertedero triangular.

$\boldsymbol{V_M}$: Velocidad media del vertedero en el modelo.

$\boldsymbol{V_p}$: Velocidad media del vertedero en el prototipo.

μ: Viscosidad dinámica del fluido.

$\boldsymbol{\mu_t}$**:** Viscosidad turbulenta.

$\boldsymbol{\mu_w}$: Coeficiente de descarga adimensional definido por Magalhaes (1985).

$\boldsymbol{\upsilon}$**:** Viscosidad cinemática del fluido.

w: Altura del vertedero desde su base hasta su paramento.

y: Lámina de agua medida desde la solera del canal.

z: Altura medida desde un nivel de referencia arbitrario.

Introducción

Un vertedero tipo laberinto, es un vertedero hidráulico con sección plegada, cuyo perímetro hidráulico o longitud efectiva es superior a un vertedero estándar, generando un aumento en la eficiencia, y una disminución de la lámina de agua por encima de la estructura para un mismo caudal transitado.

Dichos vertederos constan de ciclos o pliegues, generalmente de forma triangular o trapezoidal, definidos según el propósito de la estructura, con muros relativamente esbeltos, posicionados de tal forma que exista un ángulo entre ellos y el vector de flujo.

Debido a la gran relación perímetro–ancho, estas estructuras son usadas para el control de sobreelevación, gracias a su capacidad de permitir el paso de grandes caudales con bajas láminas de agua, aguas arriba de su cuerpo, amortiguando perturbaciones y crecientes.

Debido a la complejidad geométrica de dichos vertederos, se han definido un sin número de metodologías para la determinación del coeficiente de descarga y la eficiencia del vertedero. Estos coeficientes dependen principalmente de los parámetros hidráulicos y geométricos, tales como el ángulo de inclinación de los muros, la altura del paramento y la longitud efectiva. En la literatura es posible hallar innumerables ensayos experimentales, que han permitido desarrollar ábacos y ecuaciones, cuyo uso o aplicación debe estar sustentado, ya que la variación de este parámetro es relativamente grande entre autores.

Es por esta razón, que la presente tesis busca combinar las metodologías experimentales de modelaciones a escala, con simulaciones numéricas, que permitan definir una guía de empalme entre estos dos enfoques.

La presente tesis determina el esquema numérico más adecuado en el software de modelación computacional, Ansys – Fluent, modelando el vertedero tipo laberinto de la central hidroeléctrica la Naveta, en el municipio de Apulo, Cundinamarca, comparando los resultados con un modelo a escala de la estructura, probada en el laboratorio del Centro de Estudios Hidráulicos de la Escuela Colombiana de Ingeniería.

Adicionalmente, se modeló y analizó a fondo el comportamiento de un vertedero triangular de pared delgada y un vertedero “pico de pato”, seleccionando uno de los cinco (5) ciclos del vertedero laberinto para este propósito.

Antecedentes del Proyecto

La central Hidroeléctrica La Naveta, se encuentra ubicada a aproximadamente a tres (3) Km de la población de Apulo, Cundinamarca. Dicha central genera energía interceptando el río Bogotá, con un caudal teórico de derivación 31 m^3/s, el cual es conducido por un canal de aducción de aproximadamente 1800 m de longitud, hasta la cámara de carga ubicada junto a la casa de máquinas. Estas últimas estructuras son comunicadas por dos tuberías de carga de 20 m de longitud de sección variable. A la entrada de la cámara de carga se encuentran dos compuertas planas, para el control del flujo.

Atendiendo a la necesidad de derivar el caudal que llega a la cámara de carga en los procesos de maniobra de rechazo de las turbinas, se dispone de un vertedero tipo laberinto aguas abajo. Este vertedero tiene como función controlar las sobreelevaciones, producidas por el cambio súbito del caudal en la cámara de carga y evacuar los caudales transportados por el canal, hasta el final del cierre de la compuerta radial, ubicada cerca a la bocatoma. Las características del vertedero laberinto buscan garantizar que la carga hidráulica sobre éste, sea lo suficientemente pequeña para controlar los fenómenos transitorios y en consecuencia, evitar el desbordamiento del canal hacia aguas arriba. Cabe destacar, que la presencia del vertedero laberinto controla el nivel máximo en la cámara de carga, la cual debe ajustarse a la elevación necesaria para la correcta generación de energía.

En la actualidad, la hidroeléctrica no genera la máxima capacidad esperada (31 m^3/s), debido a la presencia de desbordamientos en el caudal de exceso para caudales superiores a 15m^3/s, debido a la pérdida de eficiencia del vertedero laberinto, el cual fue modificado para atender necesidades estructurales sin la correcta supervisión de expertos hidráulicos. Por esta razón, se decidió iniciar una revisión de las condiciones hidráulicas de operación del vertedero, proponiendo un nuevo diseño.

Para tales efectos, el Centro de Estudios Hidráulicos de la Escuela Colombiana de Ingeniera, construyó un modelo a escala de este vertedero, probando y evaluando su capacidad hidráulica.

Posteriormente, se diseñó un nuevo vertedero con dimensiones similares, pero características geométricas distintas, cuya eficiencia permitió el transporte del caudal máximo de diseño, sin la

presencia de desbordamientos ante eventos de cierre de las compuertas. Para la de este diseño, fue necesario la construcción de un modelo a escala 1:21; con el fin de evaluar el comportamiento hidráulico de la estructura ante distintos rangos de caudales.

Teniendo en cuenta las limitaciones de este tipo de ensayos y en particular, por la compleja geometría de la estructura y a la dificultad de la toma de datos, se dispuso estudiar más a fondo las características hidráulicas del vertedero tipo laberinto, tales como los gradientes de velocidad, las líneas de corriente y el coeficiente de descarga, por mencionar algunas, aprovechando la disponibilidad del modelo a escala y la evolución de los paquetes computacionales.

Como se mencionó anteriormente, el presente trabajo se centró en la modelación computacional del vertedero tipo laberinto, a partir de datos experimentales, por medio del software de modelación computacional ANSYS - Fluent, permitiendo conocer más a fondo las características hidráulicas de este tipo de estructuras, comparar los resultados obtenidos con distintas metodologías propuestas en la literatura científica y con los datos recopilados en la modelación física (más adelante se discutirá el alcance, los objetivos y la metodología para el desarrollo del anterior argumento).

Objetivos

Objetivo General

Modelación y análisis del vertedero tipo laberinto de la central hidroeléctrica “La Naveta”, ubicada en Apulo - Cundinamarca, a partir del software de modelación computacional Ansys-Fluent 17.0 con base en datos experimentales de un modelo físico a escala.

Objetivos Específicos

- Modelación numérica de un modelo a escala del vertedero tipo laberinto de la central hidroeléctrica La Naveta en Apulo, Cundinamarca.

- Modelación computacional y análisis del perfil de flujo, de la trayectoria del chorro de descarga y del coeficiente de descarga, de un vertedero triangular de pared delgada sin contracciones.

- Modelación computacional y análisis del perfil de flujo, de la trayectoria del chorro de descarga y del coeficiente de descarga, de uno de los cinco ciclos que componen el vertedero tipo laberinto a partir del software Ansys Fluent, con base en la teoría de vertederos “pico de pato”.

- Generación de una guía metodológica para la modelación computacional de estructuras hidráulicas a partir de datos experimentales de modelos a escala.

Metodología

Teniendo en cuenta que se realizó tanto modelaciones numéricas como físicas, se ha propuesto dividir los procedimientos en dos fases.

La fase No. 1 consiste en la modelación y análisis de los datos experimentales del vertedero a escala en el laboratorio y la fase No. 2, en la modelación matemática en el paquete computacional ANSYS – FLUENT, con base en los datos obtenidos en la Fase No. 1, junto con el análisis de las variables hidráulicas.

Para la determinación del esquema numérico más adecuado, se ha optado por la modelación de un vertedero triangular de pared delgada, debido a la facilidad de su geometría y de su comportamiento hidráulico.

Adicionalmente se ha modelado y analizado uno de los cinco ciclos que componen el vertedero laberinto a partir de Ansys Fluent, comparado los resultados con la teoría de vertederos “pico de pato”.

Finalmente, se ha definido una guía metodológica para la modelación de estructuras hidráulicas, basada en datos experimentales. La cual busca ser una herramienta de ayuda para posteriores modelaciones computacionales de usuarios que desean realizar análisis similares.

Metodología Para la Fase No. 1

Es necesario aclarar, que el modelo a escala del vertedero laberinto de la Naveta, ya está construido con todas sus dimensiones proporcionales a escala 1:21 (ver capítulo 3). Este modelo fue realizado por el Centro de Estudios Hidráulicos y los consultores del proyecto de la Central Hidroeléctrica la Naveta a mediados del año 2015.

Para la toma de datos en el modelo a escala, se llevaron a cabo ensayos teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

a. **Pendiente:** Todos los ensayos se llevarán a cabo con una pendiente horizontal. Debido a que esta es la condición actual de operación en la central.

b. **Caudales:** Se realizó la modelación física para 10 caudales distintos, cuyos rangos se encuentran entre 3.70 l/s y 15.54 l/s, los cuales representa los límites de funcionamiento de la central.

   La magnitud de los caudales manejados en el laboratorio, se calcularon a partir de las relaciones de escala hidráulica (Análisis Dimensional), la cual se basa en la escala geométrica entre el prototipo y el modelo (ver capítulo 3).

c. **Registro de Datos:** Se tomó el nivel de la lámina de agua en nueve puntos a lo largo del canal, de los cuales cinco (5) están ubicados en el canal de acceso al vertedero y cuatro (4) directamente sobre el vertedero.

Metodología Para la Fase No. 2

Teniendo en cuenta los resultados y el análisis de la Fase No. 1, se llevó acabo la modelación numérica en el paquete computacional ANSYS – FLUENT. Para ello se tomó como base el siguiente procedimiento:

a. **Gráfico 3D del Modelo a Escala**: A partir de los planos suministrados por la central hidroeléctrica la Naveta, se realizó la respectiva geometría en el software de dibujo AutoCAD, cuyo formato es compatible con el paquete computacional ANSYS – FLUENT.

b. **Mallado:** A partir de la geometría realizada en el paso anterior, se realizó el respectivo mallado de todo el espacio computacional, a partir del "Workbench" de Ansys. El número de elementos se determinó teniendo en cuenta los parámetros de calidad de la malla.

c. **Modelo Matemático:** En esta etapa se seleccionó el esquema numérico más apropiado para el problema en particular.

d. **Análisis de las variables hidráulicas:** Posterior a la modelación computacional del vertedero triangular, del vertedero pico de pato y del vertedero laberinto, se procedió a evaluar las variables hidráulicas de las estructuras.

e. **Comparación de los resultados con metodologías de distintos autores:** Se discutieron y compararon los resultados arrojados por el modelo computacional, con diversas metodologías de diseño, con el propósito de evaluar los resultados de los modelos numéricos y los rangos de caudales más apropiados para el uso de las distintas ecuaciones experimentales.

A continuación se muestra un esquema general de la metodología que se llevó acabo

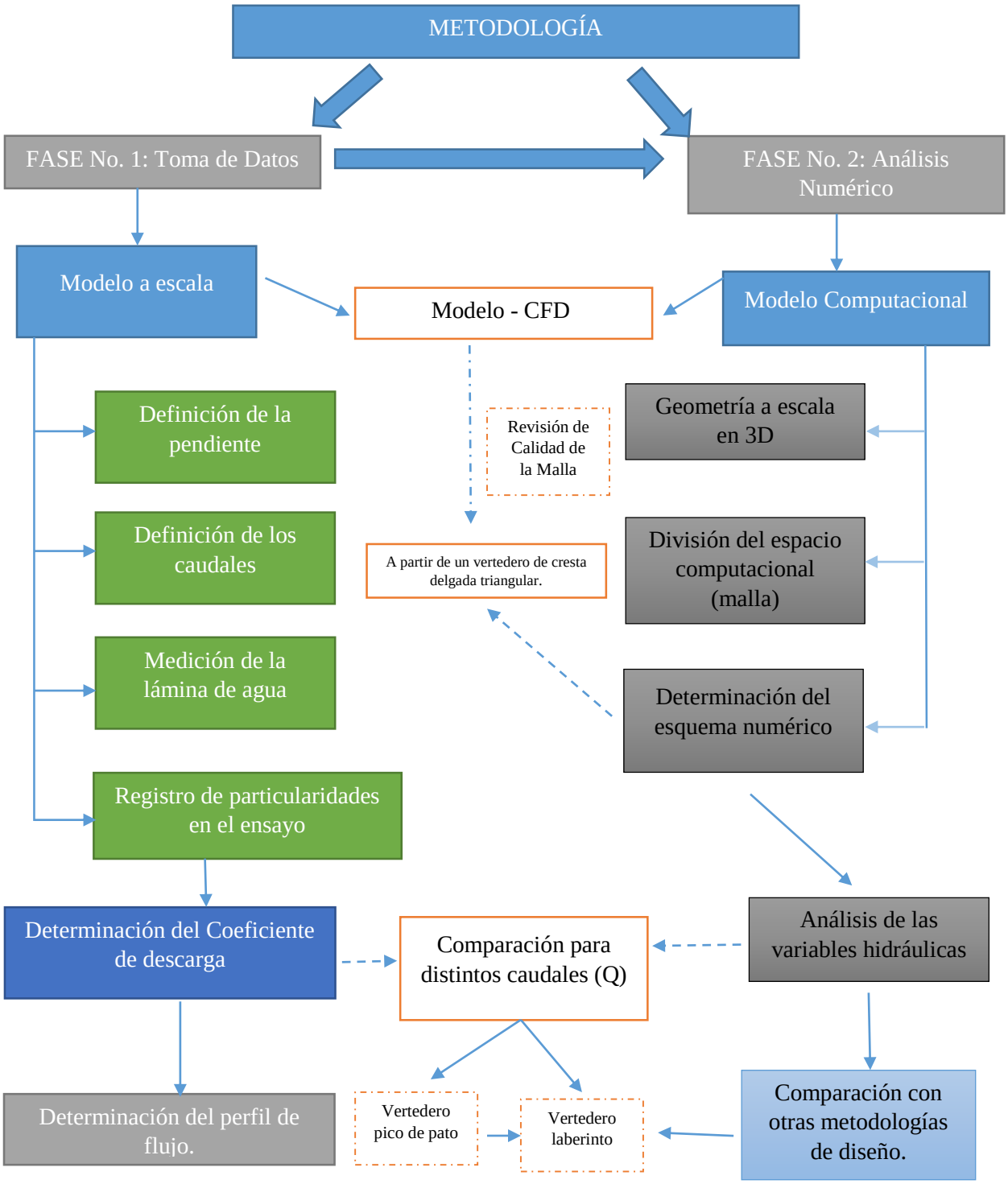


Figura 1. Esquema metodológico del trabajo de grado.

Organización del Documento

CAPITULO 1: Se presenta la revisión bibliográfica referente a la teoría de vertederos hidráulicos, las consideraciones y características de los vertederos triangulares, vertederos laberintos y vertederos pico de pato. Adicionalmente se describen los conceptos básicos del esquema numérico utilizado, el software de modelación: Ansys Fluent, los fundamentos de la teoría de análisis dimensional, la base de las ecuaciones de Navier Stokes y la teoría de calidad del mallado.

CAPITULO 2: Se muestran y analizan las distintas fuentes antecedentes referentes a la modelación computacional, la teoría de vertederos laberintos y estudios de modelaciones experimentales a escala.

CAPITULO 3: Se describe el procedimiento realizado en la modelación física del prototipo a escala del vertedero laberinto, su concepción dimensional y el análisis cuantitativo y cualitativo de los resultados.

CAPITULO 4: Se presenta la determinación del esquema numérico utilizado en Ansys Fluent, a partir de la modelación computacional de un vertedero triangular de pared delgada. Se realiza la comparación de los resultados numéricos del modelo con las teorías tradicionales, analizando el coeficiente de descarga, la lámina de agua, la distribución de presiones, el perfil de velocidades, la trayectoria del chorro y las consideraciones generales del mallado.

CAPITULO 5: Se describen las consideraciones utilizadas para la modelación computacional de uno de los cinco ciclos del vertedero laberinto y la comparación de los resultados a partir de la teoría de vertederos tipo “Pico de Pato”, con el propósito de determinar las variables adicionales para la posterior modelación del vertedero completo. Se analiza adicionalmente el coeficiente de descarga, el perfil de flujo, la fracción de volumen, las líneas de corriente, el campo de velocidades y los efectos de la tensión superficial.

CAPITULO 6: Se describen las consideraciones utilizadas para la modelación computacional del vertedero tipo laberinto, de la central hidroeléctrica “La Naveta”, así como la geometría particular, el

mallado y las condiciones de frontera. Posteriormente se analiza el esquema numérico, comparando los resultados de la modelación física con la numérica. Se realiza un análisis del coeficiente de descarga, la distribución de presiones, el perfil de velocidades, la lámina de agua y la fracción de volumen.

CAPITULO 7: Se realizó una guía metodológica a partir de las lecciones aprendidas para la modelación computacional con Ansys Fluent, detallando los pasos y las consideraciones necesarias para una adecuada modelación física y numérica basada en datos experimentales.

Capítulo 1. Conceptos Básicos y Temáticas Aplicadas

En el presente capítulo se describen las diferentes temáticas utilizadas, las cuales se presentaron en forma de marco teórico, resumiendo y resaltando los conceptos manejados, las ecuaciones e igualdades utilizadas y las bases teóricas que permitieron el desarrollo cuantitativo y cualitativo de la presente tesis.

1.1. Vertedero Hidráulico

Un vertedero hidráulico en su definición más sencilla y práctica, es un obstáculo creado por un muro o placa de sección transversal particular con cierto grosor, con el cual se obtiene un control hidráulico, al mantener una relación directa y única entre la lámina de agua por encima de la cresta y el caudal transitado.

Existen distintas clasificaciones de los vertederos, basados según su geometría, el grosor de los muros y el uso de la estructura. Esta última clasificación, define el diseño y la selección del tipo de vertedero que se desea implementar.

En general, los usos más frecuentes de los vertederos hidráulicos son: estructuras de aforo, estructuras de control, y de reducción de sobreelevaciones. Cabe resaltar la gran diversidad de geometrías, las cuales van desde vertederos triangulares, rectangulares y trapezoidales, hasta secciones compuestas e irregulares.

1.2. Vertederos de Pared Delgada

Para comprender de mejor manera este tipo estructuras, a continuación se analiza en detalle las variables que rigen su comportamiento hidráulico y las ecuaciones que definen la relación caudal – lámina de agua. Para ello es necesario asumir las siguientes suposiciones:

a. Aguas arriba del vertedero el perfil de velocidades es uniforme y la presión hidrostática.

b. La superficie sobre el vertedero no presenta alteraciones debido a posibles contracciones de la lámina de agua.
c. La presión en todos los puntos de la sección del punto más alto del vertedero (la cresta) se supone atmosférica (con un valor de cero en el sistema relativo).
d. Se desprecian los efectos producidos por el incremento del nivel del agua en las paredes debido a los efectos de la tensión superficial.

Para iniciar la demostración analizaremos el siguiente volumen de control:

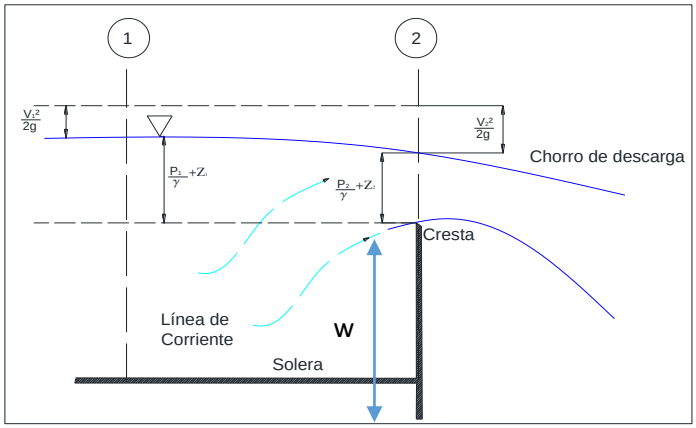


Figura 2. Perfil Longitudinal de un vertedero de pared delgada. **Fuente:** Elaboración Propia.

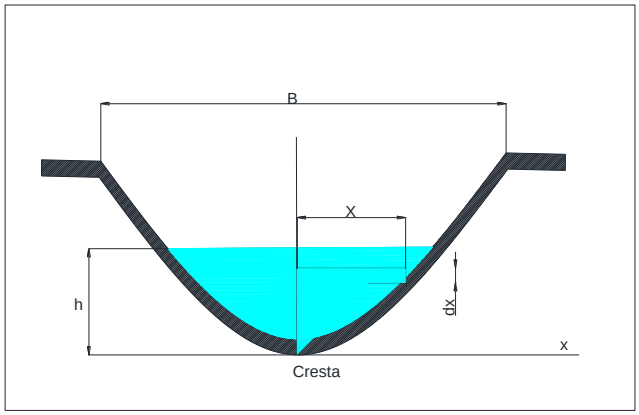


Figura 3. Sección transversal de un vertedero de pared delgada. **Fuente:** Elaboración Propia.

Analizando la conservación de la energía entre el punto 1 y el punto 2, tenemos que:

$$\frac{{V_1}^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z1 = \frac{{V_2}^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z2$$

Ecuación 1. Conservación de la Energía

Considerando que,

$$h + \frac{{V_1}^2}{2g} = z_2 + \frac{{V_2}^2}{2g} \quad donde\ h : z_1 + \frac{P_1}{\gamma}$$

Despejando la velocidad en el punto 2, correspondiente a la velocidad del flujo sobre la estructura:

$$V_2 = [2g\ (h - \mathrm{z}_2 + \frac{{\mathrm{V}_1}^2}{2\mathrm{g}})^2]^{0.5}$$

Adicionalmente, con ayuda del volumen de control en una sección particular (Ver **Figura *2***), es posible obtener el diferencial de caudal y por tanto, el caudal total, al integrar a lo largo de su simetría así:

$$dQ: V * dA\ \ por\ tanto\ Q = \int V * dA = \int 2 * x * V * dz$$

Para nuestro caso concreto, tenemos que:

$$Q = \int_0^h 2 * x * [2g\ (h - \mathrm{z}_2 + \frac{{\mathrm{V}_1}^2}{2\mathrm{g}})^2]^{0.5}\ dz$$

Por experiencia, la columna de velocidad o de energía cinética es despreciable en comparación con los demás términos, por tanto se tiene que:

$$Q = \int_0^h 2 * x * [2g\ (h - \mathrm{z}_2)]^{0.5}\ dz$$

Debido a las suposiciones y a las simplificaciones realizadas, tales como las pérdidas de energía, el perfil de velocidad uniforme, las presiones hidrostáticas y la contracción de la lámina de agua, se acostumbra a “corregir” el caudal con un coeficiente que involucre dichas consideraciones, denominado coeficiente de descarga, “C”.

$$Q = C * \int_0^h 2 * x * [2g\ (h - \mathrm{z}_2)]^{0.5}\ dz$$

Ecuación 2. Definición del caudal para vertederos de pared delgada.

1.3. Vertedero Rectangular de Pared Delgada

Teniendo en cuenta la **Figura 4.** Sección transversal de un vertedero rectangular de pared delgada. , es posible definir la ecuación general de un vertedero rectangular de pared delgada, sabiendo que:

$$x = B/2$$

Realizando la integral de la **Ecuación 2** a partir de los límites considerados (lámina de agua "h") tenemos que:

$$Q = \frac{2}{3} * C * \sqrt{2g} * b * h^{3/2}$$

Se acostumbra a definir el coeficiente de descarga dimensional como la recopilación de los valores constante así:

$$Cd = \frac{2}{3} * C * \sqrt{2g}$$

Obteniendo finalmente,

$$Q = Cd * B * h^{\frac{3}{2}} \quad \text{ó} \quad Q = Cd * L * h^{\frac{3}{2}}$$

Ecuación 3. Fórmula reducida para la determinación del caudal para un vertedero rectangular de pared delgada.

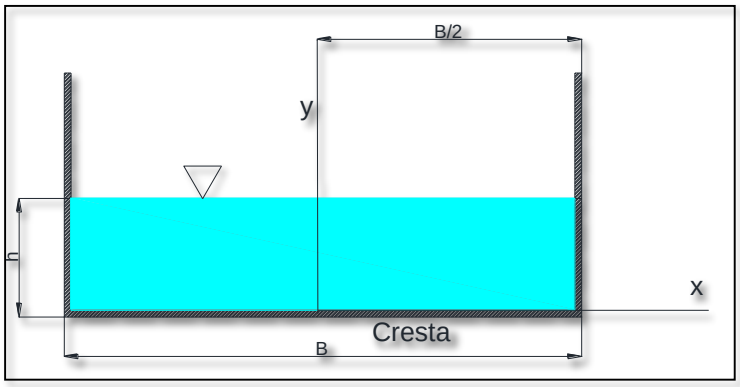


Figura 4. Sección transversal de un vertedero rectangular de pared delgada. **Fuente:** Elaboración Propia.

1.4. Vertedero Triangular

Realizando el mismo análisis integral para la geometría de un vertedero rectangular sin contracciones (ver **Figura *5***) y sabiendo que la base del diferencial varía con respecto a la tangente de la altura, se tiene que:

$$Q = 2 * \sqrt{2g} * C * \tan[\frac{\theta_t}{2}] \int_0^h (h - \mathrm{y})^{0.5} * y * dy$$

Realizando un pequeño cambio de variable z = h-y tenemos que y=h-z, y derivando en ambos extremos de la ecuación, obtenemos finalmente dy=dz, definiendo los límites de integración como y=0 y z=h.

$$Q = -2 * \sqrt{2g} * C * \tan\left[\frac{\boldsymbol{\theta_t}}{2}\right] \int_h^0 z^{\frac{1}{2}} (h - z) * dz$$

Realizando la integral:

$$Q = -2 * \sqrt{2g} * C * \tan\left[\frac{\boldsymbol{\theta_t}}{2}\right] * \left(\frac{2 * h * z^{1/2}}{3} - \frac{2 * z^{5/2}}{5}\right)$$

Tomando límites se tiene que:

$$Q = \frac{8}{15} * \sqrt{2g} * C * \tan\left[\frac{\theta_t}{2}\right] * h^{5/2}$$

Ecuación 4. Caudal para un vertedero triangular de pared delgada expandida.

A partir de la nomenclatura anterior se puede escribir el coeficiente de descarga con dimensiones de $m^{1/2}$/ s para un ángulo en el vértice de $\boldsymbol{\theta_t} =$

$$Cd = \frac{8}{15} * \sqrt{2g} * C * \tan\left[\frac{\boldsymbol{\theta_t}}{2}\right] = 2.362 * C$$

Obteniendo finalmente,

$$Q = Cd * h^{\frac{5}{2}}$$

Ecuación 5. Caudal para un vertedero triangular de pared delgada simplificada.

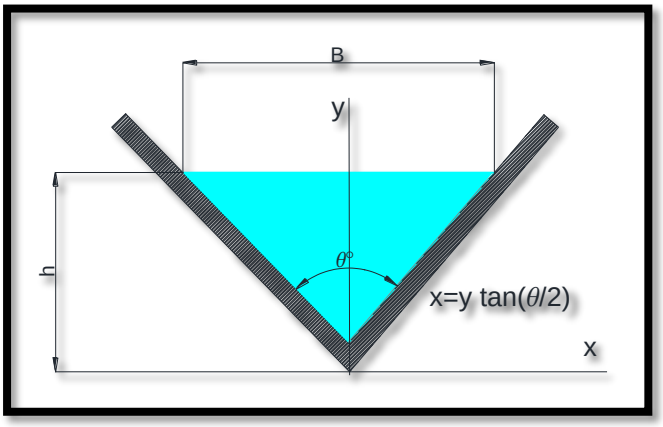


Figura 5. Sección transversal de un vertedero triangular de pared delgada. **Fuente:** Elaboración Propia.

Como se pudo apreciar en la anterior demostración, el coeficiente de descarga adimensional "C" define la eficiencia del vertedero. Es por esta razón que en la presente tesis se analizó este factor para el vertedero triangular, el pico de pato, y el vertedero laberinto.

1.4.1. Fórmulas Experimentales para la determinación del coeficiente de descarga "C"

1. ***<u>Universidad Católica de Chile (1959):</u>***

$$Q = \frac{8}{15} * \sqrt{2g} * C * k * \tan\left[\frac{\theta_t}{2}\right] * h^{5/2}$$

Ecuación 6. Caudal de un vertedero triangular por la Universidad Católica de Chile (1959)

La universidad católica de Chile, propone la determinación del coeficiente de descarga "C", de forma muy similar a la discutida anteriormente, pero con la inclusión de un parámetro adicional de corrección, el cual depende de la relación B/h para valor de 15°< θ <120° (ver **Figura 6**)

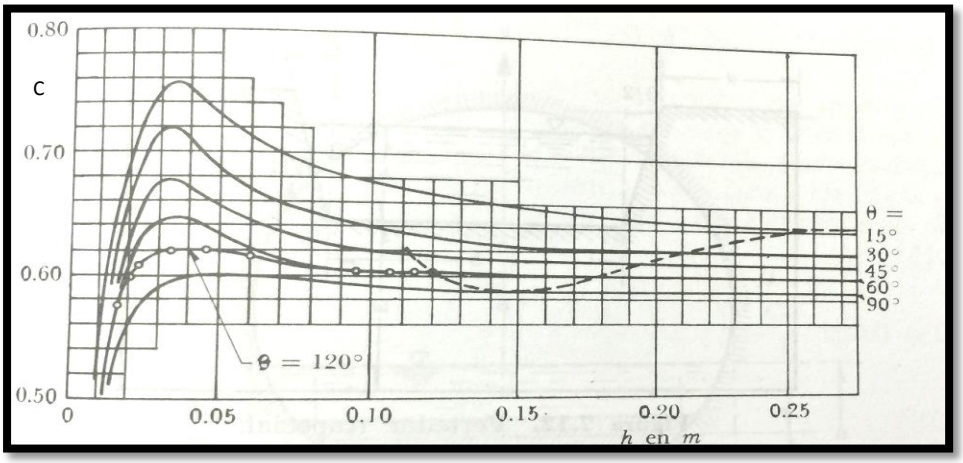


Figura 6. Coeficiente de descarga "C" para vertederos triangulares en la fórmula de la Universidad Católica de Chile. **Fuente:** Sotelo G. "Hidráulica General" (2012).

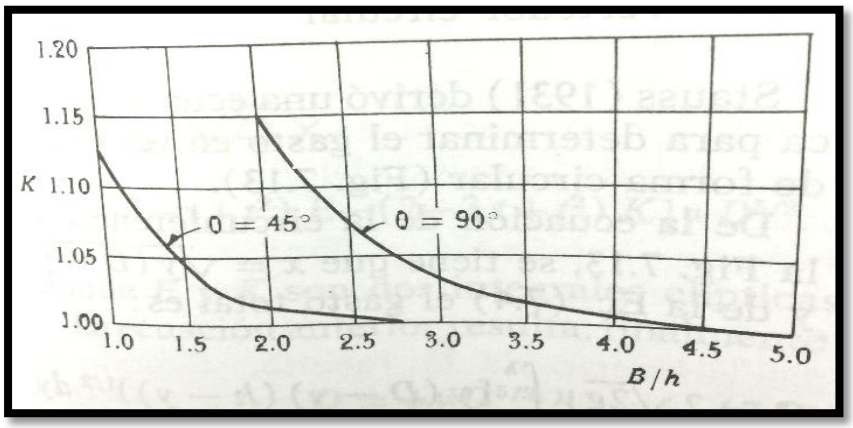


Figura 7. Valores de **k** para la fórmula de la Universidad Católica de Chile para vertederos triangulares. **Fuente:** Sotelo G. "Hidráulica General" (2012).

2. ***<u>Gourley y Crimp (1961):</u>***

$$Cd = \frac{1.32}{h^{0.03}}$$

Ecuación 7. Coeficiente de descarga adimensional por Gourley y Crimp (1961)

h: Lámina de agua por encima del vertedero. Se aconseja la aplicación de esta fórmula para ángulos de abertura del vertedero de 45°, 60° y 90°

3. ***<u>Hegly (1921):</u>***

$$C = \left[0.5812 + \frac{0.00375}{h}\right] * \left\{1 + \left[\frac{h^2}{B[h+w]}\right]^2\right\}$$

Ecuación 8. Coeficiente de descarga adimensional por Hegly (1921)

Donde,

B: Ancho del vertedero.
w: Altura del muro del vertedero.
h: Lámina de agua por encima del vertedero.

Válido para láminas de agua sobre la cresta del vertedero (h) entre 0.10 m y 0.5 m,

4. ***<u>Barr (1909):</u>***

$$C = 0.565 + \frac{0.0087}{h^{0.5}}$$

Ecuación 9. Coeficiente de descarga adimensional por Barr (1909)

El valor promedio para esta ecuación es de **C=0.593**. Se recomienda su aplicación para vertederos que cumplan las siguientes recomendaciones:

$$0.05\ m \leq h \leq 0.25\ m \quad ; \quad w \geq 3h \quad ; \quad B \geq 8h$$

h=Energía por encima del vertedero.

5. ***<u>Koch (1923) y Yarnall (1926):</u>***

Koch y Yarnall, definen un valor único del coeficiente de descarga, independiente de la geometría y de cualquier otro parámetro hidráulico.

$$C = 0.585$$

Ecuación 10. Coeficiente de descarga adimensional por Koch (1923) y Yarnall (1926)

6. ***<u>Heyndrickx (1957):</u>***

$$C = [0.5775 + 0.214 * h^{1.25}] * \left\{1 + \left[\frac{h^2}{B[h+w]}\right]^2\right\}$$

Ecuación 11. Coeficiente de descarga adimensional por Heyndrickx (1957):

Donde,

B: Ancho del vertedero.
w: Altura del muro del vertedero.
h: Lámina de agua por encima del vertedero.

1.5. Vertedero Tipo Laberinto

Un vertedero tipo laberinto, es un vertedero hidráulico con sección plegada, cuyo perímetro hidráulico o longitud efectiva es superior a un vertedero estándar, generando un aumento en la eficiencia, traducido en la disminución de la lámina de agua por encima de la estructura para un mismo caudal transitado. Dicho vertedero consta de celdas o ciclos, generalmente de forma triangular o trapezoidal, con muros esbeltos, posicionados de tal forma que exista un ángulo entre la horizontal y las celdas (ver **Figura *8***).

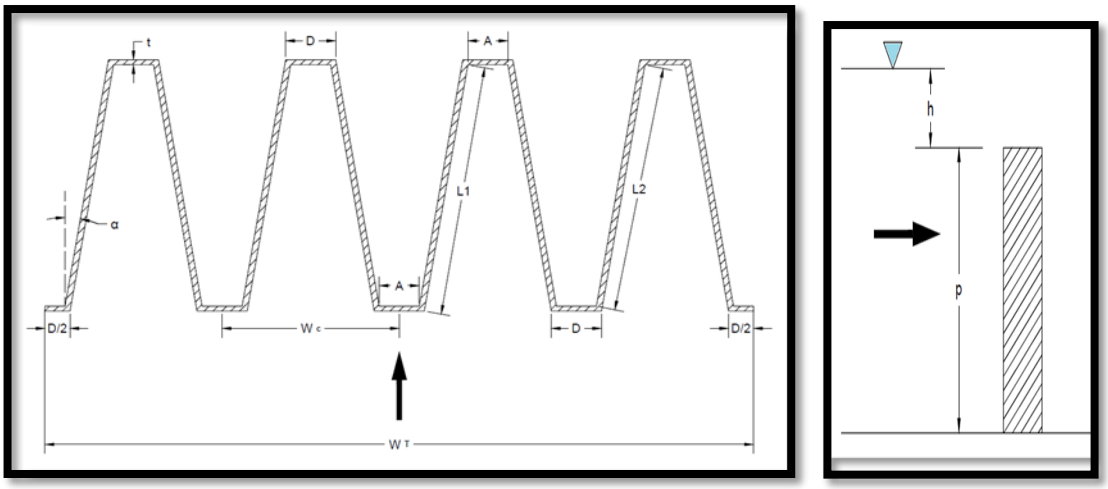


Figura 8. Vista de Planta y corte longitudinal de un vertedero tipo laberinto de sección trapezoidal.
Fuente: Rodríguez, A. (2016)

Como en todo vertedero hidráulico, el coeficiente de descarga para esta estructura, depende de la geometría y de las condiciones hidráulicas, tales como la energía por encima de la cresta, el ángulo de orientación de los muros y de la forma característica de la estructura.

Cuando las paredes del vertedero forman un ángulo agudo con respecto al flujo, éste se convierte en un flujo tridimensional. En el caso de un vertedero frontal, todas las líneas de corriente son bidimensionales y perpendiculares a la cresta, en cambio, para un vertedero tipo laberinto, las líneas de corriente bajo la lámina de agua son casi perpendiculares a la cresta, mientras que en la superficie libre las líneas de corriente están dirigidas en la dirección de aguas abajo (Rodríguez, A. 2016).

El flujo sobre un vertedero tipo laberinto se hace aún más complejo por la interferencia de la descarga en el vértice aguas arriba. Para caudales grandes, los chorros de crestas adyacentes se golpean entre sí, lo que crea una superficie de flujo no aireada que puede disminuir el coeficiente de descarga. El impacto por la interferencia aumenta a medida que disminuye el ángulo entre ciclos adyacentes y aumenta la carga hidráulica, como resultado de esto, para la mayoría de los vertederos tipo laberinto la cara inferior del chorro de descarga es aireada solo para bajas profundidades de flujo.

La interferencia entre la descarga de las crestas adyacentes, significa que el vertedero laberinto se vuelve menos y menos eficaz a medida que la profundidad sobre éste aumenta (Rodríguez, A. 2016).

Evaluar la eficiencia de las estructuras hidráulicas es la base de su funcionamiento y aplicabilidad. Por esta razón, ser capaz de seleccionar el vertedero más adecuado, la geometría y los detalles constructivos que mejor se ajusten a las condiciones del entorno, definen en gran medida la operación de las grandes obras de la ingeniería hidráulica, tales como presas, distritos de riego, obras encausamiento y de disipación.

Esto no es la excepción cuando se trata de diseñar vertederos tipo laberinto, donde la adecuada determinación del coeficiente de descarga es la base para evaluar su comportamiento. Pero debido a la compleja geometría y a la variabilidad del perfil de flujo, gran cantidad de autores han desarrollado fórmulas experimentales, basadas en ajustes de regresión, cuya metodología de aplicación es casi tan grande como la dispersión de sus resultados.

1.5.1. Fórmulas de descarga "C"

La ecuación general que rige el comportamiento de un vertedero tipo laberinto es la presentada en la **Ecuación 12**

$$Q = \frac{2}{3} * C * \sqrt{2g} * L * h^{3/2}$$

Ecuación 12. Caudal para vertederos tipo laberinto

Donde,

L: Longitud total del vertedero definida como $\mathrm{L} = \mathrm{N} * (2\mathrm{L}_2 + 2\mathrm{A})$
C: Coeficiente de descarga adimensional
h: Energía por encima del ápice del vertedero
N: Número de ciclos del vertedero
L_2: Longitud promedio de los muros laterales
A: Ancho interno del muro de descarga (Ver **Figura 8**)

Pero debido a que los distintos autores han deducido un sin número de ecuaciones, basados en la longitud efectiva (L) y del ancho total (W), es necesario definir una nomenclatura genérica para este tipo de coeficiente (**Ecuación 13**). Con el objetivo de realizar una comparación entre las distintas metodologías, se ha decidido trabajar el coeficiente de descarga de manera adimensional. Por esta razón en cada metodología expuesta, se describe la ecuación que transforma los respectivos coeficientes al valor adimensional "C".

$$Q_l = C_{dl} * L * h^{\frac{3}{2}} \quad y \quad Q_N = C_{dw} * W * h^{3/2}$$

Ecuación 13. Forma reducida de caudal para vertederos tipo laberinto basados en W y L

1. ***<u>Lux y Hinchcliff (1985):</u>***

$$Q_c = C_w \left(\frac{\frac{W_c}{p}}{\frac{W_c}{p} + k} \right) W_c H \sqrt{gH}$$

Ecuación 14. Determinación del caudal por Lux y Hinchcliff (1985).

Donde,

Q_c: Caudal descargado por un ciclo (m3/s)
C_w: Coeficiente de descarga, determinado a partir de la **Figura 9**.
W_c: Ancho de un ciclo (m)
p: Paramento (m)
H: Carga total sobre la cresta (m)
k: Constante de 0.18 para vertederos triangulares y de 0.1 para vertederos trapezoidales.

Por tanto, $$C = \frac{3}{2 * \sqrt{2g}} * C_w \left(\frac{\frac{W_c}{p}}{\frac{W_c}{p} + k} \right) \frac{W_c}{L}$$

Nota: La descarga total se obtiene multiplicando Q_c por el número de ciclos.

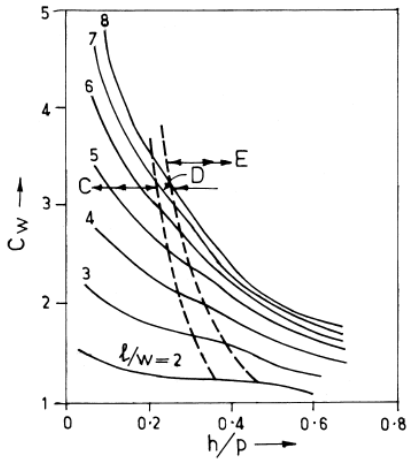


Figura 9. Coeficiente de descarga definido por Lux y Hinchcliff (1985). **Fuente:** Rajnikant, M. *Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators*.

2. ***<u>Hay y Taylor (1970):</u>***

Taylor realizó distintos experimentos, determinando el coeficiente de descarga a partir del ancho total del vertedero y de la longitud efectiva, encontrando la relación entre el caudal Q_l y Q_N (ver **Ecuación 13**), denominado coeficiente de mayoración, con base en la relación de altura h/p (ver **Figura 10**). Por tanto, si se conoce la relación de los caudales, es posible definir el coeficiente de descarga, C_{dw} con la **Ecuación 15**.

$$Cd_w = 1.77 + 0.22 * \left(\frac{h}{p}\right)$$

Ecuación 15. Coeficiente de descarga Cw para la ecuación de Taylor (1970)

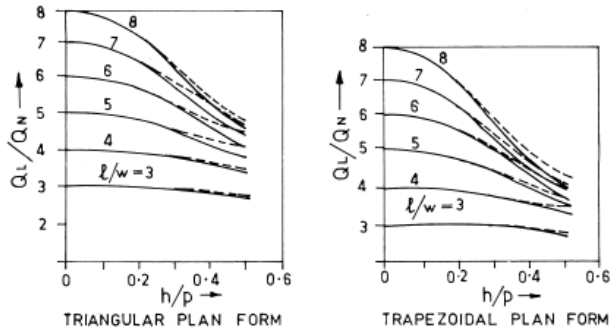


Figura 10. Relación de Ql/Qw por Hay y Taylor (1970) para vertederos laberintos. **Fuente:** Rajnikant, M. *Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators*.

Donde,

p: Paramento (m)
h: Carga total sobre la cresta (m)
Por tanto, $C = \frac{W}{L} Cd_w$

3. <u>Darvas (1971):</u>

Darvas continuó las observaciones realizadas por Taylor y Had, definiendo una ecuación similar, pero con magnitudes distintas (ver **Ecuación 13**), cuyos resultados se encuentran graficados en la **Figura *11***, para distintas relaciones de h/p.

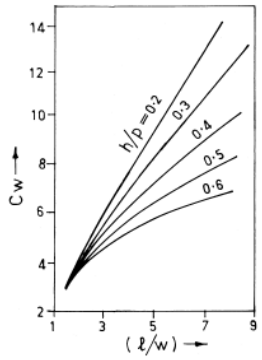


Figura 11. Coeficiente de descarga C_w definido por Darvas (1971) para vertederos laberintos. **Fuente:** Rajnikant, M. *Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators*.

4. ***Magalhaes (1985):***

Magalhaes definió una ecuación experimental, basada en el ancho total de la estructura, a partir de un coeficiente de descarga adimensional (ver **Ecuación 16**) el cual tabuló y grafico para distintas relaciones de h/p, los cuales se encuentran en **Figura 12**.

$$Q = \mu_w * W * \sqrt{2 * g}\, h^{3/2}$$

Ecuación 16. Determinación del caudal por Magalhaes (1985)

Por tanto, $C = \mu_w * \frac{3}{2} * \frac{W}{L}$

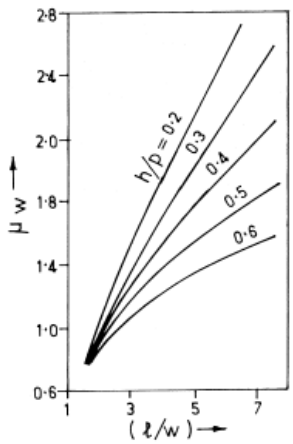


Figura 12. Coeficiente de descarga adimensional C_w definido por Magalhaes (1985) para vertederos laberintos. **Fuente:** Rajnikant, M. *Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators*.

5. ***Zerrouk's (1995):***

Zerrouk's decidió realizar una comparación de las anteriores metodologías, calculando de forma adimensional los coeficientes de descarga, a partir de la **Ecuación 17** encontrando una dispersión considerable entre funciones, tal como se puede ver en la **Figura 13**.

$$\mu_w = \frac{Q}{W * \sqrt{2g} * h^{3/2}}$$

Ecuación 17. Coeficiente de descarga adimensional definido por Zerrouk's (1995)

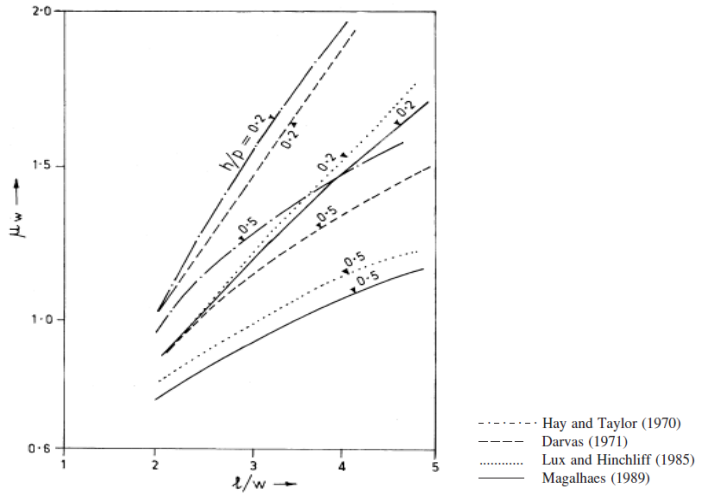


Figura 13. Comparación de los coeficientes de descarga por Zerrouk's (1995). **Fuente:** Rajnikant, M. Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators.

Lo cual nos sugiere de primera mano, que no existe una metodología única y exacta que defina el coeficiente de descarga, siendo esta la razón del estudio de la variabilidad de dicho coeficiente a lo largo de la estructura.

6. <u>Brian Crookston (2010):</u>

Crookston realizó múltiples ensayos con modelos a escala de gran tamaño, con longitudes superiores a los 10 metros; determinando la variabilidad de la lámina de agua, y el coeficiente de descarga para distintas geometrías (modificando el ángulo de abertura de los muros, la altura del ápice y su forma). A partir de los datos obtenidos generó una serie de curvas basadas en la relación h/p, tal como se puede apreciar en la **Figura 14**.

A partir de estas curvas desarrolló una función de tipo exponencial, con constantes de regresión, las cuales depende del ángulo de abertura de los muros (α). Cabe aclarar que es necesario realizar una serie de interpolaciones, si se desea encontrar las constantes para un ángulo determinado (ver **Ecuación 18**).

$$\mathrm{C} = A * \frac{(\mathrm{Ht})^{B*\frac{\mathrm{Ht}^{C}}{P}}}{P} + D$$

Ecuación 18. Coeficiente de descarga adimensional por Crookston (2010).

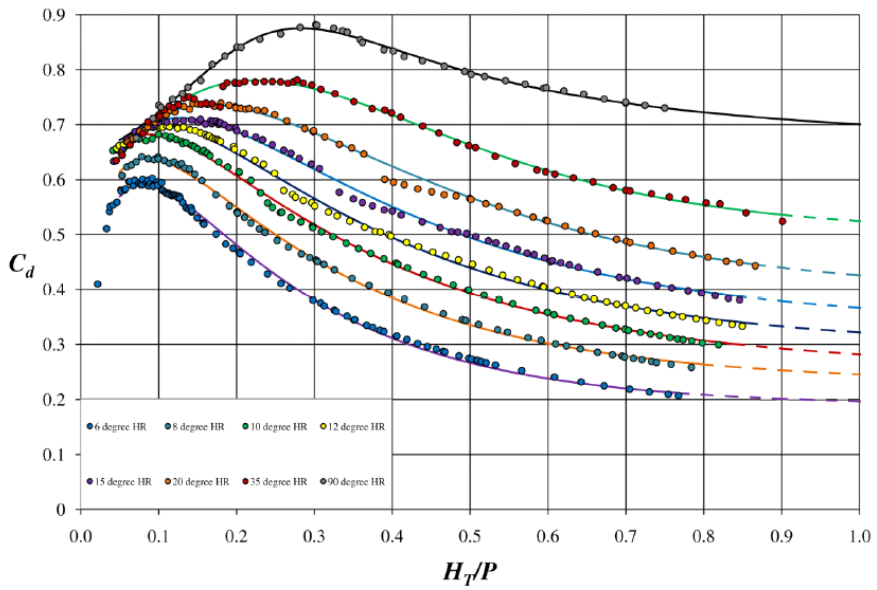


Figura 14. Coeficiente de descarga adimensional para la función de Crookston (2010). **Fuente:** Crookston, B. Labyrinth Weirs

Tabla 1. Coeficiente de regresión para la determinación del coeficiente de descarga de Crookston (2010)

alpha	A	B	c	D
6	0.02623	-2.681	0.3669	0.1572
8	0.03612	-2.576	0.4104	0.1936
10	0.06151	-2.113	0.421	0.203
12	0.09303	-1.711	0.4278	0.2047
15	0.1089	-1.723	0.5042	0.2257
20	0.1113	1.889	0.5982	0.27819

7. ***J. Paul Tullis y David Waldron (1990):***

Tullis y Waldron también desarrollaron una serie de regresiones a partir de datos experimentales, con modelos realizados en el laboratorio, pero a diferencia de Crookston, generando funciones polinómicas independientes para cada ángulo de abertura de los muros.

$$C = 0.49 - 0.24 * \left(\frac{h}{p}\right) - 1.2 * \left(\frac{h}{p}\right)^2 + 2.17 * \left(\frac{h}{p}\right)^3 - 1.03 \left(\frac{h}{p}\right)^4 \; para\ \alpha: 6°$$

$$C = 0.49 + 1.08 * \left(\frac{h}{p}\right) - 5.27 * \left(\frac{h}{p}\right)^2 + 6.79 * \left(\frac{h}{p}\right)^3 - 2.83 \left(\frac{h}{p}\right)^4 \; para\ \alpha: 8°$$

$$C = 0.49 + 1.06 * \left(\frac{h}{p}\right) - 4.43 * \left(\frac{h}{p}\right)^2 + 5.18 * \left(\frac{h}{p}\right)^3 - 1.97 \left(\frac{h}{p}\right)^4 \; para\ \alpha: 12°$$

$$C = 0.49 + 1.00 * \left(\frac{h}{p}\right) - 3.57 * \left(\frac{h}{p}\right)^2 + 3.82 * \left(\frac{h}{p}\right)^3 - 1.38 \left(\frac{h}{p}\right)^4 \; para\ \alpha: 15°$$

$$C = 0.49 + 1.32 * \left(\frac{h}{p}\right) - 4.13 * \left(\frac{h}{p}\right)^2 + 4.24 * \left(\frac{h}{p}\right)^3 - 1.5 \left(\frac{h}{p}\right)^4 \; para\ \alpha: 18°$$

$$C = 0.49 + 1.51 * \left(\frac{h}{p}\right) - 3.83 * \left(\frac{h}{p}\right)^2 + 3.4 * \left(\frac{h}{p}\right)^3 - 1.5 \left(\frac{h}{p}\right)^4 \; para\ \alpha: 25°$$

$$C = 0.49 + 1.69 * \left(\frac{h}{p}\right) - 4.05 * \left(\frac{h}{p}\right)^2 + 3.62 * \left(\frac{h}{p}\right)^3 - 1.1 \left(\frac{h}{p}\right)^4 \; para\ \alpha: 35°$$

$$C = 0.49 + 1.46 * \left(\frac{h}{p}\right) - 2.56 * \left(\frac{h}{p}\right)^2 + 1.44 * \left(\frac{h}{p}\right)^3 \; para\ \alpha: 90°$$

Ecuación 19. Coeficiente de descarga adimensional por Tullis y Waltron (1990).

Donde,

$$\alpha = \mathrm{ArcSin}[\frac{W - 2 * a}{L - 2 * a}]$$

Ecuación 20. Ángulo α por el cálculo del coeficiente de descarga por Tullis y Waltron (1990).

8. <u>Emiroglu (2007):</u>

Emiroglu determinó el coeficiente de descarga adimensional, basado en todos los parámetros geométricos del vertedero, teniendo en cuenta las condiciones del flujo a la entrada de la estructura, al involucrar el número de Froude aguas arriba del vertedero.

$$C = \frac{W}{0.75}(0.4 + \left(-2.62 + 0.634 * \left(\frac{W}{w}\right)^{0.254} + 3.214 * \left(\frac{W}{L}\right)^{-0.122} - 0.684 * \left(\frac{p}{h}\right)^{-0.4} + 0.122 * \mathrm{Sin}\left[\frac{\theta}{4}\right] + 0.22 * \mathrm{Fr}^{2.458}\right) \quad con\ \theta = 2\alpha$$

Ecuación 21. Coeficiente de descarga adimensional por Emiroglu (2007).

Sabiendo que el número de Froude se define como,

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g * Ht}} \; con\ Ht = h + p$$

Ecuación 22. Número de Froude para flujo sobre vertederos.

9. ***Sanjay K. Gupta and Vijay P. Singhv (2012)***

Estos autores se enfocaron directamente en la determinación del coeficiente de descarga C_w basado en el ángulo de abertura de los muros y la relación H_t/p:

$$\mathrm{Cw} = -\frac{1.67444}{\alpha^{0.3449}}\left(1 - 0.27878 * \left(\frac{\mathrm{Ht}}{p}\right)^{1.4074} * \alpha^{-0.4753}\right) + 0.81118 * \left(1 + 0.01775 * \left(\frac{\mathrm{Ht}}{p}\right)^{-1.54}\right.$$

Ecuación 23. Coeficiente de descarga adimensional por Sanjay Gupta y Vijay Singhv (2012).

Por tanto,

$$C = \mathrm{C}_w * \frac{W}{L}$$

10. ***Ali R. Vatankhah y N. Eslahi (2012)***

Ali R. Vatankhah and N. Eslahi definieron dos ecuaciones para la determinación del coeficiente de descarga, la primera a partir de la longitud efectiva y la segunda del ancho total del vertedero. Ambas consideraciones, se basan en la relación h/p y el ángulo de abertura de los muros laterales.

$$\begin{aligned}\mathrm{C} = {} & (0.7 - 0.428 * n^{3.313} - 9.39 * n^{0.483} + 9.18 * n^{0.58} + 0.161 * n^{0.86}) \\ & * (-1.951 + 1.792 * \mathrm{Sin}[\alpha]^{1.016}) + (-3.572 + 2.554 * n^{0.053} + 1.871 * n^{-0.01}) \\ & * (0.48 + 0.0033 * \mathrm{Sin}[\alpha]^{-2.36})^{0.08} \quad con \qquad n = h/p\end{aligned}$$

Ecuación 24.Coeficiente de descarga adimensional "C" por Ali R. Vatankhah y N. Eslahi (2012).

$$\begin{aligned}\mathrm{C}_w = {} & (-4.823 + 8.95 * n^{0.36} + 0.185 * n^{0.9} - 33.463 * n^{1.1819} + 27.78 * n^{2.639}) \\ & * (-0.311 + 0.295 * (\mathrm{Sin}[\alpha])^{-0.545}) + (0.4 - 0.2 * n^{-0.096} - 0.025 * n^{3.3}) \\ & * (0.388 + 0.3605 * (\mathrm{Sin}[\alpha])^{0.464})^{-4.457} \\ & con\ C = \mathrm{C}_w * \frac{w}{L} \qquad y \qquad w = W/2\end{aligned}$$

Ecuación 25.Coeficiente de descarga adimensional "Cw" por Ali R. Vatankhah y N. Eslahi (2012).

11. ***V. Khode, A. R. Tembhurkar, P. D. Porey y R. N. Ingle (2012)***

Al igual que Crookston y Tullis, V. Khode, A. R. Tembhurkar, P. D. Porey y R. N. Ingle, definen el coeficiente de descarga a partir de una regresión polinómica general para "C".

$$\mathrm{C} = \mathrm{Ao} + \mathrm{A1} * (\frac{h}{p}) + \mathrm{A2} * (\frac{h}{p})^2 + \mathrm{A3} * (\frac{h}{p})^3 + \mathrm{A4} * (\frac{h}{p})^4$$

Ecuación 26. Coeficiente de descarga adimensional por V. Khode; A. R. Tembhurkar; P. D. Porey; y R. N. Ingle (2012).

Donde, A_o, A_1, A_2, A_3 y A_4 son coeficientes de descarga adimensionales, los cuales depende de "α".

12. ***Jesús Granell y Toledo Municio (2013)***

Finalmente, Granell y Municio definen el caudal para un vertedero tipo laberinto a partir de un coeficiente denominado por ellos como, "coeficientes de desagüe". Adicionalmente determinan una la longitud efectiva corregida por el ángulo del vertedero. **Ecuación 27**

$$Q = \frac{4}{3} * \mu * \sqrt{2 * g}\, h^{3/2} * [b * \mathrm{Cos}[\beta] - l_{\mathrm{de}}]$$

Ecuación 27. Caudal de descarga en un vertedero laberinto por Granell y Municio.

Donde,

$$\mu = 0.611 + 0.075 * \frac{h}{p}$$

Ecuación 28 Coeficiente de desagüe por Granell y Municio.

$$\beta = \mathrm{ArcTan}[(0.667*h)/(p+h)*\mathrm{Tan}[(90-\alpha)]]$$

Ecuación 29. Angulo β para la determinación del coeficiente de descarga.

Es necesario destacar que β es un ángulo particular, por esta razón, los autores definen un ángulo β_{max} teórico, el cual no puede ser superado (ver **Ecuación 30**).

$$\beta\max = \mathrm{ArcTan}[\frac{0.667 * h * \mathrm{Tan}[(90 - \alpha\max)]}{p + h}]$$

Ecuación 30. Angulo βmax para la determinación del coeficiente de descarga.

Donde,

$$\alpha\max = \mathrm{ArcTan}[\frac{0.5 * W * \mathrm{Tan}[\alpha]}{0.5 * W - b}]$$

Ecuación 31. Angulo αmax para la determinación del coeficiente de descarga.

$$C = 2 * \mu * \frac{[b * \mathrm{Cos}[\beta] - l_{\mathrm{de}}]}{L}$$

1.6. Vertedero Pico de Pato

Un vertedero "pico de pato" es un vertedero tipo laberinto con la particularidad de poseer un solo ciclo o pliegue, cuya eficiencia teórica es inferior, debido a la reducción de su longitud efectiva con relación a su ancho total. Este tipo de estructuras, generalmente poseen formas rectangulares, triangulares o trapezoidales, con muros laterales esbeltos, inclinados con respecto a la horizontal (Ver **Figura *15***).

Este tipo de estructuras son bastante utilizadas en canales de riego de ancho pequeño, zonas donde necesario un control más eficiente que el que podría generar un vertedero convencional.

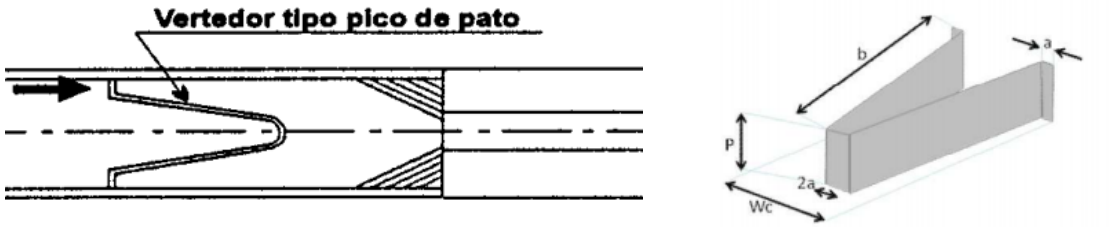


Figura 15. Vista de planta y detalle de un vertedero pico de pato.

Su evaluación es idéntica a los vertederos tipo laberinto, donde el ángulo, los muros y la longitud efectiva definen el coeficiente de descarga y por tanto, su eficiencia. Por esta razón, todas las ecuaciones vistas anteriormente del vertedero tipo laberinto son aplicables a los vertederos pico de

pato. A pesar de ello algunos autores han definido coeficientes de reducción de la eficiencia, con el propósito ajustarlas estas ecuaciones a la ausencia de muros adyacentes. Como por ejemplo la **Ecuación 32**. La cual utiliza el coeficiente de reducción del coeficiente de descarga Cr, el cual a su vez depende de la geometría de la estructura.

$$Q_p = C_d * Cr * L * h^{\frac{3}{2}}$$

Ecuación 32. Caudal de descarga para un vertedero pico de pato

Donde,

$$Cr = 1 - \frac{2 * ld}{L} \quad con \;\; ld = \frac{e}{1 - f}$$

Ecuación 33 Coeficiente de reducción del coeficiente de descarga para un vertedero pico de pato.

"ld" es un coeficiente adimensional que depende de "e" y "f" los cuales a su vez depende del ángulo de abertura del vertedero (ver **Figura *16***)

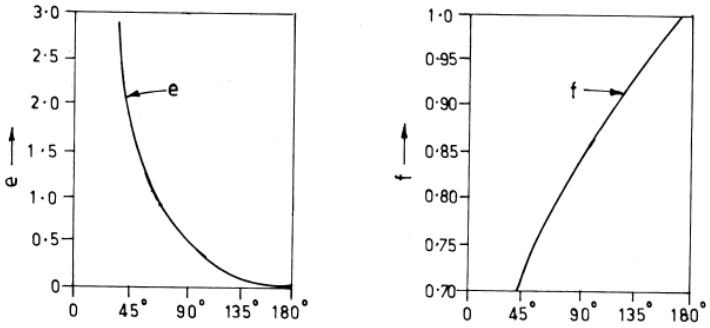


Figura 16. Factores "e" y "f" para el cálculo del coeficiente de reducción. **Fuente:** Rajnikant, M. *Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators*.

En la mayoría de los casos donde se utilizan estos vertederos, existen transiciones debido a la reducción de la sección transversal del canal de aproximación para adaptarse a la geometría de la estructura (ver **Figura *17***).

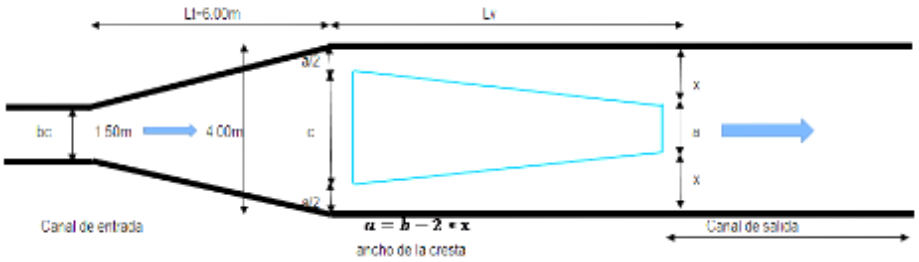


Figura 17. Bosquejo general de un vertedero pico de pato en una transición.

Al igual que el vertedero laberinto, el vertedero pico de pato posee distintas configuras geométricas, los cuales definen el comportamiento hidráulico y la eficiencia del vertedero. Las secciones más comunes se resumen en la **Figura 18**.

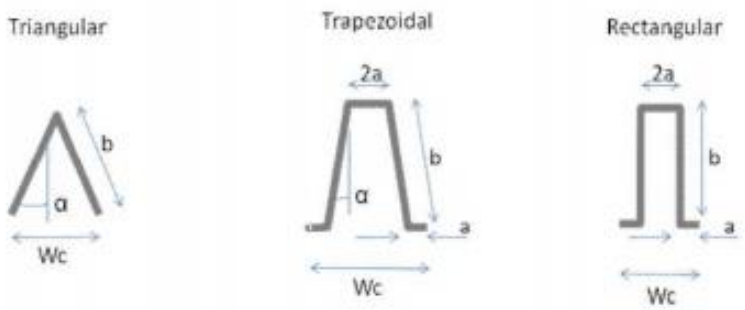


Figura 18. Geometrías típicas de lo vertedero "pico de pato"

Como se mencionó anteriormente, las fórmulas que definen el coeficiente de descarga para un vertedero tipo laberinto, son aplicables a los vertederos "pico de pato"; a pesar de ello, algunos autores han definido funciones independientes, como la desarrollada por Forchhener, la cual se describen a continuación:

1. ***<u>Ecuación de Forchhener:</u>***

$$Q = \frac{2}{3} * m * L * \sqrt{2g} * h^{3/2}$$

Ecuación 34. Caudal para un vertedero pico de pato por Forchhener.

Donde,

L: Longitud total del vertedero

h: Altura por encima de la corona del vertedero

m: Coeficiente de contracción, m=0.32 en aristas sin redondear y m=0.36 en aristas redondeadas

1.7. Análisis dimensional

Un número adimensional hace referencia a una relación generada a partir de la combinación de variables con significado físico, las cuales a poseen dimensiones dependientes e independientes características, que al ser organizadas de manera específica crean un número sin dimensiones.

Estos números son usados para caracterizar problemas de la mecánica de fluidos y más específicamente de los fenómenos hidráulicos, permitiendo la comparación de comportamientos similares pero con escalas geométricas diferentes.

1.7.1. Aplicación de los Números Adimensionales

Es necesario resaltar, que no todos los números adimensionales son aplicables a todos los problemas de la hidráulica. Es probable que en un mismo problema confluya más de una variable física, pero en general, siempre habrá una variable que posea mayor influencia que las demás, como por ejemplo, los efectos de la gravedad en el flujo a superficie libre o de la viscosidad en el flujo de tuberías a presión.

Este tipo de relaciones tienen la ventaja de mantenerse constantes aun cuando las dimensiones físicas cambian, siendo esta la razón por la cual se utilizan para el desarrollo de similitudes dinámicas entre prototipos y modelos a escala. En general, la similitud dinámica tiene como objetivo encontrar la proporción de la velocidad, el caudal, la presión y la tensión superficial, entre otros, al variar la escala geométrica.

Algunos de los números adimensionales más relevantes se describen a continuación:

- **Número de Reynolds:** Número adimensional que relaciona las fuerzas inerciales, con las fuerzas viscosas.

$$\boldsymbol{Re} = \frac{V * L * \rho}{\mu}$$

Ecuación 35. Número de Reynolds

V= Velocidad del flujo L= Longitud Característica ρ =Densidad del Fluido
$\mu = Viscosidad\ del\ Fluido.$

- **Número de Froude:** Número adimensional que relaciona las fuerzas inerciales, con las fuerzas generados por la gravedad.

$$\boldsymbol{Fr} = \frac{V}{\sqrt{g*L}}$$

Ecuación 36. Número de Froude

V= Velocidad del flujo L= Longitud Característica g= gravedad

- **Número de Weber:** Número adimensional que relaciona las fuerzas inerciales, con las fuerzas generados por la tensión superficial.

$$\boldsymbol{We} = \frac{V^2 * L * \rho}{\sigma_s}$$

Ecuación 37. Número de Weber

V= Velocidad del flujo L= Longitud Característica ρ =Densidad del Fluido
σ_s=Tensión Superficial del Fluido

- **Coeficiente de Arrastre ($\boldsymbol{C_{da}}$):** Número adimensional que relaciona las fuerzas de arrastre con las fuerzas generados por la presión dinámica.

$$\boldsymbol{C_{da}} = \frac{F_L}{\frac{1}{2} * \rho * V^2 * A}$$

Ecuación 38. Coeficiente de Arrastre

V= Velocidad del flujo L= Longitud Característica ρ =Densidad del Fluido
F_L=Fuerza de Arrastre A= Área Transversal de la estructura.

Otros parámetros hidráulicos que son números adimensionales, son las constantes de proporcionalidad de las estructuras hidráulicas, siendo el más conocido: el coeficiente descarga. Mantienen su magnitud, aun cuando las dimensiones de la estructura son alteradas con una escala definida. Este parámetro como se verá más adelante, determinará las escalas hidráulicas del modelo con respecto al prototipo.

1.8. Ecuaciones fundamentales de la dinámica de fluidos Navier - Stokes

A partir del análisis diferencial de la cantidad de movimiento y de la continuidad de un elemento infinitesimalmente pequeño de fluido en un volumen de control, es posible deducir las ecuaciones de Navier – Stokes, las cuales rigen el comportamiento general de la mecánica de fluidos. Dichas ecuaciones se muestran a continuación:

- **Continuidad**

$$\nabla * \vec{V} = 0 \; en\ su\ forma\ reducia \quad o \quad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \; En\ su\ forma\ extendida$$

- **Cantidad de Movimiento**

$$\rho \frac{D\vec{V}}{\mathrm{DT}} = -\nabla \vec{P} + \rho \vec{g} + \mu \left(\nabla^2 \vec{V}\right) en\ su\ forma\ reducida\ en\ coordenadas\ cartesianas$$

$$\left.\begin{aligned}
\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \\
\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) &= -\frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \\
\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) &= -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)
\end{aligned}\right\} \textit{En su forma extendida en coordenadas cartesianas}$$

Ecuación 39. Ecuaciones de Navier - Stokes en su forma reducida y extendida en tres dimensiones en coordenadas cartesianas.

Como se pueden apreciar, estas son ecuaciones diferenciales parciales no lineales, cuya solución exacta no se ha encontrado, siendo esta la razón del surgimiento de distintas metodologías para su solución aproximada, a partir de modelos matemáticos discretos.

El actual desarrollo de los ordenadores ha permitido la solución de problemas cada vez más complejos, que involucran toda clase de fenómenos relacionados con la mecánica de fluidos, creando robustos paquetes computacionales como Ansys – Fluent, cuyos métodos de solución se han desarrollado a partir de las teorías de volúmenes finitos.

1.9. Modelo de turbulencia

Un modelo de turbulencia, es una simplificación matemática que permite capturar los principales efectos de los vórtices que aparecen en los flujos reales con un rango muy amplio de escalas de longitud y tiempo, que interactúan en una dinámica muy compleja. Permite resolver numéricamente las ecuaciones de Navier - Stokes creando una aproximación de los vórtices naturales de manera general. Los modelos de turbulencia que se utilizan con más frecuencia en aplicaciones de ingeniería para predecir flujos turbulentos, son los basados en métodos estadísticos.

1.9.1. Modelos RANS

Teniendo en cuenta que el flujo turbulento puede presentarse en casi todas las estructuras hidráulicas, es de vital importancia conocer sus efectos en términos promedios, más que el detalle de las fluctuaciones, por lo que se acepta una aproximación estadística. Se promedia las ecuaciones fundamentales, en un periodo característico mayor al de las fluctuaciones. A continuación se presenta una breve revisión bibliográfica de los modelos Estándar K-ε y RNG K-ε, comúnmente empleados en la modelación numérica de estructuras hidráulicas.

- **Modelo Estándar K-ε**

La modelación de la ecuación de la tasa de disipación turbulenta ε está basada en razonamientos empíricos y físicos, así como en argumentos dimensionales. Este modelo fue propuesto originalmente por Jones y Launder (1972) y posteriormente retomado por Launder y Sharma (1974) asumiendo que la tasa entre el esfuerzo de Reynolds y la tasa media de deformación es la misma en todas las direcciones (Bates, Paul D., Lane Stuart, 2005). Este modelo emplea la energía cinética turbulenta κ

y la disipación de energía cinética turbulenta ε, para cerrar la aproximación RANS al flujo turbulento. La viscosidad turbulenta está dada por la **Ecuación 40**.

$$\mu_t = \rho C_\mu * \frac{k^2}{\epsilon}$$

Ecuación 40. Viscosidad turbulenta para el modelo K- ϵ

μ_t: Viscosidad turbulenta
C_μ: Constante del modelo
k: Energía cinética turbulenta
$k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$
ε: Tasa de disipación de la energía cinética turbulenta por unidad de tiempo (de disipación)

$$\varepsilon = \frac{\mu_t}{\rho} * (\frac{\partial \overline{u_\iota}}{\partial \overline{u_j}})^2; i, j = 1,2,3$$

Ecuación 41. Tasa de disipación de la energía cinética turbulenta por unidad de tiempo.

Los esfuerzos de Reynolds se calculan con la expresión de Boussinesq, como se indica en

$$\tau_{i,j} = -\rho * \overline{u'_\iota u'_j} = \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3} * \rho * k * \delta_{i,j}$$

Ecuación 42. Esfuerzos de Reynolds a partir de la ecuación de Boussineq.

Las ecuaciones de transporte para $k\ y\ \varepsilon$, se presentan a continuación

$$\frac{\delta(\rho\ k)}{\delta t} + div(\rho\ k\ U) = div\left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} grad(k)\right] + 2\ \mu_t\ \ S_{ij} * S_{ij} - \rho\ \epsilon$$

$$\frac{\delta(\rho\ \epsilon)}{\delta t} + div(\rho\ \epsilon\ U) = div\left[\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} grad(\epsilon)\right] +\ C_{1\epsilon}\ * \frac{\epsilon}{k}\ 2\ \mu_t\ \ S_{ij} * S_{ij} - C_{2\epsilon\rho}\ * \frac{\epsilon^2}{k}$$

Ecuación 43. Ecuación de transporte para k y ϵ para el modelo estándar

Las ecuaciones involucran 5 constantes, cuyos valores se ajustan a una amplia gama de flujos turbulentos.

$C\mu$=0.09 σk=1.00 $\sigma\varepsilon$=1.30 $C1\varepsilon$=1.44 $C2\varepsilon$=1.92

- **Modelo Grupo de Renormalización RNG K-ε**

Este modelo propuesto por Yakhot y Orszag (1986), representa los efectos de la turbulencia a pequeña escala forzando una función aleatoria en las ecuaciones de Navier- Stokes. La ecuación de transporte para k y ε, para flujos turbulentos se presenta a continuación:

$$\frac{\delta(\rho\, k)}{\delta t} + div(\rho\, k\, U) = div\left[\alpha_k * \mu_{eff}\, grad(k)\right] + \tau_{ij} * S_{ij} - \rho\, \epsilon$$

$$\frac{\delta(\rho\, \epsilon)}{\delta t} + div(\rho\, \epsilon\, U) = div\left[\alpha_k * \mu_{eff}\, grad(\omega)\right] + C_{1\epsilon} * \frac{\epsilon}{k}\, 2\, \mu_t\, S_{ij} * S_{ij} - C_{2\epsilon\rho} * \frac{\epsilon^2}{k}$$

Ecuación 44. Ecuación de transporte para k y ϵ para el modelo RNG

Donde,

$$\tau_{ij} = 2\, \mu_t\, S_{ij} - \frac{2}{3} * \rho * k * \delta_{i,j}$$

$$\mu_{eff} = \mu + \mu t + \rho\, C_\mu\, \frac{k^2}{\epsilon}$$

Ecuación 45. Funciones complementarias del modelo de transporte para k y ϵ para el modelo RNG

Donde las constantes son:

C_μ=0.0845 σ_k=1.39 σ_ε=1.39 $C_{1\varepsilon}$=1.42 $C_{2\varepsilon}$=1.68

1.9.2. Condiciones de Frontera

Las ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos, describen un comportamiento elíptico en el espacio e hiperbólico en el tiempo, razón por la cual se requieren condiciones de frontera definidas con el objetivo de definir un flujo especifico de interés. Se debe procurar que las condiciones de frontera impuestas, reflejen las condiciones reales del flujo, ya que tienen injerencia directa en la solución del problema.

1.9.2.1 Condición de frontera a la entrada y a la salida

En general, se debe proporcionar la condición de frontera a la entrada del flujo y la salida de este, bien sea como caudal o como flujo másico. Si no se quiere que esta condición tenga influencias no

deseadas en la solución, se recomienda que la entrada se localice lo suficientemente lejos de la zona de interés.

Si se emplea un modelo de turbulencia, se requiere suministrar los valores de energía cinética turbulenta k y tasa de disipación turbulenta ε en la entrada. Estos valores se pueden aproximar a partir de la intensidad turbulenta I y de una longitud característica L, la cual se puede considerar equivalente al radio hidráulico del canal, como se indica en las ecuaciones **Ecuación 46** y **Ecuación 47**.

$$kt = \frac{3}{2}(\overline{U} * I)^2$$

Ecuación 46. Energía cinética turbulenta

$$\varepsilon = \mathrm{C}\mu^{3/4} * \frac{k^{2/3}}{l}$$

Ecuación 47. Tasa de disipación turbulenta

Donde,

$\overline{U}$: Velocidad media

I: Intensidad turbulenta, I=0.16$Re^{-1/8}$

l: Tamaño de los remolinos l=0.07L

$C\mu^{3/4}$: Constante empírica igual a 0.1643

1.9.2.2 Condición de frontera pared (Wall)

Esta condición se emplea para confinar el flujo y para simular regiones sólidas. En los muros, las condiciones adecuadas, son aquellas donde las componentes tangenciales y normales de la velocidad son nulas (condición de no penetración).

En flujos turbulentos, los sectores cercanos a los muros sólidos, se encuentran influenciados por los efectos viscosos y no por los parámetros de flujo libre. La velocidad media estará determinada por la distancia y normal al muro, la densidad del fluido ρ, la viscosidad μ y el esfuerzo cortante en el muro τ_w. A través de un análisis dimensional, se puede obtener la **Ecuación 48**.

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} = f\left(\frac{\rho * u_\tau * y}{\mu}\right) = f(y^+)$$

Ecuación 48. Ley de Muro para flujos turbulentos.

La **Ecuación 48**, se denomina "La ley del muro", y contiene las definiciones de dos grupos adimensionales u+ y y+ (ANSYS, Manual de Usuario, 2010).

Donde,

u_τ: Velocidad de fricción $u_\tau = (\tau w \rho)^2$
U: Velocidad media en el punto
u^+ y y^+: Grupos adimensionales
y: Distancia normal a partir del contorno sólido
μ: Viscosidad del fluido
τ_w: Esfuerzo cortante en el muro

Esta capa de flujo próxima a la superficie sólida, está compuesta por dos regiones, la capa interna y la capa externa. La capa externa no está influenciada directamente por los efectos viscosos (Cengel, 2007). Por otra parte, la región interna si está influenciada por los efectos viscosos, está compuesta por 3 subregiones:

<u>Subcapa viscosa</u>**:** Los esfuerzos viscosos dominan el flujo adyacente a la superficie, esta capa es delgada y se puede suponer, una distribución de velocidades lineal por lo que el esfuerzo cortante es constante e igual al esfuerzo cortante del muro. La **Ecuación 49**, describe la condición descrita anteriormente.

$$\tau(y) = \mu \frac{\delta U}{\delta y} \approx \tau_w$$

Ecuación 49. Esfuerzos viscosos en la subcapa viscosa

Integrando con respecto a y y aplicando la condición de contorno U=0 si y=0, se obtiene una relación lineal entre la velocidad y la distancia desde el muro (Ver **Ecuación 50**). Empleando operaciones algebraicas y haciendo uso de la definición de u+ y y+, presentada en la **Ecuación 48**, se obtiene la **Ecuación 51**.

$$U = \frac{\tau_w * y}{\mu}$$

Ecuación 50. Velocidad de Corte en la subcapa viscosa.

$$u^+ = y^+$$

Ecuación 51. Función u^+para la subcapa viscosa

Debido a la relación lineal entre la velocidad y la distancia desde el muro, la subcapa de fluido adyacente al muro se conoce como subcapa lineal.

La capa de transición: Los esfuerzos viscosos y turbulentos tienen magnitudes similares.

Capa ley logaritmo: Fuera de la subcapa viscosa definida para ($30<y^{+}<500$), se encuentra una región en la que los efectos turbulentos son importantes. En la **Ecuación 52**, se presenta la relación entre $u+$ y $y+$ para esta subcapa.

$$u^{+} = \frac{1}{k}\ln(y^{+}) + B = \frac{1}{k}\ln(Ey^{+})$$

Ecuación 52. Función u+ para la capa "ley logaritmo"

Donde,

k: Constante de Von Karman $k\approx0.4$

B: Constante aditiva $B\approx5.5$ o $E\approx9.8$

Esta relación es válida para valores de $u+$, entre 30 y 500.

Como consecuencia del análisis anterior se pueden definir dos enfoques en la solución del modelo en la zona próxima al contorno sólido.

Enfoque Modelo "near wall": Este modelo resuelve la subcapa viscosa usando una malla muy fina en las zonas próximas al contorno sólido, esta solución se consigue modificando los modelos de turbulencia, para tomar en cuenta los efectos de la viscosidad

Enfoque "funciones de muro": Este enfoque no resuelve la subcapa viscosa ni la capa de transición y en cambio emplea formulas semi - empíricas llamadas "funciones de muro", para vincular el flujo turbulento completamente desarrollado y la viscosidad.

1.10. Malla o mallado

La malla designa las celdas o elementos en los cuales se resuelven las ecuaciones que definen el flujo, o dicho en otras palabras, es una representación discreta de la geometría del problema con celdas agrupadas.

La malla tiene un impacto significativo en el cambio de la convergencia, en la precisión de la solución ya que puede afectar los resultados debido al grado de refinación de la malla y en el tiempo computacional requerido, ya que la relación refinamiento – tiempo de computo, es exponencial (Bakker, 2012).

La importancia de la calidad de la malla depende de la densidad, de la relación de longitud de la celda/ volumen adyacente, de la forma de la celda (Tetraedros versus hexagonal) y del tamaño de esta.

La geometría del espacio computacional y de los elementos que se encuentran dentro de él, son el punto de partida para la selección del tipo de malla, ya se deben adaptar a la geometría. Para la generación de una malla adecuada es necesario identificar los volúmenes de cara elemento, la forma de las caras (superficies), el tipo de borde (curvas) y la ubicación de los vértices (puntos), para evaluar su calidad.

Actualmente los softwares de modelación computacional poseen herramientas de generación de mallas, pero recientemente paquetes externos han implementados estas herramientas, como los son AutoCAD y Solid Works. Las formas típicas de las celdas o elementos de la malla son variadas y como ya se mencionó, depende de las particularidades de la geometría, del problema y de las capacidades del solucionador (*solver*).

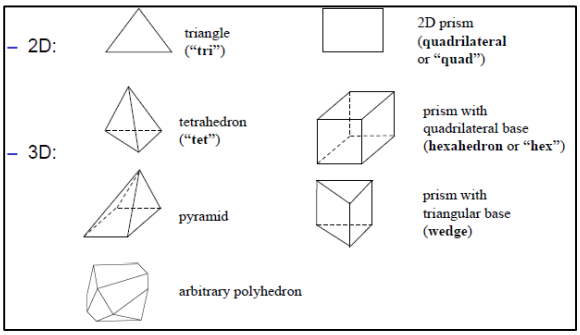


Figura 19. Tipos de celdas para el mallado de la geometría en ANSYS FLUENT. **Fuente**: (Bakker, 2012).

A continuación se presenta la terminología empleada en el proceso de mallado

$\boldsymbol{Cell}\ (\boldsymbol{Celda}) = volumen\ de\ control\ elemental\ enq\ que\ se\ divide\ el\ dominio$
$\boldsymbol{Node}(\boldsymbol{Nudo}) = puntos\ de\ la\ grilla.$
$\boldsymbol{Cell\ center} = centro\ de\ la\ celda.$
$\boldsymbol{Face}(\boldsymbol{Cara}) = límite\ de\ una\ celda.$
$\boldsymbol{Edge} = límite\ de\ una\ cara.$
$\boldsymbol{Zone} = agrupación\ de\ nodos, caras\ celdas:$
$- \ Zona\ fronteriza\ a\ la\ pared.$
$- \ Zona\ de\ celdas\ del\ fluido.$
$\boldsymbol{Domain}\ (\boldsymbol{Dominio}) = grupo\ de\ nodo, caraasy\ zonas.$

Al utilizar las herramientas que ofrece Ansys – Fluent, para el mallado del dominio, es posible generar diferentes tipos de grillas, tales como mallas estructuradas, no estructuradas, multibloques, e hibridas. La grilla estructurada es la mejor en cuanto a la reducción del costo computacional.

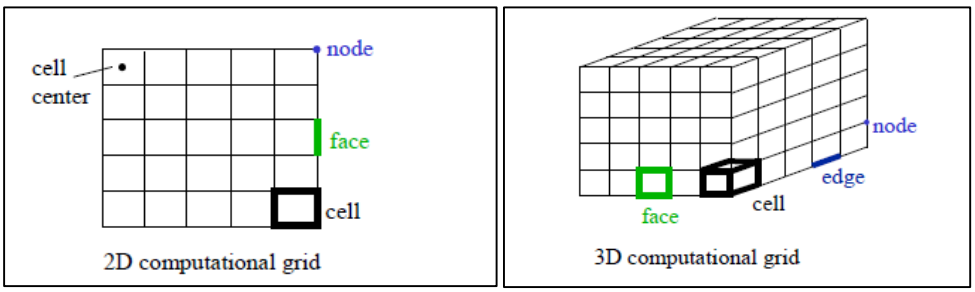


Figura 20. Grilla computacional en 2D y 3D. **Fuente**: (Bakker, 2012)

En el presente estudio se utilizó una malla hibrida, debido a la complejidad de la geometría y en general del espacio computacional. Adicionalmente, se tuvo en cuenta las directrices que determina Ansys, para mantener una malla con la mejor calidad, empleando las medidas de suavidad (Smoothness) del cambio de tamaño y la relación de aspecto (aspect ratio). Cabe aclarar que este software posee una herramienta para el refinamiento de la malla en zonas donde sea necesario un mayor grado de detalle: gradientes de velocidades altos, capa limite, en la interfaces agua – aire y en las primeras celdas cercanas a la pared (y+ ó y*).

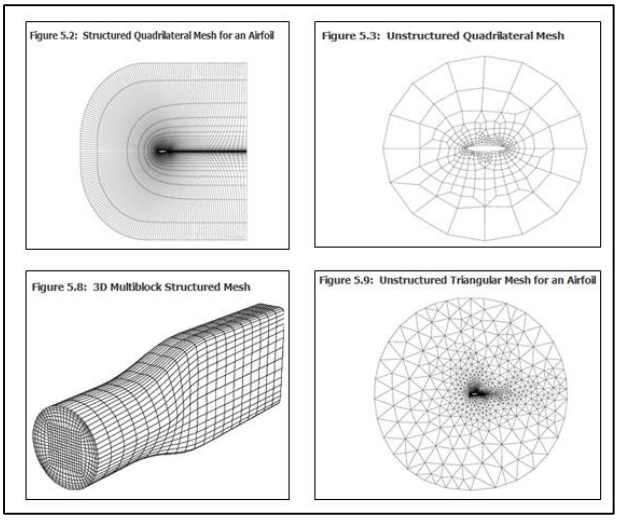


Figura 21. Ejemplos de la topología de mallas que acepta ANSYS FLUENT. **Fuente:** (ANSYS, Inc., 2013).

1.10.1. Discretización

Ansys - Fluent utiliza una técnica basada en volúmenes finitos para convertir las ecuaciones de transporte descritas anteriormente, en un sistema de ecuaciones algebraicas que puedan se resueltas numéricamente. Estas técnicas consisten en la integración de la ecuación de transporte de cada volumen de control elemental (celda), obteniéndose una ecuación discreta, que exprese la ley de conservación.

La discretización de las ecuaciones de gobierno se puede ilustrar más fácilmente considerando la ecuación no permanente de transporte de una cantidad escalar ϕ.

Esta ecuación se aplica a cada volumen de control, o celda del dominio computacional. Una celda triangular en dos dimensiones, se muestra en la **Figura 22**, como ejemplo de un volumen control. La discretización en una celda dada es:

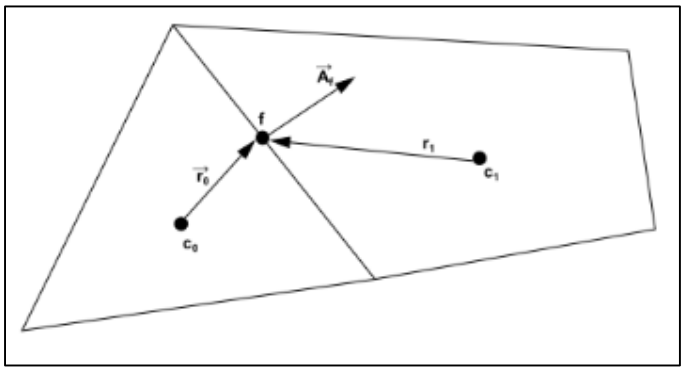


Figura 22. Volumen de control utilizado para ilustrar la discretización de un escalar en la ecuación de transporte**. Fuente:** (ANSYS, Inc., 2013).

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V_C + \sum_{f}^{N_{faces}} \rho_f \vec{V}_f \, \phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_{f}^{N_{faces}} \Gamma_{\emptyset} \nabla \phi_f \cdot \vec{A}_f + S_{\phi} V_C$$

Ecuación 53. Discretización de un volumen de control. **Fuente:** ANSYS, Manual de Usuario (2010)

Donde,

$N_{fases} = número\ de\ caras\ que\ encierra\ una\ la\ celda$
$\phi_f = valor\ de\ \phi\ por\ convección\ a\ través\ de\ la\ cara$
$\vec{A}_f = valor\ de\ la\ cara\ f\ , |A| = |A_x\,\hat{\imath} + A_y\,\hat{\jmath}|\ en\ 2D$
$\nabla_{\phi_f} = gradiente\ de\ \phi\ para\ la\ cara\ f$
$\boldsymbol{V_C} = volumen\ de\ la\ celda$

La ecuación de transporte escalar discretizada (**Ecuación 53**) contiene la variable escalar desconocida $\boldsymbol{\phi}$, en el centro de la celda, así como los valores desconocidos en celdas vecinas circundante. Esta ecuación, en general, es no lineal con respecto a las variables.

El primer parámetro de la **Ecuación 53**, define el cambio de volumen con respecto al tiempo del fluido (acumulación), el segundo término, representa la sumatoria del flujo para los distintos puntos de entrada o de salida del fluido, y los términos a los cuales se encuentra igualada la ecuación, representan la tasa de disipación del flujo a lo largo de las celdas evaluadas en el espacio computacional.

Una forma linealizada de la **Ecuación 53.** se puede escribir como:

$$a_p\phi = \sum_{nb} a_{nb}\phi_{nb} + b$$

Ecuación 54. Linealización de la discretización de un volumen de control

Donde el suscrito *nb* se refiere a las celdas vecinas, y a_p y a_{nb} son los coeficientes linealizados de ϕ y ϕ_{nb}. Para un mejor entendimiento, remítase al capítulo 5 de Bakker (2012).

1.10.1.1 Discretización Espacial (Spatial Discretization)

De forma predeterminada, Ansys - Fluent almacena cada uno de los valores calculados en el centro de las celdas que componene la malla (ver **Figura 22**). Sin embargo, estos valores realmente no son valores puntuales sino distribuidos a lo largo, por tal razón deben estar interpolados espaciales. Para este caso Ansys, utiliza el esquema Upwind (contra el viento) y cuya definición matemática se encuentra en la **Ecuación 53.**

Upwinding significa que el valor en la cara se encuentra a partir de los valores en los centros de las celdas aguas arriba, o "en contra del viento" con respecto a la dirección de la velocidad normal

Ansys, permite elegir entre varios esquemas de Upwind: first-order upwind (tiene problemas de difusión numérica, es recomendada para inicialización de las primeras iteraciones y luego pasar a uno más complejo: un esquema de segundo orden), second-order upwind (recomendado por (ANSYS, Inc., 2013), optimiza el cálculo sin la necesidad de refinar la malla en el dominio, aunque tiene posee problemas de difusión numérica), power law (utilizado para problemas con difusión física), y QUICK (para mallas estructuradas). A continuación se resumen algunos esquemas numéricos para la definición de los parámetros de modelación:

Discretización espacial en 2D y 3D para flujo permanente:

- Momentum: first-order upwind, second-order upwind, Third-Order MUSCL Scheme.
- Volume fraction: first-order upwind, second-order upwind, Modified HRIC Scheme.

- Turbulent kinetic Energy: first-order upwind, second-order upwind, Third-Order MUSCL Scheme.
- Turbulent dissipation Rate: first-order upwind, second-order upwind, Third-Order MUSCL Scheme.

Discretización espacial en 2D y 3D para flujo no permanente:

- Momentum: first-order upwind, second-order upwind, Third-Order MUSCL Scheme.
- Volume fraction: Modified HRIC Scheme.
- Turbulent kinetic Energy: first-order upwind, second-order upwind, Third-Order MUSCL Scheme.
- Turbulent dissipation Rate: first-order upwind, second-order upwind, Third-Order MUSCL Scheme.

Los gradientes son necesarios, no sólo para la construcción de los valores en las caras de celdas, sino también, para el cálculo de los términos de difusión secundarios y los derivados de la velocidad.

1.11. Modelo VOF

La formulación VOF se basa en el hecho de que dos o más fluidos (o fases) no son penetrantes. Para cada fase adicional que se agrega al modelo, se introduce una variable: la fracción de volumen de la fase en la celda computacional.

Según (ANSYS, Inc., 2013), el modelo de VOF puede modelar dos o más líquidos inmiscibles mediante la solución de un conjunto único de las ecuaciones de movimiento y el seguimiento de la fracción de volumen de cada uno de los fluidos en todo el dominio. Las aplicaciones típicas incluyen la predicción de ruptura de chorros, el movimiento de grandes burbujas en un líquido, el movimiento del líquido después de una rotura de presas, y el seguimiento permanente o transitorio de cualquier interfaz líquido-gas, es decir, es un modelo multi-fase. Este modelo permite realizar cálculos en flujo permanente y no permanente.

En cada volumen finito, las fracciones de volumen de todas las fases es igual uno. Adicionalmente los campos para todas las variables y propiedades son compartidas por las fases, los cuales representan el valor promedio, siempre y cuando la fracción de volumen de cada una de las fases se conozca. Por lo tanto, las variables y propiedades en cualquier celda dada son representativa de una de las fases, o de una mezcla de las fases, dependiendo de los valores de la fracción de volumen. Si se denota q^{th} como la fracción de volumen en una celda, es posible definir, tres condiciones que se podrían presentar en una celda.

$\alpha_q = 0 : \ La\ celda\ está\ vacía\ (para\ \ q^{th}\ fluido)$
$\alpha_q = 1 : \ La\ celda\ está\ llena\ (para\ \ q^{th}\ fluido)$
$0 < \alpha_q < 1 : \ La\ celda\ contiente\ la\ interfaz\ entre\ el\ \ q^{th}\ fluido\ y\ uno\ o\ más\ fluidos)$

Basado en el valor local α_q, las propiedades y las variables serán asignadas para cada volumen de control infinitesimal (celda).

1.11.1 Ecuación de Fracción de Volumen

El seguimiento de la interfaz (s) entre las fases, se lleva a cabo mediante la solución de la ecuación de continuidad para la fracción de volumen de uno (o más) fases. Para la fase q^{th}, esta ecuación tiene la siguiente forma:

$$\frac{1}{\rho_q}\left[\frac{\partial}{\delta t}\left(\alpha_q \rho_q\right) + \nabla \cdot \left(\alpha_q \rho_q \overrightarrow{V_q}\right) = S_{q_q} + \sum_{p=1}^{n}\left(\dot{m}_{qp} - \dot{m}_{pq}\right)\right]$$

Ecuación 55. Ecuación para la determinación de la fracción de volumen en una celda

Donde $\dot{m}_{qp}$ es la transferencia de masa de la fase *q* a la fase *p* y $\dot{m}_{pq}$ es la transferencia de masa de la fase *p* a la fase *q*. Por defecto, el término de la fuente en la parte derecha de la **Ecuación 55**, S_{q_q} , usualmente es cero, pero puede ser una constante o una función definida por el usuario, la cual representa la masada generada o extraída.

La fracción de volumen de fase primaria se calcula con base en la siguiente restricción:

$$\sum_{q=1}^{n} a_q = 1$$

La ecuación de fracción de volumen se puede resolver, mediante la discretización implícita o explícita en cada iteración (para revisar las ecuaciones remítase a (ANSYS, Inc., 2013)):

Esquema implícito: Para la discretización implícita están disponibles los esquemas de First Order Upwind, Second Orden Upwind, Compressive, HRIC Modificad. Siendo una más preciso que el el otro. Pero es necesario aclarar, que a medida aumenta la precesión del modelo, aumenta considerablemente, el costo computacional.

Esquemas explícitos: Este modelo se considerada apropiado cuando la modelación es dependiente del tiempo. Los esquemas de discretización espacial de fracción de volumen son:

- First Order Upwind (solamente para modelo Multifase Euleriano)
- Geo-Reconstruir (modelo VOF y Multifase Euleriano con Multi-Fluid VOF habilitado)
- CICSAM (modelo VOF y Multifase Euleriano con Multi-Fluid VOF habilitado)
- Compressive
- HRIC Modificado
- QUICK
- Donor-Aceptor

1.12. Teoría de Aireación en vertederos

En todo flujo a superficie libre, los efectos de la fracción de aire, es de gran importancia para evaluar el comportamiento de la lámina de agua, en especial en el análisis de vertederos hidráulicos, debido a la generación de chorros de descarga y a la marcada interface agua-aire.

Con el fin de evitar que dicho chorros se “pegue” y provoque efectos nocivos a la estructura, es necesario realizar una adecuada aireación del sistema. La aireación consta del aumento artificial o

natural de la concentración de aire entre el vertedero y la lámina de agua, generalmente en la trayectoria del chorro de descarga.

Sin embargo, una aireación insuficiente ocurre con frecuencia en vertederos de rebose y en vertederos de cresta delgada de medición. Este fenómeno indica una reducción de la presión por debajo de la napa debido a la remoción de aire hecha por el chorro que cae. Esta reducción de la presión causará efectos no deseados como:

a. Incremento en la diferencia de presión sobre el vertedero.
b. Cambio en la forma de la napa para la cual se diseña el vertedero.
c. Incremento en el caudal, acompañado en algunas ocasiones, por fluctuaciones o pulsaciones de la napa, lo cual puede objetarse si la función del vertedero es de aforo.
d. Comportamiento inestable del modelo hidráulico (modelos computacionales)

Con base en estudios experimentales, Hickox (ver **Ecuación 56**), determinó la concentración necesaria de aire en pies cúbicos por segundo por pie de longitud del vertedero, para considerarse aireado.

$$q_a = \frac{5.68 * (C_a * h)^{3.64}}{Pp^{1.14}}$$

Ecuación 56. Ecuación para la determinación de la concentración de aire, Hickox.

Donde,

h: Altura en pies por encima del vertedero
Pp: Reducción de presión en pies de agua que debe mantenerse por debajo de la napa.
C_a: Es un coeficiente que depende de la relación entre el caudal, en general C_a=0.077.

Capítulo 2. Recopilación y Análisis de Antecedentes

Como se mencionó anteriormente, debido a la complejidad geométrica del vertedero, no existe un enfoque único y general que abarque todos los vertederos tipo laberinto, por esta razón, diversos autores han propuesto distintas metodologías a partir de modelaciones físicas. En este capítulo se realiza un resumen general de las investigaciones realizadas anteriormente, cuyos resultados y conclusiones son el punto de partida y de comparación de los resultados del modelo computacional.

En el artículo de C. Granell Ninot y M.A. Toledo Munido (2011) se evalúan las características de los vertederos tipo laberinto de sección triangular a partir de un enfoque matemático, basados en la ecuación de cantidad de movimiento, a la entrada de la estructura, extrapolando los resultados a diferentes geometrías, con ayuda de simplificaciones que facilitan el análisis matemático. Llegando a la conclusión que el comportamiento del flujo en un vertedero tipo laberinto de cualquier sección, puede simplificarse con base en las dimensiones y relaciones geométricas.

A diferencia del artículo de Leite Ribeiro, M. Bieri, J.-L. Boillat, A. J. Schleiss, y G. Singhal (2012), encuentran las características hidráulicas del vertedero tipo laberinto, con base en curvas de descarga, determinadas a partir de modelaciones de modelos a escala evaluados en laboratorio, para finalmente enfocarse en el manejo de números adimensionales, identificando las limitaciones de tamaño y eficiencia.

Un enfoque distinto es el generado por H. Rahimzadeha, R. Maghsoodib, H. Sarkardehc y S. Tavakkold (2014), quienes encuentra el comportamiento de una sola celda o ciclo de un vertedero laberinto, por medio de la modelación computacional de fluidos o CFD por sus siglas en inglés, generando funciones que relacionan el caudal de descarga, con la lámina de agua y la geometría del vertedero. Llegando a la conclusión, que la calidad de los resultados del modelo no se ve alterada significativamente por que tan “fina” es la malla del elemento, siendo por las condiciones de frontera interpuesta en el modelo computacional. El modelo computacional posee errores que oscilan entre el 8 y 10% con respecto a los modelos reales.

El artículo de Gustavo A. Delgado, Mann A. Paulina y Fernando J. Camino S. (2015), se centra en la determinación del comportamiento del coeficiente de descarga para diferentes ángulos de incidencia

del vertedero con respecto a la trayectoria del flujo. Concluyendo que, un ángulo de incidencia de 8° es el más eficiente.

En la investigación realizada por B. M. Crookston, y B. P. Tullis, (2012), se aprecia la generación de un curvas a partir de la toma de datos de laboratorio de modelo de gran magnitud, evaluando el cambio del coeficiente de descarga al modificar el ángulo de los ciclos, para valor de α entre 6° y 12°.

En el artículo de M. Emin Emiroglu y Ahmet Baylar (2010), se describe el estudio de los vertederos laberintos por medio de ecuaciones empíricas, teniendo en cuenta un número no definido de ensayos en laboratorios. Formulando una ecuación general para vertederos tipo laberinto triangulares (cara aguas arriba) que relaciona el ángulo de cada módulo y la pendiente longitudinal del vertedero, para valores entre 22.5° y 45°, y como caso especial, para vertederos con ángulos de 180° de abertura o vertederos de celdas rectangulares (convencionales).

En el artículo de R. M. Anderson y B. P. Tullis, M. (2012), se realiza una comparación de la capacidad de descargar de un vertedero tipo laberinto con ángulos de módulos menores a 90°, contra un vertedero rectangular. Llegando a la conclusión, que es mucho más eficiente aquellos vertederos que poseen un ángulo diferente de 180°. Debido a que dichos ángulos, disminuyen las pérdidas generadas en el flujo, al impactar las caras aguas arriba del vertedero, creando una mayor eficiencia en la descargar.

En el artículo de Carlos Granell Ninot, Miguel Ángel Toledo Municio y Andrea Marinas (2010), se describe y compara la base teórica (matemática) de los vertederos tipo laberinto, con los resultados experimentales realizados en laboratorio, con ayuda de 12 modelos diferentes de vertederos, variando sus dimensión, escala y caudal descargado. Llegando a la conclusión, que para caudales bajos y relaciones de láminas de agua (h), sobre la altura de vertedero (p) pequeñas, las ecuaciones se ajustan bastante bien a lo medido. Pero a medida que aumenta el caudal, aumenta el error y la dispersión entre los modelos de laboratorio y las ecuaciones utilizadas. Según los autores, esto se debe al comportamiento en tres dimensiones del flujo; efectos que no consideran las ecuaciones clásicas.

A diferencia de los demás artículos, la investigación realizada por J. Paul Tullis, I Member, Nosratollah Amanian y David Waldron (2011), se enfoca en generar metodologías de diseño de vertederos tipo laberinto con base en cartillas, ecuaciones y ábacos, a partir de la mejor geometría y

del caudal que se quiere transitar, con las condiciones más eficientes posibles; generando criterios de selección y de diseño de las dimensiones que mejor se ajusten a un coeficiente de descarga máximo.

En el artículo de B. P. Tullis, J. C. Young, y M. A. Chandler (2012) se compara la sumergencia de los vertederos convencionales, con los vertederos tipo laberinto; siendo la sumergencia, la relación entre la lámina de agua y la altura del vertedero. Encontrando que, para vertederos tipo laberintos, la sumergencia a la cual el vertedero tiene influencia en el control del caudal debe ser menor a 2.5, a diferencia de los vertederos convencionales cuyo sumergencia máxima es 1.5.

En el artículo de Songheng Li, Stuart Cain, Martin Wosnik, Chris Miller, Hasan Kocahan y Russell Wyckoff (2011), se analiza de forma completa una presa a escala real, cuyos vertederos de excesos son de tipo laberinto, por medio una modelación computacional (CFD). En la modelación se evalúa el comportamiento del sistema y de los vertederos en general; determinando la variación de la eficiencia de la lámina de la cresta con respecto al caudal descargado. Concluyendo que la eficiencia de dicho vertedero no se verá afectada por el caudal, pero si existirá una variación en la curva de descarga, debido a las pérdidas generadas en los bordes más agudos, creando velocidades más altas de las esperadas.

En el artículo de M. R. Dabling y and B. P. Tullis (2012) se realiza una comparación entre vertederos laberintos, pero variando el ángulo de la cara frontal del vertedero. Se encuentra que, entre más “redondeados” sean estos bordes, mayor es la eficiencia de descarga del vertedero, en comparación a los vertederos con ángulo rectos (ángulos iguales a 0° y 180°). Se concluye que al suavizar los bordes de las paredes energía.

Finalmente en el artículo de Gustavo A. Delgado y Oscar Paz Paiz (2015), se discute la variabilidad del coeficiente de descarga dentro de un mismo vertedero laberinto. Encontrando que dicho coeficiente varía dependiendo de la posición donde se realice la medición. Estos autores concluyeron, que el coeficiente es máximo dentro del canal de aproximación y menor a medida que se acerca al vertedero.

Capítulo 3. Modelo Físico en el Canal de Pruebas

Con el propósito de contar con datos experimentales para la posterior modelación computacional, se realizó la modelación física del vertedero tipo laberinto de la central hidroeléctrica La Naveta en Apulo, Cundinamarca, en el laboratorio del Centro de Estudios Hidráulicos.

A partir de las dimensiones del prototipo y del tamaño máximo del canal de pruebas, se definió la escala geométrica del modelo, obteniendo un valor de 1:21, valor con él se dimensionó el modelo. En la **Tabla 2** se realiza la comparación de las tres dimensiones más importantes del modelo y del prototipo.

Tabla 2. Dimensiones del modelo y el prototipo del vertedero tipo laberinto.

PARÁMETRO GEOMÉTRICO	CON TRANSICIÓN ASIMÉTRICA	
	Modelo	Prototipo
Ancho promedio de la sección	0.229 m	4.8 m
Paramento	0.129 m	2.7 m
Longitud Canal de Aproximación	9.222 m	192.3 m

El modelo a escala fue realizado por el Centro de Estudios Hidráulicos de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, con el propósito de evaluar el comportamiento de la lámina de agua. Estructura propuesta para reemplazar el vertedero que se encontraba en ese momento en operación, la cual no contaba con la suficiente eficiencia.

El modelo a escala cuenta con todas las características geométricas del prototipo, tanto en la entrada como en la descarga. Igualmente, se imitó el canal de aproximación por medio de una transición realizada en acrílico, la cual permite adaptar la sección del canal de pruebas, con el canal de aproximación de la central a escala 1:21. Se tuvo en cuenta además los detalles del paramento, el ancho de los muros y el ángulo de incidencia de los bordes con respecto al flujo. Debido al alcance del proyecto, no se tuvo en cuenta las compuertas verticales ubicadas en cada uno de los pliegues, las cuales son utilizadas para el retiro de sedimentos. En la **Figura 23** se presenta la geometría de uno de los cinco (5) ciclos, identificando la nomenclatura que se utilizará.

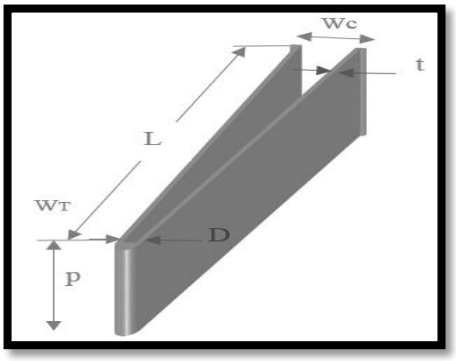


Figura 23. Geometría de un ciclo del vertedero asimétrico. **Fuente**: "Vertederos tipo laberinto para el control de sobreelevaciones en el canal de conducción de una PCH modelación física"

Con base en las dimensiones del prototipo y la escala seleccionada se calcularon las dimensiones del modelo, con la notación de la imagen anterior (Ver **Tabla 3**).

Tabla 3. Parámetros Geométricos del Modelo a escala del vertedero tipo laberinto.

	Parámetros del Modelo a Escala 1:21						
	WT (m)	**Wc (m)**	**D (m)**	**A (m)**	**A (º)**	**t (m)**	**P (m)**
	0.374	0.071	0.039	0.019	1.07	0.006	0.13

Con el propósito de mostrar la fiabilidad del modelo con respecto al prototipo, se presenta una comparación gráfica de ambas estructuras (Ver **Figura 24**).

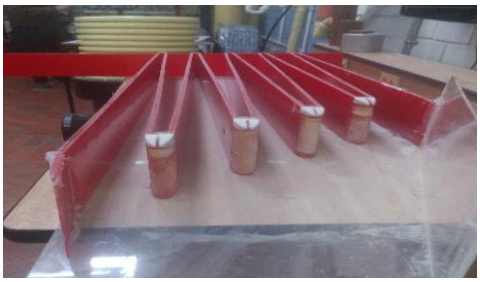


Figura 24. Modelo y prototipo del vertedero asimétrico con narices desfasadas propuesto y construido (enero de 2016). **Fuente:** Elaboración Propia.

3.1. Análisis Dimensional del Modelo a Escala

A partir de la escala geométrica definida anteriormente se procede a determinar la escala de cada uno de los parámetros hidráulicos a partir del análisis dimensional, descrito en el capítulo 1. Con el objetivo de mantener la proporcionalidad dimensional del caudal, se utilizó como parámetro principal la ecuación estándar de un vertedero (Ver **Ecuación 2**), igualando los coeficientes de descarga, así:

$$\frac{Q_M}{L_M {H_M}^{3/2}} = \frac{Q_P}{L_P {H_P}^{3/2}}$$

Despejando el caudal del prototipo y encontrando la función que define el factor de escala:

$$\boldsymbol{Q_M = Q_P * \left(\frac{1}{Esc}\right)^{5/2}}$$

Ecuación 57. Determinación del factor de proporcionalidad del caudal del modelo a escala.

Realizando el mismo procedimiento para la carga hidráulica y la velocidad, se tiene que:

$$H_M = H_P \left(\frac{Q_M L_P}{Q_P L_M}\right)^{2/3} = \boldsymbol{H_P} * Esc$$

Ecuación 58. Determinación del factor de proporcionalidad de la carga hidráulica del modelo a escala.

$$V_M = V_P \frac{L_M {H_M}^{3/2} A_P}{L_P {H_P}^{3/2} A_M} = \boldsymbol{V_P * \left(\frac{1}{Esc}\right)^{1/2}}$$

Ecuación 59. Determinación del factor de proporcionalidad de la velocidad del modelo a escala.

3.2. Metodología de la Modelación Física

Teniendo en cuenta que la longitud total del canal de pruebas posee una longitud de cinco (5) metros y el modelo a escala no supera el metro veinte, se decidió posicionar el vertedero en la parte más alejada de la entrada del caudal, con el propósito de evitar perturbaciones en la lámina de agua generadas por la entrada del fluido, en la tubería de alimentación del sistema.

Teniendo en cuenta la información suministrados por los controladores de la central hidroeléctrica, La Naveta, en Apulo, se ajustó la pendiente horizontalmente (S_o: 0 m/m) debido a la cercanía de este valor en el canal de aproximación de la central.

Para el ensayo se seleccionaron 10 caudales, cuyo límite superior e inferior representan el caudal mínimo y máximo de operación.

Para la medición de los caudales en el ensayo experimental se utilizó un caudalímetro electrónico, con una precisión de 0.01 l/s, posicionado en la tubería que alimenta el canal.

Tabla 4. Caudales del prototipo y el modelo transitado en el vertedero tipo laberinto.

Q prototipo (m^3/s)	Q modelo (LPS)
1.66	0.84
4.36	2.21
7.30	3.70
10.73	5.44
13.52	6.85
18.27	9.26
22.32	11.31
25.67	13.01
27.98	14.18
30.72	15.57

Para la medición de la lámina de agua se utilizó un tornillo calibrador, con una precisión de un veinteavo de milímetro, a partir de un nivel de referencia, en nueve (9) puntos a lo largo del vertedero, ubicados en el canal de aproximación y sobre la estructura (Ver **Figura 25**).

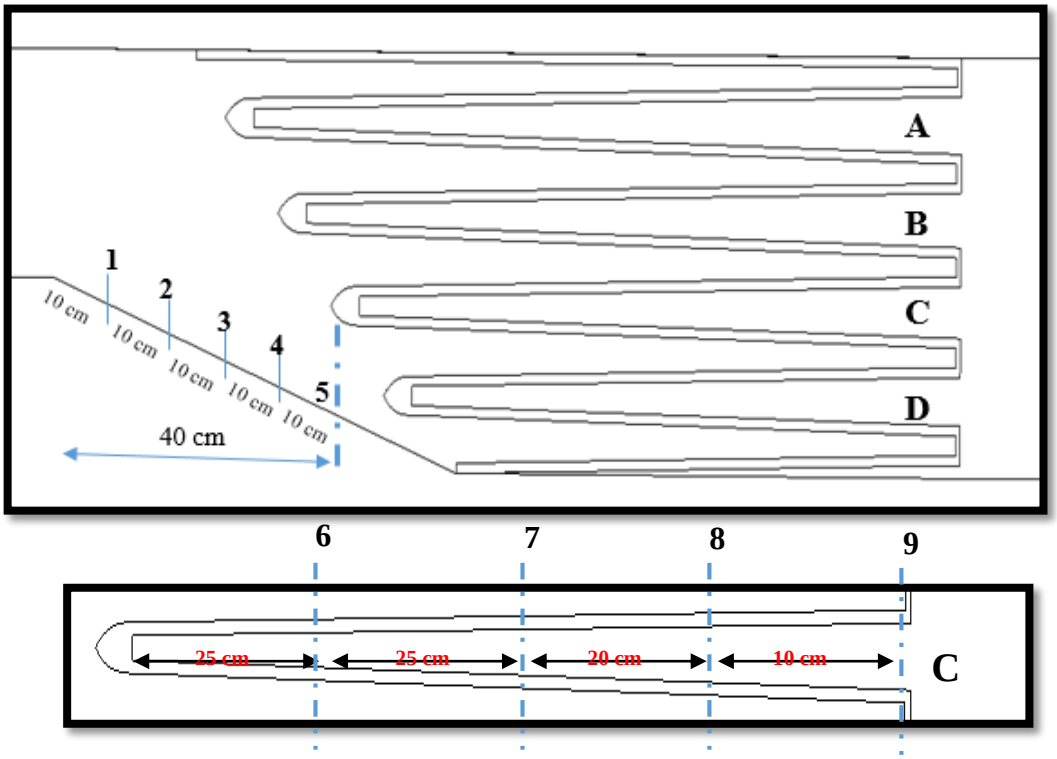


Figura 25. Ubicación general de los puntos de medida de la lámina de agua sobre el vertedero.
Fuente: Elaboración Propia.

3.3 Análisis cualitativo y consideraciones adicionales de la modelación física

Posteriormente a la toma de datos se procede a realizar un análisis cualitativo del comportamiento del flujo sobre la estructura, con el propósito de comprender las características más relevantes de la estructura.

En la **Figura 26** puede apreciar el vertedero en el canal de pruebas, junto con el instrumento medidor (tornillo calibrador) y el canal de pruebas de pendiente variable (sección transversal rectangular fija).

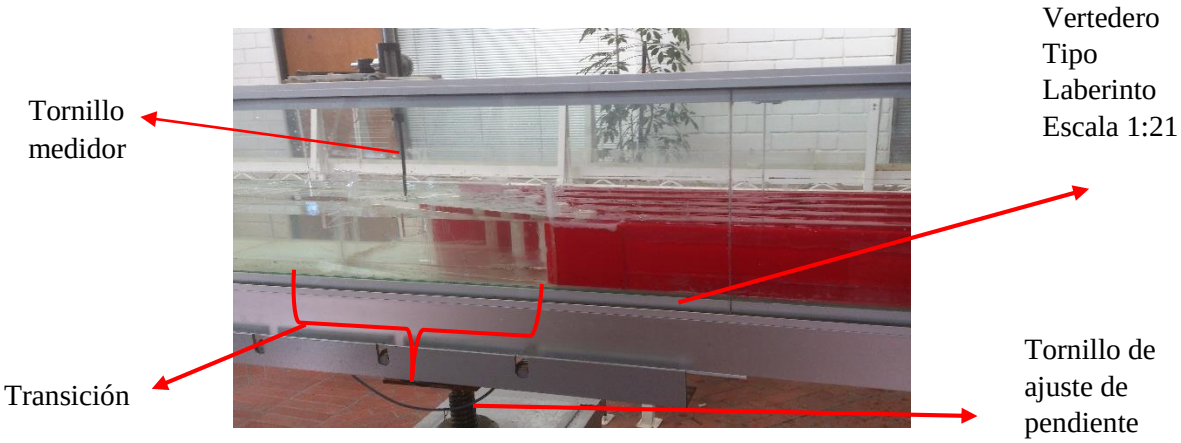


Figura 26. Vista lateral del vertedero en el canal de pruebas del Centro de Estudios Hidráulicos. **Fuente:** Elaboración Propia.

Con el propósito de detallar aún más el ensayo, se presentan vistas adicionales del montaje (ver **Figura 27 a y b**).

Figura 27 a y b. Vista generales de la entrada y descarga del vertedero en el canal de pruebas del CEH. **Fuente:** Fotografía propia.

El Centro de Estudios Hidráulicos (CEH) de la Escuela Colombiana de Ingeniería, propuso disminuir las pérdidas generadas por la entrada al vertedero y a su vez, el nivel aguas arriba de la estructura, evitando así posibles desbordamientos en el canal de la hidroeléctrica la Naveta. Por esta razón, se propuso la modificación de la geometría de los muros verticales en la entrada, creando así un muro frontal de "nariz desfasa", como se puede apreciar en la **Figura 28**. Esta geometría permite disminuir las pérdidas de energía generadas por el impacto de las líneas de corriente en los muros.

Figura 28. Detalle del muro frontal con geometría “nariz desfasa”. **Fuente:** Fotografía propia.

Durante la modelación física, se observaron claros efectos turbulentos aguas arriba del vertedero, producidos por los muros de entrada. Adicionalmente, la existencia de flujos laterales entre los diferentes ciclos adyacentes, crean alteraciones de las líneas de corriente, las cuales empeoran al aumentar el caudal, debido al choque entre las trayectorias de los chorros laterales, tal como se observa en la **Figura *29***.

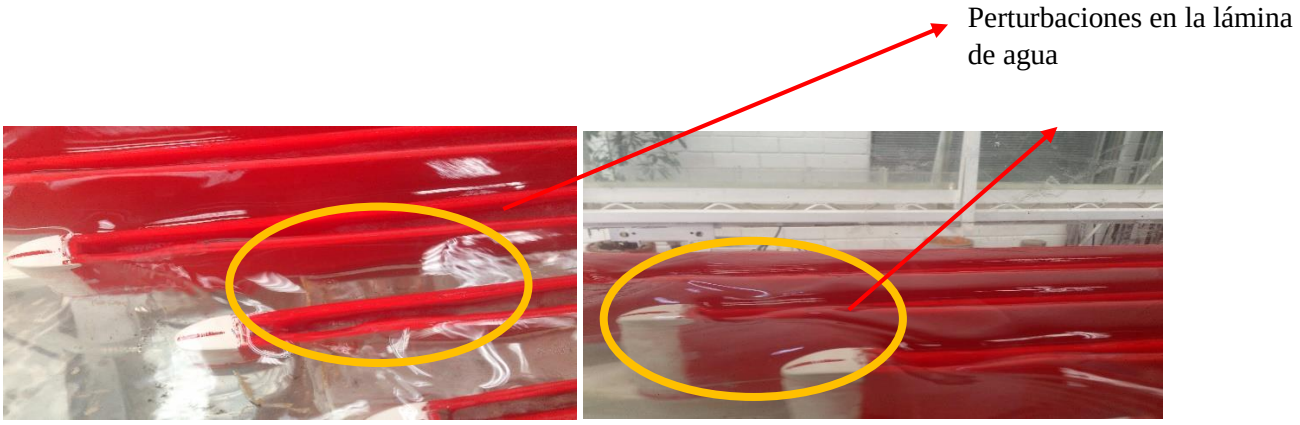


Figura 29. Detalles de las perturbaciones en la entrada durante la modelación física en el canal de pruebas. **Fuente:** Fotografía propia.

3.4. Análisis cuantitativo de la información tomada de la Modelación Física

A continuación se describe el procedimiento para la toma de datos y la determinación de los parámetros hidráulicos. Se tomaron lecturas del nonio del tornillo medidor para conocer la profundidad a la superficie del flujo correspondiente a cada caudal, para una profundidad fija de 0.07015 m. Las lecturas y sus correspondientes valores de caudal se reportan en la **Tabla 5**.

Con los datos medidos, se realizan los cálculos de: profundidad de flujo sobre la cresta, "h", como la diferencia entre la profundidad a la superficie libre y la profundidad a la cresta (ver **Tabla *6***); la profundidad de flujo, "y", como la suma del paramento, "p", y la profundidad de flujo sobre la cresta, "h" (ver **Tabla *7***).

Tabla 5. Resultados de la medición con el tornillo calibrador desde el nivel de referencia.

Q(l/s)	0.84	2.21	3.70	5.44	6.85	9.26	11.31	13.01	14.18	15.57
Abscisa (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)
1.36	0.0705	0.0693	0.0683	0.0681	0.0676	0.0656	0.0667	0.0675	0.0683	0.0674
1.46	0.0702	0.0687	0.0680	0.0675	0.0671	0.0656	0.0647	0.0633	0.0638	0.0632
1.56	0.0696	0.0684	0.0677	0.0666	0.0662	0.0653	0.0641	0.0631	0.0636	0.0637
1.66	0.0696	0.0682	0.0673	0.0664	0.0661	0.0648	0.0635	0.0633	0.0613	0.0605
1.76	0.0693	0.0681	0.0672	0.0663	0.0654	0.0644	0.0618	0.0621	0.0636	0.0653
2.01	0.0686	0.0675	0.0667	0.0663	0.0652	0.0647	0.0644	0.0624	0.0626	0.0631
2.26	0.0675	0.0658	0.0656	0.0652	0.0646	0.0638	0.0633	0.0631	0.0626	0.0621
2.46	0.0661	0.0655	0.0642	0.0648	0.0636	0.0625	0.0612	0.0611	0.0606	0.0612
2.56	0.0662	0.0665	0.0646	0.0658	0.0636	0.0622	0.0607	0.0607	0.0602	0.0633

Tabla 6. Nivel de la lámina de agua (datos realizados a partir del nivel de referencia)

Q(l/s)	0.84	2.21	3.70	5.44	6.85	9.26	11.31	13.01	14.18	15.57
Abscisa (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)	Lámina (m)
1.36	0.12970	0.13090	0.13190	0.13205	0.13260	0.13455	0.13345	0.13270	0.13185	0.13280
1.46	0.13000	0.13150	0.13215	0.13265	0.13305	0.13460	0.13550	0.13690	0.13635	0.13700
1.56	0.13060	0.13175	0.13250	0.13360	0.13395	0.13485	0.13605	0.13710	0.13660	0.13650
1.66	0.13060	0.13195	0.13290	0.13380	0.13405	0.13535	0.13665	0.13690	0.13890	0.13965
1.76	0.13085	0.13205	0.13295	0.13385	0.13480	0.13575	0.13835	0.13805	0.13655	0.13490
2.01	0.13155	0.13270	0.13350	0.13390	0.13495	0.13550	0.13575	0.13780	0.13755	0.13705
2.26	0.13265	0.13440	0.13460	0.13500	0.13560	0.13640	0.13685	0.13705	0.13760	0.13805
2.46	0.13405	0.13470	0.13595	0.13535	0.13660	0.13770	0.13900	0.13910	0.13955	0.13900
2.56	0.13395	0.13370	0.13555	0.13435	0.13655	0.13800	0.13945	0.13950	0.13995	0.13690

Tabla 7. Lámina de agua por encima del paramento del vertedero

Q(l/s)	0.84	2.21	3.70	5.44	6.85	9.26	11.31	13.01	14.18	15.57
Punto	Lámina (mm)	Lámina (mm)	Lámina (mm)	Lámina (mm)	Lámina (mm)	Lámina (mm)	Lámina (mm)	Lámina (mm)	Lámina (mm)	Lámina (mm)
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	0.000	1.500	2.150	2.650	3.050	4.600	5.500	6.900	6.350	7.000
3	0.600	1.750	2.500	3.600	3.950	4.850	6.050	7.100	6.600	6.500
4	0.600	1.950	2.900	3.800	4.050	5.350	6.650	6.900	8.900	9.650
5	0.850	2.050	2.950	3.850	4.800	5.750	8.350	8.050	6.550	4.900
6	1.550	2.700	3.500	3.900	4.950	5.500	5.750	7.800	7.550	7.050
7	2.650	4.400	4.600	5.000	5.600	6.400	6.850	7.050	7.600	8.050
8	4.050	4.700	5.950	5.350	6.600	7.700	9.000	9.100	9.550	9.000
9	3.950	3.700	5.550	4.350	6.550	8.000	9.450	9.500	9.950	6.900

Debido a que el propósito es la evaluación del coeficiente de descarga, es necesario la determinación de la velocidad y la energía por encima del punto más alto de la estructura: se determinó la velocidad de flujo, V, como la relación entre el caudal, Q, y el área mojada (Ancho de la sección de aforo × y); la carga hidráulica, H, como la suma de la profundidad de flujo sobre la cresta, "h", y la altura de velocidad ($V^2/2g$), para los diez (10) caudales transitados en el canal y cuyos resultados se muestran tabulado en la **Tabla 8** y **Tabla 9**.

Tabla 8. Velocidad de flujo a lo largo del vertedero laberinto

Q(l/s)	0.84	2.21	3.70	5.44	6.85	9.26	11.31	13.01	14.18	15.57
Punto	Velocidad (m/s)	Velocidad (m/s)	Velocidad (m/s)	Velocidad (m/s)	Velocidad (m/s)	Velocidad (m/s)	Velocidad (m/s)	Velocidad (m/s)	Velocidad (m/s)	Velocidad (m/s)
1	0.0282	0.0736	0.1224	0.1797	0.2253	0.3002	0.3697	0.4276	0.4691	0.5114
2	0.0282	0.0733	0.1221	0.1789	0.2246	0.3001	0.3641	0.4145	0.4536	0.4957
3	0.0281	0.0732	0.1218	0.1776	0.2231	0.2995	0.3626	0.4139	0.4528	0.4975
4	0.0281	0.0731	0.1214	0.1773	0.2229	0.2984	0.3610	0.4145	0.4453	0.4863
5	0.0280	0.0730	0.1214	0.1773	0.2217	0.2975	0.3566	0.4111	0.4530	0.5034
6	0.0279	0.0726	0.1209	0.1772	0.2214	0.2981	0.3634	0.4118	0.4497	0.4955
7	0.0276	0.0717	0.1199	0.1758	0.2203	0.2961	0.3605	0.4141	0.4495	0.4920
8	0.0273	0.0716	0.1187	0.1753	0.2187	0.2933	0.3549	0.4080	0.4432	0.4886
9	0.0274	0.0721	0.1191	0.1766	0.2188	0.2927	0.3538	0.4068	0.4419	0.4961

Tabla 9. Energía específica por encima del punto más alto del vertedero.

Q(l/s)	0.84	2.21	3.70	5.44	6.85	9.26	11.31	13.01	14.18	15.57
Punto	H(m)	H(m)	H(m)	H(m)	H(m)	H(m)	H(m)	H(m)	H(m)	H(m)
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	0.0000	0.0018	0.0029	0.0043	0.0056	0.0092	0.0123	0.0157	0.0168	0.0195
3	0.0006	0.0020	0.0033	0.0052	0.0065	0.0094	0.0128	0.0158	0.0170	0.0191
4	0.0006	0.0022	0.0037	0.0054	0.0066	0.0099	0.0133	0.0157	0.0190	0.0217
5	0.0009	0.0023	0.0037	0.0055	0.0073	0.0103	0.0148	0.0167	0.0170	0.0178
6	0.0016	0.0030	0.0042	0.0055	0.0074	0.0100	0.0125	0.0164	0.0179	0.0196
7	0.0027	0.0047	0.0053	0.0066	0.0081	0.0109	0.0135	0.0158	0.0179	0.0204
8	0.0041	0.0050	0.0067	0.0069	0.0090	0.0121	0.0154	0.0176	0.0196	0.0212
9	0.0040	0.0040	0.0063	0.0059	0.0090	0.0124	0.0158	0.0179	0.0199	0.0194

A partir de los datos anteriores se procede a determinar el comportamiento del perfil para cada uno de los caudales modelados.

Graficando los niveles de los nueve puntos medidos, se descubrió que para los rangos de caudales, comprendidos entre 0.84 y 9.26 l/s, la tendencia del perfil de flujo es estable, pero a medida que el caudal aumenta, la turbulencia del modelo se propaga por la estructura, generando vórtices erráticos, que alteraban la lámina de agua (Ver **Figura 30**).

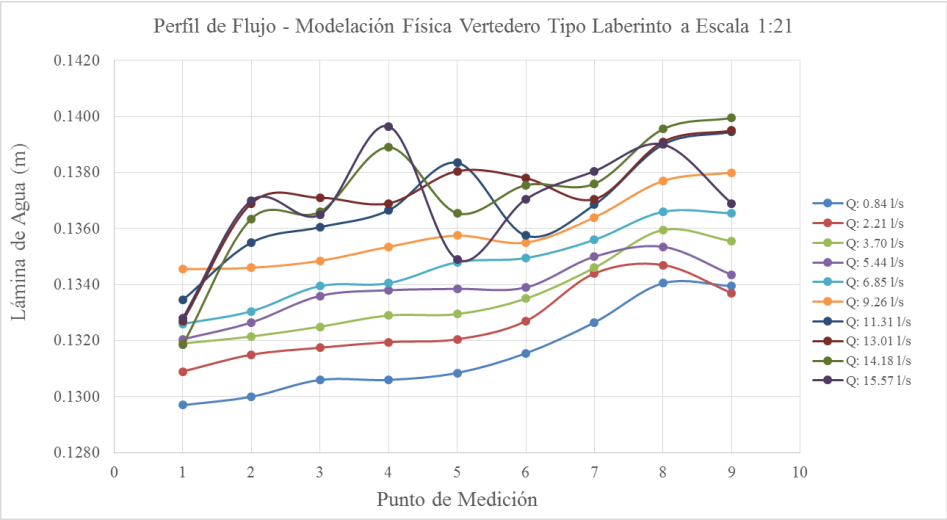


Figura 30. Perfil de flujo en la modelación física para los nueve puntos a lo largo de la estructura.
Fuente: Elaboración propia.

Si extraemos los resultados de los caudales bajos (Ver **Figura 31**) se puede apreciar una tendencia estable para los diferentes caudales, con una elevación del nivel a medida que se acerca el flujo a la

estructura, debido a las pérdidas de energía ocasionadas por la entrada al vertedero. Posteriormente se observa una disminución de lámina de agua entre los puntos 8 y 9, los cuales representan los tramos finales del vertedero, en los cuales el caudal ya se ha dividido por los canales laterales entre ciclos.

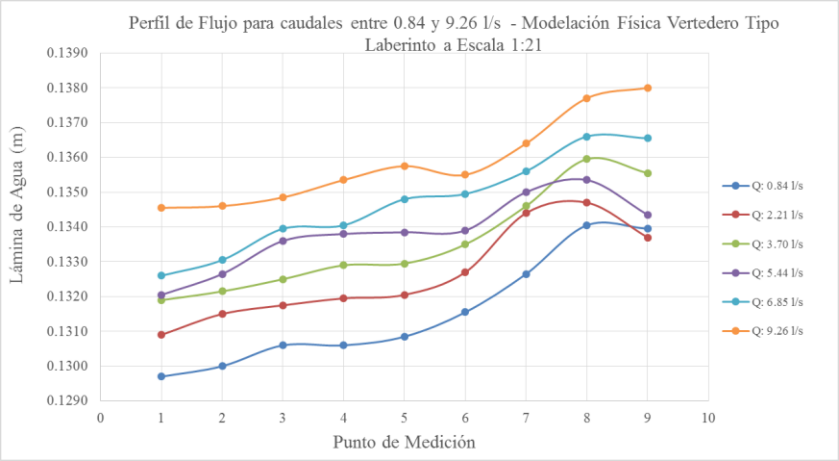


Figura 31. Perfil de Flujo en la modelación física caudales entre 0.84 y 9.26 l/s. **Fuente:** Elaboración propia.

A diferencia del análisis anterior, si evaluamos los perfiles generados por los caudales más grandes, encontramos que la tendencia cambia drásticamente (Ver **Figura 32**), debido al aumento de las perturbaciones de la lámina de agua, generadas por los vórtices que se formaban entre los ciclos (en los muros laterales) debido al aumento de la interferencia entre los chorros laterales.

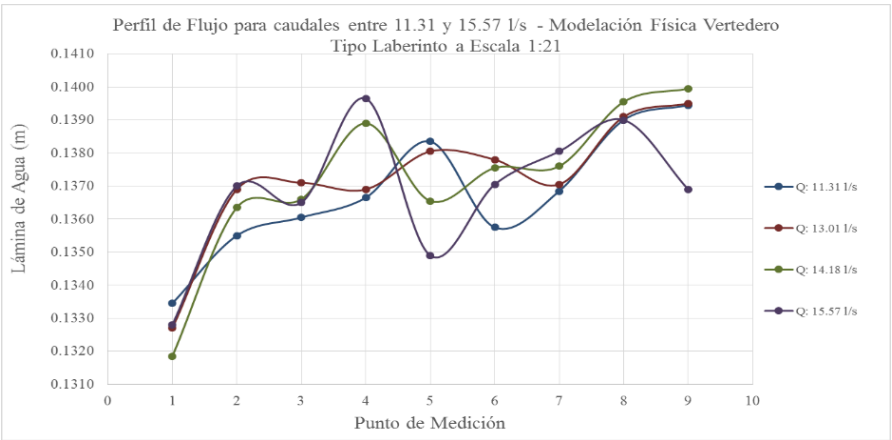


Figura 32. Perfil de Flujo en la modelación física caudales entre 11.31 y 15.57 l/s. **Fuente:** Elaboración propia.

Evaluando las fotografías del ensayo (ver **Figura 33**) se ve claramente lo expuesto anteriormente; se observa la interferencia entre las trayectorias de los chorros provenientes de los muros laterales. Por tal razón, es posible afirmar, que para este vertedero en particular, el rango óptimo de operación de caudales se encuentra entre 0 y 9.26 l/s, disminuyendo su eficiencia para caudales superiores a 11.31/s, equivalentes a 22.47 m³/s en el prototipo.

A pesar de esto, el nivel no supera la altura máxima de los muros del canal de la central hidroeléctrica en Apulo, siendo suficientemente estable para permitir la regulación del caudal máximo de operación de 15.57 l/s en el modelo, o 30.93 m³/s en el prototipo.

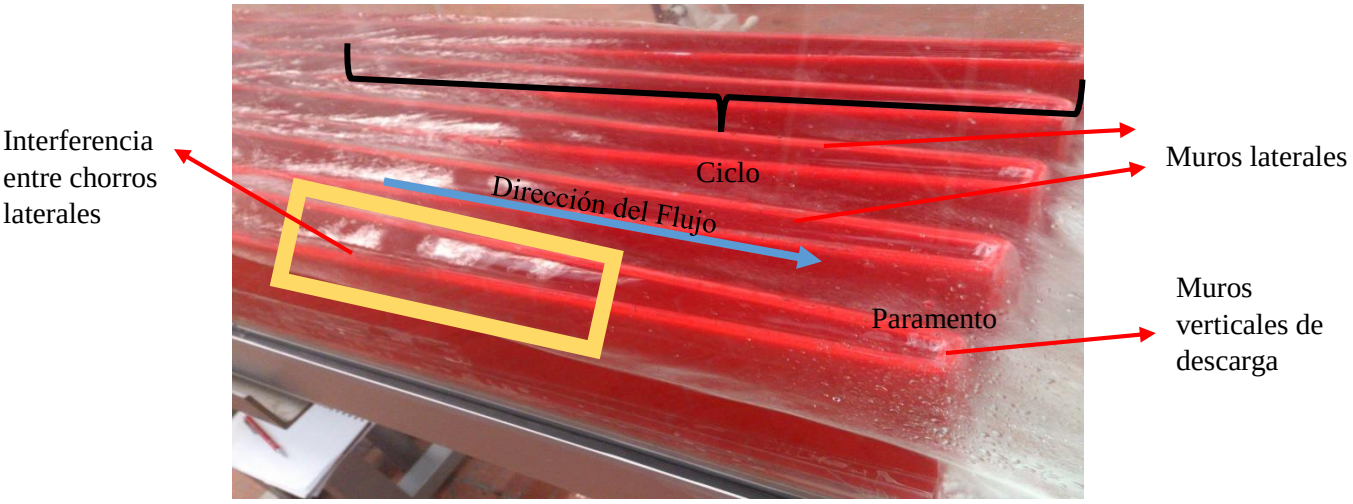


Figura 33. Análisis de la interferencia de los chorros laterales entre ciclos. **Fuente:** Fotografía propia.

Capítulo 4. Modelación Computacional de un Vertedero Triangular de Pared Delgada

4.1. Descripción general

Con el propósito de determinar el esquema numérico más apropiado, las condiciones de fronteras más adecuadas, y los demás detalles referentes a Ansys – Fluent, se realizó la modelación computacional de un vertedero triangular de pared delgada, estructura cuyo comportamiento hidráulico es similar al vertedero tipo laberinto (flujo a superficie libre) y cuya facilidad en términos geométricos, permite realizar modelaciones con un costo computacional menor, con el utilizar lo aprendido al vertedero tipo laberinto.

Adicionalmente se realizó un análisis del coeficiente de descarga y de la trayectoria del chorro de descarga, comparando los resultados con las teorías clásicas de este tipo de estructuras en distintas referencias bibliográficas. Se evaluó el comportamiento del perfil de velocidades, así como la distribución de presiones, las líneas de corriente, los niveles y la fracción de volumen. Para finalmente determinar la sensibilidad de la malla en los resultados.

4.2. Geometría

Cómo se mencionó anteriormente, la estructura es un vertedero triangular de pared delgada, con muros de 5 cm de grosor con un ángulo de 102° sin contracciones, con una altura de 25 cm y un ancho de 25 cm (ver **Figura 34**).

Fue necesario definir un espacio computacional el cual permitiera el flujo por encima del vertedero y un espacio adicional para evitar los posibles efectos de las condiciones de frontera. Para esto se seleccionó un paralelepípedo de 25 cm de ancho, 50 cm de alto y 1.0 m de largo. A continuación se mencionan algunos detalles adicionales acerca del espacio computacional y de la elección de sus dimensiones:

- La altura del espacio computacional se determinó a partir del cálculo inicial de la máxima lámina de agua esperada por encima de la estructura (obteniendo un valor de 12 cm con el

caudal de modelación seleccionado: 8 l/s) más un factor de seguridad, con el propósito de evitar posibles alteraciones por la condición de frontera superior.

- La distancia a la entrada y la salida del espacio computacional se determinó como 2 veces la altura máxima del vertedero, obteniendo un valor de 50 cm en la entrada y en la salida, medido desde el cuerpo del vertedero.

- El ángulo del vertedero es de 102°, debido a que proporciona la mejor simetría entre la altura y el ancho del vertedero (ambos de 25 cm).

- Por facilidad en los cálculos, el vertedero no posee contracciones.

- La relación entre altura y grosor es de 1/5, clasificándose como vertedero de pared delgada (Sotelo 2012).

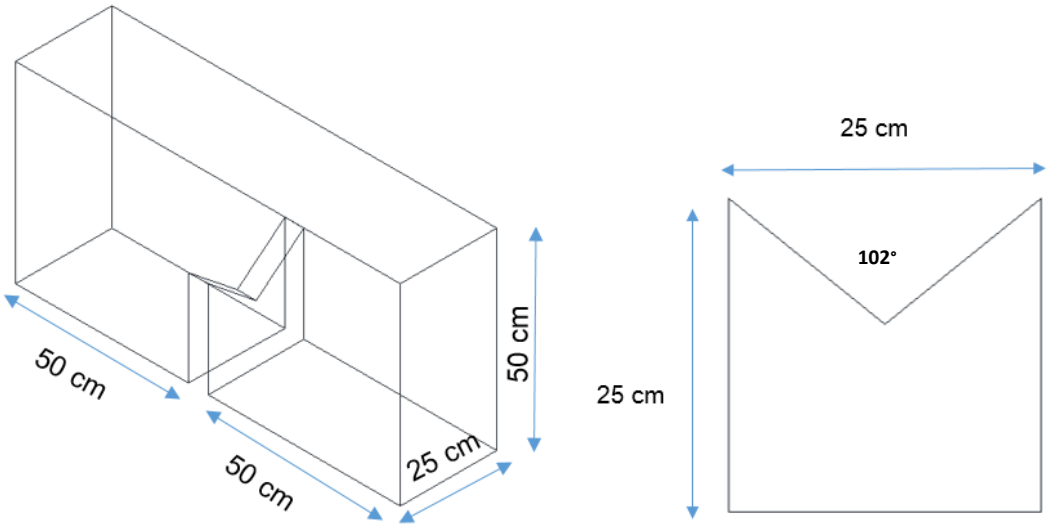


Figura 34. Geometría del vertedero triangular de pared delgada. **Fuente:** Elaboración propia.

.

Nota: Geometría fue desarrollada con el software de dibujo técnico AutoCAD 2012.

4.3. Mallado

Posterior a la generación de la geometría, se procedió a realizar el respectivo mallado. Tal y como se mencionó en el capítulo 1, la generación del mallado define no sólo la calidad de los resultados, sino también el tiempo computacional y el grado de detalle de los resultados (para un mayor detalle del procedimiento de mallado remitirse al capítulo 1). Para realizar la división del espacio computacional fue necesario exportar la geometría al mallador integrado de Ansys en su "Workbench" como un archivo ".iges" desde el AutoCAD.

La primera modelación realizada, cuenta con 231.454 celdas en total y 475396 con un tiempo computacional de tres (3) días, la segunda modelación 1.420.666 celdas, y 2.898.348 "caras" con un tiempo computacional de cinco (5) días. Se utilizó un computador Intel ® Xeon ® CPU E5-2407 v2 con dos (2) procesadores con una velocidad 2.40 GHz, 16 GB de memoria RAM, con 500 GB de memoria interna. Posteriormente, se procedió a refinar el mallado directamente en el Fluent, utilizando la fracción de volumen como parámetro de refinación, en un rango de 0.46 a 0.50 de porcentaje de agua en la mezcla.

A partir de la última refinación, la malla quedo definida con 1.570.382 celdas, equivalente a 3.266.633 "caras" para una variación total de 149.716 celdas y 368.285 caras adicionales, con un tiempo computacional de siete (7) días. En la **Tabla *10*** se encuentra la ficha técnica de dicha adaptación realizada en Ansys Fluent:

Tabla 10. Estadística generación de la refinación de la malla. **Fuente:** Ansys – Fluent.

Collective Partition Statistics:	Minimum	Maximum	Total
Cell count	183946	201326	1570382
Mean cell count deviation	-6.3%	2.6%	
Partition boundary cell count	2748	4271	27968
Partition boundary cell count ratio	1.4%	2.3%	1.8%
Face count	379375	426978	3266633
Mean face count deviation	-7.5%	4.1%	
Partition boundary face count	3056	4856	15745
Partition boundary face count ratio	0.7%	1.3%	0.5%
Cell weights	8e+05	1e+06	9e+06
Mean cell weight deviation	-27.1%	13.3%	
Partition neighbor count	2	6	
Partition Method	Metis		
Stored Partition Count	8		

Cabe destacar que la malla utilizada es de tipo híbrida: En las fronteras se utilizó una malla estructurada, la cual se adapta de mejor manera a la geometría del canal de entrada y del canal de salida, a diferencia del cuerpo del vertedero, en el cual se utilizó una malla no estructurada debido a los ángulos del vertedero. Cabe destacar, que la malla más refinada se encuentra en el cuerpo del vertedero con un tamaño no mayor a los 0.1 cm, debido al detalle que se requiere cerca a esta zona (ver **Figura 35**).

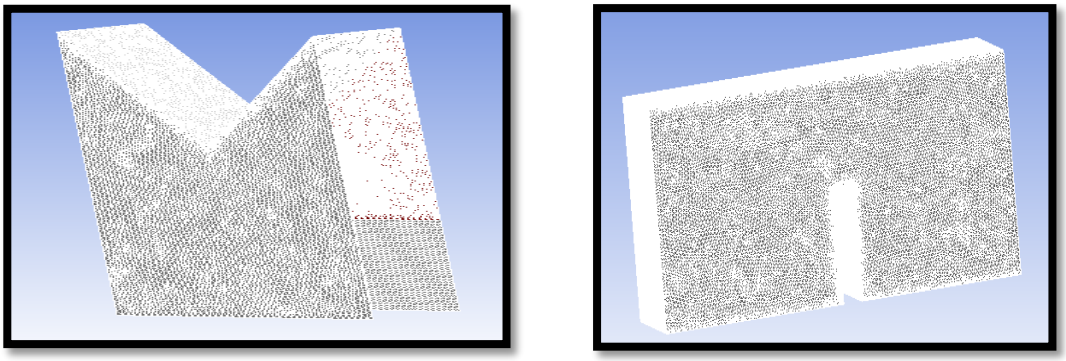


Figura 35. Detalle del mallado en el cuerpo del vertedero rectangular y en el espacio computacional. **Fuente:** Generado con Ansys.

4.3.1. Parámetros de calidad de la malla

Como se describió anteriormente, la calidad de la malla juega un papel importante en el desarrollo de la solución, y por tal es necesario especificar los parámetros que definen la calidad de esta:

<u>Ortogonalidad:</u> Teniendo en cuenta lo analizado en el capítulo 1, se determinó la ortogonalidad de cada celda como:

1. La primera metodología se define como el producto punto normalizado del vector de área de la cara ($\vec{A}$) y el vector que va desde el centroide de la celda al centroide de la cara ($\vec{f_l}$), (Ver **Ecuación 60**).

$$\frac{\vec{A} * \vec{f_l}}{|\vec{A}| * |\vec{f_l}|}$$

Ecuación 60. Ecuación de ortogonalidad a partir del centroide de la cara de la celda

2. Otra metodología se indica en la **Ecuación 61**, la se define como el producto punto normalizado del vector de área de la cara ($\vec{A}$) y el vector que va desde el centroide de la celda, al centroide de la celda adyacente con la que comparte esa cara ($\overrightarrow{c_l}$).

$$\frac{\vec{A} * \overrightarrow{c_l}}{\overrightarrow{|A|} * \overrightarrow{|c_l|}}$$

Ecuación 61. Ecuación de ortogonalidad a partir del centroide de la cara de la celda.

El menor valor calculado entre la **Ecuación 60** y la **Ecuación 61**, para todos los elementos, se define como la ortogonalidad de la celda. La menor ortogonalidad posible es cero (0) y una buena ortogonalidad tendrá un valor próximo a 1. En la **Figura 36** presenta un esquema de los vectores empleados en el cálculo de la ortogonalidad.

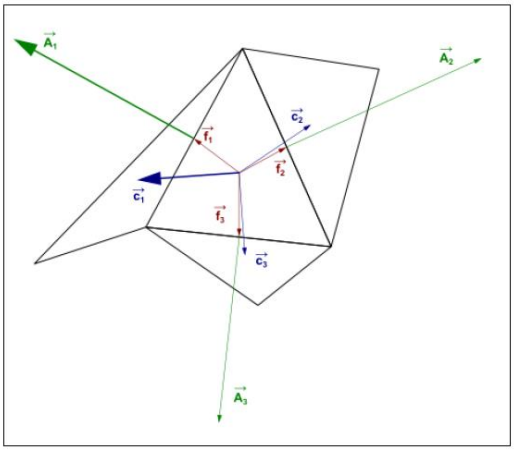


Figura 36. Posición de los vectores en una celda para la determinación de la ortogonalidad. **Fuente:** Generado con Ansys.

Otro parámetro que define la calidad de la malla es la relación de aspecto "Aspect Ratio", el cual se describe a continuación:

<u>Relación de Aspecto (Aspect Ratio):</u> Es una relación entre las dimensiones de la celda. Se calcula como el cociente entre el máximo y el mínimo valor de las siguientes distancias: La distancia normal entre el centroide de la celda y el centroide de sus caras (A) y las distancias entre el centroide y sus nodos (B). En la **Figura 37**, se presenta un esquema de las distancias empleadas para el cálculo de la

relación de aspecto. Como ejemplo, un cubo unitario tiene A= 0.866, B=0.5 tiene una relación de aspecto (Aspect Ratio) igual a 1.732. Una malla con una calidad adecuada, debe mantener el valor por debajo de 50.

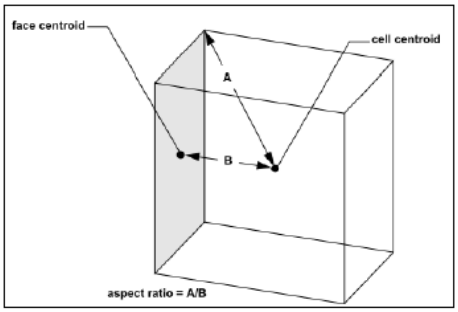


Figura 37. Detalle de las distancias para la determinación de la ortogonalidad. **Fuente:** (Ansys, 2012).

Para la modelación de este vertedero se tuvieron en cuenta los anteriores parámetros de calidad, siendo este el punto de partida para la selección del tamaño más adecuado de las celdas y el grado de refinación de la malla. En la **Tabla 11** se muestra el resumen de los parámetros de calidad de la malla para ambos casos, obtenidos con el mallador integrado de Ansys: "Workbench":

Tabla 11. Resumen estadística de mallado para ambos modelos del vertedero triangular.

Parámetro	*Malla básico*	*Mallado refinado*
Extensión del Dominio computacional		
Coordenadas en X (m)	Min: 0 – Max: 1.00	Min: 0 – Max: 1.00
Coordenadas en Y (m)	Min: 0 – Max: 0.50	Min: 0 – Max: 0.50
Coordenadas en Z (m)	Min: 0 – Max: 0.25	Min: 0 – Max: 0.25
Estadística de los Elementos		
Volumen Mínimo (m^3)	$9.953*10^{-11}$	$2.522*10^{-11}$
Volumen Máximo (m^3)	$5.563*10^{-6}$	$5.563*10^{-6}$
Volumen Total (m^3)	$1.225*10^{-1}$	$1.225*10^{-1}$
Área Mínima de Cara de Celda (m^2)	$1.753*10^{-7}$	$9.324*10^{-7}$
Área Máxima de Cara de Celda (m^2)	$7.051*10^{-4}$	$7.051*10^{-4}$

Tabla 12. Parámetros de calidad para ambos modelos del vertedero triangular.

Parámetro de Calidad	*Mallado Básico*	*Mallado Refinado*
Relación de Aspecto	26.67	26.67
Ortogonalidad	0.87	0.90

4.4. Condiciones de frontera

Tal como se vio en el capítulo 1, una condición de frontera son aquellas condiciones en zonas específicas de un espacio computacional, en la cual se define un valor determinado. La existencia de estas condiciones de frontera, define el problema y la forma en la cual los sistemas computacionales determinan la convergencia.

Las condiciones de frontera utilizadas en la mecánica de fluidos y por lo tanto, en la hidráulica general, son aquella que permiten la entrada y la salida del fluido, las condiciones presión y las delimitaciones física, como muros y estructuras rígidas. Siendo las más comunes: velocidad de entrada (velocity inlet), velocidad de salida (velocity Outlet), flujo másico a la entrada (mass flow inlet), flujo másico a la salida (mass flow outlet), presión de entrada (pressure outlet), presión de salida (pressure inlet), condición de muro (Wall), entre otras.

Teniendo en cuenta el problema específico del vertedero triangular, se procedió a analizar cada una de las condiciones de frontera, y los parámetros adicionales que permitieron asemejar el comportamiento hidráulico en la modelación computacional. A continuación se presenta la posición de cada una de las condiciones de frontera interpuesta en el espacio computacional

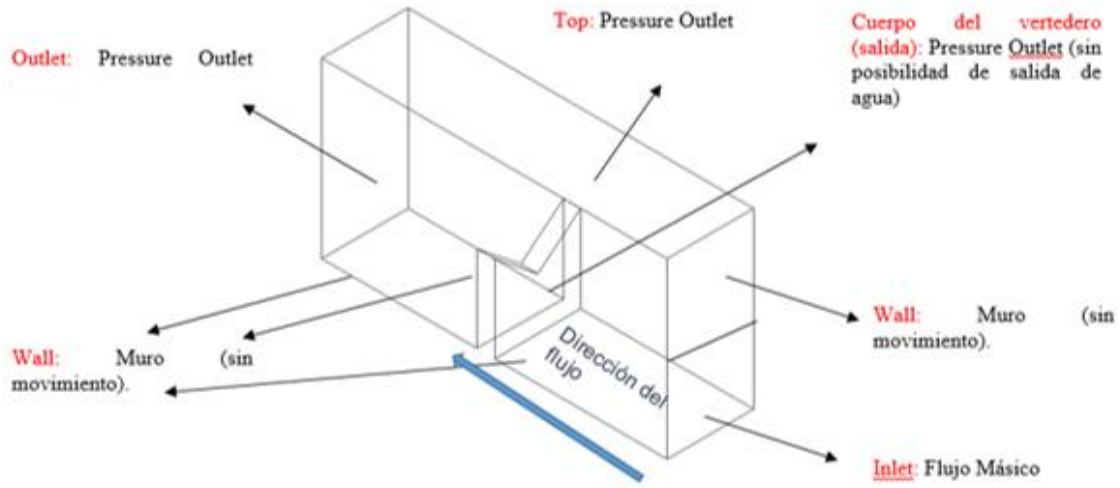


Figura 38. Condiciones de frontera en el espacio computacional del vertedero triangular. **Fuente:** Elaboración propia.

- **Condición de muro (Wall):** Esta condición de frontera, también denominada "Wall" no permite la salida, ni entrada de flujo (agua o aire), creando una condición equivalente a un muro físico impermeable, sin movimiento, pero con la consideración de efectos de esfuerzos cortantes. Esta condición se aplicó en la base del canal que contienen el vertedero, los muros laterales del vertedero y del canal, la parte superior de la entrada (la cual está divido en dos) y la cara aguas arriba del muro del vertedero (ver **Figura *38***).

- **Condición a la entrada (Mass Flow Inlet):** Para esta condición se utilizó la propiedad de "flujo másico a la entrada", recordando que el flujo másico es el producto entre la densidad del fluido y el caudal (ver **Ecuación 62**). Para este problema en particular el valor es igual a 7.984 Kg/s.

$$\dot{m} = Q * \rho$$

Ecuación 62. Flujo Másico

Cabe destacar que el fluido entra al espacio computacional desde la parte inferior de la cara aguas arriba (se dividió esta zona en dos partes), con el objetivo de disminuir la turbulencia generada por la caída del fluido, si se seleccionaba toda la zona (ver **Figura *39***)

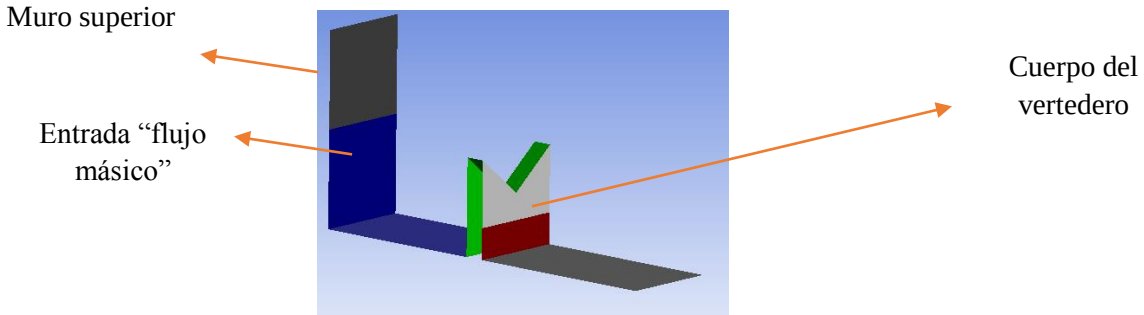


Figura 39. Condición de frontera a la entrada del vertedero triangular. **Fuente:** Elaboración propia.

- **Condición a la salida (Pressure Outlet):** Como es común en este tipo de problemas, la condición de salida es "Pressure outlet", en la que se supone presión atmosférica (101300 Pa en sistema absoluto). Para reducir el impacto del chorro en la descarga y acelerar la convergencia en el modelo, se llenó el canal de salida con una lámina de agua de 2 cm.

- **Condición muro superior (Wall):** Con el propósito de asemejar el comportamiento computacional al físico, se impuso la condición de presión atmosférica en la parte superior del volumen computacional, impidiendo la salida tanto de aire como de agua. Esta condición se adapta bastante bien a la opción "Open Channel" utilizada en Ansys – Fluent.

- **Condición en el cuerpo del vertedero (Pressure Outlet):** La cara aguas arriba del vertedero se dividió en dos secciones, con el fin de permitir agregar dos condiciones de frontera distintas: Presión atmosférica (Pressure Outlet) y muro (Wall) (ver **Figura *40***) en la parte inferior y superior respectivamente.

  Esto se realizó con el propósito de airear la zona entre el chorro y el cuerpo vertedero, y evitar que el fluido se "pegue" a la estructura, creando un perfil de flujo incorrecto al real (físico).

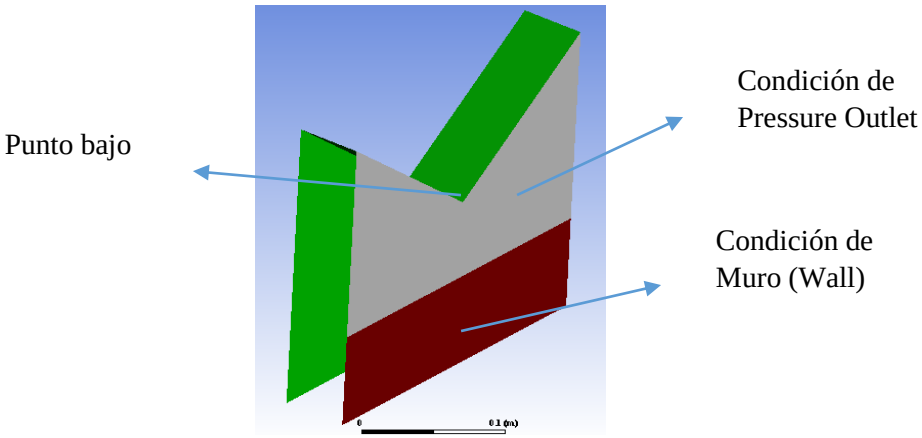


Figura 40. Condiciones de frontera en el cuerpo del vertedero triangular. **Fuente:** Elaboración propia.

4.5. Esquema numérico y detalles adicionales

La base de un desarrollo adecuado y ajustado a las condiciones físicas de un modelo computacional, es la selección del esquema numérico, que solucione de forma aproximada las ecuaciones que describen el flujo (ecuaciones de Navier – Stokes).

A continuación se describen los esquemas numéricos seleccionados y los modelos de turbulencias utilizados.

Esquema de discretización: Los esquemas de discretización del modelo se presentan en la **Tabla *13***.

Tabla 13. Esquema de discretización espacial del vertedero triangular.

Variable	Modelo de Discretización Espacial
Gradiente	Least Squares Cell Based
Presión	Body Force Weighted
Cantidad de movimiento	Second Order Upwind
Fracción de Volumen	Modified HRIC
Energía cinética turbulenta	Second Order Upwind
Tasa de disipación turbulenta	Second Order Upwind

Nota: Con el propósito de reducir el tiempo computacional, se decidió llenar el canal de entrada con un nivel de agua, igual al punto bajo del vertedero (0.15 m desde la solera).

Modelo de flujo a superficie libre: El esquema utilizado para esta condición es la herramienta "VOF" (Fracción de volumen de fluido).

Modelo de turbulencia: El modelo de turbulencia utilizado es el K-ε: función de pared estándar (Standard Wall Function), donde los valores de K y ε son respectivamente 0.8017 y 0.964 calculados por medio de la **Ecuación 46** y la **Ecuación 47**.

Criterio de convergencia: El criterio de convergencia se definió a partir de los factores residuales de la cantidad de movimiento y las componentes de velocidad U, V y W. El factor residual corresponde al error absoluto que se presenta en cada iteración, o en términos sencillos, el cambio de magnitud entre iteraciones, siendo $1*10^{-4}$ el error máximo para aceptar la existencia de convergencia.

Adicionalmente se evaluó el cambio del flujo másico en la entrada y salida del espacio computacional, siendo aceptable un error final de 0.1% con respecto al flujo másico total, correspondiente a un valor de 0.008 Kg/s.

<u>Otras consideraciones:</u>

1. Se tuvo en cuenta los efectos de la gravedad.
2. Se utilizó un esquema implícito para la modelación en flujo no permanente: Con el propósito de acerca el modelo computacional a las condiciones físicas. Se limitó el número de Courant a 0.9 y se utilizaron dos (2) pasos de tiempo por iteración, con una amplitud variable (ajustada por el programa).
3. Se trabajó con la opción de "Open Channel".

4.6. Análisis de la trayectoria del chorro:

Como primer parámetro a analizar, se evaluará el perfil de flujo a lo largo del espacio computacional. En la **Figura *41*** se puede apreciar una imagen de la fracción de volumen en tres dimensiones sobre el vertedero:

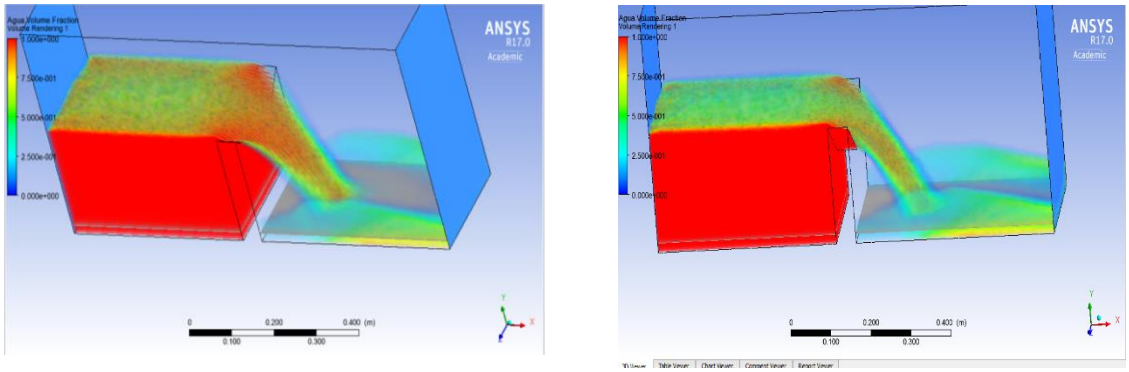


Figura 41. Fracción de volumen en tres dimensiones (3D). **Fuente:** Elaborado con Ansys –Fluent.

En la figura anterior se puedo observar claramente el chorro y la contracción del fluido al pasar por el cuerpo de la estructura, el rebote del fluido al impactar la solera y la variación de la concentración agua – aire en la mezcla (distintas tonalidades), parámetros que se analizarán con más detalle en el presente capítulo.

Con el propósito de visualizar de mejor manera el perfil de flujo, se presenta la siguiente imagen en 3D de la lámina de agua para un rango de 0.5 a 1.0 de fracción de volumen, generado con Ansys Fluent.

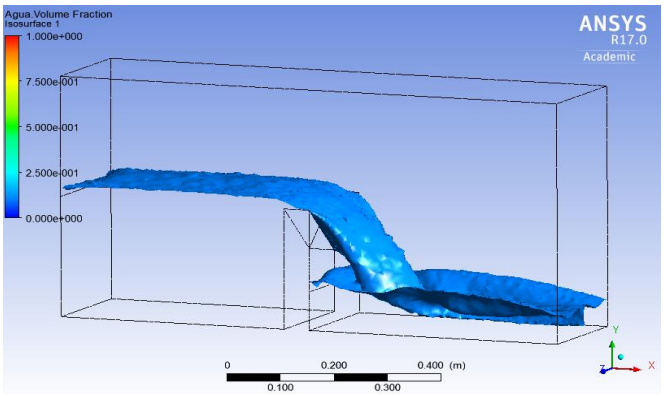


Figura 42. Fracción de Volumen de agua en tres dimensiones. **Fuente:** Elaborado con Ansys – Fluent.

Debido a que todos los análisis que se desarrollaran de aquí en adelante, dependen del nivel de la lámina de agua, es necesario extraer la información en distintos puntos a lo largo del cuerpo del vertedero.

Inicialmente se ha generado el perfil de flujo a partir de un plano longitudinal ubicado en el centro del espacio computacional, para el análisis de la trayectoria del chorro y el coeficiente de descarga.

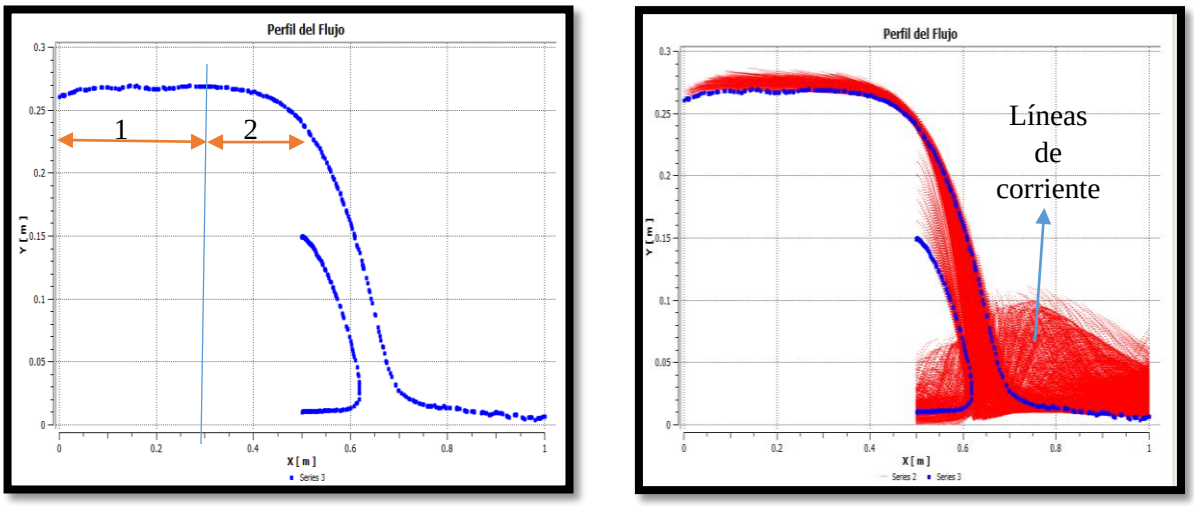


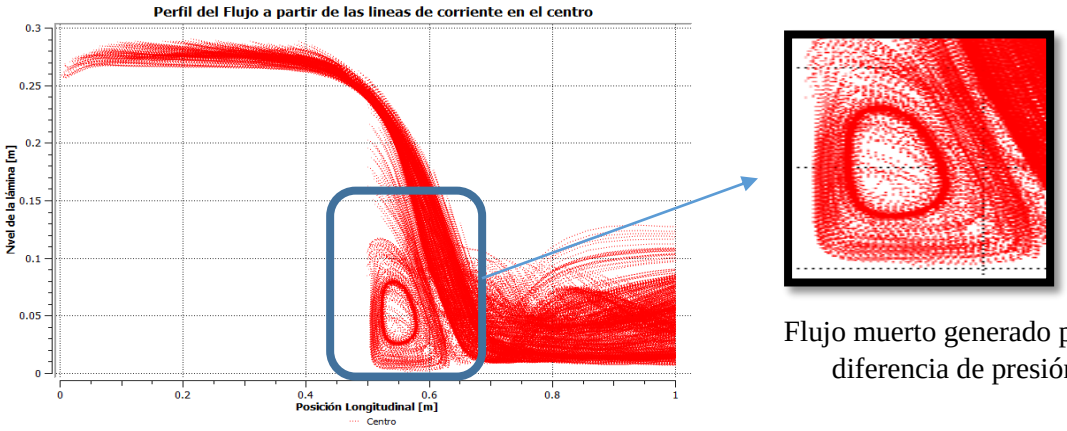
Figura 43. Perfil de flujo y línea de corriente en el chorro. **Fuente:** Elaborado con Ansys –Fluent.

Como se puede ver en la **Figura 43**, el perfil de flujo posee una tendencia laminar en el canal de entrada antes de atravesar el vertedero, para posteriormente caer por la estructura, generando un chorro con trayectoria parabólica.

Se subdividió el canal de entrada en dos zonas, teniendo en cuenta la fluctuación del nivel. En la zona 1, se observa una alteración numérica del nivel, debido a la influencia de la condición de frontera en la abscisa 0.0 m. En la zona 2, se presenta una tendencia más uniforme; zona utiliza para el cálculo del coeficiente de descarga.

Adicionalmente a esto, si superpone el perfil de flujo con las líneas de corriente en esta zona, se puede apreciar el impacto del fluido en la parte inferior del canal, generando una elevación del nivel de forma errática, debido a la energía residual (ver **Figura 43**).

Realizando un acercamiento en la zona de la caída del flujo, se observa un vórtice creado por la diferencia de presión entre la estructura y el chorro, y por el choque de las partículas con la solera del canal, el cual genera alteraciones en las líneas de corriente (ver **Figura *44***).



Flujo muerto generado por la diferencia de presión

Figura 44. Detalle de la Vorticidad generando flujo muerto entre el chorro y el vertedero. **Fuente:** Elaborado con Ansys –Fluent.

Ahora, con ayuda de los datos generados por Ansys - Fluent, se dispone a exportar la información a una hoja de cálculo, con el objetivo de analizar el perfil de flujo junto con la geometría del vertedero (Ver **Figura 45**)

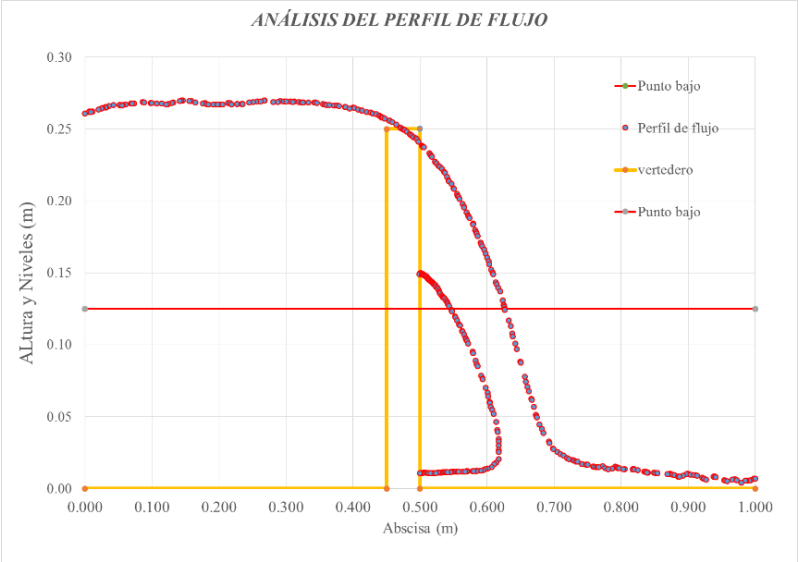


Figura 45. Perfil de flujo sobre el vertedero triangular. **Fuente:** Elaboración propia.

Con el propósito de evaluar el esquema numérico, verificar la fiabilidad de los resultados del modelo computacional, se comparó la trayectoria del chorro generado por Ansys - Fluent, con las funciones experimentales de la trayectoria del chorro, propuestas por distintos autores.

1. Ecuación de la trayectoria de chorro: Creager (1960)

$$y = x * \tan[\theta] - \frac{x^2}{4 * K * (d + hv) * Cos^2[\theta]}$$

Ecuación 63. Perfil de la trayectoria de chorro. Creager (1960)

Donde,

y: Ordenada de una partícula del chorro.
x: Abscisa.
θ: Ángulo de la trayectoria de inicio del chorro. $\theta = Artan[\frac{Vy}{Vx}]$
K: Constante de proporcionalidad que depende h_v/H (Small Dams (2007))

H: Energía por encima del vertedero $H = \frac{V^2}{2*g} + h$

hv: Columna de velocidad o columna de energía cinética $hv = \frac{V^2}{2*g}$

2. Ecuación de la trayectoria de chorro: Borda (1766)

$$\frac{y}{h} = \frac{(\frac{x}{h} - 0.1)^2}{1.55^2} + 0.062 * \frac{x}{h} - 0.186 \; para \; \frac{x}{h} > 0.50$$

Ecuación 64. Perfil de la trayectoria de chorro. Borda (1766)

Donde,

y: Ordenada de una partícula del chorro.
x: Abscisa definida.
h: Energía total por encima del vertedero

3. Ecuación de la trayectoria de chorro: Francis (1976)

$$\frac{y}{h} = \frac{(\frac{x}{h} - 0.70)^2}{1.42^2} \quad para \;\; \frac{x}{h} > 1.40$$

Ecuación 65. Perfil de la trayectoria de chorro. Francis (1976)

Donde,

y: Ordenada de una partícula del chorro
x: Abscisa.
h: Energía total por encima del vertedero

Realizando una comparación de estas tres metodologías (ver **Figura 46**), se aprecia una dispersión entre las trayectorias de los chorros, para las abscisas que superan los 0.60 m. Esto sugiere que a medida que aumenta el alcance del chorro, más incierto será su trayectoria. Es por esta razón que se recomienda el uso de dos o más metodologías para la determinación de las variables hidráulicas.

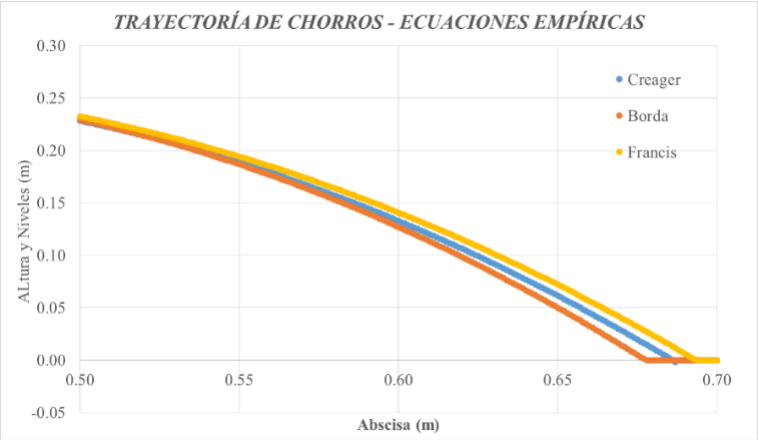


Figura 46 Comparación de la ecuación de trayectoria de un chorro por Borda, Creager y Francis. **Fuente:** Elaboración propia.

A continuación se presenta realiza la comparación gráfica del chorro generado por la modelación computacional, con las funciones definidas por los anteriores autores, obteniendo los siguientes resultados:

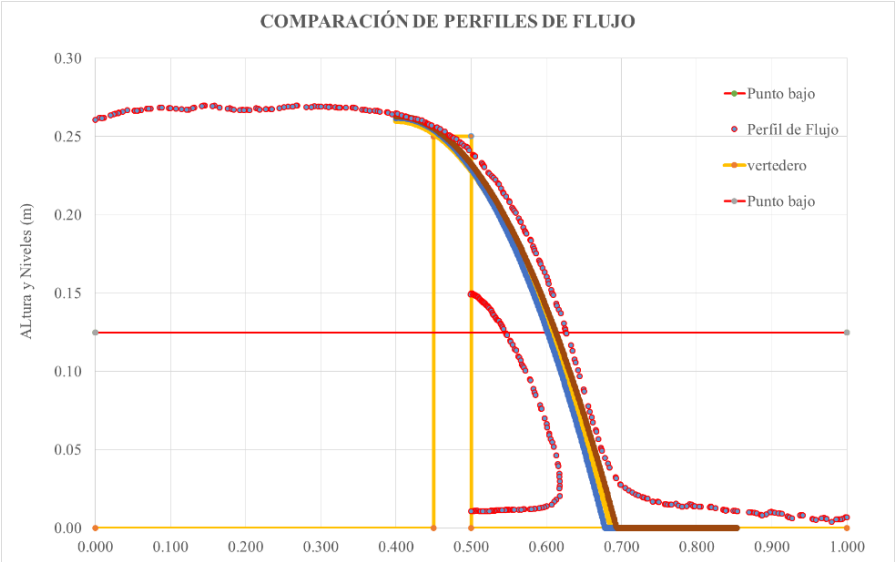


Figura 47. Comparación de la ecuación de trayectoria de un chorro por Borda, Creager y Francis con los resultados del modelo realizado en Ansys Fluent. **Fuente:** Elaboración propia.

Como se puede ver en el gráfico anterior, existe bastante concordancia entre las funciones evaluadas y los resultados generados con el modelo computacional. Con alguna diferencia en la zona media de la trayectoria del chorro. Para corroborar la anterior afirmación se calculó el error porcentual

promedio arrojando valores de 2%, 5% y 8%, para las funciones de Borda, Creager y Francis respectivamente.

4.7. Análisis del coeficiente de descarga:

Como se mencionó en el capítulo 3, un parámetro muy importante de este tipo de estructuras, es el coeficiente de descarga, el cual define la eficiencia de la estructura. Con el propósito de evaluar los resultados del modelo computacional se determinó el coeficiente de descarga a partir de la **Ecuación 4** y se comparó con los resultados empíricos definidos por distintos autores (ver **Ecuación 6** a **Ecuación 11**). Para determinar dicho coeficiente, es necesario calcular inicialmente la energía por encima del punto bajo del vertedero.

Se calculó la lámina (h), como la diferencia entre el punto bajo de la estructura (inicio del ángulo de abertura, correspondiente a 0.15 m, medido desde la solera y la lámina de agua promedio, 0.267 m, medido en la zona número dos (2) del perfil de flujo (ver **Figura 43**), obteniendo asín un valor de 0.117 m (Ver **Ecuación 66**).

$$h = y - p_t$$

Ecuación 66. Lámina de agua por encima del vertedero

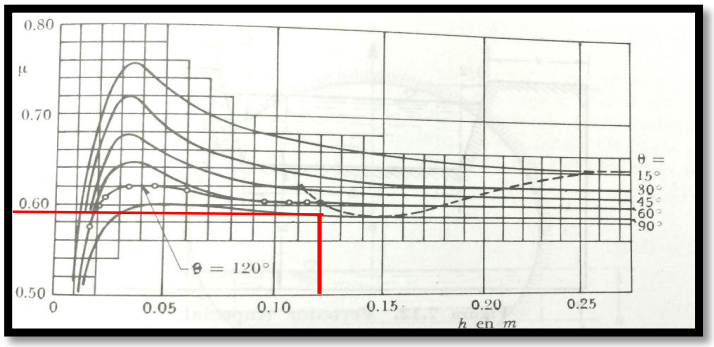
Donde,

h: Lámina de agua por encima del punto más bajo del vertedero
p_t: Punto bajo del vertedero

Posteriormente se calculó el coeficiente de descarga con la **Ecuación 4**, donde H es la energía por encima del punto bajo del vertedero, el cual se puede aproximar a "h" teniendo en cuenta que la energía cinética es despreciable en comparación con el nivel, debido a la baja velocidad de aproximación:

$$C = \frac{Q}{Tan\left(\frac{\emptyset}{2}\right) * \frac{8}{15} * \sqrt[2]{2 * g} * h^{5/2}} = 0.586$$

Universidad Católica de Chile (1959): A partir de la **Figura 6** es posible determinar el coeficiente de descarga del vertedero triangular, asumiendo que la curva para 102° es paralela a la generada para 90°, para un valor de "h" de 0.12 m, obteniendo C: 0.58.



Calculando el coeficiente de descarga adimensional "C" y el coeficiente de proporcionalidad "C_d" a partir de las **Ecuación 6**, **Ecuación 7**, **Ecuación 8**, **Ecuación 9**, **Ecuación 10** y **Ecuación 11** descritas en el capítulo 3, se realiza un análisis comparativo con el coeficiente calculado a partir de los resultados del modelo computacional:

Tabla 14. Comparación del coeficiente de descarga entre los modelos empíricos y el modelo computacional.

Función Utilizada	Coeficiente de descarga (C)	Coeficiente de descarga (Cd) ($m^{1/2}/s$)	Error con respecto al determinado (%)
Determinado con el modelo computacional.	0.586	1.386	-
Gourley y Crimp (1961)	0.596	1.408	1.69
Hegly (1921)	0.626	1.479	6.97
Barr (1909)	0.590	1.394	0.76
Koch (1923) y Yarnall (1926)	0.585	1.382	0.17
Heyndrickx (1957)	0.605	1.430	6.98

Como se puede apreciar, en términos generales, el coeficiente de descarga se ajustan bastante bien a las funciones experimentales definidas por los distintos autores, obteniendo un error promedio 3.31%.

Debido a que el vertedero modelado posee un ángulo de 102°, y las ecuaciones de (Hegly (1921) y Koch (1923)) fueron generadas a partir de un vertedero triangular de 90°, este tiene un error bastante grande. Si se eliminan las ecuaciones de Hegly (1921) y Koch (1923), cuya aplicación no es tan conveniente debido al ángulo del vertedero modelado, se obtiene un error promedio de 0.87%.

Por tanto, se puede afirmar que el modelo computacional realizado con Ansys Fluent, se aproxima bastante bien a los resultados experimentales. Po tanto, es posible utilizar el esquema numérico en los siguientes modelos relacionados con vertederos hidráulicos y por tanto, del vertedero tipo laberinto.

4.8. Análisis de las líneas de corriente y los vectores de velocidad:

Ya habiendo confirmado la fiabilidad del modelo a partir del coeficiente de descarga y de la trayectoria del chorro, es posible realizar análisis más afondo del comportamiento hidráulico del vertedero triangular. Comenzaremos analizando las líneas de corriente, con ayuda del post-procesador de Ansys-Fluent.

En la **Figura 48** se puede apreciar como las líneas de corriente son estables y uniformes antes de la estructura. Al observar las tonalidades, las cuales representan la magnitud de la velocidad, se puede apreciar que el valor máximo se encuentra en el chorro, justo en la zona donde tiene contacto con la solera del canal de salida.

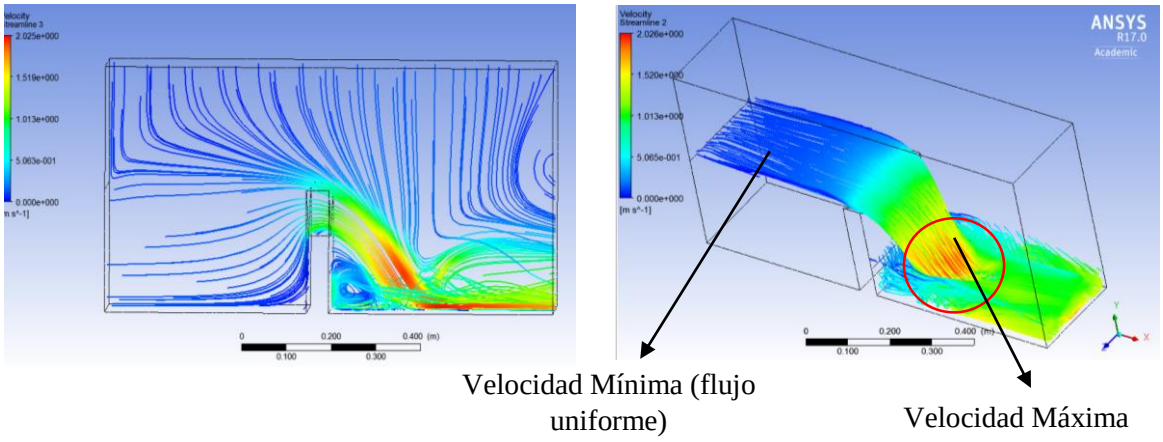


Figura 48. Líneas de corriente en el vertedero triangular. **Fuente:** Elaborado con Ansys –Fluent.

Realizando un detalle entre el chorro de descarga y el vertedero, es posible evaluar el comportamiento y la trayectoria errática del vórtice que se forma debido al impacto del fluido en la solera. En la **Figura 49** se puede observar una clara recirculación, denominada en algunas referencias bibliográficas como "flujo muerto"

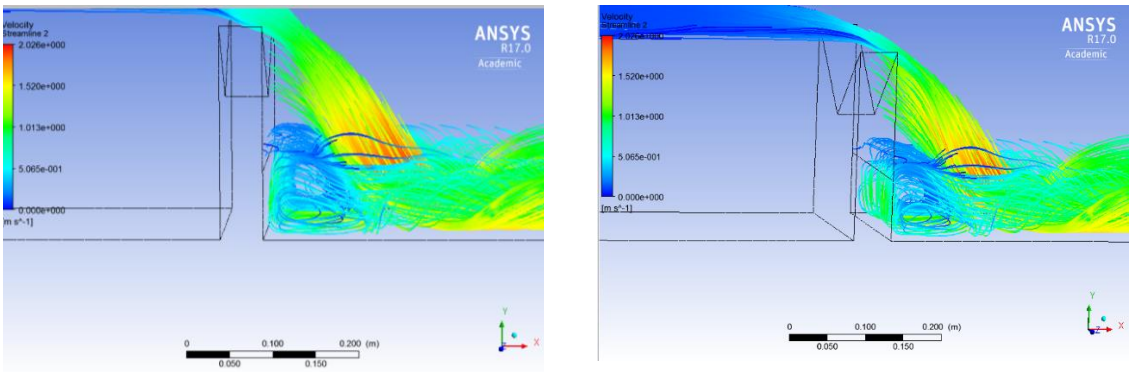


Figura 49. Detalle del vórtice generado por el chorro de descarga. **Fuente:** Elaborado con Ansys – Fluent.

Con el propósito de evaluar más afondo el comportamiento hidráulico, es posible graficar el campo de velocidades y apreciar los detalles del flujo en el chorro de descarga, en el vórtice y en el rebote del fluido al impactar la solera del canal (ver la **Ecuación 65**).

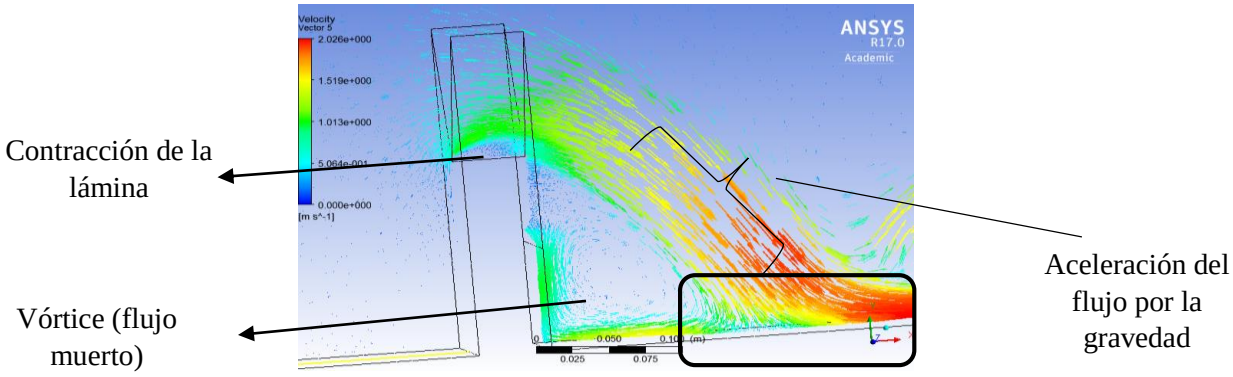


Figura 50. Campo de velocidades en el chorro de descarga. **Fuente:** Elaborado con Ansys –Fluent.

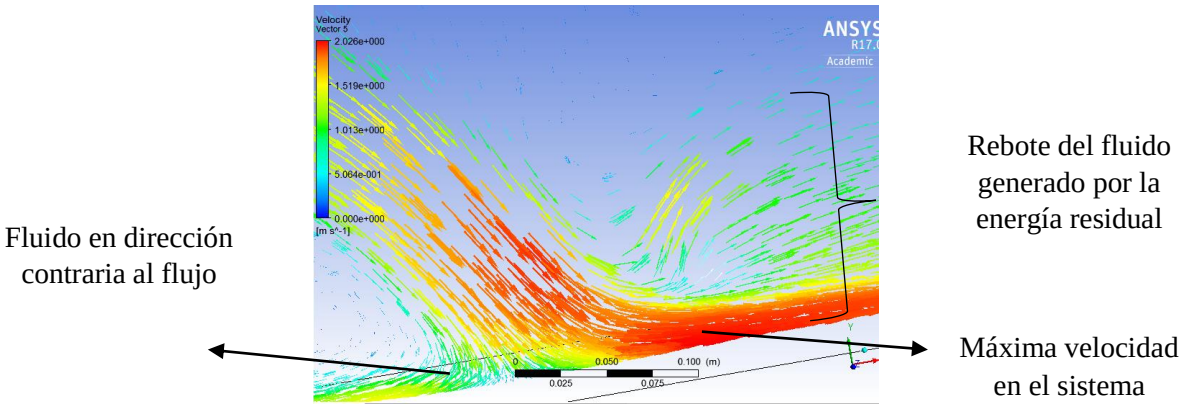


Figura 51. Detalle del campo de velocidades del chorro al impactar la solera. **Fuente:** Elaborado con Ansys –Fluent.

En las anteriores imágenes se puede apreciar, como la velocidad del fluido aumenta desde la salida del punto bajo del vertedero y como, se dispersa al impactar el fondo en dirección tanto horizontal como vertical.

Se puede ver, como la energía remanente del impacto, provoca que el fluido se eleve a más de 15 cm sobre el canal y como las líneas de corriente en sentido del flujo, poseen la mayor velocidad de todo el sistema, a diferencia del fluido que se mueve en dirección contraria al flujo.

4.9. Análisis del perfil de velocidades:

Analizado ahora el campo de velocidades, es posible comprender el cambio de la velocidad a medida que disminuye la concentración de la fracción de volumen y el desarrollo general del perfil de velocidades a medida que se acerca a la estructura (ver la **Figura *52***).

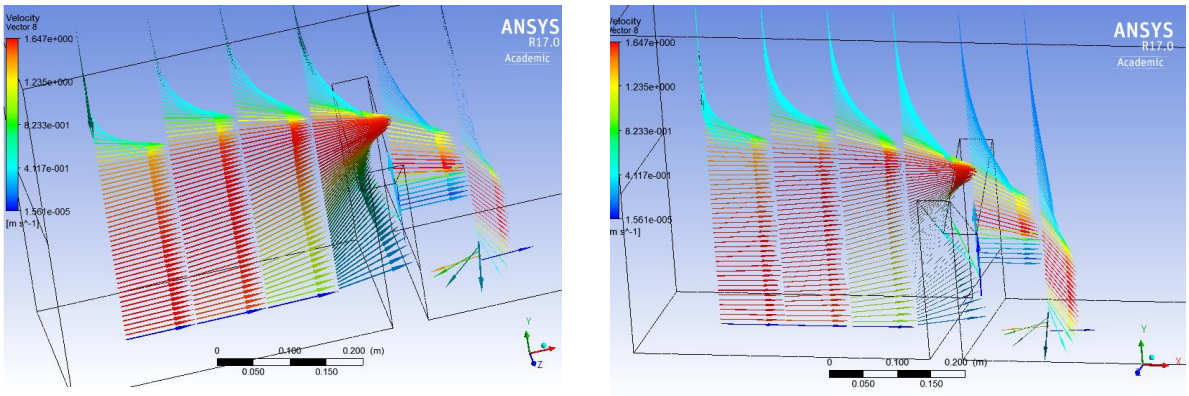


Figura 52. Campo de velocidades y perfil de velocidades. **Fuente:** Elaborado con Ansys –Fluent.

Se puede apreciar como el perfil de velocidades en el agua (color completamente rojo) es uniforme a lo largo del canal de entrada y como el perfil de velocidades del aire (color azul claro) tiene una tendencia parabólica hasta el punto más alto del volumen computacional. Adicionalmente, se puede observar como los vectores de velocidad se concentran, a medida que se acerca el flujo al vertedero, para posteriormente caer por los efectos de la gravedad.

Analizando ahora el campo de velocidades en el canal de salida, se puede ver como los vectores poseen una tendencia parabólica durante la caída y para posteriormente dispersarse desde el centro del impacto a los extremos del canal, generando una elevación del fluido por las paredes, disipando su energía a medida que se aleja del epicentro del impacto (ver **Figura *53*).**

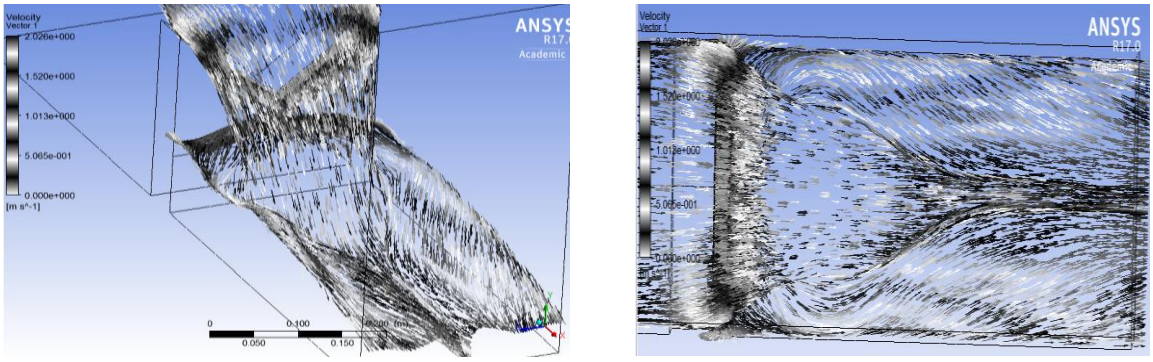


Figura 53. Campo de velocidades en el chorro y en el canal de salida. **Fuente:** Elaborado con Ansys – Fluent.

Debido a que se quiere analizar el perfil de velocidades a través del canal y en la estructura del vertedero, se procede a determinar la magnitud de la velocidad para distintos puntos a lo largo del espacio computacional.

Esto se logró al graficar los perfiles de velocidades por medio del postprocesador integrado de Ansys, para cuatro (4) puntos distintos en sentido transversal: 0.0625 m, 0.125 m y 0.1875 m, para tres abscisas: a 0.10 m, 0.30 m, 0.40 m y sobre exactamente en el paramento del vertedero (**Figura 54**).

Como se puede ver en la **Figura 54**, la variación de la velocidad en términos trasversales es despreciable y por tanto es posible afirmar, que al medir la velocidad en un plano transversal "x" a una profundidad "y" esta poseerá la misma magnitud en los vertederos triangulares.

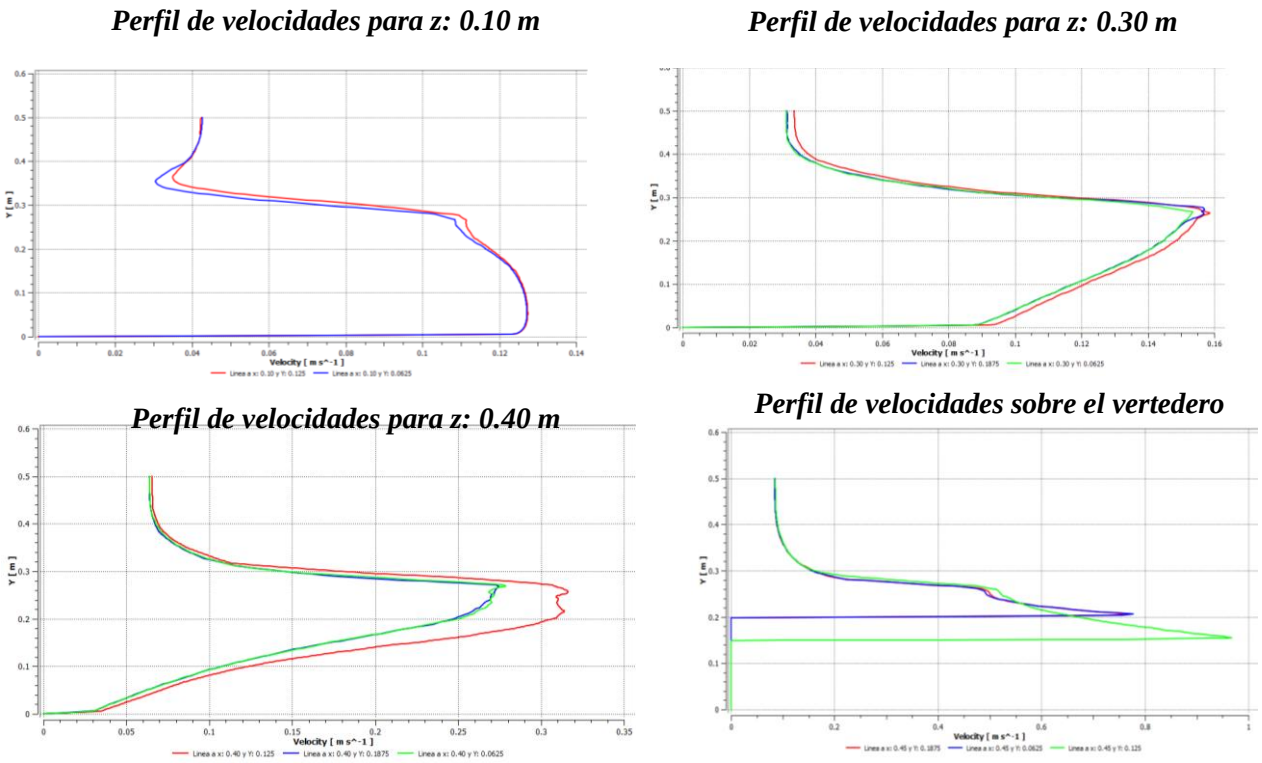


Figura 54. Comparación a nivel transversal del perfil de velocidad para z: 0.10 m, 0.30 m, 0.40 m y sobre el vertedero **Fuente:** Elaboración propia.

Para evaluar el desarrollo del perfil de velocidades a lo largo del canal de aproximación, es necesario superponer los anteriores gráficos y analizar la variación para los tres puntos transversales a lo largo del canal de entrada.

En la **Figura 55**, se observa como el perfil de velocidades al inicio, posee una tendencia uniforme y a medida que se acerca al vertedero, su valor máximo aumenta en niveles que oscilan entre 0.24 m y 0.26 m, debido a los efectos de la inercia generados por el chorro de descarga en el vertedero.

Adicionalmente se puede observar que las máximas velocidades se encuentran sobre el punto más alejado del ángulo formado por los muros del vertedero triangular en dirección vertical; un resultado que no se esperaba, ya que la sección transversal más angosta del vertedero se encuentra a 0.15 m desde la solera (punto bajo del vertedero).

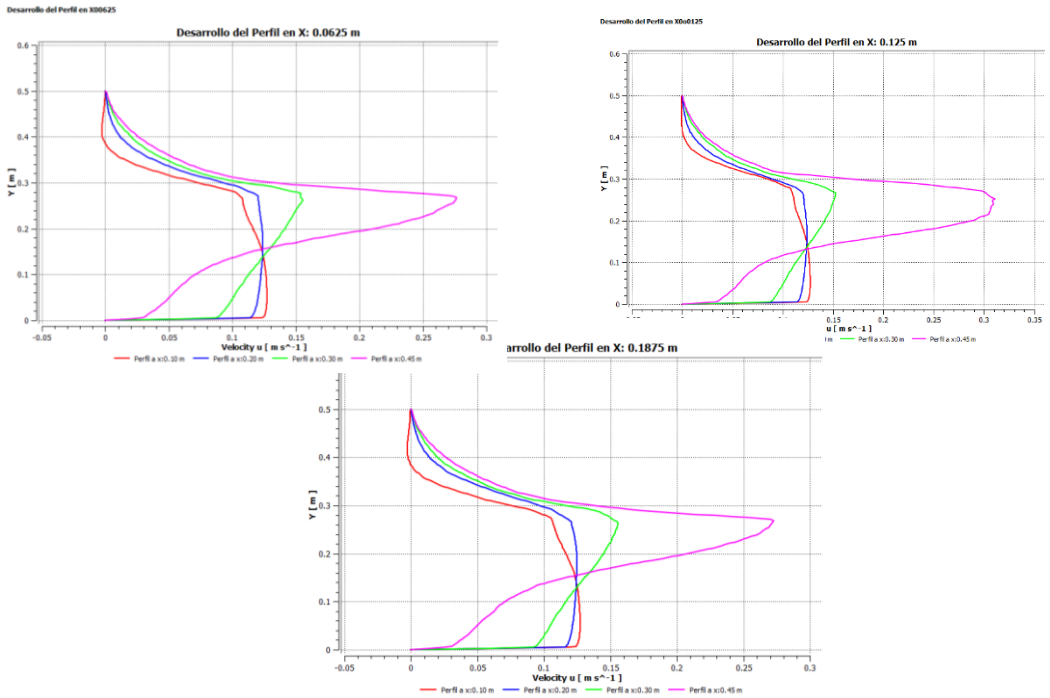


Figura 55. Desarrollo del perfil de velocidad para 0.0625 m, 0.125 m y 0.1875 m. **Fuente:** Elaboración propia.

4.10. Análisis de la fracción de volumen de fluido

Como se describió en el capítulo 3, existe una mezcla de agua – aire en toda la zona de dibujo del espacio computacional. Esto se puede apreciar con más detalle en el contorno de la fracción de volumen (ver **Figura 56**). Se puede ver una alta concentración de aire en la capa más externa del perfil de flujo y aún más, en la turbulencia generada por la zona entre el chorro y el cuerpo del vertedero.

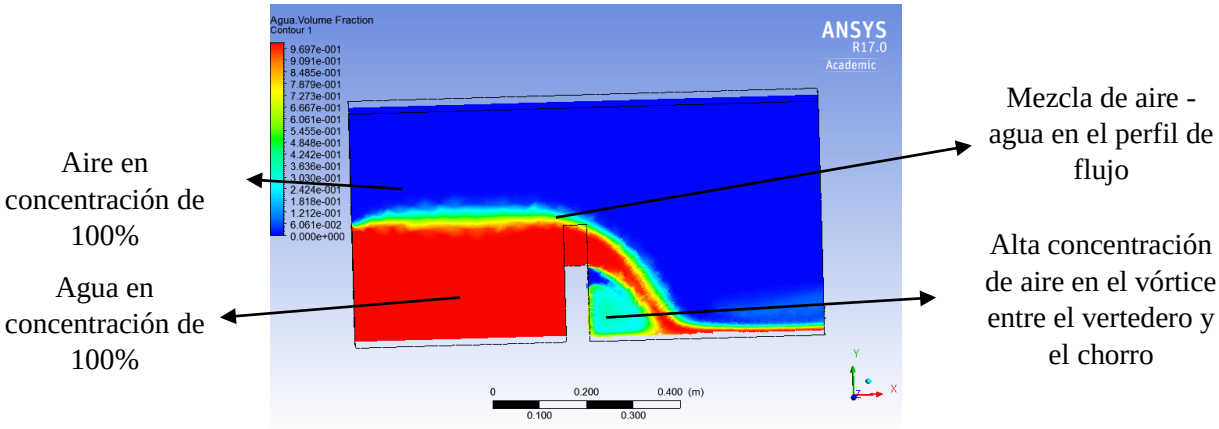


Figura 56. Contorno de fracción de volumen en un plano central. **Fuente:** Elaboración propia.

Trasladando estos contornos a datos numéricos, es posible definir en qué intervalos la concentración de agua es del 100% y por tanto, identificar el nivel en el cual son aplicables las ecuaciones que definen los vertederos.

Con el fin de determinar la variación de la concentración de la mezcla agua –aire, para 0.0625 m, 0.125 m y 0.1875 medidos transversalmente y para cuatro posiciones longitudinales (0.10 m, 0.20 m, 0.30 m y 0.40m), se han generado perfiles de fracción de volumen (Ver **Figura 57**).

Se encontró una pequeña variación de la concentración en términos transversales, siendo esta de mayor magnitud a medida que se acercan a los muros laterales.

Adicionalmente, se puede observar que la fracción de volumen de agua para 100% de concentración se presenta a 0.22 m y 0.24 m, medidos desde la solera del canal.

La lámina de agua para los cálculos, se seleccionó cómo el nivel correspondiente a una concentración de volumen de agua de 100% (Manual técnico de Ansys, 2010), obteniendo un valor de 0.267 m medidos desde la solera (ver **Figura 57**).

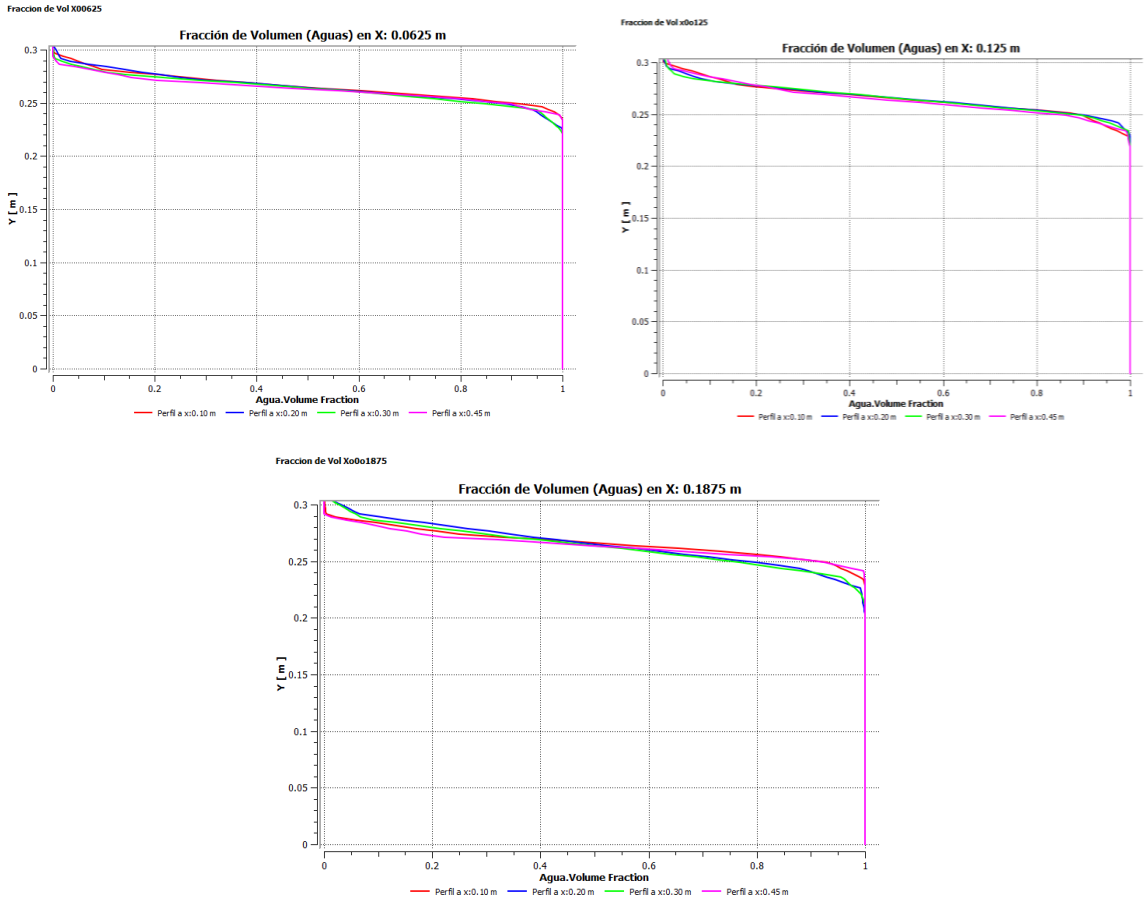


Figura 57. Fracción de volumen del canal de entrada del vertedero. **Fuente:** Elaboración propia.

4.11. Análisis de la distribución de presiones

Como es bien sabido, el agua es un fluido incompresible y newtoniano, el cual para fluidos en reposo o hidrostáticos genera esfuerzos de presión de igual magnitud en todas las direcciones, los cuales se pueden cuantificar con ayuda de la **Ecuación 67**.

$$P = \gamma * h_p$$

Ecuación 67. Función para el cálculo de presión hidrostática.

Donde,

γ: Peso específico del fluido

h_p: Distancia desde la superficie libre al punto de evaluación

Teniendo en cuenta que este es un fluido en movimiento, la anterior ecuación no es aplicable, pero bastante aproximada, para canales horizontales con líneas de corriente con baja curvatura. Se puede suponer hidrostática la presión en el canal de entrada al vertedero y acelerada posterior a la estructura (chorro y caída).

Si se calcula la presión hidrostática con ayuda de la **Ecuación 67** a partir de la lámina de agua seleccionada (0.267 m), se obtiene una presión hidrostática de 2614 Pa, valor muy similar al obtenido por el programa (2590 Pa) en la parte más baja de la sección. Obteniendo un error de 0.92%, confirmando la buena aproximación al considerar la presión como hidrostática. Pero es necesario resaltar, que al superar los 0.15 m (altura del vertedero), un perfil hidrostático no es aplicable debido a los efectos de la aceleración en las partículas de agua, al caer por la estructura.

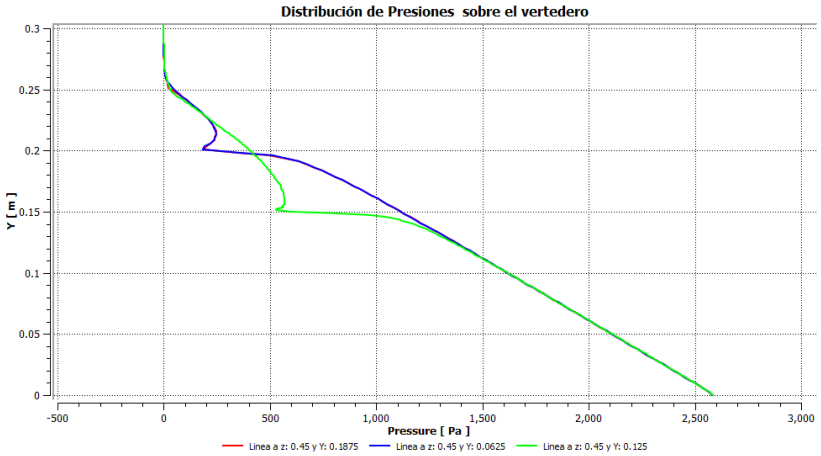


Figura 58. Distribución de presiones sobre el vertedero. **Fuente:** Elaboración propia.

4.12. Análisis de sensibilidad de la malla

Como se mencionó anteriormente, se realizaron tres modelaciones con la misma geometría, las mismas condiciones de fronteras y el mismo esquema numérico, pero refinando la malla a partir de la fracción de volumen en un intervalo de 0.46 a 0.50 de porcentaje de agua en la mezcla.

Con el propósito de observar la sensibilidad de los resultados con respecto a la malla utilizada, se realizó una comparación del perfil de flujo entre ambas modelaciones (malla refinada y sin refinar).

Como se puede observar en la **Figura 59**, el cambio es prácticamente imperceptible. Los resultados con la malla refinada tienen la misma tendencia y magnitud que el modelo con la malla sin refinar. La diferencia que se percibe es la mayor uniformidad del nivel antes de atravesar el vertedero, con respecto a la malla sin refinar; a pesar de esto, la diferencia es mínima y despreciable (error inferior al 0.8 %) en la zona donde se evalúo el coeficiente de descarga y en el chorro de descarga.

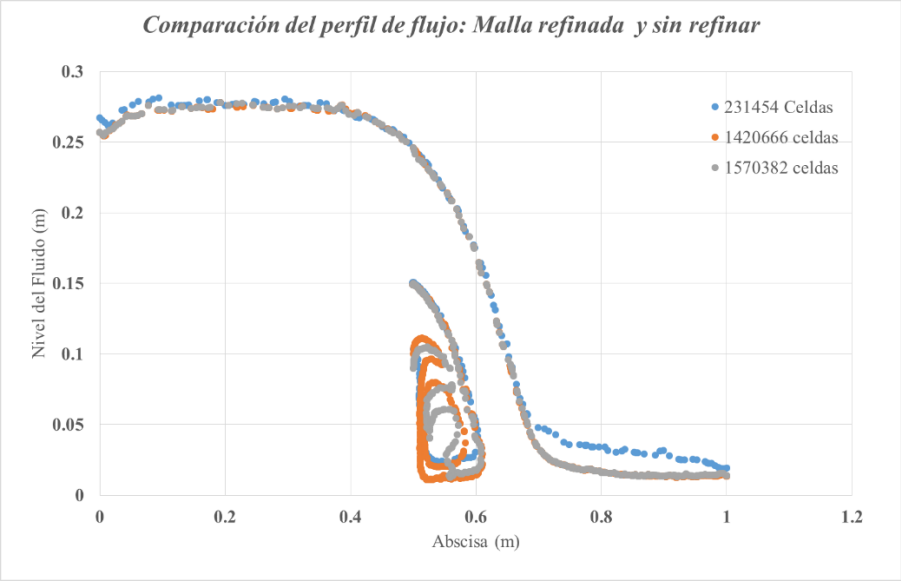


Figura 59. Comparación de perfiles de flujo: Malla Refinadas y sin refinar.

Para corroborar lo descrito anteriormente, se realizó otro análisis comparativo, pero esta vez con el perfil de velocidades a z: 0.20 m medido desde el origen del volumen computacional, encontrando la misma conclusión: La malla no afecta los resultados del modelo computacional y por tal razón se puede afirmar que los resultados son independientes de la misma.

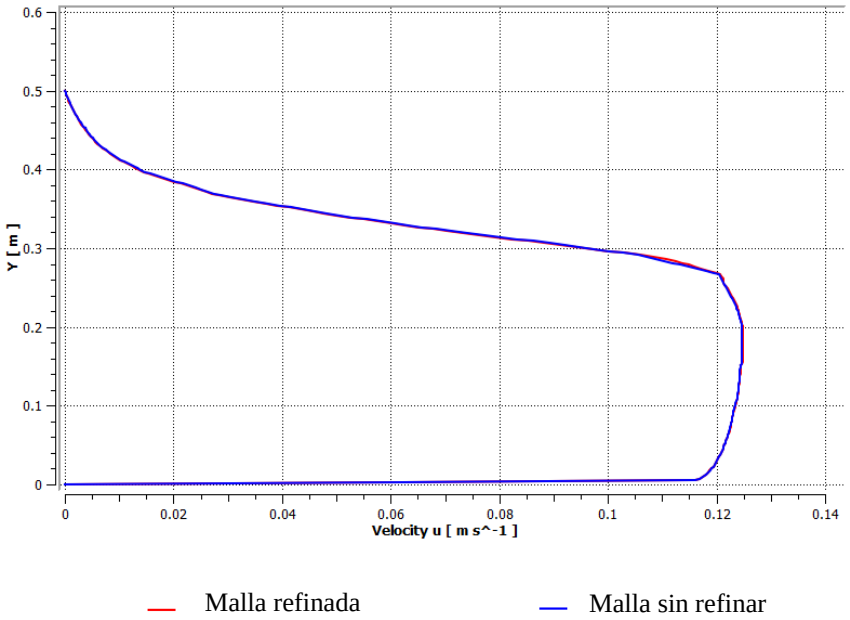


Figura 60. Comparación de perfiles de velocidades Z: 0.20 m: Malla Refinadas y sin refinar.
Fuente: Elaboración propia.

Capítulo 5. Modelación Computacional de un Vertedero “Pico de Pato”

5.1. Descripción general

A partir del esquema numérico seleccionado en el capítulo 4, de los parámetros de calidad del mallado mencionado, y de las lecciones aprendidas, se dispone a realizar la modelación de uno, de los cinco pliegues que componen el vertedero tipo laberinto, con el propósito de determinar los posibles detalles adicionales para el análisis del vertedero laberinto. Debido a que esta estructura posee un número inferior de elementos de la malla, es posible realizar cambios tanto en la geometría, como en el esquema numérico, con un menor costo computacional en comparación al vertedero laberinto completo.

Teniendo en cuenta que se modela un solo pliegue del vertedero laberinto, este posee un comportamiento singular, denominado en la literatura como vertedero “pico de pato”, tal y como se describió en el capítulo 1.

En el presente capítulo se describirán las condiciones particulares de la geometría, el espacio computacional, el esquema numérico utilizado y el mallado. Para posteriormente hacer un análisis detallado del perfil de velocidades, las líneas de corriente, el gradiente de velocidades, la fracción de volumen, y del coeficiente de descarga, comparando los resultados computacionales con las ecuaciones empíricas.

5.2. Metodología

Para evaluar la variabilidad de los parámetros hidráulicos, se han modelado seis (6) caudales de los diez (10) probados en el laboratorio. Sabiendo que el caudal que pasa por cada uno de los ciclos, es la quinta parte del experimental, es decir, se supone que cada ciclo del vertedero tipo laberinto trabaja uniformemente. Con el propósito de cubrír todo el rango de caudales modelados en el laboratorio, se han escogido los siguientes caudales: 0.739 l/s, 0.90 l/s, 1.37 l/s, 1.85 l/s, 2.26 l/s y 3.11 l/s.

Adicionalmente, se modelaron dos (2) caudales más, cuyas magnitudes no corresponden a los datos del laboratorio, con el único propósito de analizar y comparar la variabilidad de la lámina de agua y principalmente, el coeficiente de descarga en un vertedero pico de pato, con los valores reportados en la literatura para relaciones superiores de h/p.

5.3. Geometría

Para la modelación del vertedero pico de pato, se ha seleccionado el tramo B del vertedor laberinto (ver **Figura 25**), recordando que, cada uno de estos ciclos poseen longitudes distintas.

Para la creación de la geometría y del espacio computacional, se utilizó nuevamente el software de dibujo técnico AutoCAD, con el cual se definieron los detalles en escala 1:21 de la estructura.

El espacio computacional seleccionado, sigue las mismas características discutidas en la modelación del vertedero triangular, siendo un paralelepípedo de 0.24 m alto, 0.0933 de ancho y 3.75 m de longitud. Para minimizar los efectos de las condiciones de frontera aguas arriba y aguas abajo, se ha dejado una distancia 1.76 m en la entrada y 1.0 m en la salida, medido desde los extremos del vertedero (Ver **Figura 61**).

La estructura cuenta con todos los detalles físicos del prototipo, todas sus dimensiones, la nariz desfasada, y las aletas de empalme con el muro. El vertedero posee una altura de corona de 0.13 m (paramento), con 0.869 m y 0.792 m de longitud en los muros izquierdo y derecho respectivamente (Ver **Tabla 3**)

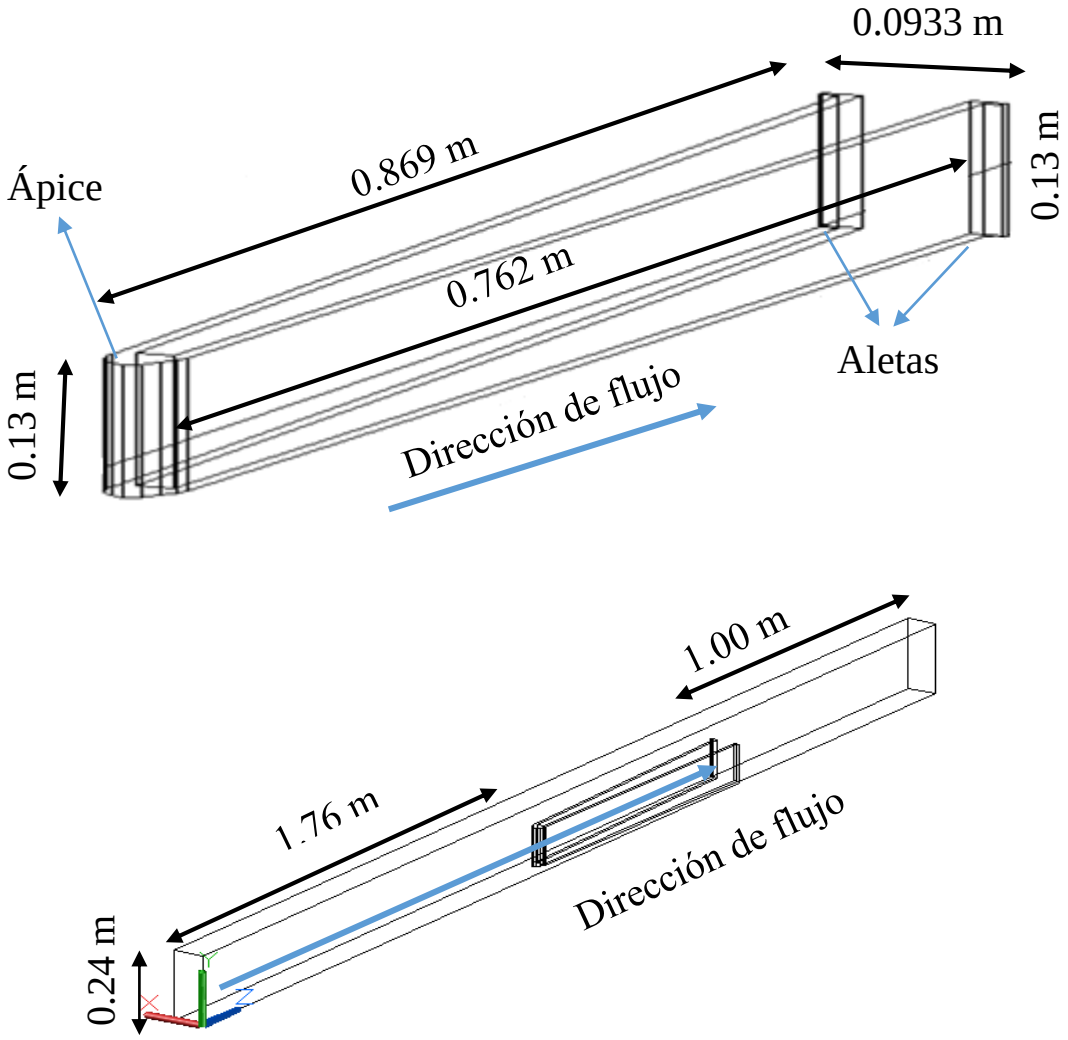


Figura 61. Geometría del vertedero pico de pato. **Fuente**: Elaboración propia.

5.4. Mallado

Como se discutió en el capítulo 1 y 4, el mallado representa la subdivisión de la geometría en celdas, caras y volúmenes definidos, en los cuales se soluciona de forma discreta, las ecuaciones que rigen el comportamiento del flujo.

Al igual que en el vertedero triangular, la geometría se subdividió en un mallado híbrido: en el canal de entrada y de salida, se utilizó una malla estructurada, y en el cuerpo del vertedero, una malla no estructurada (ver **Figura 62**).

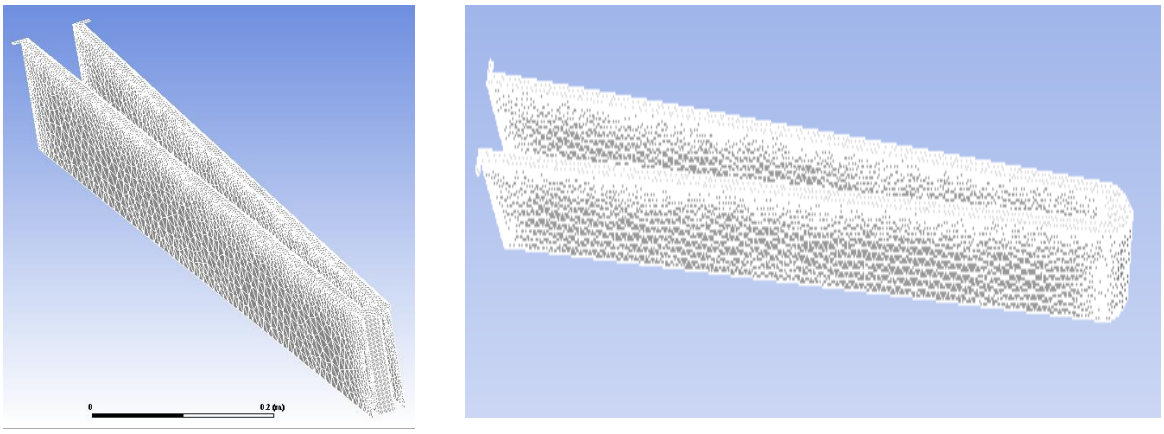


Figura 62. Malla sobre el cuerpo del vertedero pico de pato. **Fuente:** Elaborado con Ansys – Fluent.

Para realizar la discretización del espacio computacional, se exportó la geometría al mallador integrado de Ansys, en su "Workbench", desde el AutoCAD, exportándolo como un archivo tipo "iges".

La malla cuenta con 232.721 celdas, 484.004 caras y 48.396 nodos, a lo largo de todo el espacio computacional. En las **Tabla 14** y **Tabla 15**, se resumen la estadística y los parámetros relacionados con la malla.

Tabla 15. Resumen de la estadística del mallado y el tiempo computacional para el vertedero pico de pato.

Parámetro	*Dimensión*
Coordenadas en X (m)	Min: 0 – Max: 9.333e-02
Coordenadas en Y (m)	Min: 0 – Max: 2.400e-01
Coordenadas en Z (m)	Min: 0 – Max: 3.748
Volumen Máximo (m^3)	$3.234*10^{-6}$
Volumen Mínimo (m^3)	$2.219*10^{-11}$
Volumen Total (m^3)	$8.129*10^{-1}$
Área Mínima de Cara de Celda (m^2)	$3.822*10^{-7}$
Área Máxima de Cara de Celda (m^2)	$4.798*10^{-4}$

Caudal(l/s)	**Nodos**	**Tiempo Computacional (días)**
0.74	48.396	4
0.90	48.396	4
1.37	48.396	4
1.85	48.396	3
2.26	48.396	3
3.11	48.396	3
9.52	48.396	3
11.98	48.396	3

Tabla 16. Resumen de la calidad del mallado para el vertedero pico de pato.

Parámetro de Calidad	*Mallado*
Relación de Aspecto	21.04
Ortogonalidad	0.81

5.5. Condiciones de Frontera

Para resolver el problema en particular, es necesario imponer valores determinados en las fronteras del espacio computacional. Las condiciones de frontera (espacio), junto con las condiciones iniciales (tiempo) y las ecuaciones de Navier Stokes, tienen efectos numéricos importantes en la convergencia de la solución.

A partir de la geometría exportada en el Workbench del Ansys, se impusieron las condiciones de frontera, teniendo en cuenta las consideraciones analizadas en el capítulo 3 (ver **Figura 63**), para los flujos a superficie libre y en particular, para los vertederos hidráulicos.

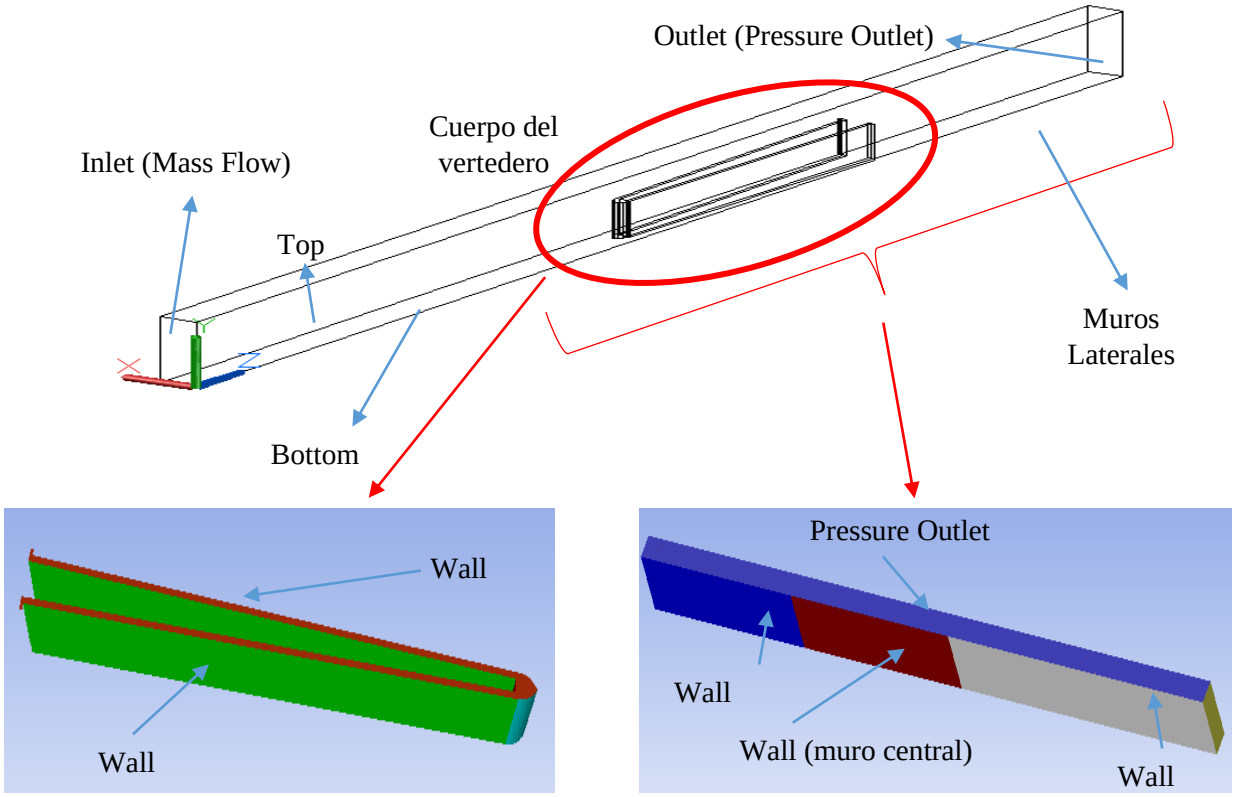


Figura 63. Condiciones de frontera en el espacio computacional del vertedero Pico de Pato.
Fuente: Elaboración Propia.

- **Base del canal y muros laterales (Wall):** Se impuso la condición de frontera, denominada "Wall" la cual no permite la salida, ni la entrada de flujo (agua o aire), pero si esfuerzos cortantes. Es una condición equivalente a un muro físico impermeable, sin movimiento. Esta condición se impuso en la base del canal y en los muros laterales del vertedero y del canal.

- **Entrada (Mass Flow Inlet):** Se utilizó "flujo másico a la entrada", recordando que el flujo másico es el producto entre la densidad del fluido y el caudal (ver **Ecuación 63**). A continuación se muestra los distintos caudales modelados y sus respectivos flujos másicos.

Tabla 17. Caudales modelados y flujo másico del vertedero Pico de Pato.

Q(l/s)	Q(m^3/s)	Flujo Másico (Kg/s)
0.74	0.00074	0.738
0.90	0.00090	0.898
1.37	0.00137	1.368
1.85	0.00185	1.847
2.26	0.00226	2.256
3.11	0.00311	3.105
9.52	0.00952	9.502
11.98	0.01198	11.960

- **Salida (Pressure Outlet)**: Como es común en este tipo de problemas, la condición de salida es "Pressure outlet", la cual supone presión atmosférica (101300 Pa en sistema absoluto) en la salida. Adicionalmente, se llenó el canal de salida con una lámina de 5.5 mm, para reducir el impacto del chorro en la descarga y acelerar la convergencia del modelo.

- **Muro superior (Pressure Outlet):** Con el propósito de asemejar el comportamiento computacional al físico, se planteó la condición de presión atmosférica en la parte superior del volumen computacional. La altura en el cual se asume esta condición, es el plano superior del espacio computacional (24 cm). Cabe destacar, que se impidió la salida tanto de aire como de agua en este límite.

- **Cuerpo del vertedero (Wall):** A lo largo del cuerpo del vertedero se impuso la condición de muro, sin la posibilidad de movimiento. Debido a que el chorro a lo largo de la descarga del vertedero no presenta una trayectoria definida, no fue necesario airear la descarga como se hizo en el vertedero triangular.

5.6. Esquema numérico y detalles adicionales

A partir de la modelación del vertedero triangular (capítulo 3), y de las consideraciones discutidas en el capítulo 1, se determinó el esquema numérico más apropiado para el modelo del vertedero pico de pato, realizado en Ansys – Fluent. En la **Tabla 18** se resume la discretización espacial utilizada en el modelo computacional.

Tabla 18. Esquema de discretización espacial del vertedero pico de pato

Variable	Modelo de Discretización Espacial
Variable	Least Squares Cell Based
Gradiente	Body Force Weighted
Presión	Second Order Upwind
Cantidad de movimiento	Modified HRIC
Fracción de Volumen	Second Order Upwind
Energía cinética turbulenta	Second Order Upwind

Modelo de flujo a superficie libre: El esquema utilizado para esta condición es el "volumen de fluido" (VOF).

Modelo de turbulencia: El modelo de turbulencia utilizado es el k-épsilon, con la función de pared estándar (Standard Wall Function). Los valores de K y ε para la entrada fueron calculados por medio de la **Ecuación 46** y de la **Ecuación 47** respectivamente. Los resultados de estos coeficientes se encuentran resumidos en la **Tabla 19.**

Tabla 19. Cálculo de los coeficientes del modelo de turbulencia K-ε para el vertedero pico de pato.

Caudal (l/s)	Caudal (m^3/s)	Velocidad media (m/s)	Re	Intensidad Turbulenta (I)	Tamaño remolinos (l)	k	e
0.739	0.0007387	0.061	15976	0.5365	0.0185	0.0016	0.1216
0.900	0.0009000	0.074	19465	0.5498	0.0185	0.0025	0.1636
1.370	0.0013700	0.113	29630	0.5759	0.0185	0.0064	0.3073
1.850	0.0018500	0.153	40011	0.6017	0.0185	0.0126	0.4821
2.260	0.0022600	0.186	48878	0.6170	0.0185	0.0198	0.6510
3.110	0.0031100	0.256	67262	0.6421	0.0185	0.0407	1.0509
9.518	0.0095178	0.785	205847	0.7384	0.0185	0.5037	5.6264
11.980	0.0119800	0.988	259098	0.7600	0.0185	0.8452	7.9453

Criterio de convergencia:

El criterio de convergencia se tomó a partir de los factores residuales de la cantidad de movimiento y de las componentes de las velocidades U, V y W. El factor residual corresponde al error absoluto que se presenta en cada iteración. Se consideró, $1x10^{-4}$ como el error máximo para aceptar la convergencia.

Adicionalmente a esto, se evaluó el cambio del flujo másico en la entrada y salida del espacio computacional. Se consideró aceptable un error final de 1% con respecto al flujo másico total.

Otras consideraciones:

1. Se tuvo en cuenta los efectos de la gravedad.
2. Se utilizó a partir de un esquema implícito para la modelación en flujo no permanente: Con el propósito de acerca el modelo computacional a las condiciones físicas. Se limitó el número de Courant a 0.9 y se utilizaron dos (2) pasos de tiempo por iteración, con una amplitud variable (ajustada por el programa).
3. Se trabajó con la opción de "Open Channel".

Coeficientes de relajación:

En cada iteración, los valores obtenidos de las variables deben ser más y más cercanos. Por múltiples razones la solución numérica puede volverse inestable e incluso divergir, por lo cual se acostumbra a emplear factores de relajación, los cuales toman una fracción del resultado obtenido en la iteración anterior para moderar las oscilaciones de los resultados (Páez Ana, 2015). Los factores de relajación empleados para cada variable, se presentan en la **Tabla 20** .

Tabla 20. Factores de relajación para el vertedero pico de pato.

Variable	Factor de Relajación
Presión	**0.5**
Densidad	**0.8**
Fuerza de cuerpo	**0.8**
Cantidad de movimiento	**0.5**
Fracción de Volumen	**0.5**
Energía cinética turbulenta	**0.5**
Tasa de disipación turbulenta	**0.7**

Los anteriores coeficientes de relajación se seleccionaron a partir de las consideraciones realizadas durante la modelación del vertedero triangular, en el capítulo 3.

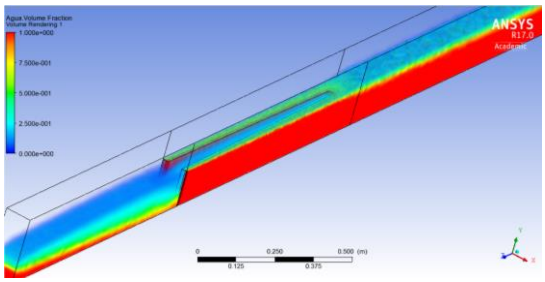
5.7. Análisis Resultados

Después de haber modelado con el software Ansys - Fluent, se procedió a analizar tanto los niveles, como las velocidades, las líneas de corriente y el coeficiente de descarga; comparando los resultados, con los valores reportados por las ecuaciones empíricas propuestas por las distintas referencias, descritas en el capítulo 1.

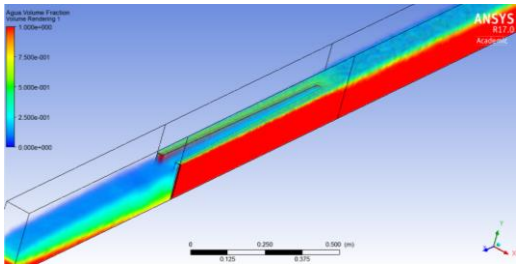
5.7.1 Resultados iniciales

Para realizar una comparación inicial del flujo sobre el vertedero, para los seis primeros caudales, se procedió a graficar con el post-procesador de Ansys, la fracción de volumen en contornos de tres dimensiones (Ver **Figura 64**).

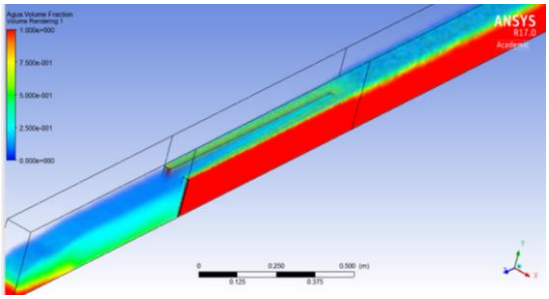
Q: 0.739 l/s



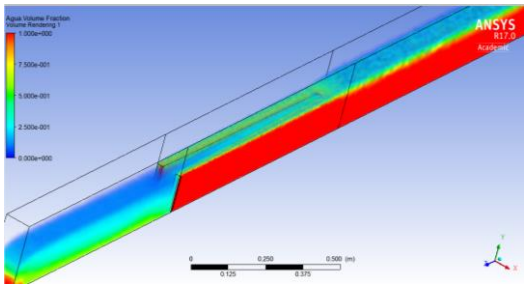
Q: 0.900 l/s



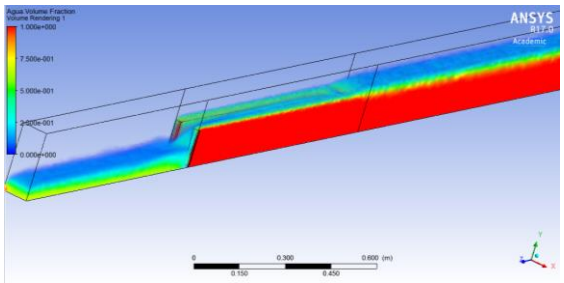
Q: 1.37 l/s



Q: 1.85 l/s



Q: 2.26 l/s



Q: 3.11 l/s

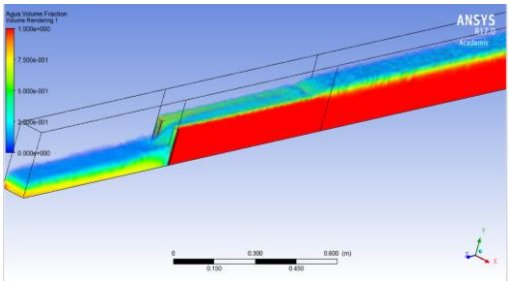


Figura 64. Fracción de volumen en tres dimensiones. **Fuente:** Elaborado con Ansys – Fluent.

Tal y como se esperaba, a medida que aumenta el caudal, la lámina de agua y la turbulencia aguas arriba aumentan, traducido en la generación de una curva de remanso en el canal de entrada, debido a las pérdidas de energía. Si realizamos un detalle para los dos caudales extremos: 0.739 l/s y 3.11 l/s, se aprecia la diferencia en la caída del flujo al superar el muro frontal del vertedero (Ver **Figura 65**)

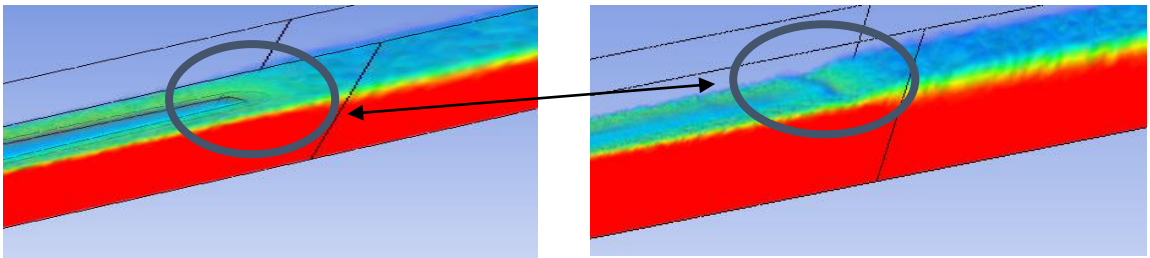


Figura 65. Comparación de los perfiles de flujo para los caudales 0.739 l/s y 3.11 l/s. **Fuente:** Elaborado con Ansys – Fluent.

5.7.2. Análisis de la lámina de agua

Ahora nos concentraremos en el perfil de flujo para cada uno de los caudales, analizando la relación que existe con respecto al caudal y la variación de la lámina de agua para distintos puntos a lo largo del vertedero.

Para ello inicialmente se grafica la lámina de agua para cada uno de los caudales (ver **Figura 66**).

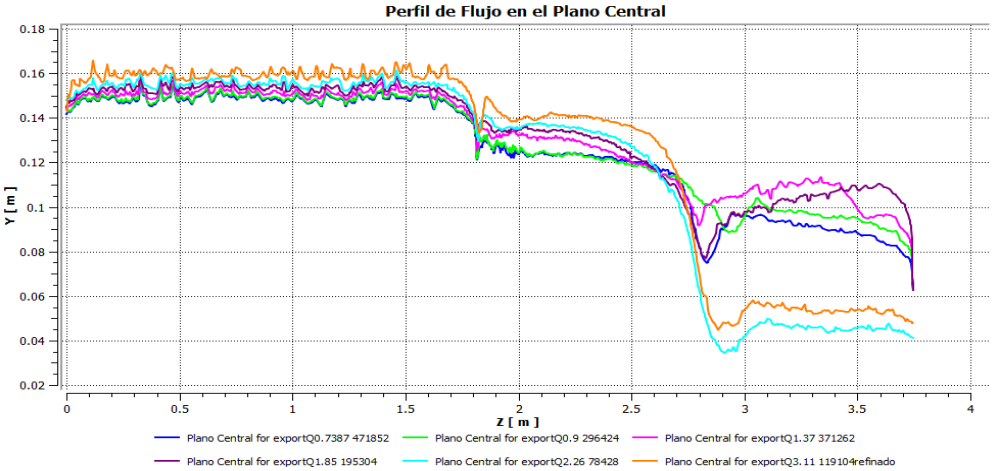


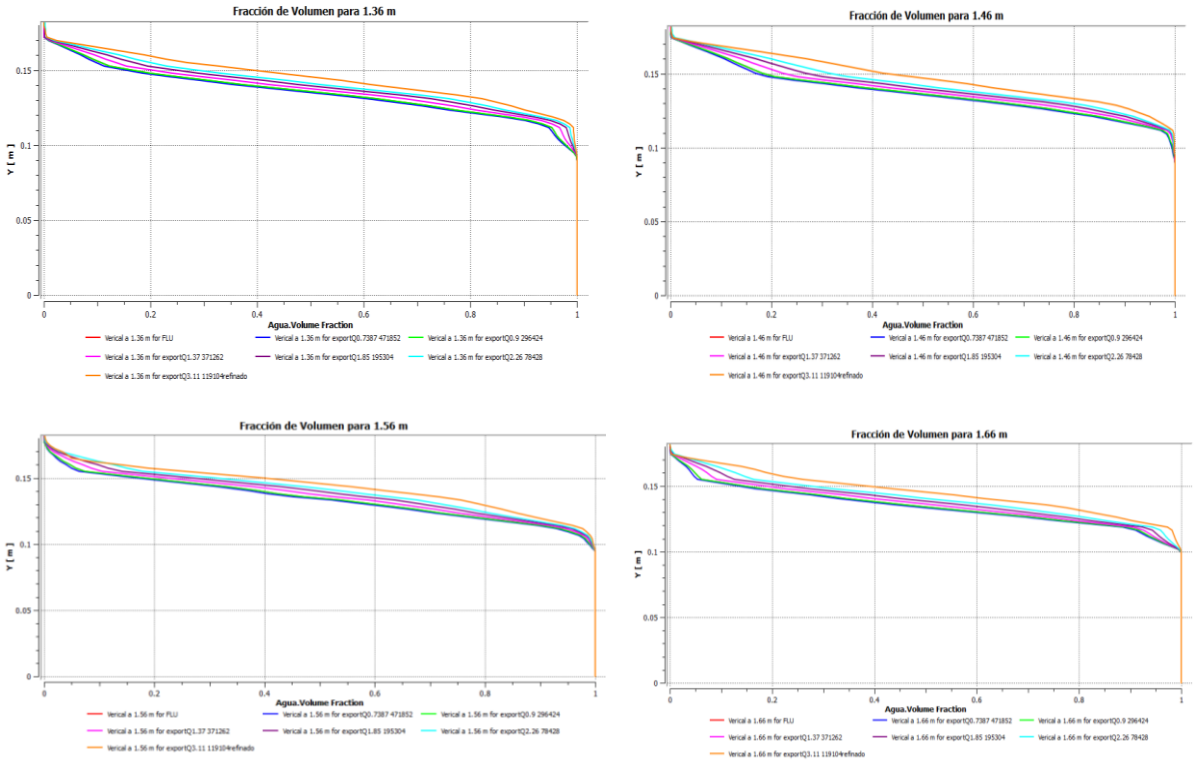
Figura 66. Perfil de flujo para los seis caudales modelados. **Fuente:** Elaboración propia.

Como se puede apreciar, la lámina de agua es relativamente estable a medida que se acerca al cuerpo del vertedero, para posteriormente caer por los muros laterales creando una alteración del flujo después de los 2.0 m en el canal.

El coeficiente de descarga, se calcula a partir de la lámina de agua aguas arriba del vertedero (en la curva de remanso), por lo cual es necesario analizar en detalle la variación de los niveles y su fracción de volumen en esta zona.

5.7.3 Análisis de la fracción de volumen

Como se mencionó en el capítulo 1, la existencia de dos fases de fluido (agua – aire), y su mezcla debida a la turbulencia, inevitablemente genera distintas concentraciones de aire en el agua, especialmente en la interface. Para determinar la lámina de agua correcta, es necesario conocer la fracción de volumen y seleccionar el nivel correspondiente a una concentración particular de agua en la mezcla. A continuación se muestra el comportamiento de la fracción de volumen para los caudales modelados.



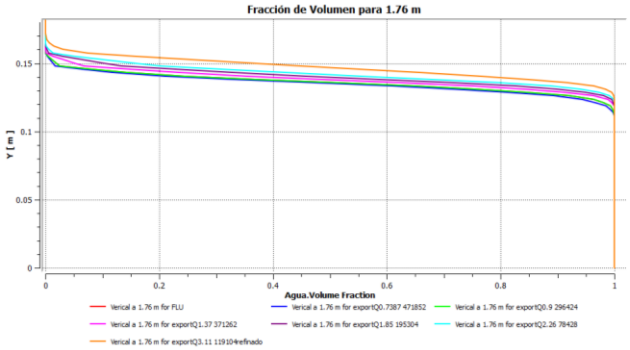


Figura 67. Fracción de volumen a lo largo del canal aguas arriba del vertedero. **Fuente:** Elaboración propia.

En la **Figura 67** se encontró una clara variación de la fracción de volumen para distintos niveles en cada sección transversal examinada, lo cual dificulta aún más la elección de la lámina de agua correcta. Es por esta razón, que se debe estar bastante seguro de la fracción de volumen que se quiera manejar, siendo consistente con las ecuaciones utilizadas. Para este caso en particular, se ha seleccionado el nivel correspondiente, a un valor de fracción de volumen con 100% de concentración de agua.

Para la determinación del coeficiente de descarga es necesario seleccionar un único valor de la lámina de agua para cada caudal transitado. Para este caso se ha seleccionado la sección correspondiente al inicio del muro del vertedero, debido a que esta es la zona donde fueron deducidas la mayoría de las ecuaciones experimentales. Con el propósito de evaluar la variabilidad de la lámina de agua, se ha realizado un resumen de los valores correspondiente al 100% de agua en fracción de volumen (ver **Tabla *21***).

Tabla 21. Lámina de agua correspondiente al 100% de fracción de agua en la mezcla.

Q(l/s)	Q(m^3/s)	H(m)
0.74	0.00074	0.1370
0.90	0.00090	0.1369
1.37	0.00137	0.1389
1.85	0.00185	0.1406
2.26	0.00226	0.1415
3.11	0.00311	0.1436
9.52	0.00952	0.1576
11.98	0.01198	0.1659

Recordando que “H”, es el nivel medido desde la solera del canal, “h” es la lámina de agua por encima del vertedero (H-p) y “p”, el paramento del vertedero.

5.7.4 Análisis del coeficiente de descarga

Con base en los datos obtenido en el análisis anterior, es posible determinar el coeficiente de descarga para todos los caudales modelados. Pero debido a la gran variabilidad de ecuaciones en la literatura, se ha decidido realizar la comparación de este coeficiente, con las referencias descritas y detalladas en el capítulo 1.

Inicialmente se determinaron los coeficientes de descarga adimensionales, para los todos los caudales modelados a partir de la **Ecuación 12**. En la **Tabla 22** se resumen el nivel de flujo, la lámina por encima del vertedero y el coeficiente descarga adimensional.

Tabla 22. Cálculo del coeficiente de descarga a partir de los resultados de la modelación.

Q(l/s)	Q(m^3/s)	H(m)	h(m)	h/p	C
0.74	0.00074	0.1370	0.0070	0.0538	0.2566
0.90	0.00090	0.1369	0.0069	0.0530	0.3189
1.37	0.00137	0.1389	0.0089	0.0688	0.3287
1.85	0.00185	0.1406	0.0106	0.0816	0.3436
2.26	0.00226	0.1415	0.0115	0.0884	0.3723
3.11	0.00311	0.1436	0.0136	0.1044	0.3990
9.52	0.00952	0.1576	0.0276	0.2121	0.4217
11.98	0.01198	0.1659	0.0359	0.2762	0.3573

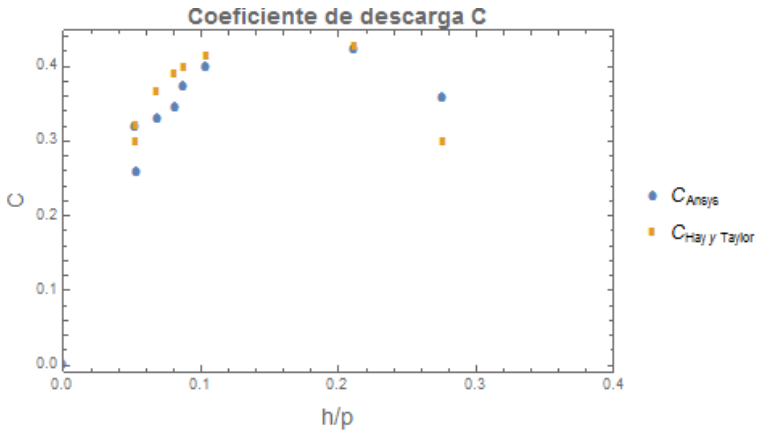
Estos valores serán los puntos de comparación de las demás metodologías estudiadas.

Para la primera metodología de cálculo se ha seleccionado la función de Hay and Taylor (1970), la cual relación los caudales Q_N y Q_L (ver capítulo 1) con el coeficiente de descarga (**Figura 10**), sabiendo que C_{dw} se determina a partir de la **Ecuación 15**. Implementando estas ecuaciones en los resultados de la modelación se obtiene la **Tabla 23**.

Tabla 23. Cálculo del coeficiente de descarga a partir de las ecuaciones de Hay y Taylor (1970).

Hay y Taylor (1970)									
Q(l/s)	Q(m³/s)	H(m)	h(m)	h/p	Cdw	Q_N	Q_L/Q_N	Factor de mayoración	C
0.74	0.00074	0.1370	0.0070	0.0538	1.782	0.0000739	10.00	3.90	0.2956
0.90	0.00090	0.1369	0.0069	0.0530	1.782	0.0000724	12.42	4.20	0.3183
1.37	0.00137	0.1389	0.0089	0.0688	1.785	0.0001072	12.78	4.80	0.3645
1.85	0.00185	0.1406	0.0106	0.0816	1.788	0.0001387	13.34	5.10	0.3879
2.26	0.00226	0.1415	0.0115	0.0884	1.789	0.0001565	14.44	5.20	0.3958
3.11	0.00311	0.1436	0.0136	0.1044	1.793	0.0002013	15.45	5.40	0.4119
9.52	0.00952	0.1576	0.0276	0.2121	1.817	0.0005907	16.11	5.50	0.4251
11.98	0.01198	0.1659	0.0359	0.2762	1.831	0.0008843	13.55	3.80	0.2959

Realizando una comparación gráfica (ver **Figura 68**) de estos resultados con el coeficiente de descarga calculado a partir de los datos de Ansys -Fluent, se puede observar una tendencia similar con un error promedio porcentual del 8.2%. Para esta referencia, los valores que mejor se ajustan a la función son aquellos en los cuales la relación h/p es menor o igual a 0.2. Adicionalmente se observar que el coeficiente disminuye por encima de la relación h/p: 0.2, o en otras palabras la eficiencia del vertedero disminuye para caudales superiores a 3.11 l/s.



Q(l/s)	Error (%)
0.74	13.2%
0.90	0.2%
1.37	9.8%
1.85	11.4%
2.26	6.0%
3.11	3.1%
9.52	0.8%
11.98	20.7%

Figura 68. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga calculado por Hay y Taylor (1970). **Fuente:** Elaboración propia.

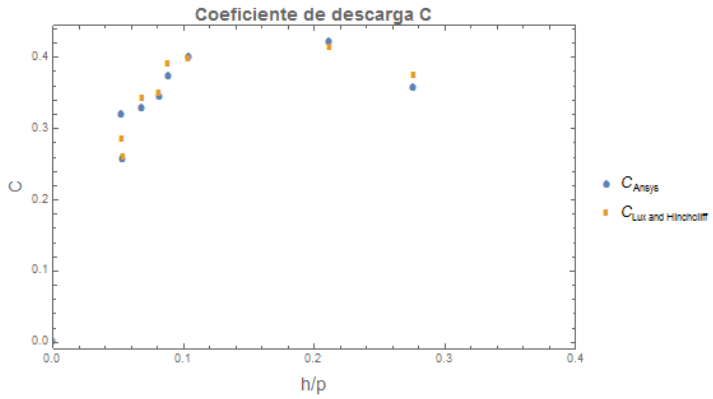
Ahora se calcula el coeficiente de descarga C_w a partir de la propuesta realizada por Lux y Hinchcliff (1985), coeficiente que se basa en el ancho total del vertedero y el paramento de la estructura (ver **Ecuación 14**) y de la **Figura 9**. Cabe destacar que el vertedero posee una sección trapezoidal, por tanto el valor de k es igual a 1.

Una vez determinado C_w, es posible determinar el coeficiente de descarga adimensional "C" al igualar los caudales (Q_w y Q_l).

Tabla 24. Cálculo del coeficiente de descarga a partir de las ecuaciones de Lux y Hinchcliff (1985).

Lux and Hinchcliff (1985)							
Q(l/s)	**Q(m³/s)**	**H(m)**	**h(m)**	**h/p**	**Length magnification**	**Cw**	**C**
0.739	0.000739	0.13699	0.00699	0.0537692	3.9	3.2	0.258889
0.9	0.0009	0.136896	0.006896	0.0530462	4.2	3.5	0.28316
1.37	0.00137	0.138942	0.008942	0.0687846	4.8	4.2	0.339792
1.85	0.00185	0.140608	0.010608	0.0816	5.1	4.3	0.347882
2.26	0.00226	0.141491	0.011491	0.0883923	5.2	4.8	0.388333
3.11	0.00311	0.143574	0.013574	0.104415	5.4	4.9	0.396424
9.52	0.0095178	0.157576	0.027576	0.212123	5.5	5.1	0.412604
11.98	0.01198	0.165905	0.0359048	0.276191	3.8	4.6	0.372153

En la **Tabla 24** se presenta el coeficiente de descarga para los ocho (8) caudales y en la se realiza una comparación gráfica y porcentual con el coeficiente obtenido por Ansys – Fluent.



Q(l/s)	Error (%)
0.74	0.9%
0.90	12.6%
1.37	3.3%
1.85	1.2%
2.26	4.1%
3.11	0.7%
9.52	2.2%
11.98	4.0%

Figura 69. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga calculado por Lux y Hinchcliff (1985). **Fuente:** Elaboración propia.

Como se puede ver en la figura anterior, la tendencia es creciente para valores entre 0-0.2 de h/p y decreciente por encima de 0.2. Además el error promedio porcentual es inferior a 3.6%, valor menor que el error encontrado con la anterior metodología.

Ahora se comparan los resultados del coeficiente de descarga con los valores propuesto por Brian Crookston (2010), el cual tomó como punto de partida la investigación realizada por Tullis (1985).

Crookston encontró una función general del coeficiente de descarga, a partir de ensayos con vertederos laberintos de distintas escalas, ángulos de abertura, alturas y caudales transitados, generando una familia de curvas de tipo potencial, caracterizadas por constantes de regresión (A, B, C, D), que dependen a su vez del ángulo "α" (ver **Tabla 25**).

Tabla 25. Constantes adimensionales para la regresión definida por Brian Crookston y Tullis (2010).

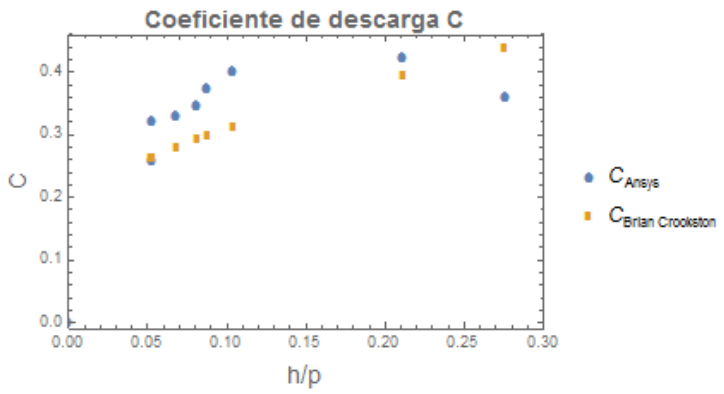
alpha	A	B	c	D
6	0.02623	-2.681	0.3669	0.1572
8	0.03612	-2.576	0.4104	0.1936
10	0.06151	-2.113	0.421	0.203
12	0.09303	-1.711	0.4278	0.2047
15	0.1089	-1.723	0.5042	0.2257
20	0.1113	1.889	0.5982	0.27819

Debido a que el vertedero modelado posee un ángulo de 1.07°, es necesario realizar extrapolaciones para las cuatro constantes, para posteriormente determinar el coeficiente de descarga a partir de la **Ecuación 19** y la relación de H/p.

Tabla 26. Cálculo del coeficiente de descarga a partir de las ecuaciones Brian Crookston y Tullis (2010).

Brian Crookston (2010)					
Q(l/s)	**Q(m³/s)**	**H_t(m)**	**h(m)**	**H_t/p**	**C**
0.739	0.000739	0.13699	0.00699	1.05603	0.259983
0.9	0.0009	0.136896	0.006896	1.05641	0.259132
1.37	0.00137	0.138942	0.008942	1.07635	0.276532
1.85	0.00185	0.140608	0.010608	1.09506	0.289345
2.26	0.00226	0.141491	0.011491	1.10823	0.295773
3.11	0.00311	0.143574	0.013574	1.14091	0.310172
9.52	0.0095178	0.157576	0.027576	1.49587	0.392543
11.98	0.01198	0.165905	0.0359048	1.68173	0.436231

En la **Tabla 26** se muestra el resumen de dichos coeficientes y en la **Figura 70**, se realiza la comparación gráfica y porcentual con respecto a los resultados de la modelación numérica.



Q(l/s)	Error (%)
0.74	1.3%
0.90	23.1%
1.37	18.9%
1.85	18.7%
2.26	25.9%
3.11	28.6%
9.52	7.4%
11.98	18.1%

Figura 70. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga calculado por Brian Crookston y Tullis (2010). **Fuente:** Elaboración propia.

Como se puede observar, esta función no tiene la misma tendencia decreciente, ya que continúa en ascenso para valores de h/p superiores a 0.2, obteniendo un el error porcentual superior al 17%, valor considerablemente alto, en comparación con las anteriores propuestas.

Una metodología muy similar fue realizada por David Waldron, el cual tomó los ensayos realizados por Tullis (1985), y modelos propios, obteniendo una regresión polinómica de cuarto orden, para caracterizar el coeficiente de descarga en función del ángulo de abertura del vertedero.

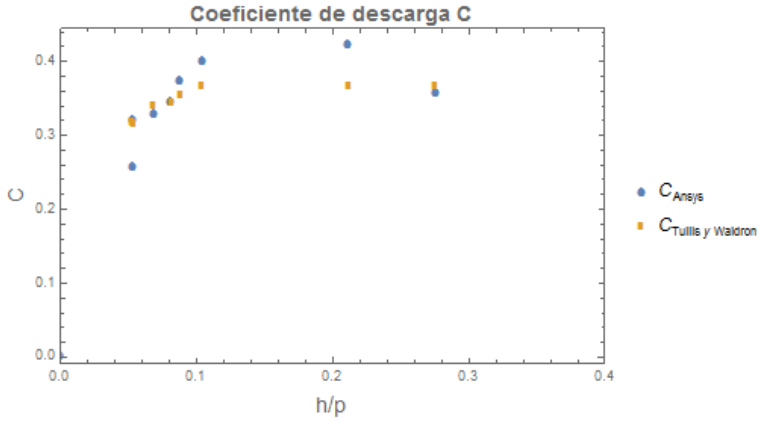
Para la determinación del coeficiente de descarga a partir del ángulo de abertura del vertedero (1.07°), fue necesario realizar una regresión y posteriormente extrapolación, a partir de los datos obtenidos del modelo computacional (ver **Ecuación 19**) tal y como se puede apreciar en la **Tabla 27**.

Tabla 27. Cálculo del coeficiente de descarga por David Waldron y Tullis (2010).

J. Paul Tullis y David Waldron									
Q(l/s)	**Q(m³/s)**	**H(m)**	**h(m)**	**h/p**	**C_d α: 6°**	**C_d α: 8°**	**C_d α: 12°**	**C_d α: 15°**	**C_d α: 18°**
0.739	0.000739	0.13699	0.00699	0.0537692	0.473955	0.533866	0.534976	0.53403	0.549682
0.9	0.0009	0.136896	0.006896	0.0530462	0.474208	0.533452	0.534521	0.53356	0.549021
1.37	0.00137	0.138942	0.008942	0.0687846	0.468497	0.5415	0.543594	0.543106	0.562602
1.85	0.00185	0.140608	0.010608	0.0816	0.463559	0.546601	0.549726	0.549843	0.572449
2.26	0.00226	0.141491	0.011491	0.0883923	0.460846	0.548805	0.552541	0.553053	0.577246
3.11	0.00311	0.143574	0.013574	0.104415	0.454205	0.552705	0.558045	0.559678	0.587449
9.5178	0.0095178	0.157576	0.027576	0.212123	0.403722	0.541042	0.56097	0.575153	0.621601
11.98	0.01198	0.165905	0.0359048	0.276191	0.371901	0.512869	0.542506	0.566317	0.620131

J. Paul Tullis y David Waldron								
Q(l/s)	**Q(m³/s)**	**H(m)**	**h(m)**	**h/p**	**C_d α: 25°**	**C_d α: 35°**	**C_d α: 90°**	**C_d α: 1.15°**
0.739	0.000739	0.13699	0.00699	0.0537692	0.560635	0.569714	0.561326	0.313042
0.9	0.0009	0.136896	0.006896	0.0530462	0.559818	0.568783	0.560459	0.31491
1.37	0.00137	0.138942	0.008942	0.0687846	0.576817	0.588238	0.578782	0.337637
1.85	0.00185	0.140608	0.010608	0.0816	0.589495	0.602855	0.592872	0.341559
2.26	0.00226	0.141491	0.011491	0.0883923	0.595804	0.610172	0.600045	0.352171
3.11	0.00311	0.143574	0.013574	0.104415	0.609603	0.626297	0.616175	0.363896
9.5178	0.0095178	0.157576	0.027576	0.212123	0.667386	0.698578	0.698254	0.39865
11.98	0.01198	0.165905	0.0359048	0.276191	0.677794	0.717689	0.728297	0.371896

En la **Figura 70** se realiza la comparación gráfica de estos datos con los resultados obtenidos en la modelación numérica, encontrando una mejor similitud en comparación con la referencia anterior. Esta afirmación se ve reflejada en el error promedio porcentual, el cual no supera el 5.9%.



Q(l/s)	Error (%)
0.74	18.0%
0.90	1.3%
1.37	2.6%
1.85	0.6%
2.26	5.7%
3.11	9.6%
9.52	5.8%
11.98	3.9%

Figura 71. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga calculado David Waldron y Tullis (2010). **Fuente:** Elaboración propia.

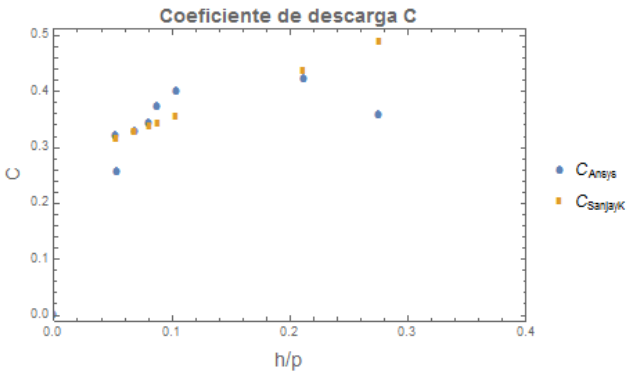
Continuando con la determinación de los coeficientes de descarga, usaremos ahora la relación determinada por Sanjay K. Gupta y Vijay P. Singhv (2012), basada en los efectos del ángulo del vertedero y la relación h/p (ver **Ecuación 23**).

En la **Tabla 28** se muestran los respectivos cálculo, del coeficiente de descarga definido por estos autores: C_w, el cual debe ser transformado a un valor adimensional "C", tal y como se realizó con Lux y Hinchcliff (1985).

Tabla 28. Cálculo del coeficiente de descarga por Sanjay K. Gupta and Vijay P. Singhv (2012).

Sanjay K. Gupta and Vijay P. Singhw (2012)						
Q(l/s)	**Q(m³/s)**	**H(m)**	**h(m)**	**h/p**	**C_w**	**C**
0.739	0.000739	0.13699	0.00699	0.0537692	7.36974	0.313512
0.9	0.0009	0.136896	0.006896	0.0530462	7.35705	0.312972
1.37	0.00137	0.138942	0.008942	0.0687846	7.63401	0.324754
1.85	0.00185	0.140608	0.010608	0.0816	7.86077	0.334401
2.26	0.00226	0.141491	0.011491	0.0883923	7.9814	0.339532
3.11	0.00311	0.143574	0.013574	0.104415	8.2672	0.351691
9.5178	0.0095178	0.157576	0.027576	0.212123	10.2319	0.435271
11.98	0.01198	0.165905	0.0359048	0.276191	11.4354	0.486468

Al realizar la comparación gráfica y numérica, se puede apreciar que esta función se ajusta bastante bien, a aquellos caudales que generan relaciones de h/p inferiores a 0.21, pero por encima de este valor, el error crece significativamente.



Q(l/s)	Error (%)
0.74	18.2%
0.90	1.9%
1.37	1.2%
1.85	2.7%
2.26	9.6%
3.11	13.5%
9.52	3.1%
11.98	26.6%

Figura 72. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga de Sanjay K. Gupta and Vijay P. Singhv (2012). **Fuente:** Elaboración propia.

Cabe resaltar que a pesar de esta discrepancia, el error promedio porcentual, no supera el 9.6%, siendo este método relativamente confiable para vertederos pico de pato (ver **Figura 72**).Siguiendo con los cálculos del coeficiente de descarga, se presentan dos metodologías distintas, propuestas por los mismos autores: Ali R. Vatankhah y N. Eslahi (2012). Estos dos autores han generado funciones para los coeficientes con base en la relación h/p y el ángulo del vertedero. Cabe recordar, que el coeficiente C_w será transformado posteriormente a "C", con el propósito de compáralo con el obtenido numéricamente. Para el cálculo de "C_w" se utilizó la **Ecuación 25** y para "C" la **Ecuación 24**

Tabla 29. Cálculo del coeficiente de descarga por Ali R. Vatankhah and N. Eslahi (2012). Metodología 1.

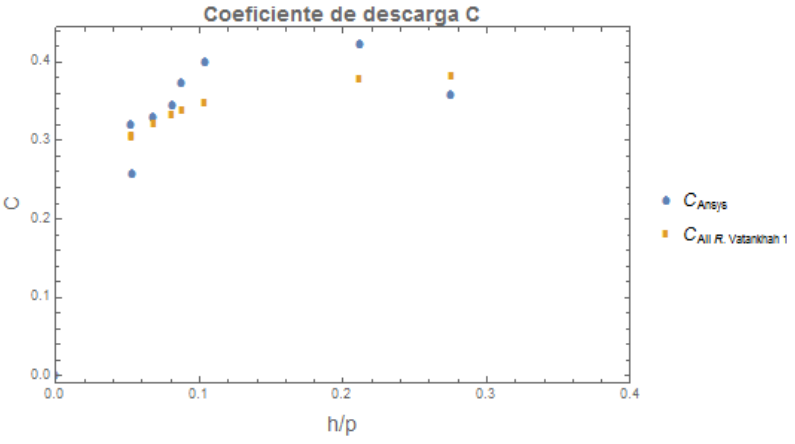
Ali R. Vatankhah and N. Eslahi -1 (2012)					
Q(l/s)	**Q(m³/s)**	**H(m)**	**h(m)**	**h/p**	**C**
0.739	0.000739	0.13699	0.00699	0.0537692	0.302826
0.9	0.0009	0.136896	0.006896	0.0530462	0.301869
1.37	0.00137	0.138942	0.008942	0.0687846	0.319748
1.85	0.00185	0.140608	0.010608	0.0816	0.330817
2.26	0.00226	0.141491	0.011491	0.0883923	0.335767
3.11	0.00311	0.143574	0.013574	0.104415	0.345525
9.5178	0.0095178	0.157576	0.027576	0.212123	0.375054
11.98	0.01198	0.165905	0.0359048	0.276191	0.379051

Tabla 30. Cálculo del coeficiente de descarga por Ali R. Vatankhah and N. Eslahi (2012). Metodología 2.

Ali R. Vatankhah and N. Eslahi - 2 (2012)						
Q(l/s)	**Q(m³/s)**	**H(m)**	**h(m)**	**h/p**	**C_w**	**C**
0.739	0.000739	0.13699	0.00699	0.0537692	0.440861	0.359522
0.9	0.0009	0.136896	0.006896	0.0530462	0.439533	0.358439
1.37	0.00137	0.138942	0.008942	0.0687846	0.464436	0.378748
1.85	0.00185	0.140608	0.010608	0.0816	0.480087	0.391511
2.26	0.00226	0.141491	0.011491	0.0883923	0.487193	0.397306
3.11	0.00311	0.143574	0.013574	0.104415	0.501511	0.408982
9.5178	0.0095178	0.157576	0.027576	0.212123	0.552579	0.450628
11.98	0.01198	0.165905	0.0359048	0.276191	0.565389	0.461075

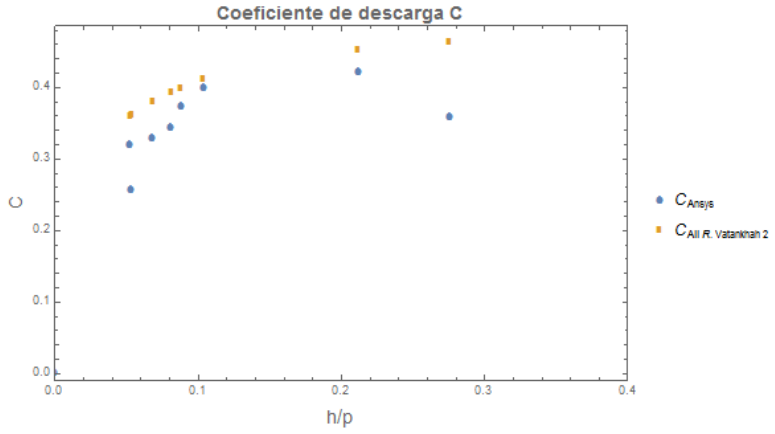
Como se puede ver en la **Tabla 29** y **Tabla 30** a pesar ser los mismos autores y realizar sus análisis basados en los mismos ensayos, existe una marcada diferencia entre las dos metodologías. La metodología dos (2), arroja valores superiores para una misma relación h/p, lo cual indica la gran variabilidad de este parámetro al utilizar distintos enfoques.

A continuación se realiza la comparación gráfica entre los coeficientes de descarga encontrados con esta metodología y los obtenidos con Ansys (ver **Figura 73** y **Figura 74**).



Q(l/s)	Error (%)
0.74	15.3%
0.90	5.6%
1.37	2.8%
1.85	3.9%
2.26	10.9%
3.11	15.5%
9.52	12.4%
11.98	5.7%

Figura 73. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga de Ali R. Vatankhah and N. Eslahi (2012). Metodología 1. **Fuente:** Elaboración propia.



Q(l/s)	Error (%)
0.74	28.6%
0.90	11.0%
1.37	13.2%
1.85	12.2%
2.26	6.3%
3.11	2.4%
9.52	6.4%
11.98	22.5%

Figura 74. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga de Ali R. Vatankhah and N. Eslahi (2012). Metodología 2. **Fuente:** Elaboración propia.

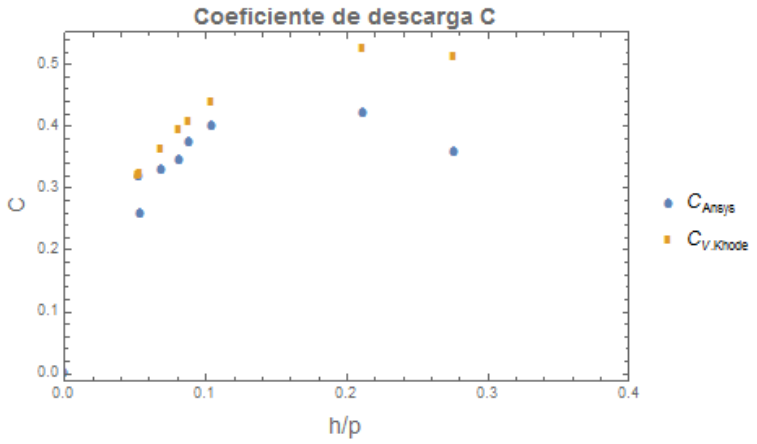
Como se puede observar, ambas funciones se ajustan bastante bien a los coeficientes de descarga calculados. Se observa que la función que más se acerca es la metodología 1, la cual calcula directamente “C” con la longitud del vertedero y no con el ancho. Los errores medios porcentuales son de 9.0% y 12.8% respectivamente.

Un enfoque adicional y muy parecido a Tullis y Crookston, es el propuesto por V. Khode, A. R. Tembhurkar y P. D. Porey (2012), encontrando el coeficiente de descarga "C", a partir de una regresión polinomial, determinada a partir de datos tomados en laboratorio, cuyas constantes regresión dependen del ángulo de abertura del vertedero (ver **Ecuación 26**).

Tabla 31. Cálculo del coeficiente de descarga por V. Khode; A. R. Tembhurkar y P. D. Porey (2012).

V. Khode; A. R. Tembhurkar; P. D. Porey; and R. N. Ingle (2012)					
Q(l/s)	**Q(m³/s)**	**H(m)**	**h(m)**	**h/p**	**C_L**
0.739	0.000739	0.13699	0.00699	0.0537692	0.320481
0.9	0.0009	0.136896	0.006896	0.0530462	0.318386
1.37	0.00137	0.138942	0.008942	0.0687846	0.36098
1.85	0.00185	0.140608	0.010608	0.0816	0.391221
2.26	0.00226	0.141491	0.011491	0.0883923	0.405721
3.11	0.00311	0.143574	0.013574	0.104415	0.435966
9.5178	0.0095178	0.157576	0.027576	0.212123	0.523768
11.98	0.01198	0.165905	0.0359048	0.276191	0.510554

En la **Tabla 31** se resumen los resultados de esta metodología, la cual depende como en todas las demás, de la relación h/p. Cabe aclarar que, C_L es el mismo coeficiente descarga adimensional "C" de la **Ecuación 12**.



Q(l/s)	Error (%)
0.74	19.9%
0.90	0.2%
1.37	8.9%
1.85	12.2%
2.26	8.2%
3.11	8.5%
9.52	19.5%
11.98	30.0%

Figura 75. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga por Khode, Tembhurkar y Porey (2012). **Fuente:** Elaboración propia.

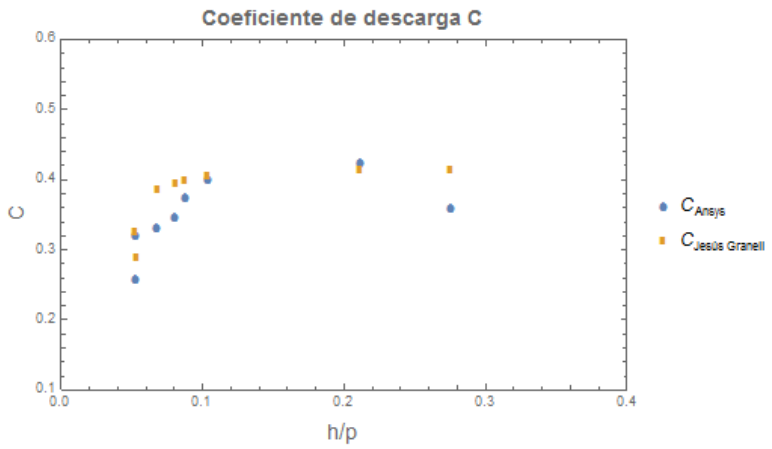
En la **Figura 75** se puede observar una tendencia similar a los datos determinados por Ansys, siendo más precisa para valores de h/p menores a 0.1. Por encima de este valor, el error aumenta considerablemente, aunque sigue la misma tendencia. El error promedio porcentual es del 13.4%, valor bastante grande en comparación a las demás metodologías.

Finalmente, la última metodología utilizada para calcular el coeficiente de descarga del vertedero pico de pato es la propuesta por Jesús Granell y Toledo. Esta metodología presenta una particularidad con respecto a las anteriores, ya que define el caudal de forma muy similar a la **Ecuación 12**, pero a partir de una longitud corregida, con base en dos ángulos particulares (α, β). En la **Tabla *32*** se resumen los resultados de esta metodología, cuyas ecuaciones se encuentran explicadas en detalle en el capítulo 1.

Tabla 32. Cálculo del coeficiente de descarga por Jesús Granell y Toledo.

Jesús Granell y Toledo Municio								
Q(l/s)	Q(m³/s)	h/p	μ	β	α_{max}	β_{max}	β	C
0.739	0.000739	0.0537692	0.615033	1.06889	0.0401627	0.702721	0.702721	0.285488
0.9	0.0009	0.0530462	0.614978	1.06345	0.0401627	0.696389	0.696389	0.322517
1.37	0.00137	0.0687846	0.616159	1.16041	0.0401627	0.818383	0.818383	0.383511
1.85	0.00185	0.0816	0.61712	1.2154	0.0401627	0.896935	0.896935	0.392475
2.26	0.00226	0.0883923	0.617629	1.23877	0.0401627	0.932548	0.932548	0.396271
3.11	0.00311	0.104415	0.618831	1.28285	0.0401627	1.00345	1.00345	0.403431
9.5178	0.0095178	0.212123	0.626909	1.41213	0.0401627	1.23924	1.23924	0.412235
11.98	0.01198	0.276191	0.631714	1.44212	0.0401627	1.29929	1.29929	0.41183

Para analizar de mejor manera los resultados es necesario detallar la **Figura 76**, la cual muestra como los datos se ajustan bastante bien para todos los rangos de h/p, con un error promedio porcentual, inferior al 7.6%.



Q(l/s)	Error (%)
0.74	10.1%
0.90	1.1%
1.37	14.3%
1.85	12.5%
2.26	6.1%
3.11	1.1%
9.52	2.3%
11.98	13.2%

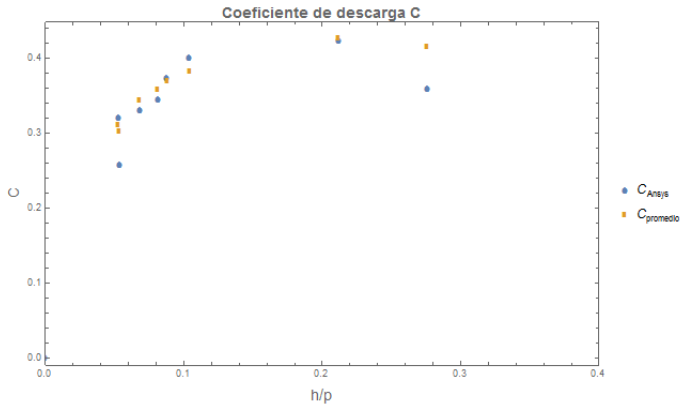
Figura 76. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga por Jesús Granell y Toledo. **Fuente:** Elaboración propia.

En la **Tabla *33*** se presenta un resumen de todas las metodologías utilizadas para el cálculo del coeficiente de descarga. Se puede observar que la metodología que mejor se ajusta a los resultados de la modelación numérica, es la función definida por Lux and Hinchcliff (1985) y la que peor, la desarrollada por Brian Crookston (2010).

Tabla 33. Resumen de los errores promedio para distintas metodología.

Hay and Taylor (1970)	8.2%
Lux and Hinchcliff (1985)	3.6%
Brian Crookston (2010)	17.8%
J. Paul Tullis y David Waldron	5.9%
Sanjay K. Gupta and Vijay P. Singhw	9.6%
Ali R. Vatankhah and N. Eslahi -1 (2012)	9.0%
Ali R. Vatankhah and N. Eslahi -2 (2012)	12.8%
V. Khode; A. R. Tembhurkar (2012)	13.4%
Jesús Granell y Toledo Municio	7.6%

Ahora, al promediar los coeficientes de descarga de todas las metodologías, para los seis (6) caudales, se puede observar, que la relación es bastante cercana a los resultados obtenidos en la modelación. Esto se puede corroborar al observar la **Figura 77**, en la cual se ve una tendencia similar, con un error promedio inferior al 5.7%. Destacando que los errores más altos se presentan en los valores extremos de h/p.



Q(l/s)	C promedio	Error (%)
0.74	0.3010	14.8%
0.90	0.3100	2.9%
1.37	0.3429	4.1%
1.85	0.3563	3.6%
2.26	0.3674	1.3%
3.11	0.3809	4.8%
9.52	0.4251	0.8%
11.98	0.4139	13.7%

Figura 77. Comparación gráfica y porcentual del coeficiente de descarga promedio. **Fuente:** Elaboración propia.

Analizando todos estos resultados se puede ver la clara dispersión entre metodologías; tal y como lo encontró Zerrouk's en su investigación (**Figura 13**), debido a la cantidad de variables que se tiene en cuenta para la realización de una adecuada modelación experimental y por los diferentes enfoques que cada autor le da a su investigación.

Con el propósito de evidenciar la gran dispersión de este parámetro, se ha resumido gráficamente todos los resultados en la **Figura 78**.

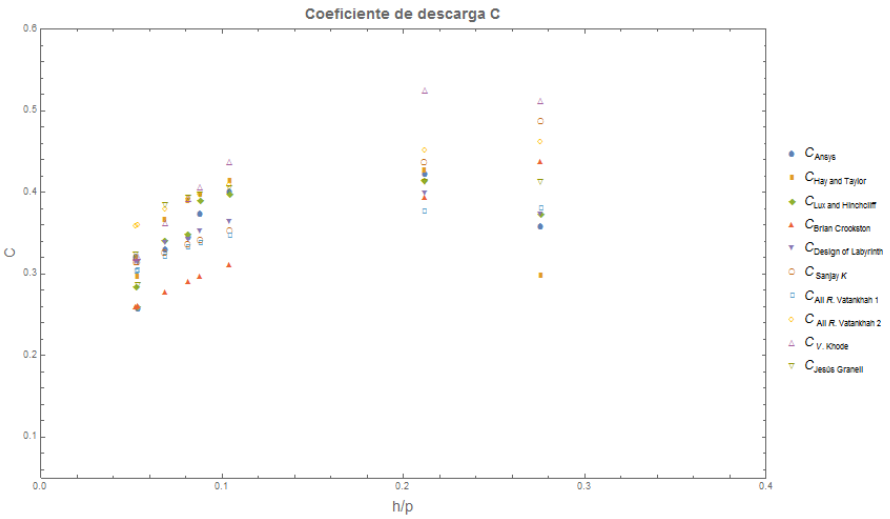


Figura 78.Comparación gráfica de todos lo coeficiente de descarga determinados. **Fuente:** Elaboración propia.

5.7.5 Análisis del perfil de velocidades

Tal y como se realizó con la modelación del vertedero triangular en el capítulo 3, se analizará en detalle la distribución de velocidades y el desarrollo de dicha distribución a lo largo del canal. Para evidenciar de mejor manera el desarrollo del perfil de velocidades, se ha graficado dicha distribución para el caudal de 1.85 l/s para cinco puntos distintos de medición (ver **Figura 79**).

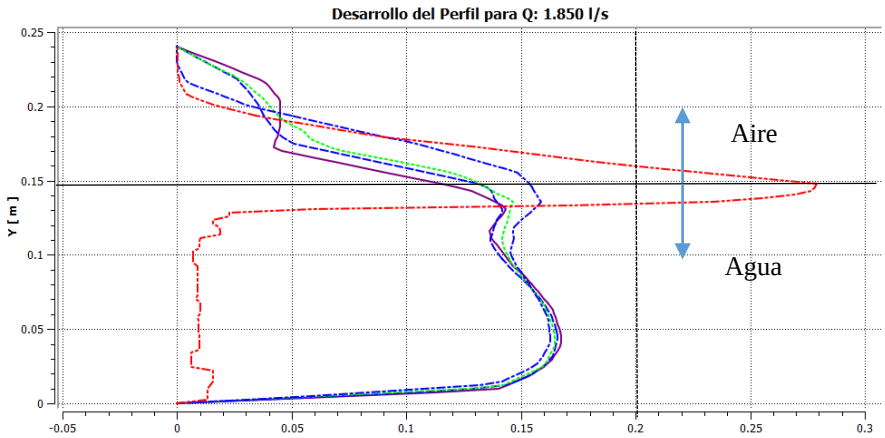


Figura 79. Desarrollo del perfil de velocidades para Q: 1.85 l/s. **Fuente:** Elaboración propia.

En la anterior figura se observa el repentino cambio del perfil de velocidades, causado por el impacto del fluido en el cuerpo del vertedero y la posterior descarga por encima del paramento de la estructura.

Con el propósito de comparar de mejor manera la magnitud de la velocidad, se ha realizado un cuadro resumen (ver **Tabla 34**) de la velocidad máxima para cada uno de los caudales; evaluando la relación entre la velocidad máxima y la velocidad media de entrada, calculada como el caudal sobre el área hidráulica.

Tabla 34. Análisis de las velocidades para los caudales modelados.

				Velocidad a 1.36 m		Velocidad a 1.46 m		Velocidad a 1.56 m	
Caudal (l/s)	Caudal (m^3/s)	H(m)	V_{media}(m/s)	V_{max} (m/s)	V_{max} / V_{med}	V_{max} (m/s)	V_{max} / V_{med}	V_{max} (m/s)	V_{max} / V_{med}
0.739	0.0007387	0.1369900	0.0599152	0.06950	1.160	0.06940	1.158	0.08550	1.427
0.900	0.0009000	0.1368960	0.0730482	0.08500	1.164	0.08450	1.157	0.09700	1.328
1.370	0.0013700	0.1389420	0.1095581	0.12900	1.177	0.12700	1.159	0.12500	1.141
1.850	0.0018500	0.1406080	0.1461905	0.16800	1.149	0.16700	1.142	0.16300	1.115
2.260	0.0022600	0.1414910	0.1774750	0.20000	1.127	0.19700	1.110	0.19700	1.110
3.110	0.0031100	0.1435740	0.2406812	0.26700	1.109	0.26500	1.101	0.26200	1.089

				Velocidad a 1.66 m		Velocidad a 1.76 m	
Caudal (l/s)	Caudal (m^3/s)	H(m)	V_{media}(m/s)	V_{max} (m/s)	V_{max} / V_{med}	V_{max} (m/s)	V_{max} / V_{med}
0.739	0.0007387	0.1369900	0.0599152	0.15000	2.504	0.21800	3.638
0.900	0.0009000	0.1368960	0.0730482	0.15500	2.122	0.22000	3.012
1.370	0.0013700	0.1389420	0.1095581	0.15700	1.433	0.24900	2.273
1.850	0.0018500	0.1406080	0.1461905	0.15800	1.081	0.27900	1.908
2.260	0.0022600	0.1414910	0.1774750	0.19700	1.110	0.30900	1.741
3.110	0.0031100	0.1435740	0.2406812	0.25500	1.059	0.37000	1.537

Tal como se espera, las velocidades más grandes se presentan en el plano al inicio del chorro, provocado por la inercia que genera la caída del fluido en la descarga. Adicionalmente, se destaca que las relaciones más altas de V_{max}/ V_{med} se presentan para los caudales más bajo. Lo cual nos sugiere que existirá un caudal, en el cual las velocidades en el canal de entrada, igualen las velocidades máximas en el cuerpo del vertedero, siendo este el límite del control del vertedero sobre el flujo.

5.7.6 Análisis de las líneas de corriente

Un análisis igual de relevante a los realizados anteriormente, es el estudio de las líneas de corriente. La determinación de la dirección del flujo es crucial, a la hora de entender la interacción del fluido con la estructura y el cambio de su comportamiento, a medida que aumenta el caudal.

A partir del postprocesador integrado de Ansys, se han generado las líneas de corriente a lo largo del cuerpo del vertedero para todos los caudales (ver **Figura 80**), con el propósito de evaluar el comportamiento del flujo, detallando los puntos críticos y la interacción con el vertedero.

Se puede apreciar como las líneas de corriente se confluyen desde el muro frontal del vertedero, con las líneas provenientes de los muros laterales, encontrándose aproximadamente a dos tercios de la estructura. Adicionalmente se puede observar, como algunas líneas de corriente se intentan despegar de la cara aguas abajo del muro frontal, creando pequeños vórtices y un vacío entre el cuerpo de la estructura y el flujo.

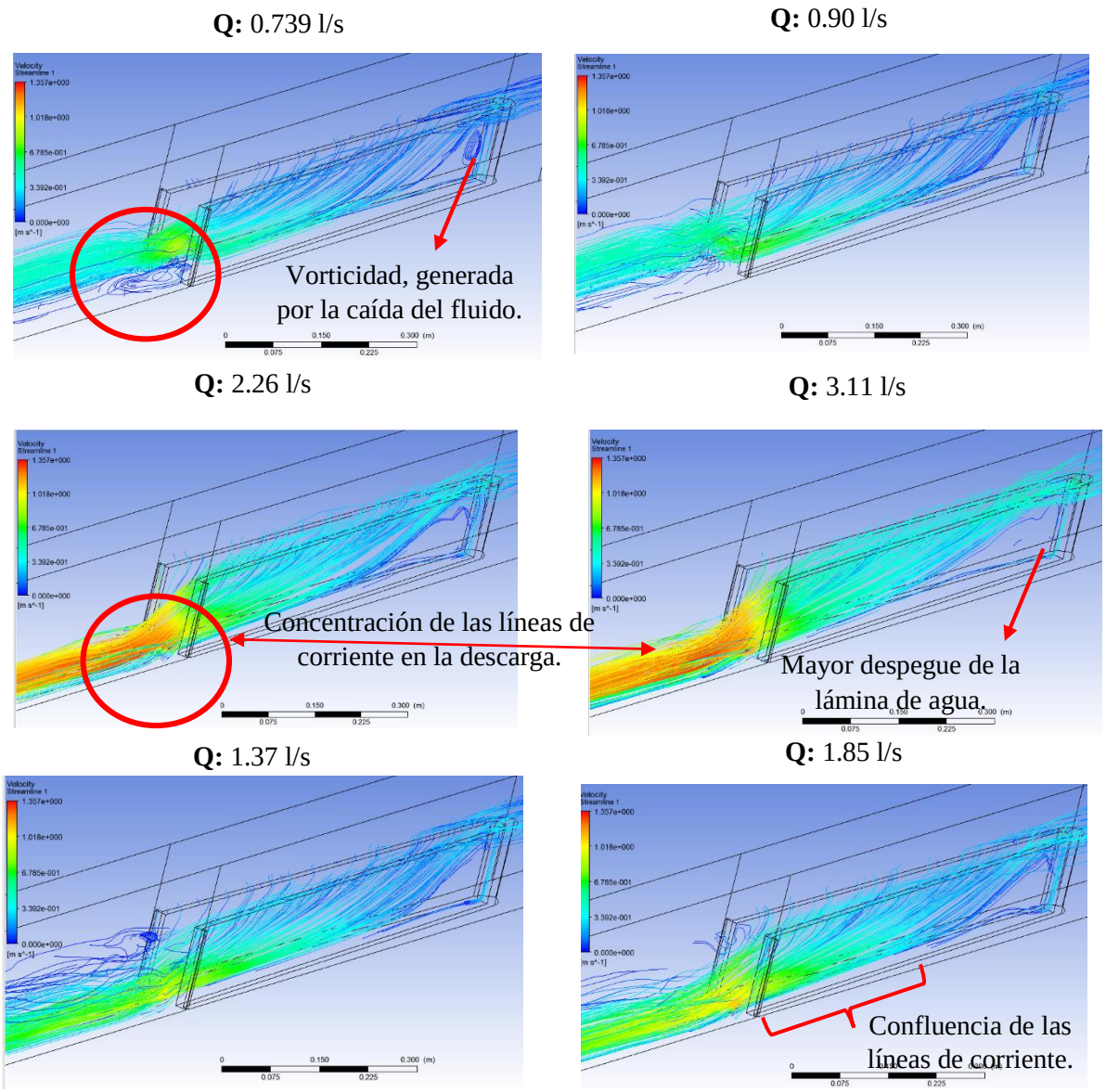


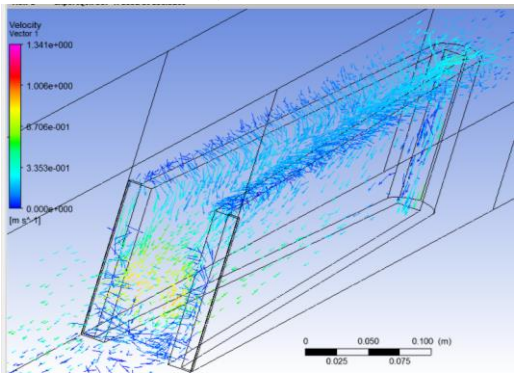
Figura 80. Líneas de corriente a lo largo del cuerpo del vertedero. **Fuente:** Elaborado con Ansys - Fluent.

A la salida del vertedero se puede observar un incremento de la magnitud de la velocidad, debido a la confluencia de las líneas de corriente que provienen del muro lateral y del muro frontal, en una sección transversal más angosta.

5.7.7 Análisis del campo de velocidades

Con los anteriores análisis, ya es posible comprender el comportamiento del campo de velocidades y la trayectoria de los vectores de velocidad a lo largo del vertedero.

Q: 0.739 l/s



Q: 3.11 l/s

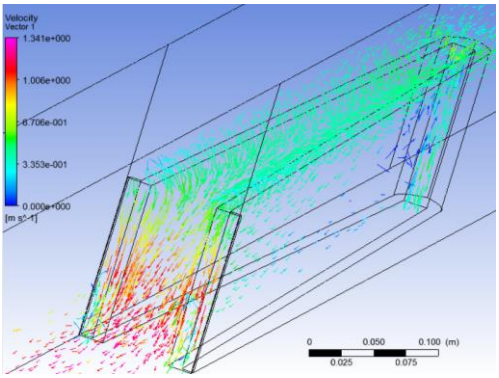


Figura 81. Campo de velocidades para los caudales de 0.739 l/s y 3.11 l/s. **Fuente:** Elaborado con Ansys - Fluent.

Como se puede ver en las anteriores figuras del campo de velocidades para 0.739 l/s y 3.11 l/s, los vectores se concentran principalmente en los muros laterales, siguiendo la forma del vertedero hasta caer de forma casi vertical a la solera, para posteriormente continuar su movimiento al confluir con los vectores que provienen del muro frontal.

5.7.8 Análisis de la tensión superficial: Número de Weber

Con el propósito de determinar los efectos de la tensión superficial se procede a calcular el número de Weber, a partir de la **Ecuación 37.** Como se mencionó en el capítulo 1, el número de Weber relaciona las fuerzas inerciales, con las fuerzas generadas por la tensión superficial. Por tanto, si este

número adimensional es bastante grande, querría decir que los efectos de la tensión superficial son despreciables en comparación a los efectos de la velocidad del fluido.

$$\boldsymbol{We} = \frac{V^2 * L * \rho}{\sigma_s} = \frac{0.146^2 * 0.869 * 998.3}{0.0727} = 255.026$$

Como se puede observar, las fuerzas inerciales son 255 veces más altas que las fuerzas generadas por la tensión superficial, lo cual nos indica que este fenómeno es despreciable, según Shames (1995), el cual indica, que un número de Weber superior a 10, son despreciables los fenómenos de tensión superficial y por tanto se puede estar seguro que los niveles medidos en los bordes del canal son adecuados y no fueron afectados por la tensión superficial.

Capítulo 6. Modelación Computacional de un Vertedero Tipo Laberinto Asimétrico

6.1. Descripción general

En el presente capítulo se describen las consideraciones necesarias para la modelación computacional del vertedero tipo laberinto, desde la geometría y el mallado, hasta el esquema numérico utilizado.

Además se comparan los resultados obtenidos en la modelación física con los resultados obtenidos por el post procesador de Ansys, analizando la lámina de agua, la fracción de volumen en dos y tres dimensiones, la distribución de presiones, el cortante, los perfiles de velocidad, el campo de velocidades y las líneas de corrientes.

Se realiza un análisis completo del coeficiente de descarga con base en las metodologías ya probadas en el vertedero pico de pato.

6.2. Metodología

Con base en el esquema numérico utilizado en el vertedero pico de pato, se procede a modelar el vertedero tipo laberinto, a partir de los caudales tomados en el laboratorio.

Inicialmente se escoge un caudal y dos mallas diferentes, una más refinada que la otra, con el propósito de evaluar la sensibilidad en los resultados. La primera malla cuenta con 77.943 nodos, posteriormente esta se refina con ayuda de la herramienta integrada de Fluent: “adaptación de la malla”, seleccionando la fracción de volumen como parámetro de refinación, logrando así una malla con 484.121 nodos.

Para la determinación de la variabilidad del coeficiente de descarga en la estructura, se modelaron ocho (8) caudales. Cuyos tiempos computacionales se encuentran resumidos en la **Tabla 35.** Se utilizó un computador Intel ® Xeon ® CPU E5-2407 v2 con dos (2) procesadores con una velocidad 2.40 GHz, 16 GB de memoria RAM, con 500 GB de memoria interna

6.3. Geometría

Tal como se describió en los capítulos 1, 3 y 5, el vertedero laberinto de la central hidroeléctrica la Naveta cuenta con cinco pliegues o ciclos, con distintas longitudes (asimétrico), con muros frontales redondeados y una altura de corona de 0.13 m (paramento). Al igual que todas las geometrías consideradas anteriormente, los detalles de la estructura y del espacio computacional se realizaron con el software de dibujo técnico, AutoCAD.

El espacio computacional seleccionado es un paralelepípedo de 0.42 m alto, 0.42 m de ancho y 3.73 m de longitud, con las mismas características del utilizado en la modelación del vertedero pico de pato, pero con dimensiones diferentes, con el propósito de ocupar el cuerpo del vertedero, dejando una distancia 1.76 m en la entrada del pliegue central y 1.0 m en la salida, medidos desde los extremos del vertedero (Ver **Figura 82**).

La estructura cuenta con todos los detalles físicos del prototipo, como lo son sus longitudes, la geometría de la nariz desfasada, y las aletas de empalme con el muro. Todos estos detalles geométricos se encuentran resumidos en la **Tabla 3 .**

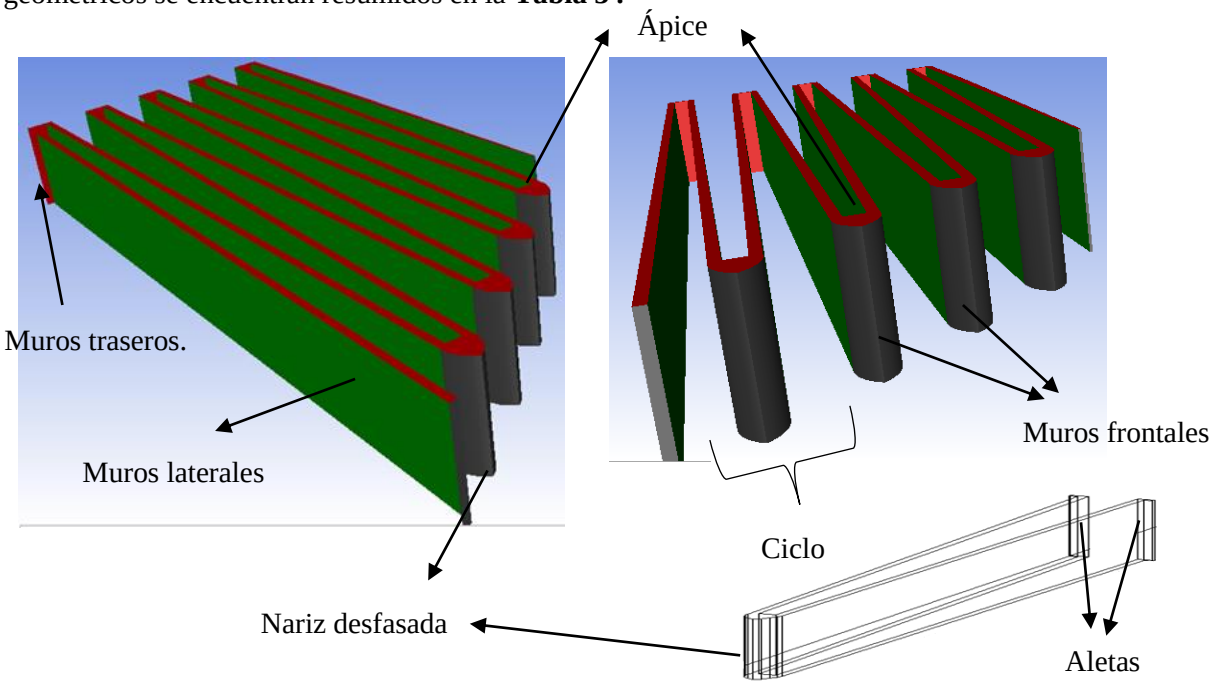


Figura 82. Geometría del vertedero tipo laberinto con nariz desfasada y módulos asimétricos. .

Fuente: Elaboración propia.

6.4. Mallado

La malla utilizada en esta modelación sigue los mismos parámetros y característica de la utilizada en el vertedero pico de pato (ver capítulo 5), cumpliendo con los límites de calidad, refinando en las mismas zonas donde se requiere mayor grado de detalle.

La malla en canal de entrada y de salida del vertedero es no estructurada, mientras que en el cuerpo del vertedero, se optó por una no estructurada. (Ver **Figura 83**).

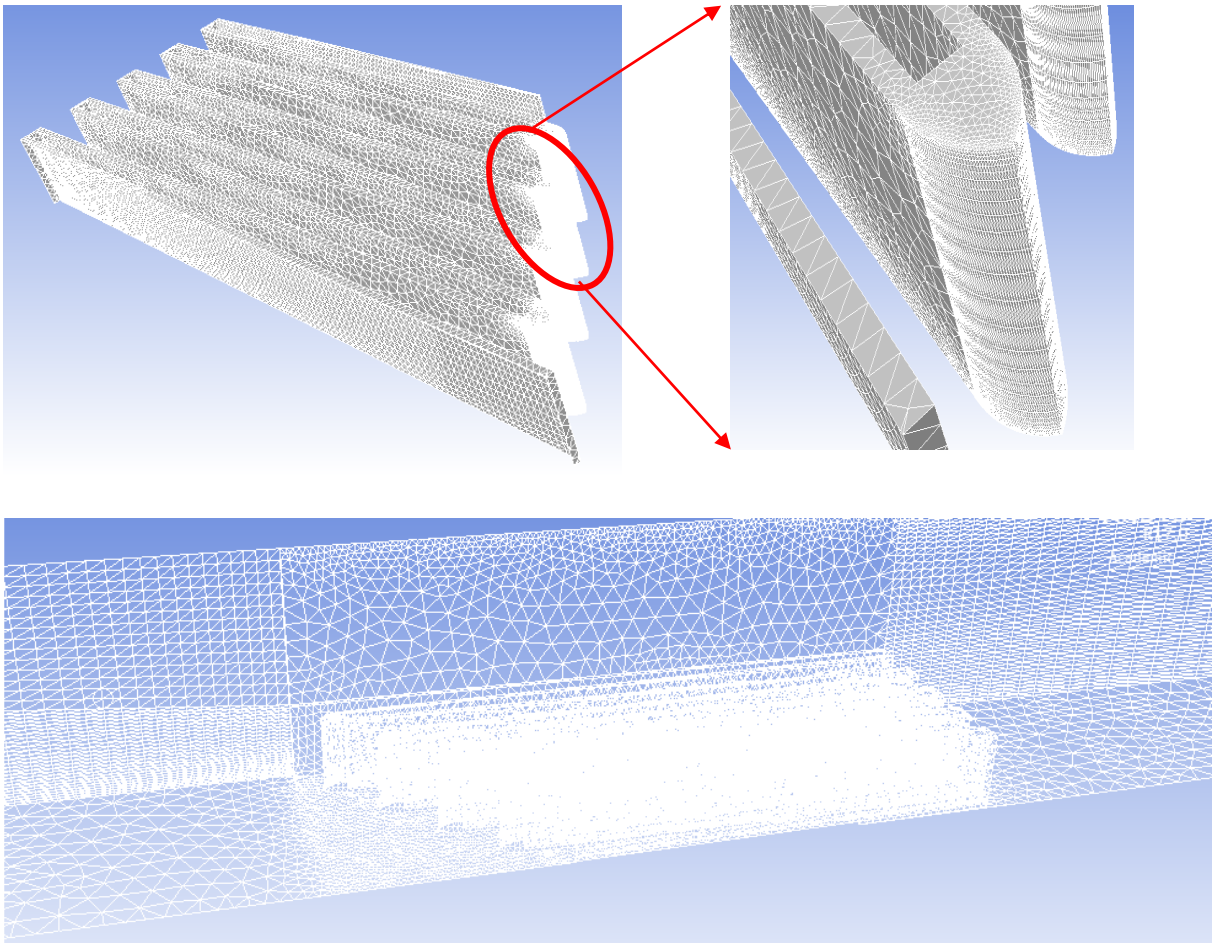


Figura 83. Malla no estructura sobre el cuerpo del vertedero tipo laberinto. **Fuente:** Elaborado con Ansys - Fluent.

Para realizar la discretización del espacio computacional, se exportó la geometría al mallador integrado de Ansys, en su "Workbench", desde el AutoCAD, exportándolo como un archivo tipo "iges".

Como se mencionó anteriormente, se realizó un análisis de sensibilidad de los resultados para dos distintas mallas, iniciando con 77.943 nodos y luego refinando tal como se realizó en el vertedero pico de pato, obteniendo finalmente 484.121 nodos. En la **Tabla 35** y **Tabla 36**, **Tabla 14** se resume la estadística del espacio computacional y los parámetros del mallado.

Tabla 35. Resumen de la estadística del mallado para el vertedero tipo laberinto.

Parámetro	*Mallado sin refinar (77943 nodos)*	*Mallado refinado (484121 nodos)*
Coordenadas en X (m)	Min: 0 – Max: 4.2017e-01	Min: 0 – Max: 4.2017e-01
Coordenadas en Y (m)	Min: 0 – Max: 4.000 e-01	Min: 0 – Max: 4.000 e-01
Coordenadas en Z (m)	Min: 0 – Max: 3.727	Min: 0 – Max: 3.727
Volumen Máximo (m^3)	$4.4628*10^{-5}$	$8.8121*10^{-5}$
Volumen Mínimo (m^3)	$2.2168*10^{-11}$	$2.6283*10^{-11}$
Volumen Total (m^3)	$6.0399*10^{-1}$	$6.0399*10^{-1}$
Área Mínima de Cara de Celda (m^2)	$4.9193*10^{-8}$	$3.1273*10^{-8}$
Área Máxima de Cara de Celda (m^2)	$2.6932*10^{-3}$	$4.3176*10^{-3}$

Caudal(l/s)	**Nodos**	**Tiempo Computacional (días)**
3.70	77.943	5
2.21	77.943	5
3.69	77.943	5
6.84	77.943	5
6.84	484.121	14
9.24	77.943	4
12.99	77.943	4
14.16	77.943	4
15.54	77.943	4

Tabla 36. Resumen de la calidad del mallado para el para el vertedero tipo laberinto.

Parámetro de Calidad	*Mallado sin refinar (77943 nodos)*	*Mallado refinado (77943 nodos)*
Relación de Aspecto	68.9	52.1
Ortogonalidad	0.87	0.91

6.5. Condiciones de Frontera

Para la definición de las condiciones de frontera se ha utilizado las mismas consideraciones de la modelación del vertedero pico de pato. A continuación se realiza un resumen de dichas condiciones y la zona que representan en el espacio computacional.

- **Base del canal y muros laterales (Wall):** Se impuso la condición de frontera, denominada "Wall" la cual no permite la salida, ni la entrada de flujo (agua o aire), pero si esfuerzos cortantes. Es una condición equivalente a un muro físico impermeable, sin movimiento. Esta condición se impuso en la base del canal y en los muros laterales del vertedero y del canal.

- **Entrada (Mass Flow Inlet):** Se utilizó "flujo másico a la entrada", recordando que el flujo másico es el producto entre la densidad del fluido y el caudal (ver **Ecuación 62**). A continuación se muestran los distintos caudales modelados y sus respectivos flujos másicos.

Tabla 37. Caudales modelados y flujo másico del vertedero tipo laberinto.

Q(l/s)	Q(m^3/s)	Flujo Másico (Kg/s)
3.70	0.00370	3.689
2.21	0.00221	2.202
3.69	0.00369	3.687
6.84	0.00684	6.827
9.24	0.00924	9.229
12.99	0.01299	12.966
14.16	0.01416	14.132
15.54	0.01554	15.517

- **Salida (Pressure Outlet)**: Como es común en este tipo de problemas, la condición de salida es "Pressure outlet", la cual supone presión atmosférica (101300 Pa en sistema absoluto) en la salida. Adicionalmente, se llenó el canal de salida con una lámina de 5.5 mm, para reducir el impacto del chorro en la descarga y acelerar la convergencia del modelo.

- **Muro superior (Pressure Outlet):** Con el propósito de asemejar el comportamiento computacional al físico, se planteó la condición de presión atmosférica en la parte superior del volumen computacional. La altura en el cual se asume esta condición, es el plano superior del espacio computacional (40 cm). Cabe destacar, que se impidió la salida tanto de aire como de agua en este límite.

- **Cuerpo del vertedero (Wall):** A lo largo del cuerpo del vertedero se impuso la condición de muro, sin la posibilidad de movimiento. Debido a que el chorro a lo largo de la descarga del vertedero no presenta una trayectoria definida, no fue necesario airear la descarga como se hizo en el vertedero triangular.

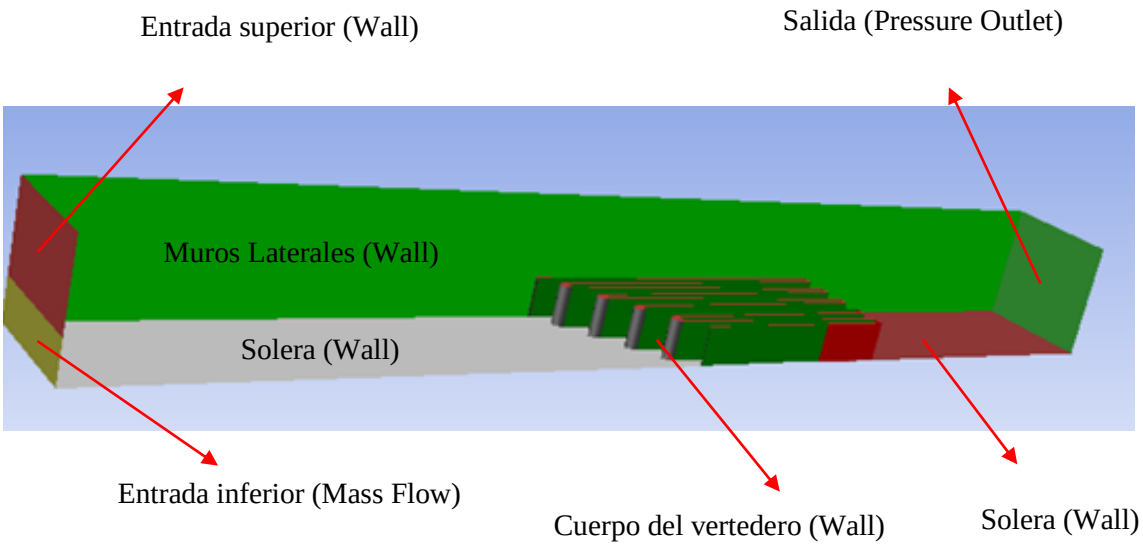


Figura 84. Condiciones de frontera en el espacio computacional para la modelación del vertedero tipo laberinto. **Fuente:** Elaborado con Ansys - Fluent.

6.6. Esquema numérico y detalles adicionales

A partir de lo aprendido en la modelación del vertedero pico de pato en el capítulo 5, y de las consideraciones discutidas en el capítulo 1, se seleccionó el esquema numérico más apropiado. En la **Tabla 16** se resume la discretización espacial utilizada en el modelo computacional.

Modelo de flujo a superficie libre: El esquema utilizado para esta condición es el "volumen de fluido" (VOF).

Modelo de turbulencia: El modelo de turbulencia utilizado es el k-épsilon, con la función de pared estándar (Standard Wall Function). Los valores de K y ε para la entrada fueron calculados por medio de la **Ecuación 46** y de la **Ecuación 47** respectivamente. Los resultados de estos coeficientes se encuentran resumidos en la **Tabla 38**.

Tabla 38. Cálculo de los coeficientes del modelo de turbulencia K-ε, para el vertedero tipo laberinto.

Caudal (l/s)	Caudal (m^3/s)	Velocidad media (m/s)	Re	Intensidad Turbulenta (I)	Tamaño remolinos (l)	k	e
2.206	0.0022062	0.182	47710	0.6151	0.0185	0.0188	0.63
3.694	0.0036937	0.305	79892	0.6560	0.0185	0.0599	1.36
6.838	0.0068384	0.564	147889	0.7085	0.0185	0.2393	3.43
9.244	0.0092443	0.762	199925	0.7357	0.0185	0.4716	5.39
12.988	0.0129879	1.078	280899	0.7676	0.0185	1.0137	8.97
14.156	0.0141559	1.167	306160	0.7760	0.0185	1.2304	10.21
15.544	0.0155435	1.282	336179	0.7851	0.0185	1.5186	11.74

Criterio de convergencia:

El criterio de convergencia se tomó a partir de los factores residuales de la cantidad de movimiento y de las componentes de las velocidades U, V y W. El factor residual corresponde al error absoluto que se presenta en cada iteración. Se consideró, $1x10^{-4}$ como el error máximo para aceptar la convergencia.

Adicionalmente a esto, se evaluó el cambio del flujo másico en la entrada y salida del espacio computacional. Se consideró aceptable un error final de 1% con respecto al flujo másico total.

Otras consideraciones:

1. Se tuvo en cuenta los efectos de la gravedad.
2. Se utilizó a partir de un esquema implícito para la modelación en flujo no permanente: Con el propósito de acerca el modelo computacional a las condiciones físicas. Se limitó el número de Courant a 0.9 y se utilizaron dos (2) pasos de tiempo por iteración, con una amplitud variable (ajustada por el programa).
3. Se trabajó con la opción de “Open Channel”.

Coeficientes de relajación:

Los factores de relajación empleados en la modelación para cada variable fueron los mismos que se utilizaron para la modelación del vertedero pico de pato, los cuales se presentan en la **Tabla 20** .

6.7. Resultados iniciales y análisis de sensibilidad de la malla

Como se discutió anteriormente, la malla se realizó teniendo en cuenta los parámetros de calidad (Ortogonalidad y Relación de Aspecto), refinando en aquellas secciones donde la geometría lo obligara, como por ejemplo, los muros de nariz desfasada y en las zonas donde fuese necesario un mayor grado de detalle.

Teniendo en cuenta que la malla tiene influencia en los resultados de la modelación, se ha realizado un análisis de sensibilidad, el cual consta de la determinación del cambio de los resultados para distintas mallas.

La refinación se realizó utilizando la herramienta de adaptación de Ansys - Fluent, con la fracción de volumen como parámetro de refinación. Como se resumió en la **Tabla 35** y **Tabla 36**, la malla inicialmente poseía 77.943 para finalmente terminar en 484.121 nodos; se modelaron ambos casos, comparando el cambio de la lámina de agua a lo largo de todo el espacio computacional, encontrado una variación inferior al 3.1%, valor suficientemente bajo para considerar loa resultados, independiente de la malla. En la **Figura 85** se puede apreciar la variación de la lámina de agua para ambos escenarios.

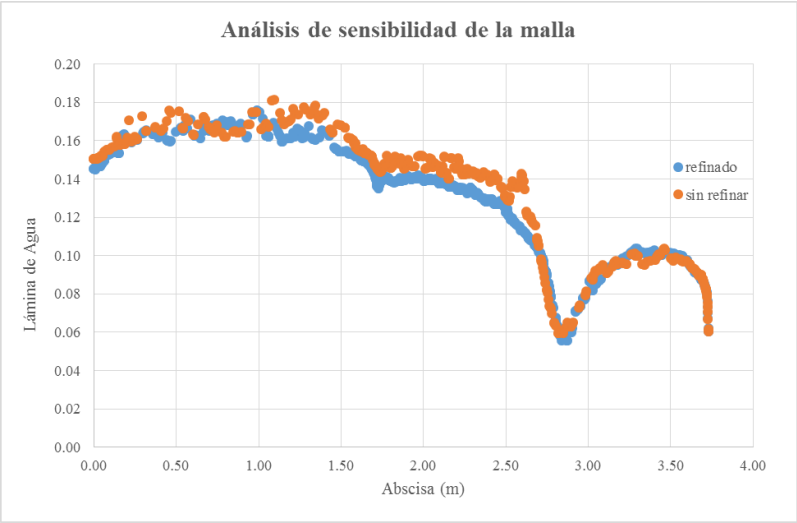


Figura 85. Comparación de la lámina de agua para distintos valores de nodos en la malla. **Fuente**: Elaboración propia.

6.8. Análisis del perfil de flujo

Como se ha venido realizando en las modelaciones presentadas en la presente tesis, la identificación general de la lámina de agua, es crucial para entender el comportamiento hidráulico de la estructura. Por esta razón, se ha realizado el contorno de la fracción de volumen a lo largo de la estructura (Ver **Figura 86**). En esta figura se ve claramente la diferencia en los niveles para los dos caudales extremos, los cuales representan el caudal más alto y el más bajo, modelados en el laboratorio.

Para el caudal de 2.21 l/s la turbulencia es relativamente baja en el canal de entrada y sobre los muros laterales, a diferencia del flujo generado por el caudal de 15.54 l/s, el cual provoca una mayor caída de la lámina de agua, aguas arriba de la estructura. Esto inicialmente respalda los resultados encontrados en el análisis de la modelación física (capítulo 3), en el cual se identificó el incremento de las pérdidas y por tanto de la reducción de la eficiencia del vertedero, al aumentar el caudal.

Q: 2.21 l/s Q: 15.54 l/s

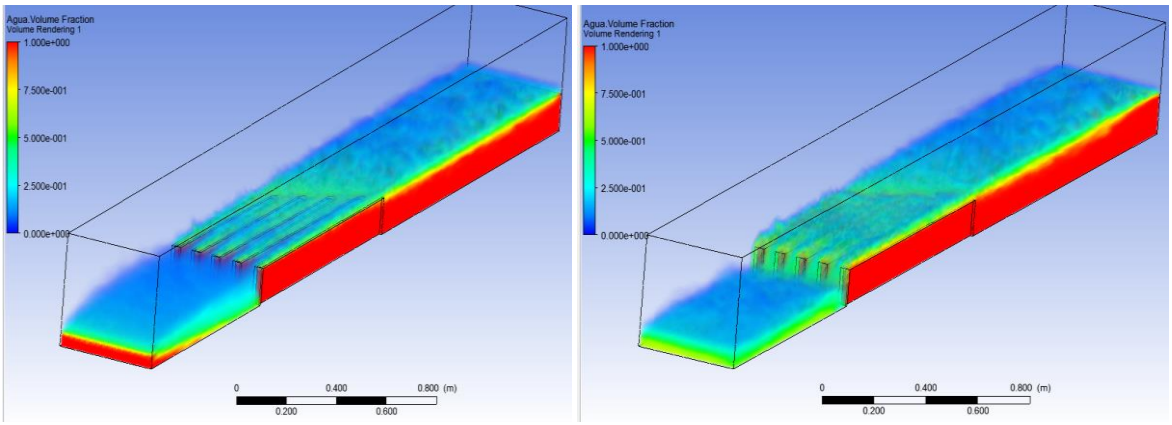


Figura 86. Comparación del flujo para los caudales de 2.21 l/s y 15.54 l/s. **Fuente**: Elaboración propia.

Pero como lo que se busca es la determinación del cambio del perfil a lo largo de la estructura, se ha dibujado la lámina de agua en todo el espacio computacional (ver **Figura 87**).

Se puede observar como la lámina disminuye al pasar por el veretdero, siendo este, el propósito fundamental de la estructura: el control de sobre – elevaciones. Además se ve claramente la caida del chorro al superar la estructura y los efectos numéricos provocados por la condición de frontera a la entrada y la salida, estabilizandose a aproximadamente a 0.5 m de estas zonas.

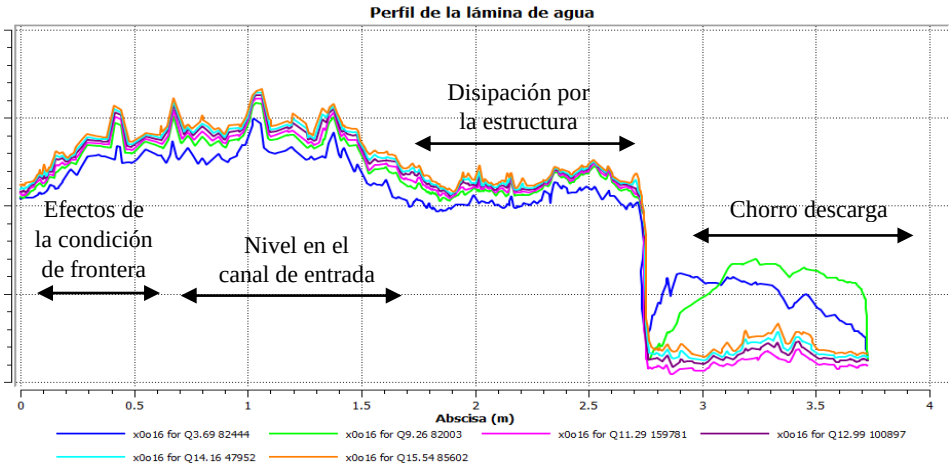


Figura 87. Comparación de perfiles de flujo a lo largo de la estructura. **Fuente**: Elaboración propia.

6.9. Comparación de resultados con el modelo físico

Con base en los resultados obtenidos para los ocho (8) caudales modelados, se procedió a determinar la lámina de agua, en las mismas abscisas que se midió la profundidad durante la modelación física, el canal de pruebas del Centro de Estudios Hidráulicos (ver **Tabla 39**).

Tabla 39. Lámina de agua para los ocho caudales modelados numéricamente en Ansys –Fluent.

Datos del modelo computacional								
Q(l/s)	2.21	3.70	6.85	9.26	11.31	13.01	14.18	15.57
Abscisa (m)	**Lámina (m)**	**Lámina (m)**	**Lámina (m)**	**Lámina (m)**	**Lámina (m)**	**Lámina (m)**	**Lámina (m)**	**Lámina (m)**
1.36	0.1307	0.1329	0.1366	0.1379	0.1401	0.1421	0.1435	0.1453
1.46	0.1283	0.1355	0.1363	0.1413	0.1420	0.1441	0.1455	0.1471
1.56	0.1307	0.1299	0.1364	0.1372	0.1403	0.1420	0.1438	0.1464
1.66	0.1294	0.1302	0.1344	0.1387	0.1417	0.1444	0.1457	0.1480
1.76	0.1305	0.1329	0.1371	0.1413	0.1442	0.1468	0.1485	0.1387
2.01	0.1320	0.1344	0.1365	0.1418	0.1432	0.1443	0.1467	0.1471
2.26	0.1319	0.1335	0.1363	0.1405	0.1423	0.1436	0.1444	0.1460
2.46	0.1339	0.1331	0.1380	0.1425	0.1448	0.1469	0.1469	0.1503
2.56	0.1315	0.1311	0.1376	0.1368	0.1412	0.1440	0.1456	0.1475

A partir de estos resultados, se procede a comparar ambos niveles (entre el modelo computacional y el modelo físico), con el objetivo de observar la variabilidad y la fiabilidad de la modelación computacional, determinando el error porcentual para cada punto (ver **Tabla 40**).

Tabla 40. Lámina de agua para los ocho caudales modelados numéricamente en Ansys –Fluent.

Error porcentual								
Q(l/s)	2.21	3.70	6.85	9.26	11.31	13.01	14.18	15.57
Abscisa (m)	**Lámina (m)**	**Lámina (m)**	**Lámina (m)**	**Lámina (m)**	**Lámina (m)**	**Lámina (m)**	**Lámina (m)**	**Lámina (m)**
1.36	0.17%	0.77%	3.01%	2.52%	4.97%	7.08%	8.84%	9.42%
1.46	2.40%	2.52%	2.45%	5.00%	4.80%	5.26%	6.68%	7.40%
1.56	0.76%	1.94%	1.80%	1.76%	3.12%	3.59%	5.26%	7.23%
1.66	1.93%	2.04%	0.28%	2.51%	3.70%	5.46%	4.93%	6.00%
1.76	1.15%	0.05%	1.69%	4.09%	4.25%	6.36%	8.77%	2.82%
2.01	0.56%	0.71%	1.13%	4.62%	5.48%	4.72%	6.65%	7.33%
2.26	1.84%	0.82%	0.49%	2.98%	4.00%	4.79%	4.94%	5.79%
2.46	0.63%	2.13%	1.06%	3.51%	4.18%	5.63%	5.24%	8.09%
2.56	1.64%	3.30%	0.78%	0.88%	1.28%	3.22%	4.04%	7.76%
Promedio	1.23%	1.59%	1.41%	3.10%	3.98%	5.12%	6.15%	6.87%

Se puede observar, que los resultados del modelo computacional son bastante cercanos a los resultados obtenidos en el modelo físico, confirmando nuevamente la exactitud de esta metodología de análisis, basada en la mecánica de fluidos computacional.

Detallando en la **Tabla 40**, se puede apreciar que el error promedio porcentual, oscila entre 1.23 y 6.87%; error que va aumentando a medida que se incrementa la magnitud del caudal. Este comportamiento se puede deber a la precisión de la medición y de las observaciones realizadas en la toma datos, ya que la turbulencia dificultó este procedimiento (creando errores humanos e instrumentales).

Otra razón probable del incremento en el error, son en las aproximaciones de la turbulencia y por tanto de los vórtices que realiza Ansys, ya que este promedia a partir de límites de tamaño e intensidad, para simplificar los cálculos computacionales.

A pesar de esto, se puede afirmar que el modelo computacional responde con bastante precisión al modelo físico.

6.10. Análisis de las líneas de corriente y el campo de velocidades

Ya habiendo confirmado la fiabilidad del modelo computacional con los resultados del modelo físico, es posible analizar con más detalle el comportamiento hidráulico de la estructura.

Si observamos la estructura en planta y graficamos sobre ella las líneas de corriente, se pueden observar claramente las fluctuaciones de la lámina de agua, debido al choque de las partículas en la estructura, disminuyendo su velocidad, creando pérdidas de energías y generando perturbaciones; las cuales se propagan a lo largo del canal de entrada del vertedero.

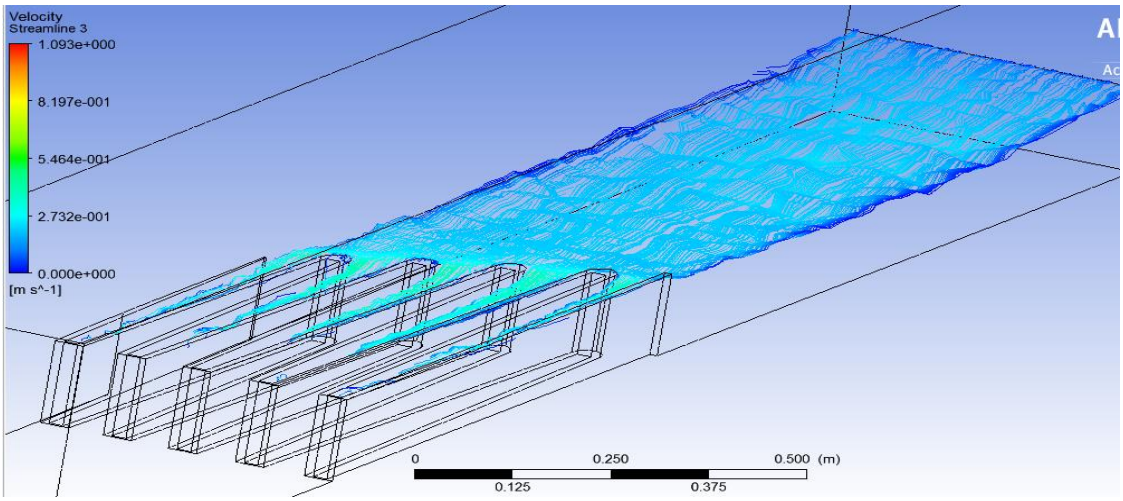


Figura 88. Líneas de corriente en el canal de entrada. Vista de Planta. **Fuente**: Elaborado con Ansys - Fluent.

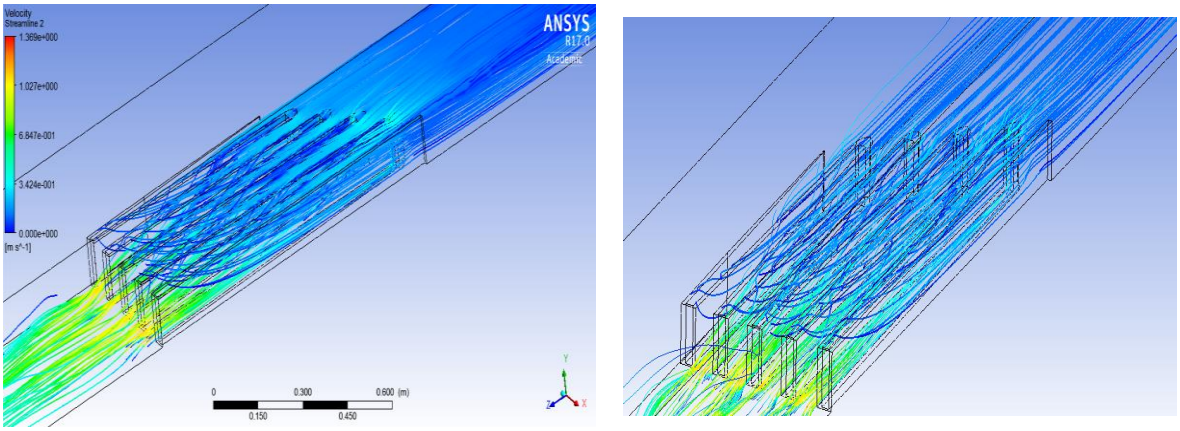


Figura 89. Líneas de corriente en el espacio computacional. Vista de Planta. **Fuente**: Elaborado con Ansys - Fluent.

Concentrándonos ahora en las líneas de corriente sobre el vertedero, es posible comprender mejor el comportamiento del flujo en la estructura. En la **Figura 90** se puede ver, como las líneas de corriente chocan con el muro frontal del vertedero, modificando su trayectoria de forma gradual, gracias a la geometría de la nariz, siendo este el propósito del diseño.

Se puede apreciar además, como las líneas de corriente se dispersan por cada uno de los canales entre los ciclos; con la particularidad de no ser uniforme trasversalmente, ya que existe la tendencia

concentrarse en el centro del vertedero. Un resultado inesperado, ya que se consideraba una distribución uniforme a lo largo de los cinco ciclos o pliegues del canal.

Observando ahora la escala de colores que definen la magnitud de la velocidad, es claro que los valores más altos se encuentran en la descarga (al final del chorro), respaldando lo encontrado tanto en el vertedero triangular, como en el vertedero pico de pato, debido a la reducción de la sección precisamente donde confluyen todas las líneas de corriente.

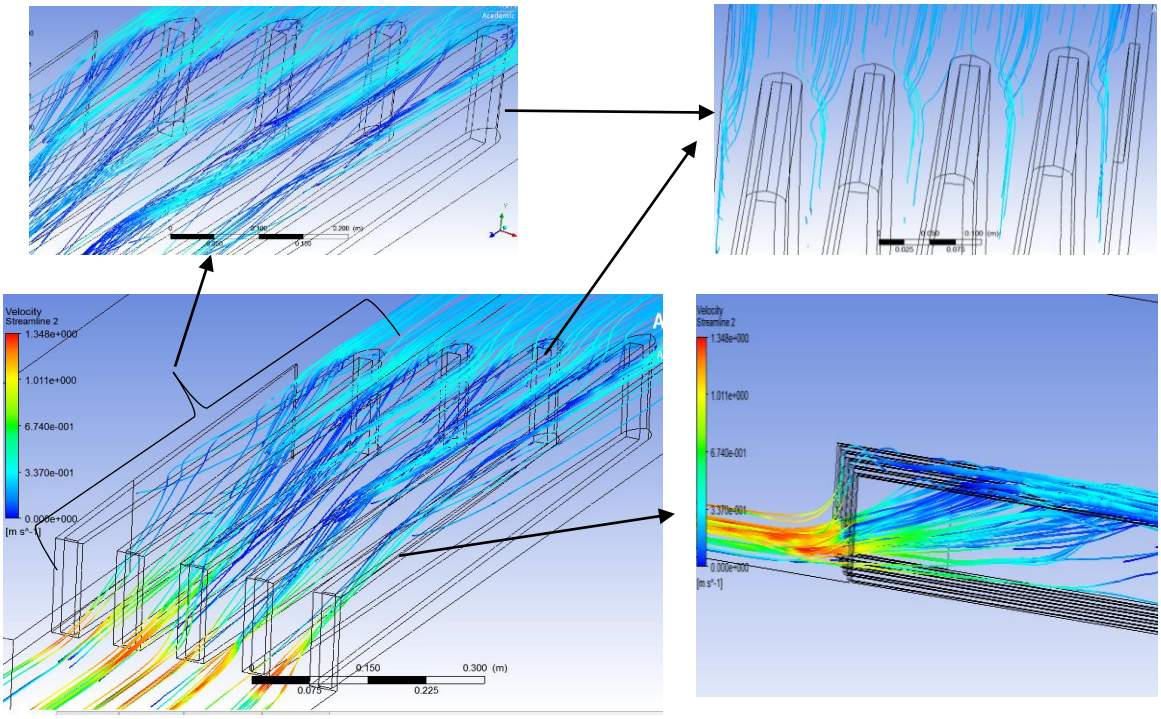


Figura 90. Líneas de corriente en el vertedero laberinto. **Fuente**: Elaborado con Ansys - Fluent.

6.11. Análisis del coeficiente de descarga

Como se ha mencionado a lo largo de la presente tesis, la determinación del coeficiente de descarga es crucial a la hora de evaluar la eficiencia del vertedero y su comportamiento hidráulico. A continuación se analiza la variabilidad de este coeficiente, a partir de los resultados obtenidos modelaciones en Ansys – Fluent.

Inicialmente se ha determinado el coeficiente de descarga, para todos los caudales modelados, a partir de la longitud efectiva, de cada uno de los ciclos del vertedero (ver **Tabla 41**), con la **Ecuación 12**, la cual define el caudal para todo tipo de vertedero laberinto.

Tabla 41. Longitudes de los ciclos que componen el vertedero tipo laberinto asimétrico.

Ciclo	L2 Izq.	L2 Der.
	m	m
1	0.792	0.722
2	0.869	0.792
3	0.946	0.869
4	1.023	0.946
5	1.100	1.023

Se ha calculado el coeficiente de descarga para las mismas abscisas utilizadas en la modelación física (ver **Figura 25**). En la **Figura 91** se grafica este coeficiente de descarga, con respecto a la relación adimensional h/p, para distintas posiciones transversales, correspondientes a los cuatro muros de entrada del vertedero (muro A, B, C, D):

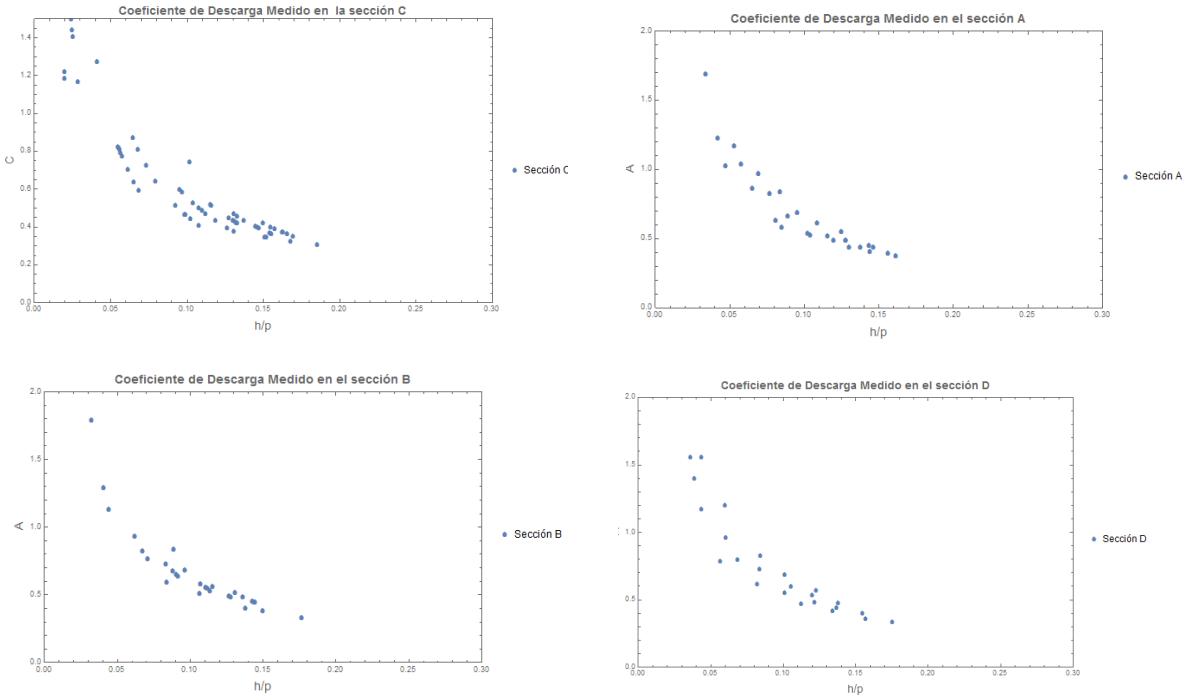


Figura 91. Determinación del coeficiente de descarga para distintas posiciones y relaciones h/p.
Fuente: Elaboración propia.

Como se puede apreciar, esta estructura disminuye su eficiencia a medida que aumenta la relación h/p, y por tanto la magnitud del caudal transitado, con valores de coeficiente de descarga superiores a 1.4, para caudales bajos, hasta alcanzar una tendencia asintótica de "C", entre 0.35 y 0.4.

Cabe resaltar, que a pesar de poseer la misma tendencia en los cuatro puntos transversales evaluados, la magnitud del coeficiente varía notablemente en cada sección. En la **Figura 92**, se comparar todos los resultados.

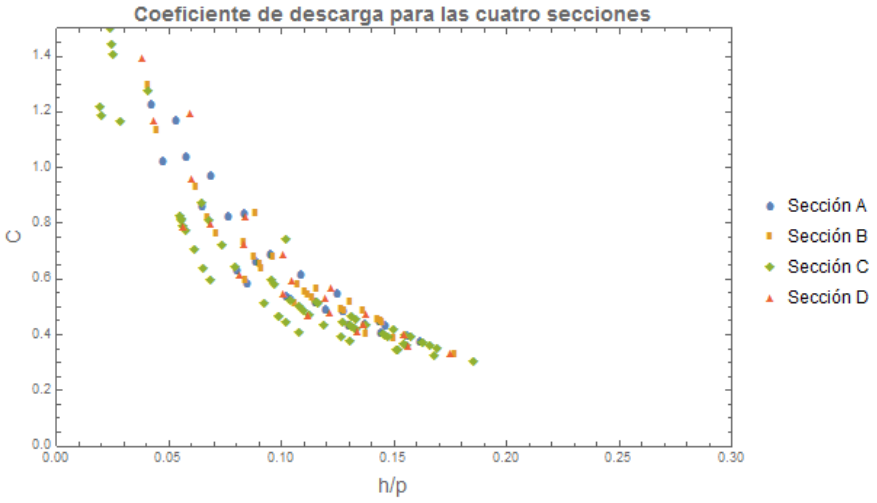


Figura 92. Comparación general del coeficiente de descarga calculado a lo largo del vertedero tipo laberinto. **Fuente**: Elaboración propia.

Como se puede observar, el coeficiente de descarga varía dependiendo del lugar donde se tomen los datos correspondientes a la lámina de agua, lo cual confirma que el coeficiente de descarga no es un valor único que caracterice un vertedero tipo laberinto. Es posible asumir la existencia de una región característica para cada estructura, cuya tendencia es asintótica a valores de h/p superiores a 0.20.

Teniendo en cuenta los resultados anteriores de la modelación computacional y con ayuda de la **Figura 92**, se ha determinado una función general de regresión, para la determinación del coeficiente de descarga, a partir de la relación entre la altura de la lámina por encima de la corona del vertedero y el paramento de la estructura (h/p):

$$C = 10.117 - 388.233(\frac{h}{p}) + 21075.289(\frac{h}{p})^2 - 28613.(\frac{h}{p})^3 + 52594.983(\frac{h}{p})^4$$

Ecuación 68. Determinación del coeficiente de descarga, para un vertedero tipo laberinto asimétrico, de nariz desfasada.

Ahora procederemos a determinar el coeficiente de descarga a partir de las metodologías utilizadas en el capítulo 5 y explicadas en el capítulo 1, comparándolas con los resultados obtenidos en la modelación computacional.

Debido a que en el capítulo 5, se explicó en detalle el origen y forma de aplicación de las ecuaciones para el cálculo del coeficiente de descarga, se optó por no repetir el procedimiento, y realizar un resumen de los resultados (**Tabla 42**). Se encontró nuevamente una gran dispersión entre los valores, siendo la metodología creada por Hay y Taylor la aproximada a los resultados de la modelación numérica.

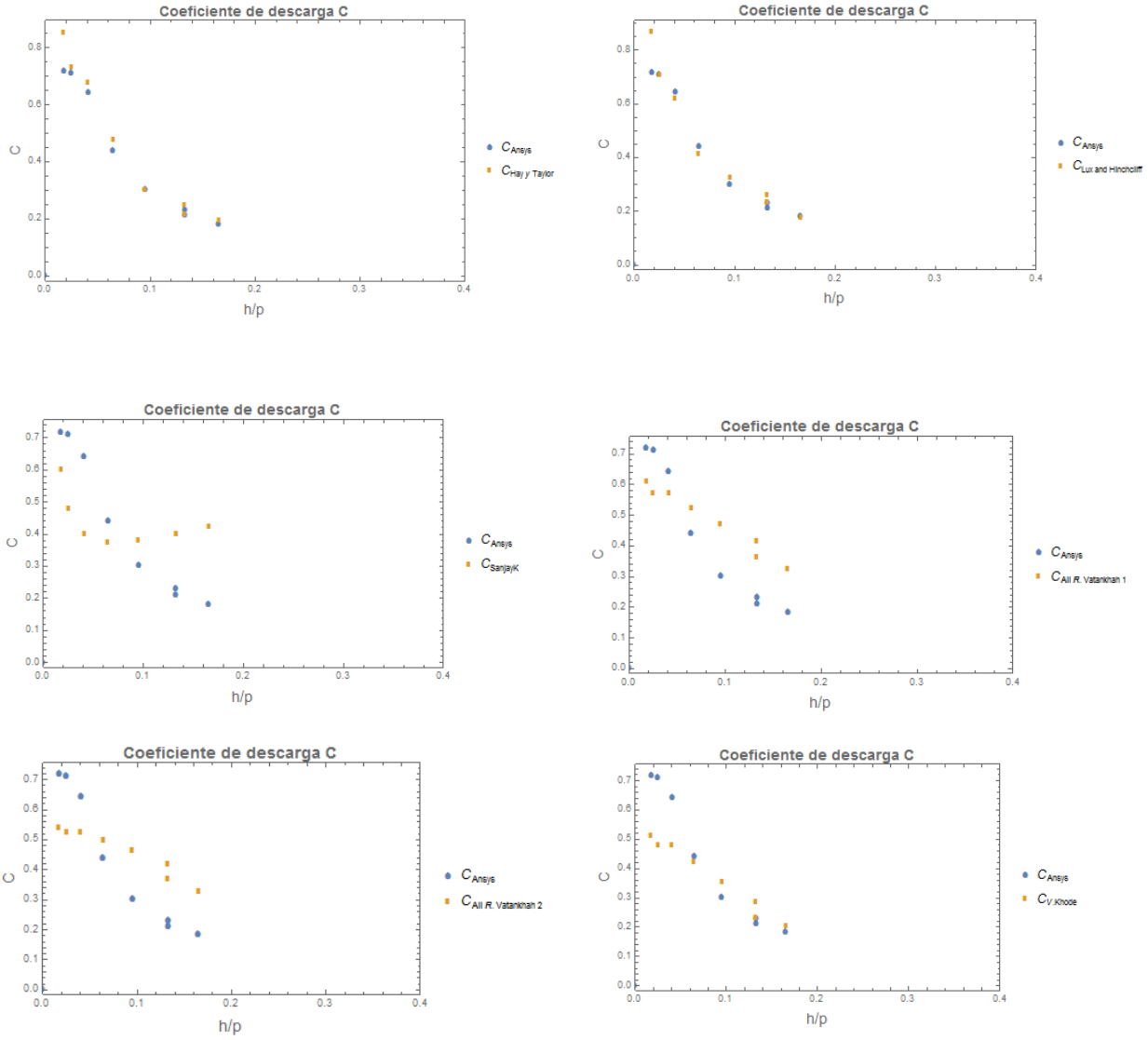
Tal como se observó en el vertedero pico de pato, la gran diferencia de resultados provoca una incógnita a la hora de decidir qué valor usar, debido a que el coeficiente de descarga además de variar con la posición, también varía según la ecuación utilizada, lo cual dificultada aún más la tarea del diseñador. Es por esta razón, que el autor del presente trabajo de grado, recomienda definir un coeficiente de descarga promedio, sustentado a partir de las condiciones que experimentará la estructura a lo largo de su vida útil.

Tabla 42. Determinación del coeficiente de descarga para distintas metodologías.

Q(l/s)	Q(m³/s)	H(m)	h(m)	h/p	C_{Ansys}	$C_{Hay\ and\ Taylor}$	$C_{Lux\ and\ Hinchcliff}$	$C_{Sanjay\ K}$	$C_{Ali\ R.\ Vatankhah\ 1}$
2.21	0.00221	0.1323	0.0023	0.0181	0.7172	0.8505	0.8644	0.5973	0.6046
3.70	0.00370	0.1333	0.0033	0.0257	0.7089	0.7275	0.7029	0.4761	0.5675
6.85	0.00685	0.1354	0.0054	0.0413	0.6418	0.6746	0.6174	0.3960	0.5676
9.26	0.00926	0.1385	0.0085	0.0651	0.4390	0.4744	0.4084	0.3715	0.5186
11.31	0.01131	0.1425	0.0125	0.0958	0.3003	0.2967	0.3229	0.3763	0.4677
13.01	0.01301	0.1473	0.0173	0.1333	0.2104	0.2431	0.2565	0.3965	0.4131
14.18	0.01418	0.1473	0.0173	0.1333	0.2295	0.2118	0.2280	0.3964	0.3594
15.57	0.01557	0.1516	0.0216	0.1660	0.1812	0.1890	0.1710	0.4184	0.3216

Q(l/s)	Q(m³/s)	H(m)	h(m)	h/p	C_{Ansys}	$C_{Ali\ R.\ Vatankhah\ 2}$	$C_{V.\ Khode}$	$C_{Jesús\ Granell}$	$C_{promedio}$
2.21	0.00221	0.1323	0.0023	0.0181	0.7172	0.5371	0.5073	0.5263	0.6411
3.70	0.00370	0.1333	0.0033	0.0257	0.7089	0.5211	0.4776	0.5284	0.5716
6.85	0.00685	0.1354	0.0054	0.0413	0.6418	0.5212	0.4776	0.5231	0.5396
9.26	0.00926	0.1385	0.0085	0.0651	0.4390	0.4942	0.4204	0.5003	0.4554
11.31	0.01131	0.1425	0.0125	0.0958	0.3003	0.4593	0.3515	0.4588	0.3905
13.01	0.01301	0.1473	0.0173	0.1333	0.2104	0.4145	0.2825	0.4007	0.3438
14.18	0.01418	0.1473	0.0173	0.1333	0.2295	0.3639	0.2286	0.4008	0.3127
15.57	0.01557	0.1516	0.0216	0.1660	0.1812	0.3245	0.1999	0.3468	0.2816

En la **Figura 93** se puede apreciar la comparación entre el coeficiente de descarga obtenido por la modelación computacional, con los resultados de la **Tabla 42**. Adicionalmente se realiza la comparación del valor promedio de todas las metodologías para el cálculo del coeficiente de descarga.



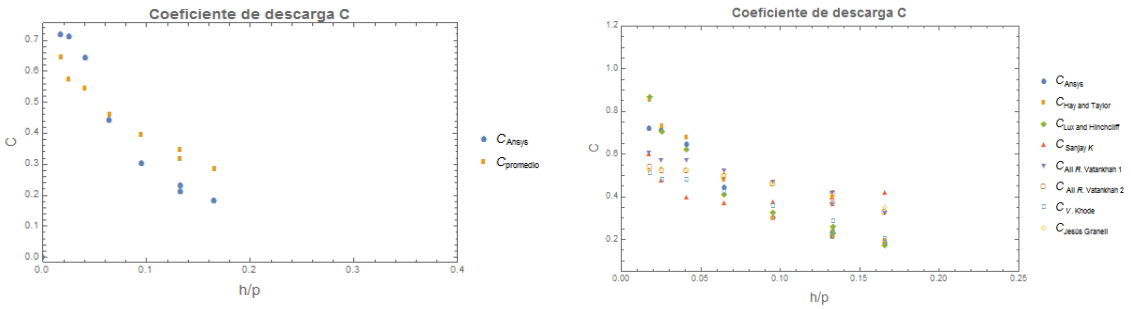


Figura 93. Comparación general del coeficiente para distintas metodologías de cálculo. **Fuente**: Elaboración propia.

6.12. Análisis de la fuerza específica

Recordando el concepto de cantidad de movimiento, el cual se define como, la variación de las fuerzas que interactúan en un fluido, en un marco inercial particular, se ha analizado el comportamiento de la fuerza específica a lo largo del vertedero. Recordando que la fuerza específica se define como, la fuerza por unidad de volumen, en una sección definida.

En la **Figura 94** se puede apreciar la variación de las fuerzas específicas con respecto al nivel del flujo para cuatro secciones distintas, correspondientes a los cuatro muros de entrada del vertedero (no confundir con los cinco pliegues de la estructura). Se observa una tendencia parabólica en todos los tramos evaluado y la existencia de un máximo entre las cotas 0.07 y 0.08 m.

Cabe destacar, que a medida que el punto de evaluación se va alejando del muro frontal (cara aguas arriba del vertedero), la fuerza específica va disminuyendo, traducido en un desplazamiento del gráfico a la izquierda, como resultado de la pérdida de energía, que experimenta el flujo en su recorrido.

A pesar de mantenerse una tendencia similar para las cuatro secciones, existe una variación de la magnitud de la fuerza específica en términos transversales, debido a la ya discutida variación espacial de la lámina de agua en el vertedero, provocado por la asimetría de la estructura.

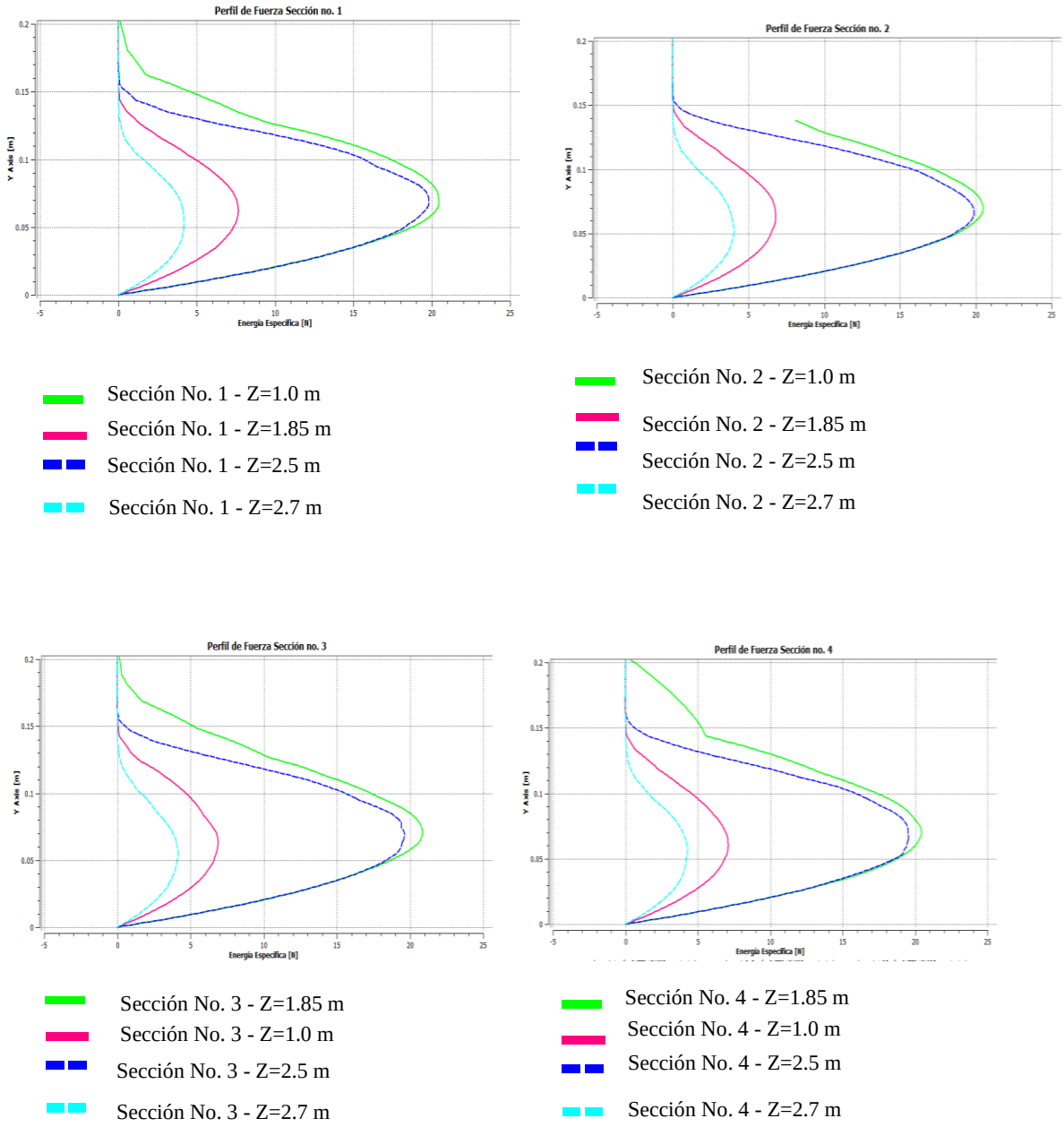


Figura 94. Fuerza específica a lo largo del vertedero tipo laberinto. **Fuente**: Elaboración propia.

6.13. Análisis del perfil de velocidades

Con el propósito de determinar la variación la velocidad, se ha graficado el perfil de velocidades para tres secciones distintas, siendo la primera un punto antes del vertedero, la segunda sobre el vertedero y la tercera a la salida de la estructura (Ver **Figura 95**).

Una forma sencilla de analizar esta variación del perfil, es mediante la comparación de la velocidad máxima entre los tramos 1 y 3. Para la primera sección, la velocidad máxima es de 0.27 m/s y para la segunda de 0.66 m/s, experimentando un incremento de 2.4 veces, debido a la disminución de la lámina de agua y a la ganancia de energía cinética, debido al chorro de descarga en los muros laterales.

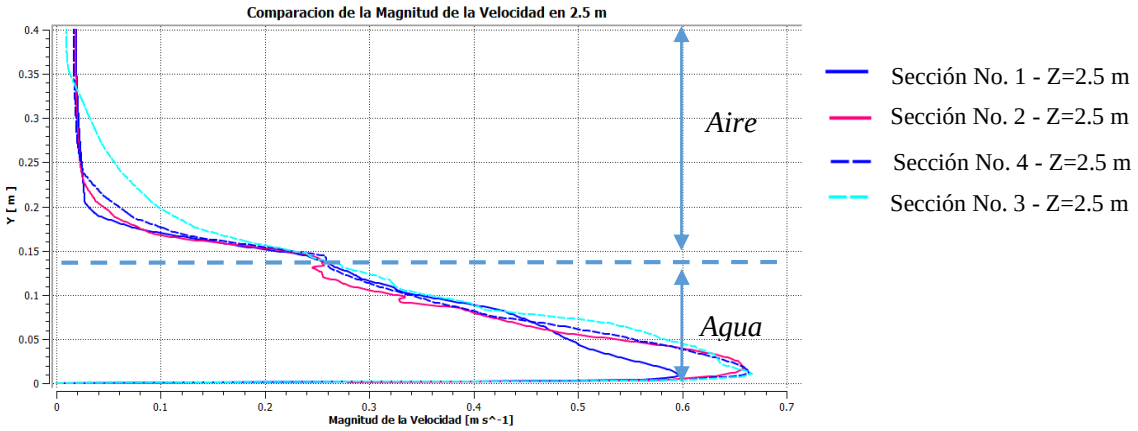


Figura 95. Perfil de velocidades a lo largo del vertedero tipo laberinto. **Fuente**: Elaboración propia.

Con el propósito de comparar las distintas velocidades a lo largo de la estructura, se dispone a graficar la velocidad en términos adimensionales, al dividir la magnitud de la velocidad en cada punto, por la velocidad media de entrada.

Como se puede observar en la **Figura 96**, las velocidades más altas se encuentran aguas abajo del vertedero, exactamente a 2.70 m, correspondiente a la zona de salida del flujo. Analizando los valores

encontrados, se puede ver que para el pliegue No. 3 la mayor velocidad es 8.2 veces superior a la velocidad media de entrada, para una relación de alturas cercana a 0.2.

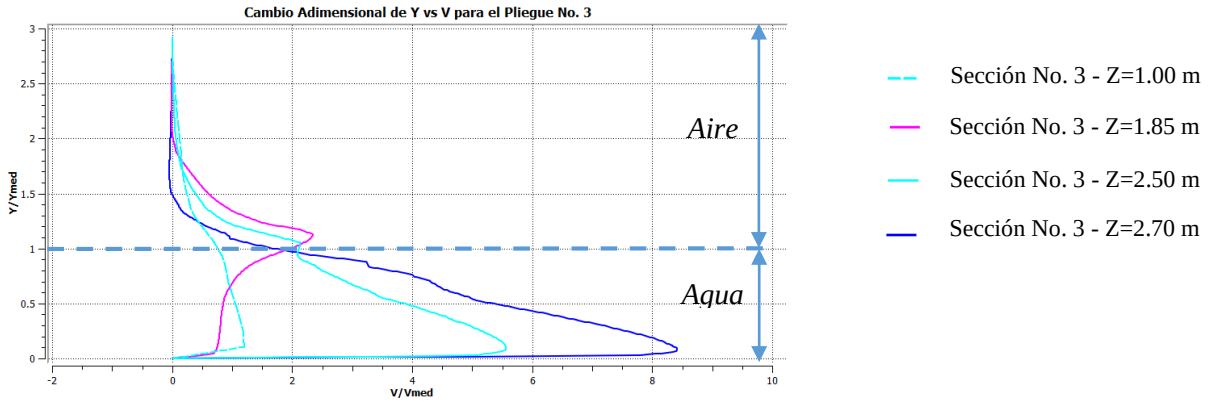


Figura 96. Perfil de velocidades adimensional para la sección No. 3 del vertedero laberinto.
Fuente: Elaboración propia.

6.14. Análisis del u* y el y^+

Como se discutió en el capítulo 1, el análisis de la capa límite es una región de flujo muy delgada cerca de la pared sólida donde las fuerzas viscosas y las rotacionales no puede ignorarse (Cengel, 2010).

El concepto de capa límite, define aquella zona en la cual las ecuaciones de Navier Stokes son simplifica y modificas debido a los esfuerzos cortantes adicionales, siendo el puente entre las ecuaciones convencionales del flujo: Navier –Stokes, y las ecuaciones aproximadas creadas para estas zonas: ecuaciones de Euler.

Existe dos parámetros relevantes que determinan el comportamiento de la capa límite: el "u*" y el "y^+". El primer parámetro se define a partir de los esfuerzos cortantes en las paredes, denominado por la mayoría de los autores, como velocidad de fricción o velocidad cortante; nombre dado por sus unidades particulares, que se asemejan a una velocidad (ver **Ecuación 69**).

Este parámetro controla en gran medida el espesor de la capa límite (ver **Ecuación 69**).

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

Ecuación 69. Velocidad de fricción o cortante.

Con el propósito de realizar comparaciones entre flujos, se ha acostumbra a graficar las velocidades en la capa límite con respecto a la altura, ambas de forma adimensionales. Esto se logra al dividir la velocidad entre la velocidad de fricción (u+) (Ver **Ecuación 70**), contra el número de Reynolds de la capa, definida por la mayoría de los autores como y+ (Ver **Ecuación 71**).

$$u^+ = \frac{u}{u_*}$$

Ecuación 70. Velocidad adimensional en la capa límite.

$$y^+ = \frac{y * u_*}{\nu}$$

Ecuación 71. Número de Reynolds para la capa límite a partir de la velocidad de fricción.

Para rangos de y+<5, está la subcapa laminar, donde la relación entre y+ y u+ es lineal: y+=u+.

Para zonas un poco más alejadas de la pared, y+>30, los resultados experimentales se pueden ajustar a una función logarítmica, denominada la "Ley de logaritmo". Como su nombre lo indica, determina la velocidad adimensional en la capa límite, a partir de una función de tipo logarítmica (Ver **Ecuación 72**).

$$u^+ = \frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} * \ln\left[\frac{y * u_*}{\nu}\right] + B = \frac{1}{k} * \ln[y^+] + 5.5$$

Ecuación 72. Velocidad adimensional en la capa límite a partir de la "ley de logaritmo".

En la **Figura 97** se puede observar el comportamiento de la capa límite.

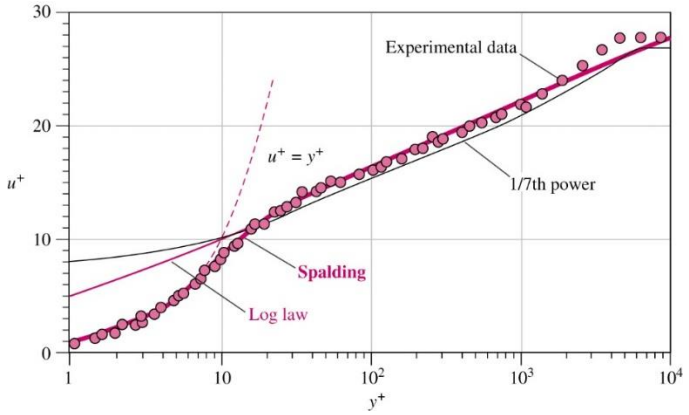


Figura 97. Perfil de velocidad en la capa límite. **Fuente**: Cengel, Y. (2012).

El objetivo de la determinación del y+, es la verificación de su influencia en la refinación de la malla. Tradicionalmente, hay dos enfoques para el modelado de la zona próxima a la pared. En un enfoque, la región interior afectada por la viscosidad (subcapa viscosa y la capa buffer) no se resuelve. En lugar de ello, las fórmulas semi-empíricas llamadas "funciones de pared" (Function Wall) se utilizan para reducir la viscosidad de la región afectados entre la pared y la región totalmente turbulenta. El uso de funciones de pared evita la necesidad de modificar los modelos de turbulencia para tener en cuenta la presencia de los muros.

En el otro enfoque, los modelos de turbulencia se modifican para permitir que la región afectada por la viscosidad se resuelva con una malla por todo el camino a la pared, incluyendo la subcapa viscosa. Para los propósitos de discusión, esto será denominado el enfoque "modelado cercano de la pared" (near – Wall model). Estos dos enfoques se representan esquemáticamente en la **Figura 98**.

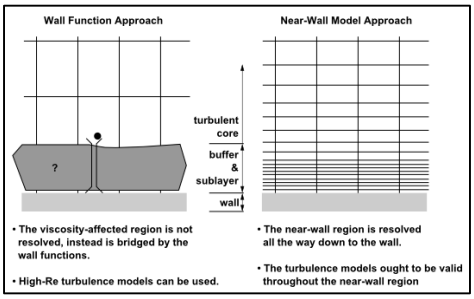


Figura 98. Comparación de metodologías para la determinación de u+ y y+. **Fuente**: (ANSYS, Inc., 2013)

El principal defecto de todas las funciones de pared (con excepción de la función de la pared escalable) es que los resultados numéricos se deterioran bajo el refinamiento de la malla en la dirección normal de la pared. Los valores (y+) inferiores a 15 dará como resultado errores no acotados por los esfuerzos cortantes y por la transferencia de calor de la pared.

Los resultados numéricos de alta calidad para la capa límite de la pared solamente se obtendrán si la resolución global de la capa límite es suficiente. Este requisito es en realidad más importante que lograr ciertos valores y+. El número mínimo de celdas para cubrir una capa límite con precisión es de alrededor de 10, pero los valores mayores a 30 son deseables.

Por esta razón se ha determinado con ayuda del post-procesador de Ansys, el y+ en la zona donde se midió la lámina de agua, para dos tramos horizontales distintos, los cuales se aprecian en la **Figura 99**.

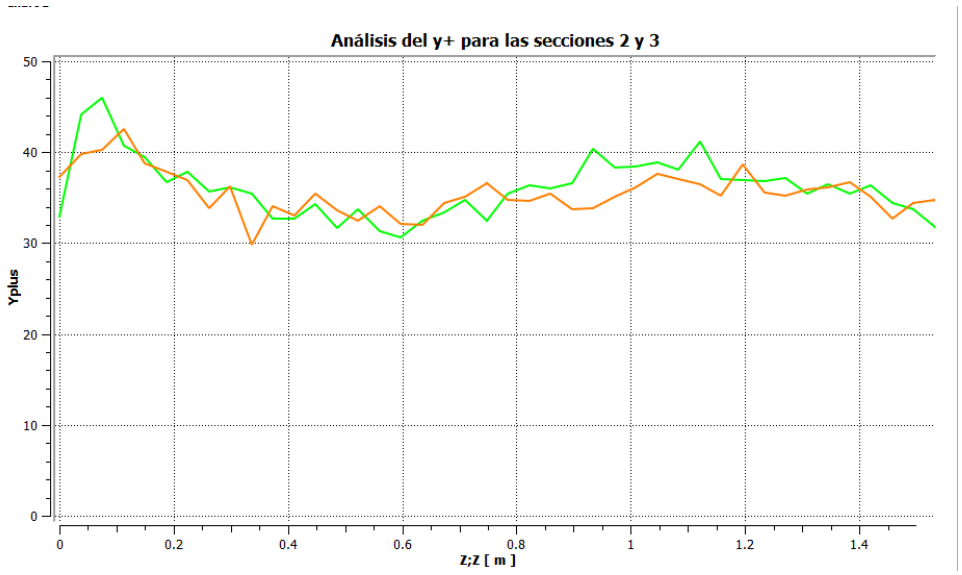


Figura 99. Análisis del y+ en la solera del canal de entrada. **Fuente**: Elaboración propia.

Como se puede observar, el valor de y+ es mayor a 30 a lo largo de todo el canal de entrada, lo cual indica, que la malla se encuentra lo suficientemente refinada, para considerar válidos los resultados del modelo computacional y la función de aproximación de la capa límite que Ansys Fluent utiliza.

6.15. Análisis de la distribución de presiones

Otro parámetro que se debe analizar en este tipo de estructuras, es la distribución de presiones. Recordando que para el análisis de este tipo de vertederos, se realiza la hipótesis de presión hidrostática a lo largo del canal de entrada, debido a la baja curvatura de las líneas de corriente.

A partir de los resultados del modelo numérico, se ha graficado la distribuciones de presiones a 1.0 m aguas arriba del cuerpo del vertedero en la sección No. 3 (ver Figura 100), en la cual se observa un comportamiento bastante cercano a los conocidos triángulos de presiones hidrostáticas, con alteraciones en los extremos (superior e inferior del gráfico). La modificación de la tendencia cerca a la pared es debida, a los efectos de la capa límite y los esfuerzos cortantes adicionales que se presentan en esta zona. En la parte superior la variación de la tendencia, es debida a los efectos de la fracción de volumen, por el aumento del contenido de aire en la mezcla.

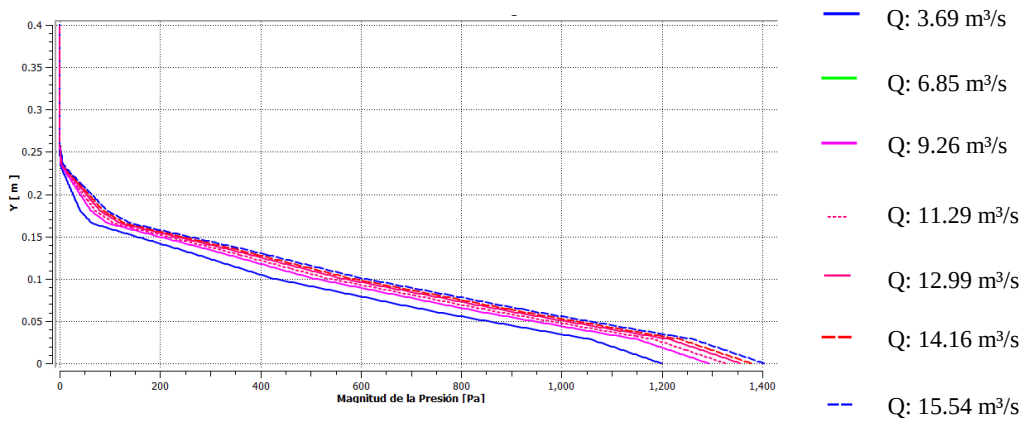


Figura 100. Distribución de presiones en el canal de entrada. **Fuente**: Elaboración propia.

Para determinar numéricamente la diferencia entre la presión hidrostática y la presión real (modelación numérica en Ansys), se ha realizado una comparación de este valor en el canal, calculando el error porcentual entre el modelo computacional y la consideración hidrostática (ver **Tabla 43**).

Se puede observar que el error es relativamente bajo, comprobando así la aceptación de esta hipótesis para los estudios de vertederos tipo laberinto.

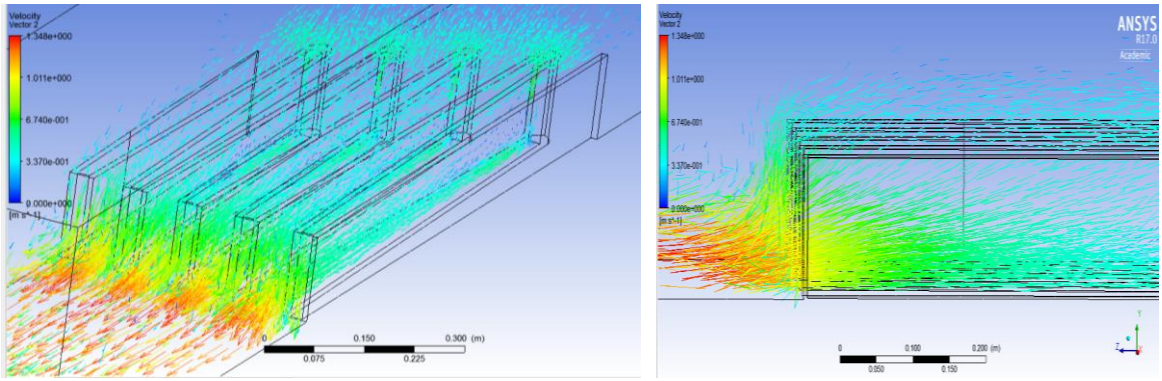
Tabla 43. Comparación de las presiones hidrostáticas y las reales, calculadas con Ansys.

Q(l/s)	Lámina de agua	Presión (Pa) calculada	Presión (Pa) ANSYS	Error
3.70	0.132913	1301.66	1200	7.81%
6.85	0.136586	1337.63	1300	2.81%
9.26	0.137943	1350.92	1325	1.92%
11.31	0.140080	1371.85	1350	1.59%
13.01	0.142099	1391.62	1375	1.19%
14.18	0.143503	1405.37	1385	1.45%
15.57	0.145305	1423.02	1400	1.62%

6.16. Análisis del campo de velocidades

Observando ahora el campo de velocidades a lo largo del canal, es posible comprender el comportamiento del fluido al interactuar con la estructura. En la **Figura 101**, se puede apreciar como los vectores de velocidad tienen una tendencia uniforme, hasta modificar su trayectoria al encontrase con los muros frontales aguas arriba de la estructura.

Posteriormente a este punto, la mayoría de los vectores caen verticalmente sobre los muros y el resto se desvían a las paredes laterales, para alcanzar finalmente el flujo principal, a aproximadamente un tercio de la longitud total del vertedero.



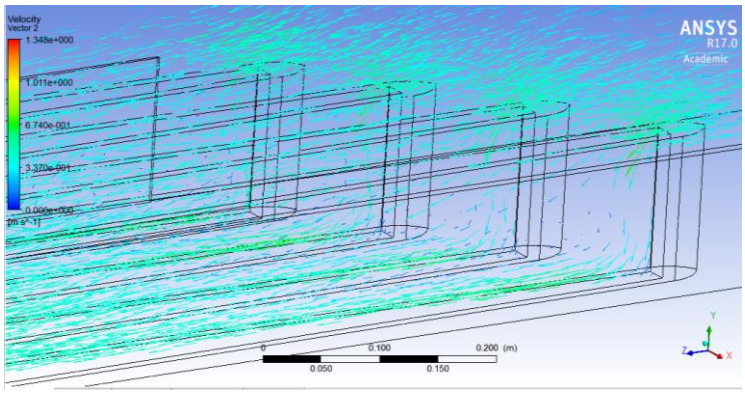


Figura 101. Campo de velocidades en el vertedero laberinto. **Fuente**: Elaborado con Ansys.

6.17. Análisis de cortante

Por último, se ha evaluado los esfuerzos cortantes en la solera del canal. En la **Figura 102**, se ha graficado el cortante para toda la longitud del espacio computacional, para la sección 3 y la sección 4. Se pueden observar los claros pico del cortante máximo, ubicados entre las abscisas 1.5 y 2.0 m desde la entrada del espacio computacional, zona en la cual se encuentra los muros laterales. Por tanto el aumento súbito del cortante es producido por la caída vertical del fluido, al sobrepasar los muros laterales y confluir en la descarga.

Otro detalle a considerar, es la gran diferencia que existe entre secciones, ya que el pico para la sección 3 es de 1.4 x 10^6 Pa, mientras que en la sección 4 es de 0.8x10^6 Pa, una diferencia bastante grande, lo cual confirma que el flujo es espacialmente variado en términos transversales, debido a la asimetría de cada uno de los ciclos que componen el vertedero.

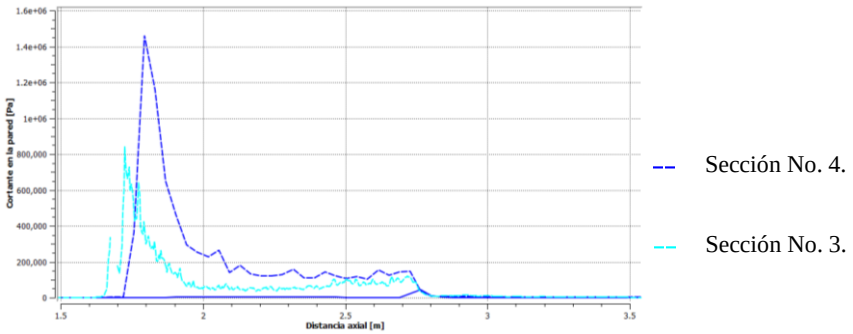


Figura 102. Esfuerzo cortante en la solera. **Fuente**: Elaborado con Ansys – Fluent.

Capítulo 7. Guía metodológica para la Modelación Computacional aplicando Ansys Fluent basado en Resultados Experimentales con Modelos a Escala

7.1. Descripción general

En el presente capítulo se presenta una guía metodológica general para la modelación computacional de estructuras hidráulicas con Ansys – Fluent, a partir de modelos a escala y datos experimentales. Lo que se busca es una herramienta básica conceptual para la aplicación del software, para aquellos usuarios que deseen realizar modelaciones a partir de datos experimentales.

Cabe aclara, que no es un manual de usuario de Ansys - Fluent, sino una herramienta para que cualquier investigador tenga la capacidad de realizar modelaciones tanto físicas como computacionales. Todo lo descrito en esta metodología, se basa en las lecciones aprendidas de la presente tesis de grado.

7.2. Argumento

Durante el desarrollo de la presente tesis fue necesario la consulta de un sin número de manuales técnicos para el manejo de Ansys - Fluent, y a su vez la lectura de artículos científicos, los cuales describen las modelaciones física y modelaciones computacionales por aparte, pero no se encontró ningún documento que permitieran trabajar conjuntamente estos dos temas. Por esta razón, se genera esta guía, la cual pretende crear un empalme entre el desarrollo de los modelos físicos, con modelaciones computacionales, enfocado al uso de Ansys – Fluent como herramienta de desarrollo, permitiendo que futuros investigadores de este tema, disminuyan el tiempo de aprendizaje y adquieran los conceptos iniciales para las buenas prácticas de la modelación numérica y física.

7.3. Contenido general de la guía metodológica

La guía metodológica que se presenta a continuación, está compuesta por ocho partes (subcapítulos), los cuales describen de forma práctica la correcta selección del modelo a escala, las buenas prácticas

de la modelación física, el desarrollo de la geometría, la creación del mallado, la selección de las condiciones de frontera, el análisis de la sensibilidad de los resultados computacionales y la correcta comparación de resultados entre los modelos físicos y modelos computacionales.

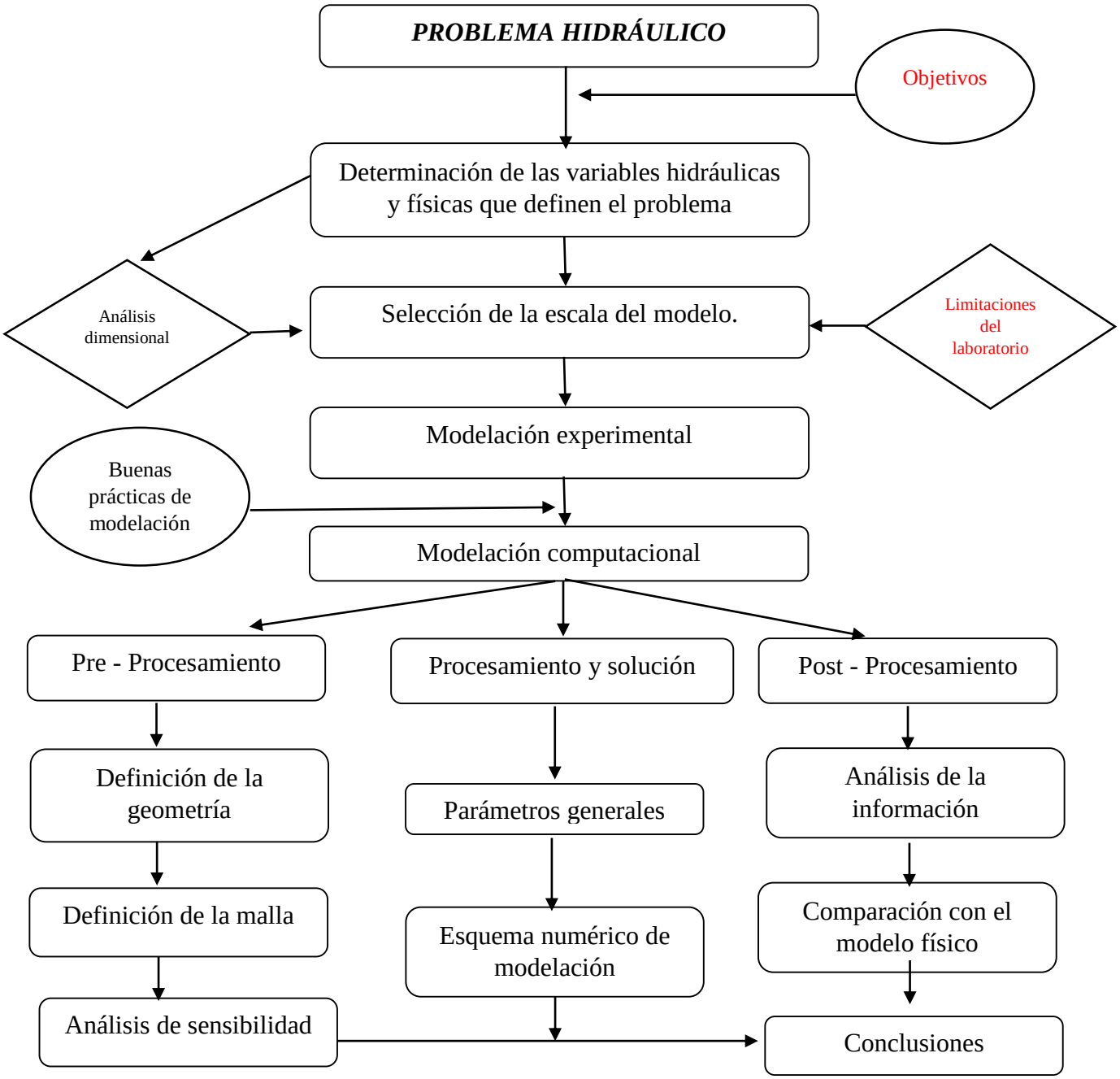


Figura 103. Esquema general de la guía metodológica. **Fuente:** Elaboración propia.

7.4. Parte No. 1: Identificación del problema y selección de la escala

Como punto de partida de cualquier modelación, tanto física como numérica, es la identificación del problema y de las variables que interactúan en el fenómeno. Se deben tener claro las variables que poseen mayor influencia en el comportamiento hidráulico, dando mayor importancia a aquellas variables que se desean evaluar, cuyo grado de exactitud y análisis, dependen del objetivo que busque la investigación.

En la hidráulica general, existen dos grandes enfoques que gobiernan el comportamiento del flujo: La hidráulica a superficie libre y la hidráulica de sistemas a presión. Cada uno de estos enfoques, poseen parámetros hidráulicos, que determinan las características del flujo, siendo las fuerzas que depende de la gravedad la más relevante para el primero y las fuerzas debidas a la viscosidad, para el segundo.

Posterior a la definición del tipo del problema y la identificación de las variables hidráulicas, físicas y geométricas, se debe definir la escala más apropiada para el modelo. Para realizar esto, se deben identificar los límites que el laboratorio y el investigador posee; estos límites son definidos por el espacio físico de las instalaciones, el tiempo que se dispone de forma continua para realizar la investigación, el tamaño y la precisión de los instrumentos de medida y los recursos económicos.

Al evaluar las limitaciones del laboratorio, el siguiente paso, es definir la escala geométrica definitiva, siendo recomendable valores de escalas múltiplos de cinco (5), la cual no debe ser muy grande, hasta el punto de superar los límites mencionado anteriormente, pero tampoco tan pequeña, que reduzca la representatividad de los datos, ya que efectos adicionales pueden ocurrir, siendo la tensión superficial el más claro ejemplo.

Se debe tener en cuenta que la escala de las variables hidráulicas en su mayoría, no varía linealmente con la escala geométrica, por esta razón, el uso de la similitud dinámica es crucial para la definición de las variables hidráulicas (ver capítulo 1).

A manera de ejemplo, se determinará la escala de velocidades, a partir de similitud dinámica definida por el número de Froude y el número de Reynolds.

$$Fr_m = Fr_P \quad por\ tanto \quad \frac{V_m}{\sqrt{g * L_m}} = \frac{V_p}{\sqrt{g * L_p}} \quad finalmente \quad V_m = V_p * \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} = V_p * \sqrt{Esc}$$

$$Re_m = Re_P \quad por\ tanto \quad \frac{\rho_m * V_m * L_m}{\mu_m} = \frac{\rho_p * V_p * L_p}{\mu_p} \quad finalmente \quad V_m = \frac{V_p * \frac{L_p}{L_m}}{\frac{\mu_p}{\mu_m}} * \frac{\rho_p}{\rho_m}$$

Ecuación 73. Ejemplo de determinación de la escala de velocidades a partir del número de Reynolds y el número de Froude.

Los pasos descritos anteriormente se resumen de forma esquemática en la **Figura 104**. Cabe destacar, que el número de Froude y el número de Reynolds, no son los únicos números adimensionales que definen el comportamiento hidráulico, por esta razón, se debe realizar un análisis profundo de las variables que gobierna el problema y seleccionar el número adimensional, que mayor influencia tenga en el modelo.

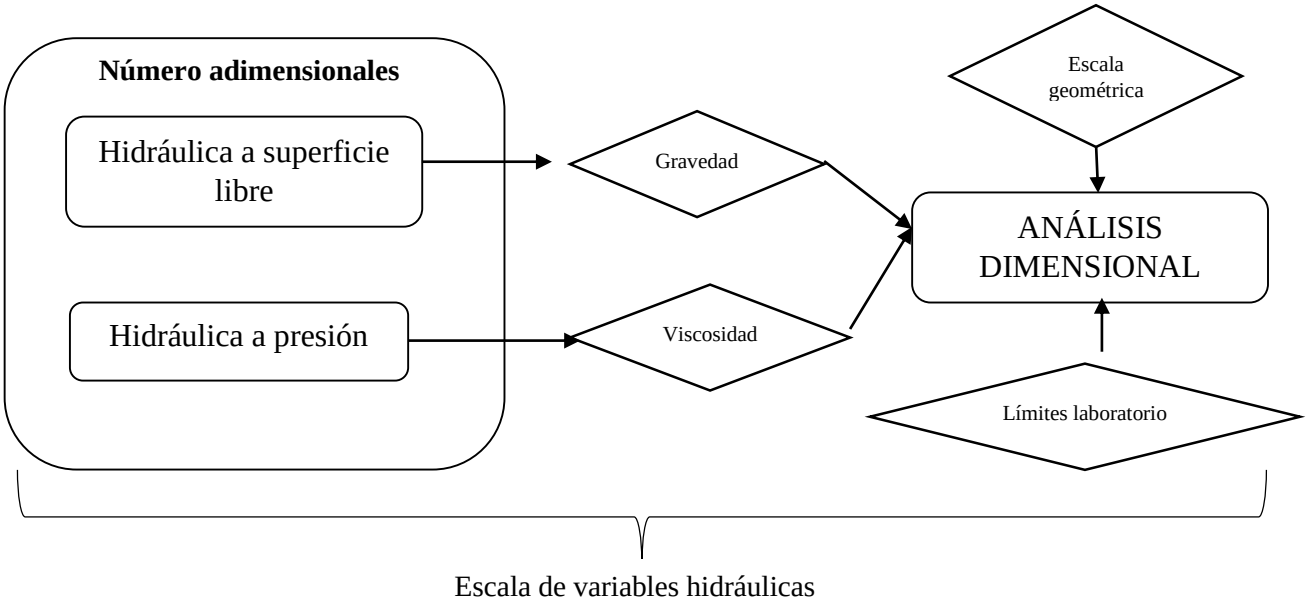


Figura 104. Esquema general para la determinación de las escalas hidráulicas. **Fuente:** Elaboración propia.

7.5. Parte No. 2: Buenas práctica para la modelación física de modelos a escala

Con la escala definida y el problema hidráulico identificado, el paso a seguir corresponde a la modelación física y a la toma de datos del modelo a escala en el laboratorio. Para ello, es necesario definir un área de trabajo que permita el desplazamiento del personal y de los elementos de medición que se van a utilizar. Se recomienda una zona con entrada restringida y un área protegida de otros posibles ensayos, los cuales pueden interferir con la toma de datos y en general, de las variables.

Para la toma de datos, se recomienda utilizar más de un instrumento de medición, preferiblemente, uno electrónico y otro análogo, para evitar que alguno se vea alterado por condiciones externas. Adicionalmente se recomienda, que las variables sean medidas siempre por el mismo operario, laboratorista o ingeniero, el cual debe estar capacitado en la toma de datos.

La escala del modelo define en gran medida, la metodología de toma los datos y el instrumento que se seleccionará, por esta razón, el grado de precisión de los instrumentos debe ser adecuado, y la sensibilidad lo más pequeño posible. Es necesario recordar, que se deben controlar todas las variables que influyen en el modelo, con el propósito de imitar de forma fehaciente las condiciones que se presentan en el prototipo.

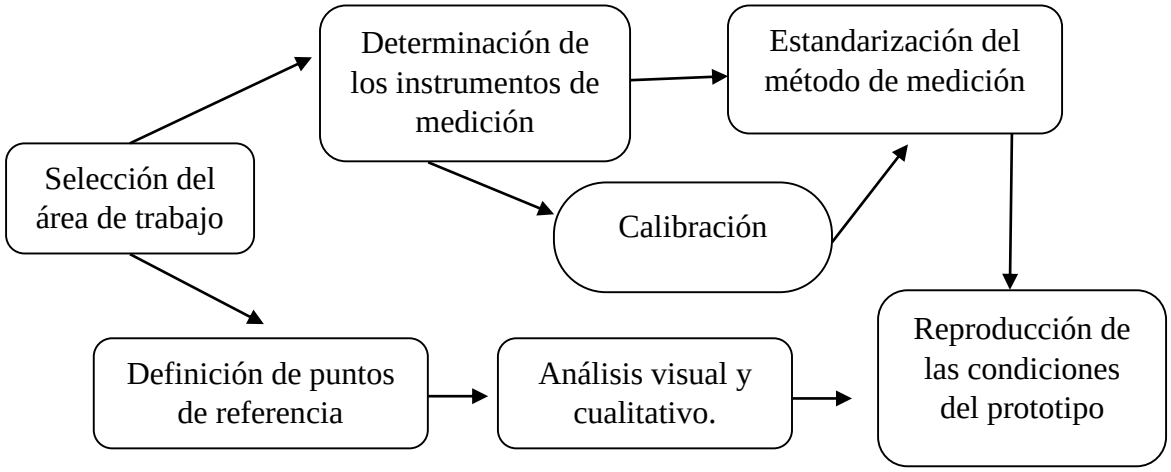


Figura 105. Diagrama de flujo para el desarrollo de buenas prácticas en el modelo físico. **Fuente:** Elaboración propia.

7.6. Parte No. 3: Desarrollo de la geometría y el espacio computacional

En esta parte de la guía metodológica, se describen las consideraciones que se deben tener en cuenta a la hora de crear cualquier geometría que se posteriormente se desee exportar al software de modelación computacional, Ansys - Fluent.

A diferencia de lo que comúnmente se cree, el espacio computacional no está compuesto solo de la estructura a modelar, sino de toda el área o volumen que la contienen, el cual es definido por las condiciones propias del modelo y del prototipo.

Cabe recordar, que la geometría puede ser de dos o tres dimensiones, dependiendo de las características del problema y el grado de exactitud o precisión que se requiera. Es posible realizar simplificaciones, al eliminar una de las dimensiones del sistema, siempre y cuando, esta no afecte el resultado final. Se debe tener en cuenta además, las limitaciones del computador o servidor, con el cual se realice el procesamiento y modelación, ya que un modelo en 3D requiere mucho más tiempo computacional que uno bidimensional.

Otra consideración que el investigador debe tener en cuenta, es el grado de detalle que requiere la geometría, ya que es posible eliminar ciertos detalles que no tienen relevancia en las condiciones hidráulicas. Un ejemplo de esto, son las modelaciones de las compuertas verticales, donde los pequeños detalles estructurales, se pueden simplificar con figuras geométricas simples, tales como rectángulos en el caso de un modelo en 2D o paralelepípedos en modelos en 3D.

A continuación se describen algunos consejos adicionales para la selección del espacio computacional.

a. Simplicidad en la selección del espacio computacional que contiene la estructura.

b. Distancias suficientemente grandes entre la estructura y las condiciones de fronteras, principalmente en aquellas condiciones que definen las entradas y salidas de flujo.

c. Poseer una sección transversal lo más uniforme posible, sin ángulos bruscos, o reducciones y ampliaciones innecesarias, que dificulte el posterior mallado.

Se recomienda utilizar alguna herramienta de dibujo técnico, como AutoCAD, o Solid Work, que facilite la creación de la geometría, la cual al final se debe exportar al "Workbench" del Ansys, en formato ".iges". En la **Figura 106** se resume este procedimiento:

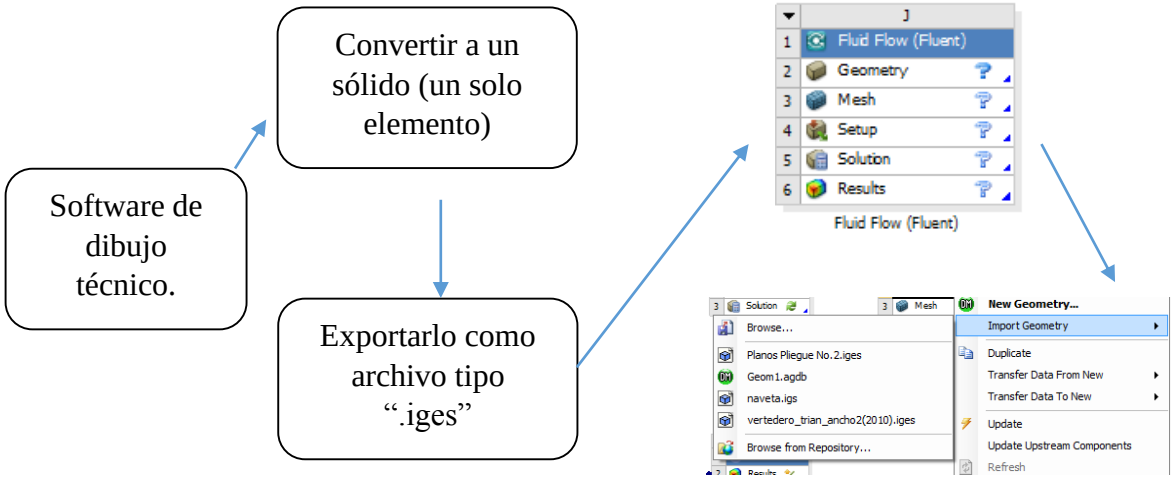


Figura 106. Diagrama de flujo para exportar la geometría a Ansys. **Fuente:** Elaboración propia.

7.7. Parte No. 4: Definición de la malla

En el presente subcapítulo se indican algunas recomendaciones para la determinación de la malla.

Inicialmente se aconseja la utilización del mallador integrado de Ansys en su "Workbench", para evitar problemas posteriores de cambio de formato al manejar un mallador externo. Para la selección del tipo de malla a utilizar, es necesario tener en cuenta tres grandes consideraciones: la forma, la calidad y el grado de refinación.

Como se vio en los capítulos 1 y 4, existen distintos tipos de malla, las cuales se pueden clasificar según su origen, forma y dimensión. Es posible agrupar estas clasificaciones en dos grandes grupos: mallas estructuradas y no estructuradas. La primera hace referencia, a aquella malla en la cual, sus

elementos poseen el mismo tamaño en toda su extensión, a diferencia de una no estructurada, que posee lados asimétricos.

Una malla estructurada tiene la ventaja de poseer una alta calidad, al mantener la "relación de aspecto" baja y la "ortogonalidad" cercana uno, en espacios computacionales cuadrados o rectangulares (ver capítulo 1), pero con la desventaja de no adaptarse bien a geometrías irregulares.

Por esta razón se aconseja dividir el espacio computacional en zonas (rectangulares y cuadrados) en las cuales se utilice inicialmente mallas estructuradas. El resto del espacio computacional se recomienda el uso de mallas no estructuradas, siempre y cuando la geometría lo requiera.

Cabe aclarar, que una malla que cumpla todos los parámetros de calidad, no necesariamente es la malla más óptima o la más adecuada. Siempre existirán puntos en los cuales sea necesario la refinación, debido a su forma particular y al grado de exactitud de las variables que se quieren determinar.

Por otra parte, el número de nodos y de caras en la malla, determina el costo computacional. Una variación en el número de nodos, implica un cambio en el tiempo de modelación, siendo esta una relación de tipo exponencial. Por esta razón, hacer un balance entre el grado de refinación y el tiempo de computó, es crucial a la hora de realizar cualquier tipo de modelación numérica. En la **Figura 107** se describe lo anteriormente discutido.

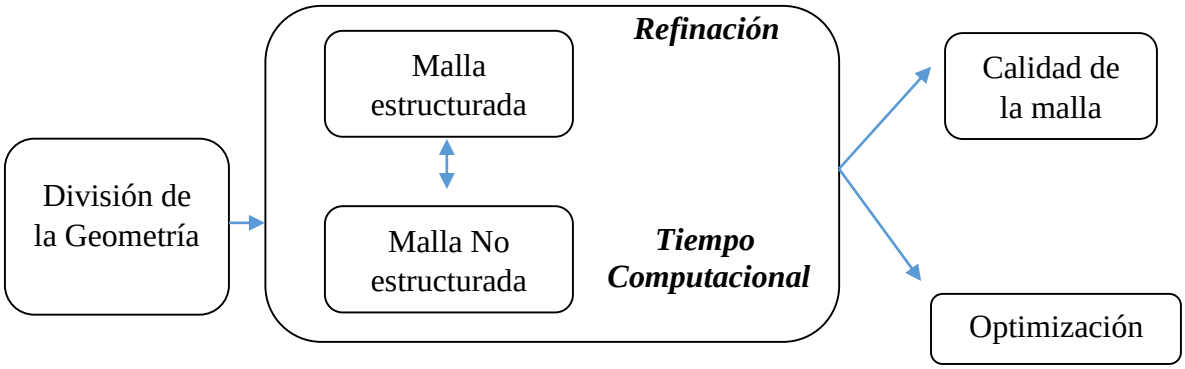


Figura 107. Diagrama de flujo para la generación de la malla. **Fuente:** Elaboración propia.

7.8. Parte No. 5: Definición de las condiciones de frontera

Como se vió a lo largo del presente documento, las condiciones de frontera son la base para cualquier modelación numérica, por tal razón, saber dónde posicionarlas, es la clave para una adecuada representación de las condiciones que el prototipo experimenta. En el capítulo 1, se describen las condiciones de fronteras más comunes utilizadas en Ansys, mientras que en los capítulos 3, 4 y 5, se aplican estos conceptos a problemas reales.

A continuación se presenta algunas recomendaciones a seguir, a la hora imponer condiciones de frontera en un espacio computacional:

1. Identificación de las condiciones hidráulicas particulares que definen el modelo físico.
2. Selección del área en el espacio computacional, de las condiciones identificadas en el paso 1.
3. Se recomienda realizar un mallado especial en las áreas seleccionadas para las condiciones de frontera.
4. Investigar las condiciones de frontera que ofrece Ansys - Fluent en su base de datos, e identificar cual se asemeja más a las observadas en la modelación física.
5. En todo problema de modelación numérica (relacionado con la mecánica de fluidos), debe existir una condición (o condiciones) de entrada de flujo, una condición de salida (o condiciones) y una o varias condiciones de muro (definidas por el cuerpo de la estructura y el espacio computacional).

7.9. Parte No. 6: Descripción general de los parámetros definidos por Ansys - Fluent

En esta parte de la guía metodológica, se muestran las principales herramientas que posee el software Ansys – Fluent, para la modelación de cualquier problema de la mecánica de fluidos. Se explican las partes más importantes del software de manera general, más no todos los componentes del programa, ni su definición técnica.

Se recomienda leer el tutorial técnico y el manual de usuario, antes de realizar alguna modelación, ya que cualquier variable que no se considere o se ingrese de forma errónea, puede afectar los resultados o en los peores casos, no permitir la convergencia.

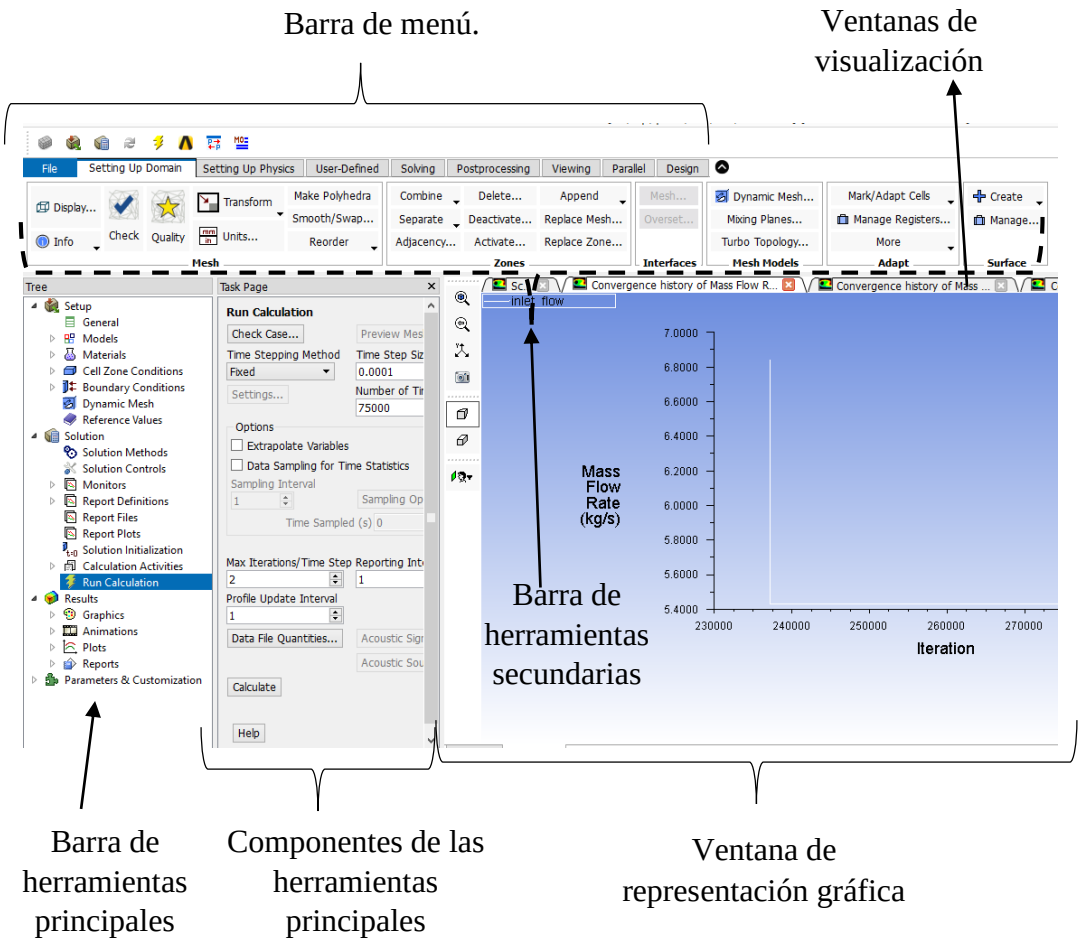
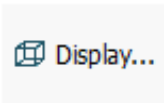
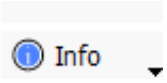


Figura 108. Descripción general de la ventana de Ansys Fluent. **Fuente:** Elaborado con Ansys - Fluent.

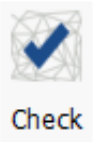
Ahora nos disponemos a identificar de forma breve, las funciones de las principales herramientas de Ansys - Fluent.



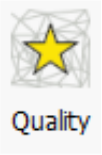
Permite visualizar las diferentes partes del espacio computacional



Resume la información básica del modelo, la malla y le geometría.

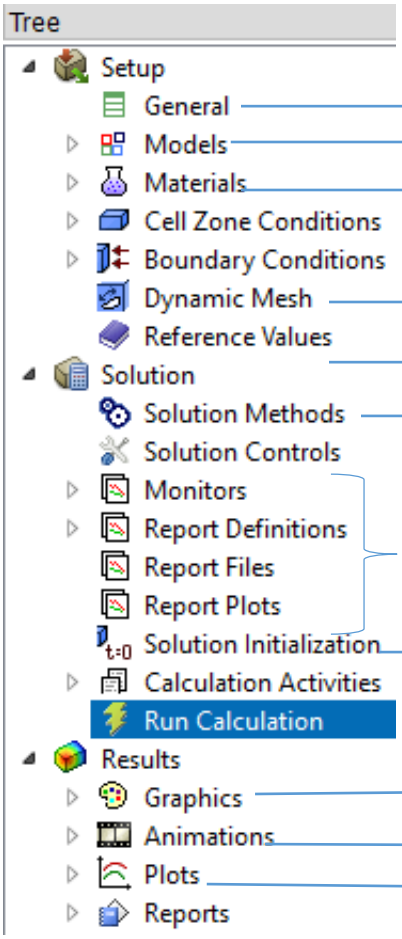


Muestra los posibles problemas que se tengan en la malla.



Muestra los parámetros de calidad de la malla del espacio computacional.

Figura 109. Descripción general de las herramientas de Ansys Fluent (1). **Fuente:** Elaborado con Ansys - Fluent.



Contiene las herramientas básicas de la **Figura 109** y la definición de la gravedad.

Contiene las funciones que se solucionarán.

Se definen las propiedades intrínsecas de los fluidos

Se definen las condiciones de frontera

Parámetros para la definición de mallas dinámicas

Se definen los valores de referencia.

Contiene los esquemas numéricos de solución.

Son aquellas herramientas que definen el monitoreo y control de cualquier variable, para la posterior elección de los parámetros de convergencia.

Define las condiciones iniciales del esquema de solución y la zona desde la cual se iniciará los cálculos (iteraciones)

Herramienta de representación de resultados, contornos, líneas de corriente y vectores.

Herramienta de edición de videos.

Crea y edita gráficos en sistema coordenado.

Figura 110. Descripción general de las herramientas de Ansys Fluente (2). **Fuente:** Elaborado con Ansys - Fluent.

7.10. Parte No. 7: Análisis de sensibilidad de la malla

En la parte No. 4, se indicó que la definición de la malla determina en gran medida, la calidad de los resultados y el tiempo de cómputo necesario para la convergencia, ahora se expondrá como la malla puede modificar directamente la modelación. Es necesario indicar, que la malla por si misma puede alterar los resultados, o dicho de otra forma, una malla con un cierto número de elementos puede producir un resultado muy distinto, si se modela con las mismas condiciones pero con distinto número de elementos.

Lo que se desea en todo modelo numérico que utilice volumenes finitos, es la independencia de la malla en los resultados. Esto se logra al refinar la malla y comparar los resultados del parámetro hidráulico más sensible, hasta el punto de encontrar un número de elementos (en la malla) que no provoque cambios significativos entre modelaciones.

La elección de la malla más adecuada, depende del criterio del investigador. En la **Tabla 44** se muestra un ejemplo de esto. Se puede observar que el investigador en este problema particular, decidió que un cambio inferior al 1% en la lámina de agua entre iteraciones, era suficientemente pequeño, para dejar de refinar.

Tabla 44. Ejemplo de determinación de la independencia de la malla en la modelación computacional

Modelación No.	Número de Elementos	Nivel (cm)	Variación del nivel (%)	Criterio
1	55000	1.750	-	Dependiente de la malla
2	58000	1.850	5.71	Dependiente de la malla
3	62000	1.900	2.70	Dependiente de la malla
4	65000	1.930	1.57	Dependiente de la malla
5	68000	1.948	0.93	Independiente de la malla

7.11. Parte No. 8: Comparación de los resultados físicos y computacionales

El último paso antes del análisis y de las conclusiones, es la visualización y exportación de la información. Ansys – Fluent, cuenta con un post-procesador integrado, el cual permite generar a partir de los resultados, gráficos en dos y tres dimensiones, líneas de flujo, campos vectoriales de velocidades, contornos, volúmenes y todo tipo de tablas de cualquier variable que se tenga.

Como el objetivo de la modelación, es comparar los resultados del modelo físico con el modelo computacional, se debe conocer la mejor forma de representar los resultados. Es por esta razón, que en la **Tabla 45**, se resumen las distintas posibilidades de representación de la información y las recomendaciones de que variables mostrar.

Tabla 45. Lista de forma de representación de resultados en Ansys – Fluent.

Representación de la información	Elementos para su representación	Variables que se aconsejan
Contornos en 2D	Uno o varios planos	Fracción de volumen Presiones, Cortantes Magnitud de la velocidad.
Contornos en 3D	Espacio computacional completo o un volumen definido	Fracción de volumen Presiones Cortantes Magnitud de la velocidad
Campos vectoriales y escalares	Volúmenes, planos y contornos.	Vectores de velocidad Campo de presiones.
Líneas de corriente	Espacio computacional completo, volúmenes, planos y contornos.	Trayectorias. Líneas de Traza. Líneas de corriente.
Iso-volumenes	Espacio computacional completo o un volumen definido a partir de la selección de una variable hidráulica.	Fracción de volumen Diferencias de presión Magnitud de la velocidad Niveles
Planos cartesianos	Un plano o una polilínea.	Componentes de la velocidad. Presiones Cortantes Líneas de corriente Niveles, y_{plus} Cualquier variable hidráulica

Conclusiones y Recomendaciones

A lo largo del documento se demostró la clara utilidad de la complementación de las modelaciones computacionales, apoyadas de los ensayos experimentales (físicos), debido a los distintos enfoques, para la determinación de un mismo problema. El uso conjunto de estas metodologías permitió reducir los errores generados por la precisión instrumental y la habilidad de la toma de datos en la modelación física, creando una base sólida, con condiciones iniciales claras, para la selección del esquema numérico más adecuado en la modelación computacional.

Durante el desarrollo de las modelaciones computacionales del vertedero triangular, del vertedero pico de pato y del vertedero laberinto, se evidenció la clara necesidad de entender no sólo los procedimientos necesarios para el manejo del software, sino además conocer a profundidad las consideraciones hidráulicas que influyen y definen el problema. Siendo indispensable el manejo de las teorías relacionadas con la mecánica de fluidos computacional, la teoría de volumenes finitos y de todos los conceptos derivados para la adecuada modelación numérica.

Al analizar específicamente el comportamiento del coeficiente de descarga, es posible concluir que debido a la complejidad geométrica e hidráulica de los vertederos tipo laberinto, no es posible definir un valor único del coeficiente de descarga, a diferencia de un vertedero triangular. A lo largo de la investigación se pudo comprobar que el coeficiente de descarga para vertedero asimétrico, no es un valor puntual, sino una superficie característica de valores, los cuales varían dependiendo del lugar donde se mida la lámina de agua y de la metodología seleccionada para su determinación. Por esta razón se recomienda la determinación del coeficiente de descarga promedio en vertederos tipo laberinto, como el valor definido por el centro de masas de la superficie característica de este coeficiente.

Con base en los análisis realizados en todo el documento, y de las consideraciones analizadas en los siete capítulos que componen el trabajo, se realiza un listado de aquellas conclusiones más relevantes:

1. A partir de los resultados de la modelación física del vertedero laberinto, se determinó que a partir de caudales superiores a 11.31 l/s, equivalentes a 22.86 m³/s, la eficiencia de la estructura

disminuye a medida que aumenta el caudal, debido al incremento de las pérdidas de energía, generadas por el choque entre los chorros laterales de ciclos adyacentes.

2. El error entre las funciones experimentales utilizadas para el cálculo de la trayectoria del chorro de descarga del vertedero triangular y los resultados obtenidos en la modelo computacional en Ansys - Fluent, oscila entre 2% y 6% en promedio, siendo bastante preciso para la aceptación del esquema numérico.

3. Al comparar los valores de coeficiente de descarga del vertedero triangular, con los resultados del modelo computacional y las ecuaciones empíricas, se obtuvo un error promedio de 3.31% considerando totas las ecuaciones y de 0.85% al no utilizar las ecuaciones de Hegly (1921) y Koch (1923).

4. No es posible definir un coeficiente de descarga único para el vertedero laberinto, ya que la variación de la lámina de agua, los detalles físicos, el punto de medición de la lámina de agua y la variación transversal de la velocidad, modifica la magnitud de este coeficiente.

5. Es posible afirmar, que el coeficiente de descarga en un vertedero laberinto asimétrico, no es un valor único, sino una superficie característica, donde el método más adecuado para la elección de un coeficiente de descarga promedio, es el centro de masa de dicha superficie.

6. Las velocidades máximas en el vertedero triangular, el vertedero pico de pato y el vertedero tipo laberinto, se encuentran en el chorro de descarga, justo después de impactar la solera del canal.

7. Las velocidades máximas en el canal de entrada al vertedero triangular, se presentan justo antes de la caída del fluido, exactamente en la parte superior del ángulo de abertura.

8. Existe una zona de flujo muerto entre el chorro y el cuerpo del vertedero, debido a la recirculación del fluido y a las diferencias de presiones generadas por la velocidad de caída.

9. Es necesario seleccionar las condiciones de frontera más cercanas a las condiciones de operación de la estructura, ya que estas definen en gran parte la convergencia del modelo numérico. Se

recomienda probar distintas condiciones para una misma frontera, con el propósito de comparar los resultados y escoger la que mejor defina el comportamiento físico.

10. El espacio computacional debe ser definido con base en la geometría de la estructura y en las condiciones del medio; siempre permitiendo una distancia considerable entre las condiciones de frontera y el elemento de estudio.

11. Es necesario realizar una aireación entre el chorro de descarga y el cuerpo del vertedero triangular, con el propósito de evitar que la napa se "pegue" a la estructura. Comportamiento bastante común en este tipo de estructuras para caudales bajos o niveles sobre la cresta pequeños; los cuales deben ser evitados si el propósito de estos vertederos es aforar.

12. La consideración de presión hidrostática es válida en los vertederos triangulares en zonas alejadas a la descarga y no cercana a la cresta de la estructura. Se recomienda, por tanto, la medición de la lámina de agua a una distancia igual o superior a la altura de la estructura.

13. La eficiencia de un vertedero pico de pato es mucho menor en comparación a un vertedero tipo laberinto, para caudales que oscilan entre 4.5 m^3/s a 29 m^3/s, se encontraron diferencias de 1.5 y 2 veces entre ambas estructuras.

14. La eficiencia de un vertedero pico de pato, disminuye debido a la interacción entre el flujo en los muros laterales y el flujo proveniente del vertedero frontal.

15. La eficiencia del vertedero pico de pato aumenta a medida que aumenta la relación entre la lámina de agua por encima de la corona del vertedero y el paramento (h/p), hasta un valor igual o superior a 0.2, para posteriormente disminuir por encima de este límite.

16. Las funciones que mejor se adaptan al comportamiento del vertedero pico de pato modelado en Ansys – Fluent, son las desarrolladas por Lux y Hinchcliff (1985), con un error medio porcentual de 3.6%, seguid por la metodología creada por J. Paul Tullis y David Waldron con un error de 5.9%.

17. La diferencia entre las funciones utilizadas para el cálculo del coeficiente de descarga en un vertedero tipo laberinto, posee una dispersión que oscila entre 1% a 14.8% con respecto a la media.

18. Para el diseño de vertederos pico de pato, se recomienda el uso de una profundidad promedio aguas arriba de la estructura, medida a una distancia igual o superior a la longitud total del vertedero, considerando más de una ecuación para la determinación del coeficiente de descarga.

19. La relación entre la velocidad máxima en el vertedero pico de pato y la velocidad media de entrada, oscila en promedio 1.5 a 2.0 veces, siendo máxima en la descarga, zona en la cual las líneas de corriente confluyen. A medida que el caudal aumenta y por tanto la velocidad media, la relación V_{max}/ V_{med} decrece, hasta alcanzar un valor igual a uno (1), límite en el cual se puede afirmar que la estructura genera un control a la corriente.

20. Existe una zona de flujo muerto en el vertedero laberinto entre el muro frontal del vertedero y los muros laterales, debido a la recirculación de las líneas de corriente, al impacto del fluido en el muro y a las diferencias de presiones que se generan en esta zona.

21. La mayoría del fluido que pasa por los muros laterales, cae verticalmente y sin despegarse a la pared, a diferencia del vertedero triangular, que posee una trayectoria parabólica definida del chorro de descarga.

22. Para la modelación del vertedero laberinto fue necesario utilizar una malla híbrida, usando una malla estructurada en el canal de aproximación y no estructurada en el cuerpo del vertedero, refinando en los muros frontales y los muros laterales de la estructura.

23. Fue necesario un espacio computacional lo suficientemente largo, para que la condición de frontera de entrada y de salida no generará alteraciones numéricas en la zona de estudio.

24. Al realizar el análisis de sensibilidad de la malla se encontró que al pasar de un modelo de 77.942 nodos a uno de 484.121 nodos, la variación de los resultados no superó el 3.1%, siendo independiente de la malla utilizada.

25. Se seleccionó como criterio de convergencia, la diferencia entre el flujo másico a la entrada y salida del espacio computacional, siendo el valor de 1% el valor mínimo de aceptación para detener las iteraciones.

26. Las líneas de corriente sobre el vertedero tipo laberinto, tienden a caer a los canales principales desde los vertederos laterales a aproximadamente un tercio de la longitud total de la estructura.

27. Las velocidades máximas en el vertedero laberinto se encuentra en la salida del vertedero, debido a la reducción del ancho efectivo y del perímetro hidráulico.

28. La eficiencia del vertedero tipo laberinto disminuye, a medida que aumenta la relación h/p, debido al aumento de la interacción entre los chorros laterales adyacentes.

29. El coeficiente de descarga para el vertedero tipo laberinto presenta una tendencia descendente y asintomática de 0.25, siendo este el valor mínimo teórico de esta estructura modelada.

30. El coeficiente de descarga de un vertedero laberinto asimétrico, varía con respecto a la sección transversal que se evalué, por tal razón, es necesario definir un valor promedio para caracterizar al vertedero a partir de una zona de flujo estable. Se recomienda determinar el coeficiente de descarga a una distancia igual o superior a la longitud de la estructura, aguas arriba de los muros frontales, promediando los niveles para distintos puntos de la sección transversal seleccionada.

31. Debido a los diferentes enfoques y metodologías desarrolladas por los autores, no se recomienda el uso de una sola función para la determinación del coeficiente de descarga, por tanto, es necesario la selección de aquella metodología cuyo origen sea lo más semejantes a las condiciones de uso de la estructura a diseñar.

32. Las funciones que más se acercan al coeficiente de descarga del vertedero laberinto determinado con la modelación computacional, son las desarrolladas por Hay y Taylor y la función de Lux y Hinchcliff.

33. La dispersión entre funciones para el cálculo coeficiente de descarga del vertedero laberinto varía entre un 1% y 15% con respecto a la media. Esta dispersión es debida a los diferentes enfoques que utilizaron los autores, el punto de muestro, la forma de tomar datos y las geometrías utilizadas en sus modelaciones físicas.

34. La fuerza específica máxima se encuentra aproximadamente a la mitad de la altura de la lámina de agua. A medida que el flujo pasa por el vertedero, la fuerza específica disminuye hasta alcanzar un mínimo en la descarga.

35. La hipótesis de presión hidrostática a la entrada del vertedero es bastante cercana a las condiciones reales en zonas alejadas a la caída del chorro; encontrando una diferencia promedio entre los resultados de Ansys, y la condición hidrostática del 2.63% para todos los caudales modelados.

36. El cortante máximo en el vertedero se presenta en la zona de confluencia del fluido al caer por los muros laterales.

Bibliografía

Anderson, R.; Tullis, B. P. (2011) *Comparison of piano key and rectangular labyrinth weir* hydraulics. *Journal of Hydraulic Engineering*.

Ansys - Fluent (2013) *Theory Guide. Version 15.0. Canosburg PA: Southpointe 275 Technology Drive, Novembe*r.

Chaudhry, H. (2008) *Open-Chanel* Flow. 2 ed. Nueva York:Springer.

Crookston, B.; Tullis, B. (2010) Labyrinth weirs. *Hydraulic Structures*.

Crookston, B; Tullis, B. (2012) Arced labyrinth weirs. *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 138, no 6, p. 555-562.

Cengel; Cimbala, J. (2007) *Mecánica de Fluidos. Fundamentos y Aplicaciones*, McGraw Hill.

Dabling, M; Tullis, B. (2012) Piano key weir submergence in channel applications. *Journal of Hydraulic Engineering* vol. 138, no 7, p. 661-666.

Emin E.; Baylar, A. (2005) Influence of included angle and sill slope on air entrainment of triangular plan form labyrinth weir. *Journal of hydraulic engineering*, vol. 131, no 3, p. 184-189.

Granell, C. (2010) Los aliviaderos tipo laberinto. Un nuevo enfoque para su cálculo hidráulico. Universidad Politécnica de Madrid, España.

Granell, C.; Toledo, M.; Marina, A (2013). Aliviaderos tipo laberinto y en tecla de piano. Universidad Politécnica de Madrid, España.

Guy, P. (2008). Computational Fluid Dynamics for Spillway Modeling. Winnipeg, 84p. Tesis (Master of Science). University of Manitoba. Departament of Civil Engineering.

Ho, D., et al. (2010) Application of computational fluid dynamics to evaluate hydraulic performance of spillways in Australia. *Australian Journal of Civil Engineering*, vol. 6, no 1, p. 81.

Leite, R.; et al. (2011) Discharge capacity of piano key weirs. *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 138, no 2, p. 199-203.

Li, S., et al. (2010) Numerical modeling of probable maximum flood flowing through a system of spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 137, no 1, p. 66-74.

Mora, Jorge; Santos, German (2016). *Modelación en 1D, 2D y 3D de un canal de laboratorio y una estructura de alivio,* Tesis de Grado. Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito. Bogotá – Colombia.

Musavi-Jahromi, S. H. (2011) Simulation of Piezometric Pressure in Dam Siphon Spillways. *World Applied Sciences Journal*, vol. 12, no 7, p. 1074-1083.

Páez, A. (2015) *Comparación de los resultados de la modelación física y numérica de la obra de seguridad de la presa Cantarrana*. Tesis de Grado. Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito. Bogotá – Colombia.

Rahimzadeh, H, et al. (2012). Simulating flow over circular spillways by using different turbulence models. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics,*, vol. 6, no 1, p. 100-109.

Rodríguez, H. Matamoros, H. (2015) *Vertederos tipo laberinto para el control de sobreelevaciones en el canal de aducción de una PCH. Modelación física.*

Rodríguez, H. (2009) *Hidráulica Experimental. Bogotá D.C – Colombia. Editorial: Escuela Colombiana de Ingeniería.*

Sótelo, G. (2012) *Hidráulica General.* México D.F. Editorial: Limusa.

Tullis, B.; Young, J.; Chandler, M. (2007) Head-discharge relationships for submerged labyrinth weirs. *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 133, no 3, p. 248-254.

Shames, I. (1995). *Mécanica de Fluidos*. Faculty of Engineering and Applid Science. vol 3, McGraw Hill, New York

Tullis, J.; Amanian, N.; Waldron, D. (1995). Design of labyrinth spillways. *Journal of hydraulic engineering*, vol. 121, no 3, p. 247-255.

Vergara, M. (1993) *Tecnicas de modelacion en Hidráulica.1 ed. Mexico D.F*, 249 p.

Versteeg, H.K, M., W. (2007) *An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method.* 2 ed. New York. 255 p.

Zuhair (2013), Riyadh. *Numerical Simulation of Two-Phase Flow. En: International Journal of Structural and Civil Engineering Research*. Vol 2, No 3; 13p