

**Evolución de la distribución del ingreso en Colombia a nivel  
departamental: 2001-2018**

**Javier de Jesús Delgado Cárcamo**  
**Director: Dr. Álvaro Andrés Perdomo Strauch**

**14/05/19**

**Programa de Economía**  
**Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito**

## **Resumen**

El presente trabajo señala las características de la distribución del ingreso para los departamentos de Colombia en el periodo 2001-2018. El trabajo, además de analizar el comportamiento del índice de Gini para cada departamento en el periodo de análisis, adiciona una evaluación para el largo plazo. Para ello se utiliza una metodología de matrices de transición y estadísticas descriptivas. Los resultados obtenidos muestran que los departamentos siguen importantes patrones de comportamientos semejantes a los de Colombia en general.

## **Abstract**

The present document indicates the characteristics of income distribution for the departments of Colombia in the period 2001-2018. The document, in addition to analyzing the behavior of the Gini index for each department in the analysis period, includes an evaluation for the long term. That is, a methodology of transition matrices and descriptive statistics is used. The results obtained show that the departments follow important behavioral patterns similar to those of Colombia in general.

**Palabras clave:** distribución del ingreso, departamentos de Colombia, Gini, matrices de transición.

**Clasificación JEL:** C69, O10

## **Tabla de contenido**

<b>1. Introducción</b> .....	<b>3</b>
<b>2. Teoría</b> .....	<b>5</b>
2.1. Distribución del ingreso y desigualdad .....	5
2.2. Curvas de Lorenz .....	6
2.3. La medida de desigualdad .....	10
<b>3. El Gini en Colombia</b> .....	<b>14</b>
<b>4. Metodología</b> .....	<b>17</b>
<b>5. Análisis Empírico</b> .....	<b>20</b>
5.1. Datos y análisis descriptivo .....	20
5.1.1. Fuentes y estadísticas descriptivas .....	20
5.1.2. Análisis descriptivo .....	21
5.1.2.1 Análisis regional .....	21
5.1.2.2. Análisis global .....	24
5.2. Análisis por matrices de transición .....	26
5.3. Comparación entre departamentos .....	27
<b>6. Conclusiones</b> .....	<b>32</b>
<b>Bibliografía</b> .....	<b>34</b>
<b>Anexo A</b> .....	<b>35</b>
<b>Anexo B</b> .....	<b>36</b>
<b>Anexo C</b> .....	<b>38</b>
<b>Anexo D</b> .....	<b>39</b>
<b>Anexo E</b> .....	<b>40</b>
<b>Índice de tablas</b> .....	<b>41</b>

## **1. Introducción**

En las economías donde existe un nivel importante de pobreza, es común que la reducción de la desigualdad sea un objetivo de política económica. Además de ser un fin para aliviar la pobreza y mejorar el bienestar de una comunidad, la distribución del ingreso ha sido un tema trascendente de la teoría económica en general. Varias publicaciones académicas<sup>1</sup> abordan esta problemática, y para ello fragmentan esta cuestión en otras preguntas pertinentes para dar una solución teórica a este problema, las cuales, son: ¿Por qué alguien gana más que otro?, ¿Por qué existe persistencia en la desigualdad?, ¿Cómo tener una mejor distribución de los recursos?, ¿Qué determina la distribución de los recursos? Para responder estas preguntas es necesario conocer el comportamiento de los niveles de desigualdad y hacer inferencias en los factores que efectuaron cambios significativos en su tendencia, y magnitud.

Además de algunos estudios académicos, la preocupación de la reducción de la desigualdad en Colombia se puede reflejar en objetivos explícitos de diferentes administraciones presidenciales: Plan contra la pobreza absoluta (Barco 1986-1990), La revolución pacífica (Gaviria 1990-1994), Hacia un estado comunitario (Uribe 2002-2006), Todos por un nuevo país (Santos 2014-2018)<sup>2</sup>. Si bien, la desigualdad en Colombia se ha reducido en las últimas dos décadas (producto de las políticas redistributivas proporcionada de los planes de desarrollo antes mencionados), Colombia sigue contando con la característica de tener uno de los coeficientes de desigualdad Gini más altos del mundo, con un coeficiente Gini de 51,1 en el 2015; por debajo únicamente de Zambia con un Gini de 57,1 y Brasil con un Gini de 51,2 de los países que reportaron datos según el Banco Mundial. Cabe destacar que Colombia es muy diversa en estructuras económicas (tal como se puede apreciar en Vargas (2016)), por esa razón en este trabajo de investigación se desarrollará un estudio a nivel departamental

---

<sup>1</sup> Como se evidencia en Adler (1972) y Tinbergen (1972)

<sup>2</sup> La práctica de la planeación del desarrollo del país inició a mediados de la década de 1950's con la Misión Currie. Posteriormente en 1970 en la presidencia de Misael Pastrana se redactó el Primer Plan de Desarrollo, esta tradición ha continuado desde entonces y se ha formalizado en la constitución de 1991 en su artículo 339, según el cual se señala que cada administración presidencial debe redactar un Plan de Desarrollo Nacional, para basar sus funciones en su respectivo periodo de gobierno. Los planes de desarrollo se pueden encontrar en la página del Departamento Nacional de Planeación: <https://www.dnp.gov.co/Plan-Nacional-de-Desarrollo>

para analizar la participación en los cambios de la distribución del ingreso de dichas estructuras económicas. Con ello se buscará analizar diferentes cuestiones como: ¿Acaso existe una baja movilidad en la distribución del ingreso?, ¿Las mejoras en la distribución del ingreso son significativas?

Lo anterior implica que el objetivo principal de este trabajo consiste identificar y analizar las características que ha tenido la evolución de la distribución del ingreso en Colombia a nivel departamental para el periodo 2001-2018, la hipótesis que se pretende verificar radica en que el comportamiento de las distribuciones del ingreso a nivel departamental no sigue ningún patrón en cuanto a la tendencia y la magnitud de las fluctuaciones, es decir, que la evolución de la distribución del ingreso en Colombia ha tenido un comportamiento heterogéneo a nivel departamental.

Para cumplir el objetivo general se requiere de tres objetivos específicos. Primero, es necesario verificar la existencia de tendencias significativas en el índice de Gini, para el periodo 2001 – 2018; posteriormente procedemos a comparar las características socioeconómicas de los departamentos que han presentado comportamientos similares en cuanto a su distribución del ingreso; el último objetivo específico consiste en elaborar una evaluación de las tendencias para el largo plazo<sup>3</sup>.

El presente trabajo se estructura en 6 secciones de las cuales esta introducción es la primera: En la segunda sección se explicará la teoría de la distribución del ingreso, en la tercera sección se hará una revisión de los principales trabajos de la distribución del ingreso en Colombia, en la cuarta sección se explica la metodología del estudio, en la quinta sección se mostrará el análisis empírico, la última sección corresponde a las conclusiones.

---

<sup>3</sup> En teoría económica no hay una concesión respecto a cuánto tiempo debe ser el largo plazo, si se propone un tiempo para el largo plazo simplemente es una conjetura. En economía el largo plazo no es una noción de tiempo si no es una concepción de equilibrio al transcurrir el tiempo.

## **2. Teoría**

### *2.1. Distribución del ingreso y desigualdad*

Para definir distribución del ingreso es pertinente entender el concepto “recipiente de ingreso”. Un recipiente de ingreso es un conjunto no vacío de individuos que pueden percibir algún ingreso, a partir de este concepto se puede deducir que un recipiente de ingreso puede tomar la forma de individuos, hogares, ciudades, parejas etc. Por lo tanto, la distribución del ingreso simplemente es un vector de asignaciones de ingreso para un conjunto de recipientes de ingreso.

Siempre que se habla de desigualdad es natural que se formule la siguiente pregunta: ¿desigual con respecto a qué? Lo que implica que la desigualdad es un criterio de comparación, pero en el caso de la distribución del ingreso ¿qué debemos comparar? La respuesta es sencilla, como la distribución del ingreso es un vector, debe de alguna manera analizarse los componentes de aquel vector, también para cualquier análisis de la desigualdad en la distribución del ingreso se requerirá por lo menos el uso de dos vectores puesto que, como se mencionó antes, la desigualdad es un criterio de comparación. Las comparaciones de desigualdad son una relación de orden que deben cumplir las siguientes condiciones topológicas:

*La comparación debe ser completa:* Es decir, que siempre que se compare dos estados de distribución se pueda decidir si uno es más desigual que otro, o tienen la misma desigualdad.

*La comparación debe ser transitiva:* Es decir, que si el vector  $\mathbf{x}$  es más desigual que el vector  $\mathbf{y}$ , y además, el vector  $\mathbf{y}$  es más desigual que el vector  $\mathbf{w}$ , entonces el vector  $\mathbf{x}$  presentará una distribución del ingreso más desigual a la del vector  $\mathbf{w}$

*La comparación debe ser reflexiva:* Un vector será igual de desigual que él mismo

Además, para tener una definición robusta de la desigualdad nos basaremos en 4 axiomas propuestos en (Fields, 2001)

Axioma 1: Dos vectores representan la misma distribución del ingreso si los componentes de uno son una permutación de los componentes del otro vector, por ejemplo los vectores  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  presentados a continuación tienen el mismo nivel de desigualdad:

$$\mathbf{x} : \langle a, b, c, d, e \rangle$$

$$\mathbf{y} : \langle c, d, a, e, b \rangle$$

Axioma 2: Si un vector es una combinación lineal de otro ( $\mathbf{x} = k*\mathbf{y}$ ), entonces estos tendrán el mismo nivel de desigualdad.

Axioma 3: Si cada componente de un vector  $\mathbf{x}$  está replicado  $n$  veces en un vector  $\mathbf{y}$ , entonces  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  serán igual de desiguales, por ejemplo  $\mathbf{v}$  y  $\mathbf{u}$  tienen el mismo nivel de desigualdad:

$$\mathbf{u} : \langle a, b, c, d \rangle$$

$$\mathbf{v} : \langle a, a, a, b, b, b, c, c, c, d, d, d \rangle$$

Axioma 4: Si un recipiente de ingreso relativamente “rico”  $\mathbf{x}_i$  le transfiere una parte de su ingreso a otro recipiente relativamente “pobre”  $\mathbf{x}_j$ , se tendrá un estado más igualitario siempre y cuando  $\mathbf{x}_i$  siga siendo más rico que  $\mathbf{x}_j$

Se podría considerar un quinto Axioma para completar el análisis

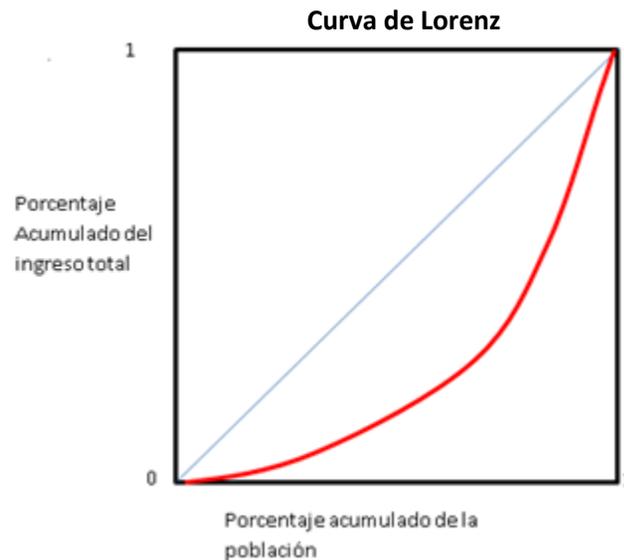
Axioma 5: Si a cada componente de un vector  $\mathbf{x}$  se le suma una cantidad positiva  $k$ , se tendrá una estado de distribución más igualitario (demostración en los anexos)

Con ayuda de los axiomas es posible definir de forma precisa la desigualdad en la distribución del ingreso. La desigualdad es una comparación de la variación relativa de los componentes de un vector de distribución respecto a otro, si los elementos de un vector  $\mathbf{x}$  varían relativamente más que los elementos de un vector  $\mathbf{y}$ , entonces la distribución del ingreso  $\mathbf{x}$  es más desigual que la distribución del ingreso  $\mathbf{y}$

## *2.2. Curvas de Lorenz*

Para comparar los niveles de desigualdad en (Fields, 2001) se consideran las curvas de Lorenz, las cuales son una representación gráfica de la relación entre la proporción del ingreso acumulado de la sociedad y la proporción del total de la población. Una curva de Lorenz se compara con un segmento de 45° que representa la situación social donde la distribución del ingreso es perfectamente igualitaria, si la curva de Lorenz se aleja cada vez más del segmento de perfecta distribución se dice que hay una mayor desigualdad (Ver Gráfico No.1).

**Gráfico No. 1**



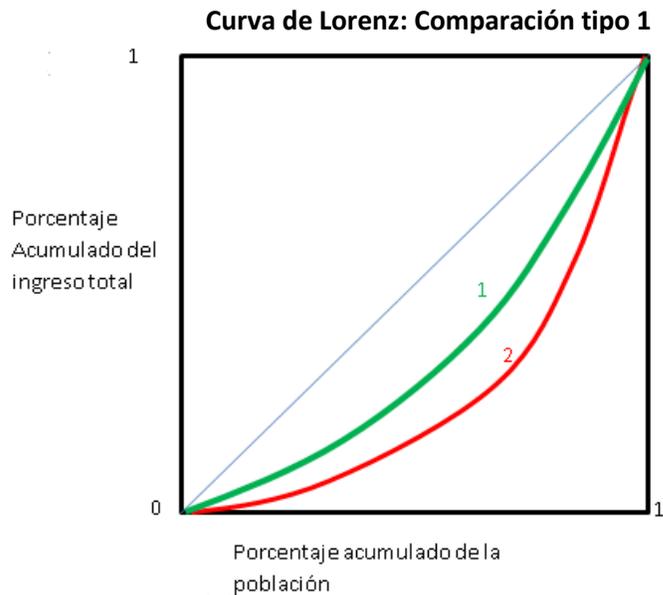
**Fuentes:** Elaboración propia

Para comparar el nivel de desigualdad de dos sociedades o de la misma sociedad en dos periodos distintos necesitamos comparar dos curvas de Lorenz, ya graficadas se pueden presentar tres posibilidades:

**Una curva domina a la otra:** En este caso, la curva de Lorenz que se encuentre más cerca al segmento de perfecta distribución, representará la distribución del ingreso menos desigual, en la gráfica 2 (Cualquier ejemplo del axioma 5 tiene la siguiente representación gráfica), se

puede observar la representación de 2 estados de distribución del ingreso, la curva 1 domina a la dos ya que cada toda la curva uno es mayor a la dos sin presentarse ningún corte, esto quiere decir que la distribución 2 es la más desigual.

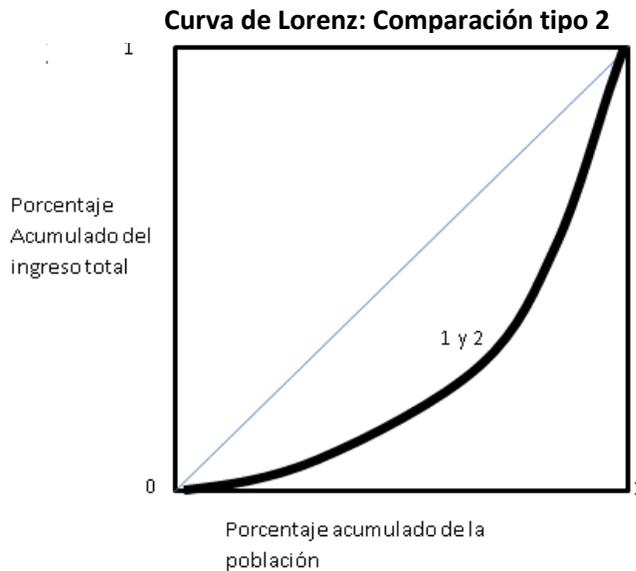
**Gráfico No. 2**



**Fuentes:** Elaboración propia

**Las curvas coinciden:** En este caso, ambas sociedades tienen el mismo nivel de desigualdad, esta situación puede darse cuando se presentan ejemplos de los axiomas 1, 2 y 3. La siguiente gráfica es una representación de cualquiera de los casos axiomáticos

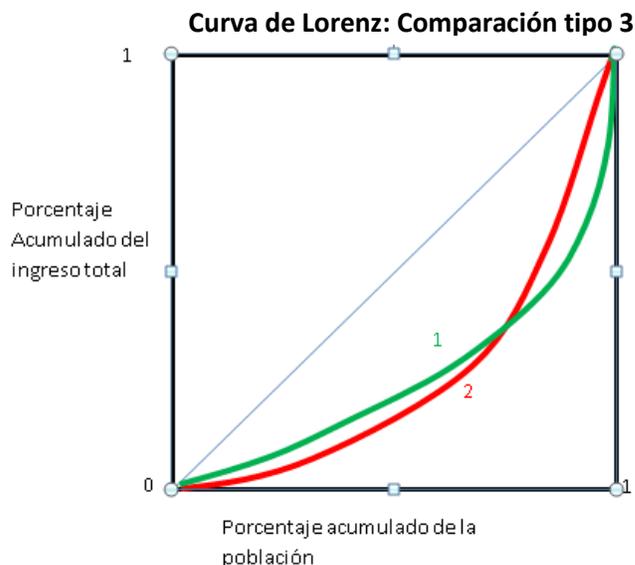
Gráfico No. 3



Fuentes: Elaboración propia

**Las curvas se cruzan:** En esta situación, no podemos decidir cuál estado es más igualitario, por lo que se requiere de una medida de desigualdad. En la siguiente gráfica se ven dos curvas de Lorenz, pero hay un segmento de la curva donde el estado 1 es más igualitario que el estado 2 y viceversa.

Gráfico No. 4



Fuentes: Elaboración propia

### 2.3. La medida de desigualdad

El tercer caso de comparación por curvas de Lorenz es un verdadero problema ya que no cumple el primer principio topológico de comparaciones de desigualdad, en la práctica esto se soluciona con una medida de desigualdad, en Fields (2001), se señalan algunas cuantificaciones de la distribución del ingreso que permite una comparación completa (Ver Tabla 1):

Tabla 1	
Medidas de desigualdad	
Índice	Fórmula
Porción del ingreso de los más ricos (SR)	$SR = \frac{\sum_{i=n(1-R)+1}^{n100} X_i}{n\mu_x}$
Porción del ingreso de los más pobres (SP),	$SP = \frac{\sum_{i=1}^{np} X_i}{n\mu_x}$
Razón 90-10 ( $R_{90-10}$ )	$R_{90-10} = \frac{x_{n90}}{x_{n10}}$
Razón R%-P% ( $R_{R-P}$ )	$R_{R-P} = \frac{x_{nR}}{x_{nP}}$
Gini (G)	$G = \frac{-(n+1)}{n} + \frac{2}{n^2\mu_x} \sum_{i=1}^n ix_i$
Theil (T),	$T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\mu_x} \ln \left( \frac{x_i}{\mu_x} \right)$
Atkinson ( $A_\varepsilon$ )	$A_\varepsilon = \begin{cases} 1 - \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{\mu_x} \right)^\varepsilon \right]^{\frac{1}{\varepsilon}} & \text{para } \varepsilon \leq 1 \text{ y } \varepsilon \neq 0 \\ 1 - \prod_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{\mu_x} \right)^{\frac{1}{n}} & \text{para } \varepsilon = 0 \end{cases}$
Entropía ( $I_\alpha$ )	$I_\alpha = \begin{cases} \frac{1}{\alpha(1-\alpha)n} \sum_{i=1}^n \left[ 1 - \left( \frac{x_i}{\mu_x} \right)^\alpha \right] & \text{para } \alpha \neq 0 \text{ y } 1 \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\mu_x} \ln \left( \frac{x_i}{\mu_x} \right) & \text{para } \alpha = 1 \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{x_i}{\mu_x} \right) & \text{para } \alpha = 0 \end{cases}$

Fuentes: Fields (2001)

Donde  $X_i$  es el ingreso del recipiente “i”,  $\mu_x$  es el ingreso promedio y n el número total de recipientes de ingreso

Estos índices de desigualdad pueden coincidir o no con los veredictos de las comparaciones con las curvas de Lorenz, con esto, Fields clasifica a las medidas de desigualdad en tres grupos:

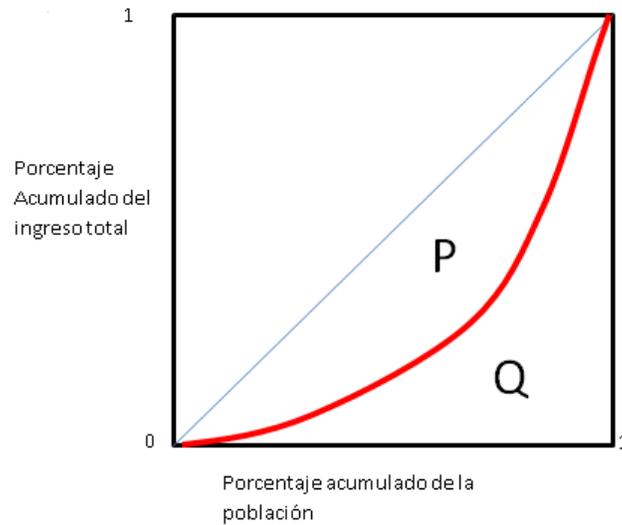
- I. Una medida de desigualdad será ***Fuertemente consistente con la curva de Lorenz***, cuando el veredicto para el caso 1 y el caso 2 es el mismo dado por las curvas de Lorenz
- II. Una medida de desigualdad será ***Débilmente consistente con la curva de Lorenz***, cuando el veredicto para el caso 1 puede coincidir o no, es decir, aquellas medidas de desigualdad señalarán en el caso 1 que  $I(\mathbf{x}) \leq I(\mathbf{y})$  (donde y es definitivamente más desigual), cuando deberían señalar que  $I(\mathbf{x}) < I(\mathbf{y})$ . Para el caso 2, el veredicto debe coincidir.
- III. Una medida de desigualdad será ***Inconsistente con la curva de Lorenz***, cuando el veredicto para el caso 1 será opuesto al dado por las curvas de Lorenz.

Está claro que se considerará en este trabajo una medida *fuertemente consistente*. Algunos ejemplos de medidas de desigualdad *Inconsistentes* pueden ser la desviación estándar, la varianza y el logaritmo de la varianza. SR, SP,  $R_{90-10}$  y  $R_{R-p}$  son medidas *débilmente consistentes*. Por último, los coeficientes Gini, Theil Y Atkinson son medidas de desigualdad *fuertemente consistentes*.

En este trabajo se considerará el coeficiente Gini, por encima de los demás por tres razones: Primero, es la medida más usada y por lo tanto la de mayor disponibilidad para estudios estadísticos. Segundo, su elaboración es más simple que las otras medidas de desigualdad *fuertemente consistentes*. Tercero, es la medida de desigualdad que considera directamente a las curvas de Lorenz (ver Gráfico No. 5):

Gráfico No. 5

Relación directa entre el Gini y la Curva de Lorenz



Fuentes: Elaboración propia

Donde se puede resumir al coeficiente Gini de la siguiente manera:

$$G = \frac{P}{P+Q} \quad (1)$$

Los datos del Gini en este trabajo se estimaron a partir de la Gran Encuesta Integrada de Hogares (GEIH) y la Encuesta Continua de Hogares (ECH)

### **3. El Gini en Colombia**

Se han hecho varios estudios de la evolución de la distribución del ingreso de Colombia, sin embargo, no hay unanimidad de esos estudios respecto a la evolución del nivel de desigualdad. Londoño (1998), analizó la evolución de la desigualdad del ingreso estudiando los índices Gini y Theil, también analizó la evolución de la pobreza en Colombia estudiando la proporción de la población que tiene sus necesidades insatisfechas para el periodo 1938-1993. Ya que habían indicios sobre que Colombia estaba en una tendencia de la “U” invertida de Kuznets<sup>4</sup>, su conclusión fue que la reducción de la desigualdad en el ingreso ha sido significativa, influyendo en que actualmente se considere que la desigualdad ha dejado de ser un problema social. Por otro lado, Sánchez (2005) descartó que la curva de Kuznets se ajusta para Colombia, muestra que la distribución del ingreso en realidad ha ido en aumento en su periodo de análisis (1976-2004, estos resultados contradicen a las conclusiones en Londoño, donde este señala que para el periodo 1976-1993 se ha percibido una evidente mejora),

---

<sup>4</sup> La forma más tradicional (y quizás la más sencilla), para analizar la distribución del ingreso es por el análisis de los índices de concentración a lo largo del tiempo y relacionando su comportamiento, por eventos coyunturales del territorio objeto de análisis - Por ejemplo en Londoño (1995 y 1998) -. De los análisis de esta categoría, los más comunes son aquellos que dan un veredicto respecto a la hipótesis de Kuznets: básicamente, la curva de Kuznets es una representación gráfica del comportamiento de la desigualdad respecto a la masa de ingreso. Esta hipótesis señala que la distribución del ingreso está determinada por el ingreso medio de los habitantes y que se puede representar de forma funcional (curva de Kuznets). Una explicación simple de la curva sería que en un momento inicial cuando un país tiene pocos ingresos, la desigualdad de sus habitantes será mínima. Luego al aumentar los ingresos, dicho país experimentará un aumento en la desigualdad. Ésta desigualdad posteriormente disminuirá por el desarrollo. La descripción nos indica que la curva de Kuznets tendrá la forma de “U invertida”. Lo interesante de esta teoría es que si el ingreso por habitante aumenta constantemente solo será cuestión de tiempo para que empiece a disminuir una desigualdad existente. El modelo matemático que más se ajusta a esta descripción será la desigualdad como una función cuadrática del nivel de ingreso. Existe un número considerable de trabajos empíricos que buscan constatar la hipótesis de la “U” invertida, sin embargo, las conclusiones están muy divididas ya que varios estudios rechazan el argumento de Kuznets y varios lo aceptan. Fields (2001), realizó una comparación de varios trabajos que trataban de validar la hipótesis de Kuznets. Según Fields, la hipótesis de Kuznets explica la distribución del ingreso para un muestreo de corte transversal, sin embargo, esta curva no se presenta para muestras de series de tiempo específicas para la mayoría de los países, es decir que en la práctica esta tendencia no se cumple. Debido a las discrepancias de las investigaciones y al bajo respaldo empírico de la teoría, podemos decir que la “U invertida” no es necesariamente un comportamiento de la distribución del ingreso y que esta última variable puede no depender del crecimiento económico.

Sánchez explica este comportamiento a un incremento en las brechas sociales de los trabajadores según su nivel educativo.

En cuanto a la distribución del ingreso a nivel departamental se puede destacar la investigación de Sánchez (2017). Sánchez analizó la participación de la desigualdad departamental e interdepartamental respecto a la desigualdad global de Colombia y concluyó que su incidencia era significativa. En su trabajo también se mostró que se percibió una mejora de la desigualdad a nivel global (aunque no muy significativa) para el periodo 2002-2015.

Si comparamos los trabajos considerados con los datos del Banco Mundial, se puede concluir que la distribución del ingreso en Colombia tiene dos características:

1. Si la comparamos con otros países es bastante alto su nivel de desigualdad (Ver Tabla 2):

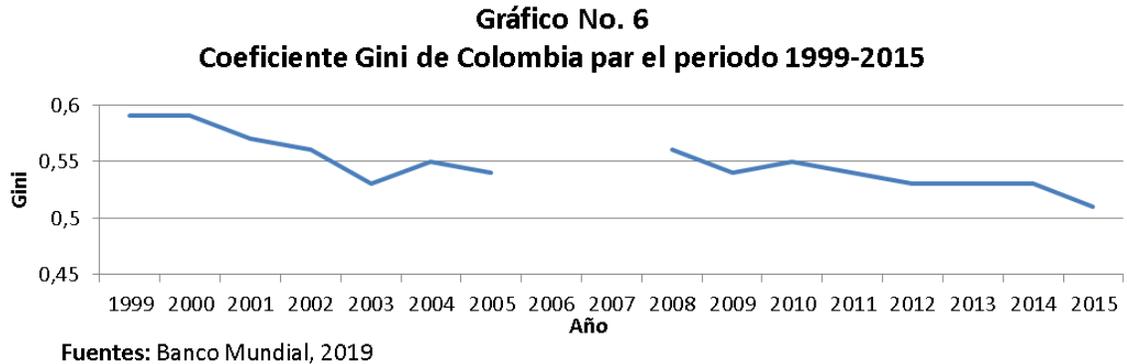
Tabla 2		
Países con mayor desigualdad para el año 2015		
Puesto	País	Gini
1	Zambia	57,1
2	Brasil	51,3
3	Colombia	51,1
4	Panamá	51
5	Honduras	50,1
6	Costa Rica	48,2
7	Paraguay	48
8	Benin	47,8
9	Chile	47,7
10	Ecuador	46,5

**Fuentes:** Banco Mundial (2019)

2. Debido a las fluctuaciones en su comportamiento, la distribución del ingreso no ha tenido cambios significativos a lo largo del tiempo<sup>5</sup>(ver Gráfico No 6).

---

<sup>5</sup> En la gráfica se muestra que el coeficiente Gini en Colombia ha mejorado paulatinamente para el periodo 1999-2015, es evidente que el Gini en Colombia ha tenido movimientos en el rango 50-60, sin embargo, en los estudios de Londoño (1995) y F. Sánchez (2006) se muestra que este índice de concentración ha tenido



En este trabajo analizaremos las características de la distribución del ingreso en Colombia, pero a nivel departamental.

---

movimientos en el mismo rango, lo que implica que la existencia de mejoras en la desigualdad del ingreso no son significativas.

Se puede apreciar una discontinuidad en los datos del Gini en Colombia a nivel global, esto se debe a cambios en las encuestas nacionales (los ingresos se desagruparon), que hicieron que los estadistas estatales consideraran a los datos incompatibles, sin embargo, si se tienen en cuenta los mismos conceptos de ingreso no debe existir una discontinuidad, como se muestra en los datos presentados en Sánchez (2017), por otro lado en Vargas (2016) se propone un método de interpolación para eliminar el problema de discontinuidad.

#### **4. Metodología**

Los estudios que han examinado la distribución del ingreso para el caso colombiano la relacionan con el nivel de ingreso de los individuos, lo que implica que la metodología más adecuada para el análisis de tendencias consiste en modelos econométricos<sup>6</sup>. En este trabajo se optará por una vía alternativa: Las matrices de transición.

La probabilidad de pasar a un estado  $j$  estando inicialmente en un estado  $i$  se le denomina probabilidad de transición. Una matriz de transición de tamaño  $n \times n$ , es una representación ordenada donde se considera  $n$  estados disyuntos para un elemento observable, cada componente o celda de la matriz de transición es una probabilidad de transición.

Este instrumento es útil para analizar cambios distributivos de un conjunto de elementos que pertenecen a estados diferentes. La representación de una distribución para este análisis es un vector estocástico<sup>7</sup>, el cual señala la proporción de elementos que pertenecen a cada estado analizado. Si  $A$  es la matriz de transición y  $x_t$  es el vector distributivo de estados en el periodo  $t$ , entonces el producto entre la matriz de transición y la distribución en  $t$  es la distribución en el periodo  $t + 1$ :

$$Ax_t = x_{t+1} \quad (2)$$

De igual manera se pueden estimar distribuciones en un horizonte de tiempo más amplio:

$$x_{t+2} = Ax_{t+1} = A(Ax_t) = A^2x_t \quad (3)$$

---

<sup>6</sup> La hipótesis de Kuznets ha sido puesta a prueba en varios estudios empíricos que examinan la desigualdad de diferentes países del mundo (datos tipo corte transversal), sin embargo, es inusual encontrar estudios que ponen a prueba la hipótesis de Kuznets para un solo país debido a la escasez de los datos, por esta razón a pesar de que se ha puesto a prueba la hipótesis de Kuznets en Colombia, no todos los estudios hacen uso de modelos econométricos. A nivel departamental se pueden tener resultados más consistentes debido a un mayor volumen de datos existentes.

<sup>7</sup> Un vector estocástico es aquel que cumple con dos características:

- I. Cada componente se encuentra en el intervalo cerrado  $[0, 1]$
- II. La suma de todos los componentes del vector es igual a 1

En realidad este análisis y también se podría hacer con un vector cuya suma sea igual al total de los elementos observables, sin embargo es preferible usar vectores estocásticos ya que estos permiten que dos conjuntos de elementos observables de tamaño diferente sean comparables, por ejemplo un país hipotético de 10 departamentos o estados y otro de 75 departamentos.

$$x_{t+3} = Ax_{t+2} = A(Ax_{t+1}) = A(A(Ax_t)) = A^3x_t \quad (4)$$

...

En resumen:

$$x_{t+k} = A^k x_t \quad (5)$$

Al continuar con el proceso estocástico es posible que el sistema encuentre un equilibrio, es decir:

$$Aw = w \quad (6)$$

El vector  $w$  que cumple con esta característica lo llamaremos vector estacionario que es básicamente una distribución convergente. Para encontrar el vector estacionario partimos de la ecuación de equilibrio y solucionamos el sistema homogéneo.

$$Aw - w = \mathbf{0} \quad (7)$$

$$Aw - Iw = \mathbf{0} \quad (8)$$

$$(A - I)w = \mathbf{0} \quad (9)$$

Para una matriz de transición este sistema imprimirá una infinidad de soluciones, para determinar una única solución se debe considerar que el vector estacionario es un vector estocástico, esto implica que a cada componente del vector encontrado se le dividirá en la sumatoria de todos los componentes, es decir:

Nuestro vector solución es el siguiente<sup>8</sup>

$$w = \begin{pmatrix} a_1 r \\ \vdots \\ a_n r \end{pmatrix} \quad (10)$$

---

<sup>8</sup> Donde  $r$  es un parámetro que representa a cualquier número real diferente de cero.

La suma de todos los componentes será

$$\varphi = \sum_{i=1}^n a_i r \quad \text{si definimos } \tau = \sum_{i=1}^n a_i \quad \therefore \varphi = r\tau \quad (11)$$

Nuestro vector estacionario será

$$W^* = \begin{pmatrix} \frac{a_1 r}{r\tau} \\ \vdots \\ \frac{a_n r}{r\tau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_1}{\tau} \\ \vdots \\ \frac{a_n}{\tau} \end{pmatrix} \quad (12)$$

En este trabajo se prefiere el análisis por matrices de transición sobre metodologías más tradicionales porque estas últimas no hacen ninguna distinción en los diferentes niveles de desigualdad, en cambio, las matrices de transición definirían los diferentes niveles de desigualdad como estados diferentes y capturarían la interacción entre estos estados. Para este trabajo, los elementos que pueden percibir cambios de estado serán la desigualdad de un departamento en cuestión, en resumen, con esta metodología se pretende observar si los cambios en la desigualdad de los departamentos son suficientes para transitar en los diferentes estados analizados.

## **5. Análisis Empírico**

### *5.1. Datos y análisis descriptivo*

#### *5.1.1 Fuentes estadísticas y variables del estudio*

La estimación del coeficiente Gini para los departamentos fue elaborada basada en los datos proporcionados por las encuestas del DANE ECH<sup>9</sup> y la GEIH<sup>10</sup>. Para esta estimación se consideraron como ingreso las remuneraciones salariales brutas<sup>11</sup>, rendimientos financieros, arriendos, subsidios monetarios<sup>12</sup> y transferencias<sup>13</sup>. A continuación se muestra la distribución participativa de estos ingresos para un año representativo (Ver Tabla 3).

Tabla 3	
Participación de los ingresos para el total de los hogares en Colombia, año 2014	
Ingresos salariales brutos	63,05%
Rendimientos financieros	34,05%
Arriendos	1,39%
Subsidios monetarios	0,27%
Transferencias	1,24%

**Fuentes:** Datos de la GEIH y Cálculos propios

La ECH y la GEIH permiten hacer una descomposición de los hogares por departamentos, sin embargo, sólo se tienen datos de 23 departamentos (los cuales son Antioquia, Atlántico, Bolívar, Boyacá, Caldas, Caquetá, Cauca, Cesar, Chocó, Córdoba, Cundinamarca, Huila, La Guajira, Magdalena, Meta, Nariño, Norte de Santander, Quindío, Risaralda, Santander,

---

<sup>9</sup> La Encuesta Continua de Hogares fue utilizada para estimar el Gini de los departamentos para el periodo 2001-2006

<sup>10</sup> La Gran Encuesta Integrada de Hogares fue utilizada para estimar el Gini de los departamentos para el periodo 2007-2018

<sup>11</sup> Ingresos salariales sin impuestos ni subsidios

<sup>12</sup> En la ECH se tienen agrupado todos los subsidios, en cambio la GEIH si divide los subsidios en: subsidio de alimentación, desempleo, educativo y de transporte. Para la mayoría de los subsidios en la GEIH no se hace ninguna distinción si son subsidios proporcionados de alguna entidad pública o privada.

<sup>13</sup> Pensiones y Remesas

Sucre, Tolima y Valle del Cauca) y de Bogotá como un municipio excepcional debido a su gran participación sobre la producción nacional.

### *5.1.2 Análisis descriptivo*

#### *5.1.2.1. Análisis regional*

Para resumir el comportamiento del Gini a nivel departamental es necesario agrupar los departamentos en sus respectivas regiones geográficas. A continuación se muestra un gráfico relacionando las características estadísticas<sup>14</sup> del Gini por regiones (Ver Tabla 4, Mapa 1, Mapa 2 y Mapa 3).

### **Región Caribe**

De los departamentos de la región caribe: Atlántico, Cesar, Magdalena y Sucre tienen un Gini cuya tendencia es nula; La Guajira y Bolívar percibieron un aumento en la desigualdad y por otro lado, Córdoba es el único departamento que tiene una tendencia a tener una sociedad más igualitaria. En cuanto a la volatilidad, se puede percibir que todos estos departamentos (a excepción de Sucre), tienen un coeficiente de variación mayor a 0,047 haciendo que la región Caribe sea la más volátil del país. En esta región se puede observar que La Guajira es el departamento más desigual y el Cesar el más igualitario.

### **Región Amazónica**

De la Región Amazónica solo existen datos para Caquetá en la GEIH y la ECH. Su distribución del ingreso no ha mejorado significativamente desde el 2001 y presenta una volatilidad baja. A pesar de que el periodo de análisis abarca 4 administraciones presidenciales completas (2 de Uribe y 2 de Santos), es evidente que Caquetá ha sido insensible a todas las políticas fiscales redistributivas que se han dado a lo largo del tiempo. De no ser así, tendría una mayor volatilidad o alguna tendencia en su distribución del ingreso.

---

<sup>14</sup> Principalmente se muestra la tendencia (estimada por sencillos modelos econométricos del Gini en función del tiempo), y la volatilidad (representada por el coeficiente de variación).

## **Región Andina**

La Región Andina tiene la característica de que se pueden encontrar datos para todos sus departamentos. Antioquia, Bogotá, Caldas, Cundinamarca, Huila, Boyacá, Risaralda y Santander presentan tendencias nulas en su distribución del ingreso; Norte de Santander y Quindío tienen tendencias crecientes; por otro lado, el Tolima presenta una tendencia decreciente. Antioquia resulta ser el departamento más desigual y Cundinamarca presenta las distribuciones del ingreso más igualitarias. En cuanto al nivel de variación no se observa ningún patrón, esto último se hace evidente teniendo en cuenta que en esta región se encuentra el departamento más volátil (Cundinamarca) y el menos volátil (Caldas).

## **Región Orinoquía**

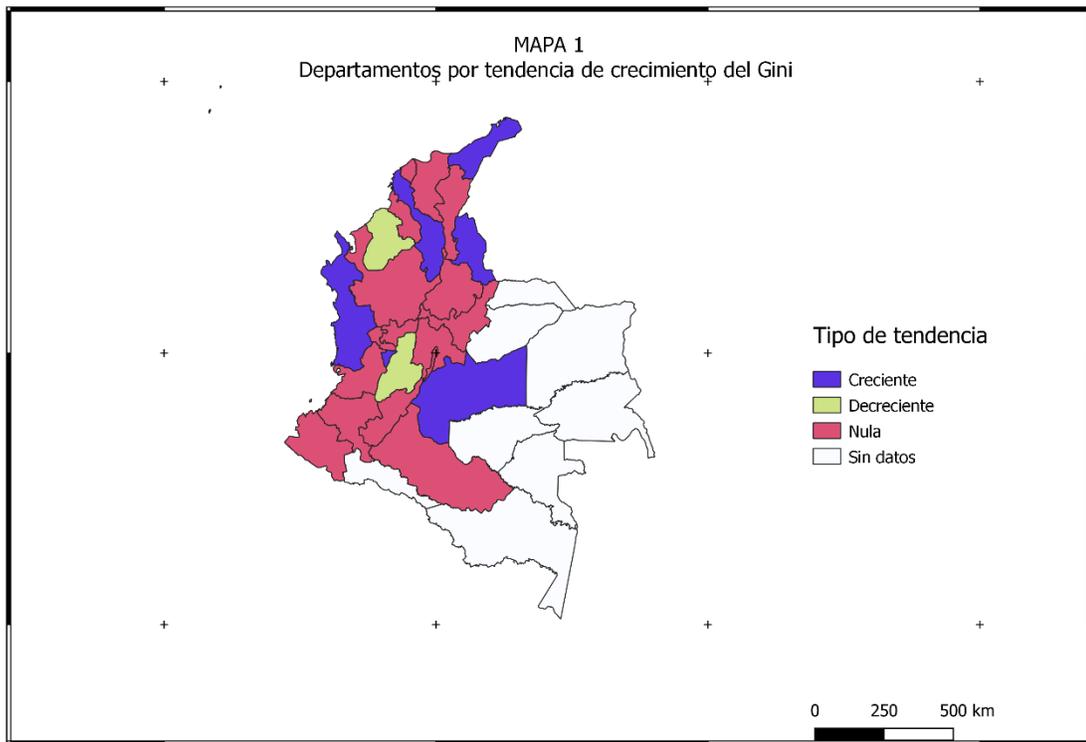
En esta región se encuentran datos únicamente del Meta. Este departamento tiene una tendencia ligeramente creciente y tiene una volatilidad más elevada que la de Caquetá.

## **Región del Pacífico**

Al igual que la Región Andina, se encuentran los datos para todos los departamentos. Nariño, Valle del Cauca y Cauca tienen una tendencia nula; Chocó presenta una tendencia creciente. Nariño es el departamento más igualitario de la región y Chocó el departamento más desigual del país. En cuanto a la volatilidad se puede observar que es la región menos fluctuante. Se puede resumir fácilmente a la región del Pacífico con 2 características: es muy desigual y no tiene fluctuaciones importantes a través del tiempo.

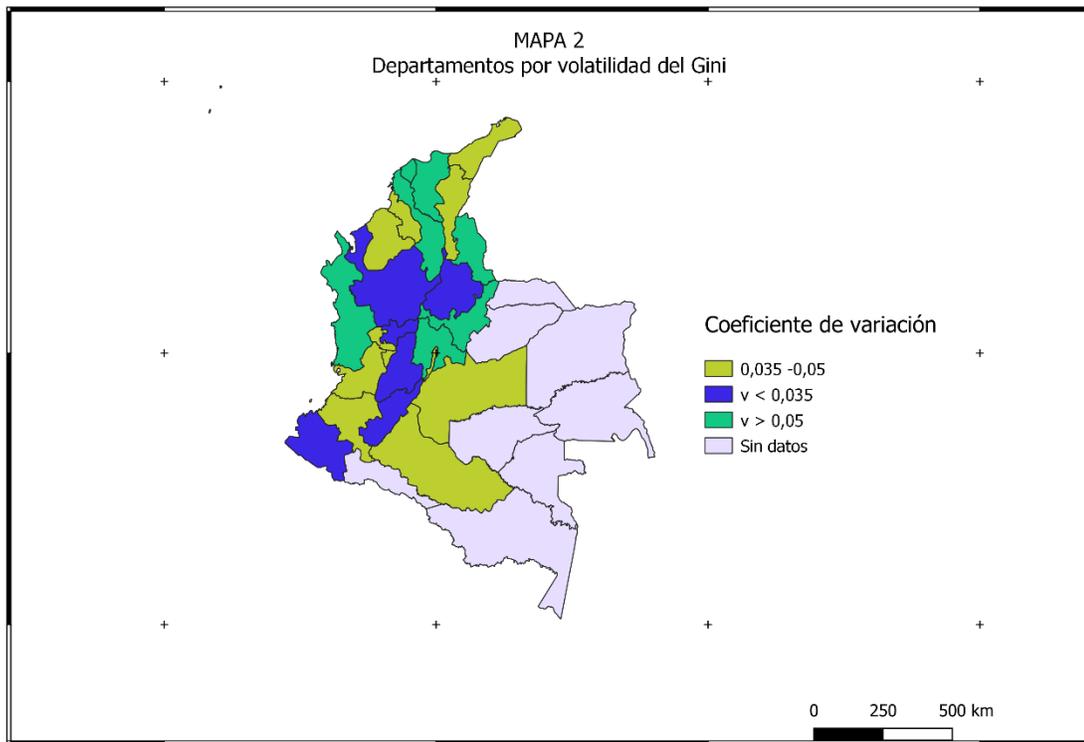
Tabla 4				
Características del Gini de los departamentos por regiones geográficas				
Región	Tendencia más Común	Volatilidad Promedio	Departamento más desigual	Departamento más igualitario
Caribe	nula	0,050	La Guajira (0,560)	Cesár (0,507)
Caquetá (0,517)	nula	0,039	NA	NA
Andina	nula	0,042	Antioquia (0,574)	Cundinamarca(0,501)
Pacífico	nula	0,039	Chocó (0,598)	Nariño (0,524)
Meta(0,514)	creciente	0,045	NA	NA

Fuentes: Cálculos propios



**Fuentes:** Cálculos propios<sup>15</sup>

<sup>15</sup> Solo se considerarán los departamentos que tienen datos para el cálculo del índice de Gini, otros mapas (véase los anexos) cuya información si existe para todos los departamentos, son mostrados de manera parcial ya que el análisis de los departamentos cuyo Gini es desconocido es irrelevante. En este mapa, se puede observar que entre más oscuro sea la región sombreada del departamento mayor será su tendencia de crecimiento del Gini



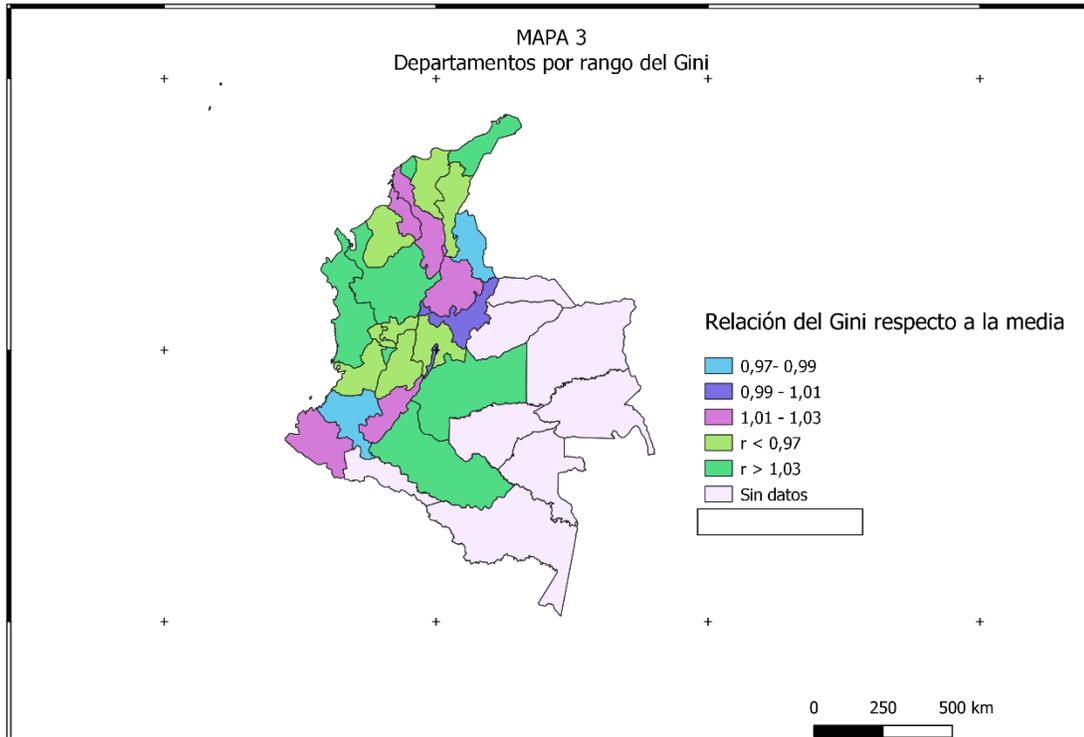
**Fuentes:** Cálculos propios<sup>16</sup>

### 5.1.2.2. Análisis Global

A nivel global se encontraron dos patrones importantes para el comportamiento de la distribución del ingreso: Primero, se puede observar que la tendencia del Gini a nivel global es nula; en segundo lugar, la segunda mitad del periodo de análisis tiene un comportamiento más volátil (el año más desigual para los departamentos es 2012 y el año con las distribuciones más igualitarias es el 2016).

<sup>16</sup> El coeficiente de variación se dividió en tres grupos, cuando en este trabajo nos referimos a que un departamento presenta baja volatilidad, quiere decir que el coeficiente de variación del Gini es menor a 0,035; una mediana volatilidad hace referencia a un coeficiente de variación que pertenece al intervalo (0,035-0,05) y una alta volatilidad hace referencia a un coeficiente de variación mayor a 0,05.

A continuación se muestra una segregación del Gini de los departamentos considerando la relación  $\frac{\text{Gini departamento}}{\text{promedio anual}}$  para el año 2018.



**Fuentes:** Cálculos propios<sup>17</sup>

Con la anterior información, se puede determinar el vector de distribución inicial, es decir, para el año 2018 (Ver Tabla 5):

<sup>17</sup> El tamaño del intervalo de cada clúster (o estado de transición) está determinado por el margen de error de los datos. El máximo margen de error es de 0,019 por lo tanto, un tamaño de intervalo de 0,02 garantiza que los datos sean diferentes para cada rango.

Tabla 5	
Proporción de los departamentos que pertenecen a cada estado	
mayor que 1,03	25%
1,03 - 1,01	25%
0,99 - 1,01	8,33%
0,97 - 0,99	8,33%
menor que 0,97	33,33%

**Fuentes:** Cálculos propios

Se puede concluir que actualmente la desigualdad está ligeramente polarizada, es decir, existe una participación importante de departamentos muy desiguales e igualitarios, pero son pocos los departamentos que actúan de manera representativa respecto a la media.

### 5.2. Análisis por matrices de transición

Para estimar las probabilidades de transición se contaron todos los cambios de estado que ha tenido cada departamento en el periodo de análisis, estas probabilidades se acomodaron de manera ordenada en la siguiente matriz de probabilidad.

Tabla 6						
Matriz de transición del Gini a nivel departamental 2001-2018						
Probabilidad de transitar a otro estado						
Estado actual		mayor que 1,03	1,03 - 1,01	0,99 - 1,01	0,97 - 0,99	menor que 0,97
	mayor que 1,03	0,703	0,135	0,099	0,018	0,045
	1,03 - 1,01	0,204	0,347	0,204	0,041	0,204
	0,99 - 1,01	0,19	0,121	0,328	0,155	0,207
	0,97 - 0,99	0,033	0,082	0,164	0,426	0,295
	menor que 0,97	0,078	0,054	0,062	0,147	0,659

**Fuentes:** Cálculos propios

Al observar la diagonal principal podemos explicar por qué la distribución actual (2018) de los índices de Gini es una repartición polarizada: La diagonal principal muestra que los departamentos que tienen un Gini mayor que en 1,03 veces respecto al promedio tienen una probabilidad de 70,3% de permanecer en el mismo estado, es decir, aquellos departamentos que son los más desiguales tienen una probabilidad de 70,3% de seguir siendo los más desiguales. Algo semejante sucede con los departamentos más igualitarios, existe una

probabilidad del 65,9% de que un departamento igualitario lo siga siendo. A pesar de que las demás componentes de la diagonal principal sean las mayores magnitudes para sus respectivas filas, es difícil señalar la tendencia que tienen los departamentos que pertenecen a los estados de transición intermedios, como solución a este problema se calcula el vector propio asociado al valor propio 1, el cual nos señala la repartición del Gini para los departamentos en el largo plazo (Ver Tabla 7):

Tabla 7	
Proporción de los departamentos que pertenecen a cada estado (tendencia para el largo plazo)	
mayor que 1,03	22,917%
1,03 - 1,01	12,50%
0,99 - 1,01	18,75%
0,97 - 0,99	20,833%
menor que 0,97	25,00%

**Fuentes:** Cálculos propios

La tendencia señalada por la matriz de transición nos indica que la distribución dejará de ser tan polarizada (probablemente haya más departamentos representativos). Se puede percibir un detalle interesante con la anterior información, en el 2018 el 50% de los departamentos pertenecen a los dos primeros estados (los más desiguales) de transición, sin embargo, para el vector de largo plazo es notable que el 45,833% de los departamentos pertenecerán a los dos grupos más igualitarios, es decir, existe una transición que tiende a disminuir la desigualdad para los departamentos. No obstante, esto implica que los departamentos más desiguales no solo permanecerán estáticos en su grupo de desigualdad, si no que probablemente en un futuro tendrán desigualdades mucho mayores a las vistas en el periodo de análisis.

### *5.3. Comparación entre departamentos*

Considerando la volatilidad y el tipo de tendencia del coeficiente Gini, se puede elaborar una segregación para los departamentos. Las agrupaciones más importantes en este estudio son 3: Departamentos con una tendencia de crecimiento del Gini nula y baja volatilidad,

departamentos con una tendencia de crecimiento del Gini nula y una mediana volatilidad, y departamentos con una tendencia de crecimiento del Gini nula y alta volatilidad. Además se muestran otras dos agrupaciones menores: Los departamentos cuya desigualdad es creciente con alta y mediana volatilidad<sup>18</sup>. Las características que se van a comparar van a ser el IDH del departamento (2017), PIB per cápita (2016) y la Población (2018)<sup>19</sup>. Las primeras dos variables son una aproximación al nivel de desarrollo de los departamentos, esto es útil para determinar si existen indicios para aceptar la curva de Kuznets, por otro lado, la población es una variable imprescindible para el análisis debido a que el número de recipientes de ingreso influye directamente en el nivel de desigualdad (salvo en los casos donde hay igualdad absoluta).

Los departamentos que pertenecen al primer grupo son Antioquia, Caldas, Huila, Nariño y Santander, de primer plano se puede observar que la mayoría de departamentos que pertenecen a este grupo son de la región Andina. Para este grupo se puede percibir una segregación por IDH, es decir, Antioquia, Caldas y Santander tienen una calidad de vida semejante, lo mismo sucede con Huila y Nariño. Si relacionamos el Gini promedio ya sea con el IDH o con el PIB per cápita se hace evidente un patrón: los departamentos con mayor y menor desarrollo presentan las desigualdades más bajas, por otro lado, los departamentos intermedios son los que presentan las mayores desigualdades. El segundo grupo es el más numeroso en el cual pertenecen Bogotá, Caquetá Cauca, Cesar, Chocó, Risaralda, Sucre y Valle del Cauca. Para este grupo evidentemente no existe una tendencia a la “U” invertida de Kuznets, si no que se percibe una relación inversa entre el nivel de desarrollo y el nivel de desigualdad (no está claro si la relación es lineal o polinómica, pero es evidente que existe una interacción inversa). Los departamentos que pertenecen al tercer grupo son Atlántico, Boyacá y Magdalena (los cuales dos pertenecen a la región Caribe). Debido a los pocos departamentos que hacen parte a este grupo, no se puede deducir un patrón importante

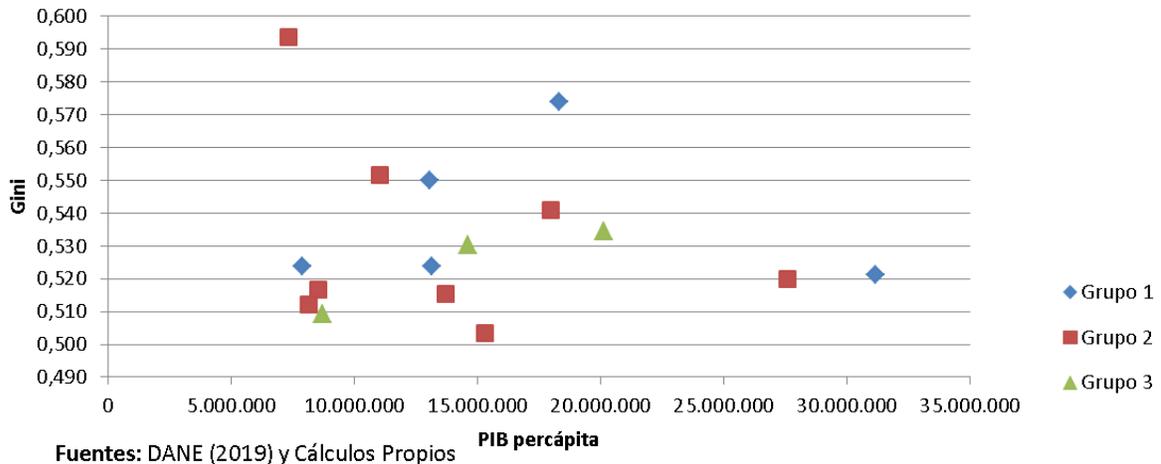
---

<sup>18</sup> Otros departamentos no se podrían agrupar ya que sus comportamientos son diferentes

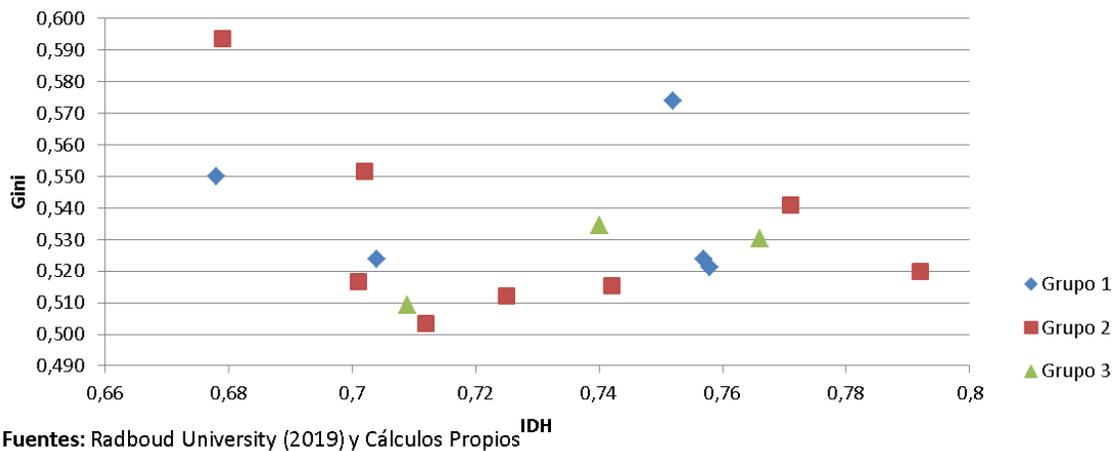
<sup>19</sup> El IDH es un estimado de la Radboud University y las demás variables (salvo el Gini) son proporcionadas de manera directa por el DANE. Es necesario señalar que lo ideal es comparar variables para el mismo año, pero esta información no está disponible para la fecha de publicación de este trabajo, como solución a eso, se utilizará el IDH y el PIB per cápita departamental en el periodo más actualizado posible

analizando las variables socioeconómicas, salvo que estos tres departamentos presentan una desigualdad semejante (Ver Gráfico No 7 y Gráfico No 8)<sup>20</sup>.

**Gráfico No. 7  
Relación entre el Gini y el nivel de ingreso**

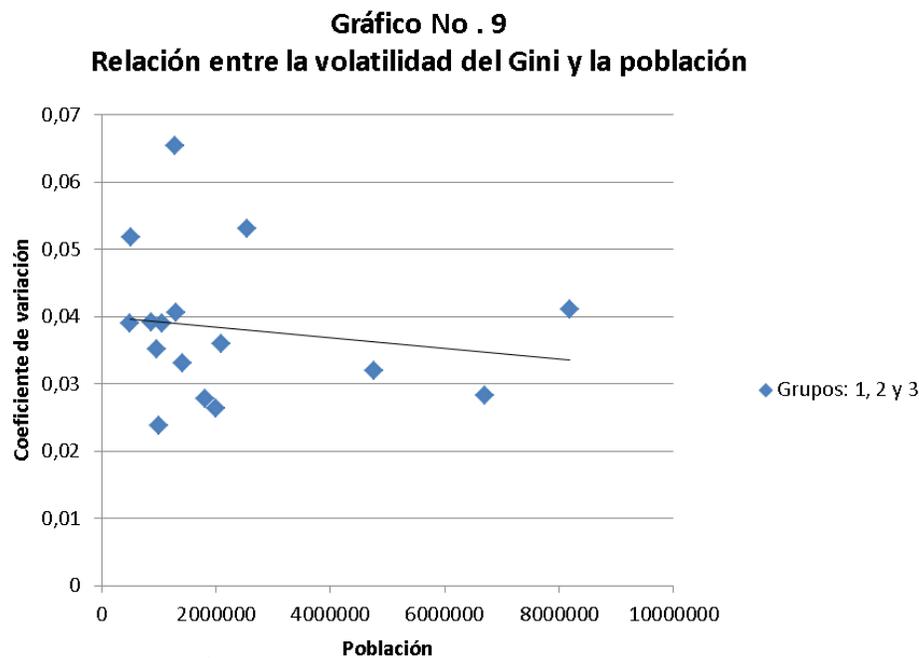


**Gráfico No. 8  
Relación entre el Gini y el IDH**



<sup>20</sup> Para más detalles véase los anexos.

Al comparar los tres grupos podemos concluir existen fuertes indicios de que la volatilidad del Gini está inversamente relacionado con la población (el primer grupo tiene una población promedio de 2716386 habitantes y una baja volatilidad, el segundo grupo tiene una población promedio de 2284372 habitantes y una mediana volatilidad y el tercer grupo cuenta con la menor población promedio pero con la mayor volatilidad en el Gini), este resultado es lógico debido a que los individuos más ricos en territorios más poblados tendrán que sus rentas representan una participación menor sobre el ingreso total, esta poca participación hace que sus variaciones a través del tiempo no sean tan importantes a comparación de individuos ricos en territorios menos poblados. De manera más desagregada se puede encontrar este mismo patrón, pero la tendencia no es clara (Ver Gráfico No 9).



De los dos grupos menores no se pueden sacar conclusiones importantes, sin embargo, se puede observar que para el grupo de mediana volatilidad la población es semejante y para el grupo de alta volatilidad el nivel de IDH es prácticamente el mismo (Ver Tabla 8 y Tabla 9).

**Evolución de la distribución del ingreso en Colombia  
a nivel departamental 2001-2018**

Javier Delgado



Tabla 8					
Características de los departamentos que tienen una mediana volatilidad y tendencia creciente					
Departamento	IDH	PIB per cápita	Población	Región geográfica	Gini promedio
La Guajira	0,709	8.744.211	1040157	Caribe	0,56
Meta	0,758	26.278.184	1016701	Orinoquía	0,519

**Fuentes:** DANE(2019), Radboud University (2019) y cálculos propios

Tabla 9					
Características de los departamentos que tienen alta volatilidad y tendencia creciente					
Departamento	IDH	PIB per cápita	Población	Región geográfica	Gini promedio
Bolívar	0,736	16.723.250	2171280	Caribe	0,516
Norte Santander	0,73	10.731.092	1391239	Andina	0,524

**Fuentes:** DANE(2019), Radboud University (2019) y cálculos propios

## **6. Conclusiones**

Se rechaza la hipótesis de que la desigualdad en Colombia se comporta de una manera heterogénea a nivel departamental debido a que se muestran importantes patrones de comportamiento (en cuanto a tendencia y volatilidad). En primer lugar, encontramos que los departamentos en su mayoría siguen el mismo patrón de desigualdad en Colombia: se caracterizan por ser tener un coeficiente Gini bastante alto en relación a los estándares internacionales y por no tener cambios significativos a través del tiempo, este mismo patrón se repite para varios departamentos.

El nivel de desigualdad está ligeramente polarizado, es decir, existe una participación importante de departamentos muy desiguales e igualitarios, pero son pocos los departamentos que se ubican en un nivel representativo respecto a la media. La matriz de transición muestra que en los últimos 18 años no se han percibido cambios significativos en la distribución de las desigualdades de los departamentos (los elementos de la diagonal principal son los más importantes), esto implica que la trayectoria de los departamentos se ha desplazado aproximadamente en la misma dirección, es decir, hay una homogeneidad en su comportamiento.

La tendencia señalada por la matriz de transición nos indica que la distribución dejará de ser tan polarizada (probablemente haya más departamentos representativos). Se puede percibir un detalle interesante con la anterior información, en el 2018 el 50% de los departamentos pertenecen a los dos primeros estados (los más desiguales) de transición, sin embargo, para el vector de largo plazo es notable que el 45,833% de los departamentos pertenecerán a los dos grupos más igualitarios, es decir, existe una transición que tiende a disminuir la desigualdad para los departamentos. No obstante, esto implica que los departamentos más desiguales no solo permanecerán estáticos en su grupo de desigualdad, si no que probablemente en un futuro tendrán desigualdades mucho mayores a las vistas en el periodo de análisis.

Al segregar los departamentos por tendencia del crecimiento del Gini y volatilidad encontramos patrones importantes. Hay fuertes indicios de que la hipótesis de Kuznets se

cumpla para los departamentos que tienen baja volatilidad y una tendencia de crecimiento nula del Gini. La hipótesis de Kuznets no se cumple para los departamentos que tienen una mediana volatilidad y una tendencia de crecimiento nula del Gini, la relación que este grupo expresa es una interacción inversa entre el nivel de desarrollo y la desigualdad. Al hacer esta segregación se puede concluir que la volatilidad está inversamente relacionada con la población de los departamentos.

Para aumentar la eficacia de las políticas a efectos de reducir la desigualdad, es recomendable que estas sean diferenciadas considerando el tipo de comportamiento que tiene el departamento en cuestión, es decir, en principio los departamentos de un grupo  $i$  deben tener el mismo tipo de políticas para la reducción de la desigualdad, pero las políticas deben ser diferentes a las adoptadas en los departamentos de un grupo  $j$ . Esta conclusión implícitamente señala que debe fortalecerse la descentralización fiscal.

## **Bibliografía**

- Constitución Política de Colombia. (1992). *Editorial Témis*.
- Adler, J. (1972). Development and Income Distribution. *Springer*, 329-344.
- Departamento Nacional de Estadísticas. (s.f.). *Visor de Microdatos*. Recuperado el 8 de Diciembre de 2018, de Portal web del DANE: <https://sitios.dane.gov.co/visor-anda/>
- Departamento Nacional de Planeación. (10 de Marzo de 2019). *Plan Nacional de Desarrollo*. Recuperado el 22 de Marzo de 2019, de Portal web DNP: <https://www.dnp.gov.co/Plan-Nacional-de-Desarrollo>
- Fields, G. (2001). *Distribution and Development: a new look at the developing world*. New York: Russell Sage Foundation.
- Kuznets, S. (1955). Economic Growth and Income Inequality. *American Economic Review*, 1-28.
- Londoño, J. (1995). *Distribución del Ingreso y Desarrollo Económico: Colombia en el siglo XX*. Bogotá: Talleres de Tercer Mundo Editores.
- Londoño, J. (1998). Brechas Sociales. En F. Sánchez, *La distribución del ingreso en Colombia: Tendencias recientes y retos de la política pública* (págs. 1-35). Bogotá: Talleres de Tercer Mundo Editores.
- RadBoud University. (s.f.). *Subnational Human Development Index (SD-2019)*. Recuperado el 18 de Marzo de 2019, de Glonal\_Data\_Lab: <https://globaldatalab.org/shdi/shdi/>
- Sánchez, F. (2005). Desigualdad del ingreso 1976-2004. *Coyuntura Social*, 289-294.
- Sánchez, R. (2017). Desigualdad del ingreso en Colombia: Un estudio por departamentos. *Cuadernos de Economía*, 261-300.
- Tinbergen, J. (1972). Factors Determining Income Distribution. *Journal of Economic Issues*, 207-216.
- Vargas, V. (2016). Dime qué produces y te diré que tan inequitativo eres. *Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito*, 7-45.
- World Bank Group. (2018). *Indice de Gini- Data*. Recuperado el 28 de Octubre de 2018, de sitio web del Banco Mundial: <https://datos.bancomundial.org/indicador/SI.POV.GINI>

### Anexo A: Demostración Axioma 5

Consideramos la siguiente distribución del ingreso

$$\vec{d} = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle \quad (13)$$

A continuación se le sumará una cantidad positiva  $k$  a todos los recipientes de ingreso

$$\vec{d}_2 = \langle a_1 + k, a_2 + k, \dots, a_n + k \rangle \quad (14)$$

Aplicamos el axioma 2

$$\vec{d}_2 = \langle \frac{a_1+k}{k}, \frac{a_2+k}{k}, \dots, \frac{a_n+k}{k} \rangle \quad (15)$$

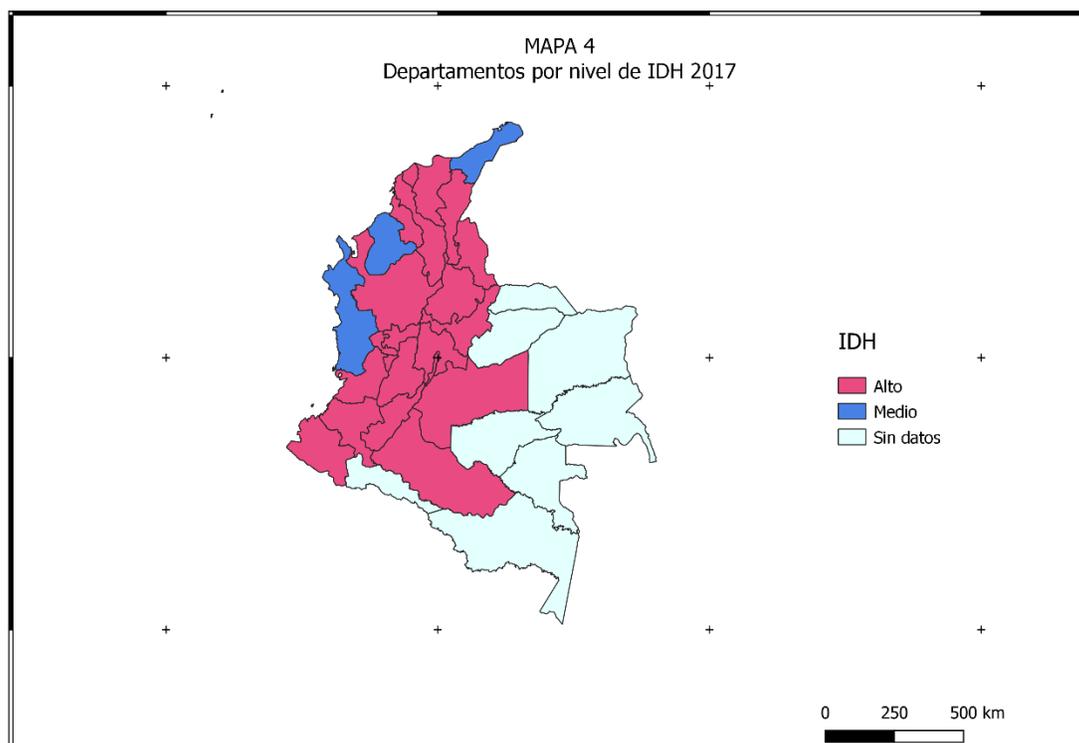
∴

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \vec{d}_2 = \langle 1, 1, \dots, 1 \rangle \quad (16)$$

El cuál es una repartición igual para cada uno de los recipientes de ingreso. Esto implica que siempre que se le sume una cantidad positiva  $k$  a todos los recipientes de ingreso se tendrá una distribución más igualitaria, además la demostración nos señala que entre más grande sea la cantidad  $k$ , más igualitaria será la nueva distribución.

## **Anexo B: Mapas**

Los siguientes mapas<sup>21</sup> brinda un análisis visual de la información brindada por el artículo. Para el mapa 4 es importante destacar que la clasificación del IDH está basada en los estándares internacionales (si el IDH está entre 0,6 y 0,7 será medio y si está en 0,7 y 0,8 será alto). Por otro lado, para la clasificación del PIB per cápita se hizo una división por terciles



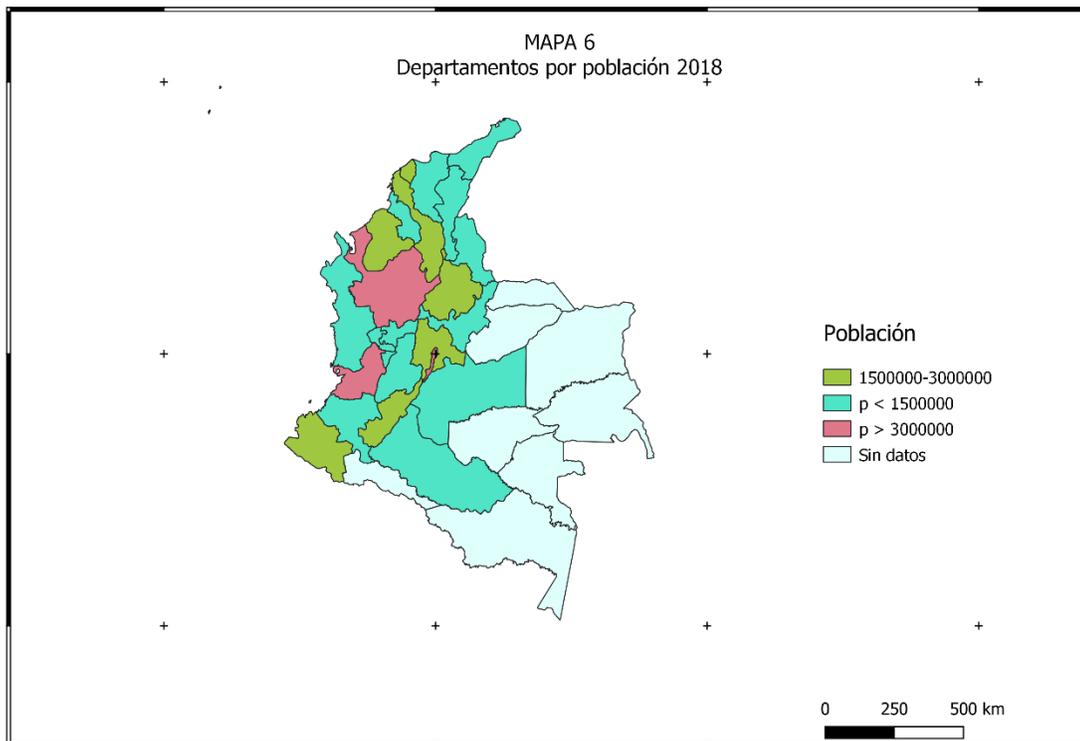
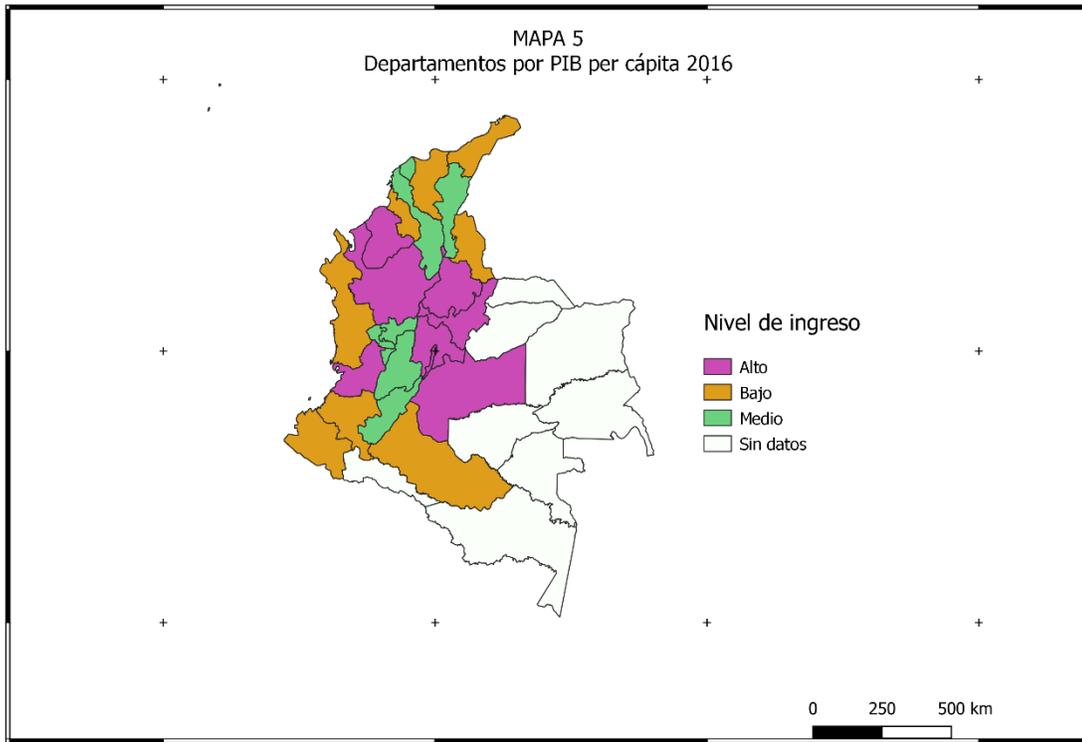
<sup>21</sup> Fuentes del Mapa 4: Radboud University (2019)

Fuentes del Mapa 5: DANE (2019)

Fuentes del Mapa 6: DANE (2019)

# Evolución de la distribución del ingreso en Colombia a nivel departamental 2001-2018

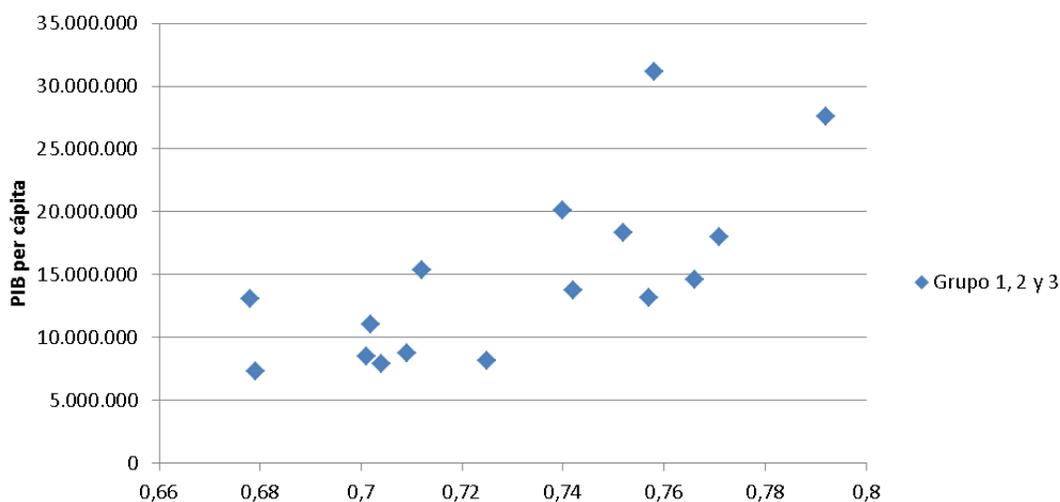
Javier Delgado



### Anexo C: Gráficas complementarias

Al comparar el Gráfico No. 7 y el Gráfico No.8 nos percatamos que la relación de estas variables con el Gini es semejante. Esta interacción nos permite concluir que las dos medidas de desarrollo –ingreso per cápita e índice de desarrollo- son variables que podrían arrojar las mismas conclusiones al evaluar la hipótesis de Kuznets (Ver Gráfico No 10)

**Gráfico No. 10**  
**Relación entre el PIB per cápita y el IDH**



Fuentes: DANE(2019) y Radboud University(2019) IDH

**Anexo D: Tablas Complementarias**

Tabla 10					
Características de los departamentos que tienen baja volatilidad y tendencia nula					
Departamento	IDH	PIB per cápita	Población	Región geográfica	Gini promedio
Antioquia	0,752	18.335.826	6691030	Andina	0,574
Caldas	0,757	13.158.453	993866	Andina	0,524
Huila	0,678	13.071.610	1997081	Andina	0,550
Nariño	0,704	7.898.495	1809116	Pacífico	0,524
Santander	0,758	31.164.897	2090839	Andina	0,521

**Fuentes:** DANE(2019), Radboud University (2019) y cálculos propios

Tabla 11					
Características de los departamentos que tienen una mediana volatilidad y tendencia nula					
Departamento	IDH	PIB per cápita	Población	Región geográfica	Gini promedio
Bogotá D. C.	0,792	27.563.656	8181047	Andina	0,520
Caquetá	0,701	8.527.507	496241	Amazonas	0,517
Cauca	0,702	11.017.103	1415933	Andina	0,552
Cesar	0,712	15.320.725	1065673	Caribe	0,503
Chocó	0,679	7.310.659	515145	Pacífico	0,594
Risaralda	0,742	13.713.184	967767	Andina	0,515
Sucre	0,725	8.129.892	877057	Caribe	0,512
Valle	0,771	17.990.701	4756113	Pacífico	0,541

**Fuentes:** DANE(2019), Radboud University (2019) y cálculos propios

Tabla 12					
Características de los departamentos que tienen alta volatilidad y tendencia nula					
Departamento	IDH	PIB per cápita	Población	Región geográfica	Gini promedio
Atlántico	0,766	14.602.850	2546924	Caribe	0,530
Boyacá	0,74	20.130.552	1282063	Andina	0,535
Magdalena	0,709	8.713.953	1298691	Caribe	0,509

**Fuentes:** DANE(2019), Radboud University (2019) y cálculos propios

**Evolución de la distribución del ingreso en Colombia  
a nivel departamental 2001-2018**

Javier Delgado



Tabla 13

**Gini de los departamentos para el periodo 2001-2018**

año	Antioquia	Atlántico	Bogotá D. C.	Bolívar	Boyacá	Caldas	Caquetá	Cauca	Cesar	Chocó	Córdoba	Cundinamarca
2001	0,578	0,553	0,567	0,464	0,542	0,518	0,523	0,545	0,513	0,591	0,517	0,493
2002	0,580	0,531	0,566	0,525	0,554	0,516	0,522	0,545	0,487	0,591	0,517	0,492
2003	0,582	0,530	0,554	0,498	0,555	0,523	0,512	0,521	0,475	0,586	0,518	0,479
2004	0,574	0,522	0,559	0,499	0,533	0,523	0,504	0,547	0,495	0,586	0,505	0,489
2005	0,565	0,521	0,559	0,501	0,536	0,515	0,521	0,535	0,482	0,597	0,511	0,496
2006	0,569	0,519	0,555	0,510	0,539	0,522	0,515	0,551	0,497	0,603	0,508	0,491
2007	0,573	0,518	0,551	0,521	0,542	0,529	0,508	0,567	0,512	0,609	0,505	0,487
2008	0,577	0,516	0,547	0,530	0,545	0,536	0,502	0,583	0,527	0,615	0,503	0,482
2009	0,567	0,517	0,544	0,525	0,525	0,533	0,501	0,579	0,531	0,591	0,520	0,479
2010	0,568	0,483	0,522	0,507	0,546	0,530	0,483	0,545	0,493	0,568	0,537	0,461
2011	0,571	0,545	0,610	0,514	0,445	0,522	0,560	0,550	0,514	0,506	0,525	0,547
2012	0,580	0,558	0,560	0,541	0,529	0,530	0,537	0,561	0,510	0,575	0,496	0,542
2013	0,609	0,564	0,550	0,561	0,458	0,552	0,548	0,545	0,520	0,571	0,470	0,564
2014	0,601	0,582	0,559	0,549	0,558	0,528	0,498	0,553	0,511	0,610	0,435	0,541
2015	0,587	0,540	0,581	0,532	0,510	0,538	0,500	0,581	0,537	0,619	0,494	0,495
2016	0,548	0,464	0,499	0,474	0,549	0,518	0,494	0,520	0,466	0,584	0,505	0,437
2017	0,543	0,531	0,561	0,508	0,595	0,500	0,535	0,563	0,504	0,634	0,525	0,471
2018	0,557	0,553	0,538	0,537	0,560	0,501	0,533	0,537	0,486	0,650	0,493	0,492

Fuentes: Cálculos propios

Tabla 13

**Gini de los departamentos para el periodo 2001-2018**

año	Huila	La Guajira	Magdalena	Meta	Nariño	Norte Santander	Quindío	Risaralda	Santander	Sucre	Tolima	Valle
2001	0,556	0,559	0,507	0,527	0,543	0,509	0,526	0,523	0,538	0,515	0,511	0,542
2002	0,556	0,529	0,506	0,511	0,541	0,509	0,525	0,522	0,535	0,515	0,511	0,539
2003	0,546	0,538	0,483	0,509	0,528	0,519	0,529	0,515	0,534	0,510	0,513	0,538
2004	0,538	0,529	0,485	0,496	0,516	0,524	0,546	0,516	0,517	0,507	0,513	0,537
2005	0,540	0,524	0,490	0,505	0,519	0,508	0,536	0,516	0,532	0,503	0,498	0,546
2006	0,551	0,544	0,505	0,506	0,521	0,511	0,544	0,517	0,526	0,513	0,502	0,544
2007	0,562	0,564	0,521	0,508	0,522	0,512	0,552	0,519	0,521	0,523	0,506	0,541
2008	0,574	0,583	0,536	0,510	0,524	0,515	0,560	0,520	0,514	0,533	0,509	0,539
2009	0,573	0,572	0,520	0,511	0,519	0,525	0,550	0,507	0,522	0,524	0,522	0,536
2010	0,547	0,570	0,508	0,510	0,510	0,494	0,526	0,487	0,502	0,512	0,526	0,517
2011	0,533	0,567	0,543	0,541	0,521	0,556	0,511	0,541	0,498	0,531	0,487	0,557
2012	0,541	0,590	0,538	0,522	0,529	0,550	0,573	0,553	0,556	0,530	0,514	0,549
2013	0,567	0,559	0,534	0,518	0,501	0,544	0,551	0,535	0,495	0,516	0,515	0,535
2014	0,533	0,558	0,513	0,526	0,561	0,536	0,544	0,501	0,530	0,547	0,496	0,530
2015	0,541	0,509	0,511	0,506	0,504	0,562	0,568	0,521	0,515	0,475	0,464	0,583
2016	0,525	0,541	0,468	0,466	0,512	0,474	0,499	0,475	0,485	0,477	0,503	0,498
2017	0,568	0,587	0,506	0,507	0,523	0,545	0,540	0,507	0,509	0,516	0,483	0,545
2018	0,549	0,578	0,492	0,579	0,534	0,534	0,498	0,503	0,549	0,473	0,475	0,560

Fuentes: Cálculos propios

## **Anexo E: Tratamiento de microdatos**

El manejo de microdatos requiere un proceso de depuración de las variables. En cualquier encuesta del DANE existen celdas vacías que señalan que el individuo encuestado no declaró ninguna respuesta en una pregunta determinada (en nuestro caso de análisis sería en una pregunta donde se pide que se declare algún ingreso), esto hace que las observaciones sean incompletas y que se presente algún tipo de sesgo. Sería incorrecto rellenar todos estos datos no declarados con **0** ya que es diferente a declarar un ingreso nulo a no declarar nada.

En ambas encuestas se consideraron tres hojas: ocupados, desocupados y otros ingresos. Se empalmaron las hojas de ocupados y desocupados y posteriormente se ejecutó el siguiente algoritmo para estimar el ingreso parcial del hogar:

- Se identifican los individuos de la PEA que pertenecen al hogar
- Si el individuo no declara el valor total de su ingreso y pertenece a la rama de ocupados, se le asigna el ingreso promedio del hogar.
- Si el individuo no declara el valor total de su ingreso y pertenece a la rama de desocupados, se le asigna un ingreso **0**.
- Si el hogar no tiene ningún individuo que señale el valor de sus ingresos, se elimina ya que no posee datos relevantes
- Se suman el ingreso de todos los individuos

Para la hoja de otros ingresos se utilizó el siguiente algoritmo

- Se asigna 0 a las celdas vacías
- Se suman todos los ingresos del hogar

Ambos ingresos parciales de los hogares se suman para encontrar el ingreso total del hogar, a partir de este dato se estima el índice de Gini utilizando el factor de expansión del hogar como ponderador.

**Índice de tablas**

Tabla 1 [10]

Tabla 2 [14]

Tabla 3 [19]

Tabla 4 [21]

Tabla 5 [25]

Tabla 6 [25]

Tabla 7 [25]

Tabla 8 [30]

Tabla 9 [30]

Tabla 10 [38]

Tabla 11 [38]

Tabla 12 [39]

Tabla 13 [39]

**Índice de gráficas**

Gráfico 1 [7]

Gráfico 2 [8]

Gráfico 3 [9]

Gráfico 4 [9]

Gráfico 5 [12]

Gráfico 6 [15]

Gráfico 7 [28]

Gráfico 8 [28]

Gráfico 9 [29]

Gráfico 10 [37]

**Índice de mapas**

Mapa 1 [22]

Mapa 2 [23]

Mapa 3 [24]

Mapa 4 [35]

Mapa 5 [36]

Mapa 6 [36]