

**TAMAÑO DEL GASTO PÚBLICO COLOMBIANO Y EFECTOS  
SOBRE EL CRECIMIENTO ECONÓMICO (1970-2017).**



**FREDY ALEJANDRO CARRILLO DÍAZ.**

**[Fredy.carrillo@mail.escuelaing.edu.co](mailto:Fredy.carrillo@mail.escuelaing.edu.co)**

**ASESOR:**

**IVÁN ANDRÉS LOZADA PÉREZ.**

**ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO.**

**PROGRAMA DE ECONOMÍA.**

**BOGOTÁ, COLOMBIA.**

**2019.**

**TAMAÑO DEL GASTO PÚBLICO COLOMBIANO Y EFECTOS  
SOBRE EL CRECIMIENTO ECONÓMICO (1970-2017).**

**FREDY ALEJANDRO CARRILLO DÍAZ**

Tesis de grado para optar por el título de Economista

Asesor de tesis:

Iván Andrés Lozada Pérez

**ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO.**

**PROGRAMA DE ECONOMÍA.**

**BOGOTÁ, COLOMBIA.**

**2019.**

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar, agradezco a Dios por haberme dado la vida y la oportunidad de vivir la que hasta ahora representa la experiencia académica más enriquecedora de toda mi vida.

Agradezco a mi familia por acompañarme día y noche en este proceso de formación que, aunque con altibajos, me deja un aprendizaje que no puedo describir de forma tan simple en pequeños párrafos. A mi madre por tener fe constante en mí y en lo que soy capaz de hacer, por ser un apoyo incondicional con el cual deberían contar todas las personas, por ser mi ejemplo a seguir desde siempre y mi concepto vivo de excelencia, amor y dedicación, no solo por la familia, sino por todo aquello que uno se disponga a hacer en la vida.

También tengo una enorme gratitud por mis docentes, aquellos con quienes compartí grandes tertulias académicas, porque por ellos aprendí que el conocimiento y el trabajo duro son la herramienta más eficaz para salir adelante honestamente. Especialmente doy gracias al economista y profesor Iván Andrés Lozada, quien estuvo siempre en plena disposición de colaborarme en todo lo que necesitaba para poder culminar de forma adecuada el presente documento.

Finalmente doy un espacio de agradecimiento a todas aquellas personas especiales y amigos que conocí en la Universidad; Diana Marcela Parra, Camilo Rodríguez y Miller Fabián Vaca, quienes con su compañía suavizaron mis momentos más difíciles durante el desarrollo de mi carrera como economista e hicieron aún más plácidos mis momentos de alegría.

## RESUMEN

El presente documento tiene como propósito evaluar el efecto del gasto público total del gobierno general y sus componentes de inversión y consumo final, sobre el crecimiento económico en Colombia para el periodo (1970-2017). Esto permitirá determinar cuál de los componentes del gasto, tiene un impacto mayor sobre el crecimiento económico. Desde la literatura, se pueden encontrar modelos teóricos como los propuestos por (Barro, 1990) y (Sala-i-Martin, 2000), en donde se incluye al capital y al gasto público como factores del producto de la economía. A partir de dichos modelos, se construye una estimación econométrica basada en la metodología de la función de producción y usando Mínimos Cuadrados en dos etapas (MC2E), para ver la relación causal entre las variables. De esto se concluye que el gasto es productivo, pero más allá de un nivel, es un freno a la producción. Además, no hay existencia de relación de “U invertida” propuesta por los autores del marco teórico.

**Palabras clave:** Gasto Público, Gobierno, Crecimiento Económico, Productividad, Composición del Gasto, Producción.

**J.E.L:** H5, H50, O4, O40, O41.

## **ABSTRACT**

The purpose of this document is to evaluate the effect of the total public expenditure of the general government and its components of investment and final consumption on the economic growth in Colombia for the period (1970-2017). This will make it possible to determine which of the components of the expenditure has a greater impact on economic growth. From the literature, theoretical models can be found such as those proposed by (Barro, 1990) and (Sala-i-Martin, 2000), where capital and public expenditure are included as factors of the product of the economy. From these models, an econometric estimation is constructed based on the production function methodology and using Two-Stage Least Squares (2SLS), to see the causal relationship between the variables. From this it is concluded that spending is productive, but beyond a level, it is a brake on production. In addition, there is no existence of "U inverted" relationship proposed by the authors of the theoretical framework.

**Keywords:** Public Expenditure, Government, Economic Growth, Productivity, Composition of Expenditure, Production.

**J.E.L:** H5, H50, O4, O40, O41.

## Tabla de contenido

<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>8</b>
<b>2. PREGUNTA.....</b>	<b>11</b>
<b>3. HIPÓTESIS.....</b>	<b>11</b>
<b>4. OBJETIVOS.....</b>	<b>11</b>
<b>4.1. OBJETIVO GENERAL. ....</b>	<b>11</b>
<b>4.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....</b>	<b>11</b>
<b>5. PLANTEAMIENTO DE UN MODELO TEÓRICO. ....</b>	<b>12</b>
<b>5.1. MODELO TEÓRICO. ....</b>	<b>12</b>
<b>6. ESTADO DEL ARTE. ....</b>	<b>21</b>
<b>7. MEDICIÓN Y DETERMINANTES DEL TAMAÑO DEL GASTO PÚBLICO. ....</b>	<b>25</b>
<b>8. ESTIMACIÓN .....</b>	<b>38</b>
<b>8.1. OBTENCIÓN Y CARACTERÍSTICAS DE LOS DATOS.....</b>	<b>38</b>
<b>8.2. MÉTODO DE ESTIMACIÓN.....</b>	<b>39</b>
<b>8.3. ESTIMACIÓN DEL MODELO ECONOMETRICO.....</b>	<b>42</b>
<b>9. CONCLUSIONES GENERALES. ....</b>	<b>52</b>
<b>10. ANEXOS.....</b>	<b>55</b>
<b>11. REFERENCIAS.....</b>	<b>64</b>

**Lista de Anexos.**

<b>ANEXO A. Modelo de crecimiento Ramsey-Cass-Koopmans. ....</b>	<b>57</b>
<b>ANEXO B. Comprobación del tamaño óptimo del gasto público del gobierno, vía ingresos por imposición. ....</b>	<b>58</b>
<b>ANEXO C. Tamaño óptimo del gasto del gobierno general para el modelo 2.....</b>	<b>59</b>
<b>ANEXO D. Estadísticas descriptivas de las diferencias de las variables del modelo econométrico. ....</b>	<b>59</b>
<b>ANEXO E. Diagrama de dispersión de las variables del modelo de estimación 1..</b>	<b>63</b>
<b>ANEXO F. Modelo de regresión dos. ....</b>	<b>65</b>

## 1. INTRODUCCIÓN.

El análisis del gobierno, es fundamental dentro del marco de una sociedad de mercado, por que como afirma (Melo & Ramos, 2017), este tiene una serie de funciones básicas que cumple por medio del gasto público, como: i) Mejorar la eficiencia de la economía haciendo especial énfasis en evitar los fallos de los mercados, optimizando y asignando lo recursos de manera adecuada y eficiente. ii) generando estabilidad en la economía, principalmente a las variables de mayor análisis como el producto y su crecimiento, entre otros. Y iii) buscar la equidad redistribuyendo los ingresos y rentas generando progresividad. Además de funciones, según (Sala-i-Martin, 2000), también hay tareas por cumplir como determinar el tamaño y la forma de los impuestos que grava sobre los individuos; ya sea sobre el valor añadido, la renta, el patrimonio, etc., decidir el tamaño y tipo de gasto como en infraestructura, educación y salud entre otras, y finalmente, regular monopolios en garantía de la propiedad privada y el flujo de mercancías. Ahora, el uso de impuestos determina el tamaño del gasto público y del gobierno, dependiendo de las necesidades que este tenga y de su posibilidad de proveer bienes y servicios de carácter público. Así mismo, después de ser recaudados, se convierten en gasto público; variable a usar para encontrar efectos sobre el crecimiento económico.

En la misma línea de un análisis teórico sobre el gasto público, se busca llegar a la evidencia de que hay factores políticos como; el ciclo político y los intereses políticos, entre otros, y así mismo factores económicos como; el nivel de desigualdad y las transferencias a los pobres que, con el fin de “fomentar la eficiencia y la equidad” (Montes de Oca Chaparro, 2008), determinan en gran medida el tamaño y la estructura del gasto público colombiano y así mismo el efecto que tiene este sobre el crecimiento económico. Desde otro punto de análisis, se puede ver que por medio del control, administración y dirección de las diferentes instituciones y autoridades que conforman el gobierno, se termina influyendo sobre las decisiones de los agentes y de manera indirecta sobre el consumo, el producto y seguida cuenta, sobre el crecimiento económico por medio del gasto público que ejecuta el gobierno general.

Teniendo en cuenta lo anterior, el punto de partida del presente trabajo es obtener las mediciones del gasto público colombiano tanto en niveles<sup>1</sup> como en proporción del

---

<sup>1</sup> Representado en las unidades en que la variable venga expresada. Y además empalmado a precios del año 2015.

Producto Interno Bruto (PIB), ya calculadas por el DANE, con el fin de lograr determinar la forma en que viene dado el tamaño del sector público en Colombia. Con ese resultado, se concluye que, desde la revisión de las perspectivas que propone (Montero Granados, s.f.), la elaboración más eficiente de la variable es como viene expresada en cuentas nacionales<sup>2</sup> y en un indicador de medida con respecto al PIB real, ya que así se puede saber el tamaño de los gastos del gobierno colombiano con respecto al tamaño de la economía. La construcción de la variable tendrá en cuenta un nivel de cobertura del Gobierno General (GG) y se hará a partir de datos disponibles en bases de libre acceso como: el DANE, el DNP, el Banco de la República y el Ministerio de Hacienda y Crédito Público, entre otras. Para que, posteriormente, se realice la evaluación econométrica con dichas perspectivas de medición, dentro de un modelo de función de producción.

A partir del análisis de factores políticos y económicos que determinan el tamaño del gasto público<sup>3</sup>, el propósito fundamental del presente documento es hacer, por medio de la econometría, una revisión sistemática del efecto del tamaño del gasto público colombiano sobre el crecimiento económico, teniendo en cuenta la construcción teórica de (Barro, 1990) y (Sala-i-Martin, 2000). Lo anterior se llevará a cabo por medio de una evaluación de impacto del gasto público sobre el crecimiento económico usando la metodología de la función de producción. Esta sección revisa por un lado, qué tan potente es el efecto del gasto como medida del tamaño del sector público sobre el crecimiento económico, ya sea que dicho efecto tenga un carácter positivo o negativo y, por otro lado verificar si se presenta una relación de “U invertida” entre el crecimiento económico y el tamaño del gobierno tal como se presenta en el marco teórico propuesto por (Barro, 1990) y (Sala-i-Martin, 2000), o; la curva de BARS, La curva de ARMEY y la curva de RAHN, presentadas en (Barrios, 2018).

Posterior a esto, se pretende que, de los componentes del gasto público como los gastos en funcionamiento y pagos en inversión, se determine cuál de estos, como un análisis más específico y detallado, genera un efecto positivo mayor sobre el crecimiento económico. De la búsqueda en la literatura disponible como en (Aschauer, 1989), se sostiene que del gasto público, son los servicios inversión pública los que más impulsan el crecimiento económico. En ese mismo desarrollo y para el caso colombiano (Perdomo, 2002),

---

<sup>2</sup> Obsérvese que de manera específica se encuentran en el DANE para los cálculos de los agregados macroeconómicos de Colombia con frecuencia anual.

<sup>3</sup> Y en un sentido más profundo de la idea, el tamaño del Estado Colombiano analizado a partir de lo que éste, como organización política, gasta.

concluye que en efecto, el gasto en inversión pública cuando se hace en electricidad, gas y agua; educación; y minería e industria manufacturera, es aquel que impulsa de manera positiva más fuerte, los niveles de producción y con ello el crecimiento económico. Así mismo, (Posada & Gómez, 2002), encuentran que el gasto que genera mayores efectos de crecimiento económico es el que se ejecuta en formación de capital humano e infraestructura. Con lo anterior, lo que se busca lograr es que a partir del análisis empírico se determine si en efecto este hecho aplica o no para el caso colombiano más allá de lo afirmado en la teoría económica.

Seguida cuenta, con el desarrollo metódico realizado previo a este momento, cabe hacer una pregunta pertinente que no solo nace como inquietud del presente documento sino en otros, como: (Chobanov & Mladenova, 2009), (Montes de Oca Chaparro, 2008), (Alvis & Castrillón, 2013) y (Barrios, 2018). Esta pregunta es: ¿Se puede hallar un tamaño óptimo del gasto público? Esta pregunta está sujeta a varias condiciones que pueden determinar su respuesta, tales como la efectividad del gasto y el componente hacia el cual se dedica mayor parte del mismo. Sin embargo y como se verá en secciones más adelante, el óptimo no será más que aquel que maximiza la tasa de crecimiento de la economía.

Finalmente, y a modo de comparativa se hace un ejercicio de contrastación entre el panorama internacional cercano (países de Latinoamérica) y el panorama internacional lejano (resto de países del mundo) del tamaño del gasto público con respecto a Colombia, con el fin de revisar si para el entorno internacional se puede presentar; en primer lugar una simetría entre la participación del gasto respecto al PIB de forma que entre países este sea parecido y en segundo lugar, determinar si se puede evidenciar alguna presencia de, como se ve en (Barro, 1990) y (Sala-i-Martin, 2000), la relación de “U invertida” entre crecimiento económico y tamaño del gobierno desde el gasto público ejecutado.

## **2. PREGUNTA.**

- ❖ *¿Cuál fue la relación entre el gasto público y el crecimiento de la economía colombiana en el periodo 1970-2017?*

## **3. HIPÓTESIS.**

- ❖ Entre los años 1970 y 2017, el tamaño del gasto público estuvo determinado por factores tanto políticos como económicos. Además, se espera que el gasto total del gobierno general, su formación bruta de capital y su gasto en consumo final (este en menor proporción), tengan un impacto positivo sobre el crecimiento económico.

## **4. OBJETIVOS.**

Los objetivos que se presentarán a continuación trabajan en función de un desarrollo adecuado y sistemático del presente trabajo por optativa de grado de profesional en Economía.

### **4.1. OBJETIVO GENERAL.**

- ❖ Determinar el efecto del tamaño del gasto público colombiano sobre el crecimiento económico en el periodo 1970 – 2017.

### **4.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.**

- ❖ Analizar desde el punto de vista teórico cual es la relación y el efecto que tiene el tamaño del gasto público sobre el crecimiento económico.
- ❖ Identificar un modelo de la teoría económica que se adapte a la explicación de la relación del efecto del tamaño del gasto público sobre el crecimiento económico de manera consistente.
- ❖ Establecer los factores; (políticos y económicos) que han incidido en el tamaño del gasto público en Colombia.
- ❖ Determinar el tamaño del gasto público colombiano desde las perspectivas de medición especificadas.
- ❖ Estimar desde el punto de vista empírico, el tipo de relación existente entre el tamaño del gasto público y el crecimiento económico para el caso colombiano.
- ❖ Identificar qué componentes del gasto público; como medida del tamaño del gobierno, generan mayor y menor crecimiento económico.

## **5. PLANTEAMIENTO DE UN MODELO TEÓRICO.**

Tomando como base el modelo de crecimiento económico de (Solow, 1956) y (Swan, 1956), se realizará el planteamiento de un modelo teórico que mostrará una representación abstracta de la economía y la explicará por medio de gráficas y métodos algebraicos, los cuales permiten obtener un mayor entendimiento de la realidad. Con esto lo que se quiere hacer es que por parte del lector se perciba de una manera más sencilla y adecuada la relación existente entre el tamaño del gasto público y el crecimiento económico para el caso colombiano, las cuales son variables de interés del estudio. A partir de lo anterior se podrá validar o falsear la idea del efecto de una variable sobre otra y así mismo determinar si las relaciones que se plantean por medio de este conjunto de proposiciones son correctas o no.

Así, se dispondrá a verificar y analizar la idea de (Barro, 1990) y (Sala-i-Martin, 2000) de que el gobierno puede introducirse dentro de la función de producción por medio del gasto público como un factor positivo<sup>4</sup> a partir del desarrollo matemático ya planteado por (Solow, 1956) y (Swan, 1956), en sus modelos de crecimiento económico.

### **5.1. MODELO TEÓRICO.**

Como lo que se desea hacer es aplicar el modelo de crecimiento de Solow y Swan a los postulados de Barro y Sala-i-Martin<sup>5</sup>, hay que hacer una salvedad y esa es que para el caso aplicativo que se procederá a realizar, el crecimiento económico se presentará de manera endógena ya que éste, se puede determinar a partir de la forma y magnitud del tamaño que decida tener el gobierno en una economía por medio de su ejecución de gasto público, y no de manera exógena en donde el crecimiento económico depende de parámetros constantes que no pueden ser controlados o modificados para generar algún tipo de comportamiento deseado en el crecimiento, como afirma el postulado inicial realizado por Solow y Swan.

---

<sup>4</sup> Barro y Sala-i-Martin no usan a K y L en función de Y, sino usan a K y G en función de Y. Con Y como producto de la economía, K es el capital disponible en la economía usado como factor productivo, L es la mano de obra disponible a realizar el proceso productivo y G es el gasto público.

<sup>5</sup> Aunque también postulan un modelo de crecimiento a partir de la maximización de utilidad del hogar representativo basado en lo propuesto por (Ramsey, 1928), (Cass, 1965) y (Koopmans, 1965). Véase el Anexo A. Modelo de crecimiento Ramsey-Cass-Koopmans.

En el planteamiento realizado por (Barro, 1990), al igual que en (Sala-i-Martin, 2000), se parte de la revisión de una función de producción tipo AK que tiene el siguiente comportamiento:

$$Y_t = f(K, G) = AKt^\alpha Gt^{1-\alpha} \quad (1)$$

Donde  $\alpha$  y  $(1-\alpha)$ , son parámetros de participación de cada variable dentro del modelo del proceso productivo. O sea, la fracción del producto producida por el respectivo factor o el coeficiente de los rendimientos marginales decrecientes de determinada variable<sup>6</sup>. Incluir el gasto público en la función de producción nace de tres razones fundamentales: la primera, demostrar que el gobierno puede generar crecimiento económico de manera endógena tal como afirma (Afonso & Furceri, 2008). La segunda, porque se saben las consecuencias que tienen sobre la sociedad y los mercados, externalidades como la ejecución del gasto público<sup>7</sup> y la financiación de dicho gasto por medio de la tributación.<sup>8</sup> La tercera, porque lo que se representa en K, dista de ser un sustituto cercano de los insumos generados por la actividad pública (Barro, 1990). Sin embargo, el cambio de variable en el modelo también tiene implicaciones teóricas merecedoras de un análisis, como contemplar al capital desde un enfoque más amplio, pues, como se verá en los supuestos teóricos del modelo, se incluyen unos rendimientos constantes a escala y crecientes en la función de producción. Además, el modelo también aplica la inclusión de los bienes y servicios públicos financiados con los ingresos públicos, más específicamente por conceptos de los ingresos tributarios.

El Gobierno no actúa por sí mismo sin reglas o restricciones, busca eficiencia, estabilidad económica y equidad redistributiva. Además, para (Sala-i-Martin, 2000), el tamaño del gasto público, se debe controlar porque, pese a querer generar efectos productivos sobre la sociedad, se financia con tributación, y esta distorsiona las decisiones de los agentes disminuyendo la rentabilidad, lo que hace caer la inversión privada y el crecimiento

---

<sup>6</sup> Note que:  $\alpha + (1 - \alpha) = 1$ . Esto implica que el uso de cada unidad de factor productivo aportará al final (dependiendo del valor de  $\alpha$ ), una determinada proporción para la creación de una unidad de producto. Lo que quiere decir que la función presenta rendimientos constantes a escala, lo que implica que para cualquier constante  $\alpha$  mayor que 0;  $F(\alpha K, \alpha G) = \alpha F(K, G)$ .

<sup>7</sup> Desde la externalidad de la ejecución del gasto público, por medio de la teoría económica se conoce que tiene un efecto demanda que genera un aumento del empleo, del consumo, de la inversión y en esa medida, aumento del crecimiento económico.

<sup>8</sup> Desde la externalidad de financiar dicho gasto público por medio de la tributación, también se conoce que esta a su vez, genera distorsiones entorno a las decisiones de consumo de los individuos en los mercados.

económico. Por ende, si el tamaño del gasto público colombiano es enorme, las consecuencias contraproducentes en la economía irán creciendo en esa misma medida.

Los supuestos teóricos que permiten iniciar con este análisis son:

- El gasto es deseable y trae beneficios que generan crecimiento económico.<sup>9</sup>
- Según (Barro, 1990), el gasto público es productivo y mejora la capacidad de la economía para aumentar su producto.
- Los bienes y servicios públicos según (Barro, 1990), no son excluyentes. Por tanto, el modelo no está sujeto a externalidades debidas al uso de los servicios públicos.
- La producción muestra rendimientos constantes a escala en K y G. Cuando hay aumento de determinadas unidades los factores productivos, la producción variará en la misma proporción.
- Hay retornos decrecientes en K por separado. Cuando hay un aumento de determinadas unidades del factor productivo, la cantidad producida aumentará en una proporción menor.
- Se cumplen condiciones de INADA.<sup>10</sup>

Dados los supuestos, para financiarse, el gobierno establece un impuesto ( $\tau$ ) que se toma una proporción del producto de la economía:  $\tau Y_t = \tau A K_t^\alpha G_t^{1-\alpha}$  (2). En términos per cápita<sup>11</sup>:  $\tau y_t = \tau A k_t^\alpha g_t^{1-\alpha}$  (3), equivalente a la restricción presupuestaria<sup>12</sup>. Al final, al despejar  $g$  se obtiene:  $g_t = \tau^{1/\alpha} A^{1/\alpha} k_t$ . (4). Después del impuesto, el ingreso disponible será entonces:  $(1 - \tau)Y_t = Y_t^d = (1 - \tau)A K_t^\alpha G_t^{1-\alpha}$ . Y en términos per cápita quedaría:  $y_t^d = (1 - \tau)A k_t^\alpha g_t^{1-\alpha}$ . Con esto se establece que el crecimiento económico dependerá del capital, el tamaño del Estado como gasto público y la tasa impositiva; que trabaja en función positiva y negativa del crecimiento económico.

Cuando el gasto público tiene efectos productivos, las tasas de crecimiento económico aumentarán de a poco. Sin embargo, pese a esto, hay un punto en que el tamaño del gasto público puede ser tal, que genera un desincentivo en el crecimiento económico, causando

<sup>9</sup> Por eso se introduce en la función de producción como un argumento positivo.

<sup>10</sup> Quiere decir que: i) la PMg de los factores tiende a cero cuando el factor tiende a infinito y ii) la PMg de los factores tiende a infinito cuando el factor tiende a cero.

<sup>11</sup> Analizar variables per cápita en modelos de crecimiento permite una visión más adecuada del rendimiento de las condiciones económicas de un país, implicando un estudio más adecuado del bienestar social y las productividades de los diferentes factores productivos.

<sup>12</sup> O sea, lo que se dispone para realizar gasto público:  $g_t = \tau y_t$ :  $g_t = \tau A k_t^\alpha g_t^{1-\alpha}$ .

que disminuya. La forma en que el gobierno interviene en la economía se determina por el tamaño del gasto público. Esto se puede explicar con la tasa de crecimiento del capital per cápita que parte de la ecuación fundamental del modelo de (Solow, 1956) y (Swan, 1956), aplicada al modelo de función de producción con gasto público propuesto por (Barro, 1990) y (Sala-i-Martin, 2000) representada así:

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(1 - \tau)Ak_t^{\alpha-1}g_t^{1-\alpha} - (\eta + \delta) = Y^* \quad (5)$$

Al reemplazar (4) en (5) se obtiene:  $\frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(1 - \tau)Ak_t^{\alpha-1} \left( \tau^{\frac{1}{\alpha}} A^{\frac{1}{\alpha}} k_t \right)^{1-\alpha} - (\eta + \delta)$ .

Operando variables:  $\frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(1 - \tau)A^{1/\alpha} \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (\eta + \delta) \quad (6)$

Por tanto; a) si el tamaño del gobierno o gasto público es bajo en proporción de su economía, lo que según (Rojas & Peña, 2011), quiere decir que su tamaño vía imposición ( $\tau$ ) llega a ser cero ( $\tau = 0$ ), su efecto sobre la economía no será notorio y, por ende, el crecimiento económico quedará como:  $\frac{\dot{k}_t}{k_t} = -(\eta + \delta)$ , de forma negativa y dependiendo de variables diferentes al tamaño del gobierno, como ( $\eta$  y  $\delta$ )<sup>13</sup>. b) ya afirmado en (Rojas & Peña, 2011), si el tamaño del gobierno vía imposición, llegase al 100%, su capacidad de intervención sobre la economía será enorme. Bajo esta condición ( $\tau = 1$ ), no se genera crecimiento económico porque se eliminarían del producto de la economía factores como el consumo privado y la inversión privada y la tasa de crecimiento sería de nuevo negativo quedando así:  $\frac{\dot{k}_t}{k_t} = -(\eta + \delta)$ . Resultado que es la antítesis de lo explicado en el inciso a), pero que lleva al mismo efecto negativo sobre el crecimiento económico.

Así mismo, el modelo Solow-Swan aplicado a Barro y Sala-i-Martin explica qué variables pueden afectar el crecimiento en el marco del largo plazo. La forma cuantitativa del modelo supone economía cerrada para facilitar el análisis<sup>14</sup>. En forma general, lo que se desea afirmar es que el crecimiento se basa principalmente en una detallada gestión desde el punto de vista de la oferta agregada y no desde la demanda.

<sup>13</sup> Como se podrá ver más adelante,  $\eta$  representa la tasa de crecimiento poblacional y  $\delta$  representa la tasa a la cual se deprecia el capital.

<sup>14</sup> Aunque en la estimación del modelo se incluirán variables para una economía abierta como es el caso de Colombia.

Los supuestos del modelo son<sup>15</sup>:

- 1) Tasa de ahorro ( $s$ ) constante. Implica que:  $S_t = sY_t$ , con  $0 \leq s \leq 1$ .
- 2) Tasa de depreciación ( $\delta$ ) constante. Implica que:  $I_t = \dot{K}_t + \delta K_t$ , con  $0 \leq \delta \leq 1$ .  
Esto es la acumulación de capital, o sea el incremento de la maquinaria en la economía, más la reposición del capital depreciado en un periodo de tiempo  $t$ .
- 3) La población ( $\frac{L_t}{L_t}$ ), crece a una tasa constante ( $\eta$ ).

El análisis parte de que el producto de la economía es repartido entre consumo e inversión:

$$Y_t = C_t + I_t \quad (7)$$

Además de esto, la renta es distribuida entre consumo y ahorro:

$$Y_t = C_t + S_t \quad (8)$$

Igualando la parte derecha de las ecuaciones (7) y (8) y cancelando debidamente el consumo, se obtiene que el ahorro es igual a la inversión, motivo por el cual se igualan los supuestos 1) y 2) presentados en la anterior página:

$$S_t = I_t \rightarrow sY_t = \dot{K}_t + \delta K_t \quad (9)$$

Ahora, dada la función de producción como  $Y_t = AK_t^\alpha G_t^{1-\alpha}$ , (incluido  $G$  como factor productivo en lugar de  $L$ ), se reemplaza la parte de la derecha del  $Y_t$  de la función de producción en (9), se despeja  $\dot{K}_t$  y se obtiene:

$$\dot{K}_t = sAK_t^\alpha G_t^{1-\alpha} - \delta K_t \quad (10)$$

La cual sería la ley de acumulación del capital del modelo de crecimiento económico (Solow, 1956) y (Swan, 1956), aplicado al modelo propuesto por (Barro, 1990) y (Sala-i-Martin, 2000), en donde se incluye a  $G$  como factor productivo de la economía.

Para transformar la anterior expresión en términos per cápita se procede a dividir la ecuación (10) por la población de la economía, lo que resulta así:

$$\frac{\dot{K}_t}{L_t} = \frac{sAK_t^\alpha G_t^{1-\alpha}}{L_t} - \frac{\delta K_t}{L_t} \quad (11)$$

---

<sup>15</sup> Obsérvense además los supuestos de la sección 5. (Planteamiento de un modelo teórico), Página 14.

Con el fin de obtener el resultado matemático de cada uno de los factores de la función (11) por separado, se analizan de la siguiente manera:

$$a) -\frac{\delta K_t}{L_t} = -\delta k_t.$$

$$b) \frac{sAK_t^\alpha G_t^{1-\alpha}}{L_t} = sAk_t^\alpha g_t^{1-\alpha} = y_t.$$

Para determinar la equivalencia de  $\frac{\dot{K}_t}{L_t}$ , se procede a: Como  $k_t = \frac{K_t}{L_t}$ , se aplican logaritmos y se obtiene:  $\ln k_t = \ln K_t - \ln L_t$ . Se deriva con respecto al tiempo:  $\frac{\dot{k}_t}{k_t} = \frac{\dot{K}_t}{K_t} - \frac{\dot{L}_t}{L_t}$ . Se despeja  $\dot{k}_t$  y se obtiene:  $\dot{k}_t = k_t \frac{\dot{K}_t}{K_t} - \eta k_t \rightarrow \dot{k}_t = \frac{K_t \dot{K}_t}{L_t K_t} - \eta k_t$ . Se cancelan los  $K_t$  y queda:

$$c) \frac{\dot{k}_t}{L_t} = \dot{k}_t - \eta k_t.$$

Finalmente se reemplaza **a**, **b** y **c** en la ecuación (11), y el resultado es:

$$\dot{k}_t - \eta k_t = sAk_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - \delta k_t \quad (12)$$

Reordenando las equivalencias de la ecuación (12), despejando  $\dot{k}_t$ , con el fin de obtener la ecuación fundamental del modelo de crecimiento de Solow y Swan aplicada al modelo de Barro y Sala-i-Martin de una función de producción con el gasto público como determinante del producto de la economía:

$$\dot{k}_t = sAk_t^\alpha g_t^{1-\alpha} - (\eta + \delta) k_t \quad (13)$$

Con este resultado se puede decir que el crecimiento económico, o lo que es lo mismo que el crecimiento del capital per cápita y por tanto de la renta de un país, es la diferencia entre el ahorro per cápita menos la inversión necesaria para que el capital per cápita se mantenga constante. Nótese que la diferencia intuitiva del resultado de esta ecuación, a la propuesta inicialmente por Solow y Swan es la participación del capital de forma conjunta con gasto público dentro de la función de ahorro. Cosa que en el modelo original dependería únicamente del capital.

Siguiendo con el razonamiento de que el gobierno por medio del gasto que ejecuta se toma una proporción del producto a modo de impuestos para financiarse, se busca reflejar este hecho dentro de la función de producción. Es en ese preciso momento en donde a causa de la tributación cobrada a la sociedad, se toma un nuevo ingreso disponible de la economía que descuenta esta variable del modelo. Con este análisis hecho, se llega a la

conclusión de que al dividir (13) entre  $k_t$ , y reemplazar en  $g_t^{1-\alpha}$  la ecuación (4) es encontrada la tasa de crecimiento económico dada por la ya mencionada ecuación (6):

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(1 - \tau)A^{1/\alpha}\tau^{1-\alpha} - (\eta + \delta)$$

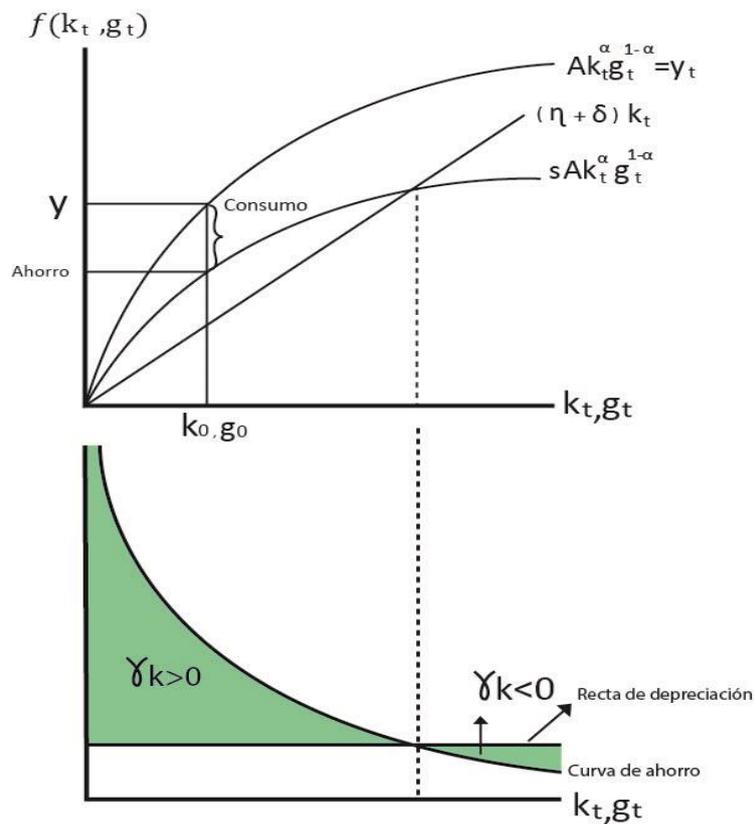
Lo que se puede observar a partir de esta equivalencia es que el crecimiento económico puede verse afectado tanto positiva, como negativamente, dependiendo de su tamaño y magnitud, por el tipo impositivo que paga la economía en impuestos al Estado.

Desde otro punto de análisis y tomando como referencia la ecuación (5), lo que se puede concluir es que el crecimiento económico no es determinado simplemente por el tipo impositivo sino por el gasto público que ejecuta el Estado y así mismo el capital.

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(1 - \tau)Ak_t^{\alpha-1}g_t^{1-\alpha} - (\eta + \delta) = \gamma^* \quad (5)$$

Habiendo concluido con el análisis matemático del modelo teórico, se puede dar paso a la explicación gráfica en donde la función de producción presentada en el modelo, la recta de depreciación y la función de ahorro pueden ser interpretadas de la siguiente manera cuando se hace la inclusión del gasto público:

Ilustración 1 Función de producción del Modelo teórico.

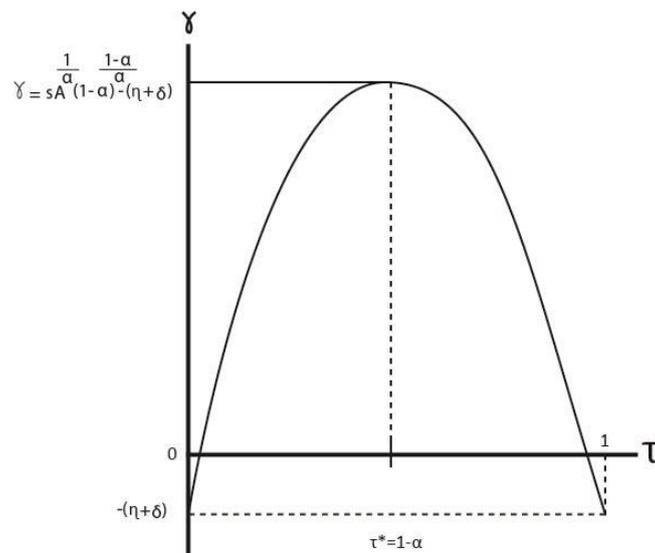


Lo que se puede observar en la Ilustración 1, es que como bien es sabido, dado el uso de los factores productivos, se origina un producto de la economía del cual hay una proporción que se ahorra y otra que se consume. De la proporción que se ahorra, la que está por sobre la recta  $(\eta + \delta)k_t$ , implica toda aquella parte del ahorro que en el proceso productivo se convierte en el crecimiento de los factores productivos, ya sea del capital o del gasto público como indicador de medida del tamaño del gobierno. Ahora, toda aquella parte del ahorro que se encuentra por debajo de la recta  $(\eta + \delta)k_t$ , representa toda la inversión necesaria para reponer la depreciación por el uso de los factores productivos,  $k_t$  y  $g_t$ .

De la parte inferior de la ilustración 1, lo que se puede observar es que toda aquella parte sombreada sobre la cual la curva de ahorro se encuentra por sobre la recta de depreciación, representa tasas de crecimiento positivas del capital y por ende de la economía. Así mismo, la parte sombreada en donde la curva de ahorro se encuentra por debajo de la recta de depreciación, quiere decir que las tasas de crecimiento del capital y por ende de la economía, serán negativas.

Por otro lado, el resultado gráfico intuitivo y de análisis propio que se encuentra acerca de la relación entre gasto público y crecimiento económico propuesta por (Barro, 1990) y (Sala-i-Martin, 2000), es:

Ilustración 2. Relación teórica Crecimiento Económico vs Gasto Público



Lo que se logra apreciar en la ilustración 2, es que desde el razonamiento teórico, el resultado de la relación gasto público<sup>16</sup> con respecto a crecimiento económico es prácticamente el mismo que el obtenido por (Sala-i-Martin, 2000). La conclusión a la que se llega con esto es que el óptimo del tamaño del gasto público ejecutado gobierno está dado por  $(1-\alpha)$ ,<sup>17</sup> cuando se procede a derivar la función (6) con respecto a  $\tau$ , siendo este el resultado que se puede reflejar en el tamaño que debería tener el gasto público del gobierno para maximizar el crecimiento económico. Así mismo para poder encontrar la tasa máxima de crecimiento económico dada por el óptimo del gasto público, lo que se debe hacer es realizar la evaluación de la función (6) de crecimiento económico, reemplazando  $\tau$  por  $(1-\alpha)$ . Allí lo que se puede observar es que precisamente el punto más alto del crecimiento económico se dará por:  $\dot{Y} = \frac{\dot{k}_t}{k_t} = sA^{1/\alpha}(1-\alpha)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (\eta + \delta)$ . En esa misma línea también se puede decir que, aunque el crecimiento económico es positivo, su tasa de crecimiento en ese punto es cero. Ahora, en un nivel de tamaño del gasto público del gobierno más alto que  $(1-\alpha)$ , las implicaciones serán que el crecimiento económico sea positivo, pero con tasas negativas hasta el punto en que ya deje de ser positivo y además siga teniendo tasas de crecimiento negativas.

De la ecuación (5) y de la ecuación (6) se puede decir que el crecimiento económico en términos per cápita llegará a ser estable si, como dice (Posada & Escobar, 2003), los parámetros de la función de producción, la tasa de tributación (o proporción gasto público/producto), la tasa de depreciación y la tasa de crecimiento poblacional son estables. Esto a su vez quiere decir que el modelo haga referencia a un crecimiento económico de carácter endógeno.

Para las características del gasto colombiano, el modelo Solow-Swan adaptado a la introducción del gasto público en la función de producción por (Barro, 1990) y (Sala-i-Martin, 2000), se ajusta adecuadamente al contexto nacional. Sin embargo, es pertinente revisar que la teoría esta diseñada para el caso de una economía cerrada, por lo que no tiene en cuenta factores que inciden en el producto y el crecimiento económico, como el tipo de cambio o incluso los términos de intercambio, que deben ser variables a considerar dentro de un análisis econométrico. Así mismo, han de tenerse en cuenta variables

---

<sup>16</sup> O presión impositiva que ejerce el Estado hacia la economía, o relación gasto público PIB; (G/PIB).

<sup>17</sup> Véase el Anexo B. “Comprobación del tamaño óptimo del gasto público del gobierno, vía ingresos por imposición”.

institucionales que permitan obtener posteriormente un modelo más completo. Dicho esto, de los supuestos habrá que eliminar aquellos que traten de describir el comportamiento de una economía cerrada, pues el caso colombiano difiere de este razonamiento. De la misma manera, debe aceptarse el supuesto que afirma que el gasto público es deseado por que genera efectos productivos positivos sobre la economía y su crecimiento ya que esto es corroborable tanto desde una argumentación puramente teórica, hasta el análisis empírico<sup>18</sup>.

Como análisis aparte, debe someterse a observación el supuesto de que la provisión de bienes públicos,<sup>19</sup> como características del gasto del gobierno es no excluyente, pues en Colombia este supuesto se cumple de manera parcial pues hay provisión de bienes públicos puros y bienes públicos impuros y dado este hecho, los bienes públicos impuros violan la tercera característica de los bienes públicos, por lo que el consumo de una unidad de bien por un individuo, afectará el consumo de otros individuos disminuyendo su cantidad.

A partir del análisis matemático y gráfico del modelo teórico realizado anteriormente, se construirá el modelo econométrico de la sección (9) Estimación.

## **6. ESTADO DEL ARTE.**

Varios estudios que se pueden encontrar en la literatura económica tienen como objetivo principal lograr encontrar la relación de “U inversa” entre el gasto público y el crecimiento económico.

En (Barrios, 2018), el autor analiza el efecto del gasto público total<sup>20</sup> sobre el crecimiento economía para el caso mexicano. Con ese fin, usa el modelo de crecimiento endógeno propuesto por Barro y Sala-i-Martin en adaptación al ya mencionado modelo de crecimiento Solow-Swan. Allí analiza las variables de crecimiento económico (como variable explicada) y el gasto público total (como variable explicativa), al igual que un vector de variables exógenas<sup>21</sup>, que para efectos del cálculo sirven como variables de

---

<sup>18</sup> Sin embargo, para el caso colombiano el gasto público viene acompañado de inflexibilidades que vuelven ineficiente su ejecución e impiden que se dedique gasto a sectores que impulsen con mayor fuerza el crecimiento económico.

<sup>19</sup> Estos cumplen tres características: 1) se consumen conjuntamente. 2) no se puede excluir a otro individuo de su consumo y 3) el consumo no es rival.

<sup>20</sup> Para efectos del documento revisado este gasto público total se analiza como una proporción del PIB en este caso de la economía mexicana.

<sup>21</sup> Variables entre las que se encuentran: consumo de los hogares (que influye directamente en la demanda agregada), la base monetaria, el agregado monetario M1, una variable proxy de la tasa de interés nacional,

control dentro del modelo de regresión cuadrática<sup>22</sup> que tiene en cuenta el autor. Las variables fueron obtenidas del Banco de Información Económica del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). Además de eso, los datos se obtienen de manera trimestral a partir del primer trimestre de 1997 y hasta el primer trimestre de 2017. El resultado es que “se pudo acreditar que efectivamente es posible construir una relación de parábola inversa entre ambas variables”.

En (Alvis & Castrillón, 2013) se encuentra que el propósito principal es llevar a cabo una estimación econométrica del modelo de gasto público y crecimiento económico de (Barro, 1990) a fin de encontrar dicha relación propuesta en el caso colombiano. Para ello usan el modelo teórico de crecimiento económico endógeno en donde tienen en cuenta variables como el crecimiento económico y el gasto público<sup>23</sup> (además de otras variables)<sup>24</sup> las cuales contrastan en una estimación de Método Generalizado de Momentos (GMM), de forma anual y entre el periodo de tiempo comprendido entre 1950 y 2010. Los resultados indican que el tamaño del gasto público que maximiza la tasa de crecimiento del PIB per cápita depende inversamente del grado relativo de aversión al riesgo. Además, de “que la elasticidad de sustitución intertemporal es baja para el período analizado.”

En (Chobanov & Mladenova, 2009) la discusión se centra en dos aspectos: i) la existencia de un tamaño óptimo del gobierno<sup>25</sup> y ii) encontrar la relación de “U inversa” entre gasto público y crecimiento económico. allí el trabajo es usar el modelo de crecimiento endógeno para diferentes países de la OECD usando las variables de gasto público y crecimiento económico de los diferentes países encontradas en el banco de datos de dicha organización. Como metodología usan panel de datos de 81 países desde 1990 hasta 2007 y llegan al resultado general de que parte de cumplirse la relación de “u inversa”, el gasto que maximiza el crecimiento no debe pasar niveles de 25% del PIB de los respectivos países. Además, hacen salvedad de que esto depende de la calidad del gasto de cada gobierno.

---

el tipo de cambio, las exportaciones, las importaciones, variable de apertura internacional (X-M), PIB de Estados Unidos, y el índice global de actividad económica.

<sup>22</sup> Descrito de la siguiente manera:  $Y_t M \acute{e}x = \beta_0 + \beta_1 TAM_t + \beta_2 TAM^2_{t-i} + \beta_3 \phi_{t-i} + \epsilon_t$ . Con  $i = 0, 1, 2 \dots t$ . y, además;  $\beta_1 > 0 \beta_2 < 0$ .

<sup>23</sup> Con un nivel de cobertura de Gobierno Nacional Central (GNC).

<sup>24</sup> Como el PIB y todas las variables ya mencionadas pero abordadas en términos per cápita.

<sup>25</sup> Reflejado de manera explícita en el modelo que propone (Sala-i-Martin, 2000).

Para (Gómez, 2003-2004), lo importante es encontrar un por qué a la tendencia decreciente del crecimiento económico para el caso colombiano y al aumento consistente del gasto del gobierno como proporción del PIB en el periodo de tiempo comprendido entre 1950 y 2000. Se tiene en cuenta el modelo teórico propuesto por (Barro, 1990), usando las variables de interés<sup>26</sup> obtenidas a partir de las cuentas nacionales en el DANE. Para este caso la metodología usada es el análisis estadístico de las variables a partir de correlaciones propias que se pueden hacer a partir de gráficos de dispersión comparativos entre las dos variables. Las conclusiones dicen que en principio hay una correlación positiva entre las variables, pero después es negativa abriendo lugar a la cuestión sobre si realmente es beneficioso el gasto público en la actividad económica, lo cual cimienta la existencia de la relación de “U invertida” entre las variables. Finalmente se abre lugar a la eficiencia o no de algunos aspectos del gasto público.

Desde otro punto de análisis que no va en la misma línea de la argumentación de la existencia de una “U invertida” en la relación gasto público – crecimiento económico, se encuentra que en (Afonso & Furceri, 2008) hay evidencia de que, para países pertenecientes tanto a la OECD<sup>27</sup> como a la Unión Europea (UE)<sup>28</sup>, la relación entre estas variables es negativa. Esto quiere decir que los impuestos indirectos, las contribuciones sociales, el consumo, subsidios e inversión del gobierno tienen un efecto considerable negativo y estadísticamente significativo sobre el crecimiento económico. Para llegar a esta conclusión, (Afonso & Furceri, 2008) proceden a llevar a cabo una metodología basada en regresiones combinadas de series de tiempo con paneles de datos teniendo en cuenta siete periodos de cinco años<sup>29</sup> con las variables de ingresos del gobierno, gastos del gobierno y crecimiento del PIB de los respectivos países obtenidas seguida cuenta de las bases de datos tanto de la OECD tanto como del portal de datos abiertos de la (UE).

La otra perspectiva de los efectos del gasto del gobierno sobre el crecimiento económico, nace a partir del trabajo de (Montes de Oca Chaparro, 2008) en donde se afirma que, contrario a las conclusiones de (Afonso & Furceri, 2008), los servicios gubernamentales

---

<sup>26</sup> Tanto del marco teórico, como del documento referenciado y el presente documento elaborado (gasto público y crecimiento económico).

<sup>27</sup> Australia, Canadá, República Checa, Hungría, Islandia, Japón, Corea, Nueva Zelanda, Noruega, Eslovaquia, Suiza y Estados Unidos.

<sup>28</sup> Austria, Bélgica, Dinamarca, Francia Finlandia, Alemania, Grecia, Italia, Irlanda, Luxemburgo, Holanda, Portugal, España, Suecia y Reino Unido.

<sup>29</sup> El periodo total comprendido va a partir de 1970 y hasta 2004. Y los periodos de cinco años respectivos son: (1970-1974, ..., 2000-2004).

para el caso de los gobiernos estatales en México, son estadísticamente productivos. Para verificar el resultado anteriormente mencionado, Montes de Oca Chaparro procede a realizar un análisis cuyo punto de partida es el modelo de crecimiento económico endógeno Barro-Karras. En este sentido, las variables usadas son el PIB estatal, el tamaño del gobierno<sup>30</sup> y el acervo de capital. La metodología de estimación usada es de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) y Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG), según la naturaleza de los datos en el periodo de tiempo comprendido entre 1998 y 2004.

Ahora, si se quiere llegar a unas conclusiones más profundas sobre la relación gasto público – crecimiento económico, se debe hacer revisión acerca de aquellos autores que desde diferentes perspectivas, abordan no solo el efecto de la totalidad del gasto público en el crecimiento económico, sino la composición convencional de este gasto<sup>31</sup> o composición sectorial<sup>32</sup>. Allí los resultados toman un poco de mayor variedad que en artículos anteriores, pues, por ejemplo en (Perdomo, 2002) para Colombia por medio del uso de modelos VAR<sup>33</sup> afirma que si se analiza la inversión pública total, se encuentra que esta no tiene impactos fuertes sobre el crecimiento económico. Pero, aun así, llegando a una visión más profunda, afirma que de invertir recursos públicos en rubros como electricidad, gas y agua; educación; y minería e industria manufacturera es posible obtener unos mayores niveles de producción. En (Aschauer, 1989) su estudio indica que se debe dar un peso significativo a las decisiones de inversión pública del gobierno, fundamentalmente a las adiciones de stock de estructuras no militares; carreteras, calles y sistemas de agua y alcantarillado.

Como se puede lograr ver, en la teoría económica se encuentran gran variedad de opiniones divididas acerca de los efectos del gasto público sobre el crecimiento económico. opiniones que van desde encontrar datos fehacientes sobre la existencia de la relación de “U invertida” en las variables hasta opiniones que afirman que la relación es positiva y otras que afirman que la relación es negativa. Por la misma razón, es pertinente

---

<sup>30</sup> Allí se tienen en cuenta rubros como: servicios personales, material y suministro, servicios generales, transferencias y ayudas y acciones sociales.

<sup>31</sup> Ya sea en inversión, funcionamiento o pagos de servicios a la deuda, como hace (Aschauer, 1989).

<sup>32</sup> Como en; educación, infraestructura, salud, administración pública, sanidad, etc..., como hacen (Perdomo, 2002) para el caso colombiano y (YILMAZ, 2018) para el caso de Turquía.

<sup>33</sup> Modelo de Vectores Autorregresivos que analiza diferentes niveles de causalidades o de dependencia en las series que trabaja determinado estudio. En otras palabras y según (Perdomo, 2002), es un sistema de ecuaciones conformado por un número predeterminado de variables que son explicadas por sus propios rezagos, por los rezagos de las otras variables que hacen parte del sistema y en algunos casos por variables determinísticas (constante, tendencia y variables Dummy).

profundizar sobre este análisis para el caso colombiano en este documento con el objetivo de lograr llegar a un consenso dentro de la teoría económica.

## **7. MEDICIÓN Y DETERMINANTES DEL TAMAÑO DEL GASTO PÚBLICO.**

Para aplicar adecuadamente el modelo desarrollado anteriormente para el caso colombiano, es pertinente en primer lugar; definir que es el gasto público y contextualizar su concepto para el caso colombiano. Por esto, según el Banco de la República de Colombia:

“Es todo el gasto realizado por el sector público en determinado periodo de tiempo. Incluye el gasto fiscal<sup>34</sup>, más gastos de empresas fiscales y semifiscales con administración autónoma del gobierno central. El gasto público se destina a bienes de consumo público y a bienes de capital, inversión pública.”

El gasto es ejecutado con el objetivo de cumplir con los fines del gobierno, ya sean sus tareas o funciones, y además para necesidades sociales que en ocasiones van en la misma línea de las funciones del Estado, como la redistribución de los ingresos a la sociedad.

En segundo lugar, revisar las posibles formas de medir el tamaño del gasto público del gobierno general para poder dimensionar el panorama sobre el cual se pueda hacer una adopción de medida más adelante a partir del consumo final del gobierno general, de la formación bruta de capital del mismo o la suma de ambas variables, lo cual constituiría el gasto total. Habiendo encontrado la variable que describe de mejor manera el comportamiento del gasto público del gobierno general de Colombia, se hace adopción de la misma para establecerla como proxy de la dimensión real del tamaño del gobierno colombiano desde el gasto público ejecutado. Se espera que la variable que al final se maneje sea la del gasto público en niveles y como proporción del PIB de Colombia.

En tercer lugar, hacer una interpretación de aquellos factores que determinan el tamaño del gasto público colombiano desde la perspectiva de análisis político y económico. Esto para examinar las causas bajo las cuales se dio el comportamiento de esta variable a lo largo del periodo de tiempo sobre el cual se realiza el estudio, (1970-2017).

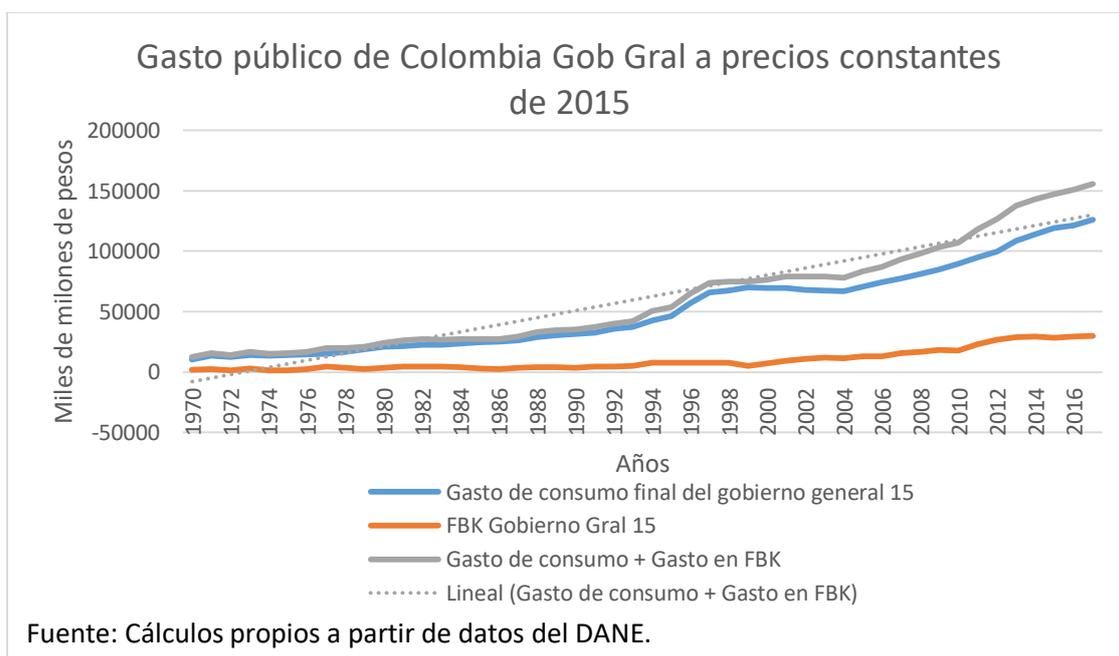
---

<sup>34</sup> Es la pérdida en ingresos tributarios que se dan por consecuencia de otorgar beneficios fiscales a los contribuyentes.

Para especificar mejor la conversación sobre Estado y gobierno, se parte de que ambos conceptos caben dentro del documento. El Estado hace referencia a la conformación de la sociedad y la normativa establecida desde un principio por la misma, en tanto que el gobierno tiene en cuenta no solo la conformación social de un grupo de personas sino también el grupo de instituciones y organismos que dirigen determinado lugar geográfico. En segundo lugar, se busca diferenciar Estado de gobierno para lograr identificar aquellas aristas que permiten relacionar ambos conceptos y de la misma manera, demarcar las particularidades de cada uno.

El gobierno, hace referencia a, como se afirma en (Banrepcultural, 2015), todas aquellas instituciones públicas que se encargan del desarrollo e implementación de políticas para que el país funcione de manera adecuada.

Desde el análisis de cuentas nacionales del DANE<sup>35</sup>; reuniendo gastos de consumo final del gobierno general<sup>36</sup> a precios constantes de 2015 desde 1970 hasta 2017; sumado a la formación bruta de capital total<sup>37</sup> del gobierno general en el mismo periodo, se obtiene el gasto total del gobierno general, que en la gráfica 1, tiene el siguiente comportamiento:



Gráfica 1. Gasto Público de Colombia

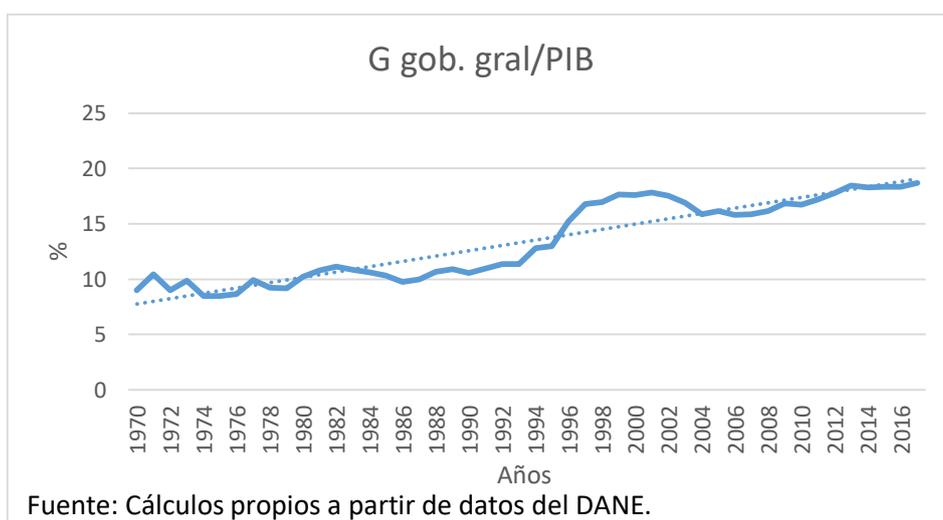
<sup>35</sup> Más específicamente en los agregados macroeconómicos para el consumo final del gasto del gobierno general y en cuentas de los sectores institucionales de administraciones públicas y gobierno para la formación bruta de capital del gobierno general.

<sup>36</sup> Reinterpretado de otra manera, es el gasto en funcionamiento que realiza el gobierno general.

<sup>37</sup> Bajo el mismo razonamiento que el pie de página anterior, la formación bruta de capital, sería el homólogo del gasto público en inversión del gobierno general.

Para poder realizar un análisis más adecuado de esta variable en el tiempo, se tuvo que trabajar con los datos a precios constantes del 2015 con el fin de eliminar el efecto inflacionario, el cual generaría una tasa de crecimiento bastante alta del gasto. La tendencia en el tiempo del gasto público es creciente debido en primera medida a que en el periodo de análisis el tamaño y estructura del gobierno colombiano también ha venido en constante crecimiento. Esto conlleva a que se necesite un gasto mayor para su funcionamiento y sostenimiento de dicha estructura cada vez más compleja. Y en segunda medida, este crecimiento también se da gracias a que la inversión pública<sup>38</sup> es usada como herramienta del Estado para suplir diferentes necesidades sociales. Además de eso, se puede evidenciar también que el efecto de la aparición de la constitución política de Colombia, muestra un aumento del gasto que cambia así la pendiente de crecimiento de esta variable a partir del periodo de 1991-1992.

Cuando se hace la revisión del comportamiento de esta misma variable con respecto al tamaño de la economía (PIB)<sup>39</sup>, lo que se puede observar es que con el paso del tiempo ocupa una proporción cada vez mayor del PIB. Esto implica directamente que la estructura del gasto público ha crecido progresivamente ya que, para el primer año de estudio; (1970), el gasto total del gobierno general en Colombia es de 8,99%. En cambio, a finales del periodo; (2017), ya es un 18,68% del tamaño total de la economía. El comportamiento del gasto total del gobierno general con respecto al PIB es el siguiente:



Gráfica 2. Gasto con respecto al PIB

<sup>38</sup> Según El Ministerio de Hacienda y Crédito Público; es toda disposición de recursos públicos hacia la creación, aumento, mejora o reposición de las existencias de capital físico de dominio público y de capital humano, con el fin de ampliar la capacidad del país para la prestación de servicios y producción de bienes.

<sup>39</sup> Esta variable también analizada a precios constantes del año 2015 para homogenizar la comparativa.

De la misma manera en que se analizó en la gráfica anterior, se puede observar el aumento significativo del gasto para el periodo en que entró en vigencia La Constitución de 1991. Posterior a esto, el gasto se estabilizó manteniendo un nivel entre el 16% y el 18%. Esto se debe en parte a la crisis financiera del 1998-1999,<sup>40</sup> puesto que el gasto (comportándose de acuerdo a la situación de la economía la cual cayó en un -4,2%), terminó disminuyendo generando así el cambio de la pendiente. En adelante su comportamiento estable respecto al tamaño del PIB se dio debido al gran debate sobre el tamaño que debiera tener el gasto público. Esto impidió que aumentara o disminuyera substancialmente. El comportamiento del gasto público también puede predecirse de alguna manera, ya que, a lo largo del tiempo gracias a leyes y normativas como la Constitución Política, este ha venido presentando una serie de inflexibilidades que provocan que, del gasto inicial, se tenga que dedicar una proporción específica a determinados rubros. Un claro ejemplo de lo dicho son las transferencias de la nación al sistema general de participaciones puesto que por ley<sup>41</sup> está estipulado que además al hacerse las transferencias a los diferentes niveles de gobierno y entidades territoriales, se destine un porcentaje del 58.5% a educación, 24.5% a salud y un 17% a agua y saneamiento básico. Además, estas transferencias se hacen de forma gradual ascendente según responsabilidades en materia de inversión de los municipios, causando que inevitablemente existan rubros que no puedan disminuir su tamaño manteniéndose rígidos.

En un contexto internacional, se toma a países de América Latina para realizar una comparativa del panorama cercano con Colombia y divisar si hay un comportamiento que muestre la relación que se quiere encontrar. Por esto, se toman datos de la participación del gasto con respecto al PIB de cada país y la tasa de crecimiento del PIB real, a países como: Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México, Panamá, Perú y Venezuela. Los datos provienen de la CEPAL, con el fin de homogenizar qué variables se tendrán en cuenta en la composición del gasto público total y préstamo neto de los países latinoamericanos y cuáles no<sup>42</sup>. Se usan datos con cobertura de Gobierno Central, ya que no se encontraron a disposición datos del Gobierno General de la mayoría de países a excepción de Colombia. Los datos van a partir de 1990 y hasta 2017. La comparativa se hace entre tasas de crecimiento económico, con el fin de analizar la forma y comportamiento del

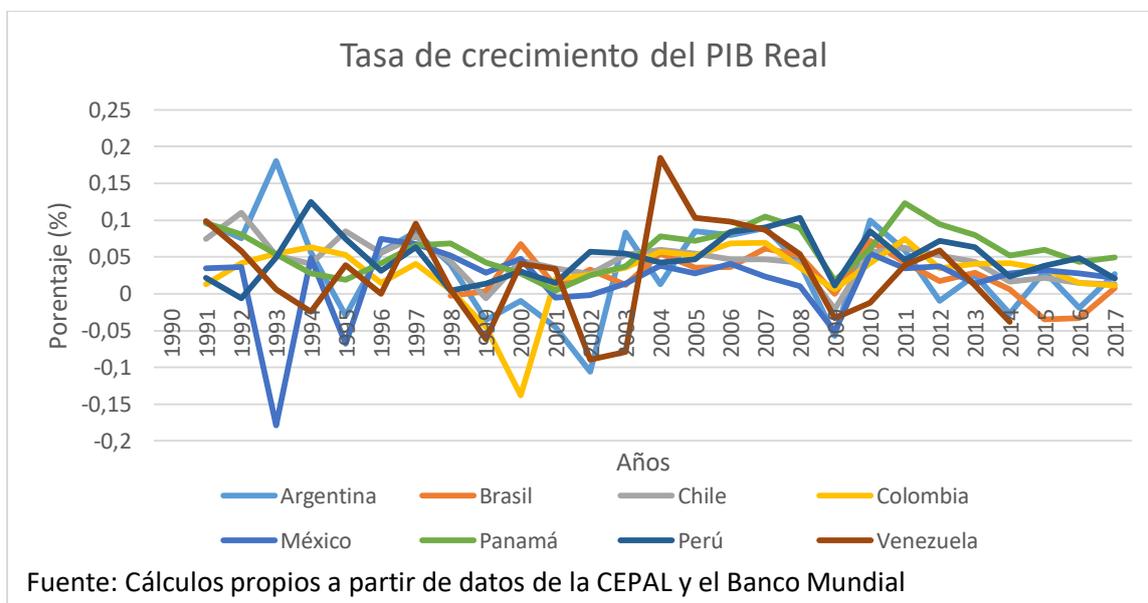
---

<sup>40</sup> Producida por un retroceso en los flujos de capital y un deterioro en los términos de intercambio que llevó a una fuerte reducción del gasto a nivel agregado.

<sup>41</sup> referenciados en el Artículo 357 de la constitución política de Colombia y en su respectivo parágrafo.

<sup>42</sup> Allí se incluyen entonces para todos y cada uno de los países de Latinoamérica presentados, Gastos Corrientes; sueldos y salarios, compras de bienes y servicios, pagos de intereses, subsidios y transferencias corrientes y otros gastos corrientes, Gastos de Capital; adquisición de activos de capital fijo, transferencias de capital y otros gastos de capital y Concesión de préstamos y recuperaciones.

crecimiento del PIB de cada país y en efecto, la mejora de la calidad de vida de los mismos. Y, la participación del gasto público en el PIB ya que de esta manera se puede observar de forma proporcional, cuánto gasta el gobierno de cada país. Dicho esto, el crecimiento económico y la participación del gasto en el PIB de las economías Latinoamericanas tienen el siguiente comportamiento:



Gráfica 3. Crecimiento económico países de LATAM.

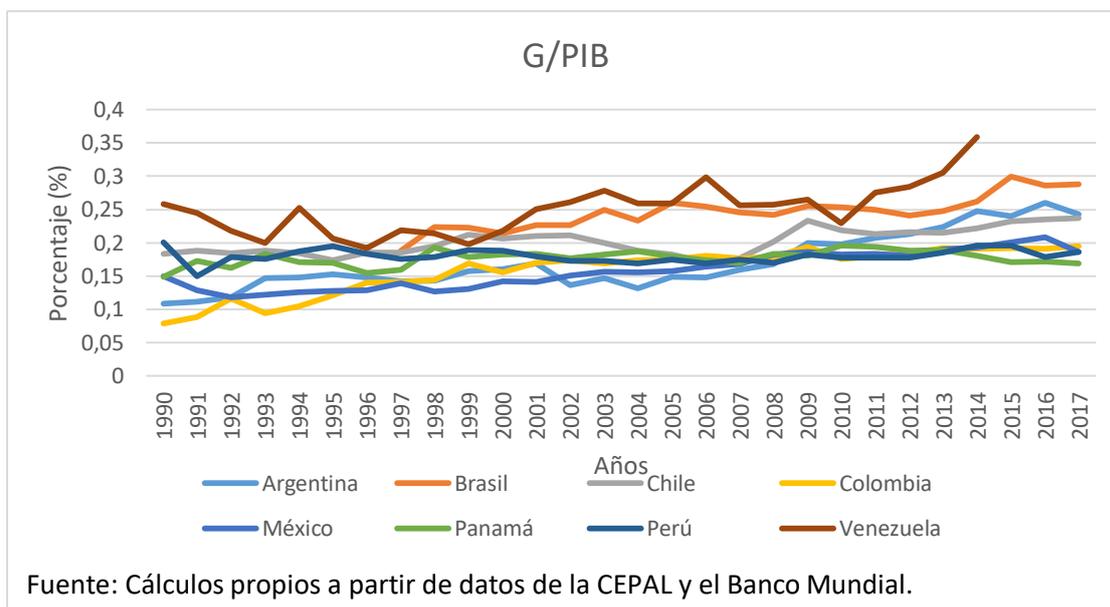
Como se puede evidenciar en la gráfica 3, el crecimiento económico deja de lado el nivel de producto de la economía de la que se esté hablando y compara el desempeño por igual de estas en el tiempo. Las variables reflejan como común denominador el efecto adverso en el 2009 de la crisis financiera del 2008<sup>43</sup>. Para el caso de Venezuela<sup>44</sup> posteriormente al 2014 y Brasil antes de 1998, no hay reportes de datos encontrados desde la base de datos de la CEPAL. Por cuenta de Colombia hay un pico de caída de la tasa de crecimiento del producto para el año 2000 debida a la crisis financiera de 1998-1999 explicada anteriormente. Además, para el caso de Venezuela se puede evidenciar relación directa del gasto público sobre el crecimiento económico. Esto quiere decir que según los datos, a mayor gasto, mayor crecimiento económico,<sup>45</sup> lo cual puede evidenciar una posible

<sup>43</sup> Crisis desatada inicialmente a causa del colapso de la industria inmobiliaria en EE.UU, en 2006 que posteriormente generó crisis hipotecaria en 2007 y que finalmente desencadenó en una profunda crisis de liquidez monetaria que afectó todo el sistema financiero, inicialmente el Norte-Americano y posteriormente el mundial.

<sup>44</sup> Sin embargo, desde el Banco Central de Venezuela se puede corroborar la veracidad de los datos plasmados en el análisis gráfico.

<sup>45</sup> Aunque es válido afirmar que para este caso específico el crecimiento no solo pudo haberse presentado por un aumento del gasto, sino también por efectos inflacionarios y aumento de la base monetaria.

existencia de la relación de U invertida que presentan (Barro, 1990) y (Sala-i-Martin, 2000).



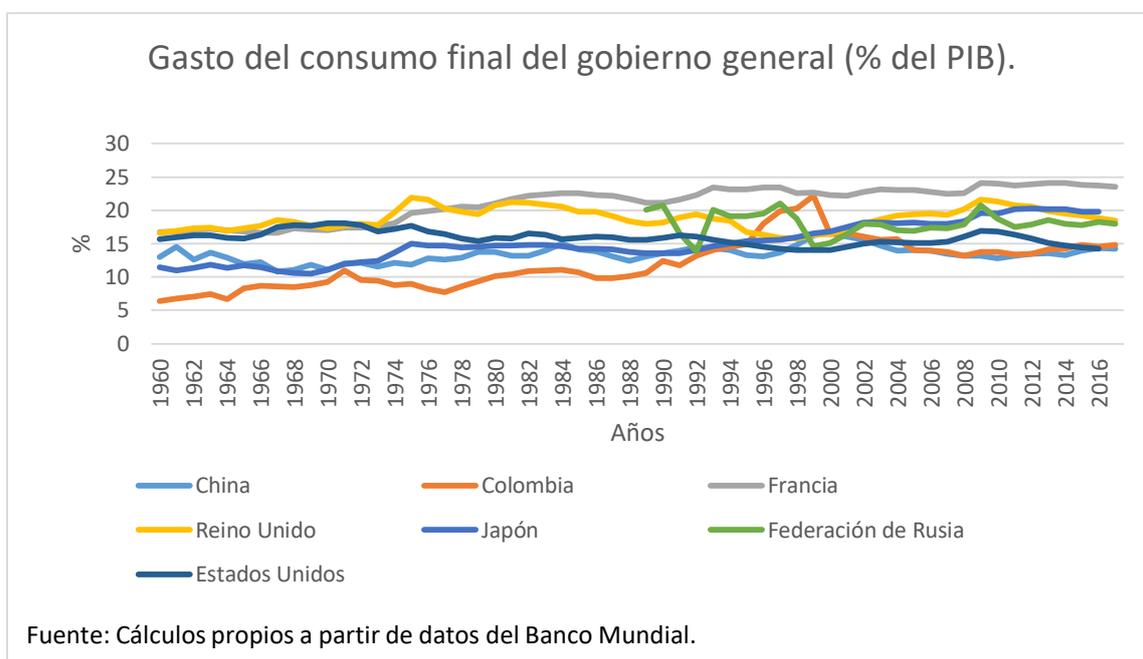
Gráfica 4. Participación del gasto en el PIB real, países de LATAM

Desde la perspectiva de la revisión de la proporción del gasto con respecto al PIB de cada país, hay un comportamiento más simétrico del gasto del gobierno central de los respectivos países. Lo que se puede evidenciar en la gráfica 4, es que la tendencia de la mayoría es que aumentan con el paso del tiempo, pero con una tendencia lineal casi plana, lo que indica que, aunque la participación del gasto en el PIB ha crecido, lo hace de una manera bastante conservadora. Tanto así que para casos como Panamá se puede decir que el gasto se mantiene prácticamente constante en el tiempo. El caso de Colombia refleja que de 1990 hasta 1995 su nivel de gasto en proporción del PIB, era el más bajo en el subconjunto de países tenidos en cuenta para América Latina. Después del periodo especificado, la participación del gasto aumentó, pero aun así siguió ubicado entre los países con menor gasto según su PIB.

Para la comparativa del panorama internacional lejano, se toman países como: Francia, Japón, Reino Unido, Estados Unidos, Rusia y China, y se comparan con Colombia más específicamente entorno a la variable del consumo final del Gobierno General<sup>46</sup> como

<sup>46</sup> Que para especificaciones del Banco Mundial incluye todos los gastos corrientes para la adquisición de bienes y servicios (incluidos los pagos de los salarios de los empleados), Así mismo se comprenden gastos en rubros como defensa y seguridad nacional, pero excluye la formación bruta de capital (FBK), de los gastos militares del gobierno general. Además, por facilidad en la recolección de datos es la variable a usar puesto que, para el gasto total, no se dispone de información concreta con el nivel de cobertura deseado.

proporción del PIB de cada una de las economías. Para esta comparativa, se disponen datos<sup>47</sup> a partir de 1960 con los cuales se procederá a realizar el examen. Según los datos obtenidos, se evidencia el siguiente comportamiento en la gráfica 5:



Gráfica 5. Gasto de consumo final, países del mundo como porcentaje del PIB.

A partir de la gráfica 5, se encuentran las siguientes conclusiones:

- A lo largo del periodo de estudio, Colombia siempre se ubicó en el puesto en donde menor cantidad de gasto es ejecutado. Esto se puede deber principalmente a factores como un menor grado de institucionalidad<sup>48</sup> que los demás países, lo cual implica un gasto menor. En esa misma línea argumentativa se evidencia que los otros países al tener una mayor participación del gasto en su PIB, tienen un mayor grado de institucionalidad<sup>49</sup>.
- Entre otras cosas, se puede ver que la magnitud del gasto de estos países depende de factores como: i) La demografía; lo cual conlleva a que a mayores tasas de crecimiento poblacional y a mayor promedio de vida, será necesario enfocar un mayor gasto en suplir necesidades sociales. Y ii) exigencias de los consumidores

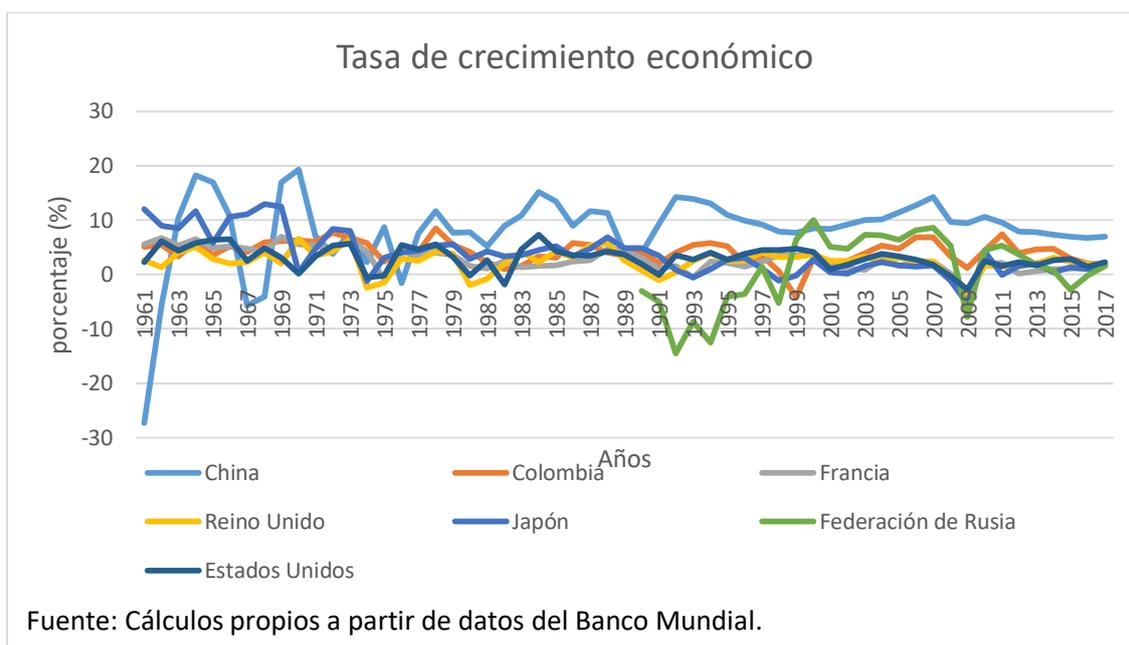
<sup>47</sup> Obtenidos a partir de la base encontrada en la web del Banco Mundial.

<sup>48</sup> Institucionalidad como concepto, hace referencia a aquellos organismos de carácter político-administrativo representados por normas y leyes que se acatan por los individuos de la sociedad.

<sup>49</sup> Grado de institucionalidad es entendido como la cantidad existente de instituciones que velan por el cumplimiento normativo y legal. No confundir con institucionalidad avanzada, la cual implica una mayor eficiencia en las normas y leyes que se aplican. Cabe resaltar que, aunque mayor institucionalidad e institucionalidad avanzada no son lo mismo en términos de eficiencia, ambos conceptos tienen como finalidad el objetivo del cumplimiento de las leyes y normativas sociales.

o individuos de la sociedad; esto quiere decir que, si no solo hay más población, sino que esta misma dispone de un mayor grado de información, presionarán para que el gasto se enfoque más hacia toda la sociedad o determinado grupo social.

Desde la perspectiva de la tasa de crecimiento económico de cada uno de los países presentados en la comparativa se obtienen resultados también a partir de los datos contenidos en la base del Banco mundial a partir de 1961<sup>50</sup> y hasta la fecha de 2017. El comportamiento de esta variable para los países se presentó de la siguiente manera:



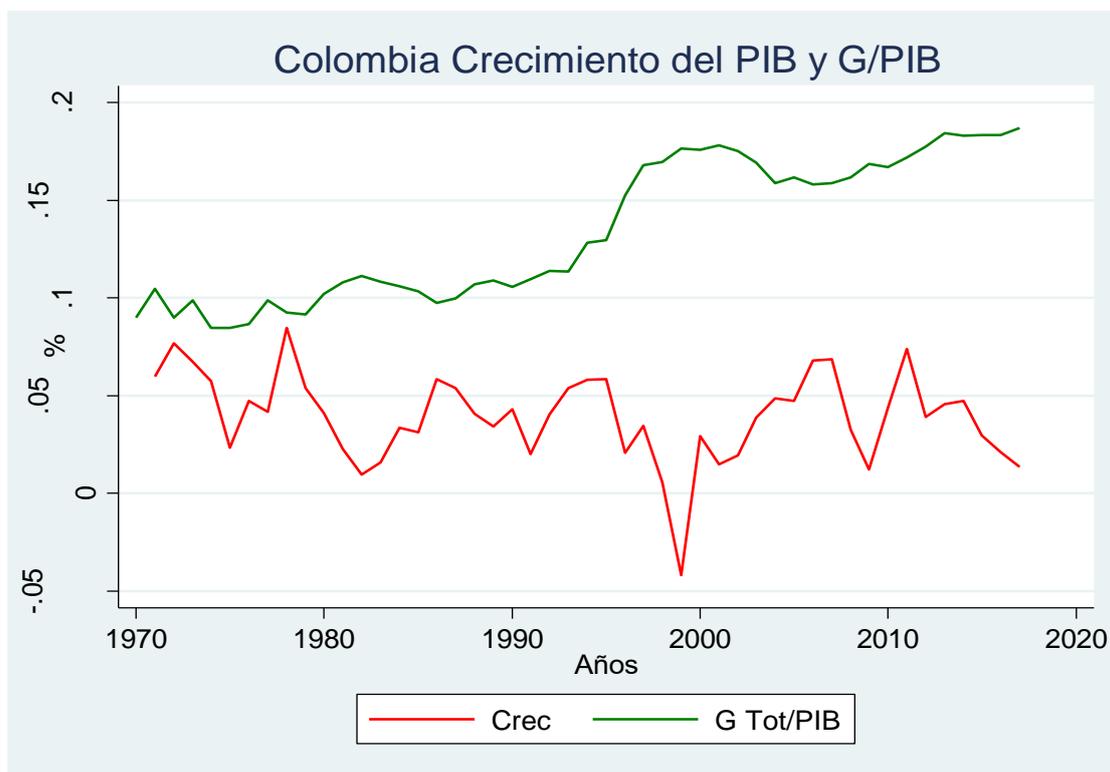
Gráfica 6. Crecimiento Económico países del mundo.

Todos los países tienen tasas que rondan entre el 3% y el 10% (a excepción de China y Rusia). Como se puede observar en la gráfica 6, China es el caso en donde se presenta una mayor variación para los periodos anteriores a 1985. Después de esta fecha es el país que presenta mayores tasas de crecimiento económico, esto se debe fundamentalmente a la intensidad en mano de obra en sus procesos productivos y al nivel de desarrollo<sup>51</sup> que tiene. Por otro lado, el análisis común que se puede hacer a las economías estudiadas es que para el periodo 2009, el crecimiento económico se vio afectado debido a los resultados adversos de la crisis económica de 2008. Países como Francia, Reino Unido,

<sup>50</sup> Los datos del PIB de cada país, son encontrados a partir de 1960. Sin embargo, al calcular las tasas de crecimiento económico respectivas el dato queda expresado a partir de 1961.

<sup>51</sup> Desde la teoría económica se llega a la conclusión de que aquellos países que no están plenamente desarrollados, sino que más bien presentan una senda a la que le falta un mayor desarrollo, presentan tasas de crecimiento económico más altas que países ya desarrollados como es el caso de Francia o incluso Reino Unido.

Japón, Rusia y Estados Unidos, tuvieron tasas de crecimiento negativas. A pesar de lo mostrado, Colombia se encuentra dentro del promedio de estos países en cuanto a su tasa de crecimiento económico. Para el caso colombiano se obtiene el siguiente comportamiento de las series de crecimiento económico y del gasto real del gobierno general con respecto al PIB:



Gráfica 7. Crecimiento Económico y G/PIB en Colombia

Como se logra evidenciar en la gráfica 7, la relación del comportamiento entre las dos variables a lo largo del tiempo muestra una relación inversa. De entrada, esto puede querer decir que conforme se dé el aumento de una variable la otra disminuirá y viceversa.

Ahora, es pertinente abordar el hecho de que hay una serie de factores que determinan el tamaño del gasto público. Factores políticos que están relacionados inherentemente a la forma en que el gobierno toma sus decisiones y regula diferentes aspectos sobre la sociedad. Este está representado o encarnado por una serie de individuos elegidos por el pueblo<sup>52</sup>, que lo conforman y que son movidos por la búsqueda de la satisfacción de intereses tanto comunes (generales), como particulares (propios). Así mismo se encuentran factores económicos que se reflejan por diferentes situaciones; ya sea como

<sup>52</sup> También instituciones y organismos que representan la autoridad.

consecuencia de las decisiones políticas o como consecuencia de la interacción de los mercados dentro de la economía colombiana. Sin embargo, (García, 2014), afirma que también hay que tener en cuenta dentro del análisis, factores institucionales; como los niveles de gobierno y la descentralización fiscal<sup>53</sup> y así mismo, factores internacionales, como el grado de apertura económica e incluso el tipo de cambio<sup>54</sup>.

Para profundizar un poco más acerca de este asunto, se puede evidenciar que los factores políticos que intervienen y determinan el tamaño del gasto público son:

- **Estructura y contexto político:** Hay dos sub-factores relevantes a la forma y el tamaño que tomó el gasto público en los años del análisis del presente documento, determinando el comportamiento del gasto público. El primer sub-factor es la Constitución Política de 1991, pues el gasto público aumentó substancialmente apropiándose del presupuesto para dedicarlo principalmente a inversión pública. Según (Bermeo, 2014), la inversión pública a partir de los noventa, representó entre el 25% y el 54% del gasto público total. La Constitución, permitió que el Estado fuera un órgano redistribuidor de los recursos para la sociedad generando una demanda mayor de redistribución de recursos económicos. Como la constitución permitió la creación de la acción de tutela<sup>55</sup>, la Corte Constitucional y la consolidación de Colombia como un Estado social de derecho<sup>56</sup>; se generó un efecto positivo sobre el aumento del tamaño del gasto público, ya que “la institucionalidad comenzó a estar al servicio del ciudadano y no del poder” (Bermeo, 2014, pág. 34).

El segundo sub-factor es la primera elección popular de alcaldes<sup>57</sup>. Allí se evidencia un compromiso fuerte y de ciertos individuos por mantenerse en el poder, o intentar llegar al mismo. Por esto se ven obligados a satisfacer las necesidades de demanda de recursos de la sociedad ya planteada en la idea anterior. Además, las “prácticas democráticas se asocian con un incentivo para

---

<sup>53</sup> Los cuales están seriamente ligados a los factores políticos y se tendrán en cuenta allí, por ser decisiones que se toman desde el ámbito político con el objetivo de generar una eficiencia mayor en la ejecución del gasto público.

<sup>54</sup> Que bajo el mismo razonamiento que para los factores institucionales, no es más que un factor económico condicionado no solo a una interacción de mercados internos, sino a una interacción de los mercados internos con diversos mercados externos.

<sup>55</sup> Mecanismo cuyo objetivo es la protección de los derechos fundamentales (estén o no consagrados en la constitución), cuando dichos derechos son amenazados por la acción u omisión de una autoridad pública.

<sup>56</sup> Con origen alemán, implica las bases tanto políticas como ideológicas del sistema de economía social de mercado.

<sup>57</sup> Realizada por vez primera el 13 de marzo de 1988, por medio del Acto legislativo 01 de 1986.

aumentar la participación de los votantes en la toma de decisiones, y con ello, buscar un mayor compromiso de las autoridades locales frente a sus electores, lo cual afecta el presupuesto” (Bermeo, 2014). Y en efectos más profundos, aumentan el tamaño del gasto público colombiano.

- **Intereses políticos:** Corresponden a la satisfacción de ideales de los políticos que pueden ir en el mismo sentido de los ideales sociales o pueden ser intereses particulares. Por esto, hay políticos que buscan realizar proyectos para que se reconozcan sus gestiones, lo que a su vez aumenta el gasto público. También están los políticos que realizan proyectos, pero buscan generar beneficios sociales y cumplir con intereses generales. Sean cuales sean los intereses que motiven a los políticos, el tamaño del gasto público aumentará.
- **Ciclo político:** Los gobernantes conscientes de que su tiempo en un cargo público es limitado, ejecutan medidas de política que aumenten el número de votantes a favor del propio gobernante o partido político afín al mismo para perpetuarse en el poder. O sea, aumentan su gestión o gasto ejecutando proyectos de inversión u otros, en el momento en que su periodo de mandato va a finalizar para dar la idea al votante de que la gestión del político de turno fue favorable.
- **Presión política:** Los gobernadores, por presión social, de su partido o de otros partidos políticos, aumentan el tamaño del gasto público para que; se tenga una visión favorable de él, de su gestión y para que las presiones políticas disminuyan y así él pueda desempeñar el cargo público a su gusto.
- **La descentralización:** Originada en decisiones políticas, implica que cada ente territorial tiene la capacidad de gastar los recursos recaudados por impuestos y ahorros públicos (Pinzón, 2018). Así mismo, cada nivel sub-nacional tiene la obligación de responder por el gasto público de su jurisdicción regional y administrativa, significando que manejan el tamaño del gasto público de manera más independiente y autónoma.
- **Costos políticos:** Legislar para ejecutar el gasto público y aumentar o regular su tamaño, necesita de tiempo y costos al intentar homogeneizar diferentes formas de pensar de los gobernantes, aumentando el gasto público. Los costos políticos son producto de decisiones políticas que requirieron de tiempo para ser pensadas y ejecutadas.
- **Niveles de gobierno:** Los niveles de gobierno sub-nacional, en donde se encuentran departamentos, distritos, municipalidades y entidades territoriales,

ejecutan y gastan por medio del SGP<sup>58</sup> de acuerdo a las necesidades que tengan. Esto implica que como el gasto público es más autónomo en su ejecución, será por ende mayor.

Aunque el tema que hace referencia al gobierno y en si al tamaño del gasto público está ligado inherentemente a aspectos económicos, es meramente político (Bermeo, 2014). Sin embargo, ahora se tendrán en cuenta una serie de factores económicos que determinan en gran medida el tamaño del gasto público para el contexto colombiano:

- **Ingreso per cápita:** Se relaciona con el tamaño del gasto público porque dependiendo del tamaño de la renta per cápita, se podría saber la acción del gobierno y el gasto del mismo en la economía. Por ejemplo, si dicha renta es baja se puede inferir un tamaño del gasto público alto, financiado por un aumento en el indicador de presión fiscal<sup>59</sup>. Caso contrario sucede con la renta si el gasto público es bajo y el indicador de presión fiscal también.
- **Crecimiento económico:** Implica una especie de causalidad inversa entre el gasto público y el crecimiento económico. Desde la ley de Wagner referenciada en (Gómez Avella, 2008), (Bermeo, 2014) y (Bermeo, 2015); se evidencia que hay canales que permiten que aumente el gasto público: **a)** Cuando las economías crecen y son más productivas, se necesita que el Estado y sus servicios hacia la sociedad sean mayores, protegiendo derechos de propiedad, regulando mercados y disminuyendo costos de transacción. Esto genera un ciclo beneficioso donde el crecimiento se alimenta del gasto público y el gasto público se alimenta del crecimiento económico. **b)** Dado que para algunos bienes y servicios del Estado<sup>60</sup> la elasticidad ingreso de la demanda es mayor que uno, se cumple que ante un aumento de los ingresos de los individuos, aumente la demanda de estos bienes y servicios. Esto genera que el gasto público aumente.
- **Intervención a la economía:** En (Bermeo, 2014) se evidencia que cuanto mayor sea el grado de actividad económica que el Estado se dispone a gravar con impuestos y aranceles, es más probable que el tamaño del gasto público sea mayor.

---

<sup>58</sup> Sistema General de Participaciones. El cual por ley estipula que además al hacerse las transferencias a los diferentes niveles de gobierno y entidades territoriales, se destine un porcentaje del 58.5% a educación, 24.5% a salud y un 17% a agua y saneamiento básico.

<sup>59</sup> La presión fiscal hace referencia a los ingresos que los particulares y empresas aportan al Estado por concepto de tributación. El indicador implica que esta presión se calcula como un porcentaje, comúnmente del PIB.

<sup>60</sup> Como el caso de la educación, según se afirma en (Bermeo, 2014).

Esto quiere decir que percibe de la economía niveles de ingreso mayores que permiten que el gasto sea más alto.

- **Restricción presupuestal:** Cuando el Estado maneja un presupuesto desbalanceado<sup>61</sup> aumenta el gasto público porque al gastarse más de lo que se puede se está incurriendo en un déficit que se traduce en deuda que tiene que pagar en un futuro. Al pagar, se estará incurriendo en más gasto, no solo por el pago de dicha deuda sino por el pago de los intereses de la misma.
- **Nivel de desigualdad:** Cuando este factor es alto, el resultado es que se den niveles de gasto que busca eliminar o solucionar el problema de la desigualdad existente. Esto sucede porque hay más gastos y esfuerzos por parte del Estado en redistribuir los ingresos para lograr una disminución en los niveles de desigualdad. Esto genera entonces un aumento del tamaño del gasto público en este tipo de políticas.
- **Grado de apertura económica:** Hecha para modernizar la economía por medio del establecimiento de relaciones comerciales con economías extranjeras, implica modificaciones sobre el tamaño del gasto público, principalmente porque abrir la economía de un país se necesita mayor inversión en infraestructura que permita que se den condiciones de comercio internacional. También por la regulación de mercados a partir de la imposición de aranceles<sup>62</sup> permite aumentar el gasto público mejorando la eficiencia del comercio internacional, con vías de conexión y puertos marítimos, terrestres o aéreos.
- **El tipo de cambio:** De este depende como vienen dados los ingresos del gobierno vía rendimientos financieros<sup>63</sup>. Al llegar en dólares, sucede que: i) Si el tipo de cambio es alto, el valor de los ingresos será mayor. Lo que a su vez genera que el gasto público aumente y se pueda gastar más. ii) Si el tipo de cambio comienza a disminuir, el valor los ingresos será menor, implicando un gasto menor también.

Los anteriores factores afectan en gran medida el tamaño del gasto público. Según sea el comportamiento de cada uno, el tamaño del gasto público puede no solo crecer, sino que también puede decrecer. Por tanto, estos factores a fin de cuentas resultan ser un instrumento bastante interesante para regular el tamaño del gasto con el fin de generar

---

<sup>61</sup> Obsérvese que implica que el gasto del Estado comienza a superar sus propios ingresos.

<sup>62</sup> Tipo de impuesto comúnmente aplicado a aquellos objetos que están sujetos a importación.

<sup>63</sup> Son aquellas ganancias que percibe el Estado por las operaciones de carácter financiero que realizan las empresas públicas. Además, dichas empresas no obtienen ganancias solo por operaciones financieras sino también por llevar a cabo su actividad económica.

efectos positivos sobre la economía y su crecimiento y así mismo evitar efectos adversos de tener un tamaño del gasto público muy elevado.

## **8. ESTIMACIÓN**

El propósito de la presente sección recae en que, por medio del uso de la econometría, en primer lugar, se pueda encontrar evidencia de una relación de “U inversa” entre el gasto del gobierno general y el crecimiento económico en Colombia. En segundo lugar, del gasto público del gobierno general se busca determinar que variable afecta más al crecimiento económico, ya sea el gasto en inversión o funcionamiento.

### **8.1. OBTENCIÓN Y CARACTERÍSTICAS DE LOS DATOS.**

Para alcanzar el propósito señalado, primero se establecieron unas variables y unas fuentes de información. En la Tabla 1. *Variables del modelo de estimación*, se presentan en su totalidad, las variables que se disponen a usar más adelante en la estimación econométrica del modelo. Los datos de la formación bruta de capital; tanto de las ISFLSH,<sup>64</sup> los Hogares, el Gobierno, las Sociedades Financieras, las Sociedades No Financieras, del capital total y del capital privado, provienen de las Cuentas Nacionales anuales elaboradas por el DANE disponibles desde 1970 hasta 2017. Por su parte los datos, tanto el gasto en consumo final del gobierno general como el gasto total del gobierno general también vienen de las Cuentas Nacionales anuales del DANE<sup>65</sup>. La inflación, el tipo de cambio y los términos de intercambio<sup>66</sup> fueron obtenidos a partir de los datos encontrados en el Banco de la República. La población total de Colombia y la población económicamente activa (PEA), se obtuvieron desde los datos del Banco Mundial. También el PIB real, el crecimiento económico, y la población ocupada son obtenidos desde el DANE. Finalmente, la elección popular de alcaldes y la constitución política de Colombia como variables Dummy fueron elaboración propia. Las series trabajadas, están además empalmadas hacia atrás con datos equivalentes por medio del método de tasas de crecimiento. De la misma manera, las variables se encuentran en

---

<sup>64</sup> Instituciones Sin Fines de Lucro que Sirven a los Hogares.

<sup>65</sup> Así mismo sucede con la proporción de todas y cada una de las variables que representan el gasto del gobierno general con respecto al PIB. Proviene de las cuentas nacionales anuales del DANE, pero son construidas con unos cálculos propios.

<sup>66</sup> Esta variable se encuentra explícita en el Banco de la República en el periodo (1998-2019). Sin embargo, para los datos de 1970 en adelante se pueden calcular a partir de los índices de precios de las exportaciones e importaciones encontradas en las cuentas nacionales de DANE.

términos reales y a precios del 2015 con el fin de eliminar los efectos inflacionarios de la estimación.

## 8.2. MÉTODO DE ESTIMACIÓN.

Para analizar los efectos del gasto público del gobierno general sobre el crecimiento económico y su comportamiento de “U invertida” señalada ya por varios autores, se proponen dos estrategias; la primera, establecer un modelo de Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (MC2E) como complemento de la estimación por (MCO)<sup>67</sup>, para determinar la existencia de una relación de causalidad y de impacto de todas las series<sup>68</sup>, de las variables hacia el crecimiento económico. La segunda, como propone (Barrios, 2018), (Chobanov & Mladenova, 2009) y como intuición propia,<sup>69</sup> se busca realizar un modelo cuadrático para el caso de la economía Colombiana en el periodo (1970-2017). Esto para establecer posteriormente un diagrama de dispersión entre las variables de interés principal del modelo y aceptar o rechazar la hipótesis de existencia de relación de “U invertida” entre el crecimiento económico y el gasto público.

Por lo tanto, se deducen dos modelos de estimación econométrica:

$$1) \Delta \ln(\text{PIBPerc})_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta \ln(\text{FBKPrivPIB})_t + \beta_2 \Delta \ln(\text{GConsFinPIB})_t + \beta_3 \Delta \ln(\text{FBKGobPIB})_t + \beta_4 \varphi_t + \xi_t$$

$$t = 0, 1, 2, \dots, t.$$

$$2) \text{Crec}_t = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{G^{\text{Tot}}}{\text{PIB}} \right)_t + \beta_2 \left( \frac{G^{\text{Tot}}}{\text{PIB}} \right)_t^2 + \xi_t; t = 0, 1, \dots, t.$$

$$\text{Con } \beta_1 > 0 \text{ y } \beta_2 < 0.$$

El modelo uno está conformado por un vector de variables de control<sup>70</sup> descrito por  $\beta_4 \varphi_t$ <sup>71</sup>, conformado para encontrar variables que expliquen el modelo de manera más adecuada. Las variables que se incluyen en el vector de variables de control son:

<sup>67</sup> Cuyos supuestos claves implican: 1) una varianza homocedástica de los errores, 2) las variables explicativas deben ser ortogonales a los residuos. No comparten información. 3) los errores no deben estar correlacionados entre sí.

<sup>68</sup> (En este caso, de baja frecuencia). Dadas comúnmente por series cuya periodicidad de toma de datos es anual, trimestral o mensual.

<sup>69</sup> Para poder observar una tendencia adecuada de “U invertida” como la propuesta por (Barro, 1990) y (Sala-i-Martin, 2000), en el modelo econométrico.

<sup>70</sup> Esta variable es controlada por el investigador con el fin de eliminar o neutralizar sus efectos en la variable dependiente.

<sup>71</sup> Variables de las cuales, según sea el modelo 1 o 2, serán trabajadas como logaritmos o como proporciones del PIB real respectivamente.

Tabla 1. variables del modelo de estimación

Variables del modelo de estimación			
	Concepto	Cálculo	Fuente
<b>FBK Gob</b>	Formación Bruta de Capital del Gobierno	Formación Bruta de Capital del Gobierno neta.	Cálculos propios a partir del DANE.
<b>FBK TOT</b>	Formación Bruta de Capital Total	FBK ISFLSH+FBK hog+FBK Soc Fin+FBK Soc no Fin+FBK Gob	Cálculos propios a partir del DANE.
<b>FBK Priv</b>	Formación Bruta de Capital Privado	FBK ISFLSH+FBK hogares+FBK Soc Fin+FBK Soc no Fin	Cálculos propios a partir del DANE.
<b>G ConsFin</b>	Gasto de Consumo Final del Gobierno General	gasto del gobierno en compra de B y S.	Cálculos propios a partir del DANE.
<b>G Tot</b>	Gasto Total	Gasto en Consumo Final del Gobierno+FBK del gobierno	Cálculos propios a partir del DANE.
<b>TI</b>	Términos de Intercambio	(Índice de Exportaciones/Índice de Importaciones)*100	Cálculos propios a partir de datos del Banco de la República y DANE.
<b>INFL</b>	Inflación	Tasa de crecimiento del IPC.	Banco de la República.
<b>PIB R</b>	PIB Real	Consumo+Inversión+Gasto+Exportaciones-Importaciones	Cálculos propios a partir del DANE.
<b>Crec</b>	Crecimiento Económico	(Año presente - Año anterior)/Año anterior	Cálculos propios a partir del DANE.
<b>TC</b>	Tipo de Cambio (Valor de un Dólar en Pesos)	Unidades de pesos para comprar un Dólar	Banco de la República.
<b>Elec Alc</b>	Variable Dummy de la Primera Elección de Alcaldes	0 = Sin elección de Alcaldes, 1 = Con elección.	Cálculos propios.
<b>Const</b>	Variable Dummy desde la presencia de la Constitución Política	0 = Sin Constitución, 1 = En presencia de Constitución.	Cálculos propios.
<b>FBK Gob/PIB</b>	Formación Bruta del Gobierno con respecto al PIB	FBK del Gobierno / PIB	Cálculos propios a partir del DANE.
<b>G ConsFin/PIB</b>	Gasto en Consumo Final del Gobierno respecto al PIB	Gasto en Consumo Final del Gobierno / PIB	Cálculos propios a partir del DANE.
<b>G Tot/PIB</b>	Gasto Total con respecto al PIB	Gasto Total / PIB	Cálculos propios a partir del DANE.
<b>PO BM</b>	Población Ocupada	Personas Ocupadas en el territorio nacional.	Demografía y población (DANE).
<b>Prod de K</b>	Productividad del Capital	PIB Real / Formación Bruta de Capital Total	Cálculos propios.
<b>Prod de L</b>	Productividad del Trabajo	PIB Real / Población Ocupada	Cálculos propios.
<b>(G Tot/PIB)^2</b>	Gasto Total con respecto al PIB al cuadrado	(Gasto Total / PIB)^2	Cálculos propios.

Fuentes: Elaboración propia con base en datos del DANE; en Cuentas Nacionales Anuales y Demografía y Población, Banco de la República, Banco Mundial y Cálculos propios a partir de la información recolectada.

**Términos de Intercambio (TI):** El objetivo de esta variable es medir cómo evolucionan los índices de precios de las exportaciones e importaciones de un país. Se evalúa lo que se exporta a precios de lo que se importa. Este indicador es comúnmente usado para determinar el bienestar de un país. Por ende, si los TI mejoran o hay un aumento de su índice, un país pagará menos por aquellos bienes y servicios que importa. Esta variable es importante para el caso colombiano por que determina el nivel de aporte al producto que se puede generar a partir de los bienes y servicios que se exportan e importan.

**La Inflación (INFL):** Esta variable puede tener un doble efecto sobre la economía. Por un lado, se pueden dar efectos negativos al bajar el valor real de una moneda en el tiempo, disminuyendo el ahorro y la inversión. Pero, por otro lado, la inflación implica estímulos substanciales al consumo y siguiendo el análisis de la identidad macroeconómica, se generará en efecto un impacto positivo al crecimiento económico.

**Población Ocupada (POBM):** Tener en cuenta esta variable permite hacer un análisis del modelo más detallado pues no está teniendo en cuenta la población total que contiene individuos improductivos dentro de la sociedad, sino solamente aquellos que aportan su fuerza laboral directamente al sistema productivo.

**Tipo de cambio (TC):** Por medio de las exportaciones e importaciones se puede lograr evidenciar para la economía y el crecimiento económico un beneficio en cuenta corriente. Si, dados los niveles de importaciones y exportaciones el tipo de cambio disminuye, habrá efectos positivos sobre el crecimiento económico y viceversa. Esta variable es relevante porque afecta la cantidad de dinero que se paga o recibe por el hecho de tener actividad económica con el extranjero.

**Elección de alcaldes (ElecAld):** Esta variable Dummy tiene un doble objetivo. Por un lado, un carácter institucional y por otro, uno de cambio estructural. Fue construida con el objetivo de ver el grado de desarrollo de las instituciones de Colombia y así determinar el impacto de los organismos políticos en la sociedad y la cultura. También para mostrar la existencia y no existencia de las mismas a lo largo del periodo de estudio. Por tanto, busca medir el efecto de un cambio estructural además en las prácticas políticas.

**Gasto público (GTotPIB2):** En aras de buscar determinar el impacto general del gasto público en Colombia sobre el crecimiento económico y buscando evitar problemas de multicolinealidad causada por esta y las demás variables que representan los componentes del gasto público, se introduce la variable de la participación del gasto total del gobierno

general con respecto al PIB, al cuadrado. Por medio de Esta variable se podrá determinar entonces no solo un impacto de los componentes del gasto público, sino el impacto total de la variable sobre el crecimiento económico.

Del método de estimación 2) se puede obtener un óptimo del tamaño del gasto público para el contexto colombiano. Esto se hace derivando dicha función de estimación 2), con respecto a la variable  $GTot/PIB$ . Posteriormente, se iguala dicha derivada a cero y se despeja  $GTot/PIB$ , obteniendo así el siguiente óptimo de medida:

$$1) \frac{GTot}{PIB} = -\frac{\beta_1}{2\beta_2} = Gasto \text{ óptimo } (G^*)^{72}$$

### 8.3. ESTIMACIÓN DEL MODELO ECONOMÉTRICO.

En el proceso de estimación es adecuado obtener las primeras diferencias de las series de estimación de los modelos presentados en la sub-sección anterior. También es pertinente obtener las estadísticas descriptivas<sup>73</sup> de las variables originales con el objetivo de observar algunas relaciones o datos atípicos de las series:

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
DiflogPIBP~c	47	.02107	.0215606	-.0577555	.0604572
DifLogFBKP~B	47	.0007424	.1115547	-.4603661	.2134236
DifLogFBKG~B	47	.0192709	.2509053	-.6678095	.7138603
DifLogGCon~B	47	.0147809	.0556789	-.1222684	.1942725
logTI	48	4.669882	.1590802	4.486903	5.114729
INFL	48	.1546687	.094306	.0194	.3237
ElecAlc	48	.625	.4892461	0	1
GTotPIB2	48	.0192852	.0098716	.0071324	.0349162

Aparte de la obtención de las estadísticas descriptivas, también se busca obtener las primeras diferencias de las demás variables más importantes dentro del modelo<sup>74</sup>. Esto para poder determinar si se da una especie de correlación entre las variables y buscar eliminar dicha correlación haciendo cálculos con las diferencias absolutas de las series.

De acuerdo al Anexo D, se puede observar que: i) Para la formación bruta de capital del gobierno, formación bruta de capital privado y formación bruta de capital total hay un comportamiento parecido<sup>75</sup>. Tan así que, al evaluarse estadísticamente, puede haber

<sup>72</sup> Véase la demostración de dicho óptimo en el Anexo C.

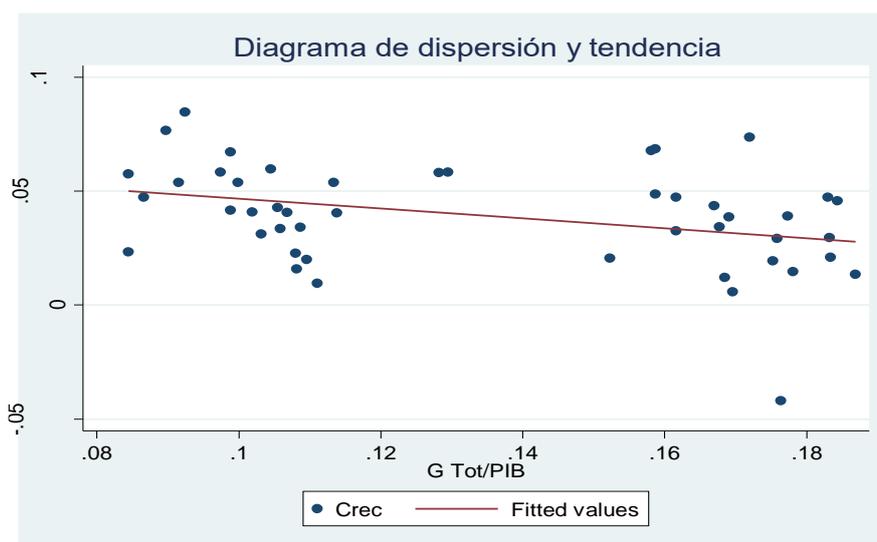
<sup>73</sup> Estas cumplen la función de describir las características y comportamientos del conjunto de variables del modelo.

<sup>74</sup> Obsérvense las estadísticas descriptivas de dichas variables y sus gráficos respectivos en el Anexo D.

<sup>75</sup> Esto se debe a que  $FBKGob+FBKPriv=FBKTot$ .

multicolinealidad. Por esto se decide para el modelo uno usar la formación bruta de capital privada y la formación bruta de capital del gobierno. **ii)** Con el gasto total del gobierno general y el gasto en consumo final del mismo sucede algo parecido. Por ende, se usa en el modelo uno el gasto en consumo final del gobierno y el gasto total como proporción del PIB al cuadrado. Para el modelo dos se usa el gasto total del gobierno con respecto al PIB. El PIB real será usada en el modelo uno de forma implícita transformando la variable en términos per cápita y el crecimiento económico será usado en el modelo dos. Además, esta última es variable dependiente en el marco teórico de Barro y Sala-i-Martin. **iii)** Para el modelo dos se usará el gasto total del gobierno al cuadrado también con el fin de observar el comportamiento parabólico deseado. **iv)** Finalmente, la población ocupada será usada en el modelo uno, al igual que la productividad del trabajo y del capital.

Para analizar una relación entre el crecimiento económico y el gasto público del gobierno general, se construye un diagrama de dispersión para observar si se puede encontrar un comportamiento ya sea lineal o cuadrático. En la gráfica 8 se encuentra que, pese a la gran dispersión de datos, hay dos concentraciones de puntos, que, en un análisis posterior, pueden ratificar el comportamiento de “U invertida esperado. La línea de tendencia<sup>76</sup> decreciente se debe a que no se ha analizado aún el modelo cuadrático con la participación del gasto al cuadrado. Sin embargo, el resultado intuitivo dice que, a una menor proporción del gasto público respecto del PIB, mayor crecimiento económico<sup>77</sup>.



Gráfica 8. Diagrama de dispersión Crecimiento Vs G/PIB

<sup>76</sup> Todos los puntos que se encuentren a determinada distancia de la recta, son los residuales del modelo.

<sup>77</sup> Esto puede deberse a: gasto ineficiente del gobierno en variables como capital, consumo o inversión.

Seguida cuenta, los coeficientes de correlación entre las variables se presentan como índice para medir el grado de relación existente entre dos variables<sup>78</sup>. Dado lo anterior, la medida estadística representada por el coeficiente de correlación muestra si dos variables se comportan de una manera adecuada o no, aproximando los puntos representados a una recta.

**PRIMER MODELO:** Para el cálculo de la regresión del primer modelo de estimación se obtiene el siguiente resultado y la siguiente salida en el programa estadístico Stata:

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	47
Model	.01311973	7	.001874247	F(7, 39)	=	8.85
Residual	.008263792	39	.000211892	Prob > F	=	0.0000
				R-squared	=	0.6135
				Adj R-squared	=	0.5442
Total	.021383522	46	.000464859	Root MSE	=	.01456

DiflogPIBPerc	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
DifLogFBKPrivPIB	.0965209	.0221444	4.36	0.000	.0517296 .1413121
DifLogFBKGobPIB	-.0076252	.0092533	-0.82	0.415	-.0263418 .0110914
DifLogGConsFinPIB	.0210306	.0448017	0.47	0.641	-.0695893 .1116506
logTI	.0481205	.0160906	2.99	0.005	.0155743 .0806668
GTotPIB2	-2.09262	.6207006	-3.37	0.002	-3.348106 -.8371349
INFL	-.1262659	.0536819	-2.35	0.024	-.2348478 -.0176841
ElecAlc	.0154711	.0075018	2.06	0.046	.0002972 .030645
_cons	-.1532622	.0811855	-1.89	0.067	-.3174754 .010951

Lo anterior implica que el modelo se representa algebraicamente de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 1) \Delta \ln(\text{PIBPerc})_t &= -0.153262 + 0,096520\Delta \ln(\text{FBKPrivPIB})_t + \\
 &0,021030\Delta \ln(\text{GConsFinPIB})_t - 0,0076252\Delta \ln(\text{FBKGobPIB})_t + \\
 &0,0481205\text{LnTI}_t - 0,1262659\text{INFL}_t + 0,0154711\text{EleAlc}_t - \\
 &2,09262\text{GTotPIB2}_t + \xi_t \\
 t &= 0, 1, 2, \dots, t.
 \end{aligned}$$

Según el  $R^2$  se puede decir que el 61,35% de la variabilidad de (*DiflogPIBPerc*), está explicada por las demás variables explicativas dentro del modelo<sup>79</sup>. Por otra parte, el F estadístico es significativo con 7 y 39 grados de libertad. La ordenada en el origen es de -0.153262 implica el valor del crecimiento económico que en términos porcentuales

<sup>78</sup> Dicha condición se da siempre y cuando las variables correlacionadas sean cuantitativas y continuas.

<sup>79</sup> Dicho  $R^2$  mide cuanto de la varianza regresora explica la varianza de la variable independiente. Cuando se estiman modelos a partir de estructura de datos de corte transversal, se espera un  $R^2$  bajo. Cosa contraria sucede cuando se usa estructura de datos de series de tiempo como en el presente documento. Allí, el  $R^2$  tiende a ser más alto.

tendría Colombia en el punto inicial sin el efecto de las demás variables. La interpretación de los efectos de las variables independientes sobre la dependiente (Crec del PIBPerc), se presenta de la siguiente manera: a) Para un cambio en una unidad porcentual de la FBKPriv se genera un aumento del 0,09652% del PIB per cápita. b) Para un cambio de una unidad porcentual del GConsFin, se genera un aumento de 0,021030% del PIB per cápita. c) Para un cambio en una unidad porcentual de la FBKGob, se genera una disminución de -0.0076252% del PIB per cápita. d) Para un aumento en una unidad porcentual de los TI se genera un aumento de 0,0481205% del PIB per cápita. e) Para un aumento en una unidad porcentual de la INFL se genera una disminución de -0.1262659% del PIB per cápita. f) Para la presencia del fenómeno de la ElecAlc hay un efecto de aumento de 0,0154711% del PIB per cápita. g) Para un aumento de una unidad porcentual de la variable (GTotPIB2) se genera una disminución de -2.09262 de PIB per cápita. Sin embargo, para efectos de la estimación del presente modelo se evidencia que, de las variables usadas, DifLogFBKGobPIB y DifLogGConsFinPIB no son significativas estadísticamente a un nivel de 5% y tampoco a un 10%. Las demás variables sí resultan ser significativas a un 5%.

**MULTICOLINEALIDAD:** El siguiente cuadro del VIF presenta aquellas variables que presentan una relación lineal con otras<sup>80</sup>. Caso contrario sucede con las variables del modelo puesto que; al tener todas un VIF menor a 10, carecen de problemas de multicolinealidad. Corroborable con el valor de tolerancia (1/VIF) que para todas las variables es mayor a 0,1.

. vif

Variable	VIF	1/VIF
GTotPIB2	8.09	0.123539
INFL	5.58	0.179172
ElecAlc	2.88	0.346983
logTI	1.44	0.696459
DifLogGCon~B	1.35	0.740263
DifLogFBKP~B	1.32	0.754838
DifLogFBKG~B	1.17	0.854562
Mean VIF	3.12	

<sup>80</sup> La variable que tenga valores del VIF mayores a 10, merece ser revisada. O en homólogo al paso anterior, las variables que presentan relación lineal con otra son aquellas que tienen un valor de tolerancia (1/VIF) < 0,1.

De manera más ilustrativa, el diagrama de dispersión permite evidenciar la no presencia de multicolinealidad en el modelo de estimación<sup>81</sup>. Como se evidencia, los puntos no tienen una aparente alineación positiva. Se logra observar que el comportamiento de cada variable es independiente de las demás. Dicho esto, para el modelo uno no es necesario llevar a cabo una corrección de multicolinealidad, por el método de alzado de variables<sup>82</sup>, por eliminación de variables de control<sup>83</sup> que generan el problema o por generar el logaritmo de las variables en el modelo. El resultado implica ausencia de multicolinealidad, pues el VIF total es 3,12. Si  $VIF(\hat{\beta}) < 10$ , la multicolinealidad es baja.

**HETEROCEDASTICIDAD:** Para verificar existencia de heterocedasticidad (la cual implica que la varianza de los errores no es constante, incumpliendo uno de los supuestos básicos de la regresión lineal), en el modelo uno, se lleva a cabo la prueba “estat hettest” en Stata que es el test de Breusch-Pagan de heterocedasticidad. El resultado muestra que se acepta la hipótesis nula  $H_0$ : Presencia de homocedasticidad en el modelo. Esto bajo el criterio de decisión del valor de la probabilidad del chi cuadrado:  $(Prob > chi2 = 0.6164) > 0.05$ . Si este, es mayor a un nivel de significancia del 0.05, se acepta la  $H_0$ .

```
. estat hettest

Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity
Ho: Constant variance
Variables: fitted values of DiflogPIBPerc

      chi2(1)      =      0.25
      Prob > chi2  =      0.6164
```

**DISTRIBUCIÓN NORMAL DE LOS ERRORES:** Para que la distribución de los errores se comporte de manera normal, se debe cumplir la homocedasticidad del modelo uno. Según la prueba “imtest” en Stata, que es la descomposición de Cameron y Trivedi, hay homocedasticidad porque, como se presenta en el siguiente cuadro, el (P-value = 0.3533) es mayor a un nivel de significancia del 0.05, aceptando la hipótesis nula  $H_0$ : hay presencia de homocedasticidad:

---

<sup>81</sup> Véase el Anexo E. Diagrama de dispersión de las variables del modelo de estimación 1.

<sup>82</sup> que consiste en modificar ligeramente la serie de la variable en el sentido de que se aumente el ángulo que forma con el hiperplano generado por el vector inicial de la variable. Esto evidentemente disminuye la colinealidad aunque las proyecciones del vector original con el nuevo vector corregido son las mismas (Soto, García, & Andújar, 2000).

<sup>83</sup> Aunque para la construcción del presente modelo, se necesitó dejar de tener en cuenta (o eliminar) variables como ProddeK, ProddeL, TC entre otras, ya que algunas tenían otras variables implícitamente incluidas que conducían a poca significancia en el modelo y multicolinealidad.

Source	chi2	df	p
Heteroskedasticity	38.13	34	0.2870
Skewness	6.16	7	0.5213
Kurtosis	0.56	1	0.4551
Total	44.85	42	0.3533

**AUTO CORRELACIÓN:** Para verificar la existencia de auto-correlación serial entre las variables, es oportuno realizar la prueba Durbin-Watson y la prueba Breusch-Godfrey<sup>84</sup>. La conclusión de la prueba Durbin-Watson de auto-correlación de primer orden, implica que, revisando la tabla de criterio de decisión D-Watson según el número de variables y de datos, no se sabe con certeza si hay auto-correlación, ya que el estadístico arroja un valor de  $D - statistic = 1,146121$ , que está en medio de los valores  $dl = 0,974$  y  $du = 1,768$ , demarcando ambigüedad para la conclusión de auto-correlación de primer orden del modelo. Sin embargo, en la prueba de Breusch-Godfrey, se indica que se rechaza la hipótesis nula  $H_0$ :no correlación serial. Esto dice que hay correlación, porque el valor de Chi cuadrado de 0.0019 es menor que un nivel de significancia de 0.05 del alpha:  $(Prob > chi2 = 0.0027) < 0.05$ .

Para corregir dicha auto-correlación se utiliza el método de Cochrane-Orcutt, que consiste en ajustar el modelo lineal de correlación serial en el término de error (Cochrane & Orcutt, 1949). Un primer paso consiste en generar un proceso auto-regresivo de orden uno (AR(1)), sin constante<sup>85</sup>. En segundo paso se construye el modelo transformado de la variable multiplicándola por el  $\hat{\rho}$  obtenido en el primer proceso auto-regresivo y luego restándola a su misma variable rezagada un periodo<sup>86</sup>. Los dos primeros pasos, se hacen para todas variables a usar en el modelo uno. El tercer paso consiste en obtener de nuevo el estadístico Durbin-Watson y el estadístico Breusch-Godfrey. El resultado habiendo corregido el problema es el siguiente:

<sup>84</sup> Para ver la salida de ambas pruebas, véase el Anexo E (Pruebas Durbin-Watson y Breusch-Godfrey).

<sup>85</sup> Ejemplo de este paso, con un código de Stata: “reg ResiduosUno l.ResiduosUno, noconstant”.

<sup>86</sup> Ejemplo del segundo paso, por medio de un código en Stata que usa para tal efecto la variable (DifLogPIBPerc): “gen NewDifLogPIBPerc = DiflogPIBPerc - 0.421933\* l.DiflogPIBPerc”.

```
. estat dwatson

Durbin-Watson d-statistic( 8, 46) = 1.770991
```

```
. estat bgodfrey

Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation
```

lags (p)	chi2	df	Prob > chi2
1	0.526	1	0.4682

H0: no serial correlation

El resultado de la prueba Durbin-Watson para auto-correlación de primer orden, implica que, revisando la tabla de criterio de decisión D-Watson según el número de variables y de datos, se acepta con certeza la hipótesis nula  $H_0$ : no hay auto-correlación, ya que el estadístico arroja un valor de  $D - statistic = 1770991$ , que está en medio de los valores  $du = 1,768$  y  $4 - du = 2,296$ . Por otro lado, la prueba de Breusch-Godfrey afirma también que se acepta la hipótesis nula  $H_0$ : no correlación serial. Esto dice que no hay correlación, porque el valor de la probabilidad de Chi cuadrado de 0.4682 es mayor que un nivel de significancia de 0.05 del alpha:  $(Prob > chi2 = 0,4682) > 0.05$ .

**ESTACIONARIEDAD Y ESTABILIDAD:** La prueba Dickey-Fuller es adecuada para verificar la existencia o no existencia de raíces unitarias en una serie de tiempo. La existencia de raíz unitaria implica que las series no son estacionarias. Por ende, la hipótesis nula y la alternativa se presentan de la siguiente forma:

$H_0$ : Hay raíz unitaria. Serie no estacionaria.  $\rightarrow P - Value > alpha(0.05)$ .

$H_1$ : No raíz unitaria. Serie estacionaria.  $\rightarrow P - Value < alpha(0.05)$ .

Después de revisar las pruebas de estacionariedad, se concluye que NewDifLogPIBPerc, NewDifLogFBKPrivPIB, NewDifLogFBKGobPIB, NewDifLogGConsFinPIB y NewLogTI no tienen raíz unitaria y sus series son estacionarias. Por otro lado es necesario corregir las series NewElecAlc, NewINFL y NEWGTotPIB2, pues presentan raíz unitaria en la serie, por lo tanto, esta no son estacionarias con la prueba Dickey-Fuller.<sup>87</sup> La corrección de la raíz unitaria en las series se lleva a cabo por medio de la ejecución de la prueba “dfuller” en Stata a las primeras diferencias de las variables que presentaron raíz

<sup>87</sup> Obsérvense dichos resultados, en el Anexo E. Estacionariedad de las variables del modelo 1.

unitaria inicialmente. Después de esto, las series resultaron estacionarias y sin raíz unitaria.<sup>88</sup> Hecho lo anterior, el modelo queda ajustado y ahora es estable.

Habiendo realizado todos los procesos para poder eliminar multicolinealidad, eliminar heterocedasticidad, verificar distribución normal de los errores, corregir la autocorrelación serial de las variables y revisar la estacionariedad y estabilidad del modelo uno, se corre el modelo corregido<sup>89</sup> que algebraicamente se representa así:

$$\begin{aligned}
 1) \text{ Corregido: } & \text{New}\Delta\text{Ln}(\text{PIBPerc})_t = -0.1485735 + \\
 & 0,079555\text{New}\Delta\text{Ln}(\text{FBKPrivPIB})_t - 0.025177\text{New}\Delta\text{Ln}(\text{GConsFinPIB})_t - \\
 & 0.001451\text{New}\Delta\text{Ln}(\text{FBKGobPIB})_t + 0,05955\text{NewLnTI}_t + \\
 & 0,013619\text{New}\Delta\text{INFL}_t - 0,0002765\text{NewEleAlc}_t - \\
 & 1,868715\text{New}\Delta\text{GTotPIB2}_t + \xi_t. \quad t = 0, 1, 2, \dots, t.
 \end{aligned}$$

El resultado del nuevo nombre de las variables se debe en primer lugar a su transformación para eliminar auto-correlación serial usando el método Cochrane-Orcutt y raíz unitaria en las series obteniendo sus primeras diferencias. El  $R^2 = 56,61\%$ , implicando que en ese porcentaje está explicada la variabilidad de la variable dependiente por las demás variables regresoras. La significatividad en términos estadísticos de las variables se pierde al momento de realizar las transformaciones respectivas para eliminar problemas de auto correlación serial. Dicho esto, las únicas variables significativas al 5% son las transformaciones de la formación bruta de capital privado, los términos de intercambio y la constante del modelo. Esto quiere decir que dichas variables tienen un impacto real sobre la regresada. En términos generales puede concluirse que no es necesaria la corrección de auto-correlación ya que se cumplen los tres supuestos básicos del modelo de regresión por MCO: 1) el modelo es lineal, 2) no hay presencia de multicolinealidad y 3) los errores son media nula. Dicho esto, se acoge el resultado del modelo inicial sin corregir, ya que esto no es necesario.

Ahora se procede a llevar a cabo el proceso de mínimos cuadrados en dos etapas (MC2E) al modelo original habiéndose revisado y corregido los problemas de existencia de multicolinealidad, heterocedasticidad y normalidad de los errores. Y también se presenta el (MC2E) para el modelo corregido de problemas de auto correlación serial en algunas de sus variables. dicho esto, se presenta a continuación la tabla que muestra los modelos

<sup>88</sup> Obsérvense dichos resultados, en el Anexo E. Estacionariedad corregida de las variables del modelo 1.

<sup>89</sup> Obsérvense la salida de Stata de dicho modelo corregido en el anexo E. Regresión del modelo 1 corregido.

MCO que es el original, el MC2E que es el modelo original estimado en dos etapas y el modelo MC2E2, que muestra la aplicación de estimación en dos etapas al modelo original habiéndose corregido el problema de la auto-correlación serial:

```
. estimates table MC2E MCO MC2E2, star stat (N r2 r)
```

Variable	MC2E	MCO	MC2E2
DifLogFBKG~B	.19105528	-.00762519	
DifLogGCon~B	-.51073959	.02103065	
DifLogFBKP~B	-.0612863	.09652085***	
logTI		.04812054**	
GTotPIB2		-2.0926205**	
INFL		-.12626594*	
ElecAlc		.01547107*	
NewDifL~bPIB			.17581278
NewDifLogG~B			-.46555021
NewDifL~vPIB			.03092537
_cons	.0249829*	-.1532622	.02213587
N	47	47	46
r2	.	.61354392	.
r			

Fuente: Cálculos propios. legend: \* p<0.05; \*\* p<0.01; \*\*\* p<0.001

Si se interpretan los resultados obtenidos, se evidencia que del modelo original (MCO) a los modelos (MC2E) y (MC2E2), hay efectivamente un cambio sobre el crecimiento económico generado de manera positiva por la formación bruta de capital del gobierno general en el modelo (MC2E) y (MC2E2). Sin embargo, para el caso del gasto en consumo final el modelo inicial muestra un impacto positivo de estas variables sobre el crecimiento económico, pero, en los modelos (MC2E) y (MC2E2) el impacto se vuelve negativo, afectando el crecimiento económico. Finalmente se logra ver que en el modelo (MCO) y (MC2E2), la formación bruta de capital privado tiene un impacto positivo con el crecimiento económico. Caso contrario sucede con el modelo (MC2E). para el caso de la significancia de las variables se muestra que ninguna representa una alta significancia estadística. Esto quiere decir que desde la estimación no se puede establecer un impacto real causal de las variables sobre el crecimiento económico. Dicho esto, las variables que muestran un impacto mayor sobre el crecimiento son la formación bruta de capital privado, los términos de intercambio, G/PIB al cuadrado, la inflación y la elección de alcaldes. Las demás no impactan al crecimiento económico.

**SEGUNDO MODELO:** Para obtener el resultado de “U invertida”, se toma una submuestra de los datos entre los años (1994-2017) y se regresa el modelo dos para determinar la relación entre el Crecimiento Económico (Crec) y el gasto público como proporción del PIB ( $\frac{GTot}{PIBR}$ ) para Colombia y se obtiene el siguiente resultado:

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	22
				F(2, 19)	=	0.10
Model	.000063982	2	.000031991	Prob > F	=	0.9096
Residual	.006385287	19	.000336068	R-squared	=	0.0099
				Adj R-squared	=	-0.0943
Total	.006449269	21	.000307108	Root MSE	=	.01833

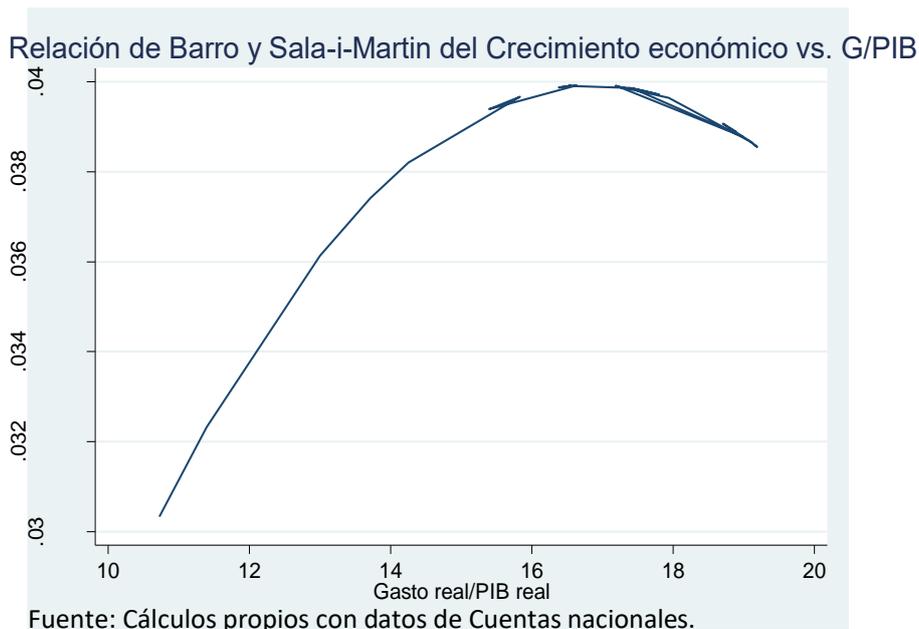
tasacrecPIBreal	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
GastorealPIBreal	.0086016	.0252666	0.34	0.737	-.0442819 .0614852
tamañoEstadocuadrado	-.0002551	.0007992	-0.32	0.753	-.0019278 .0014176
_cons	-.0325808	.1968378	-0.17	0.870	-.444567 .3794054

Para el modelo se dejará de lado la corrección de multicolinealidad, heterocedasticidad, auto-correlación, entre otras porque lo importante es verificar o no, la hipótesis propuesta por (Barro, 1990) y (Sala-i-Martin, 2000) acerca de la relación de “U invertida” entre las variables. El mecanismo para corroborar dicha relación es la elaboración de una gráfica de dispersión de las variables. Posterior a la estimación del modelo, se usa el comando “predict”, cuya función es calcular la predicción lineal del modelo de regresión ajustado. En otras palabras, cuando se busca graficar esta predicción lineal sobre el diagrama de dispersión, se observa el comportamiento cuadrático de los puntos en la gráfica.

Seguida cuenta, se logra evidenciar la existencia de un outlier en la serie de crecimiento económico (Crec). Este es un valor dentro del conjunto de datos que resulta ser muy diferente de los demás valores.<sup>90</sup> Se encontró porque para el año de 1999, la cifra del crecimiento económico en Colombia fue de -4,20%. Para eliminar este valor atípico se genera una variable Dummy = 0, y se reemplaza este valor por uno para el año de 1999 que es donde se presenta el outlier. Así se procede a regresar el modelo 2) nuevamente pero eliminando el dato que difiere del resto.<sup>91</sup> Con base a este nuevo modelo de regresión, se vuelve a calcular la predicción lineal del modelo ajustado y se grafica simultáneamente con el diagrama de dispersión para ver su comportamiento:

<sup>90</sup> En otras palabras, son valores que están extremadamente lejanos del centro.

<sup>91</sup> Para ver el código y la salida de Stata de la regresión, véase el Anexo F. Modelo de regresión dos.



La línea muestra el ajuste cuadrático del modelo de regresión. Se evidencia el comportamiento de “U invertida” de manera clara y se denota la existencia de una relación con tendencia similar de parábola.

Para calcular el tamaño óptimo del gasto colombiano del gobierno general en el periodo sobre el cual se tomó la sub-muestra lo que se debe hacer es, con base al resultado obtenido tanto en el Anexo C, como en la sección 8.2, reemplazar los datos de  $\beta_1 = 0.0086016$  y  $\beta_2 = -0.0002551$  en  $\frac{GTot}{PIB} = -\frac{\beta_1}{2\beta_2} = Gasto\ óptimo\ (G^*)$ . El resultado obtenido es el siguiente:  $-\frac{0.0086016}{2(-0.0002551)} = (G^*) = 16,859\%$ . Esto quiere decir que, según los datos, el óptimo del gasto colombiano es de 16,85% del PIB. Este valor, es el que maximizó la tasa de crecimiento económico para el periodo de la sub-muestra.

## 9. CONCLUSIONES GENERALES.

La primera conclusión y más importante a la que se llega con el presente documento es que: las variables de formación bruta de capital del gobierno general y el gasto en consumo final del mismo, no presentan una significancia estadística al momento de evaluar los modelos (MCO), (MC2E) y (MC2E2). Por ende, no se puede establecer a ciencia cierta si las series obtenidas tienen efectivamente o no, un impacto sobre el crecimiento económico de Colombia para el periodo de estudio, a pesar de lo que se mostró a lo largo de toda la sección de estimación del documento.

En segunda medida, se logra encontrar que desde el análisis teórico y matemático del modelo Solow-Swan adaptado a la introducción del gasto público en la función de producción hecho por (Barro, 1990) y (Sala-i-Martin, 2000), se puede llegar a una relación teórica de “U invertida” entre las variables de crecimiento económico y gasto del gobierno con respecto al PIB.

En tercera medida, se encontraron una serie de factores de carácter económico y político que afectaron al gasto público colombiano en el periodo (1970-2017).

En cuarto lugar, Se logró, por medio del uso de datos de las cuentas nacionales en el DANE, medir el gasto público colombiano en miles de millones de pesos a precios constantes del 2015 y como proporción del PIB real.

En quinto lugar y de no ser por la falta de significancia estadística de algunas de las variables de la estimación, se hubiese podido constatar, que para el caso colombiano en el periodo (1970-2017), la relación entre crecimiento económico y G/PIB, tenía efectivamente un comportamiento similar al de “U invertida” señalada ya en el marco teórico del documento.

Finalmente, ligado a la significancia estadística de las variables se hubiese podido concluir que de los componentes del gasto público del gobierno general en Colombia para el periodo (1970-2017), la FBK sería la que más aporta al crecimiento económico. por otro lado, el gasto en consumo final, afectaría negativamente al crecimiento económico. Sin embargo, el impacto conjunto de las variables sobre el crecimiento económico hubiese sido positivo.

De no ser por la poca significancia del gasto en consumo final del gobierno general y la formación bruta de capital del gobierno, las posibles conclusiones sobre la veracidad empírica del documento serían aceptables. Pero como es el caso contrario, no se pueden acoger las mismas. Sin embargo, las variables de control del modelo resultaron ser significativas lo que implica que el crecimiento económico se vio afectado en el periodo de estudio en gran medida por variables como son la formación bruta de capital privado, los términos de intercambio, G/PIB al cuadrado, la inflación y la elección de alcaldes. De esto se concluye que la variable que más impacta al crecimiento económico es la formación bruta de capital privado. Pero para los modelos (MC2E) y (MC2E2), esta variable pierde significancia estadística.

Dentro del contexto de los estudios realizados a nivel nacional, se puede observar una tendencia constante de analizar los efectos del gasto público sobre el crecimiento económico desde la teoría de crecimiento endógeno tal como se hace en (Alvis & Castrillón, 2013) e incluso en (Posada & Gómez, 2002). El aporte propio recayó en determinar cuál de los componentes del gasto público total (gasto en inversión y gasto en consumo final), del gobierno general tiene un aporte mayor al crecimiento económico de acuerdo a la significancia de las variables incluidas en el modelo y al coeficiente que acompaña a las mismas. Además de incluir unas variables de control consistentes al contexto colombiano.

El estudio se puede ampliar a un análisis a nivel departamental, como bien hace (Venté Carabalí, 2016) analizando específicamente efectos de la inversión pública sobre el crecimiento económico departamental. También puede considerarse hacer un análisis a un nivel internacional como se realiza en trabajos como (Rojas & Peña, 2011) comparando a países como Francia, Japón e India.

El objetivo que se buscó satisfacer en el desarrollo del presente documento fue que, usando el análisis econométrico por medio de la evaluación de un modelo de (MC2E) se estudie el impacto que tienen para Colombia en el periodo (1970-2017), los componentes del gasto total del gobierno a nivel general. Del estudio se evalúan dos modelos: el primero se dividió en dos partes; el modelo inicial y el modelo corregido ambos analizados en dos etapas. El segundo modelo consistió en revisar la relación entre las variables principales, desarrolladas ya en el análisis del marco teórico de la sección 5 para ser graficadas.

## 10. ANEXOS.

### Anexo A. Modelo de crecimiento Ramsey-Cass-Koopmans.<sup>92</sup>

Dada la función de maximización de utilidad general como:  $U = \int_0^{\infty} u(c)e^{-\rho t}$

Sujeta a:  $\left\{ u(c) = \frac{c^{1-\alpha}-1}{1-\alpha} \mid \dot{k} = f(k) - \delta k - c \right\} \rightarrow \text{Max} \int_0^{\infty} \frac{c^{1-\alpha}-1}{1-\alpha} e^{-\rho t} dt$  S.A.:  $\{ \dot{k} = f(k) - \delta k - c \}$

Se construye el Hamiltoniano:  $H = \frac{c^{1-\alpha}-1}{1-\alpha} e^{-\rho t} - \lambda(\dot{k} - f(k) + \delta k + c)$

Se deriva con respecto a cada una de las variables:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = \frac{1-\alpha}{1-\alpha} c^{-\alpha} e^{-\rho t} - \lambda = 0 = c^{-\alpha} e^{-\rho t} - \lambda \quad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial k} = \lambda(f'(k) - \delta) = -\dot{\lambda} \quad (2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = \dot{k} - f(k) + \delta k + c = 0 \quad (3)$$

De (1) se tiene que:  $\dot{\lambda} = c^{-\alpha} e^{-\rho t}$ . Por lo tanto:

$$\dot{\lambda} = -\alpha c^{-\alpha-1} \dot{c} e^{-\rho t} - \rho c^{-\alpha} e^{-\rho t} \quad (4)$$

Ahora se reemplaza la ecuación (1) y (4) en la ecuación (2):

$$\alpha c^{-\alpha-1} \dot{c} e^{-\rho t} + \rho c^{-\alpha} e^{-\rho t} = c^{-\alpha} e^{-\rho t} (f'(k) - \delta) \rightarrow \alpha c^{-1} \dot{c} + \rho = f'(k) - \delta$$

Finalmente, y bajo el supuesto de tasa de depreciación cero, lo que implica que, en un sentido más estricto, la producción será igual al consumo más la inversión bruta; se obtiene:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{f'(k) - \rho}{\alpha} \rightarrow \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\alpha} (f'(k) - \rho)$$

Ahora como  $y = f(k) = Ak$ ; y  $PMg_k = \frac{\partial y}{\partial k} = f'(k) = A$ , se reemplaza en  $\frac{\dot{c}}{c}$ :

$$\rightarrow \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\alpha} (A - \rho). \text{ Y así se obtiene la tasa de crecimiento del consumo per cápita.}$$

<sup>92</sup> **c** es la variable de consumo per cápita del individuo representativo. Ello no quiere decir que la maximización de utilidad sea igual para todos los individuos de la sociedad, sino para alguien que la representa, pero no recoge necesariamente todas sus características (no puede ser agregada).

## Anexo B. Comprobación del tamaño óptimo del gasto público del gobierno, vía ingresos por imposición.

Dada la ecuación (11) de crecimiento económico definida por:

$$Y = \frac{\dot{k}_t}{k_t} = s(1 - \tau)A^{1/\alpha}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (\eta + \delta)$$

Para encontrar el tamaño óptimo del gasto público vía ingresos del gobierno por tributación, se recurre a operar la función anterior con el fin de simplificar su forma funcional para derivar más adelante con respecto a  $\tau$ :

$$\begin{aligned} \frac{\dot{k}_t}{k_t} &= (s - s\tau)A^{1/\alpha}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (\eta + \delta) \quad \rightarrow \quad \frac{\dot{k}_t}{k_t} = (sA^{1/\alpha} - s\tau A^{1/\alpha})\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (\eta + \delta) \\ &\rightarrow \frac{\dot{k}_t}{k_t} = (sA^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - s\tau A^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}) - (\eta + \delta) \end{aligned}$$

Habiendo operado la función de crecimiento económico, se procede a derivarla con respecto a  $\tau$ , se iguala a cero y se procede a operar el resultado:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y}{\partial \tau} &= \frac{1 - \alpha}{\alpha} \left( sA^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} \right) - \frac{1}{\alpha} \left( sA^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \right) = 0 \\ \frac{\partial Y}{\partial \tau} &= \frac{1 - \alpha}{\alpha} \left( sA^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} \right) = \frac{1}{\alpha} \left( sA^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \right) \end{aligned}$$

Ahora, a partir de la igualdad obtenida se procede a despejar  $\tau$  con el fin de hallar el óptimo del tamaño del gasto público en el análisis teórico:

$$\begin{aligned} \frac{1-\alpha}{\alpha} sA^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} &= \frac{1}{\alpha} sA^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \quad \rightarrow \text{se cancelan los valores alpha del denominador de cada} \\ \text{lado de la igualdad. Y el resultado es el siguiente: } &(1 - \alpha)sA^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} = sA^{\frac{1}{\alpha}}\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}. \text{ De} \\ \text{manera seguida se cancelan los valores } sA^{\frac{1}{\alpha}}, &\text{ de cada uno de los lados de la igualdad:} \\ (1 - \alpha)\tau^{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} &= \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}. \text{ Finalmente se operan los valores que acompañan a } \tau \text{ a cada lado de} \\ \text{la igualdad con el fin de poder despejarlo adecuadamente y se obtiene: } &(1 - \alpha) = \frac{1}{\tau^{-1}}. \text{ El} \\ \text{óptimo sería entonces: } \tau^* &= (1 - \alpha). \text{ Mostrado en la gráfica de elaboración propia de la} \\ \text{relación del tamaño del gasto público y el crecimiento económico. Ahora, evaluando la} & \\ \text{función de crecimiento económico (11) con el valor óptimo de } \tau, &\text{ se obtiene la tasa} \\ \text{máxima de crecimiento económico alcanzable: } Y = \frac{\dot{k}_t}{k_t} &= sA^{1/\alpha}(1 - \alpha)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - (\eta + \delta). \end{aligned}$$

## Anexo C. Tamaño óptimo del gasto del gobierno general para el modelo 2.

Dada la siguiente función de estimación econométrica:

$$Crec_t = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{GTot}{PIB} \right)_t + \beta_2 \left( G \frac{Tot}{PIB} \right)_t^2 + \beta_4 \varphi_t + \xi_t; t = 0, 1, \dots, t. \text{ Con } \beta_1 > 0 \text{ y } \beta_2 < 0.$$

Se deriva parcialmente con respecto a  $\frac{GTot}{PIB}$ :  $\frac{\partial Crec}{\partial \frac{GTot}{PIB}} = \beta_1 + 2\beta_2 \left( \frac{GTot}{PIB} \right)$

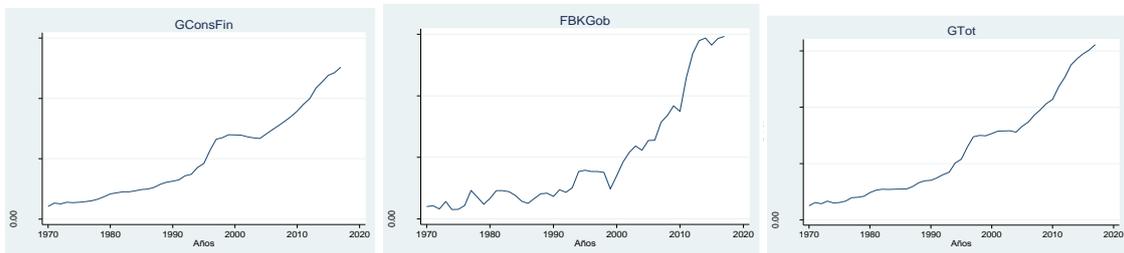
Ahora se iguala a cero la función obtenida y se despeja la variable  $\frac{GTot}{PIB}$ :

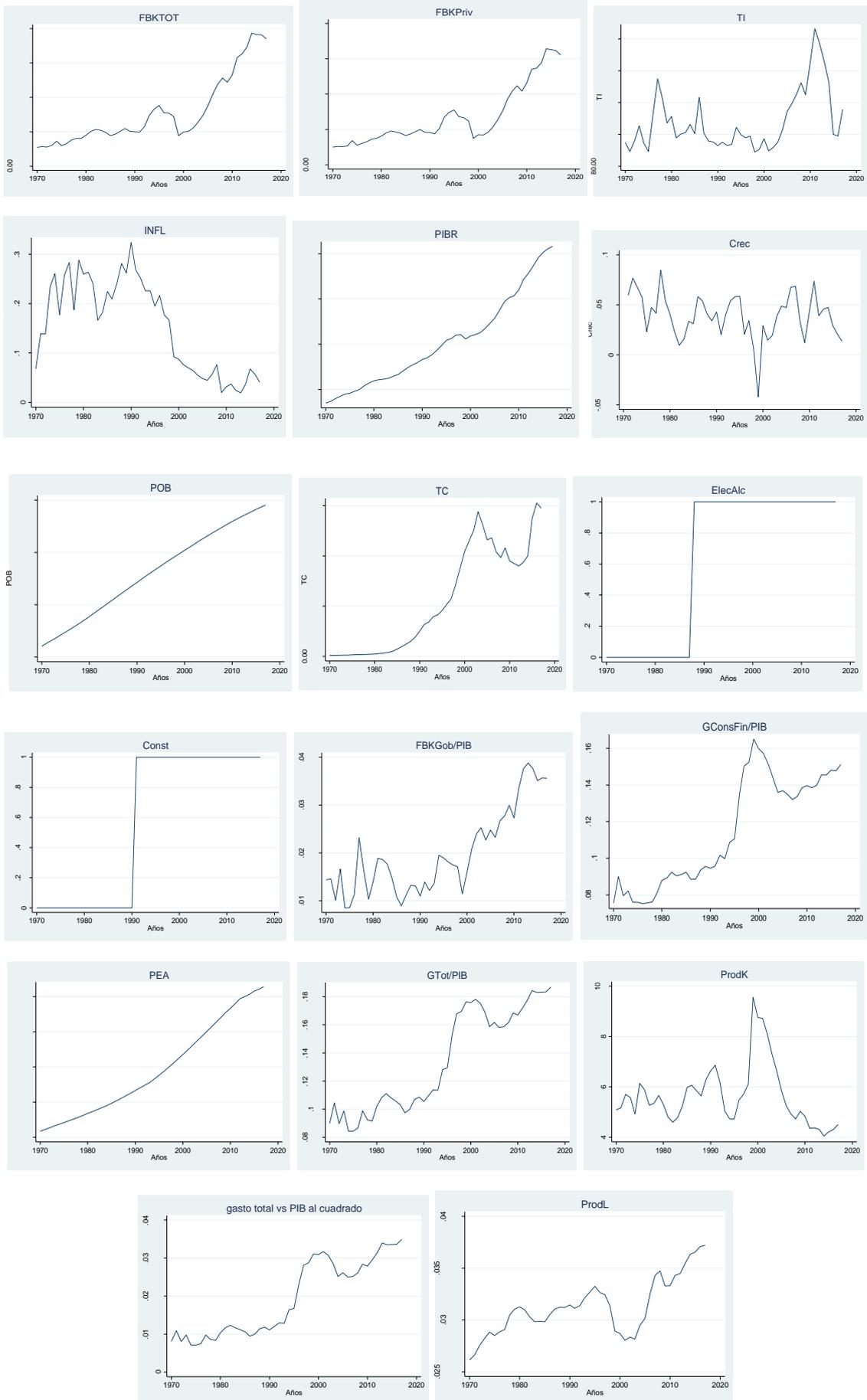
$$\begin{aligned} \rightarrow \beta_1 + 2\beta_2 \left( \frac{GTot}{PIB} \right) &= 0 \rightarrow -\beta_1 = 2\beta_2 \left( \frac{GTot}{PIB} \right) \rightarrow \text{Gasto óptimo del gobierno } (G^*) = \\ \left( \frac{GTot}{PIB} \right) &= -\frac{\beta_1}{2\beta_2}. \end{aligned}$$

## Anexo D. Estadísticas descriptivas de las diferencias de las variables:

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
DifLogTI	47	.004231	.1030428	-.2837005	.2318902
DifGTotPIB2	47	.0005709	.0018431	-.0034017	.0064338
DifINFL	47	-.000583	.0424972	-.0957	.1009
DifTC	47	62.398	179.348	-305.45	745.79
DifPOBM	47	363059.4	209408.8	-153845.8	978548.6
DifProddeK	47	-.0123317	.704515	-1.128895	3.433973
DifProddeL	47	.0002352	.000801	-.0024549	.0023382
DifFBKPriv	47	2771.176	7856.644	-24587.48	19759.99
DifFBKGob	47	588.3499	1469.703	-2714.996	5492.5
DifGConsFin	47	2455.797	2659.323	-1359.394	11020.33
DifGTot	47	3044.147	3252.382	-1607.949	11280.67

### - Gráficas del comportamiento de las variables iniciales del modelo 1):



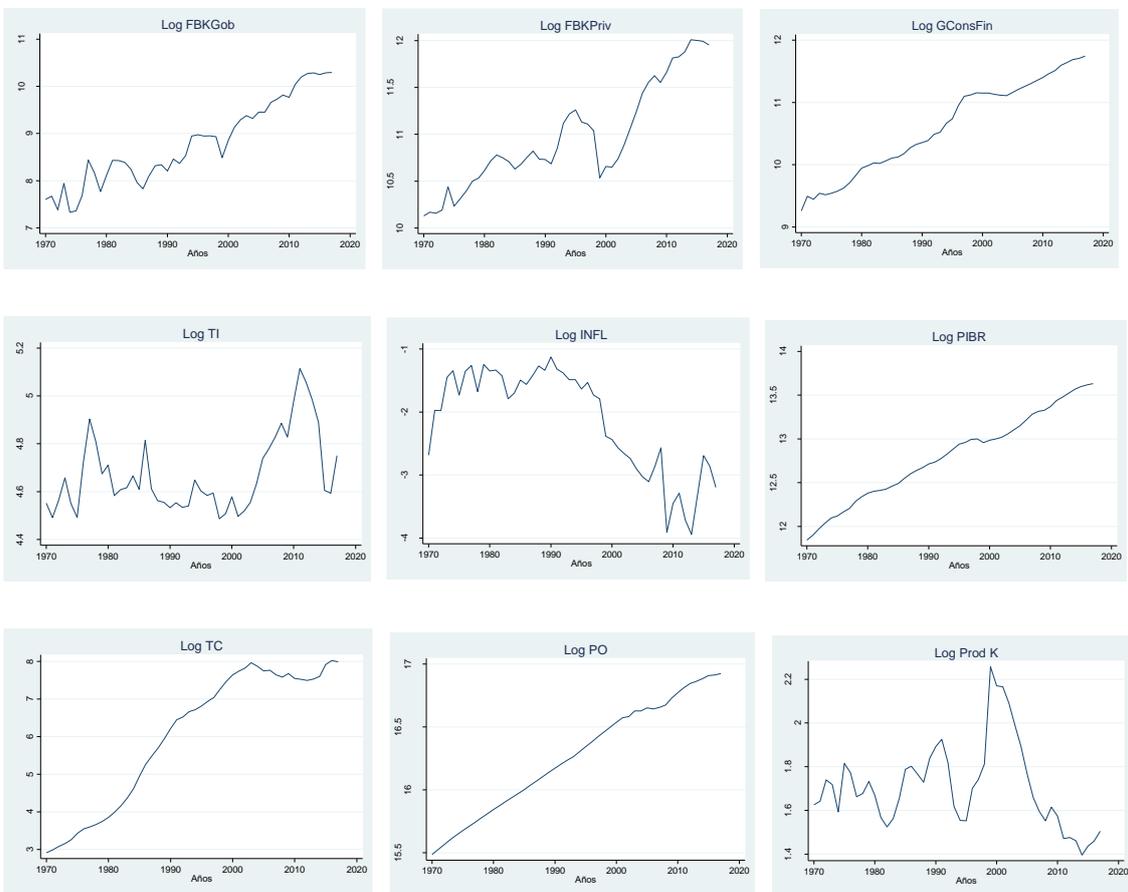


**- Coeficientes de correlacion de las variables del modelo 1:**

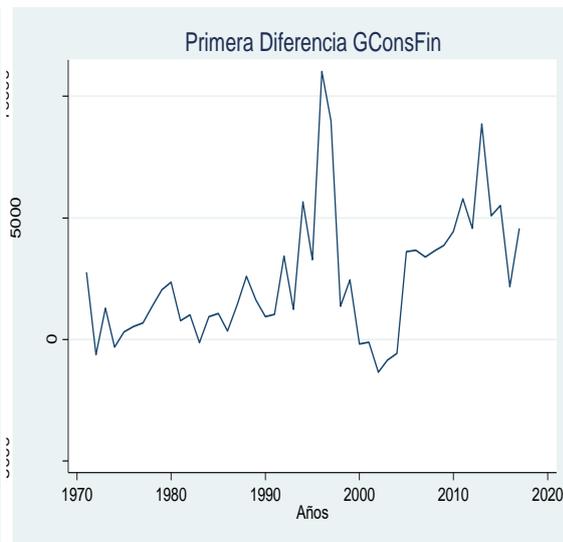
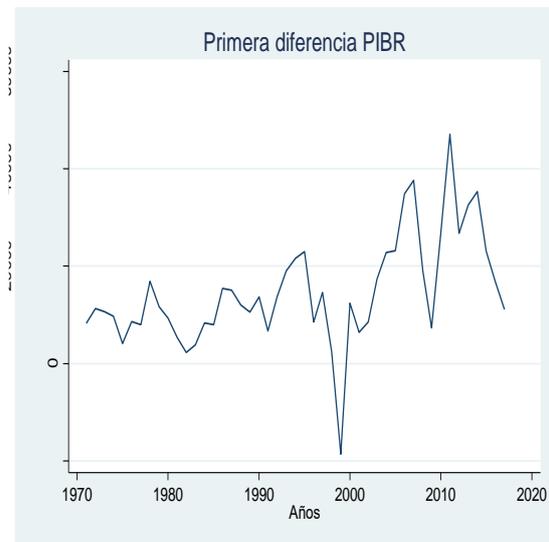
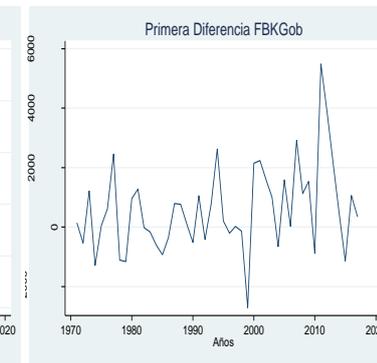
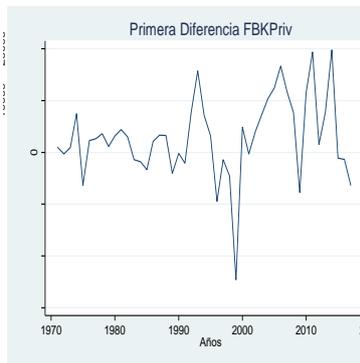
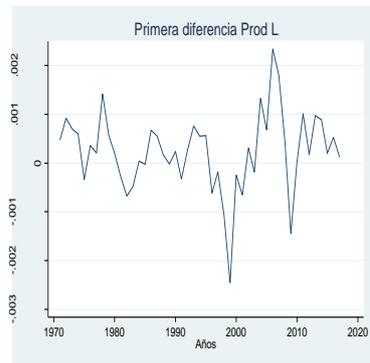
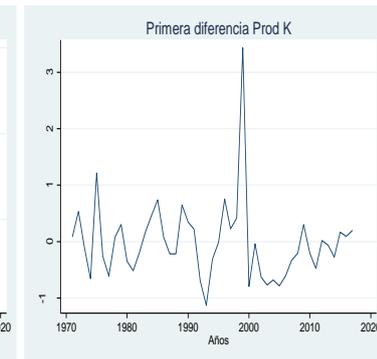
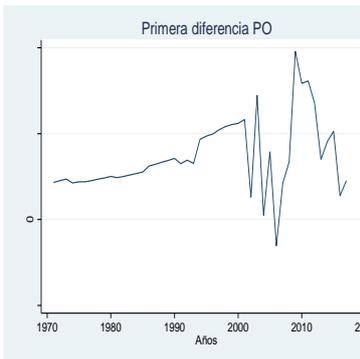
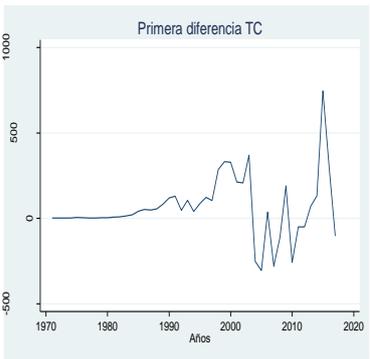
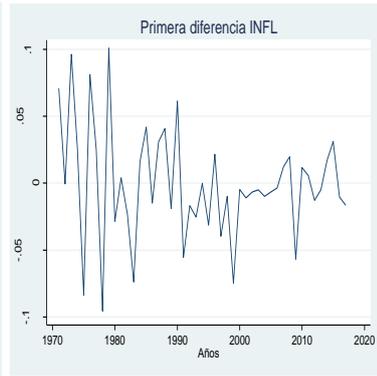
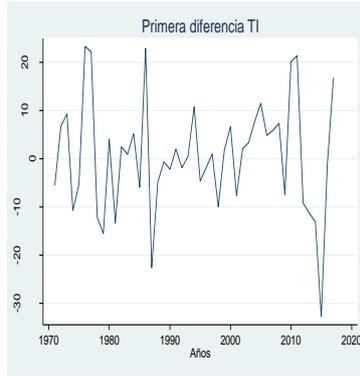
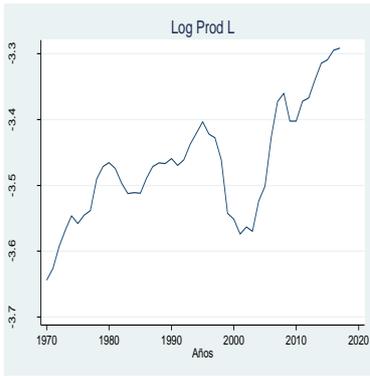
(obs=47)

	Diflog~c	Dif~vPIB	Dif~bPIB	Dif~nPIB	logTI	INFL	ElecAlc	GTotPIB2
DiflogPIBP~c	1.0000							
DifLogFBKP~B	0.6072	1.0000						
DifLogFBKG~B	0.0271	0.2163	1.0000					
DifLogGCon~B	-0.2476	-0.3361	0.1185	1.0000				
logTI	0.4486	0.2340	0.1714	-0.0824	1.0000			
INFL	-0.0920	-0.0384	0.0214	0.1881	-0.4389	1.0000		
ElecAlc	-0.0337	0.0582	0.1035	0.0728	0.0966	-0.5179	1.0000	
GTotPIB2	-0.1330	-0.0212	0.0880	0.0162	0.2951	-0.8473	0.7614	1.0000 <sup>93</sup>

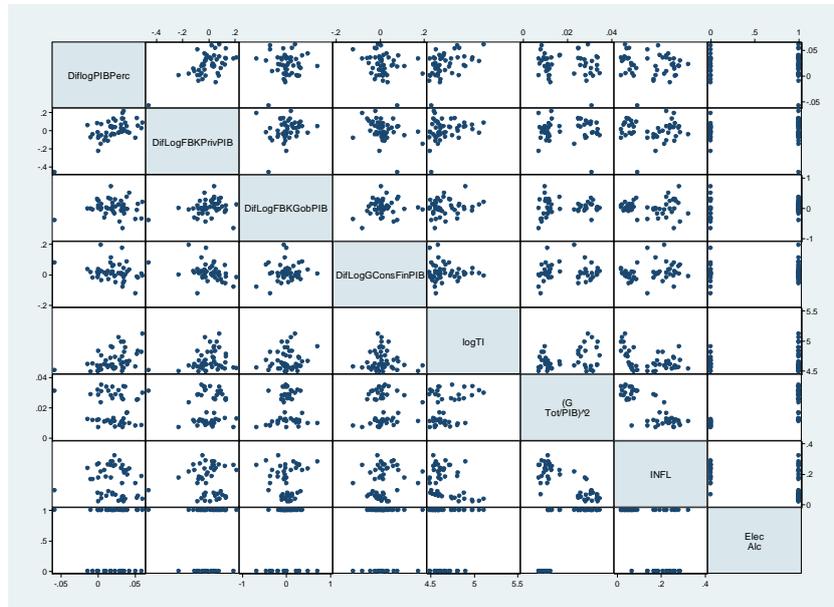
**- Gráficas del log y de la dif de las variables del modelo 1:**



<sup>93</sup> Si,  $r = 1$ , existe una correlación positiva perfecta. Si  $0 < r < 1$ , existe una correlación positiva. Si  $r = 0$ , no existe relación lineal. Si  $-1 < r < 0$ , existe una correlación negativa. Si  $r = -1$ , existe una correlación negativa perfecta.



## Anexo E. Diagrama de dispersión de las variables del modelo de estimación 1.



### - Pruebas Durbin-Watson y Breusch-Godfrey:

```
Durbin-Watson d-statistic( 8, 47) = 1.146121
```

```
. estat bgodfrey
```

```
Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation
```

lags ( $p$ )	chi2	df	Prob > chi2
1	9.616	1	0.0019

```
H0: no serial correlation
```

**Durbin-Watson:** d-estadístico de  $Rho \approx 1$  implica autocorrelación. Resultado = 1.14612.

**Breusch-Godfrey:**  $H_0$ : no correlación serial.  $H_1$ : correlación serial. (Prob > chi2 = 0.0019) < 0.05. se acepta  $H_0$ .

### - Estacionariedad de las variables del modelo 1:

P-Value Dickey-Fuller	Variable
MacKinnon approximate p-value for $Z(t) = 0.0000$	NewDifLogPIBPerc
MacKinnon approximate p-value for $Z(t) = 0.0000$	NewDifLogFBKPrivPIB
MacKinnon approximate p-value for $Z(t) = 0.0000$	NewDifLogFBKGobPIB
MacKinnon approximate p-value for $Z(t) = 0.0000$	NewDifLogGConsFinPIB
MacKinnon approximate p-value for $Z(t) = 0.0033$	NewLogTI
MacKinnon approximate p-value for $Z(t) = 0.8674$	NewGTotPIB2
MacKinnon approximate p-value for $Z(t) = 0.0569$	NewINFL
MacKinnon approximate p-value for $Z(t) = 0.2590$	NewElecAlc

Si P-Value > alpha (0.05) → se acepta  $H_0$ . Lo mismo sucede caso contrario.

$H_0$ : Hay raíz unitaria en la serie. La serie no es estacionaria.

$H_1$ : No hay raíz unitaria en la serie. La serie es estacionaria.

Las variables NewElecAlc, NewINFL y NEWGTotPIB2, presentan raíz unitaria en la serie, por lo tanto, esta no es estacionaria.

- **Estacionariedad corregida de las variables del modelo 1:**

P-Value Dickey-Fuller	Variable
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0000	d.NewGTotPIB2
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0000	d.NewINFL
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0000	d.NewElecAlc

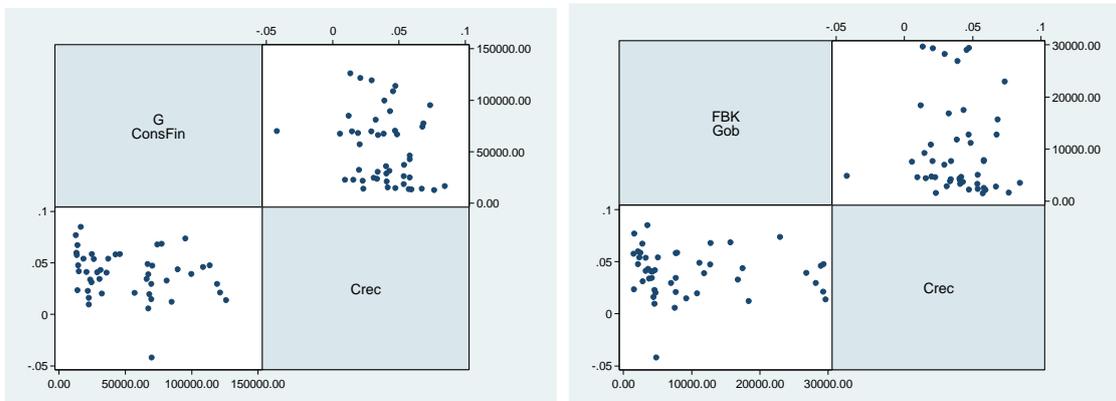
- **Regresión del modelo 1 corregido:**

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	46
Model	.009582143	7	.001368878	F(7, 38)	=	7.08
Residual	.007345501	38	.000193303	Prob > F	=	0.0000
				R-squared	=	0.5661
				Adj R-squared	=	0.4861
Total	.016927643	45	.00037617	Root MSE	=	.0139

NewDifLogPIBPerc	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
NewDifLogFBKPrivPIB	.0798122	.0225174	3.54	0.001	.0342281 .1253962
NewDifLogFBKGobPIB	-.0014224	.0098687	-0.14	0.886	-.0214005 .0185557
NewDifLogGConsFinPIB	-.024364	.0841112	-0.29	0.774	-.1946382 .1459103
NewLogTI	.0592895	.0198535	2.99	0.005	.0190983 .0994808
DifNewGTotPIB2	-1.878481	2.872224	-0.65	0.517	-7.692995 3.936033
DifNewINFL	.0141277	.0463073	0.31	0.762	-.0796164 .1078718
DifNewElecAlc	-.0018261	.0131759	-0.14	0.891	-.0284992 .0248471
_cons	-.147943	.0536471	-2.76	0.009	-.2565458 -.0393402

- **Correlacion grafica (Crec - FBKGobPIB) y (Crec - GConsFINPIB):**



## Anexo F. Modelo de regresión dos.

```

. gen Dummy = 0
.
. replace Dummy =1 if Años==1999
(1 real change made)
.
. reg Crec TamGob TamGob2 if Dummy ==0

```

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	46
Model	.001533505	2	.000766752	F(2, 43)	=	2.17
Residual	.015219939	43	.000353952	Prob > F	=	0.1270
Total	.016753444	45	.000372299	R-squared	=	0.0915
				Adj R-squared	=	0.0493
				Root MSE	=	.01881

Crec	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
TamGob	-.2063622	8.889628	-0.02	0.982	-18.13401 17.72128
TamGob2	.0190722	3.911317	0.00	0.996	-7.868849 7.906994
_cons	.2503196	5.046546	0.05	0.961	-9.92701 10.42765

### - Generación y estadísticas descriptivas de la variable Tamaño Óptimo del gobierno general:

```

. gen TamOptimoGob= -(0.0702761/(2*-1.047946))
.
. sum TamOptimoGob

```

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
TamOptimoGob	48	.0335304	0	.0335304	.0335304

## 11.REFERENCIAS.

- Afonso, A., & Furceri, D. (2008). Government size, composition, volatility and economic growth. *European Central Bank*.
- Alvis, C., & Castrillón, C. (2013). Tamaño óptimo del gasto público colombiano: una aproximación desde la teoría de crecimiento endógeno. *Cuadernos de economía*, 561-596.
- Armeý, R. (1995). *The Freedom Revolution*. Washington, D.C.: Regnery Publishing, Inc.
- Aschauer, D. (1989). Is public expenditure productive? *Journal of Monetary Economics* 23, 177-200.
- Banrepcultural. (2015). *El Gobierno Colombiano*. Obtenido de Subgerencia Cultural del Banco de la República:  
[http://enciclopedia.banrepcultural.org/index.php/El\\_Gobierno\\_colombiano](http://enciclopedia.banrepcultural.org/index.php/El_Gobierno_colombiano)
- Banrepcultural. (2015). *Estado*. Obtenido de Subgerencia Cultural del Banco de la República:  
<http://www.banrepcultural.org/blaavirtual/ayudadetareas/politica/estado>
- Barrios, U. (2018). *El tamaño óptimo del gobierno. La curva de Armeý: un análisis empírico del caso mexicano*. Toluca, Estado de México: Universidad Autónoma del Estado de México.
- Barro, R. (1990). Government Spending in a Simple Model of Endogeneous Growth. *Journal of Political Economy* 98(S5), 103-125.
- Barro, R., & Sala-i-Martin, X. (2004). *Economic Growth*. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology (MIT).
- Bermeo, M. (2014). *Determinantes del tamaño de Estado. El caso Colombiano*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Bermeo, M. (2015). La economía política del tamaño del Estado. *CIFE. No. 22*, 87-107.
- Cass, D. (1965). Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation. *Review of Economic Studies*, vol. 32, julio, 233-240.
- Chobanov, D., & Mladenova, A. (2009). *What is the optimum size of the government?* Bulgaria: Institute for Market Economics.
- Coayla, E. (2017). *La curva de Armeý: tamaño del gasto público y el crecimiento económico en Perú*. Perú: Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional Federico Villarreal.
- Cochrane, D., & Orcutt, G. (1949). Application of least squares regression to relationships containing auto-correlated error terms. *Journal of the American Statistical Association*. Vol 44. No. 245, 32-61.
- DNP. (1993). Tamaño y composición del Estado colombiano. *DNP*.
- García, C. (2014). Algunos determinantes del tamaño del sector público: aproximaciones teóricas. En C. García, *IMPACTO SOBRE LA INVERSIÓN PÚBLICA DE LAS*

TRANSFERENCIAS INTERGUBERNAMENTALES EN EL MARCO DE UNA HACIENDA DESCENTRALIZADA: EL CASO DE LOS FONDOS ESTRUCTURALES COMUNITARIOS (págs. 20-35). Toledo: Universidad de Castilla-La Mancha.

- Gómez Avella, M. (2008). Perspectivas de crecimiento del gasto público en Colombia, 1925-2003. ¿una visión descriptiva a la Wagner o a la Peacock y Wiseman? *Borrador de Economía No. 544, Banco de la República*.
- Gómez, W. (2003-2004). Gasto público... ¿y crecimiento económico?: una reflexión sobre el gasto público en Colombia y sus efectos sobre el crecimiento económico. *Comité para el Desarrollo de la Investigación, (CODI)*.
- Hernández, I. (2005). *Teoría y política fiscal*. Bogotá, D.C.: Universidad Externado de Colombia.
- Keynes, J. (2003). *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero* (Cuarta ed.). (E. Hornedo, Trad.) México: Fondo de Cultura Económica. Obtenido de <https://es.scribd.com/doc/127079500/Teoria-General-de-La-Ocupacion-El-Interes-y-El-Dinero-John-Maynard-Keynes>
- Koopmans, T. (1965). On the concept of optimal economic growth. *Scientific Papers of Tjalling C. Koopmans, Springer, New York*.
- Malagón, J., & Ocampo, J. A. (2013). El tamaño del Estado y su impacto redistributivo en América Latina. *Coyuntura Económica, Fedesarrollo*, 15-76.
- Melo, L., & Ramos, J. (2017). El gasto público en Colombia: Algunos aspectos sobre su tamaño, evolución y estructura. *Borrador de Economía, No. 1003, Banco de la República*.
- Montero Granados, R. (s.f.). *Indicadores de Medida del Sector Público*. Obtenido de Universidad de Granada Web site: <https://www.ugr.es/~montero/esp1/presupuesto.pdf>
- Montes de Oca Chaparro, J. D. (2008). Productividad y tamaño óptimo del gobierno: El caso de los gobiernos estatales en México. *Ensayos–Volumen XXVII, núm.2*, 111-130.
- Perdomo, A. (2002). *Inversión pública sectorial y crecimiento económico: Una aproximación desde la metodología VAR*. Bogotá: ARCHIVOS DE ECONOMÍA 002921, DEPARTAMENTO NACIONAL DE PLANEACIÓN.
- Pinzón, Y. (2018). *Análisis de los factores explicativos del recaudo del impuesto predial en los municipios de Sabana Centro del departamento de Cundinamarca 2008-2017*. Bogotá: Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito.
- Posada, C. E., & Escobar, J. F. (2003). Crecimiento económico y gasto público: una interpretación de las experiencias internacionales y del caso colombiano (1982-1999). *Borradores de Economía, Banco de la república*.
- Posada, C. E., & Gómez, W. (2002). Crecimiento económico y gasto público: un modelo para el caso Colombiano. *Borrador de Economía No. 218, Banco de la República*.
- Rahn, R. (1996). *What is the optimum size of government?* Vernon K. Kriebel Foundation.
- Ramsey, F. (1928). A mathematical theory of saving. *Economic Journal, vol. 38, diciembre*, 543-559.

- Rojas, M. F., & Peña, V. (2011). Tamaño del Estado y crecimiento económico, comprobación empírica para Francia, India y Japón. *ISOCUANTA*, Vol. 2, 39-51.
- Sala-i-Martin, X. (2000). *Apuntes de crecimiento económico*. Barcelona: Antoni Bosch editor.
- Scully, G. (1994). What Is the Optimal Size of Government in the United States? *National Center for Policy Analysis, Policy Report No. 188*.
- Solow, R. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, v. 70, n. 1, 65-94.
- Soto, J., García, J., & Andújar, A. (2000). Acerca de la corrección de multicolinealidad en modelos de regresión lineal. *Anales de la Economía Aplicada*.
- Swan, T. (1956). Economic Growth and Capital Accumulation. *Economic Record*, v. 32, 334-361.
- Urrutia Montoya, M. (2001). El tamaño del Estado colombiano: Comparación internacional. *Banco de la República*.
- Venté Carabalí, V. L. (2016). *Efectos del gasto público sobre la tasa de crecimiento económico: análisis departamental para Colombia 2004-2014*. Bogotá: Programa de Economía, Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito.
- YILMAZ, G. (2018). Composition of public investment and economic growth: evidence from turkish provinces, 1975 - 2001. *Sinop University*, 189-213.