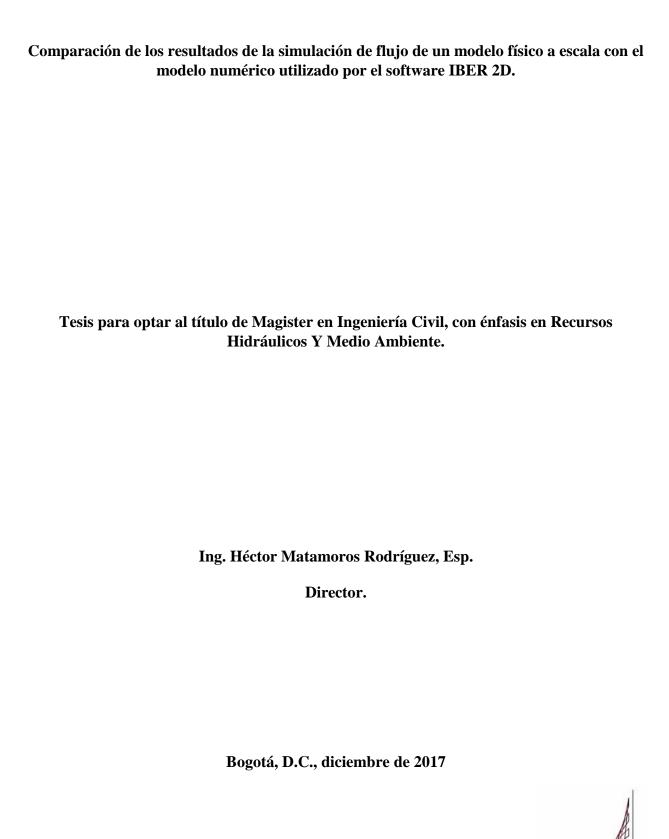
Maestría en Ingeniería Civil	
Comparación de los resultados de la simulación de flujo de un modelo físico a escala con e modelo numérico utilizado por el software IBER 2D.	
Diego Andrés García Mendivelso	

Bogotá, D.C., diciembre de 2017





La tesis de maestría titulada "Comparación de los resultados de la simulación de flujo de un modelo físico a escala con el modelo numérico utilizado por el software IBER 2D", presentada por Diego Andrés García Mendivelso, cumple con los requisitos establecidos para optar al título de Magíster en Ingeniería Civil con énfasis en Recursos Hidráulicos y Medio Ambiente.

Director de la Tesis
Héctor Matamoros Rodríguez
Jurado
Héctor Alfonso Rodríguez Díaz
Jurado
Germán Ricardo Santos Granados

Agradecimientos

A quienes formaron parte del día a día a través del cual fue posible materializar esta meta, creyendo en todo momento que era un peldaño muy importante para alcanzar mis sueños.

Agradezco al Centro de Estudios Hidráulicos de la Escuela Colombiana de Ingeniería, por facilitarme la información resultante de los experimentos llevados a cabo en el laboratorio, los cuales fueron de vital importancia para tener mayor claridad sobre los fenómenos que se desarrollaron a lo largo de la estructura a analizar.

Índice General

Intro	ducci	ón	10
Obje	tivos		12
Meto	odolog	yía	14
1. N	1 arco	conceptual	17
1.1.	C	entral Hidroeléctrica La Naveta	17
1.2.	В	ocatoma de la Central Hidroeléctrica La Naveta	17
1.3.	$\mathbf{A}_{\mathbf{j}}$	plicación de los números adimensionales	17
1.4.	E	cuaciones generales de flujo	20
1.5.	Es	quemas Numéricos	22
1.6.	M	odelos de turbulencia usados por el Software IBER 2D	26
1.0	6.1.	Escalas de turbulencia en aguas someras	27
1.0	6.2.	Viscosidad Turbulenta Constante	28
1.0	6.3.	Perfil parabólico de la viscosidad turbulenta	29
1.0	6.4.	Modelo de Longitud de Mezcla	30
1.0	6.5.	Modelo k-ε de Rastogi y Rodi	31
1.7.	El	Software IBER 2D	33
2. E	l mod	elo físico de la bocatoma de la central hidroeléctrica La Naveta	34
2.1.	A	nálisis de resultados en el prototipo	34
2.2.	A	nálisis Dimensional Del Modelo A Escala	35
2.3.	Co	onstrucción del modelo a Escala	37
2.4.	In	strumentación del Modelo	40
2.5.	M	edición del caudal	40
2.6.	Se	cción de control	41
2.7.	Re	esultados de parámetros físicos en el modelo construido	42
3. E	l mod	elo numérico	47
3.1.	Pr	omedio temporal de las ecuaciones de Navier Stokes: Descomposición de Reynolds	48
3.2.	Pr	omedio en la profundidad o integración vertical:	49
3.3.	E	cuaciones de Saint Venant 2D	50
3.4.	Pr	eproceso	53
3.4	4.1.	Definición de la geometría	53
3.4	4.2.	Condiciones iniciales	53
3.4	4.3.	Condiciones de frontera	54
3.4	4.4.	Mallado	55
2.5	D.	OCASO.	56

3	5.1. Parámetros de Tiempo	56
3	5.2. Parámetros de Cálculo	56
3.6.	Postproceso	58
3.	6.1. Visualización de resultados	58
3.	6.2. Creación de gráficos	58
3.	6.3. Exportar resultados en formato raster	58
3.	6.4. Caudal a través de una línea	59
4. N	Modelación Computacional de Bocatoma PCH La Naveta	59
4.1.	Generalidades	59
4.2.	Geometría Física	60
4.3.	Geometría IBER	62
4.4.	Mallado	64
4.	4.1. Creación de mallados inestables	66
4.	4.2. Optimización de la malla	69
4.5.	Condiciones de Contorno	72
4.6.	Condiciones Iniciales	76
4.7.	Dominio computacional y su discretización	76
4.8.	Módulo Hidrodinámico IBER 2D	78
4.9.	Condiciones de frontera e iniciales	79
4.10	. Calibración del modelo	80
4.11	. Validación	81
4.12	. Aplicación	82
5. R	Resultados y Análisis	82
5.1.	Sensibilidad del modelo a los parámetros físicos y numéricos	83
5.2.	Resultados de la calibración del modelo hidrodinámico	84
5.3.	Análisis de Resultados de Velocidad	85
5.4.	Modificación de la Sección de Control aguas abajo	95
5.	4.1. Profundidades de lámina de agua inferiores	96
5.4	4.2. Profundidades de lámina de agua superiores	99
6. A	Análisis de los parámetros de Turbulencia	102
7. C	Conclusiones y Recomendaciones	106
8. B	Bibliografía	112

Ecuación 2. Número de Reynolds	18
Ecuación 3. Número de Froude	
Ecuación 4. Número de Weber	19
Ecuación 5. Coeficiente de arrastre	
Ecuación 6. Velocidades en 2D	
Ecuación 7. Ecuaciones de St. Venant para flujo bidimensional	21
Ecuación 8. Ecuación de conservación de la masa en una dimensión. Fuente: Cengel, Y. Mecánic	a de
fluidos.	23
Ecuación 9. Ecuación de conservación de la masa en una dimensión en Δx	23
Ecuación 10. Ecuación del perfil parabólico de la viscosidad turbulenta. Fuente: CEDEX, 2010	30
Ecuación 11. Ecuación del modelo de longitud de mezcla. Fuente: CEDEX, 2010	
Ecuación 12. Modelo k-ε de Rastogi y Rodi	31
Ecuación 13. Relación caudal modelo - prototipo	
Ecuación 14. Relación Carga Hidráulica modelo - prototipo	37
Ecuación 15. Relación velocidad modelo – prototipo	
Ecuación 16. Promedio temporal de las ecuaciones de Navier Stokes: Descomposición de Reynolds	
Ecuación 17. Promedio en la profundidad o integración vertical	49
Ecuación 18. Ecuaciones de Saint Venant 2D	

Lista de Tablas

Tabla 1. Viscosidad turbulenta constante dados por (Iberaula, 2016).	28
Tabla 2. Cálculo de las profundidades de flujo en el modelo para la alternativa 1. Fuer	ite: Informe
Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI	44
Tabla 3. Lecturas de profundidades de flujo con los transductores para la alternativa 1. Fue	nte: Informe
Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI	45
Tabla 7. Tipo de régimen del flujo	74
Tabla 5. Comparación lámina de agua medida – Lámina de agua calculada para diferentes m	
Tabla 6. Calibración del modelo hidrodinámico	85
Tabla 7. Comparación de errores en los modelos de turbulencia.	103

Ilustración 1. Escala vertical y horizontal en aguas someras. Fuente: Iberaula	22
Ilustración 2. Diagrama de volumen de control. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 3. Caudales de entrada y salida: Q _{entrada} > Q _{salida} . Fuente: Elaboración propia	24
Ilustración 4. Caudales de entrada y salida: Q _{entrada} < Q _{salida} . Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 5. Almacenamiento de variables de cálculo para un modelo 2D. Fuente: Elabora	ación propia
Ilustración 6. Vista isométrica de modelo de bocatoma construida. Fuente: Informe Modelaci	ión física de
la bocatoma y del canal de aducción. ECI	39
Ilustración 7. Ubicación de flexómetros y transductores de presión en modelo. Fuent Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI	
Ilustración 8. Instrumento de aforo de caudal. Fuente: Informe Modelación física de la bocacanal de aducción. ECI	atoma y del
Ilustración 9. Rejilla como elemento de control del flujo en el modelo. Fuente: Informe	
física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI	
Ilustración 10. Planta del modelo físico de la alternativa seleccionada. Fuente: Informe	
física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI	43
Ilustración 11. Vista isométrica del modelo físico de la alternativa 1. Fuente: Informe Model	
de la bocatoma y del canal de aducción. ECI	43
Ilustración 12. Planta del modelo con localización de los puntos de medición. Fuent	te: Informe
Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI	44
Ilustración 13. Perfil de flujo para 24,90 m3/s. Alternativa 1: Ampliación de la sección tran	nsversal del
canal de aducción. Fuente: Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción	. ECI46
Ilustración 14. Perfil de flujo para 30,91 m3/s. Alternativa 1: Ampliación de la sección tran	
canal de aducción. Fuente: Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción	. ECI 46
Ilustración 15. Nivel del agua a la entrada del canal de aducción Vs. Caudal. Alternativa 1:	_
de la sección transversal del canal de aducción. Fuente: Informe Modelación física de la boc	•
canal de aducción. ECI	
Ilustración 16. Caída de la lámina de agua Vs Caudal. Alternativa 1: Ampliación de	
transversal del canal de aducción. Fuente: Informe Modelación física de la bocatoma y d	
aducción. ECI	
Ilustración 20. Pasos para llegar a las ecuaciones de Saint Venant 2D	
Ilustración 18. Vista isométrica del fondo del modelo. Fuente: Elaboración usando AutoCAD	
Ilustración 19. Modelo tridimensional. Fuente: Elaborado con AutoCAD	
Ilustración 20. Detalle rejilla del modelo. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 21. Importación de archivo .dxf a IBER. Fuente: Elaborado con IBER 2D	
Ilustración 22. Creación de superficies en modelo IBER. Fuente: Elaborado con IBER 2D	
Ilustración 23. Creación de superficies en modelo IBER. Fuente: Elaborado con IBER 2D	
Ilustración 24. Detalle de la Superficie en le Rejilla. Fuente: Elaborado con IBER 2D	
llustración 25. Creación de superficies en modelo IBER. Fuente: Elaborado con IBER	
Ilustración 26. Creación de superficies en modelo IBER. Fuente: Elaborado con IBER	
Ilustración 27. Malla optimizada del modelo. Fuente: Elaborado con IBER 2D	
Ilustración 28. Detalle malla de rejilla. Fuente: Elaborado con IBER 2D	
Ilustración 29. Resumen de malla generada. Fuente: Elaborado con IBER 2D	
Ilustración 30. Condiciones de frontera. Fuente: Elaborado con IBER 2D.	
Ilustración 31. Condiciones de entrada del flujo. Fuente: Elaborado con IBER 2D	
Ilustración 32. Condiciones de salida del flujo. Fuente: Elaborado con IBER 2D	75

Ilustración 33. Características de la malla - elementos cuadriláteros y triangulares. Fu	uente: Elaborado
con IBER 2D	
Ilustración 34. Evolución profundidad de lámina de agua Q=41.56 m ³ /s. Fuente: Elabor	ación propia81
Ilustración 35. Distribución del modelo en zonas. Fuente: Elaborado con IBER 2D	
Ilustración 36. Velocidades Transversales – Sección 13. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 37. Velocidades Transversales – Sección 11. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 38. Velocidades en Zona 2. Fuente: Elaborado con IBER 2D	
Ilustración 39. Velocidades Transversales – Sección 10. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 40. Vectores de velocidad en Zona 2. Fuente: Elaborado con IBER	
Ilustración 41. Velocidades Transversales – Sección 9. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 42. Velocidades Transversales – Sección 8. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 43. Velocidad en Rejilla. Fuente: Elaborado con IBER 2D	
Ilustración 44. Perfil Transversal de Velocidad – Rejilla. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 45. Cortes en Zona 3. Fuente: Elaborado con IBER	
Ilustración 46. Velocidades Transversales – Sección 4. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 47. Velocidades Transversales – Sección 3. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 48. Velocidades Transversales – Sección 1. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 49. Trazado del Perfil longitudinal a lo largo de la estructura. Fuente: Ela	aboración usando
IBER 2D.	
Ilustración 50. Perfiles longitudinales a lo largo de la estructura. Fuente: Elaboración pr	_
Ilustración 51. Representación gráfica número de Froude. Fuente: Elaboración usando l	
Ilustración 52. Valores máximos y mínimos número de Froude. Fuente: Elaboración usa	
Ilustración 53. Zona de aceleración y flujo circulatorio. Fuente: Elaboración usando IBI	
Ilustración 54. Perfiles longitudinales a lo largo de la estructura. Fuente: Elaboración pr	_
Ilustración 55. Representación gráfica número de Froude. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 56. Velocidades transversales sección 13. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 57. Velocidades transversales sector de la rejilla. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 58. Velocidades Transversales – Sección 1. Fuente: Elaboración propia	
Ilustración 59. Resultados Velocidad – Modelo de Turbulencia k-ε. Fuente: Elaborado	
Ilustración 60. Resultados Velocidad – Modelo de Turbulencia Parabólico. Fuente: E	
IBER 2D	
Ilustración 64. Viscosidad Turbulenta – Modelo de Turbulencia k-ɛ. Fuente: Elabora 2D.	
Ilustración 65. Viscosidad Turbulenta – Modelo de Turbulencia k-ε. Fuente: Elabora 2D	ido usando IBER
Ilustración 66. Viscosidad Turbulenta – Modelo de Turbulencia k-ɛ. Fuente: Elaborado	

Introducción

Una bocatoma, o también denominada captación, es una estructura hidráulica destinada a derivar parte del agua disponible desde un curso de agua, desde un lago o incluso desde el mar, con el fin de sacar provecho de su captación y utilizarla para fines de generación de energía, riego, aprovechamiento, entre otros.

Estas estructuras poseen distintas formas para la captación y/o derivación del agua, dentro de las cuales cabe resaltar la captación de toma en dique, la cual se vale de un dique de represamiento construido transversalmente al cauce, en el cual el área de captación se ubica sobre la cresta del vertedero central. Además, se destacan las de toma lateral, la cual se construye en uno de los flancos del curso de agua, de forma tal, que esta ingresa directamente a una caja de captación para su posterior conducción. Finalmente cabe mencionar las bocatomas acopladas a un canal de derivación, las cuales utilizan un conducto para el transporte del fluido hasta el punto requerido.

Producto de la incertidumbre al analizar los detalles de cada uno de los fenómenos hidráulicos que se observan en la central hidroeléctrica La Naveta, a las dificultades asociadas a la capacidad máxima de captación y a la necesidad de puesta en funcionamiento para el caudal máximo de diseño, se ha propuesto analizar hidráulicamente una de las tres alternativas planteadas para lograr derivar por la bocatoma un caudal de 31 m³/s, el cual sea capaz de generar la máxima capacidad de energía para la cual fue diseñada la central.

Por lo anterior, el presente trabajo de grado tiene como objetivo utilizar el software de modelación bidimensional IBER 2D para reproducir la bocatoma de la central hidroeléctrica La Naveta y modelar los distintos escenarios de flujo que se producen ante la ampliación de los muros del canal de aducción, para poder compararlos con los resultados obtenidos del modelo

físico construido en el Laboratorio del centro de estudios hidráulicos de la Escuela Colombiana de Ingeniería y establecer conclusiones y recomendaciones frente a su funcionamiento.

Finalmente, el propósito una vez se encuentre calibrado el modelo hidráulico es representar distintos escenarios los cuales permitan analizar resultados y tomar decisiones frente a situaciones puntuales que físicamente no pueden ser llevadas a cabo.

Objetivos

• Objetivo general

Calibración del modelo numérico construido con la herramienta computacional IBER 2D, de una alternativa de modificación para la estructura de bocatoma de la central hidroeléctrica La Naveta, usando los resultados de un modelo físico a escala, para extrapolarlos en el modelo numérico a escala real de dicha estructura.

• Objetivos específicos

- Construir un modelo numérico en IBER 2D a partir de la generación de un enmallado usando la geometría de la bocatoma, del canal de aducción, vertedero de excesos y del primer tramo del canal de conducción de la central hidroeléctrica la Naveta, a partir del diseño dibujado en AutoCAD de una alternativa de modificación de la estructura.
- Recopilar datos tanto de lámina de agua como de caudal obtenidos mediante la medición física en el prototipo usando instrumentos del montaje del laboratorio.
- Recopilar datos tanto de lámina de agua como de caudal obtenidos mediante las mediciones realizadas en el modelo físico usando la instrumentación del montaje del laboratorio.
- Analizar los resultados obtenidos en el modelo físico.
- Realizar la modelación numérica utilizando el software IBER 2D.
- Analizar los resultados obtenidos con el modelo numérico en pro de identificar fuentes de error que puedan afectar el proceso de calibración.
- Calibrar el modelo numérico del software IBER 2D a partir de la información recolectada en el modelo físico.

•	Comparando los valores de lámina de agua medidos a lo largo del abscisado del canal
	con los calculados a través del modelo numérico que emplea IBER 2D.

Metodología

Teniendo en cuenta que se realizaron tanto modelaciones numéricas como físicas, se ha propuesto dividir los procedimientos en dos fases.

La fase No. 1 consiste en la modelación y análisis de los datos experimentales, los cuales fueron leídos y analizados por el centro de Estudios Hidráulicos de la Escuela Colombiana de Ingeniería y se encuentran recopilados en el informe técnico final del Proyecto: Bocatoma y canal de aducción, central hidroeléctrica La Naveta: Modelo físico; y la fase No. 2, en la modelación matemática del paquete computacional que usa el software IBER 2D, basado tanto en los datos obtenidos en la Fase No. 1 como en las variables hidráulicas.

Metodología Para la Fase No. 1

Es necesario aclarar, que el modelo a escala de la bocatoma de central hidroeléctrica La Naveta fue construido a mediados del 2015 por el centro de Estudios Hidráulicos de la ECI, a partir del cual se obtuvieron los datos físicos y se consignaron en el informe mencionado arriba. El alcance del presente trabajo de grado únicamente utilizó dicha información para la calibración del modelo numérico, sin embargo, la siguiente descripción muestra cómo se realizó el proceso de toma de datos en el modelo a escala:

- Pendiente: Cada uno de los tramos del canal de aducción, la rejilla de transición y el canal de aducción fueron sectorizados en tramos con igual pendiente, la cual fue indicada en cada uno de esos sectores.
- *Caudales:* Personal perteneciente al CEH de la ECI llevó a cabo la modelación física de 13 caudales cuyos intervalos se encuentran entre 12.65 l/s y 55.95 l/s, los cuales son los que definen el dominio de funcionamiento de la central. Las magnitudes de los caudales listados

para analizar en el laboratorio se calcularon a partir de la relación de escala definida entre el prototipo y el modelo, la cual se encontró a partir de un análisis dimensional sustentado en el número de Froude, la cual será expuesta en capítulos posteriores.

 Registro de Datos: Se registraron los niveles de la lámina de agua del modelo en los puntos seleccionados.

Metodología Para la Fase No. 2

Teniendo en cuenta los resultados del análisis de la Fase No. 1, se llevó acabo la modelación numérica en el paquete computacional IBER 2D. Para ello se tomó como base el siguiente procedimiento:

• Gráfico 2D del modelo a escala:

A partir de los planos suministrados por la central hidroeléctrica La Naveta, se elaboró un esquema en AutoCAD, el cual reproducía las características de la central tanto geométricamente como de la pendiente de la cota de fondo. Cabe anotar que el archivo fue guardado en formato .dxf, extensión que es compatible con el módulo de importación que utiliza IBER 2D.

- *Geometría:* Teniendo como base el diseño realizado, se realizó la importación a IBER 2D y se realizaron las correcciones correspondientes que garantizaran la idoneidad de los puntos, líneas y planos que describían el espacio computacional. Inmediatamente después, se crearon los polígonos que en su conjunto conformarían la geometría de la estructura.
- Mallado: Partiendo de la geometría elaborada en el paso anterior, se realizó el mallado a lo largo del modelo, utilizando triángulos y cuadriláteros de acuerdo con la adaptación de estas

figuras a la geometría del modelo. El número de elementos estuvo determinado por la calidad de la malla requerida.

- Modelo matemático: En este punto se seleccionaron los esquemas numéricos más apropiados, tanto para la resolución de las ecuaciones de Saint-Venant 2D como el utilizado en la turbulencia.
- Calibración del modelo hidráulico: Para la calibración de la estructura se extrajeron los valores de lámina de agua entre puntos homólogos identificados en el software y el modelo
 2D, los cuales se utilizaron para el cálculo del error aparente.
- Análisis de la sensibilidad de las variables hidráulicas: En este punto en particular se analizó la influencia que tienen las variables que describen el modelo numérico en los resultados finales obtenidos.
- Conclusiones de los resultados obtenidos: Se llevará a cabo un análisis del comportamiento general y específico del flujo, a medida que recorre cada una de las estructuras y los cambios que pueden generar los puntos de control en cada uno de los perfiles.

1. Marco conceptual

En el presente capítulo se describen los conceptos básicos aplicados de cada una de las temáticas, las ecuaciones y expresiones utilizadas para representar los fenómenos hidráulicos y demás fundamentos teóricos que permitieron el correcto desarrollo de la tesis.

1.1. Central Hidroeléctrica La Naveta

La Central Hidroeléctrica La Naveta se encuentra ubicada cerca de la población de Apulo, Cundinamarca; la cual para su funcionamiento capta agua del río Bogotá teniendo una capacidad máxima de 31 m³/s. Para satisfacer la factibilidad económica y financiera del proyecto de la PCH, se tiene la expectativa de generar, siempre que sea posible, a máxima capacidad, para lo que se requiere captar y transportar el caudal máximo. Éste se transporta por un canal de conducción hasta la cámara de carga y de ésta, por la corta tubería de carga hasta la casa de máquinas; luego del paso por las turbinas se entrega al canal de fuga que retorna las aguas al río Bogotá. (Informe Central Hidroeléctrica La Naveta)

1.2. Bocatoma de la Central Hidroeléctrica La Naveta

Las obras de toma o bocatomas son las estructuras hidráulicas construidas sobre un río o canal con el objeto de captar, es decir extraer, una parte o la totalidad del caudal de la corriente principal. Las bocatomas suelen regirse principalmente por el caudal de captación, que en otras palabras es el gasto máximo que una obra de toma puede admitir.

1.3. Aplicación de los números adimensionales

Es importante tener en cuenta que sólo ciertos números adimensionales tiene aplicación directa en las ramas de la hidráulica. Aunque es probable que en un mismo problema confluya más de una variable física, en general, siempre habrá una variable que posee mayor influencia que las demás, por ejemplo, los efectos de la gravedad en el flujo a superficie libre o los de la viscosidad

en el flujo de tuberías a presión.

Tal como se mencionó arriba, este tipo de relaciones tienen la ventaja de mantenerse constantes

aun cuando las dimensiones físicas cambian, siendo esta la razón principal por la cual se utilizan

para el desarrollo de similitudes dinámicas entre prototipos y modelos a escala. En general, la

similitud dinámica tiene como objetivo encontrar la proporción de la velocidad, el caudal, la

presión y la tensión superficial, entre otros, al variar la escala geométrica.

Algunos de los números adimensionales más relevantes que se aplican en diversas ramas de la

hidráulica se describen a continuación:

Numero de Reynolds: número adimensional que relaciona las fuerzas inerciales, con las fuerzas

viscosas.

$$Re = \frac{V \cdot L \cdot \rho}{\mu}$$

Ecuación 1. Número de Reynolds

Donde:

V =Velocidad de flujo.

 μ = Viscosidad de fluido.

L =Longitud característica.

 ρ = Densidad del fluido.

Numero de Froude: número adimensional que relaciona las fuerzas inerciales, con las fuerzas

generadas por la gravedad.

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{g \cdot L}}$$

Ecuación 2. Número de Froude

Donde: V =Velocidad de flujo.

L = Longitud característica.

g = gravedad.

Numero de Weber: número adimensional que relaciona las fuerzas inerciales, con las fuerzas generados por la tensión superficial.

$$We = \frac{V^2 \cdot L \cdot \rho}{\sigma_{\rm s}}$$

Ecuación 3. Número de Weber

Donde: V =Velocidad de flujo.

L = Longitud característica.

 ρ = Densidad del fluido.

 σ_s = Tensión superficial del fluido.

Coeficiente de Arrastre (C_{da}): Número adimensional que relaciona las fuerzas de arrastre con las fuerzas generados por la presión dinámica.

$$\boldsymbol{C_{da}} = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot A}$$

Ecuación 4. Coeficiente de arrastre

Donde: V =Velocidad de flujo.

L = Longitud característica.

 ρ = Densidad del fluido.

 F_L = Fuerza de arrastre.

A =Área transversal de la estructura.

1.4. Ecuaciones generales de flujo

Los modelos de aguas poco profundas 1D son adecuados para el estudio de flujos con un marcado carácter unidimensional, utilizándose básicamente para la modelización de estructuras hidráulicas en las cuales la geometría se puede definir por una línea o cauce longitudinal con una sección transversal asociada en cada punto. Cuando se pierde la unidimensionalidad de la geometría de estudio, los modelos 1D dejan de ser eficientes por varias razones. Primero porque el campo de velocidad deja de ser homogénea en toda la sección y por lo tanto se introducen errores importantes en las ecuaciones 1D, las cuales asumen una velocidad quasi-uniforme en sección. Segundo porque en problemas bidimensionales ya no es trivial definir la geometría de estudio mediante un cauce longitudinal con secciones transversales asociadas. Tercero porque la dirección del flujo deja de ser perpendicular a la sección, y ya no sólo es suficiente con calcular la velocidad media en la sección, sino que también es importante saber si aparecen zonas de recirculación en planta.

A diferencia de los modelos 1D, en los que se trabaja con la velocidad media en la sección, y se asume que la dirección del flujo es perpendicular a esta, los modelos 2D trabajan con las dos componentes de la velocidad horizontal promediada en profundidad. Dichas componentes se definen como:

$$U_{x} = \frac{1}{h} \int_{Z_{b}}^{Z_{s}} \overline{U_{x}} \cdot dz \qquad \qquad U_{y} = \frac{1}{h} \int_{Z_{b}}^{Z_{s}} \overline{U_{y}} \cdot dz$$

Ecuación 5. Velocidades en 2D

En donde: h = zs - zb y representa el calado en cada punto del dominio estudiado, $\overline{U_x}$ y $\overline{U_y}$ son las dos componentes horizontales de la velocidad tridimensional, U_x y U_y son las dos componentes de la velocidad horizontal promediada en profundidad, zb es la elevación del fondo y zs es la elevación de la superficie libre. Por lo tanto, en los modelos zb se trabaja con un dominio bidimensional con tres variables definidas en cada punto del dominio: el calado y las dos componentes de la velocidad horizontal. Así, las ecuaciones que rigen la evolución de dichas variables se conocen como ecuaciones de aguas someras promediadas en profundidad o ecuaciones de zb0. Venant bidimensionales, y se pueden expresar como:

$$\begin{split} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h U_x}{\partial x} + \frac{\partial h U_y}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial h U_x}{\partial t} + \frac{\partial h U_x^2}{\partial x} + \frac{\partial h U_x U_y}{\partial y} &= -gh\frac{\partial h}{\partial x} - gh\frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{\tau_{s,x}}{\rho} - \frac{\tau_{b,x}}{\rho} + 2\Omega h \sin \lambda U_y + \frac{\partial h \tau_{xx}^e}{\partial x} + \frac{\partial h \tau_{xy}^e}{\partial y} \\ \frac{\partial h U_y}{\partial t} + \frac{\partial h U_x U_y}{\partial x} + \frac{\partial h U_y^2}{\partial y} &= -gh\frac{\partial h}{\partial x} - gh\frac{\partial z_b}{\partial y} + \frac{\tau_{s,y}}{\rho} - \frac{\tau_{b,y}}{\rho} + 2\Omega h \sin \lambda U_x + \frac{\partial h \tau_{xy}^e}{\partial x} + \frac{\partial h \tau_{yy}^e}{\partial y} \end{split}$$

Ecuación 6. Ecuaciones de St. Venant para flujo bidimensional

en donde g es la aceleración de la gravedad, τ s es la fricción en la superficie libre debida al rozamiento producido por el viento, τ b es la fricción debido al rozamiento del fondo, ρ es la densidad del agua, Ω es la velocidad angular de rotación de la tierra, λ es la latitud del punto considerado, y τ e xx, τ e xy, τ e yy son las tensiones tangenciales efectivas horizontales. Las

ecuaciones pueden además tener en cuenta el efecto de variaciones en la presión atmosférica, así como aportaciones puntuales o distribuidas de caudal.

Por otro lado, la deducción matemática de las ecuaciones de aguas poco profundas 2D se realiza promediando en profundidad las ecuaciones de Reynolds tridimensionales. En su derivación es necesario realizar ciertas simplificaciones, de las cuales la más importante consiste en asumir una escala espacial vertical (profundidad) mucho menor que la escala horizontal, lo cual permite asumir una distribución de presión hidrostática. Al mismo tiempo se asume un campo de velocidad homogéneo en profundidad. El siguiente gráfico ilustra el planteamiento anterior:

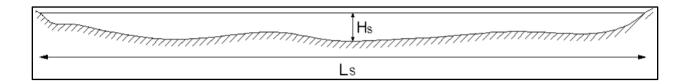


Ilustración 1. Escala vertical y horizontal en aguas someras. Fuente: Iberaula

1.5. Esquemas Numéricos

La base de un desarrollo adecuado del proceso de cálculo sustentado en las condiciones físicas de un modelo experimental es la selección de un esquema numérico adecuado, el cual pueda solucionar mediante aproximaciones sucesivas las ecuaciones que reproducen el fenómeno que se quiere representar.

Debido a que las ecuaciones de St. Venant 2D no son resolubles analíticamente en un problema real, es necesario recurrir a métodos numéricos para su resolución. Para ello se han creado un gran número de métodos y esquemas apropiados para resolver dichas ecuaciones, dentro de los cuales cabe mencionar:

Volúmenes finitos.

- Elementos finitos.
- Diferencias finitas.

Debido al alcance y los beneficios computacionales de los dos primeros, son estos los más utilizados en la dinámica de fluidos. Los dos se caracterizan, dentro de otras cosas, por permitir una gran *flexibilidad geométrica* para definir el problema a estudiar, lo cual los hace ideales para modelar estructuras con geometrías complejas e implementados en hidráulica fluvial.

No obstante, si de los dos fuera necesario decantarse por alguno, y aprovechando que en este problema intervienen las ecuaciones de St. Venant 2D, el método de volúmenes finitos es, con diferencia, el más utilizado para su resolución. Esto es debido a que es un método especialmente adecuado para resolver *ecuaciones de conservación* y, las ecuaciones de St. Venant son ecuaciones de conservación de la cantidad de masa y movimiento de agua.

A modo de ejemplo, la ecuación de conservación de la masa en una dimensión se escribe como:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

Ecuación 7. Ecuación de conservación de la masa en una dimensión. **Fuente:** Cengel, Y. *Mecánica de fluidos*.

Donde h es el calado y Q es el caudal.

La ecuación anterior discretizada en un elemento de longitud Δx se escribe de la siguiente manera:

$$h_i^{n+1} = h_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [Q_R - Q_L]$$

Ecuación 8. Ecuación de conservación de la masa en una dimensión en Δx

Donde:

 Q_L : caudal que entra por el lado izquierdo.

 Q_R : caudal que sale por el lado derecho.

 h_i : calado medio en el elemento.

 Δt : intervalo de tiempo durante el cual se realiza el balance de masa.

Δx: tamaño del elemento en el cual se realiza el balance de masa.

La ecuación discretizada expresa un balance entre el caudal que entra y sale de un elemento y la variación de calado en dicho elemento, tal como lo muestra la siguiente figura:

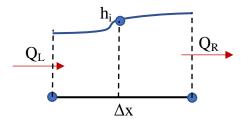


Ilustración 2. Diagrama de volumen de control. Fuente: Elaboración propia

Si el caudal que entra al elemento es superior al caudal que sale del elemento $(Q_L > Q_R)$ la profundidad de la lámina de agua aumentará $h^{n+1} > h^n$.

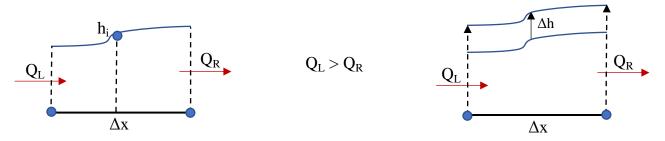


Ilustración 3. Caudales de entrada y salida: $Q_{\text{entrada}} > Q_{\text{salida}}$. Fuente: Elaboración propia Si, por el contrario, el caudal que entra en el elemento es inferior al caudal que sale del elemento, $(Q_L < Q_R)$ la profundidad de la lámina de agua disminuirá $h^{n+1} < h^n$.

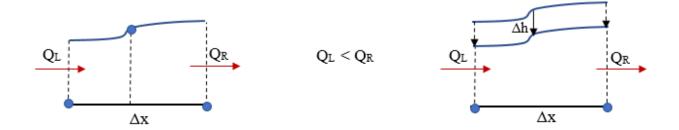


Ilustración 4. Caudales de entrada y salida: Q_{entrada} < Q_{salida}. Fuente: Elaboración propia La interpretación que se ha realizado para la ecuación de conservación de la masa es válida para cualquier ecuación de conservación, teniendo variaciones puntuales de acuerdo con el problema que se vaya a analizar. Por ejemplo, en el caso de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento, en lugar de evaluar el caudal que circula entre 2 elementos, se evaluará la transferencia de cantidad de movimiento. Así, de forma general se trata de flujo entre elementos, ya sea flujo de agua (caudal), de cantidad de movimiento, de masa de sedimentos o de cualquier otra variable.

La misma interpretación se puede realizar en un problema 2D, salvo que en este caso los elementos tendrán un número mayor de lados. Los elementos que se utilizan para realizar los balances de masa y cantidad de movimiento constituyen la malla de cálculo del modelo numérico. De forma general en un problema 2D los elementos que forman la malla de cálculo pueden tener cualquier número de lados.

En el método de volúmenes finitos aplicado a un problema 2D, las variables de cálculo (calado y velocidad) se almacenan en el centro geométrico de los elementos, también llamados nodos de la malla.

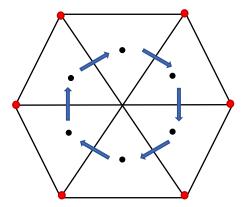


Ilustración 5. Almacenamiento de variables de cálculo para un modelo 2D. **Fuente:** Elaboración propia

El valor de la variable en dichos nodos representa su valor medio en todo el elemento.

1.6. Modelos de turbulencia usados por el Software IBER 2D

Numerosos estudios en ingeniería hidráulica implican el análisis de flujos en lámina libre, muchos de los cuales pueden considerarse flujos poco profundos, haciendo alusión con los términos "poco profundo" a una relación entre dimensiones vertical y horizontal pequeña. Prácticamente la totalidad de flujos en lámina a superficie libre son turbulentos. En cualquier río pueden observarse pequeños remolinos que aparecen y desaparecen con un movimiento aparentemente caótico, mostrando la complejidad del movimiento turbulento. Estos remolinos turbulentos son los principales responsables de los procesos de mezcla, por lo que juegan un papel importante en la difusión de sustancias solubles, sólidos en suspensión, etc. (Fischer, 1973).

A pesar de que prácticamente todos los flujos en ingeniería hidráulica son turbulentos, en determinados casos la turbulencia no es lo suficientemente alta como para tener una influencia notoria en el campo de velocidad media. Este suele ser el caso de flujos en ríos, estuarios y en general zonas costeras con una geometría lo suficientemente suave como para que no se produzcan zonas de recirculación en planta. Sin embargo, incluso en este tipo de situaciones es importante realizar una correcta modelación de la turbulencia, ya que esta juega un papel fundamental en los procesos de transporte y mezcla de contaminantes y sedimentos.

Así, explícitamente un modelo de turbulencia está definido como una simplificación matemática que permite capturar los principales efectos de los vórtices que aparecen en los flujos reales con un rango muy amplio de escalas de longitud y tiempo, que interactúan en una dinámica muy compleja. Permite resolver numéricamente las ecuaciones de Navier - Stokes creando una aproximación de los vórtices naturales de manera general. Los modelos de turbulencia que se utilizan con más frecuencia en aplicaciones de ingeniería para predecir flujos turbulentos son los basados en métodos estadísticos.

Para analizar el fenómeno anterior, IBER incorpora las siguientes opciones para calcular la viscosidad turbulenta promediada en profundidad, los cuales están ordenados en la siguiente lista de menor a mayor complejidad (Curso modelación bidimensional IBER 2D, 2016):

- Viscosidad turbulenta constante.
- Modelo parabólico.
- Modelo de longitud de mezcla.
- Modelos k-ε de Rastogi y Rodi.

La inclusión de modelos de turbulencia de diferente complejidad permite seleccionar el más adecuado en cada caso de estudio, teniendo en cuenta la complejidad del flujo y del modelo.

1.6.1. Escalas de turbulencia en aguas someras

Una de las principales características de flujos poco profundos es la separación entre la escala horizontal y vertical, debido a que la extensión vertical del flujo es mucho menor que su extensión horizontal. Esta separación de escalas es aplicable tanto a la dimensión espacial como a las velocidades, y por lo tanto a la turbulencia. En el caso de la turbulencia, su principal efecto supone una separación entre estructuras turbulentas (remolinos) tridimensionales y estructuras

turbulentas bidimensionales. La escala espacial de la turbulencia 3D está limitada por la profundidad, y por lo tanto son estructuras mucho más pequeñas que las asociadas a la turbulencia 2D, las cuales están únicamente limitadas por la escala horizontal. La turbulencia 3D está generada principalmente por el rozamiento del fondo, mientras que la turbulencia 2D está generada por gradientes de velocidad en el plano horizontal.

Es importante que el modelo de turbulencia incluya tanto los efectos de la turbulencia 3D, producida por fricción de fondo, como la turbulencia 2D, producida por gradientes de velocidad horizontales. En los modelos de aguas someras, el carácter bidimensional del flujo está considerado de forma implícita en las ecuaciones de transporte al considerar un perfil de velocidad homogéneo en profundidad, mientras que la producción tridimensional se incluye habitualmente por un término fuente que depende de la tensión tangencial de fondo. De la misma manera, incluso cuando se utilice un modelo 3D-SWE, el modelo de turbulencia debería tener en cuenta la anisotropía de la turbulencia en las direcciones horizontal y vertical.

A continuación, se describen de forma general cada uno de ellos.

1.6.2. Viscosidad Turbulenta Constante

El valor de la viscosidad turbulenta se puede fijar directamente por el usuario en función del flujo considerado. Para este caso, existen diferentes publicaciones en las que se proponen valores aproximados o también conocidos como órdenes de magnitud de la viscosidad turbulenta:

Tabla 1. Viscosidad turbulenta constante dados por (Iberaula, 2016).

TIPO DE PROBLEMA	$V_t(m^2/s)$
Flujo homogéneo horizontal alrededor de una isla	0.5 - 5.0

Flujo homogéneo horizontal en una confluencia	1.1 – 5.0
Descarga térmica a un río en régimen lento y permanente	1.0 – 50.0
Flujo de marea en un estuario con zonas pantanosas	2.5 – 10.0
Flujo lento en un lago/embalse poco profundo	0.01 - 0.05

Este enfoque es muy sencillo y no se puede considerar propiamente como un modelo de turbulencia, ya que además de no ser una guía realista debido a que no tiene en cuenta que la viscosidad turbulenta, varía espacialmente y depende de las características del flujo.

1.6.3. Perfil parabólico de la viscosidad turbulenta

Este modelo únicamente considera la turbulencia generada por la fricción de fondo. La expresión utilizada para calcular la viscosidad turbulenta promediada en profundidad en cada elemento de la malla de cálculo es la siguiente:

$$V_t = 0.068 \cdot U_f \cdot h$$

En donde h es el calado y U_f es la velocidad de fricción del fondo, calculada a partir de la tensión tangencial como:

$$U_f = \sqrt{\frac{\tau_f}{\rho}}$$

En cambio, si se utiliza la expresión de Manning para calcular el rozamiento del fondo se obtiene la siguiente expresión para la viscosidad turbulenta:

$$V_t = 0.068 \cdot \sqrt{g} n |U| h^{5/6}$$

Es decir, que la viscosidad turbulenta depende localmente del calado, del módulo de la velocidad promediado en profundidad y del coeficiente de Manning. Debido a la sencillez de este modelo, a veces se utiliza un coeficiente multiplicador para permitir ajustar mejor el valor de la viscosidad turbulenta. Este valor se fija arbitrariamente por el usuario, dando origen a la siguiente expresión:

$$V_t = C_m \cdot 0.068 \cdot \sqrt{g} n |U| h^{5/6}$$

Ecuación 9. Ecuación del perfil parabólico de la viscosidad turbulenta. **Fuente:** CEDEX, 2010 Este método es reconocido por ser robusto y rápido computacionalmente, pero únicamente considera la turbulencia generada por fricción de fondo.

1.6.4. Modelo de Longitud de Mezcla

Al igual que el modelo parabólico, el modelo de longitud de mezcla es un modelo relativamente sencillo que, además de considerar la turbulencia generada por la fricción de fondo, tiene en cuenta la producción de turbulencia debido a gradientes horizontales de velocidad.

La viscosidad turbulenta se calcula mediante la siguiente expresión:

$$V_t = l_s \cdot v_s$$

Ecuación 10. Ecuación del modelo de longitud de mezcla. Fuente: CEDEX, 2010

Donde:

$$l_{s}=\min(0.267k\cdot h\ , k\cdot d_{wall})\ , \qquad v_{s}=l_{s}\sqrt{2S_{ij}S_{ij}}+\left(2.34\frac{u_{f}}{kh}\right)^{2}$$
 $K=0.41\ Constante\ de\ von\ Karman. \qquad d_{wall}\ Distancia\ a\ la\ pared\ más\ cercana \qquad Turbulencia\ generada\ por\ cortante\ horizontal \qquad Turbulencia\ generada\ por\ fricción\ de\ fondo$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

El modelo de longitud de mezcla puede dar una buena aproximación del valor y distribución espacial de la viscosidad turbulenta en flujos poco profundos sin grandes zonas de recirculación. En flujos con zonas de recirculación fuertes, los resultados obtenidos con el modelo de longitud de mezcla empeoran.

Una de las ventajas es que se trata de un método robusto y rápido computacionalmente, pero sigue siendo un modelo excesivamente sencillo en flujos con grandes zonas de recirculación como para proporcionar buenos resultados cuando la turbulencia juega un papel relevante en el flujo.

1.6.5. Modelo k-ε de Rastogi y Rodi

Es un modelo que resuelve una ecuación de transporte para la energía cinética turbulenta k y para la tasa de disipación de energía turbulenta ε . El modelo tiene en cuenta la producción debido al rozamiento de fondo, la producción por gradientes de velocidad, la disipación y el transporte convectivo; los cuales están representados por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial U_x k}{\partial x} + \frac{\partial U_y k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + 2v_t S_{ij} S_{ij} + c_k \frac{u_f^3}{h} - \varepsilon$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial U_x \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial U_y \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(v + \frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + c_{\varepsilon l} \frac{\varepsilon}{k} 2 v_t S_{ij} S_{ij} + c_{\varepsilon} \frac{u_f^4}{h^2} - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}$$

Ecuación 11. Modelo k-ε de Rastogi y Rodi

Donde:

$$v_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$
 $c_k = c_f^{-1/2}$ $c_\varepsilon = 3.6c_k^{3/2}c_{\varepsilon 2}c_\mu^{1/2}$ $c_f = \frac{\tau_b}{\rho} \frac{1}{|U|^2}$

Expresiones en las cuales las constantes tienen los siguientes valores:

$$c_{\mu} = 0.09$$
 $c_{\varepsilon 1} = 1.44$ $c_{\varepsilon 2} = 1.92$ $\sigma_{k} = 1.0$ $\sigma_{\varepsilon} = 1.31$

Donde k es la energía cinética turbulenta, ε es la tasa de disipación de turbulencia S_{ij} es el tensor de deformación. Los términos que incluyen la velocidad de fricción de fondo u_f son los responsables de modelar la generación de turbulencia por rozamiento de fondo.

Este modelo es el más completo de los implementados en IBER, ya que tiene en cuenta la producción de turbulencia debido al rozamiento del fondo, la producción de gradientes de velocidad, la disipación y el transporte convectivo por el flujo medio.

El modelo resuelve una ecuación de transporte para la energía cinética turbulenta k (m^2/s^2) y otra para la tasa de disipación de energía turbulenta ϵ (m^2/s^3), razón por la cual proporciona resultados de la distribución espacial de estas dos variables.

La viscosidad turbulenta se calcula a partir de estas dos variables como:

$$v_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Donde C_{μ} =0.09 es una constante del modelo.

En flujos turbulentos poco profundos proporciona unos resultados relativamente buenos, siendo de los modelos más utilizados en dicho ámbito cuando el nivel de turbulencia es importante. No obstante, su grado de complejidad no garantiza resultados correctos en cualquier tipo de flujo.

1.7. El Software IBER 2D

IBER es una herramienta de modelización bidimensional del flujo de lámina libre en aguas poco profundas, es decir, a grandes rasgos IBER permite calcular la cota de la lámina del agua y la velocidad en las dos direcciones horizontales del espacio (x,y). Estas funciones las realiza usando un motor de cálculo contenido dentro del módulo hidrodinámico del programa, el cual es la base de su funcionamiento y fue la pauta a partir de la cual se generó el desarrollo de los módulos de turbulencia y transporte de sedimentos.

Además, y como un complemento a los módulos hidrodinámico, de turbulencia y de transporte de sedimentos, IBER posee una serie de capacidades que lo vuelven bastante útil a la hora de analizar problemas ingenieriles, tales como: dinámica fluvial, evaluación y gestión del riesgo de inundación, diseño de obras hidráulicas, restauración de ríos, flujo en estuarios, drenaje urbano.

Pero son las versatilidades y capacidades del Software las que lo destacan sobre las demás, ya que en cuanto a la geometría tanto el uso de mallas irregulares para optimizar la representación geométrica, como geometrías y mallas de cálculo de gran variedad de formatos que incluso pueden modificarse dentro de la propia interfaz ayudan a que los esquemas numéricos robustos empleados no tengan problemas de convergencia y permitan analizar flujos con resaltos hidráulicos y frentes de onda.

Si de estructuras hidráulicas se trata, IBER permite modelar compuertas, vertederos, puentes, tramos cubiertos y obras de drenaje, asignándole a cada uno datos de rugosidad bien sea a partir de bases de datos georreferenciadas o rugosidad variable según las características del flujo, considerando flexibilidad de la vegetación.

2. El modelo físico de la bocatoma de la central hidroeléctrica La Naveta

2.1. Análisis de resultados en el prototipo

Con base en los resultados de la modelación física de la condición actual de operación de la bocatoma y del canal de aducción, se encuentra en el prototipo que para caudales superiores a los 27 m³/s se presenta rebose por el vertedero de excesos.

El comportamiento hidráulico del canal de aducción se ve fuertemente condicionado por la rejilla de criba, el dentellón y la contracción de la sección del canal de aducción frente a la rejilla. Todos estos factores provocan que la lámina de agua a la entrada del canal de conducción (justo aguas debajo de la rejilla) esté 1 m por debajo del nivel de la lámina de agua en la presavertedero (sitio de bocatoma).

A pesar de que por el río puedan circular caudales superiores al máximo establecido de captación, no es posible derivar por el canal de conducción 31 m3/s, porque todo el flujo adicional es descargado por el vertedero de rebose.

Con el propósito de mejorar el funcionamiento hidráulico del sistema de captación se presentan una serie de alternativas que podrían mejorar el comportamiento hidráulico del sistema de captación de la PCH La Naveta.

- a. Ampliar el canal de aducción paralelo a la rejilla (Tanque).
- b. Demoler parcialmente el dentellón.
- c. Demoler completamente el dentellón.
- d. Reubicar la rejilla frente a la compuerta radial en dirección perpendicular al flujo.
- e. Agregar Tramo paralelo.

- f. Suavizar el trazado del vertedero lateral de excesos.
- g. Suavizar el trazado del canal de aducción.
- h. Direccionar las platinas de la rejilla en la dirección del flujo.

De acuerdo con los intereses y las necesidades de la central y previos análisis realizados con base en los resultados presentados, IAC Energy decidió que se realizara la modelación hidráulica de las siguientes alternativas:

- *Alternativa 1.* Mejoramiento y ampliación del canal de aducción frente a la rejilla, manteniendo inalterados la rejilla, la viga de soporte y el dentellón.
- Alternativa 2. Reorientación de la rejilla con anclaje sobre el muro derecho, acompañado
 de la demolición del dentellón y levantamiento de la viga (corresponde a un giro de la
 rejilla de criba actualmente instalada, tomando como punto de pivote el apoyo sobre el
 muro de la margen izquierda del canal de limpieza, llevando el otro extremo sobre el
 muro de la margen derecha del canal).
- Alternativa 3. Reubicación de la rejilla entre la compuerta radial y su posición actual,
 acompañado de la demolición del dentellón y el levantamiento de la viga.

2.2. Análisis Dimensional Del Modelo A Escala

Para definir la escala a la que se construyó el modelo se consideró la longitud total del tramo de canal a modelar, los recursos disponibles en el laboratorio y el rango de escalas recomendadas por la literatura para estudios de flujo alrededor de estructuras hidráulicas sin distorsión vertical (Técnicas de modelación en Hidráulica, p. 27). Luego del análisis de diferentes escalas y su relación con el espacio disponible y la capacidad del sistema del laboratorio del Centro de Estudios Hidráulicos de la ECI se optó por la escala:

$$Esc = 1:12.5$$

Para encontrar la relación entre los parámetros de flujo modelo - prototipo, se realizó un análisis dimensional en el que se establece como parámetro de semejanza el número de Froude, N_F , el cual, para una determinada condición de caudal y profundidad de flujo, debe ser el mismo tanto en el modelo como en el prototipo, es decir:

$$N_{F_M} = N_{F_P}$$

De acuerdo con la definición del número de Froude, relación adimensional entre fuerzas de inercia y fuerzas de gravedad:

$$N_F = \frac{V}{\sqrt{gD}}$$

Donde,

 N_F es el número de Froude

V es la velocidad de flujo (m/s)

g es la aceleración de la gravedad (m/s²)

D es la profundidad hidráulica (m)

Escribiendo la ecuación anterior como:

$$\frac{V_M}{D_M^{1/2}} = \frac{V_P}{D_P^{1/2}}$$

Se obtienen las relaciones de:

- Caudal:

$$Q_M = Q_P \frac{L_M H_M^{3/2}}{L_P H_P^{3/2}}$$

$$Q_M = Q_P * \left(\frac{1}{Esc}\right)^{5/2}$$

Ecuación 12. Relación caudal modelo - prototipo

Carga hidráulica:

$$H_M = H_P \left(\frac{Q_M L_P}{Q_P L_M}\right)^{2/3}$$

$$H_M = H_P * Esc$$

Ecuación 13. Relación Carga Hidráulica modelo - prototipo

Velocidad:

$$V_M = V_P \frac{L_M H_M^{3/2} A_P}{L_P H_P^{3/2} A_M}$$

$$V_M = V_P * \left(\frac{1}{Esc}\right)^{1/2}$$

Ecuación 14. Relación velocidad modelo – prototipo

A partir de las relaciones establecidas es posible transferir cada una de las magnitudes físicas entre el modelo y el prototipo, de tal forma que se puedan comprobar los efectos de cada variación en estas dos estructuras.

2.3. Construcción del modelo a escala

La elaboración del modelo está fuera del alcance del presente trabajo de grado, debido a que éste fue construido por el Centro de Estudios Hidráulicos de la Escuela Colombiana de Ingeniería, durante la realización del proyecto: Bocatoma y canal de aducción, central hidroeléctrica La

Naveta: modelo físico. Sin embargo, únicamente a manera informativa, el procedimiento que se llevó a cabo durante la construcción se basó en la información topográfica recopilada del levantamiento realizado en la zona del proyecto y la escala previamente definida. La estructura se construyó de manera modular con 7 componentes independientes, cada uno correspondiente a un tramo de pendiente constante. Para tener en cuenta los efectos de la rugosidad en el modelo, se buscó un material cuya rugosidad absoluta fuera compatible con la rugosidad del prototipo por medio de la relación geométrica de escala y que resistiera las presiones de trabajo del modelo; finalmente se optó por utilizar el acrílico como material para la construcción de la solera y de los muros del modelo (Rodríguez, A. 2015).

El modelo se soportó en una estructura metálica horizontal con superficie en lámina de alfajor, apoyada en el suelo mediante tornillos para facilitar la nivelación del sistema. Sobre esta estructura se construyeron apoyos en acrílico con las 6 diferentes pendientes obtenidas en el levantamiento topográfico y sobre estos, se apoyaron cada uno de los módulos (Rodríguez, H. 2015).

Para la alimentación del modelo se utilizó el sistema de recirculación de agua del laboratorio de hidráulica de la Escuela Colombiana de Ingeniería, que consiste en un tanque de nivel constante, un tanque profundo de alimentación y un sistema de bombeo. La alimentación del modelo se realizó mediante una tubería a presión alimentada desde el tanque de nivel constante.

Para regular el caudal de entrada al modelo, se dispuso de una válvula de compuerta y de un sistema de disipación para garantizar un nivel de la lámina de agua constante en el tanque de entrada cuya salida simula las condiciones de la bocatoma.

El modelo representa la bocatoma, el canal de aducción y el tramo inicial del canal de conducción, hasta la sección de aforo aguas abajo de la compuerta radial. Para simular las condiciones de la sección de aforo del prototipo, en la sección de aforo del modelo se dispuso de una compuerta de fondo de operación manual que permite establecer para cualquier caudal, la profundidad de flujo de acuerdo con la ecuación de calibración obtenida del aforo realizado por la Escuela Colombiana de Ingeniería.

Finalmente, la descarga del modelo es dirigida hacia el tanque profundo del sistema por medio de un tanque de derivación lateral. En la siguiente ilustración se presenta una vista isométrica del modelo construido.

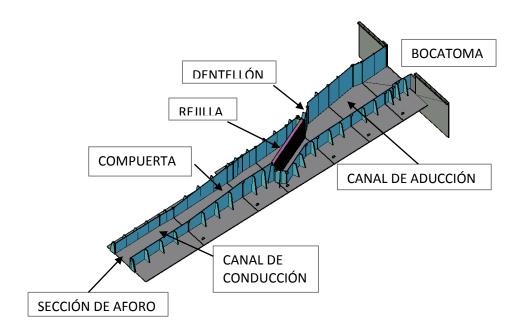


Ilustración 6. Vista isométrica de modelo de bocatoma construida. **Fuente:** Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI

2.4. Instrumentación del Modelo

Para realizar las mediciones de profundidades de flujo en el modelo se ubicaron 6 transductores de presión que fueron instalados a lo largo del canal de aducción. Adicionalmente se colocaron 20 cintas métricas para respaldar las medidas realizadas con los transductores y dar más detalle al perfil de flujo. La precisión de medida tanto de los transductores como de las cintas métricas es de 1mm. En la siguiente ilustración se presentan fotografías de los sistemas de medición de la lámina de agua dispuestos en el modelo, en el cual los puntos rojos indican mediciones con flexómetro y los verdes indican mediciones con los transductores de presión.

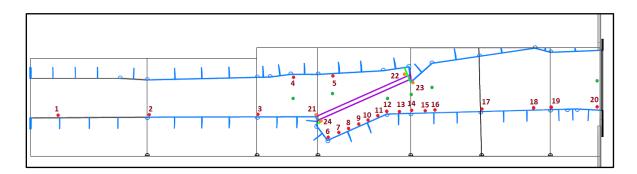


Ilustración 7.Ubicación de flexómetros y transductores de presión en modelo. **Fuente:** Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI

2.5. Medición del caudal

Para la medición del caudal se instaló un medidor ultrasónico de flujo en la parte exterior de la tubería de alimentación del modelo. La precisión de medida es de 0.001 lps y funciona a partir de pulsos de ultrasonido que son distorsionados dependiendo de la velocidad del flujo en la tubería. Este instrumento fue calibrado para las características geométricas y el material de la tubería. En

la Ilustración 13 se presenta el instrumento de aforo utilizado (Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de

aducción. CEH,





2015)

Ilustración 8. Instrumento de aforo de caudal. **Fuente:** Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI

2.6. Sección de control

El flujo en el canal de conducción en la central está controlado por la operación de las turbinas localizadas en el extremo aguas abajo del sistema. Para representar este control en el modelo, tal como se mencionó, se dispuso de una compuerta de fondo de operación manual en la abscisa correspondiente a la sección de aforo del prototipo, establecida anteriormente en el prototipo por el CEH, aguas abajo de la compuerta radial. Con la información de las mediciones previas realizadas en campo, en dicho punto se estableció la profundidad de flujo correspondiente a cada caudal. La siguiente ilustración muestra la sección de control del modelo que representa la influencia del canal de conducción sobre el sistema de rejilla de criba, canal de limpieza, aducción bocatoma (Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. CEH, 2015).



Ilustración 9. Rejilla como elemento de control del flujo en el modelo. **Fuente:** Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI

2.7. Resultados de parámetros físicos en el modelo construido

Partiendo de los resultados y los análisis de la modelación física de la condición actual de operación de la bocatoma, logró concluirse que para caudales superiores a los 27 m³/s se presenta rebose por el vertedero de excesos. Debido a esto, fue necesario pensar en plantear alternativas con las cuales fuera posible captar el caudal máximo de diseño de la central y así garantizar la operación de ésta contemplando como capacidad máxima el caudal de diseño.

Por esta razón, el presente trabajo de grado consiste la presentación de una de las alternativas evaluadas para la captación del caudal máximo de la central, la cual consiste en el mejoramiento y ampliación del canal de aducción frente a la rejilla, sin alterar la viga de soporte y el dentellón, pero aumentando la capacidad hidráulica de la estructura.

Las siguientes ilustraciones esquema muestran tanto la vista en planta como una isométrica de la solución planteada:

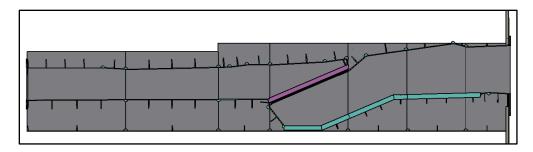


Ilustración 10. Planta del modelo físico de la alternativa seleccionada. **Fuente:** Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI

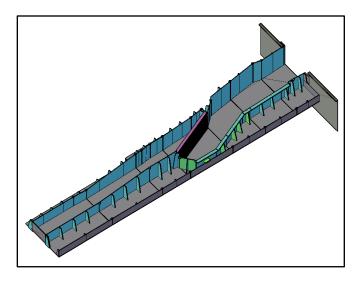


Ilustración 11. Vista isométrica del modelo físico de la alternativa 1. **Fuente:** Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI

La toma de datos correspondiente a la altura de la lámina de agua permitió construir los perfiles de flujo para diferentes caudales. El rango de caudales medidos corresponde a los caudales de operación de la central, es decir, desde el caudal mínimo de operación (7 m³/s) hasta el caudal máximo de operación esperado (31 m³/s). En la siguiente ilustración se presenta una planta del modelo con la localización de los puntos donde se midieron las profundidades de flujo, diferenciando aquellos de color rojo, los cuales indican mediciones con flexómetro y las verdes mediciones con los transductores de presión.

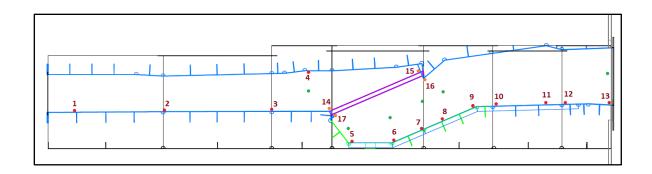


Ilustración 12. Planta del modelo con localización de los puntos de medición. **Fuente:** Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI

Las profundidades de flujo en los diferentes puntos de medición establecidos en el modelo se calculan como la diferencia de la lectura del nivel de la lámina de agua y la lectura del fondo, para cada uno de los caudales. Estos cálculos se resumen en la Tabla 2.

Tabla 2. Cálculo de las profundidades de flujo en el modelo para la alternativa 1. **Fuente:** Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI

Lectura	Q	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12	Y13
	LPS	cm												
1	12.65	14.7	14.4	14.6	14.6	15.3	15.6	15.7	15.6	15.4	15.6	15.6	15.6	14.8
2	16.24	15.7	15.8	16.3	16.3	17.0	17.3	17.5	17.5	17.2	17.5	17.5	17.5	16.5
3	19.79	16.6	16.8	17.3	17.4	18.5	18.7	18.8	18.9	18.5	18.9	18.8	18.9	17.9
4	23.42	17.3	17.2	17.2	17.6	19.9	19.2	19.2	19.3	19.0	19.2	19.3	19.3	18.4
5	27.11	18.0	18.1	18.3	18.5	20.3	20.4	20.5	20.1	20.2	20.6	20.6	20.6	19.5
6	30.58	18.6	18.4	18.5	18.9	20.9	21.1	21.1	21.2	20.7	21.2	21.2	21.2	20.1
7	34.25	19.1	19.2	18.9	20.1	21.9	22.2	22.1	22.2	21.5	22.2	22.2	22.3	20.9
8	38.11	19.7	19.9	19.8	20.4	23.0	23.1	23.1	23.2	22.6	23.4	23.3	23.4	22.3
9	41.56	20.1	20.1	20.1	20.8	23.8	23.9	23.9	23.9	23.0	24.0	24.1	24.2	22.9
10	45.08	20.6	20.8	20.7	21.4	24.7	24.9	24.7	24.9	24.2	25.0	25.2	25.1	23.9
11	48.53	21.0	20.9	20.8	21.7	25.4	25.5	25.3	25.4	24.6	25.5	25.8	25.6	24.5

12	52.42	21.4	21.5	21.9	22.4	26.2	26.4	26.4	26.4	25.6	26.6	26.6	26.6	25.4
13	55.95	21.8	21.9	22.6	23.2	26.9	26.7	27.0	27.2	26.8	27.1	26.9	26.9	26.4

Adicionalmente, en la Tabla 3 se presentan las profundidades de flujo medidas obtenidas por medio de los transductores de presión.

Tabla 3. Lecturas de profundidades de flujo con los transductores para la alternativa 1. **Fuente:** Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI

Q	S4	S5	S12	S14	S16	S20
LPS	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)
0.00	13.7	15.6	27.9	15.2	15.2	15.0
0.00	15.3	17.3	28.1	16.8	17.1	16.7
0.00	16.5	18.7	27.9	18.2	18.5	18.1
0.00	16.5	19.2	27.9	18.7	19.0	18.3
0.00	17.7	20.3	28.1	20.1	20.4	19.7
0.00	17.9	21.0	28.1	20.6	20.8	20.2
0.00	18.6	22.0	28.1	21.5	21.8	21.2
0.00	19.3	22.9	28.1	22.4	22.7	22.3
0.00	19.6	23.6	28.1	23.4	23.6	23.1
0.00	20.0	24.6	28.1	24.1	24.3	24.0
0.00	20.3	25.0	28.1	24.8	25.0	24.5
0.00	20.7	26.0	28.1	25.7	26.0	25.2
0.00	21.6	26.5	27.7	26.3	26.8	25.5

En las siguientes ilustraciones se presentan los perfiles de flujo correspondientes a la alternativa 1 (ampliación de la sección transversal del canal de aducción) para caudales de 24.90 m3/s y 30.91 m3/s en el prototipo, respectivamente. Los perfiles de flujo de los otros 11 caudales medidos se presentan en el anexo 2.

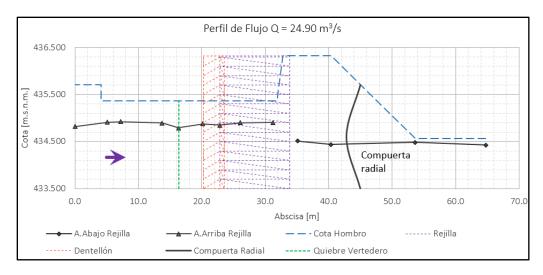


Ilustración 13. Perfil de flujo para 24,90 m3/s. Alternativa 1: Ampliación de la sección transversal del canal de aducción. **Fuente:** Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI

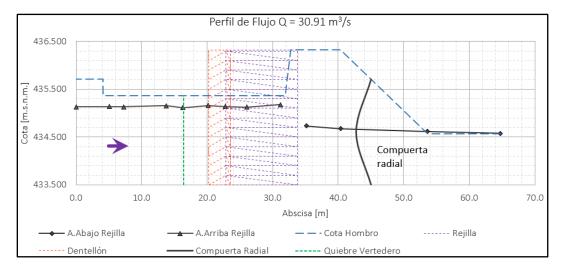


Ilustración 14. Perfil de flujo para 30,91 m3/s. Alternativa 1: Ampliación de la sección transversal del canal de aducción. **Fuente:** Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI

Por último, en las siguientes ilustraciones se presentan tanto los valores de la profundidad de lámina de agua a la entrada del canal de aducción para diferentes caudales, como la caída de la lámina de agua desde la entrada del canal de aducción hasta el inicio del canal de conducción, justo después de la rejilla de criba.

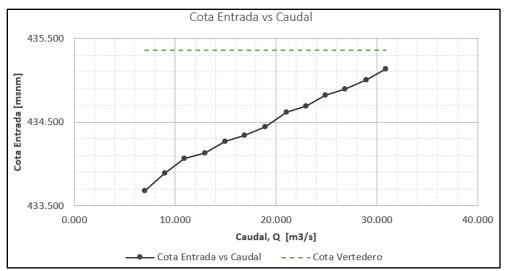


Ilustración 15. Nivel del agua a la entrada del canal de aducción Vs. Caudal. Alternativa 1: Ampliación de la sección transversal del canal de aducción. **Fuente:** Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI

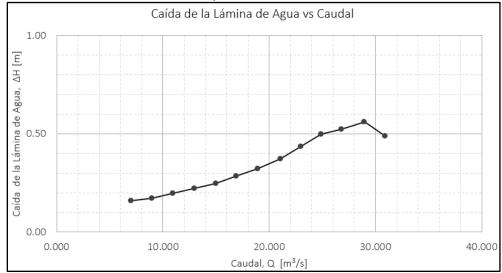


Ilustración 16. Caída de la lámina de agua Vs Caudal. Alternativa 1: Ampliación de la sección transversal del canal de aducción. **Fuente:** Informe Modelación física de la bocatoma y del canal de aducción. ECI

3. El modelo numérico

Para resolver la hidrodinámica, IBER resuelve unas ecuaciones que se deducen a partir de dos leyes físicas de conservación elementales:

• Conservación de la masa.

• Conservación de la cantidad de movimiento.

Estas leyes físicas se traducen en unas expresiones matemáticas que son las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales gobiernan el movimiento de un fluido en las tres dimensiones del espacio. A partir de estas expresiones se deducen las ecuaciones de aguas someras, en inglés Shallow Water Equations (SWE), también conocidas como ecuaciones de Saint Venant en dos dimensiones, que son las ecuaciones básicas que resuelve el módulo hidrodinámico de IBER.

Las ecuaciones de Saint Venant 2D se obtienen a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes, realizando dos pasos:

PASO 1: Un promedio temporal para filtrar las fluctuaciones turbulentas, con lo cual se obtienen las ecuaciones de Reynolds.

PASO 2: Un promedio en la profundidad para pasar de las ecuaciones tridimensionales a las ecuaciones bidimensionales.



Ilustración 17. Pasos para llegar a las ecuaciones de Saint Venant 2D

3.1. Promedio temporal de las ecuaciones de Navier Stokes: Descomposición de Reynolds.

Por naturaleza, el flujo de agua es turbulento, lo que significa que la velocidad instantánea del agua se puede descomponer en dos componentes: un valor medio y unas fluctuaciones turbulentas. Este procedimiento, de descomponer la velocidad instantánea u en la suma de la

velocidad media u_m y unas fluctuaciones turbulentas u' se conoce popularmente como la descomposición de Reynolds.

$$U = U_m - U'$$

Ecuación 15. Promedio temporal de las ecuaciones de Navier Stokes: Descomposición de Reynolds

De manera que la velocidad media se puede entender como el promedio temporal de la velocidad instantánea en un cierto intervalo de tiempo:

$$U_m = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} u \cdot dt$$

Finalmente, las ecuaciones que se obtienen después de este proceso se conocen como ecuaciones de Reynolds, dando por terminado el paso No. 1 de la transformación de las expresiones de Navier Stokes.

3.2. Promedio en la profundidad o integración vertical:

Este procedimiento consiste en promediar todos los términos de las ecuaciones de Reynolds en la dirección vertical, lo cual va a permitir obtener las ecuaciones de Saint Venant, que básicamente se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial x} = 0$$

Ecuación 16. Promedio en la profundidad o integración vertical

Siendo la expresión anterior la encargada de representar la conservación de la masa y las dos siguientes las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento en las direcciones x y y.



$$\frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_x^2}{h} + g \cdot \frac{h^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_x \cdot q_y}{h} \right) = -gh \cdot \frac{\partial z_b}{\partial y} - \frac{\tau_{b,x}}{\rho} - \frac{\partial}{\partial x} \left(h \cdot \overline{u_x^t \cdot u_x'} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(h \cdot \overline{u_y^t \cdot u_y'} \right)$$

$$\frac{\partial q_{y}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_{y}^{2}}{h} - g \cdot \frac{h^{2}}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_{x} \cdot q_{y}}{h} \right) = -gh \cdot \frac{\partial z_{b}}{\partial y} - \frac{\tau_{b,y}}{\rho} - \frac{\partial}{\partial x} \left(h \cdot \overline{u_{x}^{t} \cdot u_{x}'} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(h \cdot \overline{u_{y}^{t} \cdot u_{y}'} \right)$$

donde:

h: calado o profundidad de la lámina de agua

 q_x : caudal específico (caudal por unidad de ancho) en la dirección x

 q_v : caudal específico (caudal por unidad de ancho) en la dirección y

 Z_b : cota de fondo

g: constante universal gravitatoria

 $\tau_{b,x}$: componente X de la tensión tangencial que ejerce el fondo

 $\tau_{b,y}$: componente Y de la tensión tangencial que ejerce el fondo

 ρ : densidad del agua

Es importante tener en cuenta que los términos incluidos dentro de los recuadros rojos son aquellos que representan los efectos de las tensiones turbulentas.

3.3. Ecuaciones de Saint Venant 2D

Continuando con el análisis que permitirá llegar al alcance determinado por las ecuaciones de Saint-Venant, es importante tener en cuenta que la variación de la cota de fondo en la dirección X o Y representa la pendiente de la línea piezométrica en la dirección X o Y, expresada de la siguiente manera:

$$\frac{\partial Z_b}{\partial x} = -S_{bx}$$

$$\frac{\partial Z_b}{\partial y} = -S_{by}$$

Además, la disipación de energía por fricción con el fondo se puede obtener a partir de la pendiente motriz S_f como:

$$\frac{\tau_{b,x}}{\rho} = ghS_{fx}$$

$$\frac{\tau_{b,y}}{\rho} = ghS_{fy}$$

Así, si se desprecia el efecto de las tensiones turbulentas, una forma habitual y compacta de ver las ecuaciones de Saint Venant 2D es:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_x^2}{h} + g \cdot \frac{h^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_x \cdot q_y}{h} \right) = gh(S_{fy} - S_{fx})$$

$$\frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_x q_y}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_x^2}{h} + g \cdot \frac{h^2}{2} \right) = gh(S_{fy} - S_{fx})$$

Ecuación 17. Ecuaciones de Saint Venant 2D

De las expresiones anteriores se puede afirmar que la primera ecuación indica que, si los caudales cambian de un punto a otro, el calado en un punto fijo deberá variar con el tiempo.

La segunda y tercera ecuaciones indican cómo varían los caudales en función de las fuerzas que actúan, las cuales son:

- Fuerzas de Inercia.
- Fuerzas de presión.
- Fuerzas de gravedad (a través de la pendiente de fondo).
- Fuerzas de rozamiento con los contornos.

$$\frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{{q_x}^2}{h} + g \cdot \frac{h^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q_x \cdot q_y}{h} \right) = gh \left(S_{fy} - S_{fx} \right)$$
inercia
presión
inercia
gravedad
rozamiento

Las ecuaciones bidimensionales de Saint-Venant son un sistema de ecuaciones diferenciales de derivadas parciales, hiperbólico y no lineal; las cuales requieren para su resolución algún método numérico cuyos inputs son: geometría, rugosidad de fondo, condiciones iniciales y condiciones de contorno. A partir de los parámetros anteriores es posible obtener como resultados una evolución de calados y velocidades.

En conclusión, de las ecuaciones anteriores se puede afirmar que las variables fundamentales y, por lo tanto, los resultados principales de una simulación en IBER son:

- La evolución del calado en cada punto de cálculo.
- La evolución de las dos componentes horizontales del caudal específico (caudal por unidad de ancho).

Así, conociendo el caudal específico y el calado, inmediatamente se pueden conocer las dos componentes horizontales de la velocidad:

$$u = \frac{q_x}{h} \quad ; \quad u = \frac{q_y}{h}$$

La afirmación anterior permite englobar el campo de resultados en:

- El campo de calados y su evolución.
- El campo de velocidades y su evolución.

Sin embargo, es importante recordar que las velocidades *u* y *v* representan las componentes horizontales de la velocidad promediada en la profundidad, razón por la cual hay que tener en cuenta que de los resultados de las modelaciones no se van a obtener información sobre la componente vertical de la velocidad ni de su distribución.

3.4. **Preproceso**

3.4.1. Definición de la geometría

Para IBER la geometría es una representación idealizada del problema que se desea estudiar, es decir, se trata de crear un modelo geométrico a partir de puntos, líneas y superficies. Para ello, el software ha generado una jerarquía entre dichas entidades, de la siguiente manera: una superficie es una entidad superior a una línea, que a su vez es una entidad superior a un punto.

Así mismo es importante tener en cuenta que una línea está formada por puntos, y una superficie está formada por líneas, escalafón que condiciona las operaciones que podemos realizar para modificar, crear y borrar entidades.

3.4.2. Condiciones iniciales

En IBER el estado inicial del canal es un estado permanente. Dicho régimen permanente es aquel en que no existen variaciones temporales de velocidades y calados, aunque sí permite variaciones espaciales, es decir, puede haber distintos valores de las variables en las distintas secciones del canal, pero estos son constantes a lo largo del tiempo. En esta situación, la lámina de agua es constante en el tiempo y recibe el nombre de curva de remanso.

3.4.3. Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera o de contorno son fundamentales para definir y acotar un problema numérico, siendo el punto de partida para las ecuaciones de gobierno (Fernández, 2012). Las mallas computacionales presentan una serie de caras que coinciden con los límites del dominio físico bajo consideración, llamado contorno (Jasak, 1996).

En primera medida, se debe diferenciar las condiciones iniciales de las condiciones de frontera, ya que las primeras son un requisito obligatorio para los problemas transitorios (fenómenos no estacionarios), inicializando todas las variables en todos los puntos del dominio en el instante inicial (Fernández, 2012). Las condiciones iniciales dependen del tiempo, mientras que las ecuaciones de frontera dependen de una coordenada espacial. Según Jasak (1996), las condiciones de contorno pueden ser numéricas y físicas. Las condiciones de contorno numéricas generalmente son condiciones de frontera de valor fijo (Dirichlet) y condiciones de frontera de gradiente fijo (Von Neumann). Las condiciones de contorno físicas para flujos incompresibles, más comunes son:

- Entrada (inlet): Se establece el campo de velocidades y, el gradiente de presión se define como cero.
- Salida (outlet): Esta condición se debe especificar contemplando que el balance global de masas para el dominio computacional se cumpla. Una posibilidad es establecer el gradiente de velocidad y de presión en cero.
- Pared (wall): Considerando una pared sólida (impermeable y antideslizante), la velocidad será igual a la de la pared; es decir, se prescribe las condiciones de contorno de valor fijo igual a cero. El gradiente de presión también se considera como cero.

Plano de simetría (plane of symmetry): Como su nombre lo indica, las componentes paralelas
al plano son proyectados a la cara de frontera desde el interior del dominio, implicando que
el gradiente normal a la superficie de simetría sea fijado en cero.

3.4.4. Mallado

La resolución de las ecuaciones de aguas someras 2D pasa por la utilización de métodos numéricos, razón por la cual, para resolver numéricamente las ecuaciones de flujo es necesario discretizarlas en una malla bidimensional. Independientemente del esquema numérico utilizado, las mallas en que se discretizan las ecuaciones se pueden clasificar de forma general en mallas estructuradas y mallas no estructuradas.

Las mallas estructuradas bidimensionales están formadas por elementos cuadrangulares ordenados en filas y columnas, de forma que cualquier elemento quede perfectamente identificado por un par de índices (*i,j*). La principal ventaja de las mallas estructuradas es su eficiencia desde el punto de vista numérico, tanto en lo que se refiere a la programación de algoritmos como al orden de precisión. Tienen el inconveniente de ser difícilmente adaptables a geometrías muy irregulares, como es el caso de los cauces fluviales. Este problema se solventa en algunos casos mediante el uso de coordenadas curvilíneas o mediante mallas estructuradas por bloques.

Las mallas no estructuradas están formadas por elementos de cualquier forma. En mallas bidimensionales lo más habitual es utilizar elementos triangulares, pudiéndose utilizar asimismo elementos cuadrangulares en zonas con una geometría más regular. Su principal ventaja es la facilidad con que se adaptan a cualquier geometría, ya que no es necesario que la malla tenga

ningún tipo de organización o estructura interna. Esta característica las hace especialmente indicadas para su utilización en hidráulica fluvial.

3.5. Proceso

En esta etapa de cálculo IBER empieza a resolver las ecuaciones de Saint-Venant en cada uno de los nodos de la malla creada, partiendo de las condiciones iniciales, de frontera y rugosidad asignadas. El software posee varias opciones para realizar la simulación, las cuales dirigirán y limitarán los cálculos del ordenador.

3.5.1. Parámetros de Tiempo

- *Incremento de tiempo máximo:* Iber ajusta automáticamente el incremento de cálculo para satisfacer la condición de Courant. Adicionalmente es posible fijar un incremento de tiempo de cálculo máximo.
- *Instante inicial:* Valor del instante de tiempo de inicio del cálculo.
- Tiempo máximo de simulación: Valor del instante de tiempo final del cálculo.
- Intervalos de resultados: Fija el incremento de tiempo entre instantes de escritura de resultados.

3.5.2. Parámetros de Cálculo

- Numero de procesadores: Iber puede lanzar un cálculo paralelo con el número de procesadores que se desee. Si se indica un número de procesadores mayor al existente Iber utilizará el máximo de procesadores posibles.
- *Función limitadora de flujo:* Permite escoger entre un esquema numérico de primer orden, o uno de segundo orden con diferentes limitadores de flujo: Minmod, Superbee o Van Leer.

- CFL: Valor del número de Courant-Friedrichs-Levy para conseguir un esquema numérico estable.
- *Límite seco mojado:* Umbral para considerar que un elemento está seco y no se realice ningún cálculo hidrodinámico en él.
- *Métodos de secado:* en este caso existen tres opciones:
 - Normal: Cuando en un instante de tiempo un elemento tiene un calado negativo, IBER por defecto lo considera seco, y guarda en memoria el valor de dicho calado negativo. Para volver a estar mojado, el elemento debe llenar antes este "calado negativo". Es un método robusto y con el cual el tiempo de cálculo no depende del proceso de secadomojado.
 - Estricto: en este caso se impide que exista el calado negativo mencionado. Con ello se ganará precisión en el proceso de mojado y secado, pero se reducirá el incremento de tiempo de cálculo y aumentará, por lo tanto, el tiempo de cálculo total. Si el umbral de secado-mojado es muy pequeño, esta opción puede incrementar considerablemente el tiempo de las simulaciones.
 - O Hidrológico: Para este caso puntual no se utilizará este modelo, pero en cálculos hidrológicos, los calados pueden ser muy pequeños, del orden del milímetro o menos. Por ello el método "normal", en un cálculo de transformación lluvia escorrentía puede producir inestabilidades en el hidrograma.
- *Fricción en las paredes:* Permite decidir si se considera, o no, la rugosidad en las paredes verticales del contorno, así como el valor de dicha rugosidad.

3.6. Postproceso

Una vez finalizado el cálculo, o durante el mismo, se puede acceder al post-proceso para visualizar y analizar los resultados. Este punto se enfoca en la visualización de los resultados y en el procesamiento de datos en general; para lo cual IBER ofrece las siguientes opciones:

3.6.1. Visualización de resultados

IBER dispone de multitud de opciones para visualizar y analizar los resultados, personalizar los colores, las leyendas, mostrar etiquetas de valores, etc. A través de las ventanas desplegables permite acceder a los distintos grupos de resultados (o Análisis) que se pueden visualizar en cada instante de tiempo, como áreas coloreadas, áreas coloreadas suavizadas, o vectores.

3.6.2. Creación de gráficos

El software además permite con los distintos botones de creación de gráficos de la barra de visualización de resultados (botones evolución de punto, gráfico de línea, gráfico punto y gráfico de borde) crear gráficos de utilidad para el análisis de resultados. Los gráficos creados de pueden ser visualizados dentro de la interfaz que ofrece el programa o se pueden exportar para abrirlos, por ejemplo, en formatos de Excel, por ejemplo.

3.6.3. Exportar resultados en formato raster

IBER permite exportar la mayoría de los resultados en formato ASCII grid de Arc Info a través de los menús superiores. Para ello únicamente es necesario seleccionar un resultado, introducir el valor de un instante de tiempo y un tamaño de celda.

IBER creará una carpeta dentro de la carpeta del proyecto actual (carpeta Grids of results), y dentro de la misma los archivos en formato ASCII de los resultados seleccionados en el instante de tiempo más próximo al solicitado.

3.6.4. Caudal a través de una línea

Una de las ventajas actuales de IBER es que permite obtener el caudal a través de una línea. Para ello se debe crear un archivo de texto, dentro de la carpeta del proyecto actual, en el cual se especifiquen el número de líneas de control del caudal, el número de vértices de la línea y el listado de los vértices.

Las opciones anteriores son las más usadas en la visualización de resultados, sin embargo, existen un sinfín de opciones para poder ver detalladamente cada una de las variables que resultan del proceso de cálculo.

4. Modelación Computacional de Bocatoma PCH La Naveta.

En el presente capítulo se describen las diferentes temáticas utilizadas, las cuales se presentaron en forma de marco teórico, resumiendo y resaltando los conceptos manejados, las ecuaciones e igualdades utilizadas y las bases teóricas que permitieron el desarrollo cuantitativo y cualitativo del presente trabajo de grado.

4.1. Generalidades

Con el propósito de calibrar el sistema de captación de la central hidroeléctrica La Naveta, el cual está compuesto por la bocatoma, el canal de aducción, la rejilla, la compuerta radial, el canal de conducción y la sección de aforo, se utilizó el software IBER 2D buscando reproducir de la manera más fidedigna posible cada una de las características del modelo.

Lo anterior permitió que el análisis se centrara en comparar la variación de la lámina de agua y la distribución de los vectores de velocidad a lo largo del flujo, principalmente en las zonas en las cuales existieron cambios bruscos de dirección; con el fin de diagnosticar la influencia de las zonas de recirculación en el modelo y su relación con los modelos de turbulencia incluidos en el software.

4.2. Geometría Física

Geométricamente, además de estar compuesto por las estructuras anteriormente mencionadas, el modelo de bocatoma construido en el laboratorio estaba hecho en acrílico pues se consideró que era el material que mejor reproducía las condiciones de rugosidad del prototipo. Estaba seccionado en siete tramos debido a que cada uno de estos poseía una pendiente diferente, con la rejilla pintada con vinilo acrílico. Es importante tener en cuenta que los muros fueron levantados verticalmente lo cual facilitó la modelación en IBER al considerar las paredes como contornos verticales infinitamente altos.

Una vez se revisaron al detalle las dimensiones del modelo se transfirieron estas características al software. Aprovechando las facilidades que ofrece IBER para importar la geometría de programas externos especializados, se decidió reproducir las medidas en AutoCAD 3D con el fin de tener un detalle de cada zona y de esa manera transferirlo a IBER una vez estuviera listo para ser implementado.

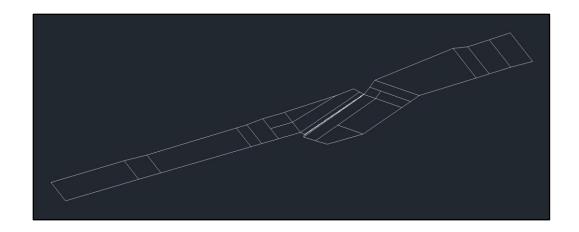


Ilustración 18. Vista isométrica del fondo del modelo. Fuente: Elaboración usando AutoCAD.

Debido a que el rango de caudales que circularon en el modelo demostró que el agua en ningún punto rebasaba las paredes laterales construidas, para facilitar los cálculos en IBER se decidió dejar los contornos como planos infinitamente altos con el fin de poder concentrar los esfuerzos en detallar las zonas del fondo, en lo correspondiente a su geometría y pendiente. El siguiente modelo tridimensional detalla lo mencionado anteriormente.

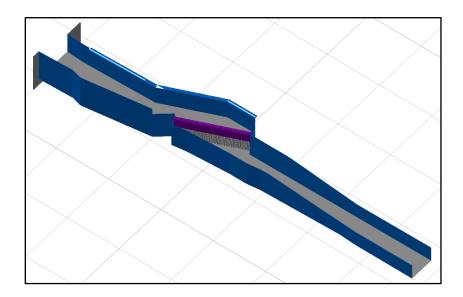


Ilustración 19. Modelo tridimensional. Fuente: Elaborado con AutoCAD

En el modelo implementado es importante tener en cuenta dos cosas:

- Explícitamente en el gráfico es difícil distinguir las pendientes que poseen cada uno de los tramos, sin embargo, conservan exactamente las inclinaciones reales con las cuales fue construido el modelo.
- La rejilla se detalló sobre la plataforma correspondiente en el suelo creando unos contornos sólidos verticales por los cuales se restringe el paso de agua. Un zoom de esta estructura permite observar con más claridad la forma en la que fue detallada esa zona.

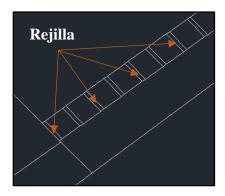


Ilustración 20. Detalle rejilla del modelo. Fuente: Elaboración propia

Cada uno de los contornos rectangulares señalados, y sus homólogos a lo largo de toda la estructura son considerados como barreras verticales por las cuales no va a circular agua. Sus dimensiones corresponden exactamente con las de la rejilla construida en el laboratorio.

4.3. Geometría IBER

IBER dentro de su paquete de importación incluye archivos con extensión .dxf, la cual proviene de archivos de AutoCAD. Rápidamente el software recopila todas las características geométricas y las plasma en el espacio de trabajo como una combinación de líneas y puntos, tal y como fueron dibujados inicialmente.

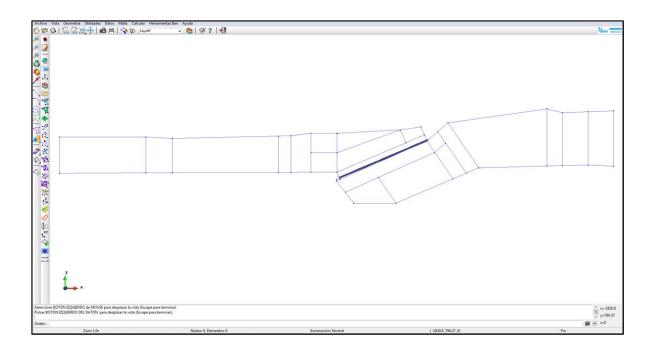


Ilustración 21. Importación de archivo .dxf a IBER. **Fuente:** Elaborado con IBER 2D

Antes de continuar el proceso es indispensable verificar que la superficie como tal sea un contorno cerrado, el cual no contenga ni puntos, ni líneas, ni superficies duplicadas las cuales puedan alterar el cálculo o causar inestabilidad en el modelo. Para ello IBER dispuso la herramienta "Colapsar" cuya única función es depurar la geometría construida en formatos CAD, SIG, RTIN, etc.

La geometría definitiva que se trace es la base del mallado, razón por la cual es recomendable optimizarla al máximo de tal forma que la creación de la malla sea un procedimiento sencillo. Para ello es importante utilizar las herramientas de construcción geométrica que ofrece IBER para detallar las zonas que se requieren, mediante la creación de las superficies idóneas en cada caso.

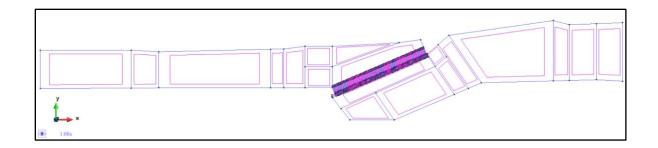


Ilustración 22. Creación de superficies en modelo IBER. Fuente: Elaborado con IBER 2D

4.4. Mallado

El siguiente paso después de la creación geométrica es el mallado. Para ello, es importante entender que todas las mallas en IBER están conformadas por elementos (polígonos) planos (no curvos), que se obtienen de discretizar la geometría (la cual puede ser curva en el espacio), de tal manera que las ecuaciones hidráulicas se resuelvan en cada elemento de la malla. Por lo tanto, en la mayoría de los casos cuanto más fina es la malla, los cálculos son más precisos porque la malla se parece más a la geometría, pero tanto el tiempo de cálculo como el tamaño de los archivos se incrementa.

Las *mallas estructuradas* son aquellas en las que cada elemento se puede identificar mediante un par de índices (*i,j*) en un módulo de análisis 2D, o 3 índices (*i,j,k*) en un problema 3D. Además, en IBER, las mallas estructuradas están formadas por elementos de 3 o 4 lados ordenados en forma de matriz; razón por la cual la zona densa geométricamente está conformada por triángulos y cuadriláteros debido a que son estas las únicas figuras que permiten la creación de una malla estructurada.

La decisión de optar por una malla estructurada en todos los sectores donde fuera posible obedece a que la programación de los algoritmos de cálculo para la discretización de las ecuaciones que resuelve el programa es más sencilla y eficiente, no obstante, esta ventaja no se

aprecia de forma directa por los usuarios del programa. Además, si las líneas de corriente tienen una dirección predominante se puede ajustar una de las direcciones principales de la malla a dicha dirección predominante, siendo este el caso más eficiente.

Por otro lado, las *mallas no estructuradas* son aquellas en las que los elementos no están ordenados entre sí. A pesar de que pueden estar formados por elementos de cualquier número de lados, en general en problemas 2D están formadas por elementos de 3 o 4 lados únicamente. Sin embargo, dentro de sus ventajas cabe destacar:

- Se adaptan mejor a geometrías irregulares.
- Son más sencillas de generar para el usuario del programa.
- El tamaño de los elementos de la malla (resolución espacial del modelo) se puede ajustar espacialmente de forma sencilla.

Por las razones anteriormente mencionadas, en las secciones geométricas que poseían más de cuatro lados se dispuso una malla no estructurada la cual se adaptó a la irregularidad en ese sector de la estructura. Básicamente este tipo de malla se usó en los sectores de las transiciones y cambios de dirección fuerte que tenía la estructura.

La versatilidad de IBER radica en poder combinar las mallas estructuradas y no estructuradas formadas por elementos de 3 o 4 lados en distintas zonas del dominio espacial, lo cual además de otorgar una gran flexibilidad en el proceso de generación de la malla de cálculo, garantiza cubrir cada una de las zonas del modelo.

4.4.1. Creación de mallados inestables

Antes de llegar la malla definitiva, fue necesario crear varias mallas preliminares las cuales necesitaron ser refinadas en pro de optimizar el tiempo de cálculo y garantizar la estabilidad del modelo. A continuación, se muestra el proceso de refinamiento.

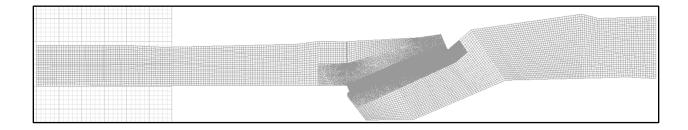


Ilustración 23. Creación de superficies en modelo IBER. Fuente: Elaborado con IBER 2D

La malla generada en el canal de aducción y conducción es una malla estructurada correctamente definida, sin embargo, la cantidad de nodos incluidos en cada tramo es mucho mayor que la información recopilada en el modelo físico, razón por la cual se optó por aumentar la dimensión de cada uno de los cuadriláteros lo cual reduciría el tiempo de cálculo y proporcionaría el detalle necesario en una zona en la cual no se encuentran localizadas las secciones de control que rigen el flujo.

Por otro lado, la zona de la rejilla se ve mucho más densa en el número de elementos, tal como se ve en el siguiente zum:

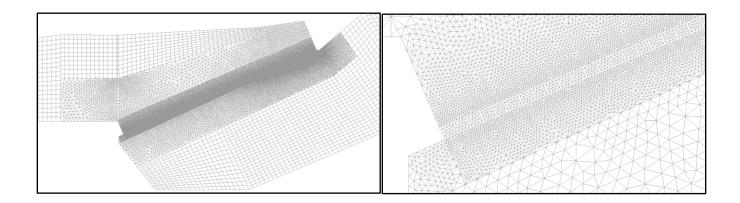


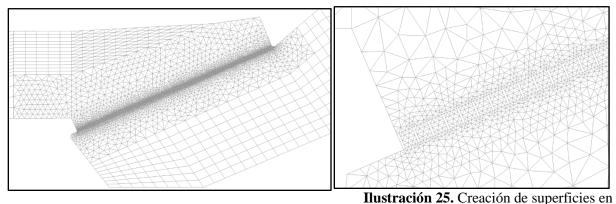
Ilustración 24. Detalle de la Superficie en le Rejilla. Fuente: Elaborado con IBER 2D

El detalle permite observar la cantidad de elementos que componen la malla no estructurada, los cuales evidentemente acrecientan el tiempo de cálculo. No obstante, el parámetro definitivo por el cual se descartó esta malla fue la inestabilidad del modelo, ya que no se satisfacía la condición de Courant, bajo el siguiente análisis:

$$\Delta t_{CFL} = CFL \frac{\Delta x}{U + \sqrt{g \cdot h}}, \quad con \ CFL \le 1, \quad \Delta t_{c\'alculo} = \min(\Delta t_{CFL}, \Delta t_{m\'ax})$$

De la expresión anterior, hay parámetros que están dados por las condiciones de frontera, razón por la cual no pueden ser modificados, tal como U (velocidad del agua), g (gravedad) y h (calado); pues tanto la velocidad del agua como el calado se irán calculando de acuerdo con el caudal establecido como condición de frontera. CFL es un parámetro que se establece en las opciones de cálculo, el cual claramente puede tomar varios valores los cuales no pueden garantizar la estabilidad o inestabilidad del modelo. De todas las variables, podría jugar con Δt_{CFL} y Δx .

 $\Delta t_{c\'alculo}$ siempre va a ser el resultado del mínimo valor entre el establecido en los parámetros de tiempo como "incremento de tiempo máximo" y el que resulta del cálculo de la condición CFL: Δt_{CFL} . Finalmente, Δx puede ser modificado para equilibrar el valor de CFL y garantizar la estabilidad del modelo.



modelo IBER. Fuente: Elaborado con IBER

A pesar de que en esta nueva alternativa se intentó ampliar el tamaño de los elementos, el problema de inestabilidad persistía producto de que al efectuar el cálculo en los elementos más pequeños no lograba satisfacerse la condición de Courant, y nuevamente generaba un registro de inestabilidad.

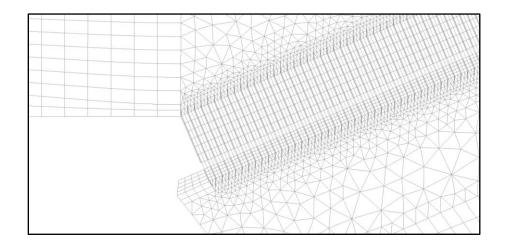


Ilustración 26. Creación de superficies en modelo IBER. Fuente: Elaborado con IBER

Todos los esfuerzos en la creación de cada una de las geometrías y por ende del mallado, estuvieron enfocados en primera instancia en la estabilidad de modelo numérico sabiendo el papel que desempeña Δx en el modelo, y en segundo lugar en la optimización de los tiempos de cálculo; sin dejar de lado el detalle que se requería en cada zona. En la malla mostrada en la ilustración 36, se observa que en la zona crítica (rejilla) se optó por una malla estructurada con el fin de controlar las dimensiones de los elementos. No obstante, cuando se desactiva la condición de Courant estricta, Δx se calcula de la siguiente manera:

- En elementos de 4 lados se toma el mínimo valor entre las longitudes de todos los lados.
- En elementos de 3 lados se toma el mínimo valor entre las longitudes de todos los lados y la raíz cuadrada del área del elemento.

La descripción anterior permite inferir fácilmente que a pesar de haber aumentado una de las dimensiones, el valor de Δx que se utilizará en los cálculos va a ser el más pequeño de los cuatro. Es decir, que si luego del cálculo de Δx que hace IBER interiormente no se obtiene un valor mayor, el modelo permanecerá en estado de inestabilidad para ciertos caudales.

4.4.2. Optimización de la malla

De acuerdo con la descripción anterior, una malla estructurada facilitará los cálculos internamente y permitirá que el tiempo total se reduzca, por esa razón en las zonas donde la geometría lo permitió se optó por una malla estructurada dejando una no estructurada solamente en aquellos sitios en los cuales la geometría presente forzaba este tipo de superficies.

Sin embargo, uno de los problemas principales radicó en la transición entre la malla estructurada y la no estructurada, ya que los elementos triangulares que estaban en la frontera poseían dimensiones muy pequeñas lo cual ocasionaba inestabilidad en el modelo numérico, debido a

que Δx es una de las variables que tiene mayor sensibilidad numérica para el cálculo del número de Courant.

Para ello IBER ofrece dos opciones: o bien la transición entre los elementos de una malla estructurada y una no estructurada, permitiendo escoger el tamaño de aquellos que se encuentran en la interfaz de transición entre una y otra, o facilitar la generación de la malla calcando ciertos elementos de la geometría, es decir, a cada superficie creada en la geometría, le asigna un elemento que compone el mallado.

Partiendo de las condiciones anteriores se fue perfeccionando la malla optimizando los tamaños de los elementos, con ello los tiempos de cálculo y la estabilidad del modelo, sin perder de vista la densidad en las zonas en las cuales se requería un mayor detalle. Finalmente, el resultado de los pasos anteriores queda representado en el siguiente esquema:

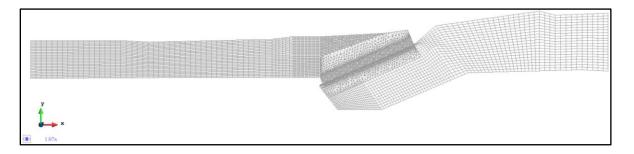


Ilustración 27. Malla optimizada del modelo. Fuente: Elaborado con IBER 2D

Para poder observar la complejidad de la rejilla se tomó un zum de esa zona.

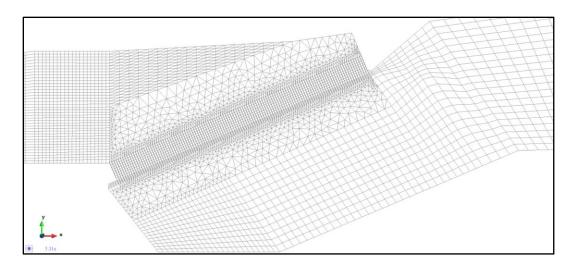


Ilustración 28. Detalle malla de rejilla. Fuente: Elaborado con IBER 2D

En el esquema anterior se distingue claramente la transición entre elementos y el aumento en la densidad de estos, ya que justo en esa zona se analizarán fenómenos de gran importancia cuyo correcto funcionamiento requiere un valor de Δx muy pequeño. Una vez finalizada la generación de la malla, se presenta un resumen del número de elementos triangulares y cuadriláteros que componen el modelo. En este punto es importante anotar que, si se encuentran elementos lineales en el registro, es posible que por un lado, la malla no sea continua en su contorno, o por otro lado que los elementos que componen la geometría tengan vacíos en alguna de sus aristas. Por lo tanto, dentro del proceso de depuración de la malla se abolieron estas inconsistencias, dando origen a una malla libre de imperfecciones, tal como lo muestra el cuadro de procesamiento de mallado:

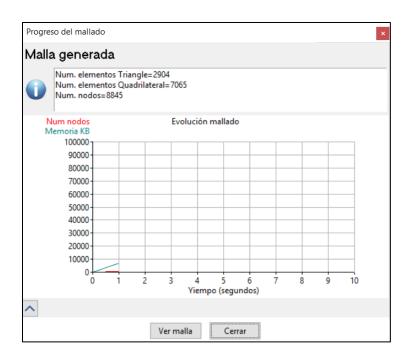


Ilustración 29. Resumen de malla generada. Fuente: Elaborado con IBER 2D

4.5. Condiciones de Contorno

Vale la pena recordar que una condición de contorno es una frontera específica de la geometría o de la malla, a la cual se le asigna un valor determinado. La existencia de estas condiciones de frontera son las que permiten definir el problema y generar la interacción entre los demás sistemas numéricos que establecen los criterios de convergencia.

Las condiciones de frontera definidas en la mecánica de fluidos y por ende en la hidráulica, son aquellas que permiten el ingreso y salida de fluido dentro de la estructura a analizar. Así, IBER por su parte, para la condición de contorno de entrada ofrece la posibilidad de trabajar con flujo permanente (Caudal Total), flujo no permanente el cual se ve representado por un caudal específico (hidrograma) o cota de la lámina de agua; mientras que, como condiciones de salida, además de ofrecer una réplica de las condiciones de entrada, se puede optar por elegir un vertedero y usarlo como estructura de control y/o descarga.

Específicamente para el análisis de la bocatoma, se estudiaron cada una de las condiciones de frontera, de tal forma que la modelación hidráulica se asemejara lo más posible a lo medido realmente.

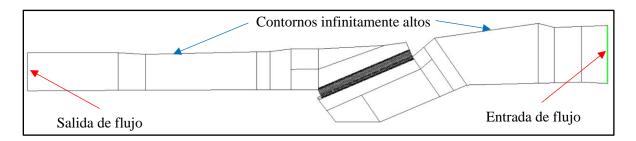


Ilustración 30. Condiciones de frontera. Fuente: Elaborado con IBER 2D.

- Condición de entrada: La entrada de flujo al modelo se puede incorporar de tres formas diferentes:
 - Caudal total.
 - o Caudal específico.
 - o Cota de agua.

Este caso en particular se trabajará con flujo permanente, razón por la cual se usará la opción de caudal total para modelar cada uno de los trece caudales que circularán por el modelo. Además, en IBER es necesario asignar el tipo de régimen de flujo asociado al número de Froude, tal como se muestra en la siguiente tabla:

	Tipo de Régimen	ı
Froude >1	Flujo Supercrítico	Régimen rápido
Froude =1	Flujo Crítico	

Froude <1	Flujo Subcrítico	Régimen lento

Tabla 4. Tipo de régimen del flujo.

Partiendo de la tabla anterior y teniendo en cuenta valor de la pendiente del primer tramo del canal, se escogió Crítico/Subcrítico como el patrón de flujo que ingresa al modelo, tal como lo evidencia el cuadro siguiente:

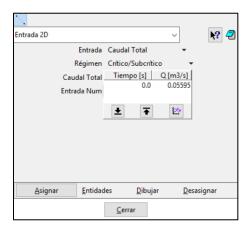


Ilustración 31. Condiciones de entrada del flujo. Fuente: Elaborado con IBER 2D

Si no se asigna una condición en el contorno de salida, IBER calculará el modelo como si se tratara de un almacenamiento de agua al interior de la estructura creada. He aquí la importancia de señalar el contorno de salida, permitiendo que se cumpla la ecuación de conservación de la masa en el volumen de control seleccionado. Así, tal como se observó arriba, se tienen dos opciones para modelar este sitio:

- Flujo Supercrítico/Crítico
- Flujo Subcrítico

Si se selecciona el primer caso, el "Flujo Supercrítico/Crítico" no se necesita agregar ningún parámetro porque las condiciones hidráulicas en la salida dependerán de lo que ocurra aguas arriba (sección de control superior), mientras que si se toma la opción de "Flujo Subcrítico" es necesario definir la condición que se va a modelar ya que esta repercute directamente en las condiciones de flujo del tramo aguas abajo; razón por la cual IBER ofrece estas cuatro opciones:

- Vertedero.
- Nivel dado.
- Curva de Gasto.
- Curva de Gasto Q.

Debido a que en este caso se midieron las profundidades de lámina de agua en el tramo de salida, se utilizará la opción "Nivel Dado" con la cual se definirá la condición de contorno a la salida del modelo.

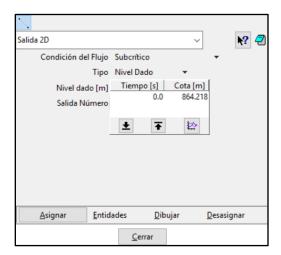


Ilustración 32. Condiciones de salida del flujo. Fuente: Elaborado con IBER 2D

4.6. Condiciones Iniciales

En este punto se establece la altura de lámina de agua que existe en el modelo al iniciar la simulación, la cual puede estar dado como un "Calado" o como una "Cota". En caso de que se seleccione "Calado", hay que digitar la altura de la lámina de agua con respecto al suelo, mientras que si se selecciona "Cota" es necesario introducir el valor como una elevación medida con respecto al nivel del mar.

Desde el punto de vista numérico, la condición inicial es la semilla que el modelo numérico utiliza para realizar los cálculos tan pronto como empiecen a cambiar las condiciones de flujo en las superficies de la malla a medida que transcurre el tiempo.

La raíz o semilla escogida en cada uno de los casos dependió de las profundidades de lámina de agua medidas, las cuales iban variando con el caudal, es decir, que si el conjunto de medidas era cercano a 0.2 m, el valor raíz escogido era 0.2 m. Esto con el fin de facilitar la convergencia del modelo numérico y reducir el tiempo de cálculo.

4.7. Dominio computacional y su discretización

El dominio computacional comprende todo el espacio que se encuentra al interior de los bordes trazados, el cual de forma general está formado por planos inclinados que delimitan el fondo del canal y planos verticales levantados por IBER en todas las zonas que no tienen dentro de sí una geometría creada.

Para poder categorizar, discriminar e identificar el dominio computacional fue necesario crear una combinación de mallas estructurada y no estructurada, las cuales se ajustaban a la geometría que tenía el modelo en cada zona, es decir, en los sectores donde era posible generar elementos

de tres o cuatro lados se instauró una malla estructurada, mientras que en aquellos polígonos que poseían un número mayor de lados se construyó una malla no estructurada. Este análisis buscó determinar la resolución de malla más adecuada, en términos de dimensión y cantidad de los elementos; de tal forma que se pudieran obtener más valores en los puntos en los que se requería y una menor cantidad de nodos en aquellos en los que no era necesario, lo cual evidentemente ayudaría a mejorar los tiempos de cálculo. Es importante anotar que en las zonas en las que se requería una mejor resolución se utilizaron mallas no estructuradas de elementos triangulares, ya que estos se adaptan mejor a los contornos irregulares de los modelos.

Con el fin de evaluar las características de la malla, tanto para elementos cuadriláteros como para triangulares se muestran los siguientes reportes

generados por IBER:

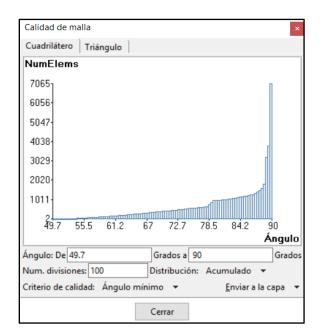




Ilustración 33. Características de la malla - elementos cuadriláteros y triangulares. **Fuente:** Elaborado con IBER 2D

Si se observa con detalle la distribución de los elementos cuadriláteros, se percibe una clara tendencia a que la mayoría de los elementos cuadriláteros tengan ángulos cercanos a 90 grados debido a que ese valor sería el óptimo, mientras que para los triángulos la tendencia tiene como valor principal 60 grados debido a que siempre se pretende que las figuras sean equiláteras.

4.8. Módulo Hidrodinámico IBER 2D

El módulo hidrodinámico que incluye el software resuelve las ecuaciones bidimensionales de aguas someras promediadas en profundidad, también conocidas como ecuaciones de St. Venant 2D. Dichas ecuaciones asumen las hipótesis de distribución de presión hidrostática y distribución uniforme de velocidad en profundidad, siendo la primera aplicable en el flujo en ríos y en corrientes generadas por la marea en estuarios y zonas costeras; mientras que la segunda hipótesis aplica de forma habitual en ríos y estuarios. Sin embargo, el alcance real del módulo hidrodinámico de IBER trasciende permitiendo la realización de los siguientes procesos:

- Flujo no estacionario en régimen rápido y en régimen lento.
- Formación de resaltos hidráulicos no estacionarios.
- Análisis de fricción de fondo según formulación de Manning.
- Frentes de inundación no estacionarios.
- Tensiones turbulentas calculadas de acuerdo con los cuatro modelos de turbulencia.
- Variación temporal de la cota de fondo producto de los efectos generados por el transporte de sedimentos.
- Condiciones de contorno tipo pared: hidrograma, nivel de marea, vertido crítico, vertedero, curva de gasto.
- Condiciones de contorno internas: puentes, vertederos, compuertas, alcantarillas.

- Formación de brecha en presas para estudio de rotura de presas.
- Infiltración según las formulaciones de: Green-Ampt, Horton, Lineal.
- Rozamiento superficial por viento según formulación de Van Dorn.
- Salida de resultados de Riesgo según RDPH.

4.9. Condiciones de frontera e iniciales

Uno de los factores críticos que afectan la precisión de los modelos de estructuras hidráulicas son las condiciones iniciales, ya que además de intervenir directamente en la estabilidad de los modelos pueden perturbar el resultado al final del proceso de cálculo. Por ejemplo, una condición inicial de calado 0.0 metros reflejará que a lo largo del espacio computacional que no hay un volumen de fluido antes de iniciar el proceso de cálculo.

Teniendo en cuenta que se disponía de mediciones directas de valores de profundidad de lámina de agua, tanto al ingreso como al final, fue posible establecer las condiciones de frontera:

- Condición de frontera de entrada: Cada uno de los trece caudales que se iban a modelar.
- Condición de frontera de salida: Lámina de agua medida a la salida, la cual tomaba un valor distinto según el caudal que se estuviera modelando.

En cuanto a la condición inicial, el único valor que se debía ingresar era la lámina de agua del volumen de agua con el cual debía iniciar el modelo. Este valor fue variable para cada uno de los modelos, pues se intentó escoger una raíz cercana a la profundidad teórica que se debía obtener, la cual estaba referenciada por los valores medidos en el modelo.

Es importante anotar que para el modelo de turbulencia k-ɛ fue necesario ingresar unas condiciones de fronteras e iniciales adicionales, las cuales serán mencionadas más adelante.

4.10. Calibración del modelo

El objetivo de la calibración del modelo es reproducir el comportamiento del flujo que ingresa por el canal de aducción, pasa por la rejilla y se transporta por el canal de conducción, acompañado de todos los fenómenos que dentro de esa trayectoria se reflejan. Por eso, antes de iniciar el proceso de calibración de la bocatoma se estableció como un requisito disponer de todas las medidas tomadas en el modelo físico, las cuales se utilizaron como la base de comparación para la calibración del modelo; pues, pensando en esa directriz se definió la geometría, las condiciones iniciales, las de contorno, los modelos hidráulicos a utilizar, la condición CFL, entre otros parámetros usados como input.

Sin embargo, debido a la dificultad en la toma de datos en el modelo construido en el laboratorio, y producto de las restricciones impuestas por los aparatos usados para la medición de magnitudes físicas diferentes al calado, se optó por tener en cuenta únicamente las profundidades de lámina de agua como los parámetros de calibración, enfocados en que una vez se tuvieran los errores dentro de los márgenes permisibles, se analizarían las demás variables otorgadas por el modelo.

Así, se ingresaron todos los datos del Pre-proceso y se dio inicio a las modelaciones correspondientes teniendo como foco de atención los resultados en términos de lámina de agua. Una vez se dispusieron de los datos del Postproceso se compararon puntos homólogos del canal únicamente con respecto a la profundidad de la lámina de agua, como el parámetro inicial a partir del cual se aceptaría o descartaría la calibración del modelo. Tan pronto como se empezaron a comparar puntos homólogos se encontró que, sin variar las condiciones iniciales, de frontera, CFL u otras, el modelo presentaba errores inferiores al 7% los cuales podrían ser admisibles y permitirían considerar que el modelo estaría calibrado.

En seguida se decidió utilizar el modelo de turbulencia k-ɛ, en el cual hizo que se incluyeran dentro de los cálculos del modelo numérico todos aquellos factores externos que perturbaban el flujo pero que representarían con mayor certeza las características turbulentas y de vorticidad presentes; lo cual ayudó a que los errores disminuyeran al describir el flujo con mayor precisión, alcanzando valores inferiores al 5%, número con el cual se dio por sentado la calibración del modelo.

El modelo se corrió durante un lapso de 300 segundos, los cuales fueron suficientes para que este lograra estabilizarse y los resultados obtenidos en un mismo nodo al cabo del tiempo no variaran, tal como lo muestra el siguiente gráfico:

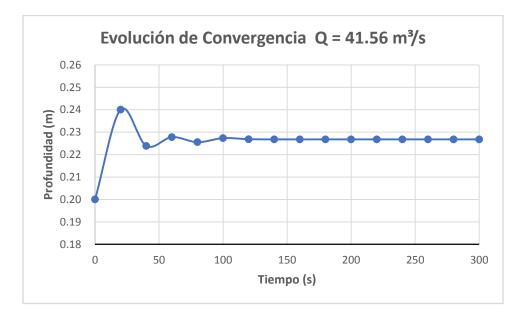


Ilustración 34. Evolución profundidad de lámina de agua Q=41.56 m³/s. **Fuente:** Elaboración propia

4.11. Validación

La validación de un modelo computacional es un proceso para formular y documentar la aplicabilidad de los resultados del modelo en relación con el sistema natural que se requiere presentar. Su propósito es confirmar que el modelo corresponda con la realidad física que se

requiere modelar, es decir, que las predicciones realizadas sean lo suficientemente confiables para ser usadas en la toma de decisiones. Palacio (2002) establece que durante la etapa de validación de un modelo deben ser realizadas simulaciones de largo periodo para validar el modelo con respecto a los niveles de agua. Producto de esta recomendación, el modelo numérico se corrió en un período de 300 segundos para evaluar el ajuste a través del tiempo.

4.12. Aplicación

Una vez el modelo se encontró calibrado y validado, se planteó su utilización para la evaluación de:

- Velocidades instantáneas en cualquier nodo del modelo.
- Análisis de los modelos de turbulencia y su influencia en los calados obtenidos.
- Análisis de la viscosidad turbulenta.
- Cambió de condiciones de frontera, con el fin de establecer qué tanto varía el flujo.
- Tener un amplio rango de caudales para modelar, dentro de los establecidos y los extrapolados.

5. Resultados y Análisis

Para poder ejemplificar todos los pasos realizados para la modelación, se va a utilizar el caudal de 30.58 m³/s como el modelo que mostrará tanto los cálculos como las gráficas que sea necesario exponer en cada caso. Con el fin de que el lector pueda consultar la misma información para los caudales restantes, en la sección de anexos del presente documento se compilan los gráficos correspondientes.

5.1. Sensibilidad del modelo a los parámetros físicos y numéricos

Los parámetros numéricos más influyentes dentro del módulo hidrodinámico, dejando de lado aquellos dados por la turbulencia son Δx y Δt , debido a que estos son los únicos que pueden ser modificados para poder garantizar la estabilidad del modelo según los requisitos dados por la condición CFL. Tal como se mencionó en el capítulo 4, debido a que Δx y Δt tenían una repercusión diferente en el modelo numérico fue necesario realizar un análisis de sensibilidad separado para cada uno, de tal forma que se pudiera categorizar cuál parámetro avalaría la convergencia del modelo para todos los caudales.

Para ello, se examinó la sensibilidad del modelo al intervalo de tiempo (Δt), mediante corridas con diferentes pasos de tiempo de 5, 10, 15 y 20 segundos. Este análisis buscó identificar un valor adecuado del tamaño del intervalo (Δt) para la discretización temporal de las simulaciones, que no comprometiera ni los resultados del modelo ni la estabilidad del modelo, pero que fuese lo suficientemente significativo para hacer simulaciones en un tiempo computacional aceptable. Para pasos de tiempo mayores a 20 segundos el modelo presentó inestabilidad; lo cual demostró que el paso del tiempo final debería tomar un valor menor, razón por la cual se optó por usar 15 s, el cual dio buenos resultados para los caudales inferiores, pero mostró inestabilidad para los más grandes producto de la influencia de la velocidad en la condición CFL. Finalmente, el valor estimado era muy cercano a 10 s, razón por la cual fue el escogido.

En (Δx) , el valor fue establecido cuando se definieron los tamaños de cada uno de los elementos que componen el mallado tanto es las secciones en las que se realizó una malla estructurada como en aquellos que tuvieron una no estructurada.

En cuanto a los coeficientes de rugosidad de Manning se pensó en utilizar el valor más común utilizado en los experimentos para los modelos en acrílico, el cual es 0.009. Una vez se

realizaron las modelaciones se comprobó que el valor era bastante adecuado debido a la precisión de los resultados de cada una de las mediciones físicas extraídas. En lo que respecta a la rejilla, ya que su contorno era pintura, se consideró jugar con el siguiente rango de valores: 0.0010 y 0.0013. En principio se tomó el valor promedio para evaluar el comportamiento del modelo, el cual fue satisfactorio; no obstante, se realizaron modelaciones con los valores límites del intervalo mencionado y se encontró que la influencia de este parámetro físico sobre las características de flujo era despreciable. Finalmente, el último parámetro que se analizó fue la turbulencia, el cual influyó considerablemente en las profundidades de lámina de agua calculadas y obteniendo mayor exactitud en la medida en que aumentaba la complejidad del modelo de turbulencia. Como se observa en la siguiente tabla, los valores de lámina de agua son diferentes según el modelo de turbulencia escogido.

Tabla 5. Comparación lámina de agua medida – Lámina de agua calculada para diferentes modelos

	COMPARACIÓN DE ERRORES MODELO SIN TURBULENCIA													
Lectura	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12	Y13	
Q = 30.58 m ³ /s	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	
Modelo físico	18.60	18.40	18.50	18.90	20.90	21.10	21.10	21.20	20.70	21.20	21.20	21.20	20.10	
Sin Turbulencia	18.87	18.49	18.81	19.64	21.53	21.70	21.62	21.62	21.28	21.63	21.70	21.68	21.21	
Diferencia (cm)	-0.27	-0.086	-0.307	-0.737	-0.628	-0.596	-0.515	-0.422	-0.581	-0.426	-0.496	-0.484	-1.108	
Error (%)	-1.5%	-0.5%	-1.7%	-3.9%	-3.0%	-2.8%	-2.4%	-2.0%	-2.8%	-2.0%	-2.3%	-2.3%	-5.5%	

	COMPARACIÓN DE ERRORES MODELO TURBULENCIA PARABÓLICO													
Lectura	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12	Y13	
$Q = 30.58 \text{ m}^3/\text{s}$	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	
Modelo físico	18.60	18.40	18.50	18.90	20.90	21.10	21.10	21.20	20.70	21.20	21.20	21.20	20.10	
Turb. Parabólico	18.87	18.55	18.37	19.31	21.30	21.46	21.38	21.40	21.06	21.42	21.50	21.49	21.02	
Diferencia (cm)	-0.267	-0.149	0.135	-0.408	-0.395	-0.363	-0.281	-0.198	-0.36	-0.218	-0.302	-0.292	-0.923	
Error Parabólico (%)	-1.4%	-0.8%	0.7%	-2.2%	-1.9%	-1.7%	-1.3%	-0.9%	-1.7%	-1.0%	-1.4%	-1.4%	-4.6%	

	COMPARACIÓN DE ERRORES MODELO TURBULENCIA k - ϵ													
Lectura	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12	Y13	
Q = 30.58 m³/s	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	ст	
Modelo físico	18.60	18.40	18.50	18.90	20.90	21.10	21.10	21.20	20.70	21.20	21.20	21.20	20.10	
Turb. Parabólico	18.87	18.53	18.74	19.38	21.28	21.44	21.37	21.38	21.05	21.40	21.49	21.48	21.00	
Diferencia (cm)	-0.266	-0.133	-0.241	-0.475	-0.376	-0.342	-0.266	-0.182	-0.346	-0.202	-0.287	-0.277	-0.902	
Error Modelo k- ε (%)	-1.4%	-0.7%	-1.3%	-2.5%	-1.8%	-1.6%	-1.3%	-0.9%	-1.7%	-1.0%	-1.4%	-1.3%	-4.5%	

5.2. Resultados de la calibración del modelo hidrodinámico

Para la calibración de modelo se compararon datos de los resultados de las simulaciones arrojadas de los tres modelos de turbulencia y las mediciones de los niveles de agua leída en el

prototipo. En el modelo físico se ubicaron trece puntos cuyas lecturas de profundidad se realizaron con flexómetros dispuestos en las paredes del modelo. Inicialmente se confrontaron estos puntos con sus homólogos en el modelo numérico, de tal forma que fuera posible determinar el error aparente de cada uno de estos con respecto a los tres modelos de turbulencia. La siguiente tabla muestra lo dicho anteriormente:

Tabla 6. Calibración del modelo hidrodinámico

	TABLA DE COMPARACIÓN DE ERRORES												
Error (%)	-1.5%	-0.5%	-1.7%	-3.9%	-3.0%	-2.8%	-2.4%	-2.0%	-2.8%	-2.0%	-2.3%	-2.3%	-5.5%
Error Parabólico (%)	-1.4%	-0.8%	0.7%	-2.2%	-1.9%	-1.7%	-1.3%	-0.9%	-1.7%	-1.0%	-1.4%	-1.4%	-4.6%
Error Modelo k- ε (%)	-1.4%	-0.7%	-1.3%	-2.5%	-1.8%	-1.6%	-1.3%	-0.9%	-1.7%	-1.0%	-1.4%	-1.3%	-4.5%

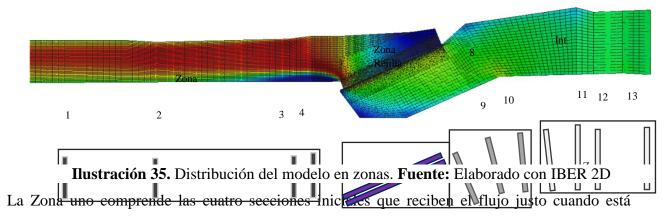
Se puede observar que el máximo error aparente es 5.5%, obtenido con el primer modelo, el cual descartaba los efectos de la turbulencia. Además, se puede observar que el modelo que refleja los errores más bajos es el k-ɛ, pues a lo largo de toda la estructura la influencia de la turbulencia es importante, razón por la cual sus efectos no pueden ser descartados.

Una vez se comprobó que el modelo k-ɛ representaba satisfactoriamente el registro de niveles de agua, se buscó que reprodujera adecuadamente el patrón de flujo (velocidades y caudales) durante todo el recorrido. Los valores de velocidades medidas en el modelo físico, son velocidades medias calculadas usando las secciones transversales del modelo, razón por la cual es difícil realizar una comparación ya que el modelo computacional mostrará velocidades instantáneas a lo largo de la sección transversal del modelo.

5.3. Análisis de Resultados de Velocidad

En la siguiente ilustración se muestran trece cortes transversales, cuatro de ellos ubicados en la Zona 3, dos de ellos en la Zona de la rejilla, tres más en la zona dos y finalmente cuatro dispuestos en la Zona 1; los cuales coinciden exactamente con los puntos en los cuales se habían realizado mediciones de las láminas de agua y velocidad en el modelo, y que además podrían ser

trasladadas al prototipo a través de la expresión que relaciona la velocidad en el modelo y la escala geométrica adoptada. Únicamente con el fin de zonificar los fenómenos, estos cortes fueron agrupados en cuatro zonas de acuerdo con la similitud tanto en la magnitud como en la distribución transversal de los perfiles.



ingresando al modelo. En ese sector los cortes transversales muestran claramente que, a pesar de utilizar el modelo de turbulencia más avanzado (el cual tiene en cuenta los efectos producidos por el rozamiento de fondo, los efectos de los gradientes de velocidad, la disipación y el transporte convectivo por el flujo medio), no se observa una variación considerable de la magnitud a lo largo del corte transversal, y más bien se muestran como una línea casi horizontal, la cual permite inferir que en esos puntos la variación espacial de la energía cinética es despreciable así como los efectos de la turbulencia, tal como se observa en la ilustración de la Sección 13.

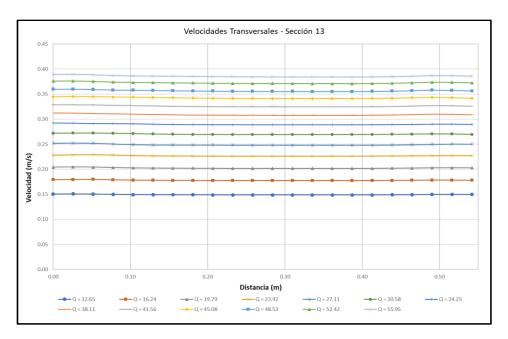


Ilustración 36. Velocidades Transversales – Sección 13. Fuente: Elaboración propia

Por su parte, la gráfica de la Sección 11 muestra un cambio en la velocidad del contorno superior producto de la ampliación del canal en ese punto, lo cual se traduce en una disminución de la velocidad asociada a un área hidráulica mayor. Este fenómeno se observa en el siguiente gráfico:

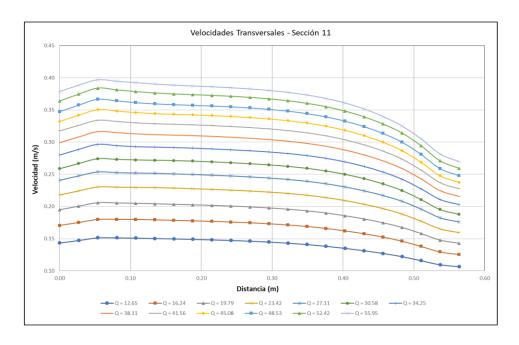


Ilustración 37. Velocidades Transversales – Sección 11. Fuente: Elaboración propia

En la zona dos el flujo empieza a desarrollar velocidad en el centro y en el contorno inferior (gráficamente representado por un tono amarillo) producto del cambio en la pendiente y de la modificación en la trayectoria marcado por las líneas de corriente. Caso contrario ocurre en la zona superior en la cual se observa un tono azul más oscuro el cual indica una disminución en la velocidad de flujo.

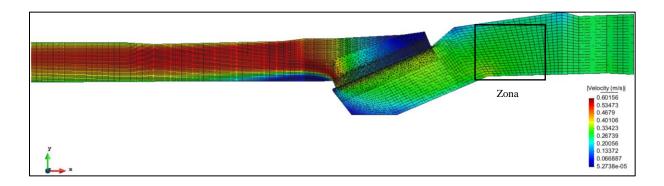


Ilustración 38. Velocidades en Zona 2. Fuente: Elaborado con IBER 2D

Este efecto se puede observar en los cortes transversales 10, 9 y 8, tal como lo muestran las siguientes gráficas:

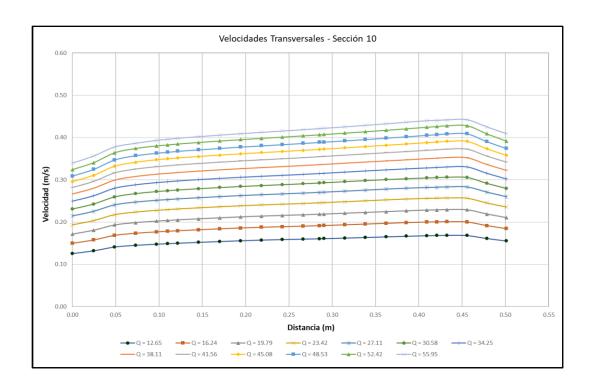


Ilustración 39. Velocidades Transversales – Sección 10. Fuente: Elaboración propia

La asimetría que se puede distinguir en la gráfica elaborada en la sección transversal 10 se origina a raíz de que el flujo empieza a cambiar la trayectoria priorizando la zona interior y disminuyendo la velocidad en el sector exterior, tal como se observa tanto en el tamaño como en la densidad de los vectores de velocidad que se muestran en la siguiente gráfica:

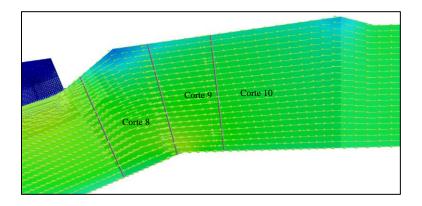


Ilustración 40. Vectores de velocidad en Zona 2. Fuente: Elaborado con IBER

Claramente en la sección 9 el fenómeno se acentúa debido a que éste inicia justo en la arista en la cual las condiciones geométricas del modelo hacen que el flujo se acelere.

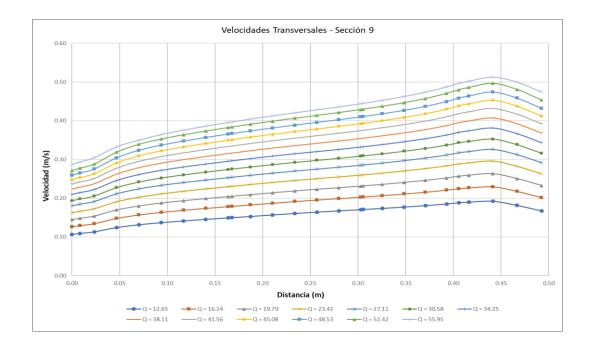


Ilustración 41. Velocidades Transversales – Sección 9. Fuente: Elaboración propia

Finalmente, en el corte 8 el perfil transversal de velocidad vuelve a retomar la simetría al estar trazado en una sección de ancho aproximadamente constante. Es importante anotar que los efectos de fricción en las paredes ocasionan que el flujo se desacelere y se transfiera este fenómeno a la zona interior del canal de conducción, en la cual las velocidades máximas son del mismo orden de magnitud que en el corte 9.

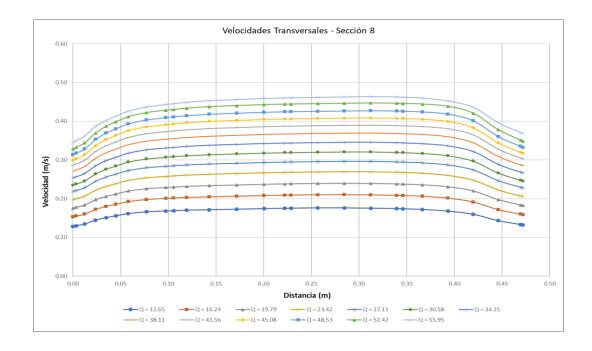


Ilustración 42. Velocidades Transversales – Sección 8. Fuente: Elaboración propia.

Entre la zona 2 y 3 se produce el mayor cambio tanto en la profundidad de la lámina de agua como en la velocidad, pues al pasar por la rejilla el flujo se acelera considerablemente hasta alcanzar la velocidad máxima cuando ingresa al canal de conducción. Para este modelo, la rejilla juega un papel muy importante como sección de control ya que las condiciones de flujo aguas arriba y aguas abajo de la misma cambian considerablemente, ya que el flujo se dirige hacia la mitad inferior de la rejilla aumentando su velocidad y cambiando el régimen de flujo a supercrítico en condiciones normales de flujo subcrítico.

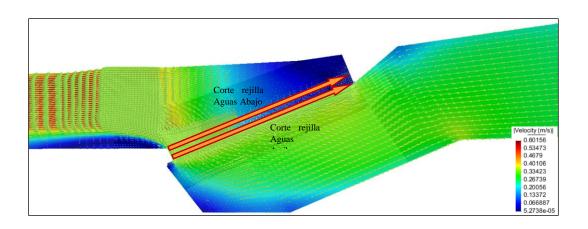


Ilustración 43. Velocidad en Rejilla. Fuente: Elaborado con IBER 2D

Para poder concebir el gradiente de velocidades que se produce en la zona de la rejilla, se construyó el siguiente gráfico, en el cual claramente se puede observar que en la zona superior de la rejilla la velocidad tiende a cero, lo cual permite concluir que el flujo permanece estacionario e incluso se presentan zonas de recirculación. Esta condición se puede confirmar al observar el gráfico de áreas coloreadas que sirve de plantilla al de vectores, el cual asigna los colores de acuerdo con la escala de magnitud dada.

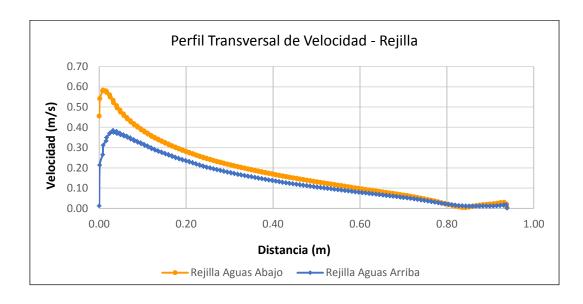


Ilustración 44. Perfil Transversal de Velocidad – Rejilla. Fuente: Elaboración propia.

Finalmente se presentan los cuatro cortes que hacen parte de la Zona 3, en los cuales se puede distinguir claramente:

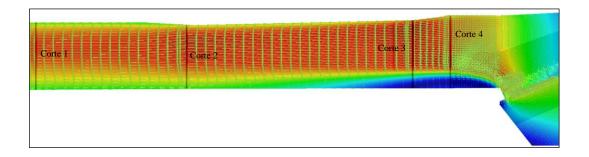


Ilustración 45. Cortes en Zona 3. Fuente: Elaborado con IBER

En el corte 4 se va a presentar una clara asimetría, la cual en el sector inferior está dada por un flujo con velocidades muy bajas e incluso un pequeño sector de flujo circulatorio justo delante de la arista donde termina la rejilla. Este fenómeno se va a repetir en el corte 3 debido a que la distancia entre uno y otro no es significativa para que el flujo haya experimentado cambios en el régimen.

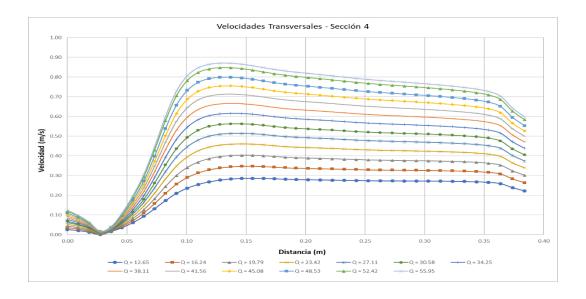


Ilustración 46. Velocidades Transversales – Sección 4. Fuente: Elaboración propia

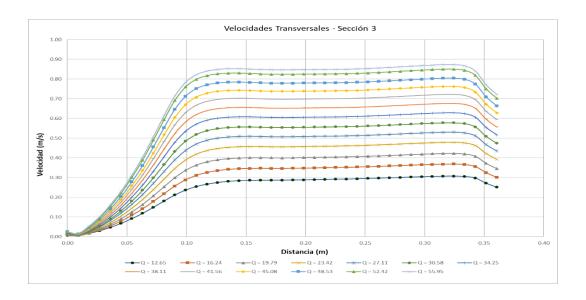


Ilustración 47. Velocidades Transversales – Sección 3. Fuente: Elaboración propia

Finalmente, es importante destacar que al estabilizarse el flujo luego de los cambios de dirección sufridos entre el canal de aducción, la rejilla y el canal de conducción se logran equilibrar los efectos de la rugosidad tanto del fondo como de las paredes creando un perfil parabólico el cual se mantiene hasta la entrega final.

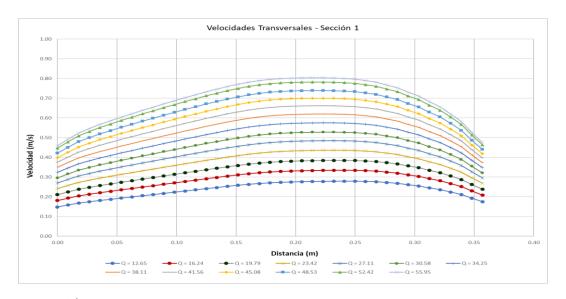


Ilustración 48. Velocidades Transversales – Sección 1. Fuente: Elaboración propia

5.4. Modificación de la Sección de Control aguas abajo

Como se describió en el capítulo anterior, para cada uno de los caudales modelados se fijaron unas condiciones a la salida del canal, las cuales hicieron las veces de secciones de control en ese sector del modelo. Sin embargo, teniendo en cuenta que el canal de conducción desemboca en el sitio de captación de las turbinas de generación, y que dependiendo del volumen almacenado y la energía demandada el caudal requerido varía y por ende las condiciones de flujo y láminas de agua en la entrega, se ha decidido modelar el caudal de 41.56 m³/s cambiando la profundidad de lámina de agua de entrega con valores inferiores y superiores, de tal forma que sea posible evaluar si este es el único punto que actúa como sección de control o por su parte, la rejilla también se comporta como una estructura que modifica los patrones de flujo.

Para poder evaluar la modificación del perfil longitudinal ante el cambio en la condición de salida, se realizó la modelación de los casos anteriores variando la profundidad desde 0.210 metros a profundidades inferiores como 0.191, 0.176 y 0.151 metros respectivamente. Para ello fue necesario trazar un perfil longitudinal tal como lo muestra la siguiente ilustración:

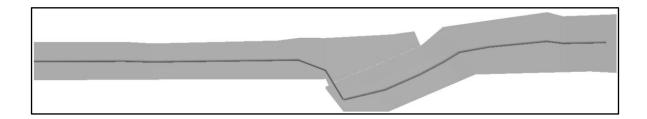


Ilustración 49. Trazado del Perfil longitudinal a lo largo de la estructura. **Fuente:** Elaboración usando IBER 2D.

La trayectoria del perfil se hizo pensando en tomar las zonas en las cuales se producían mayores cambios en la lámina de agua a causa de las condiciones físicas del modelo tales como: cambios de dirección, rejilla de control, variaciones en la pendiente del canal, entre otros; y condiciones

hidrodinámicas dentro de las cuales cabe resaltar: zonas de turbulencia producto de aristas pronunciadas, efectos de la viscosidad cinemática y turbulenta, cambios en el régimen de flujo evaluados a través del número de Froude, etc.

5.4.1. Profundidades de lámina de agua inferiores

Partiendo de la explicación anterior, se trazó el perfil de profundidades de lámina de agua para el mismo caudal 41.56 lps y las profundidades en la sección aguas abajo mostradas en los párrafos de arriba, obteniendo los resultados mostrados en el siguiente gráfico:

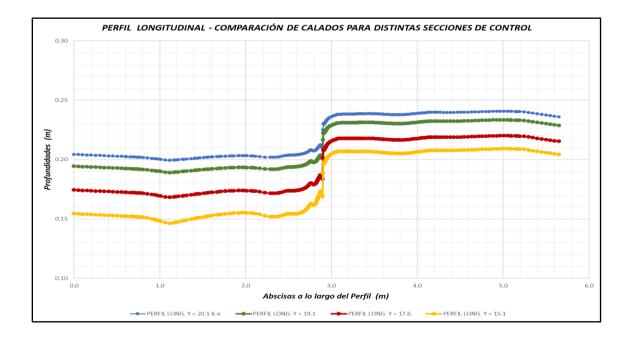


Ilustración 50. Perfiles longitudinales a lo largo de la estructura. **Fuente:** Elaboración propia

De la gráfica anterior se puede observar que el perfil azul, el cual representa el caudal con las condiciones iniciales, prácticamente se replica manteniendo la diferencia establecida en la sección de control aguas abajo con las tres profundidades de agua mencionadas, sin embargo, es necesario realizar un análisis más detallado. Al ingreso del canal (sección 13), el flujo es

evidentemente subcrítico, identificado tanto por la magnitud de la profundidad como la velocidad. Esta hipótesis puede ser verificada calculando el número de Froude:

$$NF = \frac{v}{\sqrt{g \cdot D}} = \frac{v}{\sqrt{g \cdot \frac{A}{T}}}$$

Teniendo en cuenta que el canal es rectangular y, por lo tanto:

$$NF_{20.1} = \frac{v}{\sqrt{g \cdot y \cdot b}} = \frac{v}{\sqrt{g \cdot y}} = \frac{0.325 \ m/s}{\sqrt{9.81 \ m/s^2 \cdot 0.236 \ m}} = 0.214$$

$$NF_{19.1} = \frac{v}{\sqrt{g \cdot y}} = \frac{0.336 \ m/s}{\sqrt{9.81 \ m/s^2 \cdot 0.229 \ m}} = 0.224$$

$$NF_{17.6} = \frac{v}{\sqrt{g \cdot y}} = \frac{0.357 \ m/s}{\sqrt{9.81 \ m/s^2 \cdot 0.215 \ m}} = 0.246$$

$$NF_{15.1} = \frac{v}{\sqrt{g \cdot y}} = \frac{0.375 \ m/s}{\sqrt{9.81 \ m/s^2 \cdot 0.204 \ m}} = 0.265$$

Los resultados de número de Froude calculados anteriormente pueden ser verificado mediante el siguiente esquema, en el cual se observa que el flujo que se presenta a lo largo de todo el canal es subcrítico:

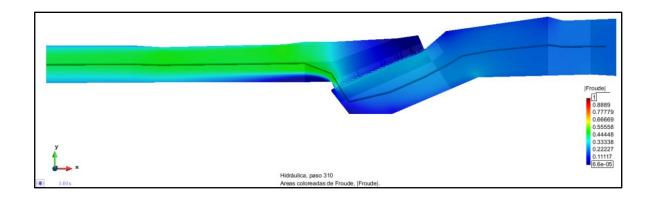


Ilustración 51. Representación gráfica número de Froude. Fuente: Elaboración usando IBER 2D

Un cambio de régimen estaría representado en el gráfico por colores de tonalidad roja, los cuales indicarían número de Froude cercanos a 1.0; sin embargo, en ningún sector de la gráfica es posible identificar estas tonalidades debido a que el valor máximo de número de Froude en todo el esquema es 0.5486. La siguiente gráfica muestra los sectores en los cuales el flujo alcanza los valores máximos y mínimos de número de Froude:

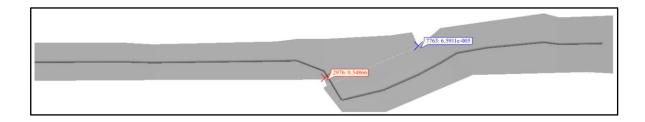


Ilustración 52. Valores máximos y mínimos número de Froude. **Fuente:** Elaboración usando IBER 2D

Así, de las consideraciones anteriores es posible concluir que los números de Froude máximos y mínimos coinciden con los puntos tanto de velocidad como de lámina de agua extremas, los cuales hacen parte de la expresión que describe este número. Finalmente, es posible afirmar que a medida que el flujo se acerca a la rejilla, empieza a disminuir su profundidad y a aumentar la velocidad redistribuyendo la energía total disponible en ese punto entre energía cinética y

potencial, efecto que se produce por un lado porque la rejilla actúa como una sección de control de flujo y por otro lado producto del cambio de dirección, el cual ocasiona que el flujo se acelere considerablemente en la margen izquierda, pero que mantenga profundidades mucho mayores en la margen derecha. Este efecto se puede observar claramente en un gráfico de vectores de velocidad, en el cual es fácil percibir la tendencia que tienen aglomerándose en la margen izquierda y disminuyendo su frecuencia en la margen derecha, en la cual la cual la velocidad es muy baja y cuya dirección varía de acuerdo con los remolinos propios de los fenómenos de recirculación. El siguiente gráfico, de vectores permite apreciar una posible distribución de las líneas de corriente y del flujo en general enfocándose en la zona de la rejilla.

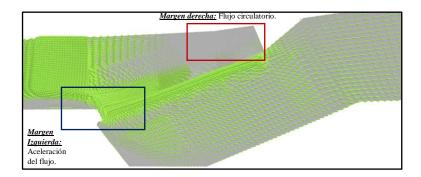


Ilustración 53. Zona de aceleración y flujo circulatorio. Fuente: Elaboración usando IBER 2D

5.4.2. Profundidades de lámina de agua superiores

Siguiendo el procedimiento descrito para la lámina de agua inferior, se elaboró un perfil longitudinal de profundidades, pero esta vez utilizando profundidades de láminas de agua superiores (0.211, 0.226 y 0.251 metros), tal como lo muestra el siguiente gráfico:

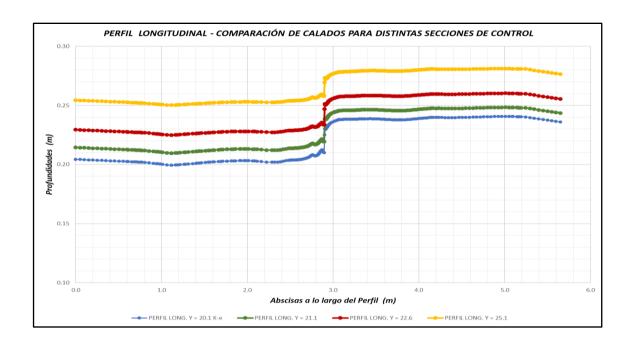


Ilustración 54. Perfiles longitudinales a lo largo de la estructura. Fuente: Elaboración propia

El fenómeno descrito para las profundidades inferiores se repite para las profundidades superiores ya que el perfil de profundidades de lámina de agua se replicó conservando su geometría guardando la diferencia establecida en la condición de frontera de la salida.

Tal como se observó para las profundidades inferiores, en este caso el número de Froude también permanece en condición subcrítica a lo largo de toda la estructura:

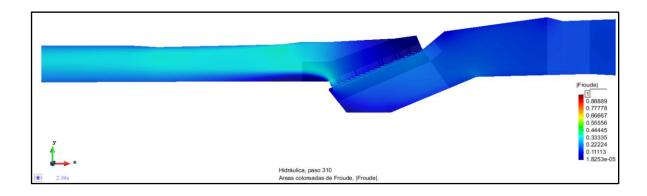


Ilustración 55. Representación gráfica número de Froude. Fuente: Elaboración propia

De las tonalidades observadas en el gráfico es posible notar que para las profundidades superiores tienen números de Froude inferiores debido a que la velocidad es incluso menor. El siguiente perfil de velocidades tomado justo a la entrada del modelo permite verificar lo dicho anteriormente:

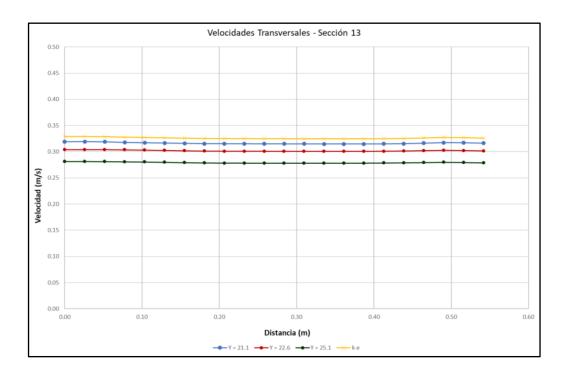


Ilustración 56. Velocidades transversales sección 13. Fuente: Elaboración propia

Del gráfico anterior se puede observar que a medida que la profundidad es mayor la velocidad es menor, efecto que repercute directamente en los números de Froude.

Un acercamiento a la zona de la rejilla permite ver a pesar de que es el punto de mayor influencia en el dominio computacional modelado, los efectos que se produjeron a lo largo del corte realizado mantienen la escala para las tres profundidades modeladas.

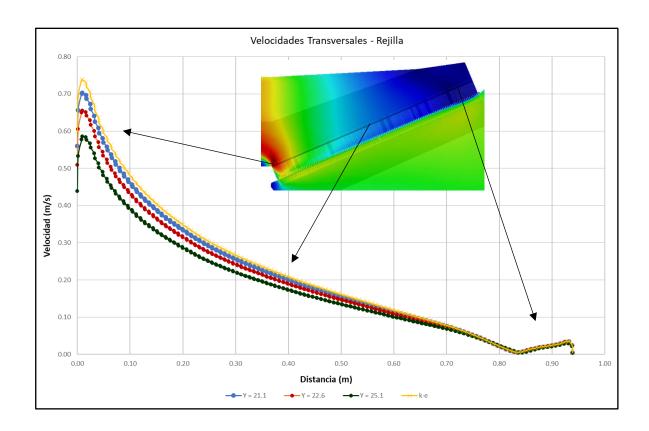


Ilustración 57. Velocidades transversales sector de la rejilla. Fuente: Elaboración propia

Los efectos en la zona de la trayectoria de flujo y de mayor velocidad denotan una diferencia para cada uno de los perfiles, mientras que en el sector de menor velocidad y flujo circulatorio el efecto para las distintas profundidades es imperceptible debido a que la velocidad tiende a ser cero y el flujo circulatorio presente tiene magnitudes muy bajas.

6. Análisis de los parámetros de Turbulencia

Los distintos modelos de turbulencia analizados tienen repercusiones tanto en las profundidades de lámina de agua como en las velocidades obtenidas. Por esta razón, con base en los resultados para cada uno de los caudales modelados en IBER, se analizó la lámina de agua en todos los puntos que tenían datos de medición en el modelo físico y se compararon uno a uno con los

valores de los modelos de turbulencia empleados, con el fin de poder realizar una comparación entre los datos del Software y los reales medidos.

Tabla 7. Comparación de errores en los modelos de turbulencia

	COMPARACIÓN DE ERRORES MODELO SIN TURBULENCIA												
Lectura	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12	Y13
Q = 30.58 m ³ /s	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
Modelo físico	18.60	18.40	18.50	18.90	20.90	21.10	21.10	21.20	20.70	21.20	21.20	21.20	20.10
Sin Turbulencia	18.87	18.49	18.81	19.64	21.53	21.70	21.62	21.62	21.28	21.63	21.70	21.68	21.21
Diferencia (cm)	-0.27	-0.086	-0.307	-0.737	-0.628	-0.596	-0.515	-0.422	-0.581	-0.426	-0.496	-0.484	-1.108
Error (%)	-1.5%	-0.5%	-1.7%	-3.9%	-3.0%	-2.8%	-2.4%	-2.0%	-2.8%	-2.0%	-2.3%	-2.3%	-5.5%

	COMPARACIÓN DE ERRORES MODELO TURBULENCIA PARABÓLICO														
Lectura	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12	Y13		
$Q = 30.58 \text{ m}^3/\text{s}$	cm	cm	cm	cm	ст	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm		
Modelo físico	18.60	18.40	18.50	18.90	20.90	21.10	21.10	21.20	20.70	21.20	21.20	21.20	20.10		
Turb. Parabólico	18.87	18.55	18.37	19.31	21.30	21.46	21.38	21.40	21.06	21.42	21.50	21.49	21.02		
Diferencia (cm)	-0.267	-0.149	0.135	-0.408	-0.395	-0.363	-0.281	-0.198	-0.36	-0.218	-0.302	-0.292	-0.923		
Error Parabólico (%)	-1.4%	-0.8%	0.7%	-2.2%	-1.9%	-1.7%	-1.3%	-0.9%	-1.7%	-1.0%	-1.4%	-1.4%	-4.6%		

	COMPARACIÓN DE ERRORES MODELO TURBULENCIA k - ϵ													
Lectura	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12	Y13	
Q = 30.58 m³/s	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	
Modelo físico	18.60	18.40	18.50	18.90	20.90	21.10	21.10	21.20	20.70	21.20	21.20	21.20	20.10	
Turb. k-ε	18.87	18.53	18.74	19.38	21.28	21.44	21.37	21.38	21.05	21.40	21.49	21.48	21.00	
Diferencia (cm)	-0.266	-0.133	-0.241	-0.475	-0.376	-0.342	-0.266	-0.182	-0.346	-0.202	-0.287	-0.277	-0.902	
Error Modelo k-ε (%)	-1.4%	-0.7%	-1.3%	-2.5%	-1.8%	-1.6%	-1.3%	-0.9%	-1.7%	-1.0%	-1.4%	-1.3%	-4.5%	

De forma general se observa similitud entre los resultados, lo cual permite concluir que las premisas planteadas como condiciones iniciales, de contorno, los parámetros asignados, el modelo numérico escogido y demás están acordes a las condiciones físicas reales y reflejan en su mayoría los fenómenos que acompañan al flujo a lo largo de la estructura.

Fácilmente es posible distinguir que el error más grande es 5.5% para el modelo sin turbulencia, el cual se reduce a 4.5% haciendo uso de modelo k-ε, ubicado justo en el sitio en el que ingresa el flujo al canal y que no puede ser modificado a causa de que en el flujo subcrítico las condiciones reales están gobernadas por lo que ocurra aguas abajo. Además, es importante destacar que incluso donde la turbulencia es considerable y se dificultan las lecturas de lámina de agua, los resultados mostrados por el Software son bastante acordes a la realidad.

No obstante, el efecto real de este fenómeno se percibe fácilmente en los perfiles transversales de velocidad, debido a que es allí donde se ven reflejada la influencia tanto de la rugosidad, como

de la turbulencia debida a los gradientes de velocidad, la disipación y el transporte convectivo por el flujo medio.

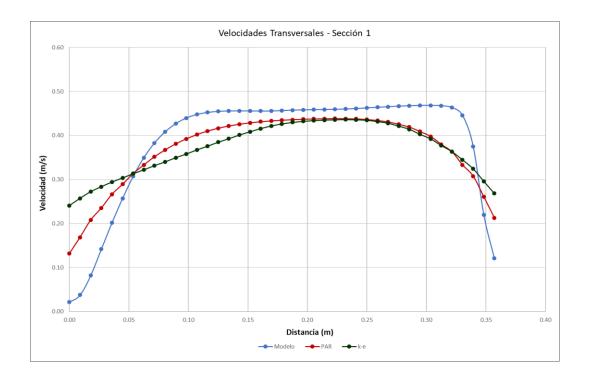


Ilustración 58. Velocidades Transversales – Sección 1. Fuente: Elaboración propia

De la gráfica anterior se puede observar que en el centro del canal las velocidades tienden a tomar los mismos valores, mientras que en los extremos el perfil tiende a disminuir la velocidad. Esto, para el modelo sin turbulencia y para el parabólico, a causa de que los dos coinciden en el precepto que en los contornos la velocidad en la pared tenderá a ser cero. Por su parte, el modelo de turbulencia k-ε, al tener en cuenta los efectos viscosos garantiza que las condiciones de flujo tengan influencia tanto de las rugosidades laterales como de las velocidades a lo largo de la sección transversal; razón por la cual se observa que en los contornos la velocidad es siempre mayor respecto a los demás modelos.

Para poder comparar gráficamente los modelos de turbulencia, se elaboraron los siguientes esquemas de áreas coloreadas:

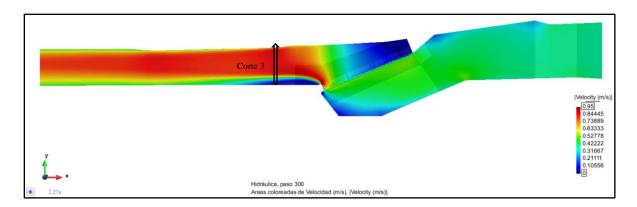


Ilustración 59. Resultados Velocidad – Modelo de Turbulencia k-ε. Fuente: Elaborado usando IBER 2D

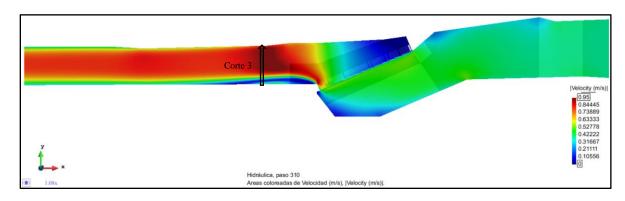


Ilustración 60. Resultados Velocidad – Modelo de Turbulencia Parabólico. **Fuente:** Elaborado usando IBER 2D

En cuanto a los campos de velocidades, se puede observar que los valores máximos al utilizar el modelo k-ɛ disminuyen debido a que la turbulencia tiende a homogeneizar el campo de velocidades. Por lo tanto, las zonas de recirculación también tienden a disminuir, lo cual se observa al comparar los diagramas a la altura del corte 3 aproximadamente, pues en el segundo modelo se ve una franja azul clara la cual indica que las velocidades presentes allí son mayores al azul oscuro reflejado en el primer diagrama.

7. Conclusiones y Recomendaciones

Es importante resaltar que los temas de la dinámica de fluidos computacional, abordados en el marco conceptual, permitieron la comprensión de la estructura y etapas que utiliza el software IBER 2D, para la correcta simulación de problemas de flujos a superficie libre y, en especial, en la representación de los ensayos experimentales efectuados en el laboratorio de hidráulica de la ECI.

En los ensayos experimentales que se realizaron en el modelo implementado en el Laboratorio de Hidráulica de la Escuela Colombiana de Ingeniería, se generaron trece perfiles de lámina de agua diferentes, en flujo turbulento a superficie libre, los cuales permitieron abarcar el dominio hidráulico de operación de La Central Hidroeléctrica La Naveta. En dichos perfiles se identificaron los efectos de la rejilla como un elemento importante en el cambio de las condiciones de flujo a lo largo de la estructura, la importancia de los fenómenos turbulentos y los cambios espaciales en el comportamiento de variables de flujo. El modelo numérico construido en el presente trabajo, utilizando el software IBER 2D, permitió representar de forma muy aproximada el comportamiento del flujo en el modelo, teniendo como principal condición el uso de modelos de turbulencia más completos y disponibles en IBER 2D.

Las modelaciones realizadas con el modelo más elemental que ofrece IBER son una buena aproximación a las mediciones experimentales de lámina de agua leídas a través de los flexómetros adheridos a las paredes del canal; sin embargo, la inclusión de expresiones en el modelo numérico cuyo fin sea describir los modelos de turbulencia, no sólo describe con mayor exactitud los fenómenos hidráulicos observados en el modelo construido en el laboratorio de hidráulica sino que incluye variables y análisis adicionales, tales como la viscosidad turbulenta, a

partir de los cuales es posible inferir los cambios que se producen en los perfiles transversales de velocidad en distintas secciones de flujo a lo largo de la estructura.

El análisis de las profundidades de lámina de agua medidas a través de los transductores de presión y su comparación con puntos homólogos en el modelo numérico, permitió concluir que el identificado como S12 se encontraba descalibrado mientras recopilaba lecturas en el modelo hidráulico, ya que los errores resultantes de cotejar los registros del transductor con los del modelo numérico en IBER dio resultados cercanos al 32%, los cuales son inconsistentes con la caracterización visual realizada en el trabajo de laboratorio.

Tanto las lecturas de los flexómetros como de los cinco transductores de presión ubicados en puntos estratégicos del modelo fueron de vital importancia para llevar a cabo con éxito la primera aproximación a la calibración del modelo numérico. Sin embargo, para disminuir los errores encontrados inicialmente fue necesario iterar usando distintos valores de características físicas como la rugosidad con el fin de encontrar un valor que redujera las diferencias. Además, las condiciones iniciales y los parámetros de cálculo establecidos antes del inicio del modelo se establecieron de tal forma que el error total encontrado disminuyera al máximo, encontrando como valor mayor 6.4% correspondiente al caudal de 12.58 lps.

La discretización de la malla estructurada creada en el sector rejilla fue una réplica de las superficies que hacían parte de la geometría de esta misma zona, lo cual no sólo garantizó tener certeza de la distribución de los elementos y del tamaño de estos, sino un mayor control en las longitudes mínimas requeridas para garantizar en todo momento la estabilidad del modelo, la cual dependía de la evaluación de la condición de Courant. Esta afirmación adquiere sentido al analizar los resultados de las simulaciones realizadas, pues se observa que a lo largo de todo el dominio computacional existe estabilidad numérica.

Por otro lado, el proceso de refinamiento de la malla mediante la combinación de superficies estructuradas en las secciones de geometría regular (asemejadas a cuadriláteros) y no estructuradas en las transiciones y cambios de dirección, no sólo permitió que se tuviera un cubrimiento total de cada uno de los espacios computacionales, garantizando una clara representación de los fenómenos de flujo que ocurrían al interior de la estructura, sino que se optimizara el tiempo de cálculo requiriendo aproximadamente 9.5 horas para la simulación de cada uno de los escenarios.

El modelo RANS y el aumento en la complejidad de los modelos de turbulencia hasta llegar a k-ε, lograron obtener una simulación numérica coherente y muy similar a las observadas en los ensayos experimentales, ya que la tendencia de los errores empezó a disminuir logrando que el perfil de la lámina de agua simulada en IBER 2D se asemejara considerablemente a los perfiles obtenidos en el laboratorio. Así mismo, es importante resaltar que aumentó el detalle de los fenómenos de turbulencia en el sector de la rejilla, mostrando tanto la aceleración del flujo hacia la arista de la margen izquierda luego de esta estructura como el represamiento en el sector de la margen derecha en el canal aguas abajo de la rejilla, simulando claramente los remolinos e identificando las zonas de recirculación y flujo muerto.

Partiendo de que el modelo de turbulencia k-ε es el único que requiere se establezcan condiciones iniciales antes de dar inicio al proceso de cálculo, logró concluirse que la estimación tanto de la energía cinética turbulenta (k) como de la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta (ε), fueron de vital importancia para la convergencia del modelo numérico ya que estos parámetros hacen parte de las ecuaciones de transporte que se resuelven para calcular la distribución espacial de la energía cinética turbulenta y su tasa de disipación. Así, las expresiones que representan los términos de difusión, producción por gradientes horizontales de velocidad,

producción por fricción en el fondo y disipación partieron de raíces adecuadas las cuales permitieron la convergencia del modelo mostrando resultados satisfactorios a lo largo de la bocatoma.

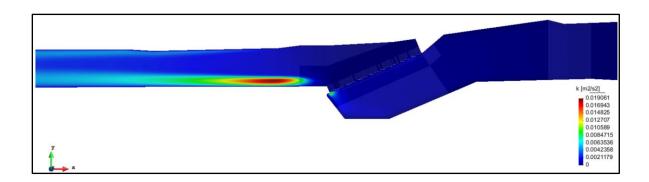


Ilustración 61. Viscosidad Turbulenta – Modelo de Turbulencia k-ε. Fuente: Elaborado usando IBER 2D

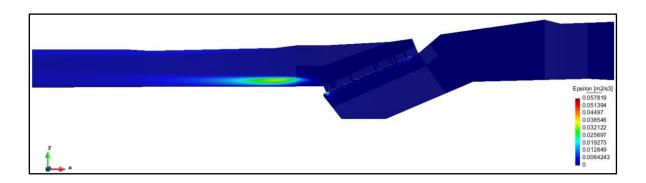


Ilustración 62. Viscosidad Turbulenta – Modelo de Turbulencia k-ε. Fuente: Elaborado usando IBER 2D

Claramente en el sector de la rejilla se potencian los efectos turbulentos del modelo, los cuales están asociados a todos los cambios de régimen de flujo que se produjeron en esa zona. Debido a que la trayectoria de la corriente principal estaba ubicada en la margen izquierda (aguas abajo de la rejilla), en ese sector se concentraría la mayor cantidad de energía cinética turbulenta, la cual justo en ese punto empezaría el proceso de disipación a medida que el flujo avanza por el canal de conducción; logrando que los perfiles de velocidad en las secciones transversales empiecen a

estabilizarse mostrando valores similares tanto en las paredes como en el centro del canal. La siguiente ilustración permite observar este efecto, mostrando la sectorización de los valores mayores una vez el flujo atraviesa la rejilla:

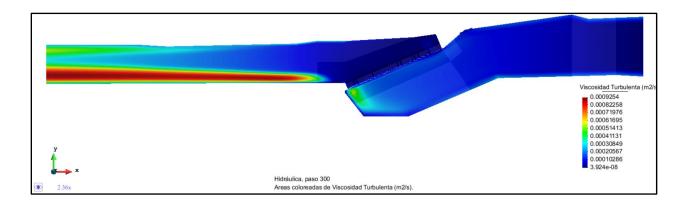


Ilustración 63. Viscosidad Turbulenta – Modelo de Turbulencia k-ε. Fuente: Elaborado con IBER

Tan pronto como el flujo atraviesa la rejilla se observan oscilaciones en la superficie de la lámina de agua, las cuales representan adecuadamente lo ocurrido en esta zona, y pueden ser observadas con claridad gracias a la discretización minuciosa generada en ese sector.

Los perfiles generados cambiando las secciones de control reflejan claramente que la rejilla es un elemento influyente en el flujo a lo largo del canal, pero que en ningún momento hace que el flujo cambie su condición subcrítica. Además, es posible inferir que a medida que se reduce el valor de la profundidad de lámina de agua como sección de control aguas abajo, la energía potencial disponible al inicio del canal también disminuye, mostrando claramente un ΔE asociado al paso del flujo por la rejilla. Finalmente, pese a que modificar la sección de control aguas abajo modifica la energía disponible para transportar el flujo al ingreso del canal de aducción, el perfil de calados a lo largo de la estructura no demuestra variaciones considerables distintas a un traslado vertical con respecto al caudal de referencia.

Como recomendación a este trabajo de grado, la información mostrada puede ser utilizada como el input a través del cual se puedan establecer las pérdidas de energía asociadas a la rejilla entre las secciones aguas arriba y aguas debajo de esta.

8. Bibliografía

- Atoche, Juan C. (2001). Modelación numérica en hidráulica, CONEIC 2001, Lima, Perú. 2.
- Barnes Jr, H.H., 1967, Roughness Characteristics of Natural Channels, 211.
- Bladé, E., Cea, L., Corestein, G., Escolano, E., Puertas, J., Vázquez-Cendón, E., ... Coll, A. (2014). Iber: Herramienta de Simulación Numérica del Flujo en Ríos. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 30(1), 1-10. https://doi.org/10.1016/j.rimni.2012.07.004
- Bladé, E., Gómez-Valentín, M. (2006). Modelación del flujo en lámina libre sobre cauces naturales. Análisis integrado en una y dos dimensiones. Monograph CIMNE Nº97. Barcelona, España.
- Brunner, Gary. (2001). HEC-RAS River Analysis System: Hydraulic Reference Manual, U.S. Army Corps of Engineers.
- Camargo, C. (2016, enero 25). *Modelación hidrológica distribuida basada en esquemas de volúmenes finitos* (Ph.D. Thesis). Universitat Politècnica de Catalunya. Recuperado a partir de http://www.tdx.cat/handle/10803/398144
- CEDEX, GEAMA, FLUMEN y CIMNE (2010). *IBER. Modelización bidimensional del flujo en lámina libre en aguas poco profundas. Manual básico de usuario.*
- Chow, V. T. (1959). Open Channel Hydraulics. New York: McGraw-Hill.
- Colombia. Universidad Nacional de Colombia. (2008) Manual de Prácticas de Laboratorio en Hidráulica. Escuela de Geociencias y Medio Ambiente.
- España. Universidad de Oviedo, Área de Mecánica de Fluidos. (2006) Simulación de la medida del caudal en flujo en canales mediante vertedero. Prácticas de fluidodinámica computacional.

- Fe Marqués, J.M., 2005, Aplicación del método de volúmenes finitos a la resolución numérica de las ecuaciones de aguas someras con incorporación de los esfuerzos debidos a la turbulencia., Universidad de Coruña, 242.
- Flumen, Geama, Cedex, & Cimne, (2003). Manual de referencia hidráulico, 1-17.
- Fischer, H.B., (1973). Longitudinal dispersion and turbulent mixing in open-channel flow. Annu. Rev. Fluid Mech. 5.
- Froelich, David. (1998). FESWMS-2DH Finite Element Surface-Water Modeling System:

 TwoDimensinal Flow in a Horizontal Plane", Kentucky, USA.
- Henderson F. M. Open Chanel Flow. 2 ed. Nueva York: Macmillan Publishing Co, 1966. 522 p.
- López, J., Alavez-Ramírez, J., & Hernández, J.L., (2009). Solución numérica del modelo de Saint-Venant vía volúmenes finitos., 34–53.
- Navarrina, F. & Puertas, J., (2005). Aplicación del método de volúmenes finitos a la resolución numérica de las ecuaciones de aguas someras con incorporación de los esfuerzos debidos a la turbulencia., Universidad de Coruña, 226.
- Rocha Felices, A., (1978) Introducción teórica al estudio de bocatomas, Lima, Perú, 33.
- Rodríguez, H. (2009) Hidráulica Experimental. Bogotá D.C Colombia. Editorial: Escuela Colombiana de Ingeniería
- Sierra, F. (2015) Comparación entre Metodologías de Modelación Hidrológica HEC HMS, Hidráulica en 1D HEC-RAS y 2D Modelo IBER, de Planicies de Inundación y Zonas Urbanas para el Caso de Villapinzon, Cundinamarca. Recuperado a partir de https://repositorio.escuelaing.edu.co/handle/001/193
- Sótelo, G. (2012) Hidráulica General. México D.F. Editorial: Limusa.
- Steffler, Peter. (2002) "Two-Dimensional Depth Averaged Model of RiverHydrodynamics and Fish Habitat", University of Alberta, Canada.
- Toro, E.F. (2001) Shock-Capturing Methods for Shallow Flows. John Wiley and Sons.