

ECITRIGO
AMBIENTE VISUAL PARA EL APRENDIZAJE DE LOS CONCEPTOS BÁSICOS
ASOCIADOS A LA TRIGONOMETRÍA

DEIVAN ANDERSON OLIVA ZAMBRANO

ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO
INGENIERÍA DE SISTEMAS
BOGOTÁ D.C.
2017

ECITRIGO
AMBIENTE VISUAL PARA EL APRENDIZAJE DE LOS CONCEPTOS BÁSICOS
ASOCIADOS A LA TRIGONOMETRÍA

DEIVAN ANDERSON OLIVA ZAMBRANO

PROYECTO DE GRADO

Director del proyecto
Mag. Raúl Alfredo Chaparro Aguilar

ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO
INGENIERÍA DE SISTEMAS
BOGOTÁ D.C.
2017

NOTAS DE ACEPTACIÓN

El día 24 de Mayo del año 2017, se aprueba la entrega la versión del periodo 2017-1 del proyecto de grado titulado “Ambiente visual para el aprendizaje de los conceptos básicos asociados a la trigonometría” alias “ECITrigo”, estando éste conformado por cuatro módulos:

1. Conceptos
2. Juegos
3. Aplicación
4. Evaluación

de los cuales el primero y el tercero son responsabilidad de Óscar Alejandro Beltrán Duarte, desarrollados en el periodo 2016-2, mientras que los módulos segundo y cuarto responsabilidad de Deivan Anderson Oliva Zambrano cumpliendo así con parte de los requisitos necesarios para la obtención del título de Ingeniero de Sistemas, en constancia firman:

Mag. Ana Alicia Guzmán Castro
Profesora Departamento Matemáticas

Mag. Jorge Alfonso Meléndez Acuña
Prof. de Planta

Mag. Sandra Isabel Gutiérrez Otálora
Dir Dpto. Mat. en funciones y Jurado

Mag. Raúl Alfredo Chaparro Aguilar
Director del proyecto

Bogotá D.C. 24 de Mayo del 2017

HISTORIAL DE MODIFICACIONES

Versión	Fecha	Edición	Descripción
0.1	2016 - 1	ECI-TRIGO/LP	Versión inicial del documento Creación de modulo aplicación Colaborador: Oscar Alejandro Beltrán Duarte
0.2	2016 - 2	ECI-TRIGO/LP	Versión con módulos de conceptos y juegos Colaboradores: Oscar Alejandro Beltrán Duarte Deivan Anderson Oliva Zambrano
0.3	2017 - 1	ECI-TRIGO/LP	Versión con módulo de evaluación y pruebas de campo Colaboradores: Deivan Anderson Oliva Zambrano

TABLA CONTENIDO

LISTAS ESPECIALES (TABLAS)	2
LISTAS ESPECIALES (FIGURAS)	3
LISTA DE ANEXOS	4
GLOSARIO	5
INTRODUCCIÓN	6
INFORMACIÓN GENERAL DEL PROYECTO	7
JUSTIFICACIÓN	8
OBJETIVOS	9
MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE	9
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	11
DESARROLLO DE LA PROPUESTA	11
MÓDULO DE APLICACIÓN - 2016-I	17
MÓDULO DE CONCEPTOS - 2016-I	19
MÓDULO DE CONCEPTOS - 2016-2	22
MÓDULO DE JUEGOS - 2016-2	28
MÓDULO DE EVALUACIÓN - 2017-1	35
CLAUSURA	43
CONCLUSIONES	44
RECOMENDACIONES	45
BIBLIOGRAFÍA	47
ANEXOS	49

LISTAS ESPECIALES (TABLAS)

Tabla 1. Cronograma General periodo intersemestral 2016-1.....	13
Tabla 2. Cronograma General periodo 2016-2.....	14
Tabla 3. Cronograma General periodo 2016-2.....	15
Tabla 4. Cronograma General periodo 2017-1.....	16

LISTAS ESPECIALES (FIGURAS)

Figura 1. Interacción <i>Águila Pescadora</i>	17
Figura 2. Interacción <i>La Ecuación de la Naturaleza</i>	18
Figura 3. Interacción <i>Construyendo el Puente</i>	19
Figura 4. Interacción Altura de la Pirámide 3D	20
Figura 5. Interacción Altura de la Pirámide 3D	20
Figura 6. Interacción Circunferencia de la Tierra 3D	21
Figura 7. Interacción <i>Circunferencia de la Tierra 2D</i>	21
Figura 8. Pantalla de Bienvenida	22
Figura 9. Menú de Aplicaciones	23
Figura 10. Menú de Juegos	23
Figura 11. Mensaje de Módulo en Construcción	24
Figura 12. Índice Conceptos	25
Figura 13. Denominación de triángulos según sus lados	25
Figura 14. Denominación de triángulos según sus ángulos	25
Figura 15. Razones función <i>Seno</i>	26
Figura 16. Interacción <i>Relaciones Básicas</i>	26
Figura 17. Interacción Identidades Trigonométricas	26
Figura 18. Triángulos semejantes	27
Figura 19. Teorema de Tales	27
Figura 20. Interacción <i>Altura de la Pirámide 2D</i> versión 2016-2	27
Figura 21. Circunferencia unitaria	28
Figura 22. Menú juegos	29
Figura 23. Juego funciones trigonométricas inicio	30
Figura 24. Juego funciones trigonométricas elementos gráficos	30
Figura 25. Juego funciones trigonométricas elementos preguntas	31
Figura 26. Juego funciones trigonométricas elementos menú	31
Figura 27. Juego Grados y radianes	32
Figura 28. Juego Grados y radianes grafica	32
Figura 29. Juego Grados y radianes elementos preguntas	33
Figura 30. Juego Triángulos	33
Figura 31. Juego Triángulos estructura grafica	34
Figura 32. Juego Identidades trigonométricas	34
Figura 33. Juego Identidades trigonométricas	35
Figura 34. Menú modulo evaluación	36
Figura 34. Evaluación Radianes y Grados	36
Figura 35. Evaluación Radianes y Grados pdf	37
Figura 36. Evaluación Razones Trigonométricas	37
Figura 37. Evaluación Razones Trigonométricas solución	38
Figura 38. Evaluación Identidades Trigonométricas	39
Figura 39. Evaluación Angulo Suma y Resta 1	39
Figura 40. Evaluación Angulo Suma y Resta 2	40

Figura 41. Evaluación Angulo Doble	40
Figura 42. Evaluación Semejanza de triángulos	41
Figura 43 Evaluación circulo unitario	42

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A - <i>Manual de usuario</i>	49
ANEXO B - <i>Manual de desarrollador</i>	49

GLOSARIO

- PISA Acrónimo para *Programme for International Student Assessment* o en español: “Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes”, es un informe que se basa en el análisis del rendimiento de los estudiantes en una serie de exámenes que abarcan las áreas de Matemáticas, Lectura y Ciencias, estos exámenes se realizan cada tres años en varios países con el fin de determinar la valoración internacional de los alumnos.
- OECD Acrónimo para *Organisation for Economic Co-operation and Development* o en español: “Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico”, es un organismo de cooperación internacional cuyo objetivo es coordinar las políticas económicas y sociales del estado miembro.
- Cuaderno Toda aparición de esta palabra en cursiva <*cuaderno*> hace referencia a las instancias de trabajo que ofrece *Wolfram Mathematica*, *software* usado en este proyecto, para la escritura y ejecución del código de esta plataforma, en inglés se le conoce como *notebook* y son almacenados en el sistema como archivos con extensión **.nb**.

INTRODUCCIÓN

La trigonometría viene del griego *trigonon*, que quiere decir triángulo, y *metria*, que quiere decir medición, así pues se puede entender como la ciencia de la medición de triángulo, llevada a cabo al buscar la relación entre la longitud de los lados con los ángulos del mismo.

Usada desde tiempos antiguos, en su forma más pura, en la navegación, la arquitectura, la geografía e incluso la astronomía. Actualmente, con el desarrollo de la tecnología, incluso hay más campos donde su aplicación es esencial, como los videojuegos o la robótica.

Una vez conocida parte de sus aplicaciones se puede entrever la importancia que el estudio de la trigonometría tiene hoy en día, en especial en las carreras de Ingeniería, teniendo esto en mente, al analizar los métodos de enseñanza ocupados para impartir asignaturas relacionadas al tema se puede evidenciar que, en la mayoría de los casos, no va más allá de emplear un libro guía y resolver ejercicios para afianzar conocimientos, cabe aclarar que no se quiere contrariar en ningún momento esta forma de enseñar, simplemente se quiere hacer ver que se puede mejorar y esto es a lo que apunta este proyecto, a hacer más interactivo el aprendizaje de la trigonometría, con ejercicios dinámicos, con aplicaciones en el mundo real y con una base conceptual que le permita al estudiante preguntarse “¿Qué pasa si...?”.

Para ello se han desarrollado cuatro módulos que permiten una mayor interacción del usuario con relación a temas en particular, generando una mejor comprensión en relación a herramientas tradicionales, cautivando en el desarrollo del conocimiento junto a elementos teóricos y prácticos, esto solo pudo ser desarrollado con modelado 3D y un conjunto de aplicaciones que pueden ser modificadas por el usuario en fin de poder adaptarlas a un ejercicio en particular y un punto de partida para poder desarrollar nuevos.

Todo esto es posible al contar con nuevas herramientas tecnológicas que permiten realizar adaptaciones de ejercicios y métodos estáticos, modificándolos y creándolos actualmente dinámicos, con los que el usuario tendrá el poder de modificar su estructura y generar una visión más concreta de un tema en particular, buscando tener una mayor similitud a elementos del mundo real.

INFORMACIÓN GENERAL DEL PROYECTO

Nombre del proyecto:

Ambiente visual para el aprendizaje de los conceptos básicos asociados a la trigonometría.

Director del proyecto:

Mag. Raúl Alfredo Chaparro Aguilar.

Estudiantes:

Deivan Anderson Oliva Zambrano 2017-1.

Óscar Alejandro Beltrán Duarte 2016-2.

Grupo de Investigación:

Escenarios de aprendizaje y diseño y construcción de software educativo.

Línea de Investigación:

Informática, Educación y Conocimiento.

Duración:

2 Semestres.

JUSTIFICACIÓN

En las pruebas PISA realizadas en el año 2015 en el área de Matemáticas, Colombia obtuvo un puntaje promedio de 376, más bajo que el promedio obtenido por los países miembro de la OECD, siendo este 494 puntos, dejando al país en la posición número 62 entre los 65 países participantes, siendo los penúltimos en la región.

Algunos analistas indican que estos resultados son producto de la distintas metodologías empleadas a la hora de enseñar, así pues mientras que en Colombia se premia el memorismo, en países como Corea, puesto 5 en la misma prueba, se busca que los estudiantes apliquen los conceptos científicos en la vida cotidiana y que desarrollen un pensamiento crítico y habilidades de trabajo en equipo.

Con esto en mente se determinó que la experimentación e interacción del estudiante con el objeto de estudio es importante para darle un significado más profundo y realmente apropiarse de los conceptos estudiados, lástimosamente los instrumentos tradicionales para el aprendizaje de las matemáticas, más exactamente el aprendizaje de la trigonometría en el caso de este proyecto, no facilitan esto y para ello se busca ofrecer un complemento a dichos instrumentos por medio de la tecnología.

Tal como lo dice Pontes, *“El uso educativo de las TIC fomenta el desarrollo de actitudes favorables al aprendizaje de la ciencia y la tecnología (...)”*¹, comprendemos que un mayor aprovechamiento de herramientas en fin de desarrollar una mejor comprensión de temas que por sí solos no generan una alta motivación por parte de los usuarios, generando poco interés hacia estos, el uso de la tecnología llega a aumentar la motivación, contando con una lúdica más interactiva enfatizada en afianzar el conocimiento por medio de interacciones de temas concretos y muy relacionados hacia el mundo real.

¹ PONTES, A. (2005). Aplicaciones de las nuevas tecnologías de la información en la educación científica. 1ª Parte: Funciones y recursos. Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias, 2(1), pp. 2-18.

OBJETIVOS

Objetivo General

Permitir que el estudiante generalice conceptos sobre la trigonometría básica y les dé un significado práctico por medio de un software, con una interfaz altamente visual, interactiva y flexible que motive la experimentación y conjetura sobre el objeto de estudio.

Objetivos Específicos

- Seleccionar un conjunto de temas que consideremos importantes para el aprendizaje de la trigonometría básica.
- Estudiar un lenguaje de programación apropiado para el desarrollo del proyecto.
- Construir un ambiente interactivo en el que se ilustren los conceptos trigonométricos, con una metodología basada en problemas, actividades y juegos relacionados a la temática.
- Alinear el proyecto a la filosofía “Matemáticas en el mundo real”.

MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE

Así como realizar un viaje de intercambio a otro país e interactuar con sus habitantes es bastante útil para afianzar el conocimiento de su idioma y sus costumbres, el experimentar más allá del “aula” con las demás ciencias aprendidas puede ser beneficioso para el estudiante permitiéndole, tal como dice el ²Magíster Raúl Chaparro, *dar sentido a lo que antes sólo tenía significado*. Por ende se propone la implementación de un complemento a los medios clásicos de enseñanza que haga uso de la masificación tecnológica en la que está inmersa la humanidad, para que por medio de la interacción y la experimentación el estudiante pueda darle *sentido* a lo aprendido.

Bajo esta misma óptica se puede hacer referencia a una gran cantidad de proyectos en distintas áreas del saber, desde geometría hasta música, pasando por programación y matemáticas, algunos de estos son:

GeoGebra

Es software de matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa fácil de usar.

² Se hace referencia al Mag. Raúl Alfredo Chaparro Aguilar, director de este proyecto.

Scratch

Es un lenguaje de programación visual, VPL por sus siglas en inglés (*visual programming language*) con el que se puede crear desde animaciones hasta juegos por medio de una interfaz intuitiva que facilita la comprensión de lo que se está haciendo.

Universe Sandbox

Es tanto un simulador espacial como un simulador gravitacional, que permite ver o bien la interacción gravitacional entre dos objetos en el espacio, la colisión entre dos galaxias y sus efectos o el estallido de una súper nova.

MuseScore

Editor de partitura que permite importar, editar y exportar archivos de audio todo esto a través de una interfaz limpia y de fácil uso.

SageMath

Conocido anteriormente como SAGE (*System for Algebra and Geometry Experimentation*) es un *software* de cálculo simbólico (álgebra computacional o computación técnica) que cubre varios aspectos de la matemática como álgebra, combinatorias, análisis numérico y cálculo. A diferencia de *software* como *Wolfram Mathematica* es de código abierto y está escrito en *python* lo que permite realizar modificaciones y mejoras de una manera más asequible.

Dr. Geo

Es un *software* para el diseño y la manipulación de esquemas geométricos que ayuda a los estudiantes a explorar la geometría.

Wolfram Mathematica

Es un software de cálculo simbólico que permite la manipulación de diversos objetos matemáticos en un entorno altamente dinámico. Es la herramienta con la que se realiza este proyecto, iniciándose con la versión 10.4 de este producto y cerrando esta etapa del proyecto con la versión 11.0.

Wolfram Mathematica cuenta con un servidor donde almacena una enorme cantidad de demostraciones que personas de todo el mundo han logrado realizar usando esta herramienta, estas demostraciones están divididas en temas y en subtemas para su fácil acceso, pero no necesariamente muestran una coherencia entre ellas. Por eso se busca realizar un gran libro interactivo donde tanto las demostraciones como la teoría sigan un hilo conductor con el único fin de servir de ayuda al estudiante.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Con el visto bueno del director del proyecto, el día 15 de junio del año 2016, se llegó a un consenso con la siguiente lista de criterios de aceptación:

Cumplimiento, responsabilidad y compromiso: Tiene en cuenta la asistencia a las reuniones a las horas pactadas, el estar al día con las actividades propuestas no sólo en el cronograma, también con las asignadas por el director después de cada reunión y el interés que el estudiante demuestre por el proyecto.

Aportes al proyecto: Hace referencia a la comunicación y discusión de ideas que se tengan sobre el proyecto que puedan brindarle nuevas características o solucionar problemas existentes.

Trabajo en equipo: Evalúa las actividades de los estudiantes fuera de las reuniones en aras de complementar y mejorar el proyecto.

Resultados obtenidos: Comprueba el avance de los entregables obtenidos para determinar si cumplen con las condiciones planteadas.

DESARROLLO DE LA PROPUESTA

La propuesta se dividió en cuatro partes, llamadas *módulos*, que funcionan independientemente de las demás pero se complementan entre sí, estos *módulos* son:

1. **Módulo de Conceptos:** Consiste en una serie de capítulos interactivos que contiene los principios que se consideraron básicos de la trigonometría y que no sólo le permite al usuario preguntarse “¿Qué pasa si...?” sino que le da la posibilidad de averiguarlo por medio de una interfaz dinámica.
2. **Módulo de Juegos:** Este módulo tiene un conjunto de juegos que permitirán al usuario afianzar conocimientos sobre trigonometría por medio de ejercicios recreativos interactuando con ambientes altamente visuales.
3. **Módulo de Aplicación:** Permite la experimentación de algunos modelos trigonométricos en abstracciones del mundo real, con lo cual el usuario establecería una relación entre la matemática y la vida, dándole así *sentido*.
4. **Módulo de Evaluación:**

Con el fin de desarrollar la propuesta en su totalidad se planeó llevar a cabo el siguiente cronograma:

CRONOGRAMA

Tabla 1. Cronograma General periodo intersemestral 2016-1
Oscar Alejandro Beltrán Duarte trabajo en módulo de aplicación

Actividad	Periodo: 2016-I							
	<Semana>							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Revisión de conceptos básicos de trigonometría y búsqueda de materiales de apoyo	*							
Familiarización con el entorno de desarrollo	*	*						
Elaboración del estado del arte			*	*	*	*		
Diseño de prototipos para el Módulo de Aplicación		*	*	*				
Abstracción de ejemplos significativos de la aplicación de la trigonometría en el mundo antiguo, base para el Módulo de Conceptos			*	*				
Estructuración y mejoramiento de los módulos					*	*		
Elaboración de la versión inicial de la Cartelera Técnica					*			
Elaboración de la versión final de la Cartelera Técnica						*		
Vitrina Académica							*	
Estado del arte - Revisión							*	
Estado del arte - Entrega final								*

Tabla 2. Cronograma General periodo 2016-2
 Oscar Alejandro Beltrán Duarte trabajo en módulo de conceptos

Actividad	Periodo: 2016-2															
	Semanas															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Selección de los temas a tratar y búsqueda de problemas afines	*	*														
Diseño del prototipo para el Módulo de Conceptos	*	*	*	*	*	*										
Construcción de Módulo de conceptos			*	*	*	*	*	*								
Estructuración y mejoramiento de los módulos							*	*	*	*	*	*				
Preparación para Vitrina Académica												*	*			
Elaboración de documentos finales del proyecto hasta el estado actual															*	*

Tabla 3. Cronograma General periodo 2016-2
Deivan Anderson Oliva Zambrano trabajo en módulo de juegos

Actividad	Periodo: 2016-2															
	Semanas															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Investigación sobre trigonometria y Mathematica	*															
Generación de alternativas para desarrollo de juegos		*	*													
Desarrollo de primer juego de circulo unitario.				*	*	*										
Desarrollo de segundo juego de identidades trigonometricas						*	*	*								
Desarrollo de tercer juego de semejanza de triangulos								*	*	*						
Desarrollo de cuarto juego de tipos de triangulos										*	*	*				
Desarrollo de quinto juego sobre ecuaciones trigonometricas											*	*	*			
Creacion de pancarta														*	*	
Desarrollo de mejoras graficas															*	*

Tabla 4. Cronograma General periodo 2017-1
Deivan Anderson Oliva Zambrano trabajo en módulo de evaluación

Actividad	Periodo: 2017-1															
	Semanas															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Investigación pertinente sobre la portabilidad del proyecto y la generación automática de motores matemáticos	*															
Diseño del prototipo para el Módulo de Evaluación		*	*													
Creación de motores lógicos				*	*	*										
Creación plantilla ejercicios						*	*	*								
Creación primer módulo de evaluación								*	*	*						
Creación segundo módulo de evaluación										*	*	*				
Creación tercero módulo de evaluación												*	*	*		
Creación cuarto módulo de evaluación														*	*	
Creación quinto módulo de evaluación															*	*
Mejoras y pruebas campo	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Con esto en mente se dio inicio al desarrollo de la propuesta en el periodo intersemestral que comprendió desde junio 1 del 2016 hasta julio 26 del mismo año, en este periodo, debido a la disponibilidad del tiempo al ser PGR1 la única asignatura al verse en ese periodo, se acordó realizar el Módulo de Aplicación, siempre en busca de cumplir la filosofía del proyecto: “Matemáticas en el mundo real”, adicionalmente se realizaron 2 modelados que posteriormente serían parte del Módulo de Conceptos.

En el siguiente semestre, en fin de completar el desarrollo de todo el proyecto, ingresa un nuevo estudiante, el cual interesado por el desarrollo y lenguajes utilizados aplica al desarrollo de otros dos módulos, el estudiante Deivan Anderson Oliva Zambrano, desarrollara un los módulos de juegos y evaluación.

Con la finalización de los módulos respectivos por parte de Oscar Alejandro Beltrán Duarte, la continuidad del proyecto y su culminación pasan a ser responsabilidad de Deivan Anderson Oliva Zambrano, ya que su trabajo no solo se verá reflejado en el proyecto si no en la complementación de los pertinentes documentos.

MÓDULO DE APLICACIÓN - 2016-I

Conformada por tres interacciones que buscaron representar en mayor o menor medida cómo se podía ver reflejada la matemática en el mundo real, dichas interacciones fueron:

Águila Pescadora

Basado en el comportamiento sinusoidal que tiene el vuelo del *Pandion haliaetus*, también conocido como águila pescadora o gavilán pescador, a la hora de planear sobre el río en busca de su presa, esta interacción consiste en basarse en la ecuación que rige la trayectoria de vuelo del águila, la cual varía entre $\text{Cos}(x)$ y $\text{Cos}(5x)$, y calcular un punto cualquiera por el cual pase esta trayectoria y mover al pez a dicho punto.

Figura 1. Interacción *Águila Pescadora*

Ubica los peces para que el águila pueda atraparlos, su trayectoria de vuelo está dada por la función:

$$\text{Cos}[5x]$$

Sólo puedes mover 5 pez/peces.
Atrapaste

■ ■ ■ ■ ■

Coordenadas pez 1: $\frac{\pi}{5}$ -1.5	Coordenadas pez 2: $\frac{3\pi}{5}$ -1.5	Coordenadas pez 3: π -1.5	Coordenadas pez 4: $\frac{7\pi}{5}$ -1.5	Coordenadas pez 5: $\frac{9\pi}{5}$ -1.5
--	---	----------------------------------	---	---

Mover:

Tamaño:

Color gráfica:

Color Ejes:

Vista Matemática

Ver Cuadrícula

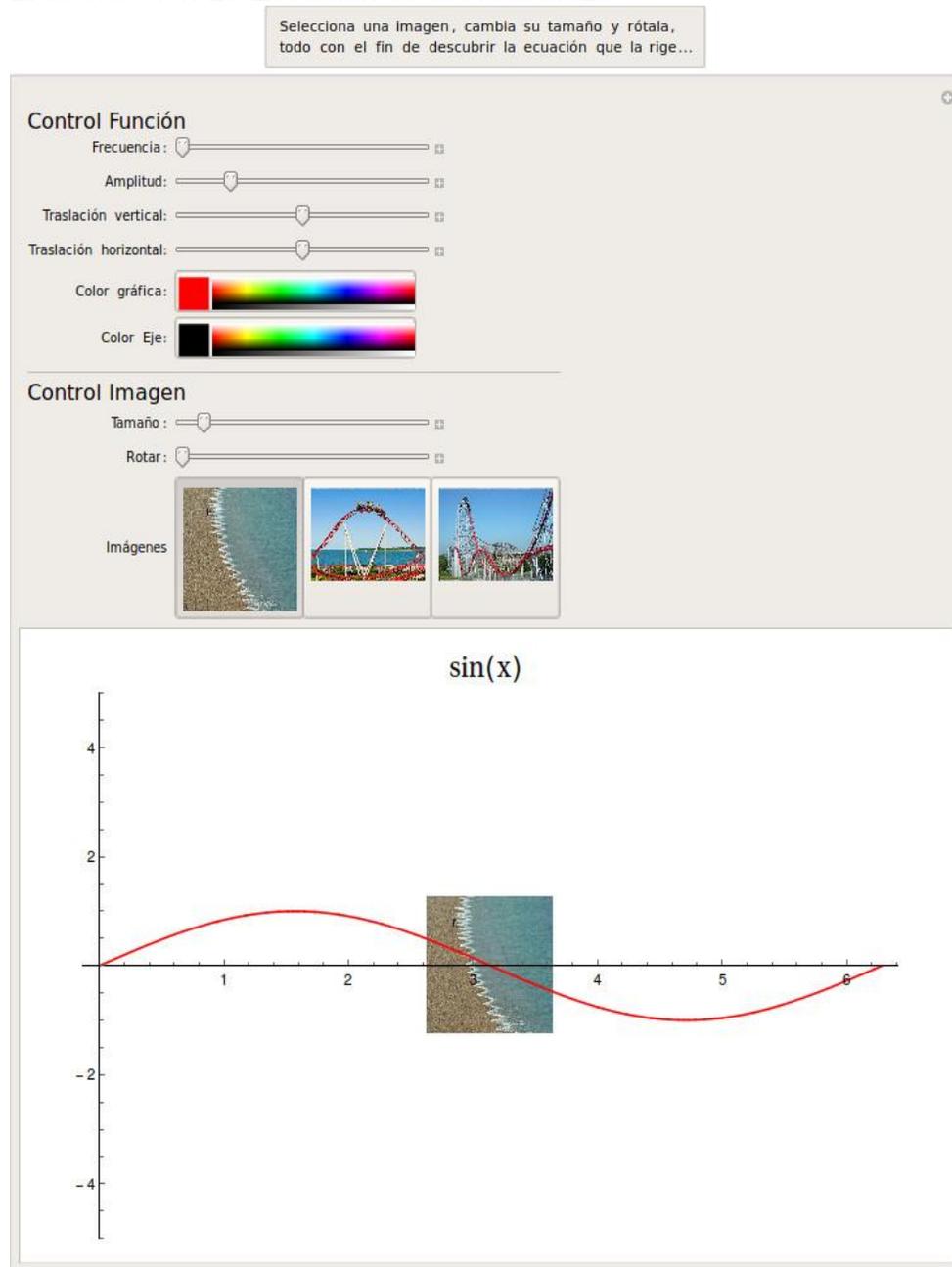
Mundo Real

Ver Trayectoria

La Ecuación de la Naturaleza

Esta interacción permite manipular una gráfica *Seno* y sobreponerla a una imagen con comportamiento sinusoidal, cuyo tamaño y posición son modificables, con el fin de determinar la ecuación que la rige. También da la posibilidad al estudiante de discernir entre frecuencia, amplitud, y las traslaciones verticales y horizontales.

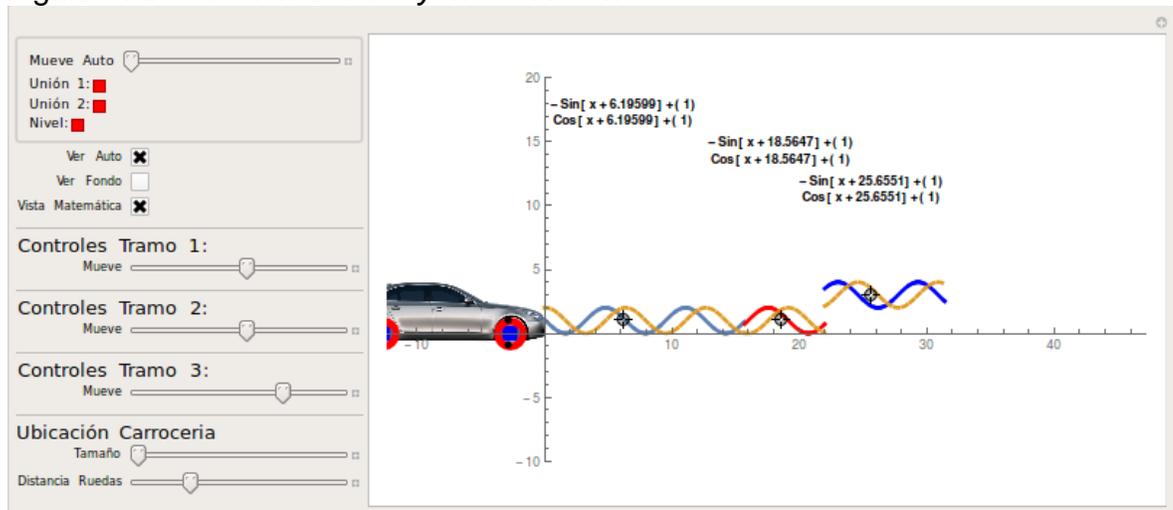
Figura 2. Interacción *La Ecuación de la Naturaleza*



Construyendo el Puente

Permite manipular 3 ecuaciones *Seno* y 3 *Coseno* con el fin de que el estudiante, gráficamente, las junte y pueda determinar la igualdad entre sus ecuaciones, una vez hecho esto, el estudiante podrá mover el vehículo y verá cómo las ruedas del mismo están sincronizadas siguiendo estas ecuaciones.

Figura 3. Interacción *Construyendo el Puente*



MÓDULO DE CONCEPTOS - 2016-I

Conformado por cuatro modelados en total, dos en *3D* y dos en *2D*, estos modelados se realizaron con el fin de representar aplicaciones de la trigonometría que se realizaron en el mundo antiguo.

Altura de la Pirámide

Se realizaron dos modelos, el primero es una gráfica *3D* que representa el escenario planteado por Tales de Mileto para calcular la altura de la pirámide, el segundo es una interacción en *2D* que permite comprobar el ley que dicta que dos triángulos son semejantes entre sí, si y sólo si están en posición de Tales, es decir con sus lados paralelos y encajados en un vértice común.

Figura 4. Interacción Altura de la Pirámide 3D

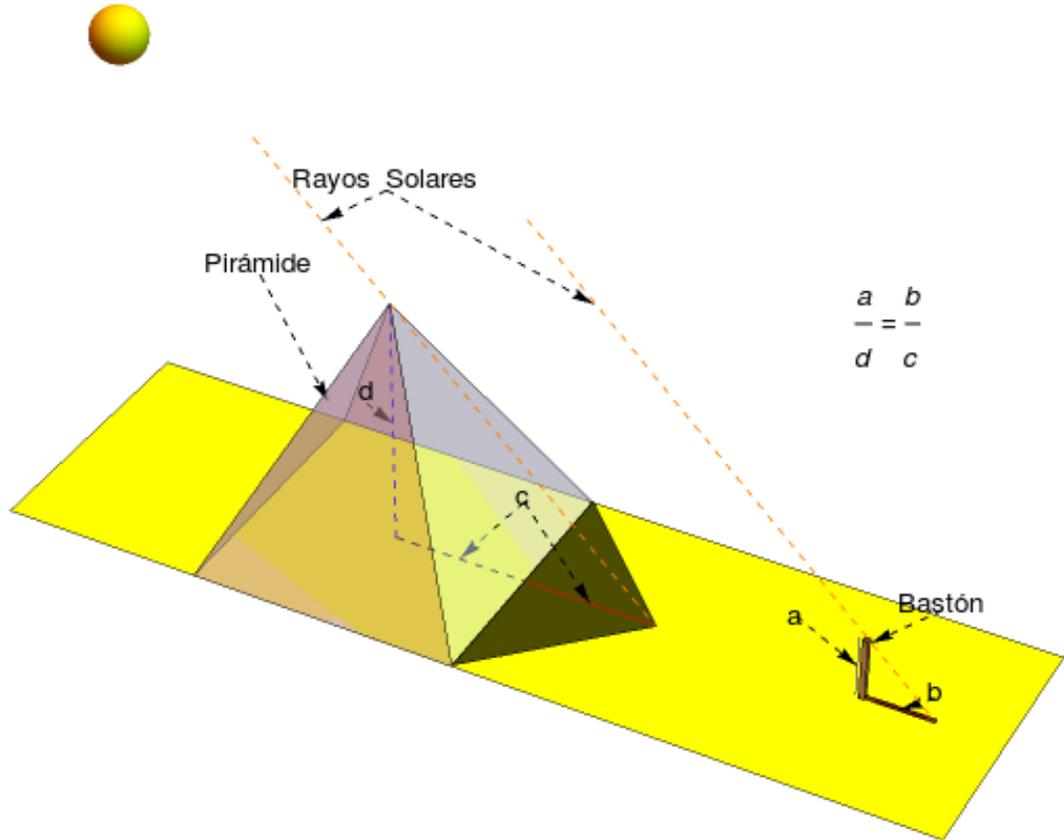
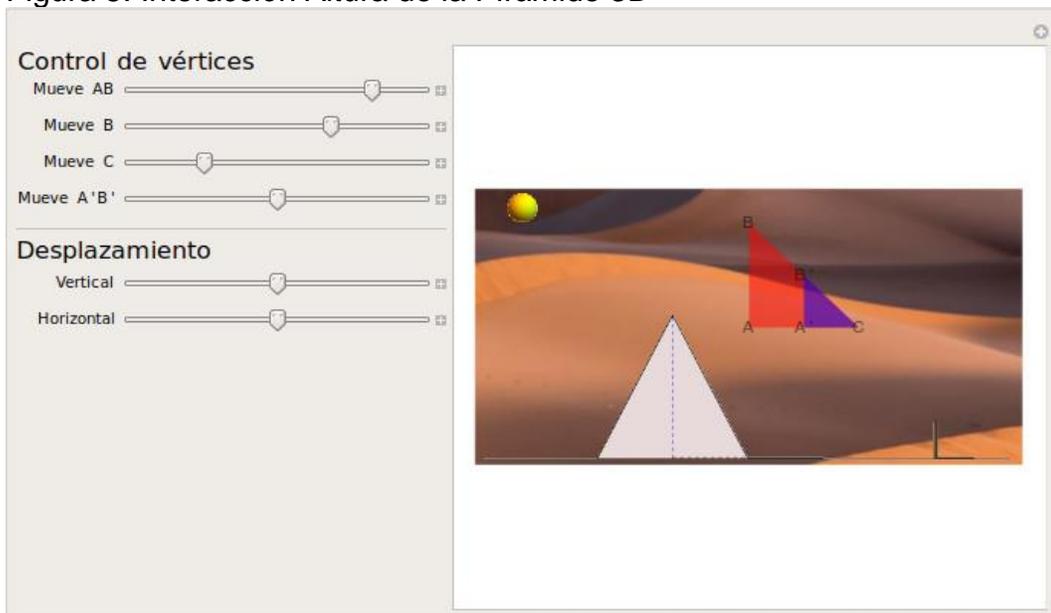


Figura 5. Interacción Altura de la Pirámide 3D



Circunferencia de la Tierra

Al igual que antes se realizaron dos modelos, uno 3D donde se representa el escenario planteado por Eratóstenes al calcular el diámetro de la tierra y el segundo es una interacción donde se podrá manipular un triángulo, cuyos ángulos se muestran en el panel superior, con el fin de comprobar que el ángulo de 7° descrito previamente sí está presente en el modelo.

Figura 6. Interacción Circunferencia de la Tierra 3D

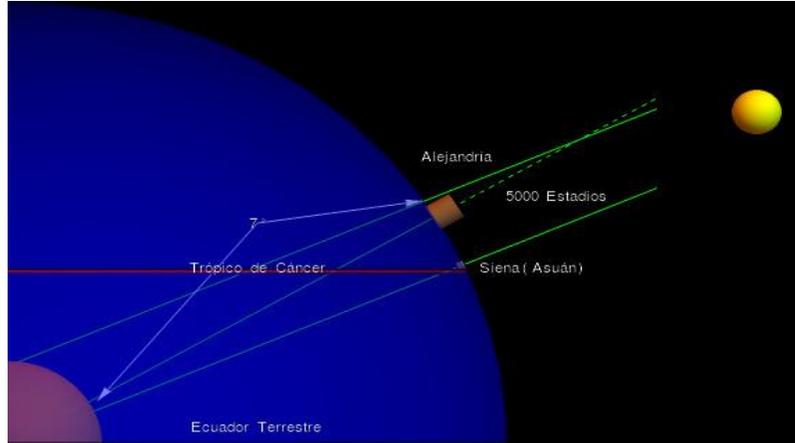
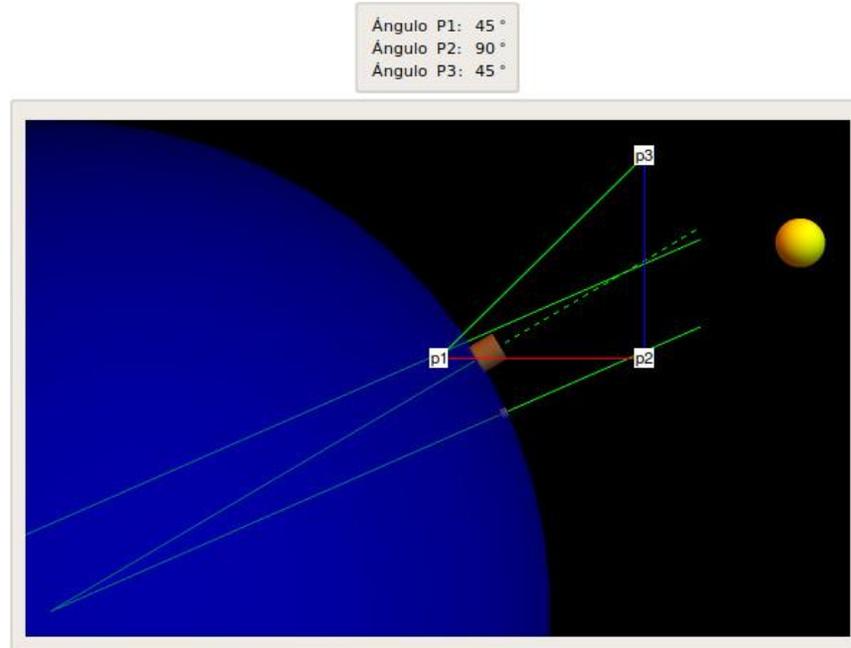


Figura 7. Interacción *Circunferencia de la Tierra 2D*



MÓDULO DE CONCEPTOS - 2016-2

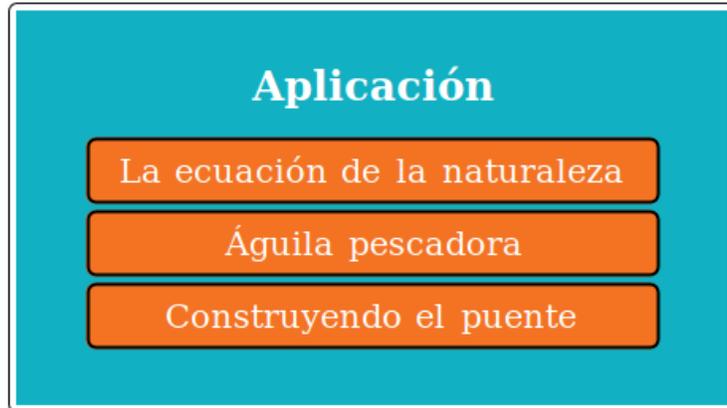
Al finalizar el periodo intersemestral se hizo una pausa para luego reanudar el proyecto en el periodo 2016-2, que comprendió el periodo entre el 8 de agosto de 2016 y el 12 de diciembre del mismo año, en este espacio de tiempo se realizó el trabajo correspondiente a PGR2, adicionalmente se une un nuevo miembro al proyecto, Deivan Anderson Oliva Zambrano, a quien se le encargó la realización del Módulo de Juegos para su PGR1, este *módulo* si bien no será tratado en este documento ni en los manuales adjuntos hará parte de la entrega del producto final en su versión 2016-2.

El trabajo de este periodo inició con una reforma en la estructura del proyecto, producto de algunos comentarios que se recibieron en la Vitrina Académica del periodo intersemestral, dicha reforma consistió en separar los *módulos* en *cuadernos* independientes, adicionalmente se realizó un sistema de navegación, desde una pantalla de bienvenida, figura 8, y una serie de menús para cada módulo, todos debidamente interconectados, figuras 9 y 10, a excepción del Módulo de Evaluación cuyo desarrollo no ha iniciado al momento de culminar este documento, figura 11.

Figura 8. Pantalla de Bienvenida



Figura 9. Menú de Aplicaciones



← Volver a menú

Figura 10. Menú de Juegos



← Volver a menú

Figura 11. Mensaje de Módulo en Construcción



Una vez establecido este esquema, se procedió a realizar el Módulo de Conceptos, para ello se seleccionaron cinco temas que se consideraron esenciales para el aprendizaje de la trigonometría, estos fueron:

- Una introducción a la trigonometría donde se menciona su origen, algunas aplicaciones donde se introdujo la interacción *Circunferencia de la Tierra*, esta vez con soporte teórico adicional, además se presentan los tipos de triángulo según sus lados y sus ángulos y se finaliza con una pequeña explicación de los radianes, figuras 13 y 14.
- Razones trigonométricas, donde se habla de este tema y se introduce las 6 funciones principales, *Seno*, *Coseno*, *Tangente*, *Cosecante*, *Secante* y *Cotangente*, figura 15.
- Identidades trigonométricas, donde se muestran las relaciones básicas, también se menciona el ángulo suma y el ángulo doble, figura 16 y 17.
- Semejanza de triángulos, donde se explica qué es la semejanza, se habla sobre el teorema de Tales y se adicionan las aplicaciones de esto en el mundo real, en este caso, al igual que en el primer tema, se ocupó la interacción *Altura de la Pirámide* con un poco de soporte teórico extra, figuras 18, 19 y 20.
- Se finaliza hablando de la circunferencia unitaria y se realiza una interacción para que los estudiantes interactúen con esta y vean su relación con las razones trigonométricas, figura 21.

Estos temas están debidamente organizados mediante un índice que permite la navegación con los demás módulos, figura 12.

Figura 12. Índice Conceptos

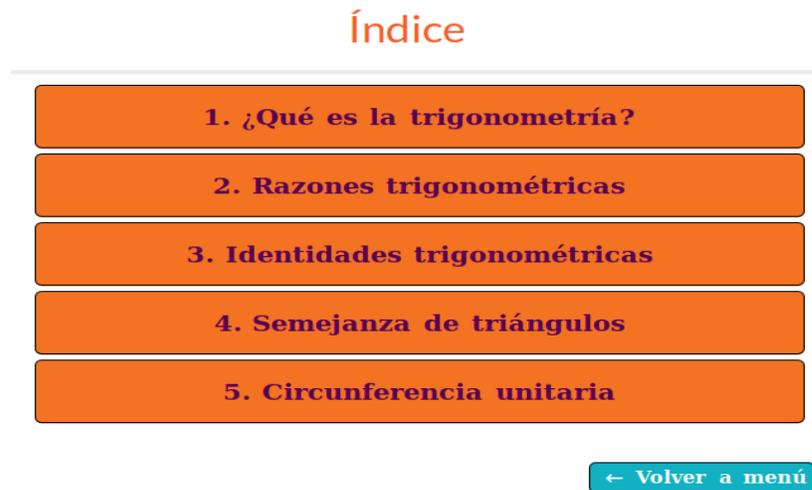


Figura 13. Denominación de triángulos según sus lados



Figura 14. Denominación de triángulos según sus ángulos

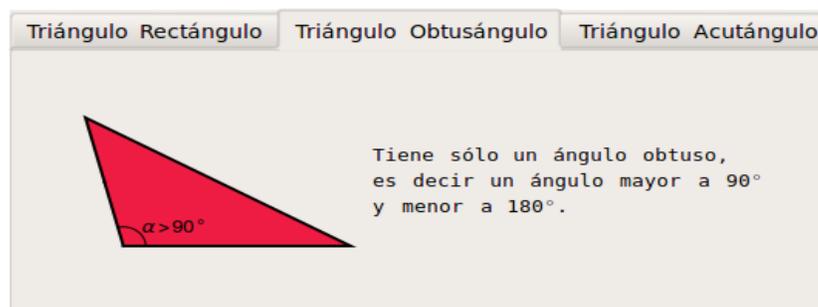


Figura 15. Razones función *Seno*

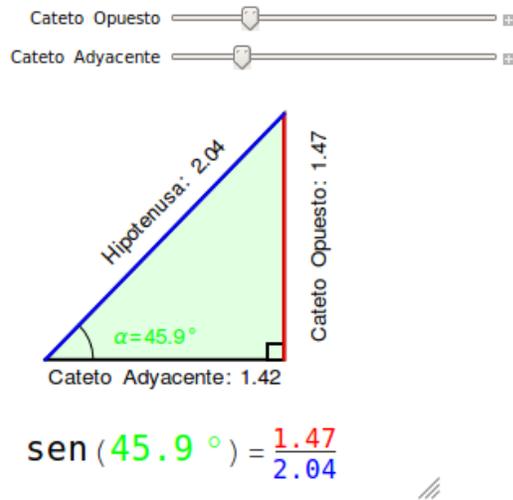


Figura 16. Interacción *Relaciones Básicas*

Relación pitagórica Identidad de la razón

$$\text{sen}^2(\theta) + \text{cos}^2(\theta) = 1$$

Figura 17. Interacción *Identidades Trigonómicas*

Seno	Identidades					
Coseno	Seno	Coseno	Tangente	Cosecante	Secante	Cotangente
Tangente	$\frac{\text{sec}(\theta)}{\sqrt{\text{sec}^2(\theta) - 1}}$					
Cosecante						
Secante						
Cotangente						

Figura 18. Triángulos semejantes

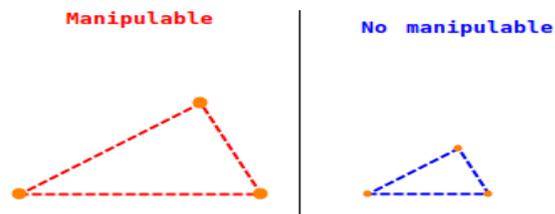


Figura 19. Teorema de Tales

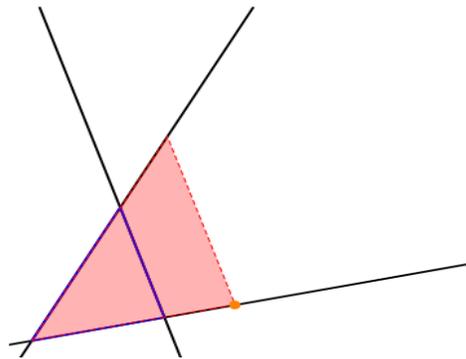


Figura 20. Interacción *Altura de la Pirámide 2D* versión 2016-2

Longitud AB: 1.3
Longitud DE: 0.34
Longitud AC: 3.2
Longitud DC: 0.85

Ingrese los valores

Valores Modelo	Valores Reales
Long. DE: <input type="text" value="0.34"/>	Long. DE: <input type="text" value="0.5"/>
Long. AC: <input type="text" value="3.2"/>	Long. AC: <input type="text" value="1"/>
Long. DC: <input type="text" value="0.85"/>	Long. DC: <input type="text" value="0.5"/>

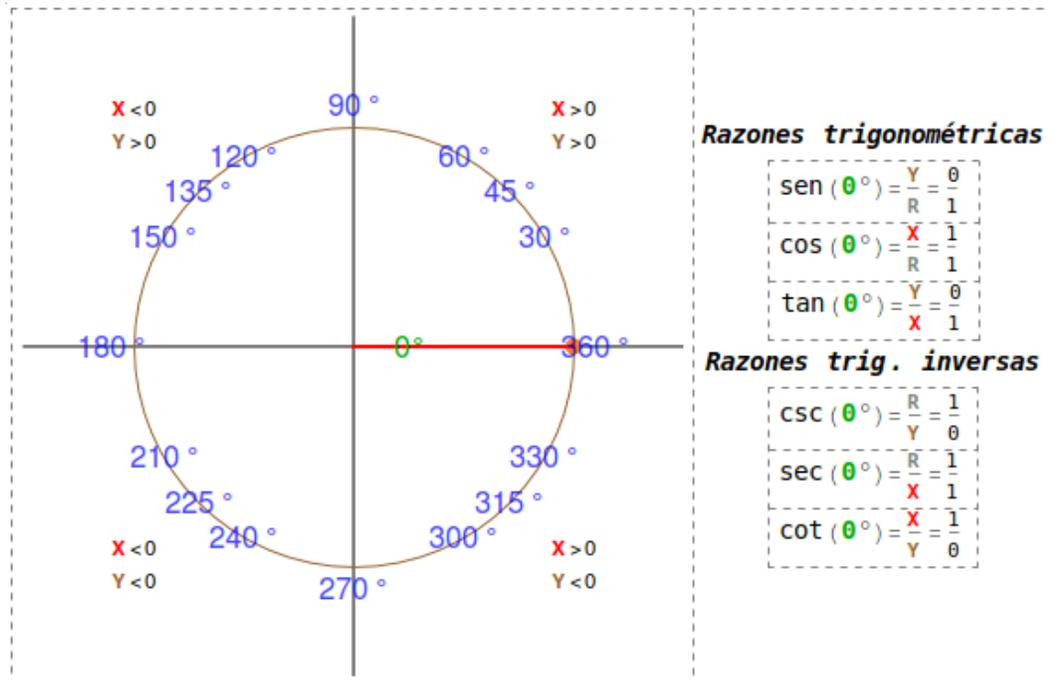
Resultado Modelo

$$0.34 * \frac{3.2}{0.85} = 1.3$$

Resultado Real

$$0.5 * \frac{1}{0.5} = 1.$$

Figura 21. Circunferencia unitaria



MÓDULO DE JUEGOS - 2016-2

Otro de los módulos desarrollados fue el de juegos, el cual se encuentra enfocado en el desarrollo de los temas vistos en conceptos, para ello se desarrollan cinco ejemplares, estas cuentas con características como:

- Medición de tiempo: Siempre es importante poder medir el tiempo dentro de una actividad como medio de autoevaluación y evaluación del conocimiento de los usuarios que lo están desarrollando.
- Vidas: son el elemento caracterizador de las oportunidades que tiene el usuario en fin de desarrollar un ejercicio, para ello se eligieron tres vidas como máximo y cero para perder una partida.
- Modalidad: se cuenta con una modalidad fácil y otra difícil, en ello se motiva el trabajo en comprender un tema y poder desarrollar retos más complejos.
- Graficas: Se cuenta con graficas de ayuda, con el fin de desarrollar mejor el conocimiento, relacionándolo con otros temas.

Para ello se muestra a continuación los juegos desarrollados y de los cuales se encuentran en el siguiente menú.

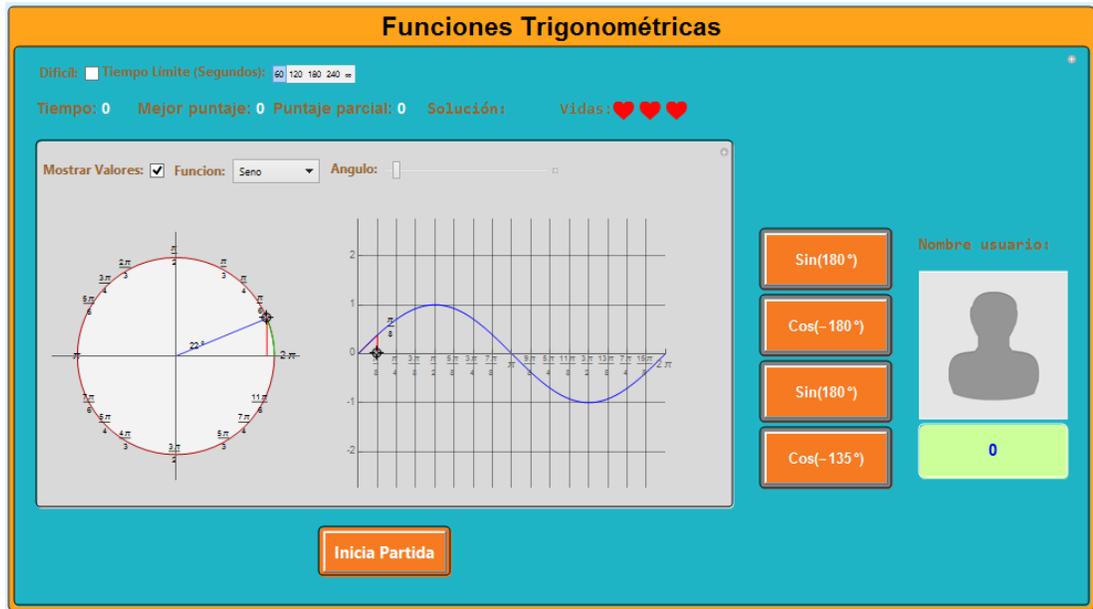
Figura 22. Menú juegos



Uno de los primeros juegos es el de funciones trigonométricas, con este juego se desarrolla una mejor explicación entre la relación de las funciones trigonométricas y el círculo unitario, para ello podemos ver la trayectoria de las funciones trigonométricas en relación a un punto que se encuentra en el círculo unitario, el usuario tiene la opción de poder realizar la actividad en función de grados o radianes, la metodología de este juego está en poder descubrir cuál es la gráfica correcta en función de cuatro opciones de única elección, para ello hay que identificar el tipo de función trigonométrica y el valor en grados o radianes, ante ello acertar a la respuesta correcta se ganarán cien puntos, de no acertar se perderá una vida.

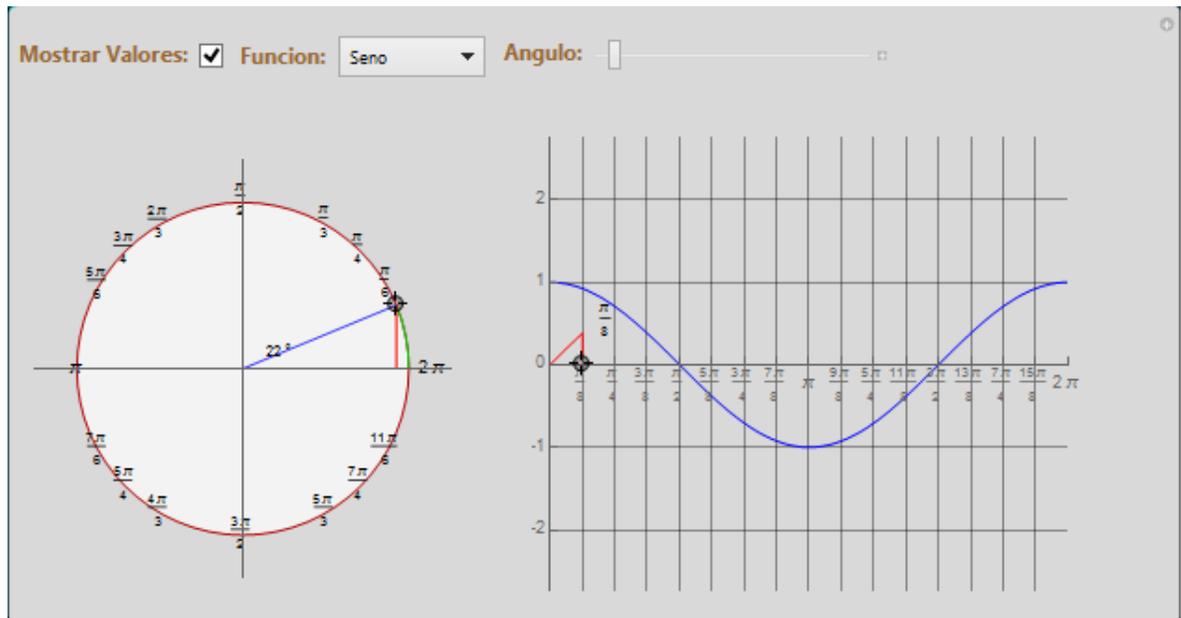
Esto lo podemos observar en las siguientes imágenes del juego en acción.

Figura 23. Juego funciones trigonométricas inicio



Dentro del juego de funciones trigonométricas, destacaremos un apartado gráfico con el cual se integra la representación de un círculo unitario junto con un generador de graficas en relación a las funciones seleccionadas como se observa a continuación.

Figura 24. Juego funciones trigonométricas elementos gráficos



Adicionalmente para generar una mayor interacción, encontramos la estructura de preguntas, esta se encuentra constituida por una serie de preguntas aleatorias sobre la representación gráfica anteriormente mostrada, con ello el usuario tiene la capacidad de interactuar con los elementos gráficos en fin de acertar y comprender la pregunta, esta sigue la siguiente estructura gráfica.

Figura 25. Juego funciones trigonométricas elementos preguntas



Con el fin de llevar puntuación sobre la misma partida, se cuenta con un menú, en el cual encontraremos dificultad e información como el tiempo transcurrido, como se observa a continuación:

Figura 26. Juego funciones trigonométricas elementos menú



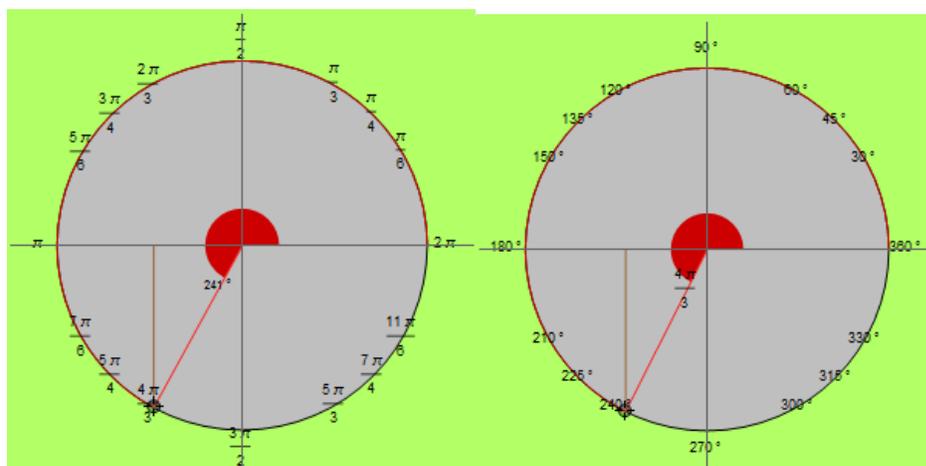
Otro de los juegos es el de Radianes y Grados, en este tipo de juego, se desarrolla la comprensión sobre grados y pasar estos a radianes, pero no solo con el uso de una fórmula, si no con el desarrollo de un pensamiento más analítico sobre en relación al uso de un círculo unitario con radio 1, y la generación de sus valor en grados y pasarlos a radianes, con la opción de viceversa, esto lo observamos a continuación.

Figura 27. Juego Grados y radianes



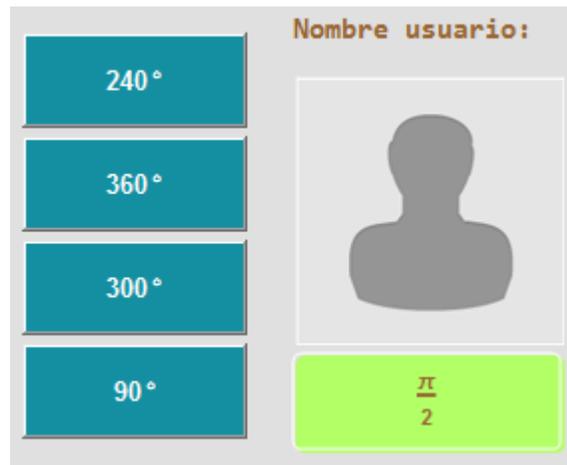
Para este juego se desarrolla una misma metodología vista en todos los juegos, para ello se crea una parte gráfica, la cual estará como ayuda para la experimentación y poder desarrollar los ejercicios pertinentes, la parte gráfica la podemos modificar en relación a grados o radianes como se observa a continuación.

Figura 28. Juego Grados y radianes grafica



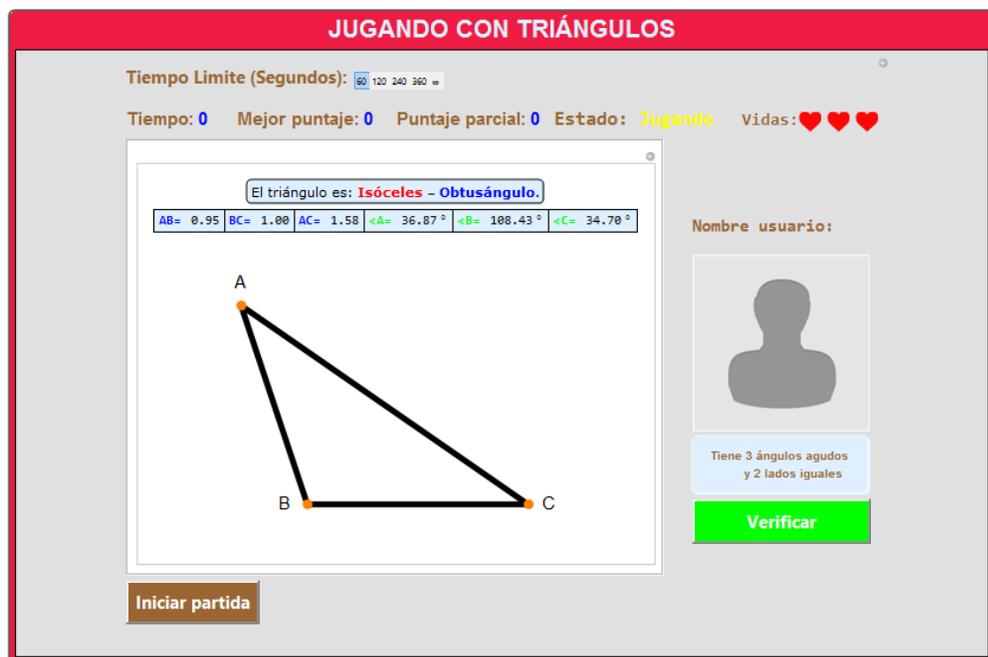
Los elementos de preguntas, se desarrollan en relación a generar una transformación de grados a radianes o viceversa, en fin de encontrar relación con el valor solicitado.

Figura 29. Juego Grados y radianes elementos preguntas.



Otro de los juegos es el de Triángulos, en este tipo de juego se desarrolla la comprensión de la estructura de los triángulos, en relación a sus ángulos internos y las longitudes de sus lados, un elemento fundamental pese a la poca interacción que se puede desarrollar con medios tradicionales.

Figura 30. Juego Triángulos



Este juego en particular ofrece la capacidad de ir modificando un triángulo, observando como a medida que sus valores cambian, este informa sobre el tipo de triángulo que es.

Figura 31. Juego Triángulos estructura grafica

El triángulo es: Isóceles - Rectángulo.					
AB= 1.02	BC= 1.00	AC= 0.20	<A= 78.69 °	<B= 11.31 °	<C= 90.00 °



Otro de los juegos desarrollados es el de identidades trigonométricas, en este tipo de juego se desarrolla una serie de preguntas en relación a encontrar su identidad, para ello se cuenta con la ayuda de un componente grafico que permite realizar la combinación entre identidades conocidas, apoyando la interacción con el usuario.

Figura 32. Juego Identidades trigonométricas

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

Difícil Tiempo Limite (Segundos): 120 180 240 ms

Tiempo: 0 Mejor puntaje: 0 Puntaje parcial: 0 Vidas: ♥♥♥ Solución:

Seno
Coseno
Tangente
Cosecante
Secante
Cotangente
Angulos Dobles

Identidades Seno

Seno	Coseno	Tangente	Cosecante	Secante	Cotangente
------	--------	----------	-----------	---------	------------

$\text{sen}(\theta)$

Nombre usuario:

$\sqrt{1 - \sin^2(x)}$

$\cos(2x)$

$\sqrt{2 - \cos^2(x)}$

$\frac{1}{8} \sin^3(2x)$

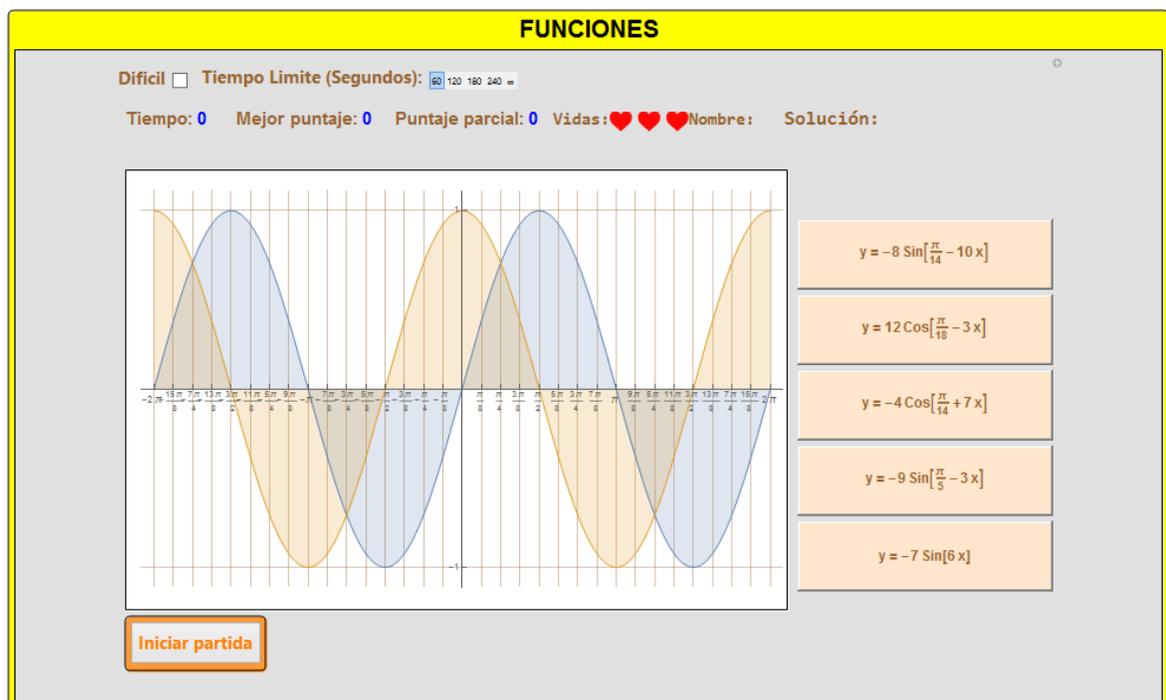
$\frac{1}{8} \sin^3(3x)$

$\sqrt{\cos^2(x)}$

Iniciar partida

Otro de los juegos es el de funciones, para este tipo de juego se desarrolla la comprensión de la gráfica de dicha función, en fin de apoyar el análisis de estas en relación a su amplitud, desplazamiento, recorrido, para ello se grafican varias funciones en fin de encontrar la acertada.

Figura 33. Juego Identidades trigonométricas

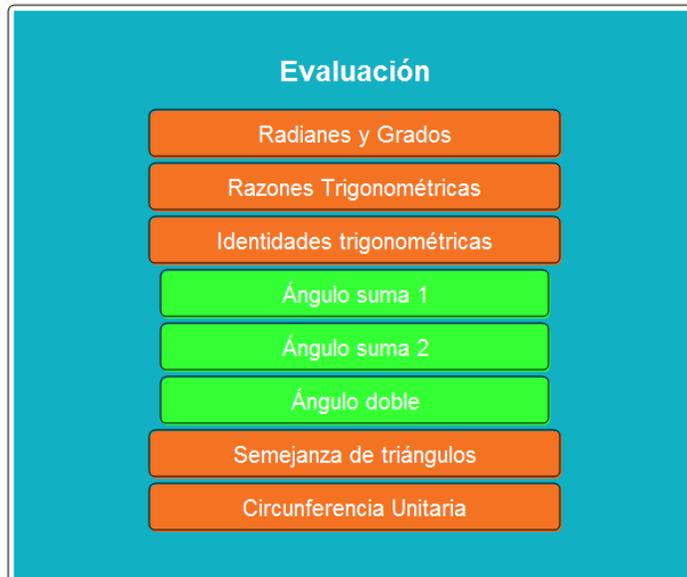


MÓDULO DE EVALUACIÓN - 2017-1

El módulo de evaluación, es desarrollado con el objetivo evaluar el conocimiento adquirido en el desarrollo he interacción de los módulos ya trabajos, este módulo se encuentra dirigido a los tutores, ofreciendo la capacidad de generar ejercicios más fácilmente, estos tienen la opción de crearse aleatoriamente, con pre configuraciones establecidas y modificables.

Se cuenta con una evaluación en relación a los módulos vistos en conceptos, esta este caso son cinco, vistos en el siguiente menú.

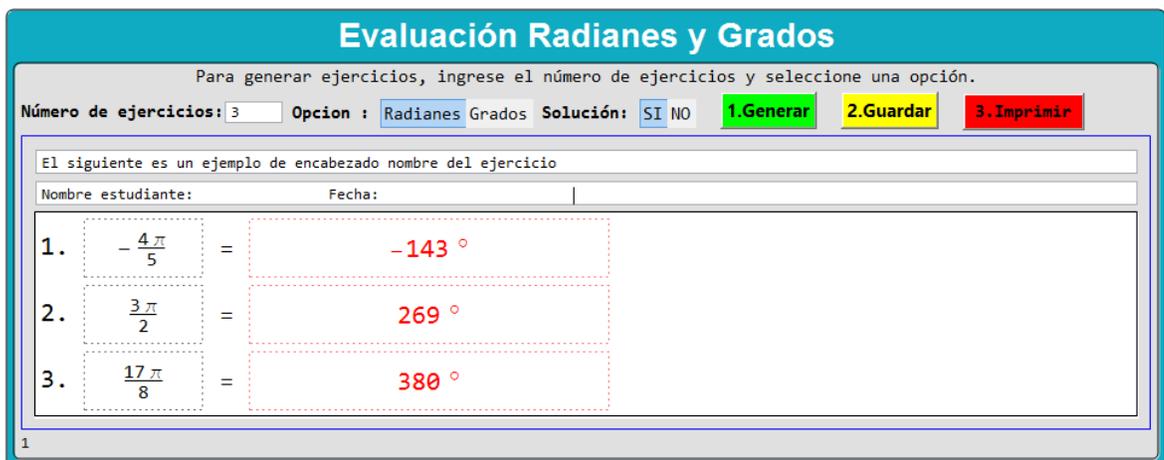
Figura 34. Menú modulo evaluación



La comprensión de estos elementos dentro del módulo de evaluación, apoyara el desarrollo de ejercicios que pueden ser impresos por la misma aplicación, para su evaluación.

El primer elemento de evaluación es el de Radianes y Grados, tenemos la opción de crear un número limitado de ejercicios autogenerados con la opción de guardarlos e imprimirlos, como lo veremos a continuación.

Figura 34. Evaluación Radianes y Grados



En este elemento de evaluación podemos observar cómo podemos crear un número ilimitado de ejercicios sin repetición, además de tener la opción de intercambiar

entre grados y radianes, para la verificación de la solución existe ver solución, en el proceso de imprimir, es necesario oprimir lo botones de Generar, Guardar e Imprimir, del cual obtendremos un archivo **.pdf** para su impresión, en los campo de comentarios podemos agregar elementos para la descripción de los ejercicios.

Figura 35. Evaluación Radianes y Grados pdf

El siguiente es un ejemplo de encabezado nombre del ejercicio	
Nombre estudiante:	Fecha:
1.	$-\frac{4\pi}{5} = -143^\circ$
2.	$\frac{3\pi}{2} = 269^\circ$
3.	$\frac{17\pi}{8} = 380^\circ$

Otro de los elementos de evaluación es el de Razones trigonométricas, con este tipo de evaluación se desarrolla el análisis de las razones trigonométricas, esto puede ser logrado gracias a la implementación de un apartado gráfico, que en este elemento es el apoyo para poder completar cada uno de los ejercicios, adicionalmente para avanzar en cada ejercicio es necesario elegir cuales punto desarrollar primero.

Figura 36. Evaluación Razones Trigonómicas

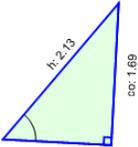
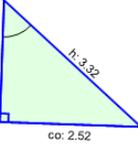
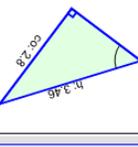
Evaluación Razones Trigonómicas

Para generar ejercicios, ingrese el número de ejercicios y seleccione una opción.

ejercicios: Opcion : Solución:

Nombre:

Agregue un comentario

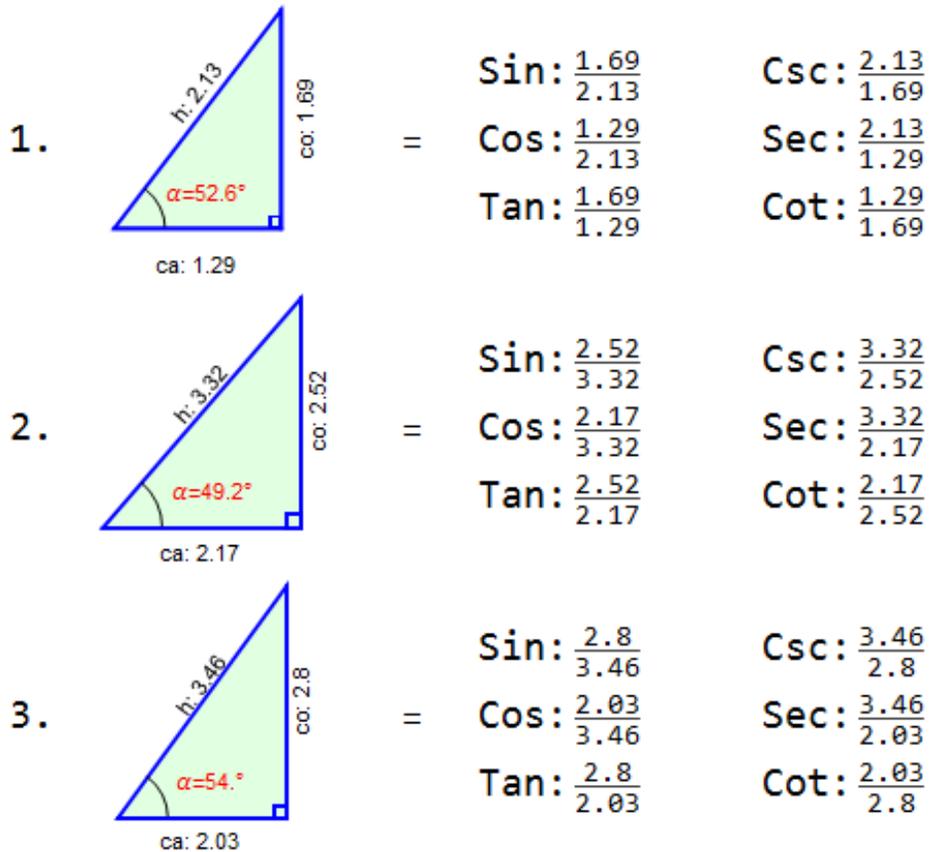
1.		=	Sin: <input type="text"/> Cos: <input type="text"/> Tan: <input type="text"/>	=	Csc: <input type="text"/> Sec: <input type="text"/> Cot: <input type="text"/>
2.		=	Sin: <input type="text"/> Cos: <input type="text"/> Tan: <input type="text"/>	=	Csc: <input type="text"/> Sec: <input type="text"/> Cot: <input type="text"/>
3.		=	Sin: <input type="text"/> Cos: <input type="text"/> Tan: <input type="text"/>	=	Csc: <input type="text"/> Sec: <input type="text"/> Cot: <input type="text"/>

1

En este tipo de elemento, con ayuda de un triángulo con información suministrada por el tutor, puedan llenarse los campos a su derecha, esto solo puede ser logrado desarrollando los elementos del mismo triángulo, además de hacer un uso eficiente de las razones trigonométricas.

Si el tutor desea ver los resultados de estas operaciones, con la opción de ver solución, obtendremos todos los ejercicios resueltos, siendo estos la base para próximas calificaciones.

Figura 37. Evaluación Razones Trigonómicas solución



Otro de los elementos de evaluación es el de Identidades trigonométricas, por este medio es posible evaluar identidades básicas, esto en fin de mejorar la comprensión de los otros módulos y ver sus resultados.

Figura 38. Evaluación Identidades Trigonómicas

Evaluación Identidades trigonométricas

Para generar ejercicios, ingrese el número de ejercicios y seleccione una opción.

Número de ejercicios: Solución:

Nombre:

Agregue un comentario

1. $\tan(x + y) = \frac{\tan(x) + \tan(y)}{1 - \tan(x)\tan(y)}$
2. $\sin(x) \cos(x) = \frac{1}{2} \sin[2x]$
3. $\cos(x) \cos(y) = \frac{1}{2} (\cos[x - y] + \cos[x + y])$

1

El siguiente elemento de evaluación es el de Angulo suma, este se encuentra dividido en dos, uno de ellos está enfocado en un concepto teórico, mientras que el otro está en el desarrollo con ejercicios y variación de sus elementos, en relación de poder evaluar la teoría y práctica en relación a este tema, esto lo observamos a continuación.

Figura 39. Evaluación Angulo Suma y Resta 1

Evaluación Ángulo Suma y Resta I

Para generar ejercicios, ingrese el número de ejercicios y seleccione una opción.

Número de ejercicios: Opción: Solución:

Nombre:

Agregue un comentario

1. $\sin(\gamma + \sigma) = \sin(\gamma) \cos(\sigma) + \cos(\gamma) \sin(\sigma)$
2. $\sin(\alpha + \sigma) = \sin(\alpha) \cos(\sigma) + \cos(\alpha) \sin(\sigma)$
3. $\csc(\beta + \xi) = \frac{1}{\sin(\beta) \cos(\xi) + \cos(\beta) \sin(\xi)}$

1

Del mismo módulo pero cambiando su parte teórica observaremos el remplazo de símbolos por valores, esto se desarrolla en otro elemento dentro del módulo de evaluación, descrito a continuación.

Figura 40. Evaluación Angulo Suma y Resta 2

Evaluación Ángulo Suma y Resta II

Para generar ejercicios, ingrese el número de ejercicios y seleccione una opción.

Número de ejercicios: 3 Opción : Suma Resta Solución: SI NO 1.Generar 2.Guardar 3.Imprimir

Nombre:

Agregue un comentario

- $\sin(10^\circ + 25^\circ) = \sin(10^\circ)\cos(25^\circ) + \cos(10^\circ)\sin(25^\circ)$
- $\sin(30^\circ + 5^\circ) = \sin(30^\circ)\cos(5^\circ) + \cos(30^\circ)\sin(5^\circ)$
- $\csc(85^\circ + 90^\circ) = \frac{1}{\sin(85^\circ)\cos(90^\circ) + \cos(85^\circ)\sin(90^\circ)}$

Complementando este tema, se desarrolla un elemento de ángulos dobles, este cual se desarrolla del mismo modo que ángulo suma y resta.

Figura 41. Evaluación Angulo Doble

Evaluación Ángulo Doble

Para generar ejercicios, ingrese el número de ejercicios y seleccione una opción.

Número de ejercicios: 3 Opción : Grados Radianes Solución: SI NO 1.Generar 2.Guardar 3.Imprimir

Nombre:

Agregue un comentario

- $\sin(170^\circ) = 2\sin(85^\circ)\cos(85^\circ)$
- $\sin(150^\circ) = 2\sin(75^\circ)\cos(75^\circ)$
- $\csc(10^\circ) = \frac{1}{2}\csc(5^\circ)\sec(5^\circ)$

Otro de los elementos es el de semejanza de triángulos, del cual con ayuda de dos elementos gráficos se desarrolla la generación de todos los ejercicios resolviéndolos por partes, junto a una gran practica del tema.

Figura 42. Evaluación Semejanza de triángulos

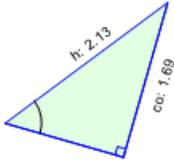
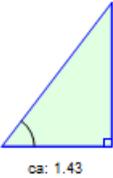
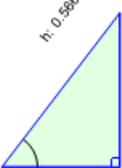
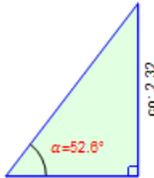
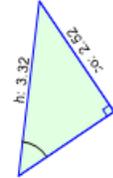
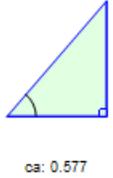
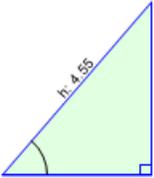
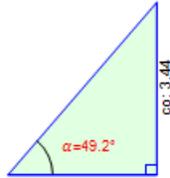
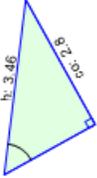
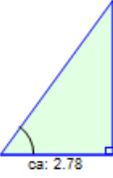
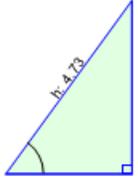
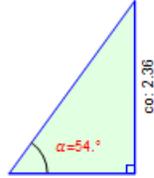
Evaluación Semejanza de Triángulos

Para generar ejercicios, ingrese el número de ejercicios y seleccione una opción.

Número de ejercicios: Opcion : Solución:

Nombre :

Agregue un comentario

1.		=			
2.		=			
3.		=			

1

Como uno de los últimos elementos del módulo de evaluación, se desarrolla la comprensión de funciones trigonométricas en conjunto con la aplicación de identidades trigonométricas en relación a un círculo unitario, del cual se espera se ha realizado una buena comprensión de los temas tratados en el módulo de conceptos.

Este elemento se compone de una estructura gráfica, en representación de un círculo unitario y con información en grados o radianes dependiendo de su posición, y una serie de preguntas en relación a este.

Figura 43 Evaluación círculo unitario.

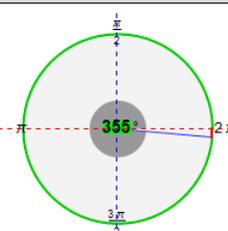
Evaluación Círculo Unitario

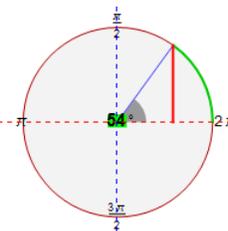
Para generar ejercicios, ingrese el número de ejercicios y seleccione una opción.

Número de ejercicios:
 Opción :
 Solución:

Nombre:

Agregue un comentario

1. 

2. 

Cateto Opuesto: _____
 Cateto Adyacente: _____
 Hipotenusa: 1

Seno : $\frac{\quad}{1}$: _____
 Coseno : $\frac{\quad}{1}$: _____
 Tangente: _____ : _____

Cateto Opuesto: _____
 Cateto Adyacente: _____
 Hipotenusa: 1

Seno : $\frac{\quad}{1}$: _____
 Coseno : $\frac{\quad}{1}$: _____
 Tangente: _____ : _____

1

CLAUSURA

Esta etapa del proyecto alcanzó rápidamente su final, dejando una serie de productos entregables que se consideran en un estado lo suficientemente avanzado para su desarrollo en aulas y poder generar mejoras, adicionalmente su ejecución comprende una interacción tanto con usuarios como estudiantes y profesores, que se encargaran del desarrollo de la evaluación del conocimiento, si se desean realizar modificaciones en fin de comprender más áreas del conocimiento, las cuales serán aceptadas para el desarrollo de este proyecto, contando con una estructura que permite ser escalable en relación al contenido.

Los prototipos entregados carecen de descripciones propias, esto pese a dejarlas abiertas en relación a las necesidades de evaluación que desea hacer el tutor, ya que con ello se pretende hacer más personalizado.

Cabe mencionar que la figura 20 corresponde al nuevo diseño de la interacción *Altura de la Pirámide 2D*, facilitando su manejo, estos cambios se realizaron con el fin de atender otro de los comentarios recibidos que mencionaba que se podría usar esta interacción para que el estudiante ingresara sus propias imágenes e intentara determinar, por ejemplo, la altura de un edificio a partir de su sombra, lastimosamente por limitaciones de tiempo esto junto con otras mejoras al Módulo de Aplicación, no pudieron llevarse a cabo, se espera que la siguiente versión del proyecto las tenga incluidas.

CONCLUSIONES

El uso de la tecnología como herramienta para mejorar la comprensión de temas relacionados con la trigonometría es una opción viable, gracias a la gran interacción que se genera en la comprensión de dichos temas, de los cuales mantienen actualizada con su contraparte escrita, que encontramos en los libros, pero de la que carece en interacción, las herramientas tecnológicas tienen un grado de aceptación por parte de los usuarios, en los que existe amplio uso de herramientas tecnológicas para complementar sus estudios.

Con relación a la herramienta desarrollada, esta puede ser un medio para una mejor comprensión de temas en particular, generar conocimiento a través de la práctica e interacción de elementos con el mundo real, mas no la memorización de contenidos de los que en pocas ocasiones asociamos a mantener, olvidando y perdiendo el conocimiento, al optar por desarrollar este ambiente se comprende que existe una necesidad por parte de usuarios que en este caso son estudiantes de secundaria en conjunto con los estudiantes de primeros semestre en pregrado, en los cuales la comprensión de temas relativamente sencillos, tiende a generar complicaciones en el aprendizaje de estos, los medios tradicionales son una gran herramienta, pero este complemento a ello, manteniendo su estructura más un componente de interacción en tiempo real, desarrollan una mejor comprensión de los mismo.

Con el uso de Wolfram Mathematica como herramienta base para el desarrollo de este proyecto, se permite una fácil incorporación de elementos para la interacción y la experimentación, al ser un lenguaje matemático y manejar varios de los componentes visuales, observados en los módulos desarrollados, y de los cuales su desarrollo en otros lenguajes genera una mayor carga de desarrollo de funciones matemáticas que se encuentran desarrolladas en este lenguaje seleccionado.

Adicionalmente este proyecto es una base de referencia para desarrollos posteriores y se podrá complementar agregando nuevos módulos de aprendizaje que generen una mejor comprensión de las ciencias, esto gracias a su estructura de código, en la cual la ejecución y compilación de código es desarrollado inmediatamente se crean celdas con estructuras propias de su lenguaje, pero de fácil acoplamiento y escalabilidad en relación a código anteriormente desarrollado.

Con la finalidad del desarrollo de este proyecto, se llega a comprender que existen las herramientas y la tecnología para brindar mejores alternativas que complementen las metodologías tradicionales en la comprensión y generación del conocimiento, solo es necesario comprender como agregar más calidad en la comprensión de un tema.

RECOMENDACIONES

Con lo vivenciado en este proyecto, además de las conclusiones se pudo obtener valiosa experiencia en el manejo de *Wolfram Mathematica*, experiencia con la cual se pueden dar esta serie de consejos con toda propiedad, siempre esperando que sean en cierta medida útiles para el lector.

1. Versión del producto

Debido a que *Wolfram Mathematica* es un paquete de *software* que se mantiene en constante actualización es recomendable, si las circunstancias los permiten, tener la última versión de este, debido a que siempre se corrigen errores y puede que se agreguen nuevas funcionalidades o se dé soporte de estas en más plataformas.

2. Variables aisladas

Ya sea por descuido, similitud en su objetivo o por mera carencia de ideas en algunos casos el desarrollador tendrá problemas al asignar nombres a las variables, si se usa el mismo nombre en dos sitios distintos, ya sea dentro del mismo libro o en otro como se ve en la figura 22, el valor de la variable será accesible o modificable y puede que esa no sea la intención, para solventar esto se sugiere el uso de funciones como *Module* para aislarlas y trabajarlas sólo en un sector del código, como se ve en la figura 23.

Figura 22. Variable sin aislar

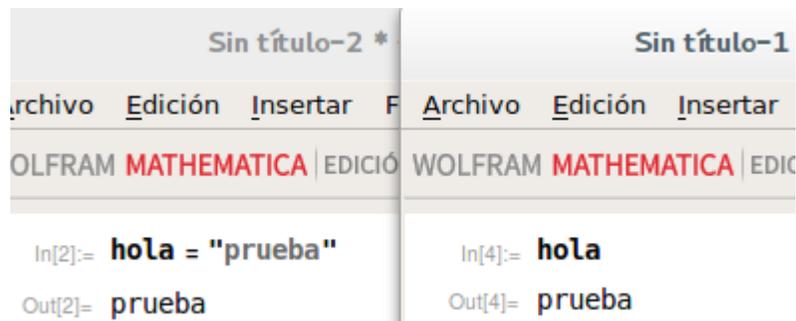
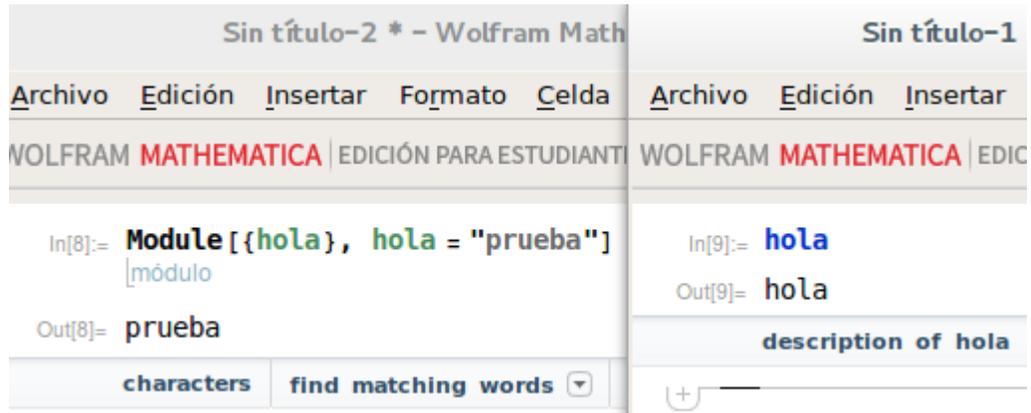


Figura 23. Variable aislada usando *Module*



3. Trabajo modular

Este “trabajo modular” no hace referencia a la recomendación anterior, aunque sí la requiere, aquí la recomendación es no trabajar en un único *cuaderno* cuando se quiere hacer desarrollos de mediana/gran extensión, esto puede ser una gran carga para el programa y además será un lío el ubicarse en el código cuando haya que realizar alguna modificación, prueba o simplemente mostrar un resultado en específico.

4. Salvado constante

A pesar de ser algo de sentido común, cuando un desarrollador está inmerso en su proyecto el tiempo se vuelve en ocasiones irrelevante y después de tanto esfuerzo hay pocas cosas más irritantes que perder el trabajo realizado, por eso es altamente recomendable el guardar periódicamente y cada que se vaya a ejecutar una *celda*, ya que un pequeño error podría generar que el *kernel* o el programa se congele, en el primer caso, si se espera el suficiente tiempo el programa responderá solicitando la interrupción del *kernel*, de ser así se podrá guardar el trabajo realizado, pero si es el segundo caso, no importa cuánto se espere la única opción es eliminar los procesos vinculados al programa manualmente.

BIBLIOGRAFÍA

SWOKOWSKI, Earl y COLE, JEFFERY. Álgebra y trigonometría con geometría analítica. Traducido por Jorge Humberto Romo Muñoz. 12° ed. México D.F.: Cengage Learning, 2009. 902 p.

TRIGONOMETRY, Science Daily. [En línea] [citado el 2 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://www.sciencedaily.com/terms/trigonometry.htm>>

Wolfram Mathematica. [En línea] [citado el 30 de noviembre de 2016]. Disponible en Internet: <https://en.wikipedia.org/wiki/Wolfram_Mathematica>

Programme for International Student Assessment. [En línea] [citado el 1 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <https://en.wikipedia.org/wiki/Programme_for_International_Student_Assessment>

Organisation for Economic Co-operation and Development. [En línea] [citado el 1 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <https://en.wikipedia.org/wiki/Organisation_for_Economic_Co-operation_and_Development>

Pisa 2012 results: which country does best at reading, maths and science? [En línea] [citado el 1 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://www.theguardian.com/news/datablog/2013/dec/03/pisa-results-country-best-reading-maths-science>>

Colombia en PISA 2012 - Principales resultados. 2013. [En línea] [citado el 1 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-336001_archivo_pdf.pdf>

GeoGebra. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://www.geogebra.org/about>>

Scratch. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://scratch.mit.edu/about>>

Mathematica de Wolfram. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://www.wolfram.com/mathematica/?source=nav>>

Universe Sandbox. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<http://universesandbox.com>>

MuseScore. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://musescore.org/>>

Yousician. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<http://www.sagemath.org/>>

SageMath. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://www.wolfram.com/mathematica/?source=nav>>

Dr. Geo. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<http://www.drgeo.eu/>>

Mathematica de Wolfram. [En línea] [citado el 06 de diciembre de 2016]. Disponible en Internet: <<https://www.wolfram.com/mathematica/?source=nav>>

ANEXOS

ANEXO A - Manual de usuario

Documento adjunto a este llamado *Manual Usuario.pdf*.

ANEXO B - Manual de desarrollador

Documento adjunto a este llamado *Manual Desarrollador.pdf*.