

# OPTIMIZACIÓN SIMULTÁNEA DEL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN Y RUTEO CON FLOTA HETEROGÉNEA

Ing. VANESSA VALENZUELA DÍAZ



ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO  
FACULTAD DE INGENIERÍA INDUSTRIAL  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA INDUSTRIAL ÉNFASIS EN LÓGISTICA  
BOGOTÁ  
2016

# **OPTIMIZACIÓN SIMULTÁNEA DEL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN Y RUTEO CON FLOTA HETEROGÉNEA**

**Ing. VANESSA VALENZUELA DÍAZ**

Trabajo de investigación para optar al título de  
Magíster en Ingeniería Industrial

Director  
WILLIAM J. GUERRERO RUEDA Ph. D

**ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO  
FACULTAD DE INGENIERÍA INDUSTRIAL  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA INDUSTRIAL ÉNFASIS EN LÓGISTICA  
BOGOTÁ  
2016**

© Únicamente se puede usar el contenido de las publicaciones para propósitos de información. No se debe copiar, enviar, recortar, transmitir o redistribuir este material para propósitos comerciales sin la autorización de la Escuela Colombiana de Ingeniería. Cuando se use el material de la Escuela se debe incluir la siguiente nota “Derechos reservados a Escuela Colombiana de Ingeniería” en cualquier copia en un lugar visible. Y el material no se debe notificar sin el permiso de la Escuela.

Publicado en 2016 por la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito. Avenida 13 No 205-59 Bogotá.  
Colombia TEL: +57 – 1 668 36 00

## **AGRADECIMIENTOS**

El autor de este trabajo de investigación agradece especialmente al profesor Ph D. William Guerrero por su colaboración, orientación y aporte permanente en la consecución de este trabajo de investigación y al ingeniero de sistemas Jonathan Forero por su cooperación en el desarrollo del código de programación de la metaheurística.

Así mismo agradezco a los evaluadores de la propuesta de investigación quién con sus observaciones y aportes contribuyeron a la estructura final del trabajo en mención.

A mi familia, fuente de apoyo incondicional y constante y a Dios por darme la gracia y la sabiduría necesaria para afrontar y asumir cada reto.

## RESUMEN

En esta tesis se estudia un problema de diseño de la cadena de abastecimiento integrando las decisiones de ruteo, localización y selección de flota de vehículos. Se presenta un modelo matemático basado en programación entera mixta para el problema de localización y ruteo considerando flota heterogénea, el cual considera un conjunto discreto de depósitos candidatos con un costo de apertura fijo y capacidad determinada. Se considera una flota de vehículos heterogénea con tamaño y capacidad limitada, y costos de utilización diferenciados por tipo de vehículo. Se asume una demanda determinística y un único periodo de planeación. Se propone un método de solución de tipo metaheurístico, que toma como base una búsqueda local iterativa. Se realizan pruebas computacionales en dos grupos de instancias tomadas y adaptadas de la literatura, que permiten analizar la asertividad del método construido apoyándose en los tiempos y calidad de la solución obtenidos. Los resultados muestran la importancia de optimizar simultáneamente las decisiones de localización considerando costos de ruteo y selección de flota de vehículos.

**Palabras clave:** Localización y ruteo con flota heterogénea (LRPH), metaheurísticas, logística, optimización combinatoria.

## ABSTRACT

This research studies a supply chain design problem integrating routing, location and vehicle fleet selection decisions. It presents a mathematical model based on a mixed integer programming for the location-routing problem considering heterogeneous fleet, which considers a discrete set of candidate depots with fixed opening costs and given capacity. A heterogeneous limited fleet of vehicles with limited capacity, and utilization costs differentiated by type of vehicle is considered. A deterministic demand and a unique planning period is assumed. The proposed solution method is an iterative local search. Computational tests are performed in two groups of instances adapted from the literature, analyzing the performance of the method based on computational times and solution quality. The results show the importance of simultaneously optimize location decisions considering cost routing and fleet selection.

**Keywords:** Location routing problem with heterogeneous fleet (LRPH), metaheuristics, logistics, combinatorial optimization

# TABLA DE CONTENIDO

<b>LISTA DE TABLAS .....</b>	<b>7</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>7</b>
<b>LISTA DE ANEXOS .....</b>	<b>7</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>8</b>
<b>1. OBJETIVOS Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>14</b>
1.1. OBJETIVOS .....	14
2.1.1. Objetivo General .....	14
2.1.2. Objetivos Específicos.....	14
1.2. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	14
<b>2. ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>15</b>
<b>3. PROBLEMA Y MODELO MATEMÁTICO.....</b>	<b>20</b>
<b>4. ALGORITMO PROPUESTO .....</b>	<b>23</b>
4.1. CODIFICACIÓN DE UNA SOLUCIÓN.....	23
4.2. ALGORITMO GENERAL .....	24
4.3. SOLUCIÓN INICIAL.....	24
4.4. BÚSQUEDA LOCAL .....	26
4.5. PERTURBACIONES.....	37
<b>5. PRUEBAS COMPUTACIONES, RESULTADOS Y ANALISIS .....</b>	<b>39</b>
5.1. PARAMETRIZACIÓN.....	39
5.2. PRUEBAS COMPUTACIONALES.....	41
5.3. RESULTADOS GLOBALES.....	42
6.3.1. Instancias pequeñas (Cristofides y Prodhon) para el HLRP .....	42
6.3.2. Instancias grandes para el HLRP.....	45
6.3.3. Instancias tradicionales del LRP Instancias de Prodhon .....	45
5.4. ANÁLISIS DEL MODELO .....	47
<b>6. CONCLUSIONES .....</b>	<b>50</b>
<b>7. INVESTIGACIONES FUTURAS .....</b>	<b>51</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>52</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>55</b>

# LISTA DE TABLAS

TABLA 1. NÚMERO DE ARTÍCULOS POR AÑO SOBRE LOS PRINCIPALES TIPOS DE PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN Y RUTEO. (PRODHON & PRINS, 2014) .....	16
TABLA 2. DESCRIPCIÓN DE TRATAMIENTOS UTILIZADOS .....	39
TABLA 3. TRATAMIENTOS DE TEST FRIEDMAN .....	41
TABLA 4. COMPARACIÓN DE LENGUAJES C++ Y JAVA. (WWW.AMERICATI.COM, 2006) .....	41
TABLA 5. SET PRODHON - RESULTADOS PARA 20, 50 Y 100 CLIENTES VALENZUELA VS BERNAL.....	43
TABLA 6. SET CHRISTOFIDES - RESULTADOS PARA 50, 75 Y 100 CLIENTES VALENZUELA VS BERNAL.....	43
TABLA 7. SET PRODHON - RESULTADOS PARA 20, 50 Y 100 CLIENTES VALENZUELA VS BERNAL. SIN P1 .....	43
TABLA 8. SET CHRISTOFIDES - RESULTADOS PARA 50, 75 Y 100 CLIENTES VALENZUELA VS BERNAL. SIN P1 .....	44
TABLA 9. SET PRODHON - RESULTADOS PARA 200 CLIENTES VALENZUELA VS BERNAL. ....	45
TABLA 10. SET PRODHON - RESULTADOS PARA 200 CLIENTES VALENZUELA VS BERNAL. SIN P1 .....	45
TABLA 11. RESULTADOS SET DE INSTANCIAS PRODHON LRP. ALGORITMO COMPLETO .....	46
TABLA 12. PRUEBAS PARA ANÁLISIS DE MODELO. INSTANCIA PRODHON CON VARIACIÓN DE FLOTA.....	47

# LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. MODELOS ORIGINARIOS DEL VRP (ROCHA, GONZÁLEZ, & ORJUELA, 2011). ....	15
FIGURA 2. TAXONOMÍA PARA LOS MÉTODOS DE SOLUCIÓN METAHEURÍSTICO (ROCHA, GONZÁLEZ, & ORJUELA, 2011) .....	19
FIGURA 3. FLUJO BÚSQUEDA LOCAL - MÉTODO NORMAL .....	27
FIGURA 4. FLUJO BÚSQUEDA LOCAL - MÉTODO ITERATIVO.....	28
FIGURA 5. FLUJO BÚSQUEDA LOCAL - MÉTODO REGRESIVO .....	29
FIGURA 6. VECINDARIO 1. CAMBIO DE VEHÍCULO. ....	30
FIGURA 7. VECINDARIO 2. MOVE. NODO I Y NODO J EN LA MISMA RUTA. ....	31
FIGURA 8. VECINDARIO 2. MOVE. NODO I Y NODO J EN EL MISMO DEPOSITO PERO DIFERENTES RUTAS. ....	31
FIGURA 9. VECINDARIO 2. MOVE. NODO I Y NODO J EN DIFERENTES RUTAS Y DISTINTOS DEPÓSITOS.....	32
FIGURA 10. VECINDARIO 3. SWAP. ....	32
FIGURA 11. VECINDARIO 4. MOVER RUTA ENTRE DEPÓSITOS. ....	33
FIGURA 12. VECINDARIO 5. 2-OPT PARA UNA MISMA RUTA. ....	33
FIGURA 13. VECINDARIO 5. 2-OPT PARA ENTRE RUTAS FORMA 2 .....	34
FIGURA 14. VECINDARIO 5. 2-OPT PARA ENTRE RUTAS FORMA 1 .....	34
FIGURA 15. VECINDARIO 6. 3-OPT .....	35
FIGURA 16. GRÁFICA DE CAJA GAP .....	40
FIGURA 17. GRÁFICA DE CAJA TIEMPO.....	40
FIGURA 18. GRÁFICA DE CAJA TIEMPO VALENZUELA VS BERNAL. ....	40
FIGURA 19. SOLUCIÓN PRUEBA 1. VEHÍCULO CAPACIDAD 40.....	48
FIGURA 20. SOLUCIÓN PRUEBA 2. VEHÍCULO CAPACIDAD 70.....	48
FIGURA 21. SOLUCIÓN PRUEBA 3. VEHÍCULO CAPACIDAD 200.....	49

# LISTA DE ANEXOS

ANEXO 1. RESULTADOS SET DE INSTANCIAS PRODHON. ALGORITMO COMPLETO .....	55
ANEXO 2. RESULTADOS SET DE INSTANCIAS CHRISTOFIDES. ALGORITMO COMPLETO .....	56
ANEXO 3. RESULTADOS SET DE INSTANCIAS PRODHON. ALGORITMO SIN PERTURBACIÓN 1 .....	57
ANEXO 4. RESULTADOS SET DE INSTANCIAS CHRISTOFIDES. ALGORITMO COMPLETO SI PERTURBACIÓN 1.....	58

# INTRODUCCIÓN

La necesidad que tienen los sectores de productos y servicios por mejorar continuamente sus sistemas de distribución, garantizando reducción de costos y utilización eficiente de recursos, es lo que conlleva a la construcción de modelos y métodos robustos que permitan dar solución a las diversas problemáticas que afrontan las empresas y organizaciones. Un ejemplo de estos retos, es la optimización de las decisiones de localización de instalaciones, de ruteo de vehículos, y de selección de flotas de distribución, que sin duda soportan el crecimiento de las empresas.

En su forma clásica, el problema de ruteo de vehículos (VRP) busca determinar las rutas de mínimo costo que debe realizar una flota de vehículos para atender la demanda de los clientes que se encuentran geográficamente dispersos (Olivera, 2004) y (Lüer, Benavente, Bustos, & Venegas, 2009). El problema de ruteo de vehículos con capacidad limitada (CVRP) (Ralphs, Kopmanz, Pulleyblank, & Trotter, 2001) extiende el problema anterior al incluir restricciones de capacidad de los vehículos. Algunos métodos exactos se han propuesto, sin embargo, los tiempos de ejecución son elevados y poco prácticos en aplicaciones reales para problemas de gran escala. Métodos tales como un algoritmo híbrido como el de (Chen, Yang, & Wu, 2006), se han propuesto en la literatura para resolver este problema de forma tal que soluciones cercanas al óptimo se encuentran con menores tiempos computacionales. Para este problema, diversas metaheurísticas se han propuesto, logrando encontrar soluciones cercanas al óptimo en tiempos de cálculo competitivos (Gendreau & Potvin, 2010).

Para el enfoque de este documento, es importante mencionar la consideración de flota heterogénea (HFVRP) que se presenta cuando se deben involucrar vehículos que difieren por su capacidad y costos, como por ejemplo (Baldacci, Battarra, & Vigo, 2008). Así mismo (Yepes & Medina, 2002) presentan una heurística y metaheurística para la construcción de rutas considerando una flota heterogénea y ventanas de tiempo en donde muestran que si el enfoque de la función objetivo se basa en un beneficio económico, se debe lograr equilibrar los costos, beneficios y penalizaciones por rupturas de restricciones que contiene el modelo utilizado. Este método híbrido pretende integrar factores y variables que se deben tener en cuenta al momento de dar solución a las problemáticas reales mostrando la importancia de incluir diferentes tipos de vehículos, dada la variedad del mercado.

Por otro lado, el problema de localización (Facility location problem, FLP) tiene como objetivo la optimización de la decisión de localización de centros de distribución, que pueden estar dispersos en un área determinada, y que deben estar en capacidad de satisfacer la demanda de los clientes al menor costo de construcción y de transporte. Entre los estudios realizados alrededor de este problema, encontramos a (Villa Marulanda, Leguizamón, & Niño, 2010), quienes contemplan en su trabajo la restricción de tener capacidad limitada de almacenamiento en los centros de distribución (Capacitated Facility Location Problem, CFLP) ampliando el alcance del problema, no sólo por la variante sino por la utilización de heurísticas, metaheurísticas u otros métodos que generan soluciones

cercanas al óptimo. Para lo anterior, se han estudiado también extensiones en las que se presentan costos de instalación y múltiples instalaciones en un sitio (Wu, Zhang, & Zhang, 2006).

Se ha contemplado en la literatura la combinación de los problemas de localización y ruteo de vehículos, permitiendo la integración de decisiones con el fin de minimizar los costos. Se ha demostrado que el hecho de ignorar rutas al localizar depósitos genera soluciones sub-óptimas (Salhi & Rand, 1989). Naturalmente, en la selección de rutas de distribución, se debe considerar la ubicación de los depósitos, y para localizar estos, se deben considerar las distancias a recorrer para cumplir con las entregas. Lo anterior se conoce como el problema de localización y ruteo (LRP por sus siglas en inglés, Location- Routing Problem), en el cual se analizan conjuntamente las decisiones estratégicas (Localización) y tácticas (Rutas) al menor costo posible. Este problema contempla restricciones tales como: Cada ruta es realizada por un vehículo de capacidad limitada, cada cliente debe ser atendido por un sólo depósito, las rutas deben iniciar y terminar en un mismo depósito, los depósitos tienen capacidad limitada y se debe satisfacer la demanda de los clientes.

Autores como (Prins, Prodhon & Calvo, 2006) abordan el LRP, proponiendo una metaheurística para resolver el LRP con rutas y depósitos capacitados basándose en una versión ampliada del algoritmo de Clarke y Wright. Así mismo (Prodhon & Prins, 2014) muestran una revisión detallada de la literatura reciente para el LRP, donde además se analiza la importancia de las dos decisiones involucradas desde cada trabajo de investigación publicado, abordando no solo el problema genérico si no las extensiones propuestas.

(Guerrero, Prodhon, Velasco & Amaya, 2013, 2015) presentan una variante del LRP considerando la gestión de inventarios como un componente importante para la cadena de suministro, visto en dos eslabones. Proponen un método híbrido basado en un modelo de programación entera mixta, buscando optimizar la cadena de suministro minimizando sus costos operativos asociados.

Para nuestro caso, se abordará el problema de localización y ruteo con flota heterogénea (HLRP por sus siglas en inglés) estudiado por (Linfati, Escobar, & Gatica, 2014) y (Bernal, Escobar, Marín, Linfati & Gatica, 2015), que buscan optimizar simultáneamente decisiones de ruteo y localización considerando la decisión de selección de vehículos entre una oferta de flota de diferente capacidad y costo.

La importancia de integrar decisiones en logística y diseño de la cadena de abastecimiento llevan a estudiar problemas industriales de amplia aplicación. Por ejemplo, la integración de decisiones tales como dónde localizar un depósito, almacén o centro de distribución, qué rutas se deben realizar y cuáles vehículos se deben utilizar para realizar la distribución de productos en cualquier campo, son ejemplos de problemáticas empresariales. Decisiones de este tipo requieren de coordinación al momento de diseñar cadenas de abastecimiento eficientes y que respondan a las necesidades del mercado. Se ha demostrado que las decisiones de ruteo tienen una influencia en las decisiones de localización, por tanto es interesante incluir dentro del estudio, aspectos industriales de diseño de la cadena de suministros como son la selección de modos de transporte.

En resumen, el estudio busca considerar la posibilidad de usar una flota limitada y heterogénea en problemas de localización y ruteo, con el fin de definir qué tanto se afectan estas decisiones entre sí, qué tipo de relación se encuentra en las decisiones a tomar o si simplemente se contribuye a optimizar costos, tiempos y distancias debido a la apropiada selección, no sólo de rutas y de puntos estratégicos de localización, sino a la eficiente selección de vehículos para la distribución a realizar.

En diferentes contextos industriales, es común ver que los proveedores de transporte no ofrezcan simplemente una opción a sus clientes, es decir no cuentan con una flota homogénea sino al contrario, se ofrecen diversos vehículos que amplían las alternativas de solución a la necesidad habitual de distribuir productos. Una flota heterogénea se puede definir como un conjunto de vehículos que varían según su capacidad, costos, equipamiento, condiciones de uso, o tipo de producto a transportar. La necesidad del mercado y los segmentos que se tienen, los diversos modos de transporte y sus distintos tipos de vehículos, obligan a las empresas a contemplar diversas opciones, ya que variables climáticas, políticas, arancelarias, de seguridad, económicas, entre otras obligan a adaptarse a las condiciones, y a su vez a la demanda.

Es importante definir que el método a desarrollar es genérico, en el sentido que el mismo puede ser usado en diversos contextos. A continuación se mencionan aplicaciones potenciales:

- **Distribución de productos:**

En la industria se presenta diversas situaciones que se traducen en problemas de localización y ruteo. Los procesos de ampliación y crecimiento de las empresas requieren de la construcción de métodos o modelos que aporten con buenas prácticas para contribuir a la toma de decisiones tanto estratégicas como tácticas y operativas. Entre ellas la ubicación de centros de distribución o depósitos de almacenamiento que deben estar situados en zonas cercanas a los clientes contemplados en el estudio de mercado.

Lo expuesto anteriormente requiere de la determinación acertada de la utilización de vehículos que para estos casos podrían ser heterogéneos, pues se requiere flexibilizar la acomodación de productos o simplemente facilitar el manejo de las características de cada uno.

También, en el sector de hidrocarburos, la decisión de localización de pozos petroleros, crea la necesidad de establecer rutas de transporte por diversos modos, alineados a restricciones viales, políticas, impuestos entre otros, en donde es evidente nuestro problema.

- **Logística humanitaria:**

Eventos climáticos y naturales como huracanes, maremotos y terremotos desencadenan un sin número de necesidades que atender en tiempo límite. Es en

estos eventos donde se han identificado fallas importantes en cuanto al diseño de la cadena de abastecimiento correspondiente, lo que afirma que la planeación de la logística humanitaria debe ser un punto clave a determinar antes del desastre. Para esto es necesario determinar con antelación no sólo los puntos de encuentro sino puntos de almacenamiento estratégico de inventario de provisiones necesarias para estos tipos de desastres. Además de determinar las posibles rutas a los sitios de encuentro ya determinados, se deben también definir los tipos de vehículos que se podrían utilizar en dichas circunstancias, sabiendo que estos a su vez dependen del tipo de producto requerido. Estos productos pueden ser: vacunas, productos derivados de la sangre, medicamentos, entre otros, que deben distribuirse en volúmenes específicos. Como afirma (Ukkusuri & Yushimito, 2009), situaciones como las mencionadas anteriormente, se modelan como un problema de localización, en el cual se tienen en cuenta la determinación de rutas y las posibles interrupciones en la red. Claramente, la eficiente atención y la toma adecuada de las decisiones, contribuye sin duda a reducir los tiempos de respuesta posteriores a la emergencia, lo cual se traduce probablemente en vidas salvadas.

- **Logística militar:**

La logística militar es un foco importante de aplicación de logística y gestión de cadena de suministro, pues los constantes requerimientos de planeación y los diversos métodos operativos que involucran los procesos militares, permiten adoptar problemas tradicionales de localización y ruteo para dar solución a dichas necesidades. En su artículo (Faied, Mostafa, & Girad, 2010), muestra diversas aplicaciones del problema de ruteo de vehículos que se adaptan a situaciones militares como por ejemplo el reconocimiento de territorio enemigo que deben realizar vehículos aéreos militares que salen de diferentes bases a recorrer los puntos de la zona asignada. Ahora, si se cuenta con grandes territorios, se puede incluir el problema de localización en el cual se decida qué zonas atender de forma prioritaria. La planeación de la distribución de víveres y/o municiones a las bases, requiere de una localización efectiva de depósitos que almacenen dichos suministros, de tal forma que en el momento de cubrir los requerimientos se cuenten con almacenes cercanos a las bases pertenecientes a un zona determinada, que permitan seguir las rutas señaladas, en lo cual se utilizan alternativas de vehículos según la demanda cambiante de las bases.

- **Servicios públicos:**

Vemos como ejemplo el suministro de agua potable a los hogares, donde es clara la necesidad de instalar estaciones de bombeo que deben ser construidas en puntos estratégicos, de tal forma que abastezcan un número determinado de sectores o barrios. Por lo anterior, se contemplan decisiones de localización y ruteo, así como la elección de diámetros de tubería (como modo de transporte) que minimicen los costos pero que garanticen la prestación de servicio de forma eficiente y oportuna a la comunidad. Así mismo la parte administrativa debe

contemplar la ubicación de centros de atención de servicio técnico que se encargue de zonas asignadas, en los cuales se requieren vehículos para no solo movilizar personal sino también equipos o insumos de soporte, que permitan cumplir con los requerimientos radicados. Otra aplicación para mencionar, es la ubicación de antenas para el suministro de internet por cableado, las cuales deben ser ubicadas en ciertos puntos de la ciudad para dar cobertura a un grupo de barrios determinados.

- **Logística hospitalaria:**

Actividades relacionadas como distribución de insumos clínicos y sanitarios, almacenamiento de medicamentos e insumos, lavandería, cocina y manejo de desechos, muestran la necesidad de un eficiente sistema logístico al interior de los hospitales que garantice altos niveles de servicios.

Los modelos de optimización en logística hospitalaria buscan minimizar los costos mediante la identificación de excesos en tiempos de entrega, distancias largas entre hospitales y proveedores de insumos clínicos y optimizar la localización de almacenes u hospitales, entre otros.

Un ejemplo claro de la aplicación de nuestro problema (HLRP), es el transporte de materiales de la cadena de frío (productos derivados de la sangre), por lo que se identifican las decisiones de la ubicación de bancos de sangre cercanos a hospitales y clínicas, para tener posibles rutas adecuadas de distribución y recolección de sangre así como los vehículos necesarios para dicho transporte.

La descripción de los campos de aplicación mencionados anteriormente, permite contextualizar diferentes situaciones en donde las magnitudes relativas de los costos de localización, frente a los costos de ruteo y de uso de vehículos en el largo plazo pueden ser comparables. Es decir, se establece la hipótesis de que su impacto al integrar las decisiones simultáneamente en cada caso será diferente. Para unos escenarios por ejemplo, se plantea la hipótesis que el alto costo de usar un vehículo (helicópteros, por ejemplo) supera los costos de localización de una base, lo que obligaría a localizar bases más cercanas a los objetivos y usar pocos vehículos. Por otro lado, cuando el costo de localizar un depósito es mayor que la utilización de un vehículo para la distribución, se pueden tener depósitos con un mayor número de rutas, potencialmente rutas largas. Este tipo de hipótesis deben estudiarse ampliamente con el fin de determinar la relación entre las decisiones de localización, de ruteo, y de dimensionamiento de la flota.

Adicionalmente, no para todos los casos los tres factores van mostrarse significativos al momento de tomar decisiones de diseño de la cadena de suministros, por lo que se debe conocer asertivamente el comportamiento de cada uno para identificar según la necesidad la formas de relacionar estas decisiones.

El problema de localización y ruteo con flota heterogénea (LRPH) que se estudia en este trabajo de investigación es considerado un problema NP-Hard (Garey & Johnson, 1979), pues corresponde a la generalización del problema de localización y ruteo con restricciones de capacidad y al problema de ruteo de vehículos con múltiple depósitos con flota heterogénea.

El estudio propuesto pretende compararse con los algoritmos heurísticos desarrollados por (Escobar, Marín, Linfati & Gatica, 2015), en donde se aplica el concepto de búsqueda tabú granular (GTS, por sus siglas en inglés), el algoritmo recocido simulado (GSA) y la búsqueda de entorno variable descendente general (GVNS), para los cuales se genera inicialmente una solución factible combinando técnicas de clústeres con métodos exactos reduciendo el espacio de búsqueda para hallar un óptimo local que seguido de los algoritmos propuestos llevan a soluciones adecuadas en tiempos computacionales reducidos. El método utilizado en el desarrollo de esta tesis pretende generar entonces un método alternativo competitivo.

El documento está estructurado de la siguiente manera: En la sección 1 se presenta la introducción al trabajo de investigación y por ende al problema a tratar, en la sección 2 se presentarán los objetivos de la investigación. Considerando que el problema de localización y ruteo con flota heterogénea ha sido poco estudiado en la literatura, puesto que la variante que se introduce no ha sido desarrollada ampliamente, se presenta en la sección 3 un análisis de la literatura relacionada. El modelo de optimización se presenta en la sección 4 seguido del algoritmo propuesto en la sección 5. Finalmente las pruebas computacionales, resultados y análisis del modelo se presentarán en la sección 6 y conclusiones en la sección 7.

# 1. OBJETIVOS Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

## 1.1. Objetivos

### 2.1.1. Objetivo General

Hacer un análisis de la pertinencia de desarrollar modelos de optimización simultánea para el problema de localización y ruteo con demanda determinística y flota de vehículos heterogénea, y desarrollar una metaheurística competitiva de solución, que permita caracterizar las condiciones en donde es apropiado integrar decisiones de gestión de flota y diseño de cadena de abastecimiento.

### 2.1.2. Objetivos Específicos

- Detallar los artículos científicos que estudian el problema de localización y ruteo con flota heterogénea, publicados hasta la fecha.
- Proponer una metaheurística de solución al problema que sea competitivo en calidad y/o en eficiencia computacional con los métodos descritos en la literatura.
- Evaluar la robustez de las soluciones con respecto a los costos de utilizar vehículos con el fin de demostrar el nivel de dependencia entre las decisiones de gestión de flota y las decisiones de localización de depósitos.

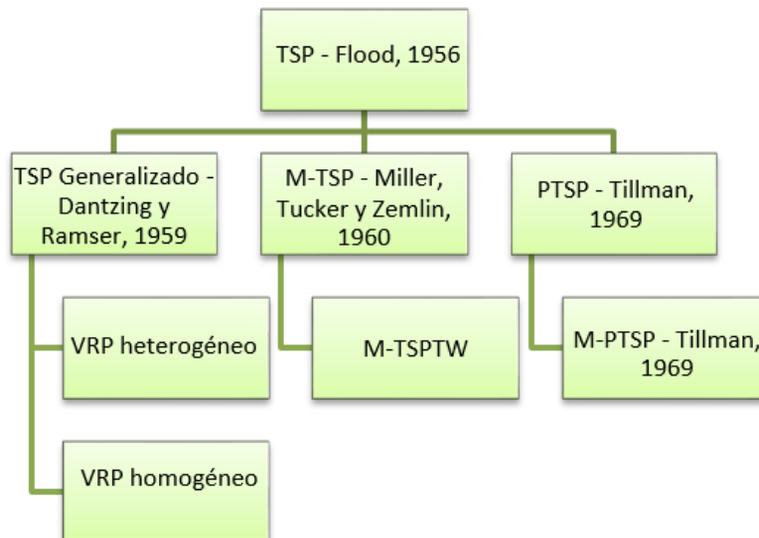
## 1.2. Preguntas de Investigación

- a. ¿Existe una metaheurística alternativa para dar solución al problema de localización y ruteo capacitado con flota heterogénea, que supere en desempeño a los métodos existentes descritos en la literatura científica?
- b. Bajo qué condiciones es pertinente optimizar simultáneamente las decisiones de localización, ruteo de vehículos, y selección de modos de transporte.

## 2. ESTADO DEL ARTE

A continuación se muestra la revisión de la literatura en cuanto a problemas clásicos que se relacionan con el problema de localización y ruteo, abordando extensiones y variantes que permiten establecer la importancia del problema de localización y ruteo con flota heterogénea como tema central para el desarrollo de esta tesis.

En primera instancia, se menciona el problema básico de ruteo de vehículos (vehicle routing problem, VRP) el cual consiste en el diseño de rutas de mínimo costo que visiten un conjunto disperso de clientes, donde es necesario hacer uso de técnicas y algoritmos apropiados para la solución del mismo. Autores como (Rocha, González, & Orjuela, 2011) presentan una revisión bibliográfica en la cual se expone un resumen de los primeros modelos de VRP que han servido como soporte para la evolución de trabajos investigativos, los cuales son presentados en la siguiente figura:



**Figura 1. Modelos originarios del VRP (Rocha, González, & Orjuela, 2011).**

El problema del agente viajero (TSP, por sus siglas en inglés, *Travelling Salesman Problem*) es el primer problema estudiado por (Flood, 1956). Este consiste en diseñar un ciclo hamiltoniano de mínimo costo. A partir del mismo se han generado diferentes tipos de problemas de VRP con variaciones, incremento de restricciones y número de variables. A raíz del TSP generalizado se desglosan dos importantes categorías: el VRP homogéneo y el VRP heterogéneo. El VRP homogéneo hace referencia al problema de ruteo de vehículos en el cual la flota utilizada tiene las mismas características, tales como velocidad, capacidad y costo. Por otro lado, el VRP heterogéneo se refiere al problema de diseño de rutas considerando que los vehículos utilizados presentan desigualdades en los componentes descritos anteriormente, lo cual se acerca a la realidad de algunas situaciones cotidianas.

(Rocha, González, & Orjuela, 2011) hacen referencia a los métodos de solución que pueden ser aplicados al problema de ruteo de vehículos. Según su revisión bibliográfica, dichos métodos pueden ser categorizados como: metaheurísticas, heurísticas y métodos exactos. Entre los años 1999 y 2009 surgieron variaciones al problema de ruteo de vehículos tales que se podría agrupar este tipo de problemas en: estáticos, que son los problemas en los que se puede conocer los datos antes de asentar las rutas; y dinámicos, que son los problemas en los que sólo se pueden conocer algunos datos del problema antes del cálculo de una solución. Además destacan la fomentación de métodos de solución desarrollados, los cuales se basan en dos técnicas, a saber: la formulación de algoritmos de partición de conjuntos y los algoritmos basados en la generación de columnas.

Drexel & Schneider (2014) y Prodhon & Prins (2014) han realizado una revisión detallada del estado del arte de los problemas de localización y ruteo. Mientras el primero aborda las variantes, el segundo muestra el problema genérico abarcando y describiendo en su resumen las extensiones a partir del mismo. Los dos artículos concluyen que abordar conjuntamente las decisiones de ruteo y localización optimiza globalmente los costos, pues este tipo de problemas requieren ser vistos como problemas dependientes uno del otro. Sin duda, la revisión de la literatura que hacen estos autores, permite abrir la ventana de investigaciones futuras, como por ejemplo condiciones de clientes no atendidos, ventanas de tiempos y multiperiodos, demandas fluctuantes, demanda estocástica, o combinaciones entre ellos, sugiriendo que el desarrollo de estos sean, entre otros, con métodos híbridos.

La tabla que se muestra a continuación, tomada de (Prodhon & Prins, 2014), muestra en resumen los artículos más recientes que han sido publicados desde 2007 hasta 2013, que abordan el problema de localización y ruteo de una forma especializada. Pocos artículos han tratado el LRP con atributos especiales de los vehículos y sólo un artículo encontrado trata el problema con flota heterogénea.

TIPOS DEL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN Y RUTEO	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	TOTAL
LRP con vehículos no capacitados	1	0	0	1	0	1	1	4
LRP con depósitos no capacitados	0	1	0	0	1	1	2	5
LRP capacitado	2	1	1	2	4	2	6	18
LRP con dos eslabones	1	0	1	1	1	4	0	8
Problema de ruteo con camión y remolque	0	0	2	2	3	1	3	10
LRP con objetivos especiales o múltiples	1	1	0	1	1	3	0	7
Atributos adicionales en nodos y vehículos	1	1	1	0	1	1	1	6
LRP multiperiodo	0	1	0	1	1	1	0	4
LRP con inventario	1	0	0	1	1	0	1	4
LRP con datos inciertos	0	0	0	1	1	1	3	6
<b>TOTAL</b>	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>72</b>

**Tabla 1. Número de artículos por año sobre los principales tipos de problemas de localización y ruteo. (Prodhon & Prins, 2014)**

Extensiones al problema genérico se conocen por menciones de autores tales como (Cordeau, Gendreau, y Laporte, 1997) con multi-depósitos, depósitos intermedios (Ghiani, Improta, y Laporte, 2001) y los problemas de entrega y recogida abordados por (Tarantilis, Zachariadis, y Kiranoudis, 2008) que aportan a la evolución de investigación.

La complejidad del problema de localización y ruteo no permite que se pueda resolver siempre con métodos exactos para instancias de gran tamaño, por lo que ha sido recurrente la utilización de métodos tales como heurísticas y metaheurísticas que ofrecen mejor control del tiempo computacional, entre los cuales se destacan autores como (Albareda-Sambola, Díaz, & Fernández, 2005), (Tuzun & Burke, 1999) y (Prodhon C., 2006).

Así mismo, alternando variantes al problema genérico, (Barreto, Ferreira, Paixão, & Santos, 2007) desarrollan técnicas de agrupamiento jerárquico y no jerárquico para resolver el problema de localización y ruteo capacitado, o técnicas de conglomerados como las abordadas por (Boudahri, Aggoune-Mtalaa, & Bennekrouf, 2013) en las cuales se contemplan vehículos con capacidad y depósitos no capacitados, que más adelante desarrolla (Albareda-Sambola, Díaz, & Fernández, 2005) con una heurística de una búsqueda tabú (TS).

Un complemento al análisis de decisiones de localización y ruteo, es la gestión de inventario que se conoce como el inventory-location routing problem (ILRP), el cual busca optimizar simultáneamente las tres decisiones. Pocos autores han desarrollado trabajos de investigación en este campo, el cual busca decidir conjuntamente cuáles depósitos abrir, qué secuencia de rutas se deben ejecutar para realizar entregas de productos a clientes determinados y las cantidades a enviar usando una flota de vehículos homogénea (Guerrero, Prodhon, Velasco, & Amaya, 2013, 2015), (Liu & Lin, 2003), (Liu & Lin, 2005) y (Ma & Davidrajah, 2005).

Un acercamiento a problemas de transporte que aportan a nuestro trabajo es el problema de ruteo de camión y remolque que plantean (Villegas, Prins, Prodhon, Medaglia, & Velasco, 2013), en el cual una flota de camiones y remolques debe satisfacer la demanda de clientes específicos, algunos de estos con limitaciones de accesibilidad que genera la necesidad de utilizar para estos casos un camión y para clientes con características tradicionales un camión o un remolque. Para lograr minimizar la distancia total de las rutas a ejecutar, los autores desarrollan una metaheurística con dos variantes en la que combina una formulación fraccionada con una metaheurística híbrida. Dichas variantes denominadas "large-pool" y "small-pool", permiten llegar a resultados efectivos, en los cuales se concluye que la segunda variante logra el mejor equilibrio entre tiempo de ejecución y calidad de la solución en comparación con la primera variante, tardando solo un tercio del tiempo de la primera. El método logra reducir la distancia total de rutas con calidad y tiempos de ejecución razonables, por lo que sugieren aumentar el tamaño de la flota (inclusión de flota heterogénea) como investigación futura, ya que dichos cambios mostrarían comportamientos y conclusiones interesantes.

Sobre el HLRP, encontramos en la literatura una deficiencia en el desarrollo de trabajos de investigación pues sólo (Linfati, Escobar, & Gatica, 2014) y (Escobar, Marín, Linfati & Gatica, 2015), ha realizado aportes con la propuesta de algoritmos heurísticos y

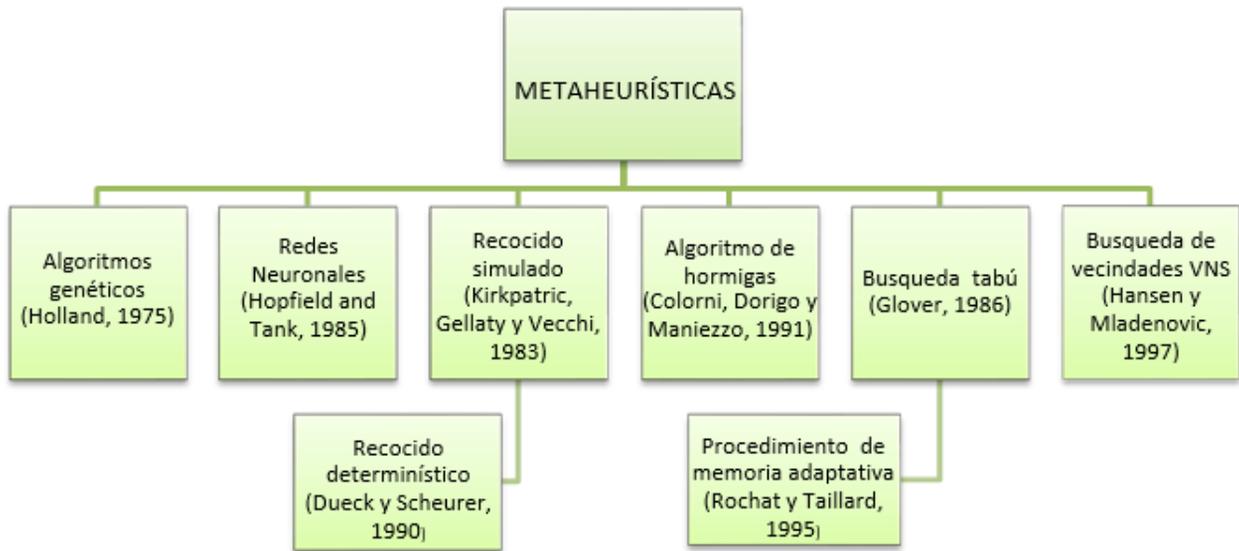
metaheurístico que da solución a esta problemática. Aunque en la literatura revisada, se han encontrado artículos que incluyen la variante de flota heterogénea a problemas de VRP, se genera la necesidad de involucrar este factor al LRP, por lo cual daremos continuidad al trabajo de (Escobar, Marín, Linfati & Gatica, 2015), con el desarrollo de una metaheurística competitiva a su algoritmo, que permita aportar al estado del arte actual.

(Linfati, Escobar, & Gatica, 2014) proponen un algoritmo en donde en primera fase se resuelve un problema de clústering usando métodos exactos con el objetivo de asignar tales clústeres a los depósitos que se abrirán, con lo que se logra una solución inicial factible que posteriormente se mejora aplicando el método de búsqueda tabú granular. Se incluyen movimientos y perturbaciones tradicionales de los problemas de ruteo de vehículos que permiten obtener una solución al problema planteado. Los experimentos computacionales fueron realizados a instancias adaptadas de la literatura de (Prins, Prodhon & Calvo, 2006), de hasta 100 clientes y 10 depósitos candidatos, logrando soluciones calculadas en promedio en 210s que son 8% menos costosas que las soluciones obtenidas por CPLEX en un tiempo promedio de alrededor de 4.5h (CPLEX calcula cotas superiores para 7 de las 16 instancias de (Prins, Prodhon & Calvo 2006)).

Con las instancias de (Golden, Assad, Levy, & Gheysens, 1984) que considera flota heterogénea, pero ignora las decisiones de localización, el algoritmo de (Linfati, Escobar, & Gatica, 2014) logra soluciones calculadas en promedio en 232s que son 25% menos costosas que las soluciones obtenidas por CPLEX en un tiempo promedio de alrededor de 4.8h (CPLEX calcula cotas superiores para 2 de las 8 instancias de (Golden, Assad, Levy, & Gheysens, 1984)).

Es importante resaltar lo mencionado por (Vidal Esmorís, 2013) en su tesis, en la cual se afirma que “para la mayoría de problemas de este tipo no existe un algoritmo exacto con complejidad polinómica que encuentre la solución óptima. Además, la cardinalidad del espacio de búsqueda de estos problemas suele ser muy grande, lo cual hace ineficiente el uso de algoritmos exactos ya que la cantidad de tiempo que necesitaría para encontrar una solución es inaceptable.”, por tanto se requieren de métodos heurísticos y metaheurísticos, ofreciendo mejor rendimiento computacional reflejado en resultados aplicables a nivel industrial.

Se conocen métodos especiales de optimización eficientes y destacados en la literatura, como los son la búsqueda tabú, búsqueda local, colonias de hormigas, algoritmos genéticos, enfriamiento simulado, entre otros, que resuelven problemas combinatorios difíciles (Vidal Esmorís, 2013). A continuación se muestra la taxonomía de algunos métodos de solución metaheurísticos realizado por (Rocha, González, & Orjuela, 2011) con base en aportes de varios autores con interés en el tema.



**Figura 2. Taxonomía para los métodos de solución metaheurístico (Rocha, González, & Orjuela, 2011)**

### 3. PROBLEMA Y MODELO MATEMÁTICO

La integración del problema de localización y ruteo con la flota heterogénea, debe permitir determinar si las decisiones involucradas (estratégicas, tácticas y operacionales) son vistas de forma conjunta o por el contrario no presentan ninguna dependencia y pueden ejecutarse en cadena con mejores costos y buenos resultados. Dado que estos tres niveles de planeación presentan diferentes horizontes de tiempo de ejecución, es relevante determinar bajo qué condiciones se pueden integrar de forma simultánea o de forma gradual y dependiente.

El interés por este problema, nace de la falta de literatura en el tema y por tanto de métodos desarrollados para dar solución al mismo. Se requiere resolver problemas actuales en las industrias, que se acerquen a la realidad, abarcando de forma efectiva los aspectos influyentes en el aumento de costos, bajos niveles de servicios y procesos ineficientes.

Después de tener una visión general de los problemas de este campo que han sido desarrollados en las investigaciones revisadas, se pretende realizar una metaheurística que permita dar solución al problema de localización y ruteo con flota heterogénea (HRLP) tomando como base el modelo matemático utilizado por (Linfati, Escobar, & Gatica, 2014), el cual se inspira en el trabajado de (Prins & Prodhon, 2006).

Dentro de este modelo se considera la siguiente notación:

Dada la red definida mediante los dos conjuntos (V, E) donde V son los Vértices o nodos (V) y E las Aristas o arcos (E) se tiene el conjunto de nodos V.

El conjunto de Nodos V se compone de un subconjunto de depósitos I y un subconjunto de clientes J.

#### **Variables de Decisión:**

$y_i = 1$  si el depósito  $i \in I$  es abierto

$f_{ij} = 1$  si el cliente  $j \in J$  es asignado al depósito  $i \in I$

$x_{ijk} = 1$  si se utiliza el arco desde  $i \in V$  a  $j \in V$  en la ruta asignada al vehículo  $k \in K$

#### **Parámetros determinísticos:**

$w_i =$  Capacidad del depósito  $i \in I$

$d_j =$  Demanda de los clientes  $j \in J$

$q_k =$  Capacidad del vehículo  $k$

$o_i =$  Costo de apertura del depósito  $i \in I$

$v_k =$  Costo fijo de la utilización de un vehículo  $k$  en una ruta

$c_{ij} =$  Costo asociado a cada nodo  $(i, j) \in E$

El modelo supone un conjunto discreto de depósitos candidatos con un costo fijo de apertura y capacidad determinada; se asume una demanda determinística y un único periodo de planeación. Cada ruta es atendida por un sólo vehículo seleccionado de una flota heterogénea con capacidad limitada y costo de utilización diferenciados por tipo de vehículo. Ningún cliente puede quedar sin depósito y cada depósito puede tener tantas rutas como clientes en la instancia, cada ruta inicia y termina en el mismo depósito, y cada cliente debe ser visitado una única vez por un vehículo. No se permite el flujo entre depósitos. De esta forma, el modelo es el siguiente:

### Función Objetivo:

$$\min Z = \sum_{i \in I} o_i y_i + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ijk} + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} v_k x_{ijk} \quad (1)$$

### Restricciones:

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in V} x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in J \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in V} d_j x_{ijk} \leq q_k \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} - \sum_{j \in V} x_{ijk} = 0 \quad \forall i \in V, \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq J, \forall k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{u \in J} x_{iuk} + \sum_{u \in V \setminus \{j\}} x_{ujk} \leq 1 + f_{ij} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{j \in J} d_j f_{ij} \leq w_i y_i \quad \forall i \in I \quad (8)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i \in V, \forall j \in V, \forall k \in K \quad (9)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in V \quad (10)$$

$$f_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in V, \forall j \in J \quad (11)$$

El modelo presentado es un modelo de programación entera, que tiene como función objetivo **(1)** minimizar los costos totales de logística, compuesto por el costo fijo de abrir depósitos, costo variable de las rutas definidas y el costo fijo de utilización de los vehículos.

Entre las restricciones se encuentran el conjunto de ecuaciones **(2)**, que obliga a que cada cliente sea visitado por un sólo depósito en una ruta que es asignada a un único vehículo, la restricción **(3)** hace referencia a la capacidad del vehículo y el conjunto de ecuaciones **(8)** corresponde a las restricciones de capacidad de los depósitos. Así mismo la restricción **(4)** asegura continuidad en la ruta y la restricción **(5)** condiciona a que cada ruta realizada por el vehículo  $k$  debe iniciar y finalizar en el mismo depósito. La restricción **(6)** permite eliminar los posibles subtours, la ecuación **(7)** asegura la asignación de un cliente a un depósito siempre y cuando exista una ruta entre el depósito y el cliente. Ahora las restricciones **(9)**, **(10)** y **(11)** corresponden a la declaración del tipo de variables de decisión que se utilizan en el modelo (binarias).

## 4. ALGORITMO PROPUESTO

### 4.1. Codificación de una Solución

Para codificar una solución se debe en primera instancia analizar y diseñar el sistema que describe la problemática estudiada, en donde se establecen los componentes y su interacción entre sí. Una solución al problema está dada por matrices y vectores de números enteros y reales según corresponda. En esta investigación, usamos las siguientes estructuras de datos:

- M = Número de depósitos candidatos.
- N = Número de clientes.
- K = Número de tipos de vehículos candidatos.
- M\* = Almacena el número de depósitos seleccionados.
- N\* = Almacena el número de clientes que fueron asignados. Contiene todos los clientes de la instancia.
- O\* = Almacena el costo total de apertura de los depósitos seleccionados.
- C\* = Almacena el costo total de ruteo (Distancias).
- V\* = Guarda el costo de usar los vehículos.
- CT\* = Guarda el costo total. Corresponde a la suma de los tres costos descritos anteriormente.
- CA [N] = Arreglo con los clientes que fueron asignados.
- PRE [N] = Arreglo que indica los predecesores de los clientes.
- SUC [N] = Arreglo que indica los sucesores de los clientes.
- TVR [M] [N] = Matriz que indica tipo de vehículo usado en cada ruta.
- CS [M] [N] = Matriz que indica que clientes fueron asignados a que depósito.
- DS [M] [N+3] = Matriz que indica que depósitos fueron seleccionados. La primera columna contiene el índice correspondiente del depósito, la segunda columna indica el número de clientes que se asignaron al depósito, la tercera columna indica la capacidad restante y de la cuarta columna en adelante guarda para cada depósito, los inicios de ruta.
- DS [K] [N] = Matriz que muestra la capacidad restante de cada vehículo utilizado en cada ruta.

## 4.2. Algoritmo general

A continuación se muestra el pseudocódigo del flujo de algoritmo general construido en donde se contempla la búsqueda local y las perturbaciones a realizar.

---

### *Pseudocódigo Solución General*

---

```
1: Entrada: instancia
2: Salida: solucion_final
3: Inicio
4:   Leer instancia
5:   Verificar factibilidad_instancia
6:   Si instancia es factible
7:     Calcular matriz_distancias
8:     Seleccionar depósitos
9:     Asignar clientes
10:    Determinar rutas
11:    Generar solución_construida
12:    Aplicar Busqueda_Local
13:    Guardar mejor_solución <- solución_construida
14:    Asignar  $\beta$  <- 30
15:    Asignar contador <- 0
16:    Mientras contador ==  $\beta$  hacer
17:      Aplicar perturbación_aleatoria
18:      Aplicar Busqueda_Local
19:      Si se obtuvo mejor solucion
20:        Guardar mejor_solucion <- solución_construida
21:      Fin Si
22:      Asignar contador <- contador + 1
24:    Fin Mientras
25:  Fin Si
26:  Si instancia no es factible
27:    Fin
28:  Fin Si
29: Fin
```

## 4.3. Solución inicial

Se construye una solución inicial factible, mediante un procedimiento que de forma secuencial engranando los componentes de la solución e integrándolos de forma coherente en tiempos computaciones adecuados. La solución completa se construye cuando se han

seleccionado los depósitos candidatos a abrir, se asigna la totalidad de los clientes a los depósitos, se construyen las rutas de entrega y se asignan los vehículos.

El primer paso es ordenar los depósitos candidatos de menor a mayor relación costo de apertura/capacidad, con el fin de priorizar los depósitos de mayor capacidad y menor costo. En segundo lugar se seleccionan en orden de prioridad los primeros candidatos que suplan la demanda total de los clientes, es decir hasta que la capacidad de todos los depósitos seleccionados sea mayor o igual a la demanda total de los clientes. En seguida, para cada depósito seleccionado, se asignan los clientes de menor a mayor distancia, mientras que la capacidad del depósito lo permita.

Luego se ordenan los vehículos de menor a mayor capacidad. Se cuenta con dos formas para continuar con la construcción de la solución inicial: la primera se basa en el algoritmo del vecino más cercano, el cual se va ejecutando hasta que el vehículo llene su capacidad y así hasta terminar la asignación de todos los clientes a los depósitos; en el segundo método para cada vehículo se asignan los clientes de mayor a menor demanda teniendo en cuenta la restricción de su capacidad, para luego realizar el ruteo utilizando el algoritmo del vecino más cercano.

A continuación se muestra el procedimiento utilizado para la construcción de la solución inicial:

*Procedimiento Construcción de solución inicial:*

- 1: Ordenar los depósitos candidatos de menor a mayor en la lista **L** según su relación costo de apertura/capacidad
- 2: Conservar en la lista **L** los primeros elementos tal que la suma de las capacidades totales de los depósitos supere la suma de las demandas de los clientes ( $\sum_{j \in N} d_j$ )
- 3: Para cada depósito abierto  $i$  en la lista **L**, asignar clientes hasta que se complete su capacidad.
- 4: Si hay clientes sin asignar se abre un depósito candidato adicional. En caso de no haberlo se concluye que no se ha encontrado una solución factible. Si no, vaya al paso 5.
- 5: Ordenar los vehículos de menor a mayor capacidad.
- 6: Iniciar con el ruteo<sup>1</sup>.

**Opción A:** Se realiza el ruteo, utilizando el algoritmo del vecino más cercano en donde para el depósito  $i$  se busca entre los clientes  $j$  asignados, el cliente que se encuentre a menor distancia que los demás, seguido a este cliente se busca el cliente

---

<sup>1</sup> Se evaluaron dos formas de realizar ruteo considerando la oferta de vehículos, sin embargo solo se utilizó en el algoritmo la opción A, dado que esta arroja mejores resultados.

j más cercano y así hasta que la suma de la demanda de los clientes asignados sea menor o igual a la capacidad del vehículo k ( $\sum_{j \in N} d_j \leq Cap_k$ ).

**Opción B:** Se realiza ruteo, revisando para cada depósito i el vehículo k seleccionado de la lista ordenada por capacidad, asignando los clientes de menor a mayor demanda hasta que la suma de la demanda de los clientes sea menor o igual a la capacidad del vehículo k ( $\sum_{j \in N} d_j \leq Cap_k$ ). Seguido se ejecuta el algoritmo del vecino más cercano entre los clientes asignados al depósito i y al vehículo k.

7: Solución inicial factible.

#### 4.4. Búsqueda local

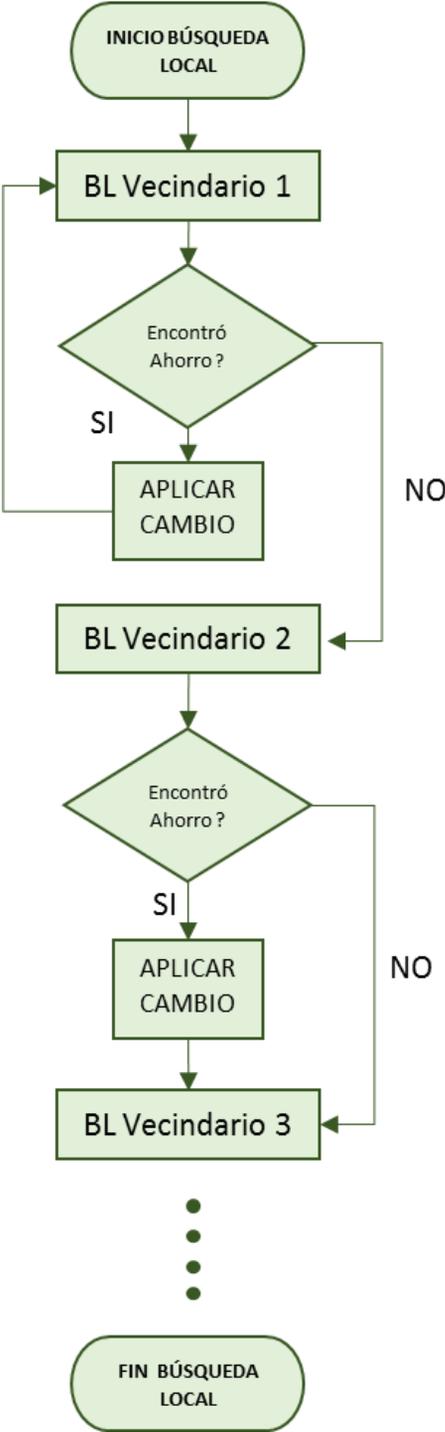
Se ha diseñado un procedimiento de búsqueda local con el fin de hacer intensificación de la meta-heurística. Este procedimiento considera seis vecindarios, los cuales buscan mejorar las soluciones encontradas usando siempre una estrategia de “best improvement”. Esta estrategia implica buscar la mejor solución vecina dentro de un vecindario en particular antes de modificar el vecindario de búsqueda.

Para establecer la configuración adecuada del orden de exploración de cada uno de los vecindarios propuestos dentro de la búsqueda local, se construyeron tres propuestas que están inspiradas en otras metaheurísticas (como por ejemplo el Variable Neighborhood Search, VNS presentado en Mladenović & Hansen, 1997). Para evaluar el impacto y efectividad de cada una de las configuraciones propuestas, se realizarán pruebas de parametrización del algoritmo, usando el Test de Friedman para determinar la configuración a utilizar.

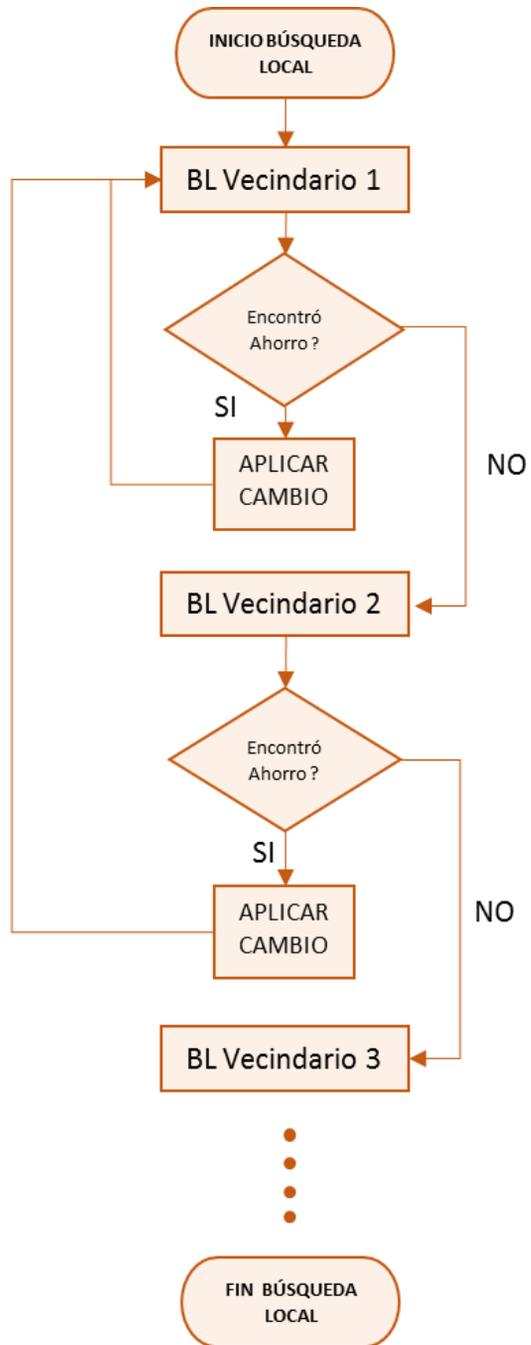
Las tres configuraciones evaluadas son las siguientes:

- *NORMAL:* El flujo entre vecindarios es ordenando y consecutivo, desde el vecindario 1 hasta el 6. El vecindario 1 es explorado hasta no encontrar más ahorro. Esta estrategia se ejecuta puesto que el vecindario 1 tiene una baja complejidad computacional ( $O(n*k)$ ), donde n representa el número de clientes y k el número de tipo de vehículos. Los demás vecindarios se exploran una única vez en el orden establecido según su complejidad. Ver Figura 3.
- *ITERATIVO:* esta configuración hace una búsqueda local más agresiva. Al encontrar ahorro en un vecindario se regresa al primer vecindario en la búsqueda local. Si un vecindario es explorado y no se encuentran ahorros posibles, se continúa con el siguiente vecindario. Esto se realiza hasta que no se encuentren ahorros en ningún vecindario. Esta estrategia corresponde a una configuración de un Variable Neighborhood Descent (VND) (Hansen, P., & Mladenović, N. 1999). Ver Figura 4.
- *REGRESIVO:* esta configuración es menos agresiva que la búsqueda local del método iterativo. Cada vez que se encuentra ahorro en un vecindario, se regresa al anterior vecindario según corresponda. Si no se encuentra ahorro, se continúa la

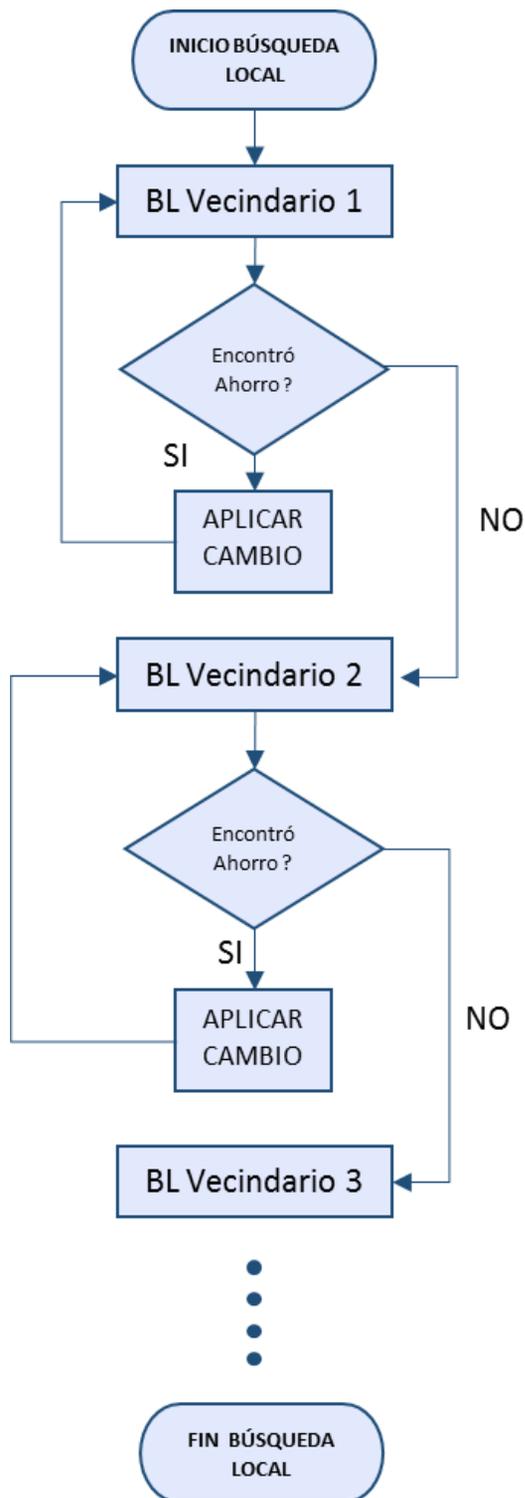
búsqueda en el siguiente vecindario hasta hacer la exploración completa de todos los vecindarios. Ver figura 5.



**Figura 3. Flujo Búsqueda Local - Método Normal**



**Figura 4. Flujo Búsqueda Local - Método Iterativo**

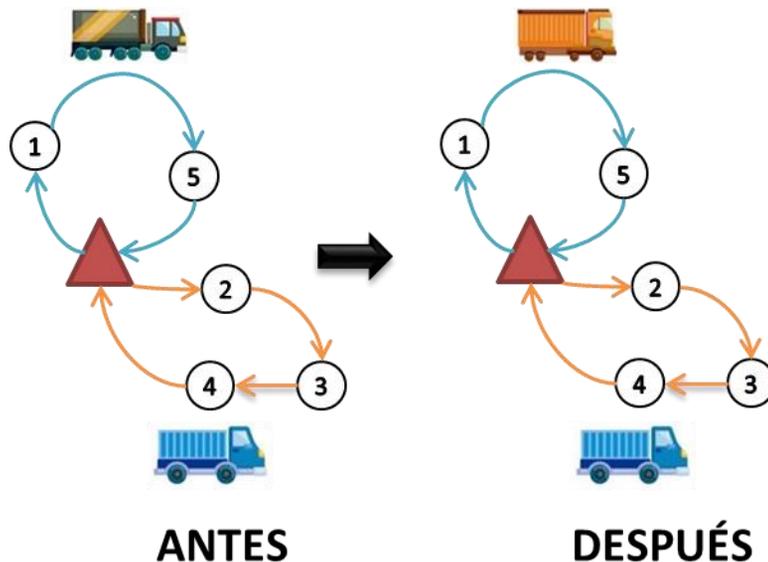


**Figura 5. Flujo Búsqueda Local - Método Regresivo**

A continuación se exponen los vecindarios utilizados:

- **CAMBIO DE VEHÍCULO (Vecindario 1)**

Para cada ruta se evalúa el cambio de vehículo  $k$  disponible por uno más económico si y sólo si su capacidad lo permite. Este es el vecindario de menor complejidad computacional que consideramos.



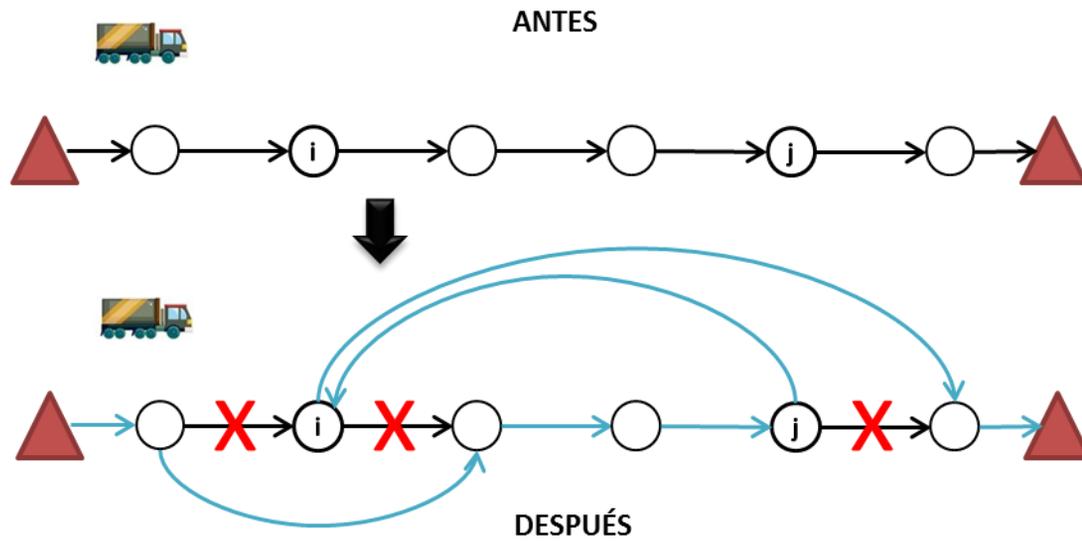
*Figura 6. Vecindario 1. Cambio de vehículo.*

- **MOVE<sup>2</sup> (Vecindario 2):**

Mover un cliente  $j$  de una ruta a otra posición que parte del mismo depósito, o a una posición diferente en rutas que parten de otros depósitos. Se verifican restricciones de capacidad de vehículos y capacidad de depósitos. Mover el nodo  $i$  después del nodo  $j$ .

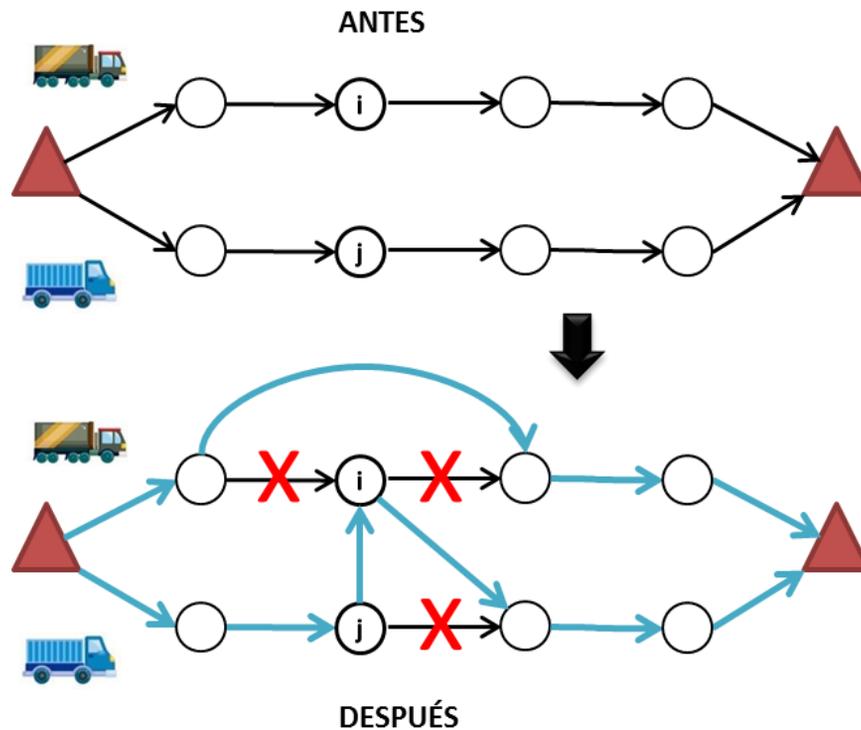
En este movimiento los clientes pertenecen a un mismo depósito, a una misma ruta y a un mismo vehículo.

<sup>2</sup> Al mover clientes de diferentes rutas, si es necesario se cambia de vehículo por uno de mayor capacidad.



**Figura 7. Vecindario 2. MOVE. Nodo  $i$  y nodo  $j$  en la misma ruta.**

En este movimiento los clientes pertenecen a un mismo depósito, pero a rutas diferentes cada una con un vehículo asociado.



**Figura 8. Vecindario 2. MOVE. Nodo  $i$  y nodo  $j$  en el mismo depósito pero diferentes rutas.**

En este movimiento cada cliente pertenece a un depósito diferente, cada uno en una ruta diferente con un vehículo asociado.

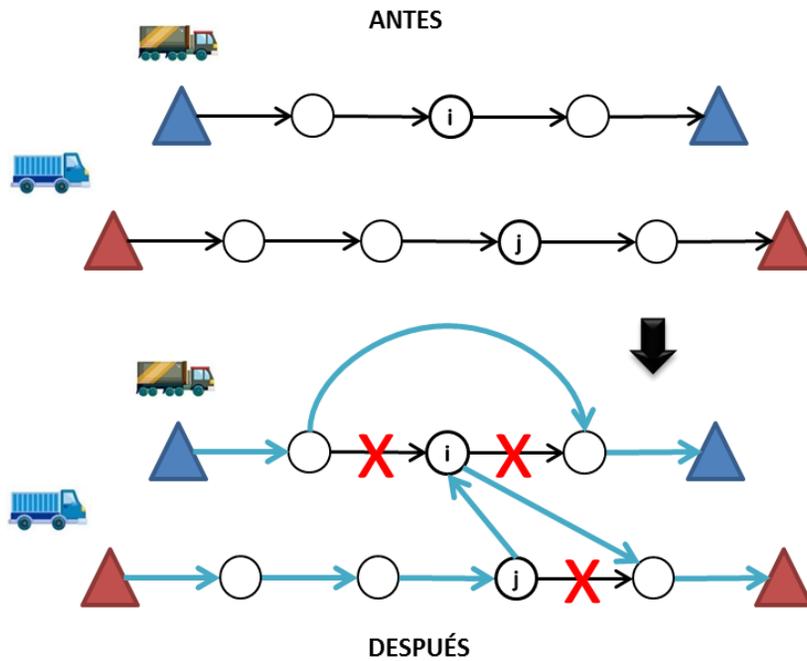


Figura 9. Vecindario 2. MOVE. Nodo *i* y nodo *j* en diferentes rutas y distintos depósitos.

- **SWAP (Vecindario 3):**

Intercambiar posiciones de dos clientes en una ruta. Para este vecindario se consideran tres escenarios; si ambos clientes están en la misma ruta, si están en diferente ruta pero en el mismo depósito, o si están en diferente ruta y diferente depósito. Nuevamente se verifican restricciones de capacidad de vehículos y capacidad de depósitos.

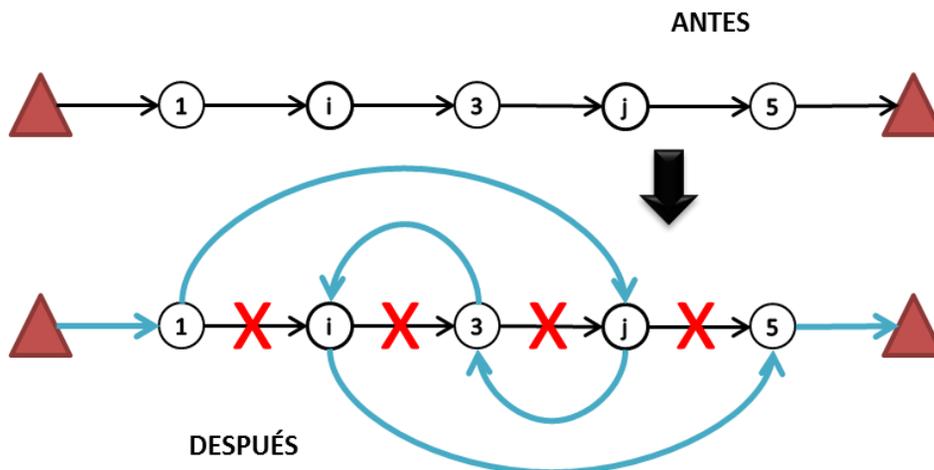
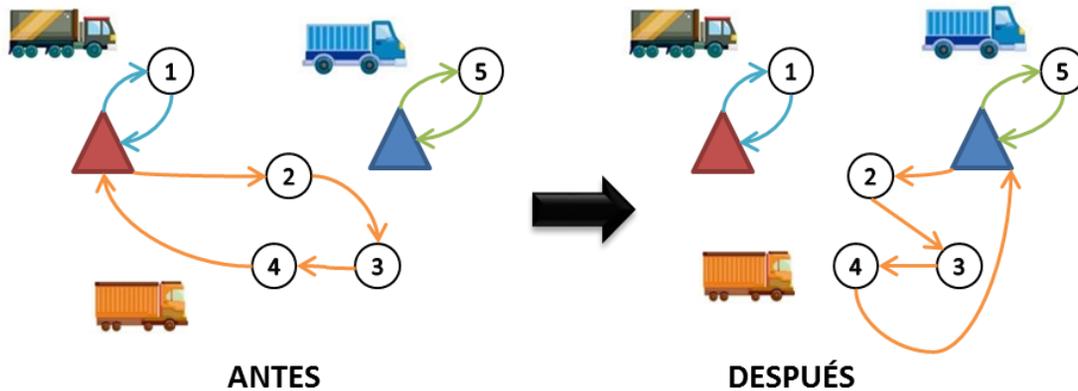


Figura 10. Vecindario 3. SWAP.

- **MOVER RUTA (Vecindario 4):**

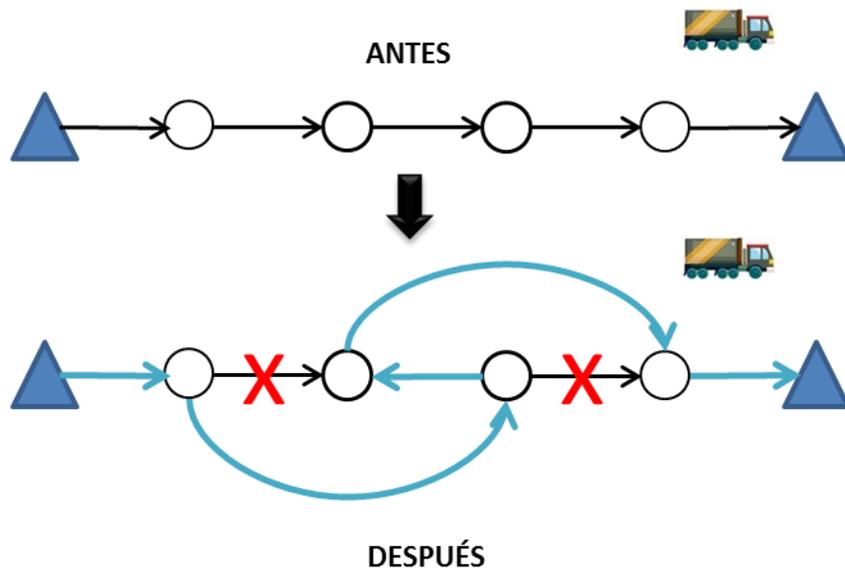
Mover una ruta completa de un depósito  $i$  a otros, solo si la capacidad del depósito destino lo permite. En esta investigación se propone conservar la posición del depósito de la ruta original. Sin embargo, se ha identificado como posibilidad de mejora del algoritmo, como investigación futura, hacer una reinserción del nuevo depósito en la mejor posición disponible de la ruta.



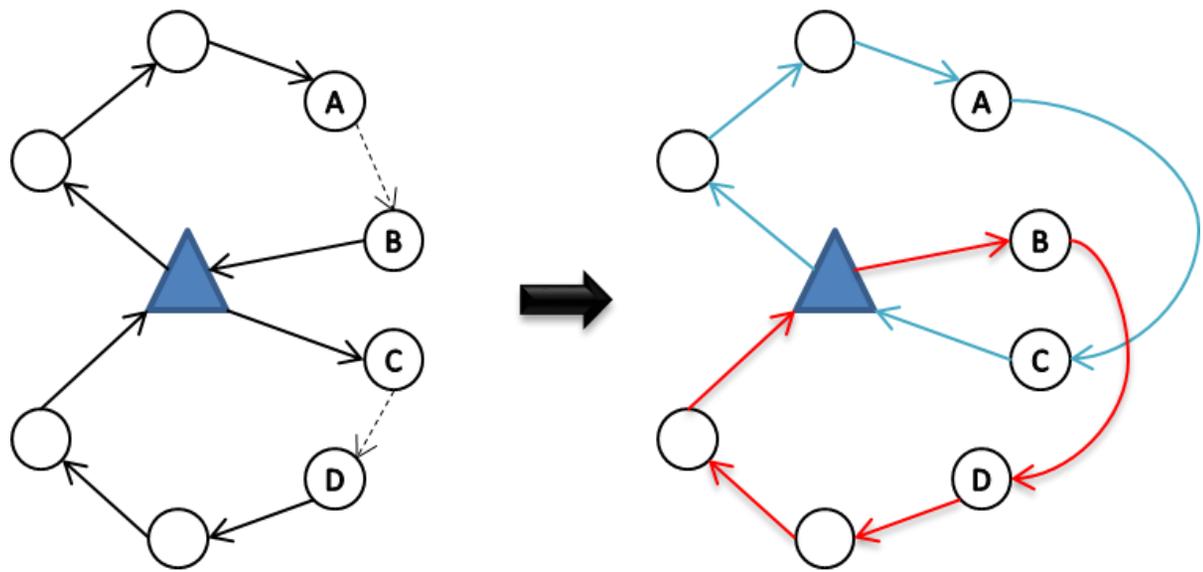
*Figura 11. Vecindario 4. Mover Ruta entre depósitos.*

- **2-OPT (Vecindario 5):**

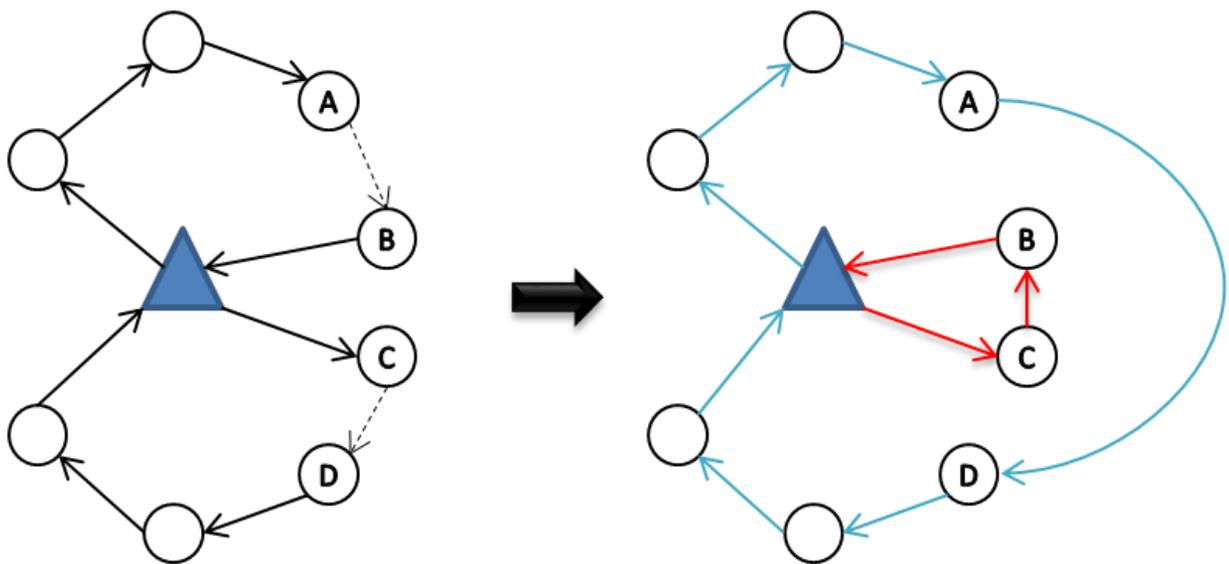
Para cada depósito  $i$  se eliminan dos arcos y se conectan de forma diferente, evaluando los ahorros generados por los cambios ya sea en una misma ruta o entre rutas de un mismo depósito.



*Figura 12. Vecindario 5. 2-OPT para una misma ruta.*



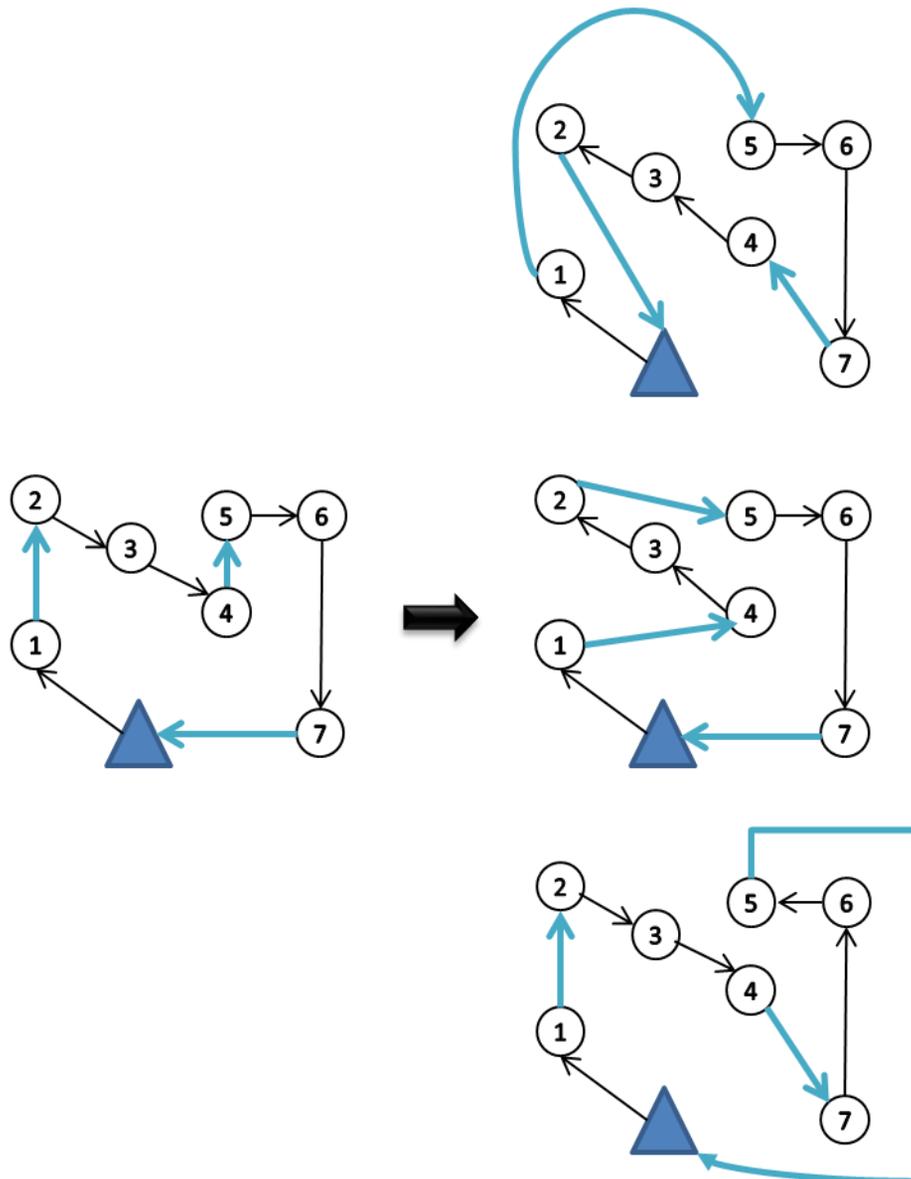
**Figura 13. Vecindario 5. 2-OPT para entre rutas Forma 2**



**Figura 14. Vecindario 5. 2-OPT para entre rutas Forma 1**

- **3-OPT (Vecindario 6):**

Para cada depósito, se eliminan tres arcos de una ruta que parte desde allí, y se busca reconectar la ruta de todas las posibles opciones, evaluando los ahorros. En esta evaluación se permite invertir los segmentos de ruta formados por los arcos que permanecen en la solución. En el ejemplo mostrado en la Figura 15 note que el segmento de ruta 2-3-4 puede o no ser invertido en las soluciones vecinas exploradas.



*Figura 15. Vecindario 6. 3-OPT*

A continuación se muestra el pseudocódigo para la búsqueda local construida<sup>3</sup>:

---

### ***Pseudocódigo Búsqueda\_Local Normal***

---

```
1: Entrada: instancia
2: Salida: solución_parcial
3: Inicio
4:   Asignar vecindario <- vecindario_inicial
5:   Asignar Continuar <- true
6:   Mientras continuar == true hacer
7:     solucion_parcial <- AplicarVecindario vecindario
8:     Si existe ahorro
9:       Si no es vecindario_inicial
10:        Asignar vecindario <- vecindario_siguiete
12:     Fin Si
13:     Si no existe ahorro
14:       Si no es vecindario_final
15:        Asignar vecindario <- vecindario_siguiete
16:       Fin Si
17:     Si es vecindario_final
18:       Asignar continuar <- false
19:     Fin Si
20:   Fin Si
21: Fin Mientras
22: Fin
```

---

### ***Pseudocódigo Búsqueda\_Local Regresivo***

---

```
1: Entrada: instancia
2: Salida: solución_parcial
3: Inicio
4:   Asignar vecindario <- vecindario_inicial
5:   Asignar Continuar <- true
6:   Mientras continuar == true hacer
7:     solucion_parcial <- AplicarVecindario vecindario
8:     Si existe ahorro
9:       Si no es vecindario_inicial
10:        Asignar vecindario <- vecindario_anterior
11:       Fin Si
12:     Fin Si
13:     Si no existe ahorro
14:       Si no es vecindario_final
15:        Asignar vecindario <- vecindario_siguiete
```

---

<sup>3</sup> La búsqueda local descrita en el pseudocódigo corresponde al método seleccionado. Se evaluaron los tres métodos y solo se escogió uno y a partir de este se ejecutaron las pruebas finales.

```

16:           Fin Si
17:       Si es vecindario_final
18:           Asignar continuar <- false
19:           Fin Si
20:       Fin Si
21: Fin Mientras
22: Fin

```

---

### *Pseudocódigo Busqueda\_Local Iterativo*

---

```

1: Entrada: instancia
2: Salida: solución_parcial
3: Inicio
4:   Asignar vecindario <- vecindario_inicial
5:   Asignar Continuar <- true
6:   Mientras continuar == true hacer
7:     solucion_parcial <- AplicarVecindario vecindario
8:     Si existe ahorro
9:       Si no es vecindario_inicial
10:        Asignar vecindario <- vecindario_primerero
11:        Fin Si
12:      Fin Si
13:     Si no existe ahorro
14:       Si no es vecindario_final
15:        Asignar vecindario <- vecindario_siguiente
16:        Fin Si
17:     Si es vecindario_final
18:       Asignar continuar <- false
19:       Fin Si
20:     Fin Si
21:   Fin Mientras
22: Fin

```

## 4.5. Perturbaciones

Se han empleado 4 perturbaciones que logran alterar la solución de tal forma que se generen cambios que mejoren la solución actual.

- **P1. Localización y ruteo:** En esta se realizan movimientos puntuales en los que aleatoriamente se abre un depósito cerrado para transferir clientes, rutas y vehículos de un depósito abierto.

- **P2. Asignación y ruteo:** Se selecciona aleatoriamente un depósito y dos clientes del mismo depósito para intercambiarlos por otra pareja de clientes de otro depósito seleccionado aleatoriamente.
- **P3. Ruteo y asignación de vehículos:** Se mueve un cliente aleatorio A después de un cliente aleatorio B y de ser necesario se cambia el vehículo de la ruta del cliente B si este no puede cubrir la demanda de la ruta a la que pertenece el cliente A.
- **P4. Asignación de vehículos:** Se selecciona un vehículo aleatorio de los que están siendo utilizados para intercambiar por un vehículo utilizado que tenga la carga mayor o igual a la del vehículo seleccionado.

A continuación se muestra el pseudocódigo del flujo de las perturbaciones:

---

### ***Pseudocódigo Perturbación***

---

```

1: Entrada: solución_actual
2: Salida: solución_perturbada
3: Inicio
4:   Asignar continuar <- true
5:   Asignar  $\alpha$  <- 6
6:   Asignar intento_perturbacion <- 0
7:   Mientras continuar == true hacer
8:     Aplicar solución_perturbada = perturbacion_aleatoria (solución_actual)
9:     Si solución_perturbada es factible
10:      Guardar solucion_perturbada
11:      Asignar continuar <- false
12:     Si no
13:       Asignar intento_perturbacion <- intento_perturbacion + 1
14:       Si intento_perturbacion ==  $\alpha$ 
15:         Asignar continuar <- false
16:       Fin Si
17:     Fin Si
18:   Fin Mientras
19: Fin

```

A la solución actual se le aplica una perturbación, la cual se selecciona aleatoriamente de las 4 disponibles. Si al seleccionar la perturbación esta no se puede aplicar por no ser factible, se continúa con la siguiente elección y así hasta no pasar los 6 intentos parametrizados. De no lograrse realizar ninguna perturbación se finaliza el ciclo, de lo contrario la solución aleatoria pasa hacer la solución perturbada, a la cual posteriormente se le realizará búsqueda local.

## 5. PRUEBAS COMPUTACIONES, RESULTADOS Y ANALISIS

### 5.1. Parametrización

A partir del desarrollo de la metahéurística se lograron construir 18 posibles tratamientos, que corresponden a 18 configuraciones diferentes del algoritmo, que fueron probados en 5 instancias de 20, 50 y 100 clientes, con el objetivo de determinar el método a ejecutar y el número de iteraciones a realizar.<sup>4</sup>

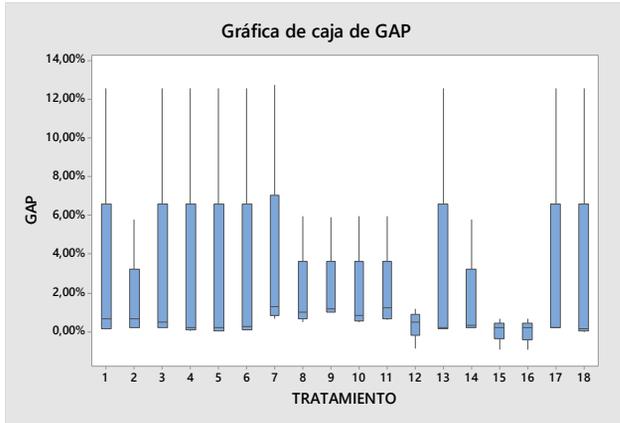
Nro.	DESCRIPCIÓN DEL TRATAMIENTO
1	Método iterativo con $\alpha = 4$ intentos de perturbación y $\beta = 30$ iteraciones
2	Método iterativo con $\alpha = 4$ intentos de perturbación y $\beta = 50$ iteraciones
3	Método iterativo con $\alpha = 6$ intentos de perturbación y $\beta = 30$ iteraciones
4	Método iterativo con $\alpha = 6$ intentos de perturbación y $\beta = 50$ iteraciones
5	Método iterativo sin límite de intentos de perturbación y $\beta = 30$ iteraciones
6	Método iterativo sin límite de intentos de perturbación y $\beta = 50$ iteraciones
7	Método normal con $\alpha = 4$ intentos de perturbación y $\beta = 30$ iteraciones
8	Método normal con $\alpha = 4$ intentos de perturbación y $\beta = 50$ iteraciones
9	Método normal con $\alpha = 6$ intentos de perturbación y $\beta = 30$ iteraciones
10	Método normal con $\alpha = 6$ intentos de perturbación y $\beta = 50$ iteraciones
11	Método normal sin límite de intentos de perturbación y $\beta = 30$ iteraciones
12	Método normal sin límite de intentos de perturbación y $\beta = 50$ iteraciones
13	Método regresivo con $\alpha = 4$ intentos de perturbación y $\beta = 30$ iteraciones
14	Método regresivo con $\alpha = 4$ intentos de perturbación y $\beta = 50$ iteraciones
15	Método regresivo con $\alpha = 6$ intentos de perturbación y $\beta = 30$ iteraciones
16	Método regresivo con $\alpha = 6$ intentos de perturbación y $\beta = 50$ iteraciones
17	Método regresivo sin límite de intentos de perturbación y $\beta = 30$ iteraciones
18	Método regresivo sin límite de intentos de perturbación y $\beta = 50$ iteraciones

**Tabla 2. Descripción de tratamientos utilizados.**

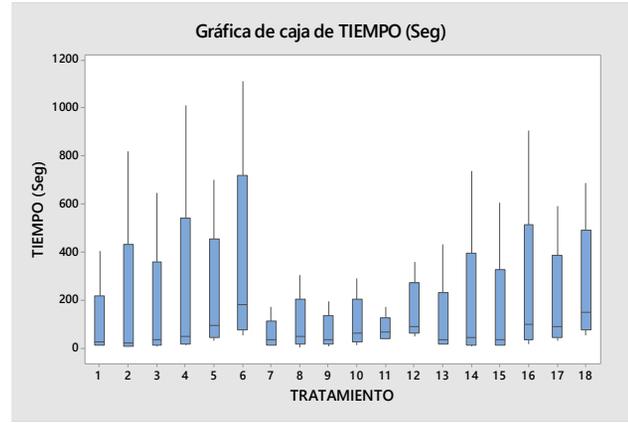
Con la prueba no paramétrica Test de Friedman realizada al GAP obtenido con relación a Bernal con una significancia del 0,05 ( $p$ -value = 0.275) y al tiempo con una significancia del 0,05 ( $p$ -value= 0,321), se concluye que no existe evidencia de que algunos de los tratamientos escogidos, tienen desempeño estadísticamente diferente.

<sup>4</sup>  $\alpha$  = Corresponde a los intentos de perturbación que se contemplan en el tratamiento.

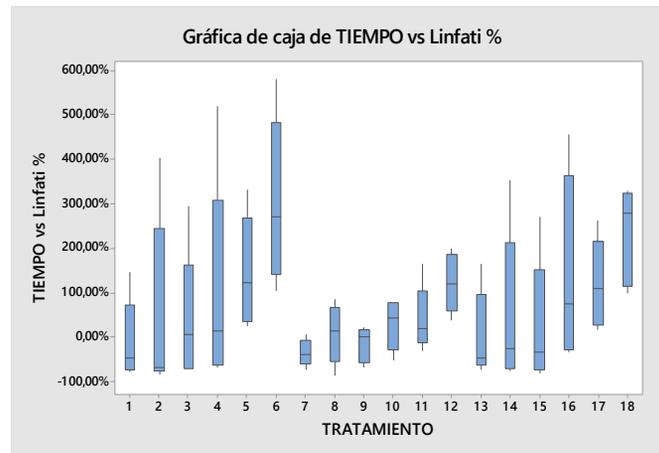
$\beta$  = Corresponde al número de iteraciones consideradas en el tratamiento.



**Figura 16. Gráfica de caja GAP**



**Figura 17. Gráfica de caja tiempo**



**Figura 18. Gráfica de caja tiempo Valenzuela vs Bernal.**

La Figura 16, muestra la comparación del GAP porcentual promedio del costo de la solución encontrada vs la mejor solución conocida de Bernal para cada uno de los tratamientos estudiados. En la Figura 17 y 18, se repite el análisis utilizando como unidad de comparación entre tratamientos, los tiempos de computo en segundos y en variación porcentual relativa.

Los tratamientos 1, 2, 3, 10, 13, 14 y 15 son las configuraciones para las cuales se revisó el GAP promedio obtenido respecto al resultado de Bernal y el tiempo promedio de las 5 instancias para cada uno de los tratamientos, con el fin de seleccionar un tratamiento con relación favorable para la ejecución de las pruebas. Por el costo y el rendimiento en tiempo, se selecciona el tratamiento 15, correspondiente al método regresivo con 6 intentos de perturbación y 30 iteraciones. La razón principal para escoger este tratamiento está fundamentada en su buen desempeño en tiempo y calidad de la solución, sin ser estadísticamente diferente a los otros tratamientos estudiados que también presentan desempeño competitivo. La Tabla 3 muestra los resultados detallados para cada uno de los tratamientos estudiados incluyendo el gap promedio, el tiempo promedio y desviación estándar de ejecución del algoritmo en segundos, y finalmente la variación porcentual promedio con respecto a la mejor solución reportada en Bernal et al.(2015).

TRATAMIENTO	PROMEDIO GAP <sup>5</sup>	PROMEDIO TIEMPO (Seg)	DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL TIEMPO	VARIACIÓN PORCENTUAL TIEMPO
1	2,81%	96,87	170,87	-10,91%
2	1,49%	180,90	356,62	52,86%
3	2,79%	115,06	274,41	37,88%
10	1,82%	103,66	110,18	27,55%
13	2,73%	105,33	181,49	2,81%
14	1,42%	170,41	315,76	50,84%
15	0,05%	140,75	259,36	23,93%

**Tabla 3. Tratamientos de Test Friedman**

## 5.2. Pruebas Computacionales

Es importante determinar el lenguaje de programación a utilizar para el desarrollo de la metaheurística, por lo que se debe indagar un poco entre las características relevantes de cada lenguaje de programación. Java y C++, son actualmente conocidos como lenguajes de programación orientada a objetos, por lo que comparten muchas de sus características y conceptos propios de este paradigma.

Diversos criterios se deben tener en cuenta para definir cuál lenguaje de programación se adapta mejor a una necesidad específica. Autores como (Tucker, 1992), mencionan la expresividad, definición del código, tipos y estructuras de datos, modularidad, facilidades de entrada y salida, portabilidad, eficiencia/rendimiento, pedagogía, uso y aplicabilidad, estandarización, evolución del lenguaje y soporte requerido, como criterios relevantes de comparación de lenguajes de programación.

CRITERIO	C++	JAVA
Expresividad	Muy buena a excesiva	Muy buena
Definición de código	Muy buena	Muy buena
Tipo y estructura de datos	Muy buena	Muy buena
Modularidad	Muy buena	Muy buena
Facilidades de entrada y salida	Buen	Buen
Portabilidad	Buen	Excelent
Eficiencia/Rendimiento	Excelent	Buen
Pedagogía	Regula	Buen
Usos y aplicabilidad	Muy buena	Muy buena
Estandarización	Buen	Excelent
Evolución	Establ	Acelerad
Soporte	Muy bueno	Excelent

**Tabla 4. Comparación de lenguajes C++ y Java. (www.americati.com, 2006)**

Java basa su sintaxis en el lenguaje c y c++, descartando aquellas características que se consideran complejas al momento de programar y estructurar el código, lo cual

<sup>5</sup> El GAP corresponde al promedio de la variación del costo obtenido respecto al autor con el que se esta realizando la comparación por grupo de instancias.

hace que Java sea considerado por un gran número de programadores como un lenguaje más seguro y más portable.

La elección de un lenguaje está sujeto a las habilidades del desarrollador y del dominio del problema requerido, pues la evaluación de sus características es muy subjetiva. Se considera que al momento de ejecutar programas que involucran procesamiento lógico y/o matemático, C++ es más eficiente en rendimiento que Java, así como también se prefiere a Java cuando se construyen soluciones empresariales. Por lo anterior se elige C++ como el lenguaje de programación adecuado para construir la metaheurística y dar solución al problema de localización y ruta con flota heterogénea.

Pero sin duda el beneficio en rendimiento que presenta C++, logra un mejor punto de comparación al momento de evaluar el desarrollo de nuestro problema y el de (Escobar, Marín, Linfati & Gatica, 2015).

El algoritmo propuesto ha sido desarrollado en el lenguaje de programación C++, en ambiente Windows 7 Ultimate y los experimentos computacionales fueron ejecutados en un procesador Intel Core i5 Dual 2.80 GHz con 4 GB de memoria RAM. Los experimentos computacionales se realizaron a 2 grupos de instancias tomadas de las propuestas en la literatura, Bernal. El primer grupo correspondientes a Prodhon y modificadas por Bernal, constan de 30 instancias de 20, 50, 100 y 200 clientes para asignar a 5 y 10 depósitos. El segundo grupo de Cristhofides, consta de 8 instancias de 50, 75 y 100 clientes para asignar a 5 y 10 depósitos.

### **5.3. Resultados Globales**

Los resultados a continuación corresponden al método regresivo con 6 intentos de perturbación y 30 iteraciones seleccionado anteriormente, el cual está compuesto por 6 vecindarios y 4 perturbaciones; estos se muestran por set de instancias y agrupados por tamaño de clientes.

#### **6.3.1. Instancias pequeñas (Cristofides y Prodhon) para el HLRP**

La Tabla 5 muestra el porcentaje promedio de ahorro en costo y el tiempo promedio del set de instancias de Prodhon del método propuesto vs el de Bernal para cada grupo N de 20, 50 y 100 clientes. Ver resultados completos en el Anexo 1.

N	VALENZUELA		BERNAL		GAP <sup>6</sup>	VARIACIÓN TIEMPO <sup>7</sup>
	COSTO	TIEMPO (Seg)	COSTO	TIEMPO (Seg)		
20	19196	25,22	19443	24,00	-1,66%	6,94%
50	19982	76,42	20003	68,13	-0,09%	9,95%
100	137948	276,47	136080	494,50	1,86%	-0,65%

**Tabla 5. Set Prodhon - Resultados para 20, 50 y 100 clientes Valenzuela vs Bernal.**

La Tabla 6 muestra el porcentaje promedio de ahorro en costo y tiempo promedio del set de instancias de Christofides del método propuesto vs el de Bernal para cada grupo de 50, 75 y 100 clientes. Ver resultados completos en el Anexo 2.

N	VALENZUELA		BERNAL		GAP	VARIACIÓN TIEMPO
	COSTO	TIEMPO (Seg)	COSTO	TIEMPO (Seg)		
50	3933	108	3896	58	1,47%	87,63%
75	2416	191	2364	112	2,35%	70,40%
100	7380	231	7285	201	1,79%	15,44%

**Tabla 6. Set Christofides - Resultados para 50, 75 y 100 clientes Valenzuela vs Bernal.**

Una vez ejecutadas las pruebas se observa que la perturbación 1 que implica el cambio de un depósito abierto por uno cerrado, eleva en la mayoría de los casos el costo de apertura tal que difícilmente se logra mejorar el costo al aplicar búsqueda local, por tanto el tiempo para reducir el costo es menor sin la P1 dado que esta lo aumenta en un inicio.

Para el set de Prodhon se encuentran 12 nuevas mejores soluciones de las 30 instancias ejecutadas, resultados que se pueden ver en el Anexo 1, mientras que para el set de Christofides no se obtuvieron mejores soluciones a las generadas por Bernal.

Omitiendo la perturbación 1 (P1), la corrida se centra en aquellas perturbaciones cuya probabilidad de optimizar el costo es más alta.

La Tabla 7 muestra los resultados para el Set de instancias de Prodhon sin contemplar la P1, para cada grupo de 20, 50 y 100 clientes. Ver resultados completos en el Anexo 3.

N	VALENZUELA		BERNAL		GAP	VARIACIÓN TIEMPO
	COSTO	TIEMPO (Seg)	COSTO	TIEMPO (Seg)		
20	19203	5,05	19443	24,00	-1,63%	-79,83%
50	19992	23,97	20004	68,13	-0,04%	-64,29%
100(5)	117167	308,30	113198	156,50	3,93%	96,29%
100(10)	159711	357,55	158962	832,50	0,43%	-47,06%

<sup>6</sup> El GAP corresponde al promedio de la variación del costo obtenido respecto al autor con el que se está realizando la comparación por grupo de instancias.

<sup>7</sup> La variación del tiempo, corresponde al promedio de la variación del tiempo obtenido respecto al autor con el que se está realizando la comparación por grupo de instancias.

**Tabla 7. Set Prodhon - Resultados para 20, 50 y 100 clientes Valenzuela vs Bernal. Sin P1**

Para el grupo de instancias de 100 clientes, se evidencia un comportamiento diferente para las instancias con 5 depósitos vs las de 10 depósitos, los resultados indican que el algoritmo propuesto tiene mejor desempeño en términos de calidad de la solución y tiempo computacional para instancias con 10 depósitos candidatos. El tiempo de computo de Bernal para estas instancias presenta una variabilidad importante, sobre todo para las instancias instancia\_2\_19.dat e instancia\_2\_20.dat cuyo tiempo medio de computo es de 1355 seg para el algoritmo de Bernal, mientras que el tiempo de ejecución del algoritmo en este documento es más estable con un promedio de 392,03. Para el grupo de instancias de 100 clientes con 5 depósitos los resultados obtenidos están por encima de los generados por Bernal en un 3,93% para el costo y un 96,29% respecto al tiempo.

La Tabla 8 se muestra los resultados para el Set de instancias de Christofides sin contemplar la P1, para cada grupo de 50, 75 y 100 clientes. Ver resultados completos en el Anexo 4.

N	VALENZUELA		BERNAL		GAP	VARIACIÓN TIEMPO
	COSTO	TIEMPO (Seg)	COSTO	TIEMPO (Seg)		
50	4016	14,00	3896	58,00	4,43%	-76,2%
75	2416	59,00	2364	112,00	2,35%	-47,1%
100	7451	199,00	7285	200,50	3,15%	-0,6%

**Tabla 8. Set Christofides - Resultados para 50, 75 y 100 clientes Valenzuela vs Bernal. Sin P1**

Como pudimos ver en las tablas 5, 6, 7 y 8, para el set de instancias de Prodhon pese a que con la P1 nuestro costo y tiempo vs el de Bernal es mejor en 1,68% y 16,45%, es evidente que una vez se quite la P1 los tiempos para éste grupo de clientes mejora en 23,39% a pesar de que su costo en promedio se mantiene igual. Sin embargo no pasa lo mismo con el grupo de clientes de 200, dado que para éste, los costos desmejoran vs los de Bernal en un 3,86% para tiempos de ejecución elevados, aun así sin la P1 el tiempo disminuye en un 159% llegando a un 24,79% por debajo del autor en mención. Los resultados para instancias grades se pueden observar en la Tabla 9.

Para el set de Christofides los resultados tienen un comportamiento diferente, iniciando por la naturaleza de los datos que muestran que para este grupo los costos de apertura no son lo más significativo como en las de Prodhon, al contrario este costo es el menor de los tres evaluados, estando por encima el costo de ruteo. Es por esto que vemos como al ejecutar las instancias con el método completo los costos están en promedio 3,86% por encima de Bernal y los tiempos superan el 50%, sin duda como los costos de ruteo son relevantes estos aumentan ya que la capacidad de los depósitos es tan grande que acepta tantos clientes tales que el ruteo se ve afectado al amentar el número de rutas necesarias para atender los clientes.

Para los resultados de las instancias de Prodhon se encontraron 12 nuevas mejores soluciones de 30 instancias, las cuales se pueden ver en el Anexo 3, mientras que para el set de Christofides no se encontraron mejores soluciones a las generadas por Bernal.

### 6.3.2. Instancias grandes para el HLRP

La Tabla 9 y Tabla 10 se muestra el porcentaje promedio de ahorro en costo y tiempo del set de instancias de Prodhon del método propuesto vs el de Bernal para el grupo de 200 clientes con y sin la perturbación 1 respectivamente.

N	VALENZUELA		BERNAL		GAP	VARIACIÓN TIEMPO
	COSTO	TIEMPO (Seg)	COSTO	TIEMPO (Seg)		
200	286290	3237,40	282747	1211,00	3,86%	184,10%

*Tabla 9. Set Prodhon - Resultados para 200 clientes Valenzuela vs Bernal.*

N	VALENZUELA		BERNAL		GAP	VARIACIÓN TIEMPO
	COSTO	TIEMPO (Seg)	COSTO	TIEMPO (Seg)		
200	286290	1461,07	282747	1211,00	3,86%	24,79%

*Tabla 10. Set Prodhon - Resultados para 200 clientes Valenzuela vs Bernal. Sin P1*

Como vemos en los resultados obtenidos para instancias grandes, el método utilizado para instancias de más de 200 clientes genera un aumento de tiempo dado que las combinaciones utilizadas en los vecindarios de la búsqueda local se elevan complejizando el método. Esto nos permite entender que para este número de clientes se recomienda analizar el uso de los vecindarios actuales, ya sea para cambiarlos y simplificar las combinaciones propuestas.

### 6.3.3. Instancias tradicionales del LRP Instancias de Prodhon

En la Tabla 11 se muestran los resultados obtenidos para las instancias originales de Prodhon (LRP) en el cual se contempla una flota homogénea con cantidad de vehículos ilimitados. Para el grupo de 20, 50, 100 y 200 clientes los resultados para los costos en comparación con el método GRASP propuesto por Prodhon son en promedio 0,42% mejor respecto al LRP, mientras que el tiempo está por encima en un 49,08%. Para el método MAPM los resultados en costos están 1,65% por encima y el tiempo 16,71% superior al de la autora. Finalmente para el método LRGTS los costos están 2,01% por encima y el tiempo supera una variación del 100%.

INSTANCIA	GRASP		MAPM		LRGTS		VALENZUELA COSTO	VALENZUELA CPU (Seg)	VARIACIÓN COSTO			VARIACIÓN TIEMPO		
	COSTO	CPU (Seg)	COSTO	CPU (Seg)	COSTO	CPU (Seg)			%MAPM	%GRASP	%LRGTS	%MAPM	%GRASP	%LRGTS
instancia_2_1.dat	55021	0,2	54793	0,3	55131	0,4	55211	0,37	0,76%	0,35%	0,15%	23,59%	85,39%	-7,31%
instancia_2_2.dat	39104	0,2	39104	0,3	39104	0,2	40763	0,70	4,24%	4,24%	4,24%	134,24%	251,36%	251,36%
instancia_2_3.dat	48908	0,1	48908	0,4	48908	0,5	48922	0,27	0,03%	0,03%	0,03%	-32,47%	170,13%	-45,97%
instancia_2_4.dat	37542	0,2	37542	0,3	37542	0,1	37940	0,54	1,06%	1,06%	1,06%	80,00%	170,00%	440,00%
instancia_2_5.dat	90632	1,8	90160	2,6	90160	0,3	100216	1,87	11,15%	10,57%	11,15%	-28,09%	3,87%	523,23%
instancia_2_6.dat	64761	1,8	63242	3,2	63256	1	66317	2,15	4,86%	2,40%	4,84%	-32,92%	19,26%	114,67%
instancia_2_7.dat	88786	2,4	88298	3,4	88715	1,8	<b>87698</b>	2,70	-0,68%	-1,23%	-1,15%	-20,72%	12,31%	49,75%
instancia_2_8.dat	68042	2,5	67893	2,9	67698	1,8	72203	3,86	6,35%	6,12%	6,65%	33,10%	54,40%	114,44%
instancia_2_9.dat	84055	1,7	84055	3,2	84181	2	84549	2,65	0,59%	0,59%	0,44%	-17,19%	55,88%	32,50%
instancia_2_10.dat	52059	2,6	51822	4,2	51992	0,9	55916	2,44	7,90%	7,41%	7,55%	-41,82%	-6,01%	171,51%
instancia_2_11.dat	87380	2,3	86203	3,1	86203	0,3	<b>86150</b>	2,24	-0,06%	-1,41%	-0,06%	-27,82%	-2,71%	645,89%
instancia_2_12.dat	61890	2	61830	4,9	61830	0,5	63565	2,46	2,81%	2,71%	2,81%	-49,71%	23,22%	392,87%
instancia_2_13.dat	279437	27,6	281944	26,3	277935	8,7	<b>280466</b>	13,42	-0,52%	0,37%	0,91%	-48,97%	-51,38%	54,25%
instancia_2_14.dat	216159	23,2	216656	34,5	214885	8,3	<b>213623</b>	19,89	-1,40%	-1,17%	-0,59%	-42,35%	-14,27%	139,64%
instancia_2_15.dat	199520	17,4	195568	35,8	196545	2,3	207468	16,28	6,09%	3,98%	5,56%	-54,53%	-6,46%	607,68%
instancia_2_16.dat	159550	22,4	157325	36,4	157792	3,3	178200	30,91	13,27%	11,69%	12,93%	-15,08%	37,99%	836,67%
instancia_2_17.dat	203999	21,6	201749	28,7	201952	2,4	206898	32,40	2,55%	1,42%	2,45%	12,89%	50,00%	1250,00%
instancia_2_18.dat	154596	20,3	153322	33,3	154709	2,9	<b>153897</b>	23,12	0,38%	-0,45%	-0,52%	-30,57%	13,89%	697,24%
instancia_2_19.dat	323171	37,4	316575	24,7	291887	14,1	<b>304196</b>	39,11	-3,91%	-5,87%	4,22%	58,34%	4,57%	177,38%
instancia_2_20.dat	271477	29,5	270251	36	235532	14	281269	33,50	4,08%	3,61%	19,42%	-6,94%	13,56%	139,29%
instancia_2_21.dat	254087	39,1	245123	24,6	246708	14,4	<b>230356</b>	37,81	-6,02%	-9,34%	-6,63%	53,70%	-3,30%	162,57%
instancia_2_22.dat	206555	29,8	205052	31,6	204435	10,1	<b>201356</b>	32,21	-1,80%	-2,52%	-1,51%	1,93%	8,09%	218,91%
instancia_2_23.dat	270826	35,4	253669	29	258656	13,3	<b>243111</b>	35,80	-4,16%	-10,23%	-6,01%	23,45%	1,13%	169,17%
instancia_2_24.dat	216173	39,8	204815	36,5	205883	10,8	<b>201011</b>	46,77	-1,86%	-7,01%	-2,37%	28,14%	17,51%	333,06%
instancia_2_25.dat	490820	517,5	483497	345,1	481676	62	512496	308,30	6,00%	4,42%	6,40%	-10,66%	-40,43%	397,26%
instancia_2_26.dat	416753	379,1	380044	463	380613	60,3	<b>402925</b>	340,13	6,02%	-3,32%	5,86%	-26,54%	-10,28%	464,06%
instancia_2_27.dat	512679	554,3	451840	280,6	453353	60,3	<b>451519</b>	438,70	-0,07%	-11,93%	-0,40%	56,34%	-20,86%	627,53%
instancia_2_28.dat	379980	367,4	375019	321	377351	76,9	383319	450,80	2,21%	0,88%	1,58%	40,44%	22,70%	486,22%
instancia_2_29.dat	496694	424,8	478132	212,9	476684	77,2	<b>438860</b>	501,90	-8,21%	-11,64%	-7,93%	135,74%	18,15%	550,13%
instancia_2_30.dat	389016	290,2	364834	272	365250	73,3	<b>351960</b>	398,80	-3,53%	-9,53%	-3,64%	46,62%	37,42%	444,07%

**Tabla 11. Resultados Set de Instancias Prodhon LRP. Algoritmo Completo<sup>8</sup>**

<sup>8</sup> **INSTANCIA:** Nombre de la instancia estudiada, **COSTO:** Costo obtenido por el autor, **CPU:** Tiempo en segundos obtenido por el autor. **Métodos del autor Prodhon:** GRASP, MAPM (Algoritmo memético con gestión de población), LRGTS (Relajación lagrangiana con búsqueda tabu granular), **VALENZUELA COSTO y VALENZUELA TIEMPO:** Resultados obtenidos por el autor que desarrolla esta investigación, **VARIACIÓN COSTO:** Corresponde al promedio de la variación del costo obtenido respecto al de Prodhon y **VARIACIÓN TIEMPO:** Corresponde al promedio de la variación del tiempo obtenido respecto al obtenido por Prodhon.

## 5.4. Análisis del Modelo

Para efectos de comparación de resultados se toma una instancia de Prodhon de 20 clientes para entender los cambios que se presentan al modificar el tamaño de la flota seleccionada. Para esto se opta por modificar la capacidad del vehículo en 40, 70 y 200 con sus costos asociados de 50, 120 y 400.

A continuación se muestran los resultados obtenidos en la

PRUEBA	CAP	DEP	NRO RUTAS	COSTO APERTURA	COSTO RUTEO	COSTO VEHICULO	COSTO TOTAL
1	40	4 y 5	9	21739	33200	450	55389
2	70	4 y 2	5	13911	26500	600	41100
3	200	4 y 2	3	13911	19900	1200	35011
5	40 y 70	2 y 4	5	13911	29999	490	44440
6	40 y 200	3 y 4	5	17105	25352	600	43057
7	70 y 200	3 y 4	3	17105	20248	640	37993

Tabla 12 y las gráficas asociadas a las rutas y depósitos abiertos para cada prueba realizada.

PRUEBA	CAP	DEP	NRO RUTAS	COSTO APERTURA	COSTO RUTEO	COSTO VEHICULO	COSTO TOTAL
1	40	4 y 5	9	21739	33200	450	55389
2	70	4 y 2	5	13911	26500	600	41100
3	200	4 y 2	3	13911	19900	1200	35011
5	40 y 70	2 y 4	5	13911	29999	490	44440
6	40 y 200	3 y 4	5	17105	25352	600	43057
7	70 y 200	3 y 4	3	17105	20248	640	37993

**Tabla 12. Pruebas para análisis de modelo. Instancia Prodhon con variación de flota.**

En la

PRUEBA	CAP	DEP	NRO RUTAS	COSTO APERTURA	COSTO RUTEO	COSTO VEHICULO	COSTO TOTAL
1	40	4 y 5	9	21739	33200	450	55389
2	70	4 y 2	5	13911	26500	600	41100
3	200	4 y 2	3	13911	19900	1200	35011
5	40 y 70	2 y 4	5	13911	29999	490	44440
6	40 y 200	3 y 4	5	17105	25352	600	43057
7	70 y 200	3 y 4	3	17105	20248	640	37993

Tabla 12, se muestra en la columna CAP, la capacidad del vehículo seleccionado para esa prueba, seguido en DEP los depósitos que fueron seleccionados y que por ende se abrieron para asignar a los clientes de cada instancia, NRO RUTAS corresponde al número de rutas creadas para visitar a todos los clientes asignados a los depósitos, COSTO APERTURA es el costo total en el que se incurrió para abrir los depósitos necesarios, COSTO RUTEO es el costo total del ruteo generado para atender a los clientes asignados, COSTO VEHICULO corresponde al costo total de los vehículos utilizados, tantos vehículos como rutas creadas.

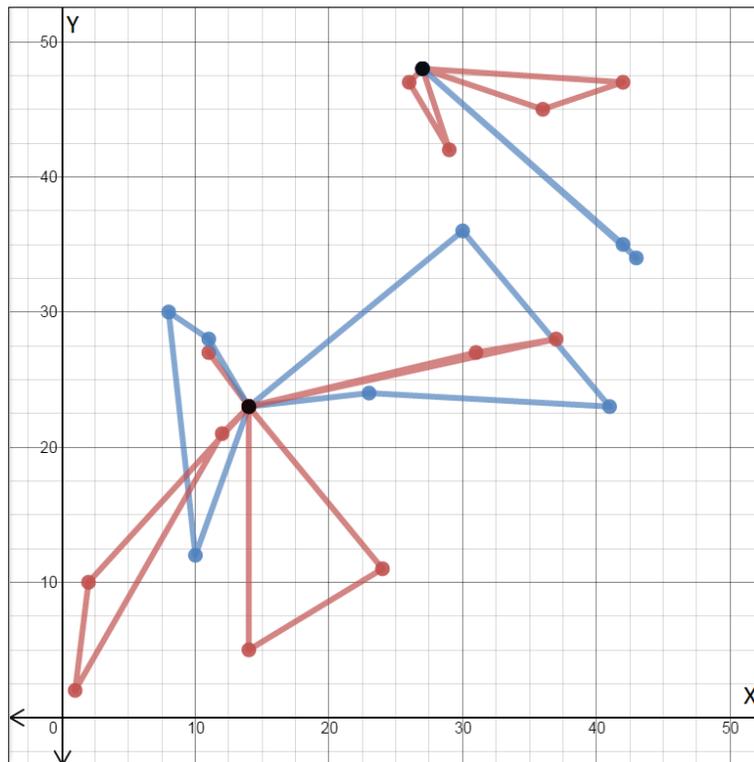
Y finalmente el COSTO TOTAL, que es la suma de todos los costos, apertura, ruteo y utilización de vehículos.

Como se observa en la

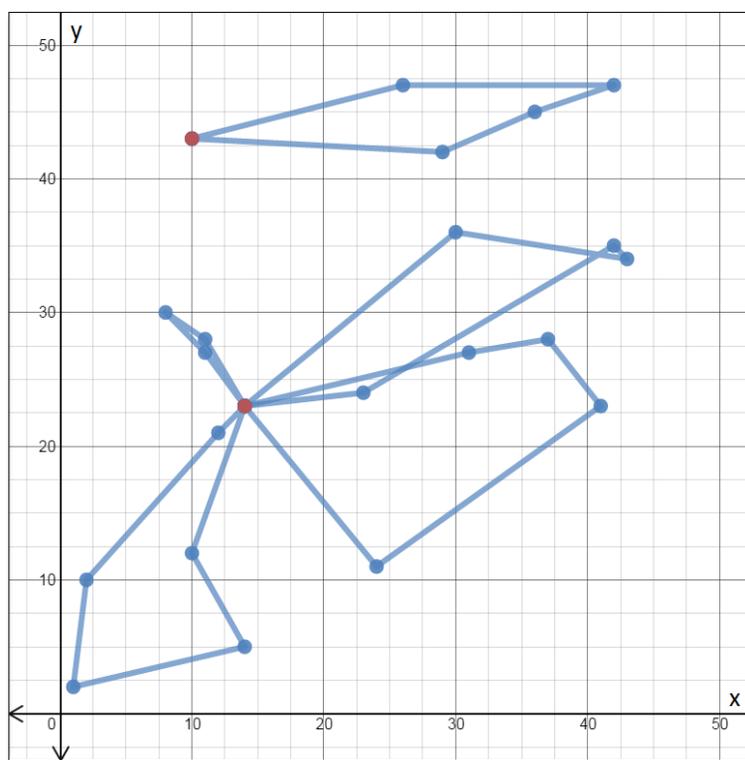
PRUEBA	CAP	DEP	NRO RUTAS	COSTO APERTURA	COSTO RUTEO	COSTO VEHICULO	COSTO TOTAL
1	40	4 y 5	9	21739	33200	450	55389
2	70	4 y 2	5	13911	26500	600	41100
3	200	4 y 2	3	13911	19900	1200	35011
5	40 y 70	2 y 4	5	13911	29999	490	44440
6	40 y 200	3 y 4	5	17105	25352	600	43057
7	70 y 200	3 y 4	3	17105	20248	640	37993

Tabla 12, la variación en la capacidad de la flota de vehículos cambia la selección de los depósitos y disminuye el número de rutas a medida que la capacidad de vehículos aumenta. Esto se traduce en ahorros en el costo de ruteo dada la disminución de rutas que sugiere reducción en los conectores de los clientes a depósitos, ahorro significativamente mayor al del sobrecosto del vehículo. Por lo tanto, optimizar simultáneamente las decisiones de localización, ruteo, y selección de flota puede ser pertinente cuando ocurren las siguientes condiciones: 1. La magnitud de los costos de localización y de ruteo, incluyendo la selección de flota, son comparables. 2. La capacidad de al menos un tipo de vehículo permite realizar las operaciones de distribución de productos consolidando la carga de varios clientes en una misma ruta, lo que genera ahorros en el transporte. 3. Utilizar simultáneamente vehículos de diferentes capacidades permite el uso eficiente de la capacidad de carga y ahorros potenciales en la distribución, y menor uso combustible.

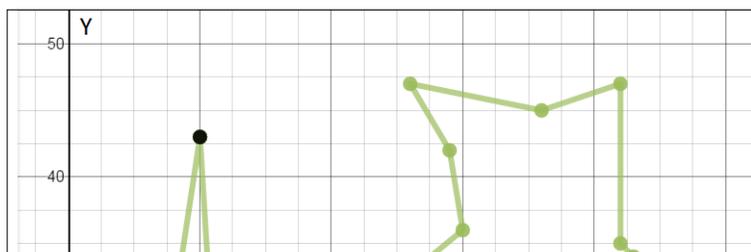
A continuación se muestran las rutas para cada prueba:



**Figura 19. Solución Prueba 1. Vehículo capacidad 40.**



**Figura 20. Solución Prueba 2. Vehículo capacidad 70.**





## 6. CONCLUSIONES

Se logró construir una metaheurística para el problema de localización y ruteo con flota de vehículos heterogénea que permite realizar un estudio comparativo del desempeño de la misma contra los resultados expuestos por (Escobar, Marín, Linfati & Gatica, 2015) y Prodhon (2009). Este trabajo aporta al desarrollo de diferentes métodos de optimización para estudiar la combinación de decisiones estratégicas como la localización de depósitos, integradas a decisiones tácticas y operativas como la selección de tipos de vehículos y rutas de distribución.

Se realiza la revisión de los artículos científicos relevantes que estudian el problema de localización y ruteo así como los relacionados con el tema desarrollado, profundizando así en la importancia de construir modelos de optimización simultánea.

La metaheurística propuesta encuentra soluciones cercanas a la solución mejor conocida para instancias de 20, 50 y hasta 100 clientes con tiempos competitivos respecto a los resultados que obtiene Bernal en métodos heurísticos. Para instancias de 200 clientes, los resultados no cumplen las expectativas en términos de tiempo computacional y se presenta una oportunidad de investigación futura importante, por lo que se concluye que la optimización simultánea de las decisiones de ruteo, apertura de depósitos y selección de vehículos se complejiza a mayor cantidad de clientes dadas las múltiples combinaciones que se crean para buscar una solución adecuada.

Optimizar simultáneamente las decisiones de localización, ruteo, y selección de flota puede ser pertinente cuando ocurren las siguientes condiciones: 1. La magnitud de los costos de localización y de ruteo, incluyendo la selección de flota, son comparables. 2. La capacidad de al menos un tipo de vehículo permite realizar las operaciones de distribución de productos consolidando la carga de varios clientes en una misma ruta, lo que genera ahorros en el transporte. 3. Utilizar simultáneamente vehículos de diferentes capacidades permite el uso eficiente de la capacidad de carga y ahorros potenciales en la distribución, y menor uso combustible.

Se concluye, que las decisiones de ruteo tienen una influencia marcada sobre las decisiones de localización y más si estas están asociadas a la selección de un modo de transporte. Como hemos visto el impacto de integrar estas decisiones simultáneamente permiten no solo la reducción de costos a corto plazo sino a largo plazo con el manejo eficiente de los recursos, pues hoy en día las novedades asociadas a la distribución se ven al momento de operar y no de planear, y es en este momento donde se deben ver conjuntamente las decisiones de localización y ruteo con el dimensionamiento real de la flota buscando que estas se acomoden a las necesidades del negocio y naturaleza de los productos.

## 7. INVESTIGACIONES FUTURAS

Entendiendo que en la realidad la flota de vehículos de empresas u organizaciones están estrechamente relacionada con horarios de recepción y entrega, se sugiere como investigación futura la inclusión de ventanas de tiempo, la priorización de atención en los clientes, el aprovechamiento del vehículo vacío a su regreso y demanda estocástica.

En términos de métodos de solución, se propone realizar investigación para el desarrollo de métodos exactos sofisticados de tipo branch-and-bound, branch-and-cut, o branch-and-price para resolver a optimalidad instancias de tamaño razonable. Así mismo se propone trabajar en el desarrollo de algoritmos de tipo heurístico que permitan abordar el problema de localización y ruteo con flota heterogénea con instancias de más de 200 clientes buscando una mejor relación costo – tiempo.

## BIBLIOGRAFÍA

- Albareda-Sambola, M., Díaz, J., & Fernández, E. (2005). A compact model and tight bounds for a combined location-routing problem. *Computers and Operations*, 32(3), 407 - 428.
- Baldacci, R., Battarra, M., & Vigo, D. (2008). Routing a heterogeneous fleet of vehicles. *In The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, 3 - 27.
- Bernal, J., Escobar, J.W., Marín, C., Linfati, R., Gatica, G. (2015) *A computational comparison of heuristic algorithms for the Location-Routing Problem with Heterogeneous Fleet (LRPH)*. Working paper.
- Barreto, S., Ferreira, C., Paixão, J., & Santos, B. (2007). Using clustering analysis in a capacitated location-routing problem. *European Journal of Operational Research*, 179(3), 968 - 977.
- Boudahri, F., Aggoune-Mtalaa, W., & Bennekrouf, M. (2013). Application of a clustering based location-routing model to a real agri-food supply chain redesign. *Advanced methods for computational collective intelligence*, 323 - 331.
- Chen, A.-L., Yang, G.-K., & Wu, Z.-M. (2006). Hybrid discrete particle swarm optimization algorithm for capacitated vehicle routing problem. *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, 7(4), 607 - 614.
- Drexel, M., & Schneider, M. (2014). A survey of variants and extensions of the location-routing problem. *European Journal of Operational Research*, 1 - 25.
- Faied, M., Mostafa, A., & Girad, A. (2010). Vehicle Routing Problem Instances: Application to Multi-UAV Mission Planning. *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. Toronto.
- Flodd, M. (1956). The Traveling-Salesman Problem. *Operations Research*. 1956. 61 – 75.
- Garey, M. & Johnson D. *Computers and intractability A Guide to the Theory of NP-Completeness*. WH Freeman and Company, 1979. 58
- Gendreau, M., & Potvin, J.-Y. (2010). *Handbook of Metaheuristics*. Springer.
- Golden, B., Assad, A., Levy, L., & Gheysens, F. (1984). The fleet size and mix vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 11(1), 49-66.
- Guerrero, W., Prodhon, C., Velasco, N., & Amaya, C. (2013). Hybrid heuristic for the inventory location-routing problem. *Int. J. Production Economics*, 146, 359 - 370.
- Guerrero, W. J., Prodhon, C., Velasco, N., & Amaya, C. A. (2015). A relax-and-price heuristic for the inventory-location-routing problem. *International Transactions in Operational Research*, 22(1), 129-148
- Hansen, P., & Mladenović, N. (1999). An introduction to variable neighborhood search. *In Meta-heuristics* (pp. 433-458). Springer US
- Larsen, A. & Madsen, O.B (2000). The dynamic vehicle routing problem (Doctoral dissertation, Technical University of Denmark Danmarks Tekniske Universitet, Department of Transport Institut for Transport, Logistics & ITS Logistik & ITS)
- Linfati, R., Escobar, J. W., & Gatica, G. (2014). Un algoritmo metaheurístico para el problema de localización y ruteo con flota heterogénea. *Ingeniería y Ciencia*, 10(19), 55 - 76.

- Liu, S., & Lee, S. (2003). A two-phase heuristic method for the multi-depot location routing problem taking inventory control decisions into consideration. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 22, 941 - 950.
- Liu, S., & Lin, C. (2005). A heuristic method for the combined location routing and inventory problem. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 26(4), 372 - 381.
- Lüer, A., Benavente, M., Bustos, J., & Venegas, B. (2009). El Problema de Rutas de Vehículos: Extensiones y Métodos de Resolución, estado del Arte. *EIG*.
- Ma, H., & Davidrajuh, R. (2005). An iterative approach for distribution chain design in agile virtual environment. *Industrial Management and Data Systems*, 105(6), 815 - 834.
- Olivera, A. (2004). Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos. *Reportes Técnicos 04-08*.
- Pillac, V., Gendreau, M., Guéret, C., & Medaglia, A. L. (2013). A review of dynamic vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*, 225(1), 1-11.
- Prins, C., Prodhon, C., & Calvo, R. W. (2006). Solving the capacitated location-routing problem by a GRASP complemented by a learning process and a path relinking. *4OR*, 4(3), 221-238.
- Prodhon, C. (2006). *The location-routing. Ph.D. thesis, Troyes University of Technology, Troyes, France*.
- Prodhon, C., & Prins, C. (2014). A survey of recent research on location-routing problems. *European Journal of Operational Research*, 1 - 17.
- Ralphs, T. K, Kopman, L., Pulleyblank, W. R, & Trotter, L. (2003). On the Capacitated Vehicle Routing Problem. *Mathematical programming*, 94(2-3), 343-359.
- Reza, S., & H. C. (2011). Multi-products location-routing problem integrated with inventory under stochastic demand. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, 7(4), 454 - 476.
- Rocha, L., González, E., & Orjuela, J. (2011). Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución. *Ingeniería*, 16(2), 35 - 55.
- Salhi, S., & Rand, G. (1989). The effect of ignoring routes when locating depots. *European Journal of Operational Research*, 39, 150–156.
- Tarantilis, C. D., Zachariadis, E. E., & Kiranoudis, C. T. (2008). A hybrid guided local search for the vehicle-routing problem with intermediate replenishment facilities. *INFORMS Journal on Computing*, 20(1), 154-168.
- Tucker, A. B. (1992). *Lenguajes de programación*. (2da ed.). México: McGraw-Hill.
- Tuzun, D., & Burke, L. (1999). A two-phase tabu search approach to the location routing problem. *European Journal of Operational Research*, 116, 87 – 99.
- Ukkusuri, S. V., & Yushimito, W. F. (2009). Location routing approach for the humanitarian prepositioning problem. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 18 - 25.
- Vidal Esmoris, A. (2013). *Algoritmos Heurísticos en Optimización*. Universidad de Santiago de Compostela. *Master en Técnicas Estadísticas*.
- Villa Marulanda, M., Leguizamón, G., & Niño, K. (2010). Solución al problema de localización (CFLP) a través de búsqueda tabú y relajación lagrangeana, caso de

- estudio: industria de productos alimentarios. *Departamento de Ingeniería Industrial Universidad de los Andes*. Colombia
- Villegas, J. G., Prins, C., Prodhon, C., Medaglia, A. L., & Velasco, N. (2013). A matheuristic for the truck and trailer routing problem. *European Journal of Operational Research*, 231 - 244.
- Wu, L.-Y., Zhang, X.-S., & Zhang, J.-L. (2006). Capacitated facility location problem with general setup cost. *Computers & Operations Research*, 1226 - 1241. <http://www.americati.com>. (11 de Noviembre de 2006). Recuperado el 2014
- Yepes, V., & Medina, J. R. (2002). Optimización de rutas con flotas heterogéneas y múltiples usos de vehículos VRPHEMSTW. *Métodos Numéricos en Ingeniería V*, 01 – 20.

### Otra bibliografía revisada

- Angel, J. C., Soler, D., Hervas, A. (2002). The capacitated general routing problem on mixed graphs. *Revista investigación operacional*, 23, No. 1. 15 – 26.
- Bala Chandran and S. Raghavan. (2008). Modeling and Solving the Capacitated Vehicle Routing Problem on Trees. *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges. Operations Research/Computer Science Interfaces Volume 43*, 239-261
- Baldacci, R., Mingozzi. (2009). A unified exact method for solving different classes of vehicle routing problems. *Math. Program.* 120, 347–380
- Cordeau J., Gendreau M., Laporte G. (1997). A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems. *Networks*. 30(2)105 – 119.
- Ghiani, G., Improta, G., & Laporte, G. (2001). The capacitated arc routing problem with intermediate facilities. *Networks*, 37(3), 134-143.
- Tarantilis, C.D., Kiranoudis, C.T., Vassiliadis, V. (2004). A threshold accepting metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 152, 148–158
- Tarantilis, C. D., Zachariadis, E. E., & Kiranoudis, C. T. (2008). A guided tabu search for the heterogeneous vehicle routeing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 59(12), 1659-1673.
- Michel Gendreau, Gilbert Laporte, Christophe Musaraganyi, y Éric D. Taillard. (1999). A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 29, 1153–117.
- Wu, T. H., Low, C., & Bai, J. W. (2002). *Heuristic solutions to multi-depot location-routing problems*. *Computers & Operations Research*, 29(10), 1393-1415.

## ANEXOS

INSTANCIA	VALENZUELA		BERNAL		COSTO	TIEMPO
	MEJOR COSTO TOTAL	TIEMPO TOTAL (Seg)	MEJOR COSTO TOTAL GSA	TIEMPO TOTAL (Seg)		
instancia_2_1.dat	22110,40	25,41	22028,47	21	0,37%	21,0%
instancia_2_2.dat	16321,40	32,75	16318,64	23	0,02%	42,4%
instancia_2_3.dat	23663,30	9,03	23511,03	26	0,65%	-65,3%
instancia_2_4.dat	14689,50	33,70	<b>15912,53</b>	26	-7,69%	29,6%
instancia_2_5.dat	16976,70	12,35	16946,94	65	0,18%	-81,0%
instancia_2_6.dat	16974,10	44,74	16946,94	68	0,16%	-34,2%
instancia_2_7.dat	31202,60	103,82	<b>31215,64</b>	75	-0,04%	38,4%
instancia_2_8.dat	31175,40	116,59	<b>31238,55</b>	74	-0,20%	57,6%
instancia_2_9.dat	18496,30	127,62	<b>18535,68</b>	75	-0,21%	70,2%
instancia_2_10.dat	19517,10	77,03	<b>19614,68</b>	68	-0,50%	13,3%
instancia_2_11.dat	12759,60	60,72	<b>12766,26</b>	60	-0,05%	1,2%
instancia_2_12.dat	12755,10	68,50	12761,67	60	-0,05%	14,2%
instancia_2_13.dat	144016,00	337,28	143839,64	163	0,12%	106,9%
instancia_2_14.dat	144016,00	348,75	143841,83	161	0,12%	116,6%
instancia_2_15.dat	107965,97	282,51	99095,66	153	8,95%	84,6%
instancia_2_16.dat	107965,97	274,81	99095,66	151	8,95%	82,0%
instancia_2_17.dat	98752,70	73,45	96656,46	155	2,17%	-52,6%
instancia_2_18.dat	98752,70	147,60	96656,46	156	2,17%	-5,4%
instancia_2_19.dat	169976,05	293,89	163846,85	1358	3,74%	-78,4%
instancia_2_20.dat	169984,78	464,17	163846,85	1352	3,75%	-65,7%
instancia_2_21.dat	154503,00	174,80	<b>161256,16</b>	407	-4,19%	-57,1%
instancia_2_22.dat	157889,00	329,24	<b>161256,16</b>	409	-2,09%	-19,5%
instancia_2_23.dat	150868,00	398,46	<b>151783,10</b>	730	-0,60%	-45,4%
instancia_2_24.dat	150680,00	192,70	<b>151783,10</b>	739	-0,73%	-73,9%
instancia_2_25.dat	325926,00	5982,39	243999,72	1105	33,58%	441,4%
instancia_2_26.dat	325926,00	6025,17	243981,01	1102	33,59%	446,7%
instancia_2_27.dat	290867,00	1444,49	283998,66	1437	2,42%	0,5%
instancia_2_28.dat	290867,00	1438,27	284002,2	1444	2,42%	-0,4%
instancia_2_29.dat	242077,00	1934,60	<b>320250,59</b>	1089	-24,41%	77,6%
instancia_2_30.dat	242077,00	2599,47	<b>320250,59</b>	1089	-24,41%	138,7%

**Anexo 1. Resultados Set de Instancias Prodhon. Algoritmo Completo**

INSTANCIA	VALENZUELA		BERNAL		COSTO	TIEMPO
	MEJOR COSTO TOTAL	TIEMPO TOTAL (Seg)	MEJOR COSTO TOTAL GSA	TIEMPO TOTAL (Seg)		
Christofides_13	2222	105	2153,21	59	3,22%	77,4%
Christofides_14	7687	100	7685,83	60	0,02%	67,4%
Christofides_15	2833	114	2822,21	60	0,37%	89,5%
Christofides_16	2989	115	2922,67	53	2,27%	116,2%
Christofides_17	1960	195	1902,57	113	3,03%	73,0%
Christofides_18	2872	186	2825,5	111	1,66%	67,8%
Christofides_19	10278	234	10218,28	200	0,59%	17,0%
Christofides_20	4481	229	4351,23	201	2,99%	13,9%

**Anexo 2. Resultados Set de Instancias Christofides. Algoritmo Completo**

INSTANCIA	VALENZUELA		BERNAL		COSTO	TIEMPO
	MEJOR COSTO TOTAL	TIEMPO TOTAL (Seg)	MEJOR COSTO TOTAL GSA	TIEMPO TOTAL (Seg)		
instancia_2_1.dat	22139,20	2,29	22028,47	21	0,50%	-89,1%
instancia_2_2.dat	16321,40	1,93	16318,64	23	0,02%	-91,6%
instancia_2_3.dat	23663,30	3,60	23511,03	26	0,65%	-86,2%
instancia_2_4.dat	14689,50	12,37	<b>15912,53</b>	26	-7,69%	-52,4%
instancia_2_5.dat	16976,70	27,56	16946,94	65	0,18%	-57,6%
instancia_2_6.dat	16976,70	25,17	16946,94	68	0,18%	-63,0%
instancia_2_7.dat	31202,60	15,15	<b>31215,64</b>	75	-0,04%	-79,8%
instancia_2_8.dat	31202,60	20,04	<b>31238,55</b>	74	-0,12%	-72,9%
instancia_2_9.dat	18499,80	23,24	<b>18535,68</b>	75	-0,19%	-69,0%
instancia_2_10.dat	19546,80	32,21	<b>19614,68</b>	68	-0,35%	-52,6%
instancia_2_11.dat	12765,70	24,25	<b>12766,26</b>	60	-0,004%	-59,6%
instancia_2_12.dat	12765,70	24,12	12761,67	60	0,03%	-59,8%
instancia_2_13.dat	144783,00	331,53	143839,64	163	0,66%	103,4%
instancia_2_14.dat	144783,00	469,42	143841,83	161	0,65%	191,6%
instancia_2_15.dat	107965,97	286,47	99095,66	153	8,95%	87,2%
instancia_2_16.dat	107965,97	273,13	99095,66	151	8,95%	80,9%
instancia_2_17.dat	98752,70	243,59	96656,46	155	2,17%	57,2%
instancia_2_18.dat	98752,70	245,68	96656,46	156	2,17%	57,5%
instancia_2_19.dat	169976,05	515,47	163846,85	1358	3,74%	-62,0%
instancia_2_20.dat	169984,78	268,59	163846,85	1352	3,75%	-80,1%
instancia_2_21.dat	158375,00	409,76	<b>161256,16</b>	407	-1,79%	0,7%
instancia_2_22.dat	158375,00	273,66	<b>161256,16</b>	409	-1,79%	-33,1%
instancia_2_23.dat	150680,00	306,35	<b>151783,10</b>	730	-0,73%	-58,0%
instancia_2_24.dat	150877,00	371,49	<b>151783,10</b>	739	-0,60%	-49,7%
instancia_2_25.dat	325925,00	2138,28	243999,72	1105	33,58%	93,5%
instancia_2_26.dat	325926,00	2158,00	243981,01	1102	33,59%	95,8%
instancia_2_27.dat	290867,00	1105,29	283998,66	1437	2,42%	-23,1%
instancia_2_28.dat	290867,00	1173,10	284002,20	1444	2,42%	-18,8%
instancia_2_29.dat	242077,00	734,63	<b>320250,59</b>	1089	-24,41%	-32,5%
instancia_2_30.dat	242077,00	1457,14	<b>320250,59</b>	1089	-24,41%	33,8%

**Anexo 3. Resultados Set de Instancias Prodhon. Algoritmo Sin Perturbación 1**

INSTANCIA	VALENZUELA		BERNAL		COSTO	TIEMPO
	MEJOR COSTO TOTAL	TIEMPO TOTAL (Seg)	MEJOR COSTO TOTAL GSA	TIEMPO TOTAL (Seg)		
Christofides_13	2380	10	2153,21	59	10,53%	-82,6%
Christofides_14	7758	20	7685,83	60	0,94%	-67,0%
Christofides_15	2864	15	2822,21	60	1,50%	-74,3%
Christofides_16	3061	10	2922,67	53	4,74%	-81,1%
Christofides_17	1960	63	1902,57	113	3,03%	-43,9%
Christofides_18	2872	55	2825,5	111	1,66%	-50,3%
Christofides_19	10319	295	10218,28	200	0,99%	47,3%
Christofides_20	4582	103	4351,23	201	5,30%	-48,6%

**Anexo 4. Resultados Set de Instancias Christofides. Algoritmo Completo si Perturbación 1**